



TU Clausthal

Beitrag zur Kalibrierung und anforderungsbasierten
Arbeitsraumoptimierung parallelkinematischer
Manipulatoren in Hexapodbauweise

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des Doktorgrades
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von
Andreas von Daake
aus Osterode am Harz

genehmigt von der Fakultät für
Mathematik/Informatik und Maschinenbau
der Technischen Universität Clausthal,

Tag der mündlichen Prüfung
12.06.2012

Vorsitzender der Promotionskommission
Prof. Dr.-Ing. Alfons Esderts

Hauptberichterstatter
Prof. Dr. sc. techn. habil. Oliver Zirn

Mitberichterstatter
Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Kemnitz

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Prozess- und Produktionsleittechnik (IPP) der TU Clausthal.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. sc. techn. habil. Oliver Zirn, der am IPP die Rahmenbedingungen für diese Arbeit schuf und mit vielen anregenden Gesprächen erheblich zu ihrem Gelingen beitrug. Für die gute Zusammenarbeit bzgl. des AiF-Projektes und die Unterstützung während meiner gesamten Arbeitszeit am IPP danke ich Herrn Dr.-Ing. Christian Vetter, der dank seiner Erfahrung und Kreativität viele sehr hilfreiche Anregungen für die vorliegende Arbeit gab.

Ich danke weiterhin Herrn Prof. Dr. Günter Kemnitz für seine Bereitschaft, meine Arbeit als Zweitgutachter zu betreuen. Sowohl ihm, als auch Herrn Dr. rer. nat. Carsten Giesemann danke ich darüber hinaus für die Unterstützung bei technischen Fragestellungen bzgl. der Hardwareentwicklung.

Ich danke Herrn Dr.-Ing. Elmar Böhm für die fruchtbare Zusammenarbeit im AiF-Projekt, speziell für die Fertigung und das zur Verfügung stellen von Prototypen.

Bei den IPP-Kollegen Herrn Christopher Pelczar, M.Sc., Herrn Dipl.-Ing. Christian Preiser, Herrn Dipl.-Ing. Michael Ahlborn und Herrn Dipl.-Ing. Karl-Heinz Sauermann bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Klima im Institut.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Armin Lohrengel danke ich für die Möglichkeit, das Messlabor des IMWs zu nutzen und Herrn Dipl.-Ing. Eric Siemann danke ich für seine geduldige Einweisung und Unterstützung bei den Messungen.

Für die Zusammenarbeit danke ich den Mitarbeitern der Elektronik- bzw. Mechanik Werkstätten von Herrn Gerd Schellbach und Herrn Volker Lührig.

Meiner Frau Manuela danke ich für die liebevolle Unterstützung, die ich von ihr – besonders in den letzten Wochen vor der Prüfung - erfahren habe. Auch meinen Eltern Ludwig und Helga danke ich. Sie haben mich in großartiger Weise unterstützt und mir beste Startbedingungen mit auf den Weg gegeben.

Mein besonderer Dank gilt schließlich Gott, der mich in meiner Arbeit gesegnet hat, und dessen Schöpfung die Grundlage aller Forschung darstellt: Wir erforschen nur, was er genial geschaffen hat.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	III
Abstract	X
Zusammenfassung	XI
Abkürzungsverzeichnis	XIII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation.....	1
1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit.....	2
1.3 Versuchshexapoden.....	4
2 Stand der Forschung und Technik sowie Einordnung der eigenen Arbeit	7
2.1 Transformation.....	7
2.2 Arbeitsraumanalyse.....	8
2.3 Arbeitsraumoptimierung.....	8
2.4 Kalibrierung.....	9
3 Mathematische Grundlagen	11
3.1 Rücktransformation.....	11
3.2 Vorwärtstransformation.....	13
3.2.1 Diskreter Algorithmus der Vorwärtstransformation.....	13
3.2.2 Numerische Robustheit.....	14
3.3 Quaternionen.....	16
3.3.1 Grundlagen.....	16
3.3.2 Rotationsabbildungen.....	18
4 Steuerungsentwicklung	21
4.1 Steuer- und Simulationssoftware.....	21
4.2 Steuerungshardware.....	21
4.2.1 FPGA-Konfiguration der Hexapodsteuerung.....	24
4.2.2 Motoransteuerung.....	25
4.3 Numerische Steuerung.....	27
4.3.1 Problematik der gekippten Bearbeitungsebene.....	28

4.3.2 Realisierte CNC-Funktionalitäten.....	30
4.4 Beschleunigungsanpassung.....	30
4.4.1 Parametrisierung.....	30
4.4.2 Fallunterscheidung.....	31
4.4.3 Frequenzgenerierung.....	32
4.4.4 Frequenzanpassung eines Antriebes.....	32
4.4.5 Gleichzeitige Frequenzanpassung mehrerer Antriebe.....	35
4.4.6 Beispiel für zwei Antriebe.....	36
5 Modellierung.....	39
5.1 Klauenpolschrittmotor im Vollschrittbetrieb.....	39
5.1.1 Elektrische Ansteuerung.....	40
5.1.2 Positionierung und Momentenverlauf.....	40
5.1.3 Matlab/Simulink Modell des Klauenpolschrittmotors.....	42
5.1.4 Validierung.....	43
5.2 Stromgeregelter Hybridschrittmotor.....	48
5.2.1 Elektrische Ansteuerung.....	49
5.2.2 Matlab/Simulink Modell des Hybridschrittmotors.....	49
5.2.3 Validierung.....	50
5.3 Robotermodell.....	51
6 Arbeitsraumanalyse.....	53
6.1 Bestimmung des Arbeitsraumes.....	53
6.1.1 Arbeitsraumbestimmung anhand einer kartesischen Struktur.....	53
6.1.2 Arbeitsraumbestimmung anhand einer Ikosaederstruktur.....	54
6.1.3 Vergleich der Ansätze zur Arbeitsraumbestimmung.....	57
6.1.4 Visualisierung.....	60
6.1.5 Skalierung der dargestellten Oberfläche.....	60
6.2 Kräftebasierte Arbeitsraumanalyse.....	61
6.2.1 Kräfteberechnung.....	61
6.2.2 Beispielhafte Arbeitsraumanalyse.....	62
6.3 Fehleranalyse.....	65
6.3.1 Grundlegende Fehler.....	65
6.3.2 Fehlerberechnung am konkreten Modell.....	66
6.3.3 Weitere Fehler.....	68
7 Anforderungsbasierte Konfiguration.....	69
7.1 Konfigurationsparameter.....	69
7.1.1 Symmetrievorgaben.....	70
7.1.2 Parametersatz.....	71

7.2 Effiziente Arbeitsraumanalyse symmetrischer Hexapoden.....	72
7.2.1 Arbeitsraumsymmetrie.....	72
7.2.2 Rotationskörper.....	73
7.2.3 Allgemeine Geometrieauswirkungen auf den Arbeitsraum.....	75
7.2.4 Arbeitsraum mit Mindestrotationsfreiheit.....	75
7.3 Bewertung des Arbeitsraumes.....	76
7.4 Optimierung.....	78
7.5 Ergebnisse.....	80
8 Kalibrierung.....	85
8.1 Darstellung der Kalibriermöglichkeiten am Bipod.....	85
8.1.1 Vorwärtstransformation des Bipods.....	86
8.1.2 Berechnung der Fehlerauswirkungen in x-Richtung.....	86
8.1.3 Berechnung der Fehlerauswirkungen in y-Richtung.....	87
8.1.4 Erweiterte Vorwärtstransformation für Fußpunktfehler (y).....	89
8.1.5 Fehlerverlauf im Arbeitsraum.....	91
8.1.6 Fehlerkategorisierung.....	94
8.1.7 Kalibrierung.....	94
8.2 Kalibrierung am Hexapod.....	96
8.2.1 Motivation.....	96
8.2.2 Mathematischer Ansatz.....	96
8.2.3 Wahl der Messposen.....	98
8.2.4 Kalibrieralgorithmus.....	100
8.3 Berechnung der erreichbaren Kalibriergenauigkeit am Hexapod.....	100
8.3.1 Auswirkung des Messsystems.....	101
8.3.2 Auswirkung der Positioniergenauigkeit der Beine.....	104
8.3.3 Fehlerübersicht.....	106
8.4 Simulation.....	109
8.5 Messung am Koordinatenmessgerät.....	111
8.5.1 Kalibrierung der Positioniereinheit.....	111
8.5.2 Kalibrierung unter Ausschluss der Beinlängenunsicherheiten.....	112
8.6 Nachweis am Kreuzgitter.....	114
8.7 Neukalibrierung im industriellen Umfeld.....	118
9 Zusammenfassung.....	121
9.1 Ergebnisse.....	121
9.2 Ausblick.....	122

Anhang.....	125
Anhang A : FPGA-Konfiguration.....	126
Anhang B : Schaltplan der Treiberhardware.....	128
Anhang C : CNC-Befehlsübersicht der Hexapod Steuerung.....	130
Anhang D : Matlab/Simulink Modell Code des Klauenpolschrittmotors.....	131
Anhang E : Matlab/Simulink Modell Code des Hybridschrittmotors.....	132
Anhang F : Fehleranalyse am Bipod.....	133
Anhang G : Linearitätsbetrachtung.....	135
Anhang H : Matlab-Code der Householder-Transformation.....	139
Anhang I : Vergleich der Ansätze der Kalibrierung.....	140
Anhang J : Simulationsdaten der Kalibrierung.....	142
Anhang K : Messprotokolle der Kalibrierung.....	152
Anhang L : Messprotokolle der Kalibrierung mit starren Beinen.....	158
Anhang M: Matlab-Code für Kreisformprüfung.....	160
Literaturverzeichnis.....	163
Lebenslauf.....	168

Abstract

The calibration and optimal geometrical configuration of parallel mechanisms with a hexapod design are very complex due to the kinematic transformation.

In this thesis a calibration algorithm is developed which allows the re-calibration of hexapod mechanisms with relatively little effort, and the applicability of the calibration in an industrial environment is discussed. All parameters associated with the replacement of a leg and corresponding joints are determined only by performing six measurements in six degrees of freedom after the new leg has been separately measured. The choice of measurement poses is based on the condition of the identification Jacobian matrix, so that increased robustness can be shown compared to the evaluation of a much bigger number of measurement poses using the Householder transformation.

The achievable calibration precision is calculated depending on the positioning accuracy of the hexapod legs as well as the used measurement system. A discrete algorithm for the calculation of the forward kinematics of the hexapod, which is not analytically solvable, is derived and implemented in the developed control software in order to use the software also for simulation purposes. The developed control electronics are used for the validation of the simulation results of the calibration approach on hexapod prototypes. For this purpose measurements are performed on a coordinate measuring machine. Based on parameters that are determined by calibration, the nominal model of the hexapod is corrected, and, as predicted, a significantly increased positioning precision of the prototypes is proved by subsequent measurements on a grid plate.

Based on the control software, workspace analysis is performed with focus on the workspace volume, force characteristics, and impacts of geometrical errors. Finally an approach for requirement-based workspace optimization is developed, which supports the design process for hexapod mechanisms with the consideration of various parameters.

Zusammenfassung

Die Kalibrierung von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise sowie deren optimale geometrische Auslegung sind aufgrund der Transformation der Kinematik sehr komplex.

In dieser Arbeit wird ein Kalibrieralgorithmus entwickelt, welcher die Neukalibrierung von Hexapoden mit verhältnismäßig geringem Aufwand erlaubt, insbesondere wird dabei auf die Einsetzbarkeit des Algorithmus im industriellen Umfeld eingegangen. Hierbei werden alle mit dem Tausch eines Beines sowie den zugehörigen Gelenken assoziierten Parameter mit nur sechs Messungen in sechs Freiheitsgraden nach vorhergehender Einzelvermessung des neuen Beines bestimmt. Die Wahl der Messposen geschieht hierbei anhand der Konditionierung der Identifikations-Jakobimatrix derart, dass eine erhöhte Robustheit gegenüber der Auswertung einer deutlich größeren Zahl von Messposen anhand der Householder-Transformation nachweisbar ist.

Die erreichbare Kalibriergüte wird in Abhängigkeit von der Positionierpräzision der Hexapodbeine sowie des eingesetzten Messsystems berechnet. Ein diskreter Algorithmus für die Berechnung der nicht analytisch lösbaren Vorwärtstransformation von Hexapod-Kinematiken wird hergeleitet und bei der Entwicklung der Steuerungssoftware implementiert, um diese auch zu Simulationszwecken zu nutzen. Die entwickelte Steuerelektronik wird zur Validierung der Simulationsergebnisse des Kalibrieransatzes an Hexapod-Prototypen eingesetzt. Hierzu werden Messungen auf einem Koordinatenmessgerät durchgeführt. Anhand der Parameter, welche aus der Kalibrierung bestimmt werden, wird das Steuerungsmodell angepasst und eine deutliche, der Vorhersage entsprechende Steigerung der Positioniergüte der Prototypen durch anschließende Vermessung über einem Kreuzgitter nachgewiesen.

Auf Grundlage der Steuerungssoftware werden Arbeitsraumanalysen bezüglich Volumen, Kräfteverhältnissen und Geometriefehlerauswirkungen durchgeführt und visualisiert. Schließlich wird ein Ansatz zur anforderungsbasierten Arbeitsraumoptimierung von Hexapoden entwickelt, welcher unter Berücksichtigung vielfältiger Parameter bei der Auslegung der Geometrie der Kinematik unterstützt.

Abkürzungsverzeichnis

CNC	Computerized Numerical Control
DAC	Digital to Analog Converter
DBB	Double Ball Bar
DIN	Deutsches Institut für Normung
DOF	Degrees Of Freedom
ESB	Ersatzschaltbild
ETH	Eidgenössische Technische Hochschule
FPGA	Field Programmable Gate Array
I/O	Input/Output
IMW	Institut für Maschinenwesen
IPP	Institut für Prozess- und Produktionsleittechnik
ISF	In-System Flash
ISO	International Organization for Standardization
ISW	Institut für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen und Fertigungseinrichtungen
KMG	Koordinatenmessgerät
LCD	Liquid Crystal Display
LSF	Least Squares Fit
LUT	Look Up Table
OpenGL	Open Graphics Library
OPV	Operationsverstärker
SPI	Serial Peripheral Interface
SRAM	Static Random Access Memory
TCP	Tool Center Point
TTL	Transistor-Transistor-Logic
VHDL	Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language
WZM	Werkzeugmaschine(n)

1 Einleitung

1.1 Motivation

Parallelkinematiken werden seit Jahrzehnten für Werkzeugmaschinen (im Folgenden WZM genannt) und im Bereich der Positionierung von Werkstücken und Werkzeugen als ernst zu nehmende Alternative zu seriellen Kinematiken diskutiert. In entsprechenden Anwendungsbereichen gezielt eingesetzt, wird das große Potential von Parallelkinematiken deutlich. Bei Hexapoden erlaubt die parallele Anordnung von Antrieben deren Leistung in Vorzugsrichtung der Kinematik nahezu zu addieren. Darüber hinaus wird aufgrund dieser Struktur eine sehr hohe Steifigkeit erzielt, woraus eine hohe Wiederholgenauigkeit resultiert. Diese wird zusätzlich dadurch begünstigt, dass sich Geometriefehler nicht aufaddieren, wie dieses bei seriellen Kinematiken auf Grund der Hintereinanderschaltung der Achsen geschieht, sondern jeweils nur einzeln auf den TCP (Tool Center Point) wirken. Im Gegensatz zu seriellen Kinematiken sind keine Antriebe auf vorgeschalteten Achsen zu verfahren. Die somit geringere zu bewegende Masse führt zu einer deutlich erhöhten Dynamik von Parallelkinematiken bei Bewegungen mit bis zu sechs Freiheitsgraden. Der Einsatz mehrerer gleicher Beine bzw. Achsen kann zudem den konstruktiven Aufwand sowie die Fertigungskosten für Parallelkinematiken reduzieren.

Trotz dieser Vorteile besteht eine erhebliche Diskrepanz zwischen der wissenschaftlich regen Behandlung von Parallelkinematiken, insbesondere Hexapoden, an Universitäten einerseits und dem industriepraktischen Einsatz andererseits. Hexapoden sind im Gegensatz zu einfacheren Parallelkinematiken mit weniger DOF (Degrees Of Freedom) wie z.B. dem Flexpicker der Fa. ABB Automation GmbH [1] immer noch sehr selten im Einsatz. Dies hat wirtschaftliche und technische Gründe. Die Wirtschaftlichkeit wird dadurch beeinträchtigt, dass Hexapoden immer sechs numerisch gesteuerte DOF benötigen, wohingegen die Mehrzahl der industriellen Anwendungen ebene oder räumliche Bewegungen mit 2-5 DOF fordert. Alle bislang als Fräsmaschinen vermarkteten Hexapoden (Ingersoll [34], Variax [14], Felix [28]) waren daher bei weitem zu teuer in der Anschaffung und finden sich heute nur noch als Demonstrationsobjekte an großen Werkzeugmaschinen-Forschungsinstituten (z. B. Dyna-M am Werkzeugmaschinenlabor der



RWTH Aachen [21]). Allen Parallelkinematiken mit 6 DOF gemeinsam (auch Hexaglide [3], Demaurex [49]) ist die für spanende Bearbeitungen unzureichende Systemsteifigkeit, die durch die komplexen Gelenke mit 2 bzw. 3 DOF der Stäbe bedingt sind.

Diese Nachteile wiegen bei der reinen Positionierung von Werkstücken (z.B. Optiken zur Strahlführung etc.) weniger stark, weshalb es für solche Anwendungen mehrere kleine Hexapoden auf dem Markt gibt (PI [53], ALIO [6], MICOS [54]), die aber aufgrund der kleinen Fertigungsstückzahl und der hochwertigen eingesetzten Antriebskomponenten deutlich teurer als serielle Industrieroboter mit 6 DOF sind – bei wesentlich kleinerem Arbeitsraum.

Die konstruktionsbedingt höhere Komplexität der Transformationen paralleler Kinematiken erschwert die Nachvollziehbarkeit der Achsbewegungen, welche für die jeweiligen Bewegungsabläufe erforderlich sind, und somit auch die Vorstellung für das Potential einzelner Kinematiken. Für die Ermittlung des erreichbaren Arbeitsraumvolumens sind somit gute Werkzeuge notwendig, die die Leistungsfähigkeit der Kinematiken verdeutlichen und Vergleiche mit der Leistungsfähigkeit serieller Kinematiken erlauben. Auch die geometrische Auslegung von Parallelkinematiken für gegebene Anforderungen ist eine Herausforderung, für welche ein guter Optimierungsansatz notwendig ist, um ihr Potential zugänglich zu machen.

Standardverfahren zur Kalibrierung von WZM können auf Parallelkinematiken nicht angewandt werden, da sich Geometriefehler anders als bei seriellen Kinematiken nichtlinear auf die TCP-Positionierung abbilden. Gemessene Positionsfehler können somit nicht direkt einzelnen Achsen zugeordnet werden, weshalb ein gesonderter Ansatz zur Kalibrierung erforderlich ist.

1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit

Der aktuelle Stand der Forschung und Technik ist in Kapitel 2 beschrieben. In mehrere Abschnitte gegliedert gibt dieses Kapitel einen Überblick über zahlreiche Veröffentlichungen, die bis zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit zu diesem Forschungsgebiet existierten. Abschließend findet sich jeweils eine Einordnung der eigenen Arbeit.

Die nicht geschlossen lösbare Vorwärtstransformation von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise führt zu der Notwendigkeit, diese für die Aufgabenstellungen der Arbeit numerisch anzunähern. Der in Kapitel 3.2 eingeführte diskrete Algorithmus der Vorwärtstransformation wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und dient im Folgenden als wichtige Simulationsgrundlage für Arbeitsraumanalysen. Zur Behandlung der wichtigsten, für diese Arbeit notwendigen mathemati-

schen Grundlagen sind darüber hinaus in Kapitel 3 die Rücktransformation für Hexapoden sowie eine Einführung in das Zahlensystem der Quaternionen dargestellt.

Für Praxistests und messtechnische Nachweise wurden gemeinsam mit dem Industriepartner Böhm Feinmechanik GmbH verschiedene Hexapoden entwickelt (siehe Kap. 1.3). Kapitel 4 befasst sich mit der Steuerelektronik und -software, welche im Rahmen dieser Arbeit von Grund auf mit dem Ziel entwickelt wurde, diese uneingeschränkt zu Forschungszwecken nutzen zu können. Die Steuerung der Positioniereinheit, welche alle sechs Hybridschrittmotoren der gewindespindelgetriebenen Hexapodbeine in stromgeregeltem Mikroschrittbetrieb ansteuert und somit ein sehr leistungsstarkes und dennoch kostengünstiges Konzept darstellt, basiert auf einem FPGA (Field Programmable Gate Array). Die Software ist bezüglich der Parametrierung der Kinematiken sehr allgemein gehalten, was den Betrieb, vor allem aber die Simulation nahezu beliebig proportionierter Hexapoden erlaubt. Neben der analytischen Rücktransformation kommt hier der in Kapitel 3.2 entwickelte diskrete Algorithmus der Vorwärtstransformation zum Einsatz. In Kapitel 5 werden Simulationsmodelle für die zur Bewegungs- und Dynamikanalyse notwendigen Subsysteme der Positioniereinheit hergeleitet und an der realen Kinematik validiert. Somit ist eine Basis für weitere wissenschaftliche Arbeiten im Bereich der Parallelkinematiken in Hexapodbauweise geschaffen.

Basierend auf der Steuersoftware und deren konsequenter Weiterentwicklung werden in Kapitel 6 grundlegende Untersuchungen der Fehlerfortpflanzung in den Arbeitsraum vorgenommen. Diese unterstützen die Priorisierung der mit Mehraufwand verbundenen Reduzierung von Fertigungstoleranzen. Darüber hinaus wird in Kapitel 7 ein Algorithmus zur Optimierung der geometrischen Auslegung von Parallelkinematiken für bestimmte Einsatzzwecke entwickelt. Zu berücksichtigende Parameter werden ermittelt und Evaluationsmethoden für Arbeitsräume von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise erstellt und bewertet. Hierbei wird das Ziel verfolgt, die Akzeptanz von Parallelkinematiken durch einen Beitrag zu deren Verständnis und Vergleichbarkeit mit konkurrierenden seriellen Kinematiken zu stärken. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Werkzeuge zum anforderungsbasierten Entwurf von Hexapoden sollen schließlich helfen, das Potential dieser Kinematiken besser auszuschöpfen.

Unter Verwendung der Steuersoftware sowie der entwickelten Positioniereinheit wird auf den Erkenntnissen der Fehlerfortpflanzung aufbauend die Neukalibrierung von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise im industriellen Umfeld untersucht. Die im Vergleich zu seriellen Kinematiken komplexere Transformation



wirkt sich deutlich auf die Möglichkeiten der Kalibrierung aus. Diese werden in Kapitel 8 der vorliegenden Arbeit zunächst exemplarisch am Beispiel einer deutlich einfacheren Parallelkinematik, dem Bipod, dargestellt (siehe Kap. 8.1) und anschließend zur Anwendung am Hexapod erweitert (siehe Kap. 8.2). Es werden Berechnungen zur erreichbaren Kalibriergüte angestellt, simuliert und messtechnisch nachgewiesen. Schließlich wird auf die Anwendbarkeit des in dieser Arbeit entwickelten Kalibrieralgorithmus im industriellen Umfeld eingegangen.

1.3 Versuchshexapoden

Im angewandten Forschungsprojekt „Parallelkinematische Positioniereinheiten – Entwurf und Applikation parallelkinematischer Positioniereinheiten“ (AiF-ZIM-Projekt KF2081602WO9 2009-2012) wurden parallel zu dieser Arbeit mit Fa. Böhm Feinmechanik GmbH drei verschiedene Parallelkinematiken in Hexapodbauweise entwickelt (im Folgenden „Schulhexapod“, „Positioniereinheit“ und „Manipulatoreinheit“ genannt). Während die mechanischen Komponenten (Beine inkl. Motoren, Basis, Plattform, Gelenke) vom Industriepartner gefertigt wurden, entstanden Steuersoftware und Elektronik am Institut für Prozess- und Produktionsleittechnik (IPP) der TU Clausthal. Die Kinematiken unterscheiden sich deutlich in ihrer Präzision und Stabilität, was sich auch auf die Herstellungskosten niederschlägt. Ihre Geometrie wurde basierend auf Simulationsergebnissen ausgelegt und umgekehrt dienten sie als Versuchsprototypen für Messungen und Kalibrierung. In qualitativ aufsteigender Reihenfolge wurde zunächst der Schulhexapod entwickelt, welcher als Baukasten in der Lehre an Schulen und Hochschulen zum Einsatz kommen soll. Klauenpolschrittmotoren und eine sehr einfache Treiberschaltung sowie Magnetgelenke ermöglichen ihn zu sehr geringen Kosten zu fertigen. Dieser wurde von Firma Böhm bereits in Kleinserie produziert. Die Kalibrieralgorithmen wurden im Wesentlichen an der Positioniereinheit getestet und verifiziert, welche mit wesentlich höherer Steifigkeit und Positionierpräzision entwickelt wurde. Erreicht wurden diese Verbesserungen neben erhöhter mechanischer Festigkeit vor allem durch den Einsatz von Hybridschrittmotoren und der auf einem FPGA realisierten Steuerung aller Motoren im Mikroschrittbetrieb inkl. der Auswertung von Glasmaßstäben zur absoluten Positionserfassung. Alle bis dahin gesammelten Erkenntnisse und Erfahrungen flossen schließlich in eine hochpräzise, servomotorgetriebene Manipulatoreinheit ein, welche nun am IPP für Folgeprojekte zur Verfügung steht.

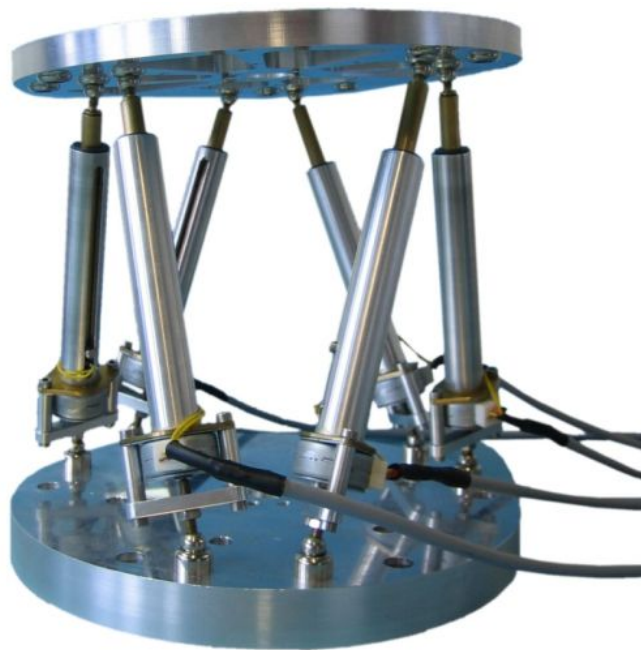


Abbildung 1.1: Schulhexapod



Abbildung 1.2: Positioniereinheit



2 Stand der Forschung und Technik sowie Einordnung der eigenen Arbeit

Das Prinzip parallelkinematischer Maschinen wurde durch Gough anhand eines Reifenprüfstandes erstmals praktisch angewandt und 1956 publiziert [26]. Der Aufbau der von ihm entwickelten Gough-Plattform entspricht der häufig auch als Stewart-Gough-Plattform oder heute meist einfach als Hexapod bezeichneten Kinematik: 6 Teleskopbeine verbinden dabei eine Basis mit einer beweglichen Plattform. Die Bezeichnung ist der ähnlichen Entwicklung Stewarts zu verdanken, welche dieser 1966 veröffentlichte [64]. Er entwarf einen Flugsimulator, dessen Plattform durch 6 Teleskopbeine bewegt werden kann, von denen nur 3 an der Plattform selbst angekoppelt sind, während die anderen 3 jeweils an einem dieser angreifen. Mittlerweile sind viele Formen von Parallelkinematiken bekannt. Diese Arbeit befasst sich jedoch im Wesentlichen mit dem Hexapod.

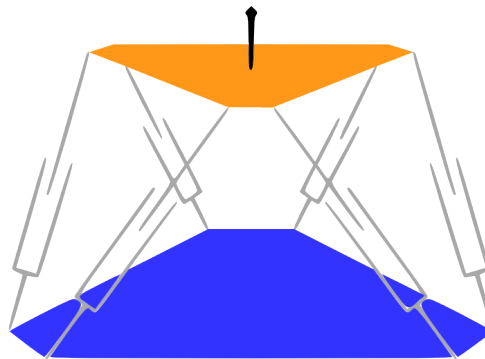


Abbildung 2.1: Hexapod bestehend aus Basis, 6 Teleskopbeinen und Plattform sowie einem Werkzeug mittig auf der Plattform

2.1 Transformation

Die Rücktransformation des Hexapoden kann als euklidische Längenbestimmung der Beine nach Transformation der Plattformkoordinaten in das Basiskoordinatensystem vorgenommen werden (siehe Kap. 3.1 bzw. [50], [52]). Die Vorwärtstransformation ist hingegen nicht eindeutig lösbar. Raghavan bewies 1993, dass es 40 verschiedene Zusammenbaumodi gibt (reale und komplexe), welche jeweils zu einer Lösung der Vorwärtstransformation führen [55]. Dietmaier greift diese in [15] auf und beweist numerisch, dass abhängig von den geometrischen Parametern des Hexapoden alle 40 Lösungen real sein können. Darüber hinaus veran-



schaulicht er die Lösungen für diesen Fall anhand eines vollständigen Satzes von Grafiken und Husty beschrieb 1996 einen Algorithmus zur Bestimmung aller Lösungen der Vorwärtstransformation [36]. Diese Lösungen stellen alle theoretisch möglichen Zusammenbaumodi der Kinematik dar. Am einfachsten veranschaulicht die Spiegelung der Plattform an der Basis einen dieser unerwünschten Modi (Stellung von Basis, Plattform und Beinen zueinander, im Folgenden gemäß [63] auch Pose genannt). Diese Pose ist in der Praxis nicht erreichbar, weist in der Theorie jedoch die gleichen Beinlängen auf. Auch eine Vereinfachung der Kinematik durch Reduzierung der Plattform- und Basisgelenkpunkte auf jeweils drei führt noch auf 16 Lösungen der Vorwärtstransformation [67]. Für eine eindeutige Vorwärtstransformation muss daher auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden. Meylahn stellte hierzu 2001 ein numerisches Verfahren dar, welches jeweils zu einer naheliegenden Lösung konvergiert, und somit eingesetzt werden kann, wenn ein Startwert bekannt ist, dessen Distanz zur gewünschten Lösung deutlich geringer ist, als zu anderen Lösungen [50]. Merlet beschrieb 2004 einen auf Intervallanalyse beruhenden Ansatz [48], mit welchem ausschließlich Lösungen innerhalb einer Umgebung ϵ um den Startwert ermittelt werden. Für die Berechnung der Vorwärtstransformation für kontinuierliche Bewegungen, ebenfalls ausgehend von einer bekannten Pose, wird in dieser Arbeit ein diskreter Algorithmus hergeleitet (siehe Kap. 3.2 bzw. [10]).

2.2 Arbeitsraumanalyse

Das Volumen des Arbeitsraumes eines Hexapoden wurde 1997 von Merlet mit geometrischen Verfahren [46], 2004 mit der Intervallanalyse berechnet [48]. Die nicht geschlossen lösbare Vorwärtstransformation führt zu der Problematik, dass aus gemessenen TCP-Abweichungen nicht direkt auf Geometriefehler wie Beinlängen- und Gelenkpunktfehler geschlossen werden kann. 2000 berechnete Kim die Grenzen der maximalen Auswirkung von Geometriefehlern auf die Positionierung des TCP und umgekehrt die Grenzen der maximal zulässigen Geometriefehler, um eine bestimmte Positioniergenauigkeit des TCP garantieren zu können [42]. Weitere Arbeitsraumanalysen in Bezug auf die Auswirkung von Geometriefehlern auf den TCP von Parallelkinematiken wurden 2002 durchgeführt [38], [4]. In dieser Arbeit finden sich Arbeitsraumanalysen als Grundlage zur Arbeitsraumoptimierung (siehe Kap. 6 bzw. [10]).

2.3 Arbeitsraumoptimierung

Merlet fand 1998 noch keine allgemein vollständige Lösung für die Konfiguration von Hexapoden mit optimalem Arbeitsraum [47], verfasste jedoch bereits 1997 einen Artikel über die Bestimmung aller möglichen Geometrien zum Erreichen

eines gegebenen Arbeitsraumes unter gewissen Einschränkungen (vordefinierte Beinlängen, symmetrische Anordnung der Gelenkpunkte) [46]. 2000 führte Hebsacker eine iterative Optimierung der Geometrie eines Hexaglides (einer dem Hexapod verwandten Parallelkinematik) zur Erhöhung von dessen Steifigkeit durch [32]. 2011 stellte die Physik Instrumente (PI) GmbH eine Hexapodgeometrie mit externen Motoren zum Einsatz in Vakuum vor, bei welcher die Bewegungsfreiheit aufgrund sehr schlanker Beine weniger eingeschränkt wird als bei Beinen, welche einen Motor enthalten und somit eher untereinander kollidieren [57]. Stan wendete 2008 genetische Algorithmen an, um das Arbeitsraumvolumen eines Hexapoden zu maximieren [62]. Parameter dieser Optimierungsvorgänge sind ausschließlich die Beinlängen der 6 gleichen Beine. Er stellt dabei klar, dass dieser Ansatz mit Vorsicht anzuwenden ist, da der Vorteil eines größeren Arbeitsraumes für die Praxis aufgrund von Leistungseinbussen sehr schnell aufgehoben werden kann. Die Wahl der optimalen Geometrie eines Hexapoden in Abhängigkeit von Faktoren wie Kräfteübertragung auf die Beine, Rotationsfreiheit, Auswirkung von Positionierfehlern der Beine auf die TCP-Positionierung etc. blieb jedoch bisher weitgehend unbehandelt. Die in dieser Arbeit entwickelte anforderungsbasierte Arbeitsraumanalyse stellt einen Lösungsansatz für diese Herausforderung dar (siehe Kap. 7 bzw. [9]).

2.4 Kalibrierung

Hebsacker entwickelte 2000 im Rahmen der Realisierung des Hexaglides an der ETH (Eidgenössische Technische Hochschule) Zürich einen Ansatz zu dessen Kalibrierung [32]. Nach 6-DOF-Vermessung der Kinematik mit einem Lasertracker wird die Vorwärtstransformation mit verschiedenen Parameterfehlern für die gleichen Messpunkte simuliert. Aus Ähnlichkeiten der Messbilder wird auf vorwiegende Parameterfehler geschlossen. Weitere Kalibrieransätze sind durch die relativ geringe Präzision der Gelenke stark eingeschränkt. Daney befasste sich 2002 mit der Messkonfiguration zur Kalibrierung von Hexapoden [13]. Der von ihm beschriebene Algorithmus ermittelt iterativ Messposen zur, gegenüber Messfehlern robusten, Kalibrierung anhand der Identifikations-Jacobimatrix. Diese Matrix beschreibt die Einflüsse aller betrachteten Geometriefehler auf den TCP an der jeweiligen Messpose und ist Grundlage der Kalibrierung von Parallelkinematiken. Auf dieser basierend simulierte Frantza 2006 am ISW (Institut für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen und Fertigungseinrichtungen) der Universität Stuttgart die Kalibrierung nach Messung mit dem DBB (Double Ball Bar) in nur 3-DOF am Linapod und wies theoretisch nach, dass nach Messung von ausreichend vielen Posen vergleichbare Kalibrierergebnisse wie bei 6-DOF-Messungen möglich sind [24]. In einer weiteren Arbeit am ISW kalibrierte Boye 2007 die



gleiche Kinematik praktisch mit 625 6-DOF-Messungen eines Lasertrackers, sagte eine Restunsicherheit der TCP-Positionierung voraus und wies diese messtechnisch nach [2]. Die Kalibrierung von Hexapod-Kinematiken wurde 2008 an der TU Dresden durch sehr viele 3-DOF-Messungen mittels DBB an einem Hexapod vereinfachten Designs durchgeführt [29]. Basis- und Plattformgelenkpunkte benachbarter Beine fielen hierbei zusammen. Die Messwertaufnahme geschah während einer kontinuierlichen Bewegung des TCPs, dessen Trajektorie anhand einer Sensitivitätsanalyse optimiert wurde. Eine gute Sensitivität beschreibt dabei eine stark isolierte Auswirkung einzelner Fehlerparameter auf den TCP an der jeweiligen Pose. Es wurde eine Verbesserung der translatorischen Positioniergenauigkeit von 0,7 mm auf 0,17 mm erreicht. Die vorliegende Arbeit präsentiert einen Kalibrieralgorithmus, welcher die Neukalibrierung eines Hexapoden mit verhältnismäßig geringem Aufwand erlaubt (siehe Kap. 8 bzw. [11]). Hierbei werden alle mit dem Tausch eines Beines sowie den zugehörigen Gelenken assoziierten Parameter mit nur sechs 6-DOF-Messungen nach vorhergehender Einzelmessung der Beine bestimmt. Die Wahl der Messposen geschieht hierbei anhand der Konditionierung der Identifikations-Jakobinatrix derart, dass eine erhöhte Robustheit gegenüber der Auswertung einer deutlich größeren Zahl von Messposen anhand der Householder-Transformation nachweisbar ist. Die erreichbare Präzision der Kalibrierung wurde untersucht und nachgewiesen, dass verbleibende Geometriefehler durchschnittlich um Faktor 2,3, schlechtestenfalls um Faktor 7 über der Messgenauigkeit des verwendeten Messsystems liegen.

3 Mathematische Grundlagen

Zur Untersuchung der Hexapod-Kinematik ist die Kenntnis der zugehörigen Transformation grundlegend. Während die Rücktransformation, die Bestimmung der Gelenkparameter (nachfolgend Beinparameter genannt) für eine gegebene TCP-Ausrichtung, geschlossen lösbar ist (siehe Kap. 3.1), kann die Vorwärtstransformation nur numerisch gelöst werden. Hierzu wird ein diskreter Algorithmus eingeführt (siehe Kap. 3.2). Auf diesem basiert die in Kapitel 6.3 beschriebene Fehleranalyse sowie die in Kapitel 8 dargestellte Kalibrierung. Quaternionen (siehe Kap. 3.3) bilden eine wichtige Grundlage für die Bahnplanung der in Kapitel 4 beschriebenen 6-Achs CNC (Computerized Numerical Control)-Steuerung.

3.1 Rücktransformation

Die Rücktransformation der Hexapod-Kinematik lässt sich durch die euklidische Abstandsbestimmung der Basisgelenkmittelpunkte zu den jeweils zugehörigen Plattformgelenkmittelpunkten nach Transformation beider in ein gemeinsames Koordinatensystem ausführen. Die Gelenkpunkte der Basis sind im Basiskoordinatensystem gegeben und ortsfest. Die Gelenkpunkte der TCP-Plattform P_i , $i = \{1, 2, \dots, 6\}$ sind im Plattformkoordinatensystem bekannt und dort ortsfest. Diese werden zur Antriebslängenberechnung durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix ${}^P T_B$ vom Plattformkoordinatensystem in das Basiskoordinatensystem transformiert.

$$P_{i,B} = {}^P T_B \cdot P_{i,P} \quad (1)$$

Die Transformationsmatrix ${}^P T_B$ setzt sich aus der Gesamtrotationsmatrix T_R sowie der Translationsmatrix T_T zusammen [5]. Die Nacheinanderausführung der Einzelrotationen um z-, y- und x-Achse (2) - (4) ergibt die Gesamtrotation (5) in der gleichen Reihenfolge. Hierbei wird die Rotation anhand von eulerschen Winkeln vorgenommen, wobei jeweils um die Achsen des bewegten Systems gedreht wird. Eine gute Beschreibung der Eulerschen Winkel findet sich in [7].

$$T_{R_z}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$



$$T_{Ry}(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$T_{Rx}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$T_R = T_{Rx} \cdot T_{Ry} \cdot T_{Rz} \quad (5)$$

Die Translationsmatrix T_T enthält den Abstand h zwischen Basis und TCP-Plattform im Ausgangszustand als Offset:

$$T_T = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z+h \end{pmatrix} \quad (6)$$

Die Transformationsmatrix, welche alle 6 Freiheitsgrade berücksichtigt, ergibt sich mit (5) und (6) in homogenen Koordinaten zu ${}^P T_B$ [72]:

$${}^P T_B = \begin{pmatrix} T_R(3 \times 3) & T_T(3 \times 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

In der folgenden, vollständigen Darstellung der Transformationsmatrix ${}^P T_B$ sind die trigonometrischen Funktionen Sinus und Kosinus aus Platzgründen mit s bzw. c abgekürzt:

$${}^P T_B = \begin{pmatrix} c(\beta)c(\gamma) & -c(\beta)s(\gamma) & s(\beta) & x \\ c(\alpha)s(\gamma)+s(\alpha)s(\beta)c(\gamma) & c(\alpha)c(\gamma)-s(\alpha)s(\beta)s(\gamma) & -s(\alpha)c(\beta) & y \\ s(\alpha)s(\gamma)-c(\alpha)s(\beta)c(\gamma) & s(\alpha)c(\gamma)+c(\alpha)s(\beta)s(\gamma) & c(\alpha)c(\beta) & z+h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Schließlich werden die Beinlängen l_i , $i=\{1,2,\dots,6\}$ aus dem euklidischen Abstand der in das Basiskoordinatensystem transformierten Plattformgelenkmittelpunkte $P_{i,B}$ zu den jeweils zugehörigen Basisgelenkmittelpunkten $B_{i,B}$ berechnet:

$$l_i = \sqrt{(P_{i,B,x} - B_{i,B,x})^2 + (P_{i,B,y} - B_{i,B,y})^2 + (P_{i,B,z} - B_{i,B,z})^2} \quad (9)$$

3.2 Vorwärtstransformation

Aufgrund der nicht eindeutig lösbaren Vorwärtstransformation der Hexapod-Kinematik (siehe Kap. 2.1) lassen sich die Bahnbewegungen, welche durch Bewegung einzelner Beine verursacht werden, nicht analytisch lösen. Um am TCP gemessene Positionsfehler einzelnen Beinen zuordnen zu können, muss die jeweilige Auswirkung der Beinlängenänderung in Translation und Rotation bekannt sein. Im Folgenden wird ein diskreter Algorithmus beschrieben, welcher diese mit vorgegebener Genauigkeit liefert [10].

3.2.1 Diskreter Algorithmus der Vorwärtstransformation

Ausgehend von einer bekannten Ausgangsposition werden anhand der Rücktransformation (siehe Kap. 3.1) die Verhältnisse v_i der Längenänderungen aller Beine berechnet, welche sich für translatorische Bewegungen des TCPs in Richtung der drei kartesischen Koordinatenachsen (X, Y, Z) bzw. für Rotationen (A, B, C) um diese einstellen:

$$v_i = (\Delta L_1 \quad \Delta L_2 \quad \dots \quad \Delta L_6)^T, \quad i = \{X, Y, Z, A, B, C\} \quad (10)$$

Jede dieser sechs Bewegungen wird für eine sehr kleine Verschiebung berechnet, um die Bewegungsverhältnisse in der Nähe des TCPs anzunähern. Die exakten Bewegungsverhältnisse würden sich für infinitesimal kleine Verschiebungen ergeben. Die Zusammenfassung der angenäherten Bewegungsverhältnisse ergibt eine Matrix V , welche der geometrischen Jacobi-Matrix in diesem Punkt entspricht:

$$V = (v_X \quad v_Y \quad \dots \quad v_C) \quad (11)$$

Aus dieser Matrix lassen sich durch Multiplikation mit einem Richtungsvektor $R = (X \quad Y \quad Z \quad A \quad B \quad C)^T$ die Bewegungen \tilde{B}_i , $i = \{1, 2, \dots, 6\}$ der 6 Beine für beliebige Richtungen R in der Nähe des TCPs bestimmen:

$$V \cdot R = \tilde{B} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta L_{1X} & \Delta L_{1Y} & \dots & \Delta L_{1C} \\ \Delta L_{2X} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ \Delta L_{6X} & \dots & & \Delta L_{6C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ \vdots \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \\ \vdots \\ \tilde{B}_6 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Zur Berechnung der Bahnbewegung, die durch Längenveränderung ausschließlich eines Beines b erfolgt, kann folgende Bedingung formuliert werden: Die Summe der Bewegungsanteile aller anderen Beine muss jeweils Null sein.



$$\tilde{B}_i = \sum_j \Delta L_{ij} \cdot R_j = 0, \quad j = \{X, Y, \dots, C\}, \quad i = \{1, 2, \dots, 6 \setminus b\} \quad (14)$$

Die Matrixgleichung $V \cdot R = \tilde{B}$ beschreibt nun ein Gleichungssystem aus 6 Gleichungen mit 7 Variablen $(X, Y, Z, A, B, C, \tilde{B}_b)$. Um dieses mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmus lösen zu können, wird für das betrachtete Bein eine Bewegung \tilde{B}_b vorgegeben.

Mit diesem Vorgehen lässt sich die Bewegungsrichtung und Rotation des TCP berechnen, welche durch Längenänderung eines einzelnen Beines hervorgerufen wird. Aufgrund der Bahnkrümmung stellen jedoch sowohl die berechnete Richtung als auch die Rotation nur eine Tangente an die Richtungs- bzw. Rotationsfunktion in diesem Punkt dar. Die gesamte Bahnbewegung kann nur durch Ausführung diskreter Schritte bestimmt werden, indem der TCP jeweils, entsprechend der berechneten Vorschrift, diskret verschoben und das gleiche Verfahren für die resultierende Position erneut durchgeführt wird.

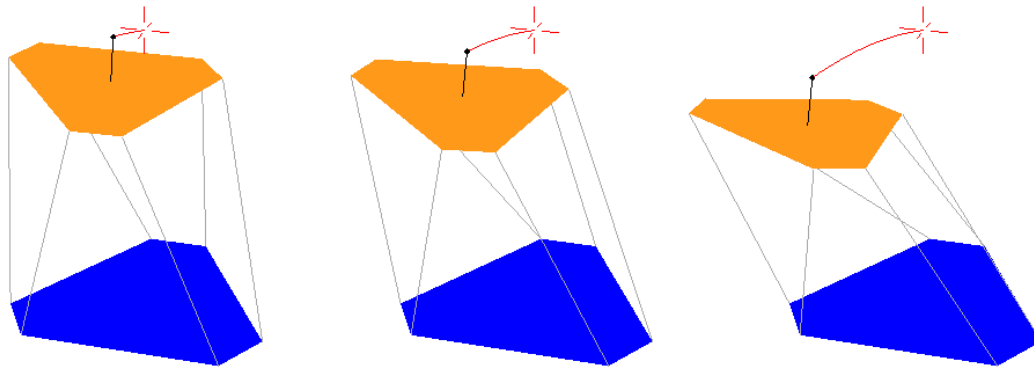


Abbildung 3.1: Simulierte Bewegung eines einzelnen Beines

3.2.2 Numerische Robustheit

Bei kleiner Schrittweite führt der in Kapitel 3.2.1 beschriebene diskrete Algorithmus zu geringen Fehlern. Bei einer Auflösung von $0,1 \mu\text{m}$ zur Bestimmung von V und einer Schrittweite der Vorwärtstransformation von $0,1 \text{ mm}$ lässt sich die Bewegung der passiven Beine im Verhältnis zur Bewegung des aktiven Beines b am Beispiel des Schulhexapods zu $\Delta L_i < \Delta L_b \cdot k$, $i = \{1, 2, \dots, 6 \setminus b\}$, $k = 10^{-3}$ bestimmen. Bei Verringerung der Schrittweite auf $0,02 \text{ mm}$ bzw. $0,1 \mu\text{m}$ wird $k = 10^{-4}$ bzw. $k = 10^{-6}$ erreicht. Nach einer endlichen Zahl von Schritten führt dieses Verfahren zwangsläufig zur Überschreitung einer gegebenen Toleranz bezüglich der Abweichung von der Sollbahn. Die Längenänderung der passiven Beine überschreitet eine Toleranz ε . Die Tatsache, dass die Längen aller Beine für jeden diskreten Schritt des Algorithmus berechnet werden, erlaubt diese Verletzung ohne zusätzlichen Aufwand festzustellen und das Bein i , welches die Bedingung

verletzt, anhand desselben, bereits implementierten Algorithmus zu korrigieren (siehe Abbildung 3.2).

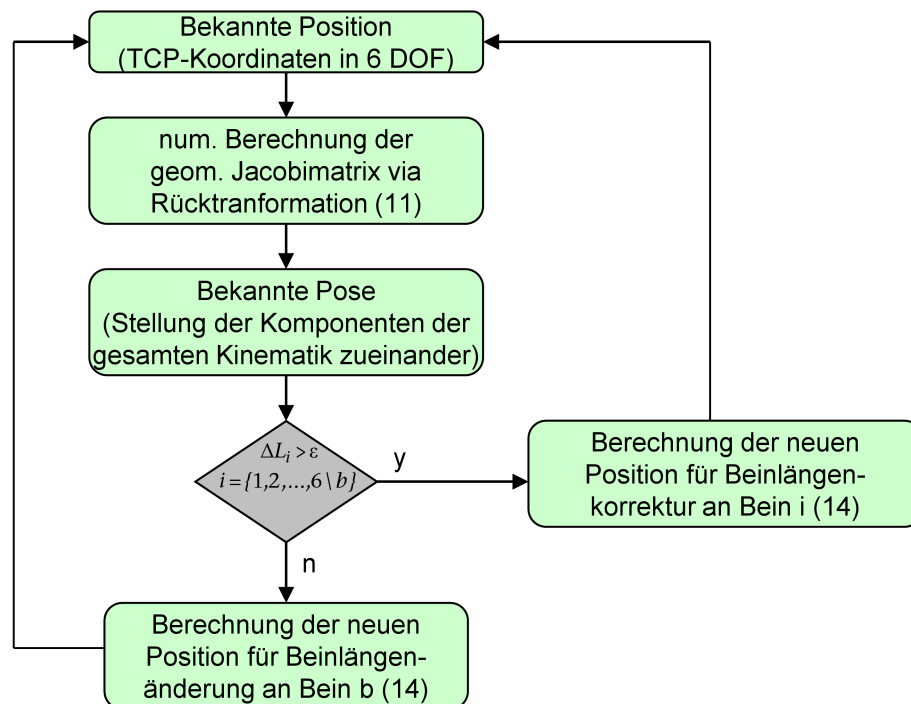


Abbildung 3.2: Flussdiagramm der Vorwärtstransformation

Nach Bestimmung der Auswirkung einzelner Beinlängenfehler auf den TCP kann somit auch eine Aussage über die Präzision der Positionierung in allen 6 Freiheitsgraden getroffen werden, mit welcher der TCP unter Berücksichtigung der Schrittweite der Antriebe betrieben werden kann.



3.3 Quaternionen

Quaternionen beschreiben die Ausführung und Verkettung von Rotationen im \mathbb{R}^3 . Aufgrund ihrer Gestalt ermöglichen sie Rotationen um beliebig im Raum orientierte Achsen mit gleichem Aufwand auszuführen wie die Rotationen um Hauptachsen. Diese Eigenschaft führt dazu, dass sie sehr gut für die Steuerung von 5- und 6-Achs-Maschinen eingesetzt werden können (siehe Kapitel 3.3.2).

3.3.1 Grundlagen

Quaternionen wurden von Sir William Rowan Hamilton 1843 eingeführt, um die Division von Vektoren des dreidimensionalen euklidischen Raums \mathbb{R}^3 zu ermöglichen [30]. Hamilton'sche Quaternionen stellen ein hyperkomplexes Zahlensystem, bestehend aus Realteil sowie drei imaginären Komponenten, im \mathbb{R}^4 dar. Eine Quaternion q ist durch die reellen Zahlen a, b, c, d sowie die Imaginärteile i, j, k eindeutig beschrieben [61], [5]:

$$q = a + bi + cj + dk \quad (15)$$

Die imaginären Einheiten der Quaternionen unterliegen folgenden Multiplikationsregeln:

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ ij &= k = -ji \\ jk &= i = -kj \\ ki &= j = -ik \end{aligned} \quad (16)$$

a wird als Skalarteil, $(b \ c \ d)^T$ als Vektor der Quaternion bezeichnet.

Normierung

Der Betrag einer Quaternion entspricht dem Betrag eines vierdimensionalen Vektors:

$$|q| = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} \quad (17)$$

Durch Normierung erhält man die Einheitsquaternion mit $|q_n| = 1$:

$$q_n = \frac{a}{|q|} + \frac{b}{|q|} \cdot i + \frac{c}{|q|} \cdot j + \frac{d}{|q|} \cdot k \quad (18)$$

Addition

Die Addition von Quaternionen geschieht komponentenweise und ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
 q_1 + q_2 &= (a_1 + b_1 i + c_1 j + d_1 k) + (a_2 + b_2 i + c_2 j + d_2 k) \\
 &= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i + (c_1 + c_2) j + (d_1 + d_2) k
 \end{aligned} \tag{19}$$

Das neutrale Element der Addition ist folglich die Quaternion $\mathbf{0} = 0 + 0i + 0j + 0k$.

Multiplikation

Die Multiplikation $q_1 q_2$ entspricht der linksseitigen Multiplikation von q_1 mit q_2 und ist wg. (16) nicht kommutativ:

$$\begin{aligned}
 q_1 q_2 &= (a_1 + b_1 i + c_1 j + d_1 k) \cdot (a_2 + b_2 i + c_2 j + d_2 k) \\
 &= a_1 a_2 + a_1 b_2 i + a_1 c_2 j + a_1 d_2 k \\
 &\quad + b_1 i a_2 + b_1 i b_2 i + b_1 i c_2 j + b_1 i d_2 k \\
 &\quad + c_1 j a_2 + c_1 j b_2 i + c_1 j c_2 j + c_1 j d_2 k \\
 &\quad + d_1 k a_2 + d_1 k b_2 i + d_1 k c_2 j + d_1 k d_2 k \\
 &= (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2) \\
 &\quad + (a_1 b_2 + b_1 a_2 + c_1 d_2 - d_1 c_2) i \\
 &\quad + (a_1 c_2 - b_1 d_2 + c_1 a_2 + d_1 b_2) j \\
 &\quad + (a_1 d_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2 + d_1 a_2) k
 \end{aligned} \tag{20}$$

Das neutrale Element der Multiplikation ist $\mathbf{1} = 1 + 0i + 0j + 0k$ und führt zu $\mathbf{1} q = q$.

Konjugation

Die Konjugation einer Quaternion ergibt sich durch Inversion der Vorzeichen der Imaginärteile zu:

$$\tilde{q} = a - bi - cj - dk \tag{21}$$

Somit gilt:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\tilde{q}} &= q \\
 \overline{q_1 q_2} &= \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 \\
 \overline{q_1 + q_2} &= \tilde{q}_1 + \tilde{q}_2
 \end{aligned} \tag{22}$$

Es gilt weiterhin:

$$q_n \tilde{q}_n = 1 \tag{23}$$

Reine Quaternion

Als reine Quaternion wird eine Quaternion mit dem Skalarteil $a = 0$ bezeichnet.



3.3.2 Rotationsabbildungen

Einfache Rotation

Besondere Bedeutung für Rotationsabbildungen im \mathbb{R}^3 hat die Rotationsoperation:

$$q_r \cdot q_v \cdot \tilde{q}_r \quad (24)$$

Ist die Quaternion q_r eine Einheitsquaternion und q_v eine reine Quaternion mit dem Vektor $v = (x \ y \ z)^T$, so bewirkt diese Operation die Abbildung des Vektors v auf v' . Eine Abbildungsmatrix, ähnlich der Euler'schen Gesamtrationsmatrix, welche diese Abbildung beschreibt, lässt sich durch Ausführung von $q_r \cdot q_v \cdot \tilde{q}_r$ (26) und anschließende Vereinfachung in die dreidimensionale Darstellung (27) erstellen:

$$q_v' = q_r \cdot q_v \cdot \tilde{q}_r = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ -b \\ -c \\ -d \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$q_v' = q_r \cdot q_v \cdot \tilde{q}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ ((a^2 + b^2 - c^2 - d^2)x + 2(bc - ad)y + 2(bd - ac)z) \\ (2(ad + bc)x + (a^2 - b^2 + c^2 - d^2)y + 2(cd - ab)z) \\ (2(bd - ac)x + 2(ab + cd)y + (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)z) \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$v' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2(dc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(ad + bc) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(ab + cd) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (27)$$

Die Abbildung von v auf v' entspricht hierbei einer Rotation mit dem Winkel α um die normierte Achse $r = (x_r \ y_r \ z_r)^T$, welche anhand folgender Darstellung der Rotationsquaternion deutlich wird:

$$q_r = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + x_r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)i + y_r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)j + z_r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)k \quad (28)$$

Erstellung von Rotationsquaternionen

Entsprechend (28) können Rotationsquaternionen für Rotationen um beliebige Achsen $r = (x_r \ y_r \ z_r)^T$ gezielt erzeugt werden. Die Rotationsquaternion $q_r = i$ ($= 0 + 1 \cdot i + 0 \cdot j + 0 \cdot k$) stellt dabei aufgrund der Bedingung $|q_r| = 1$ die Quaternion für die größtmögliche Rotation um die x-Achse ($r = (1 \ 0 \ 0)^T$) dar. Der Rotationswinkel ergibt sich in diesem Fall aus (28) zu $\alpha = 180^\circ$. Rotationen bis zu 360° werden durch Umkehrung der Richtung von r möglich.

Verkettung mehrerer Rotationen

Die Hintereinanderausführung mehrerer, durch Rotationsquaternionen beschriebener Rotationen q_1, q_2, \dots, q_n kann durch Multiplikation dieser gemäß Kapitel 3.3.1 durch eine Gesamtrrotationsquaternion $q_G = q_n \cdot \dots \cdot q_2 \cdot q_1$ ausgedrückt werden. Hierbei ist aufgrund der nicht gegebenen Kommutativität die Reihenfolge zu beachten: Jede neue Rotationsquaternion wird durch linksseitige Multiplikation an die bestehende Rotationsquaternion angefügt.

Vergleich zu Euler'schen Rotationsmatrizen

Während die Rotation im kartesischen Koordinatensystem anhand der Euler'schen Rotationsmatrizen für die Winkel α, β, γ um die kartesischen Achsen zunächst intuitiver erscheint, können auch Rotationsquaternionen erheblich zur Vereinfachung der Darstellung und Berechnung von Rotationen beitragen. Ein Beispiel hierfür ist die CNC-Bahninterpolation für 5- und 6-Achs-Maschinen (siehe Kap. 4.3.2). Soll ein bestimmter Anstellwinkel des Werkzeugs zum Werkstück relativ zur Bewegungsrichtung gehalten werden, so ist für jeden Interpolationsschritt ein neuer absoluter Anstellwinkel des Werkzeugs zu ermitteln.

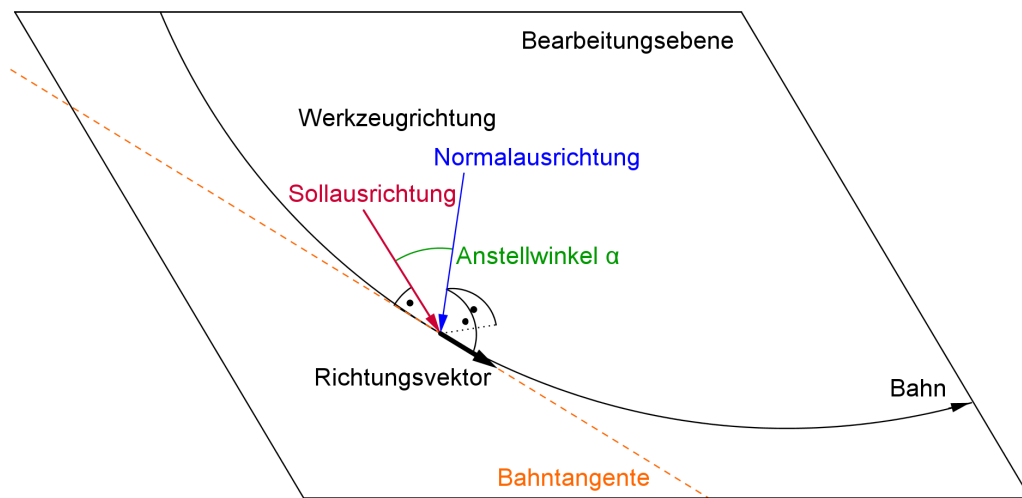


Abbildung 3.3: Anstellwinkel auf Werkstück relativ zur Bahnrichtung

Den geforderten Anstellwinkel des Werkzeugs unter Berücksichtigung der Rotationsreihenfolge auf kartesische Winkel abzubilden ist sehr komplex. Zwei aufeinanderfolgende Bahnpunkte bilden hingegen einen Vektor tangential zur Bewegungsrichtung. Dieser liefert, ergänzt um einen Anstellwinkel, bereits alle Informationen für die Bildung einer Rotationsquaternion, welche ausgehend von der Normalausrichtung (senkrecht zum Werkstück) auf die Sollausrichtung führt.



4 Steuerungsentwicklung

Die Entwicklung von Steuerungen für die verschiedenen Hexapod-Kinematiken, welche im Rahmen des AiF-ZIM-Projektes entstanden, ermöglicht diese individuell auszulegen und somit uneingeschränkt zu Forschungszwecken zu nutzen. Die Entwicklung der Steuerungssoftware „Hexapod Control Center“ bietet neben der CNC-Steuerung von Hexapoden nahezu beliebiger Geometrie auch vielfältige Simulationsmöglichkeiten bezüglich Arbeitsraum, Fehlerauswirkungen und Kalibrierung.

Die Steuerhardware stellt, basierend auf der Integration der Stromregelungen sämtlicher Antriebe auf einem Spartan3 FPGA, eine kostengünstige und qualitativ hochwertige Alternative zu verfügbaren Mikroschrittsteuerungen dar. Darüber hinaus ist sie vollkommen transparent bezüglich ihrer Funktionsweise und flexibel an die Anforderungen anpassbar.

4.1 Steuer- und Simulationssoftware

Die mittels VisualStudio in der Programmiersprache C# [27] erstellte Steuerungssoftware ermöglicht die Ansteuerung von Hexapoden über CNC-Befehle. Eine grafische Darstellung des Hexapoden in 3D dient zur Kontrolle simulierter Bewegungsabläufe vor deren realer Ausführung. Basierend auf dem diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation und auf der analytischen Rücktransformation, erlaubt die Software darüber hinaus auch vielfältige Simulationen bezüglich Kräfteverteilungen, Arbeitsraumanalysen, Arbeitsraumoptimierung, Kalibrierung etc. und bildet somit ein wichtiges Werkzeug für diese Arbeit. Hierbei sind sämtliche Geometrieparameter allgemein gehalten, was die Betrachtung von Hexapoden beliebiger Proportionen erlaubt. Abbildung 4.1 zeigt die Bedienoberfläche mit CNC-Eingabefenster, grafischer Darstellung und aktuellen Beinlängen links, Dialogen zur Kräfteverteilungssimulation in der Mitte sowie weiteren Simulationsmöglichkeiten rechts (in der Abbildung ist die Arbeitsraumoptimierung ausgewählt).

4.2 Steuerungshardware

Die Steuerung eines Hexapoden stellt hohe Anforderungen an die Synchronität der Ansteuerung der einzelnen 6 Antriebe, um neben der endgültigen Positionier-



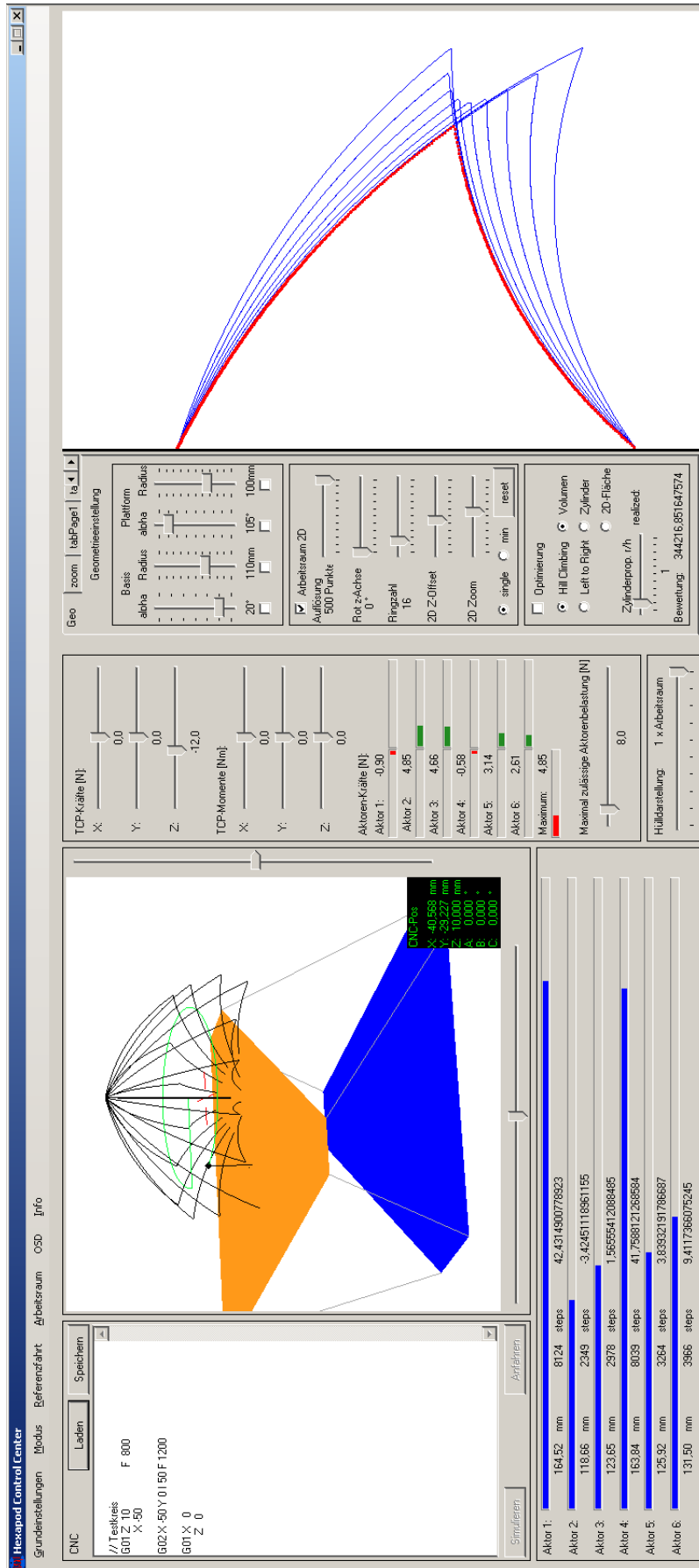


Abbildung 4.1: Steuersoftware „Hexapod Control Center“

genauigkeit auch eine möglichst hohe Bahngenaugigkeit über die gesamte Bewegung realisieren zu können. Der Einsatz eines einzigen FPGAs bietet hier aufgrund hoher möglicher Taktfrequenzen, sehr vieler General Purpose I/O (Input/Output)-Pins sowie der Möglichkeit echter Parallelverarbeitung enorme Vorteile gegenüber der Verwendung von 6 einzelnen jeweils mikrocontrollerbasierten Motorsteuerungen. Die Entwicklung eines FPGA-Basisboards für das IPP [8] ermöglicht neben der gesamten Hexapodansteuerung die sinusförmige Regelung aller Spulenströme, den sogenannten Mikroschrittbetrieb, sowie die Auswertung optionaler Encoder zur Positionsregelung auf einem Chip zu realisieren.

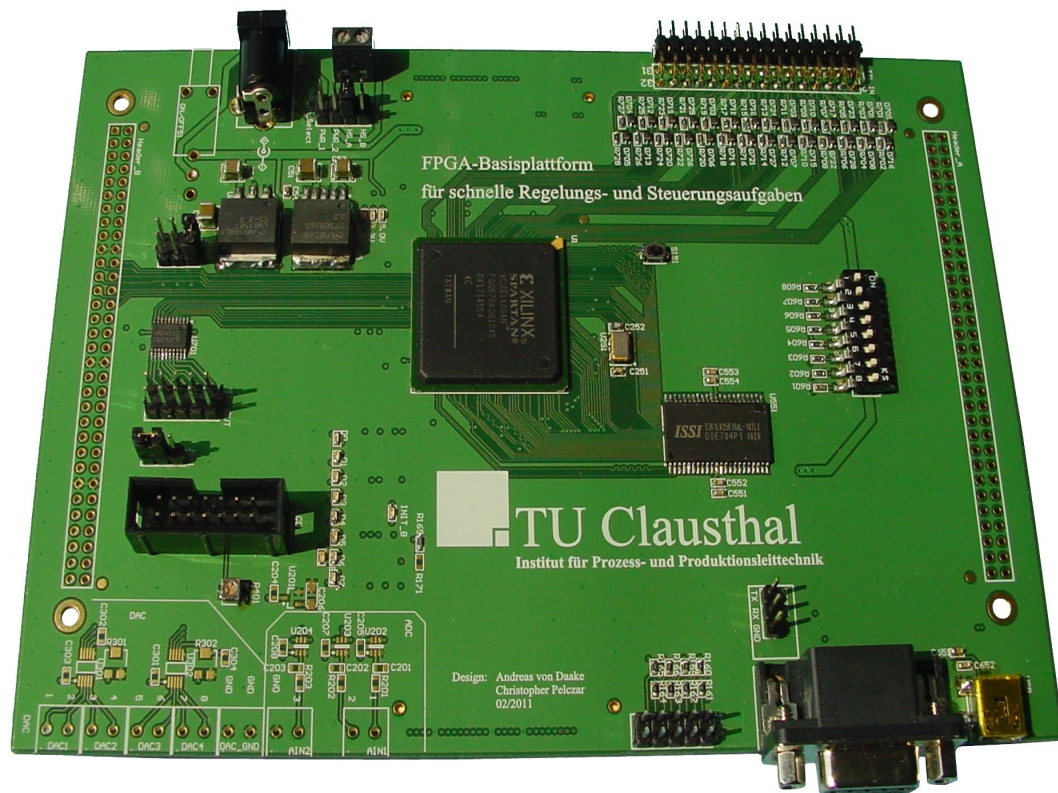


Abbildung 4.2: Am IPP entwickeltes FPGA-Basisboard

Abbildung 4.3 zeigt eine strukturelle Übersicht über die für dieses Projekt entwickelte Steuerung. Die inneren Blöcke stellen hierbei jeweils die oberste Ebene der in VHDL (Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language) beschriebenen Module dar. Das Toplevel-Dokument der in Altium Designer entwickelten FPGA-Konfiguration findet sich in Anhang A.



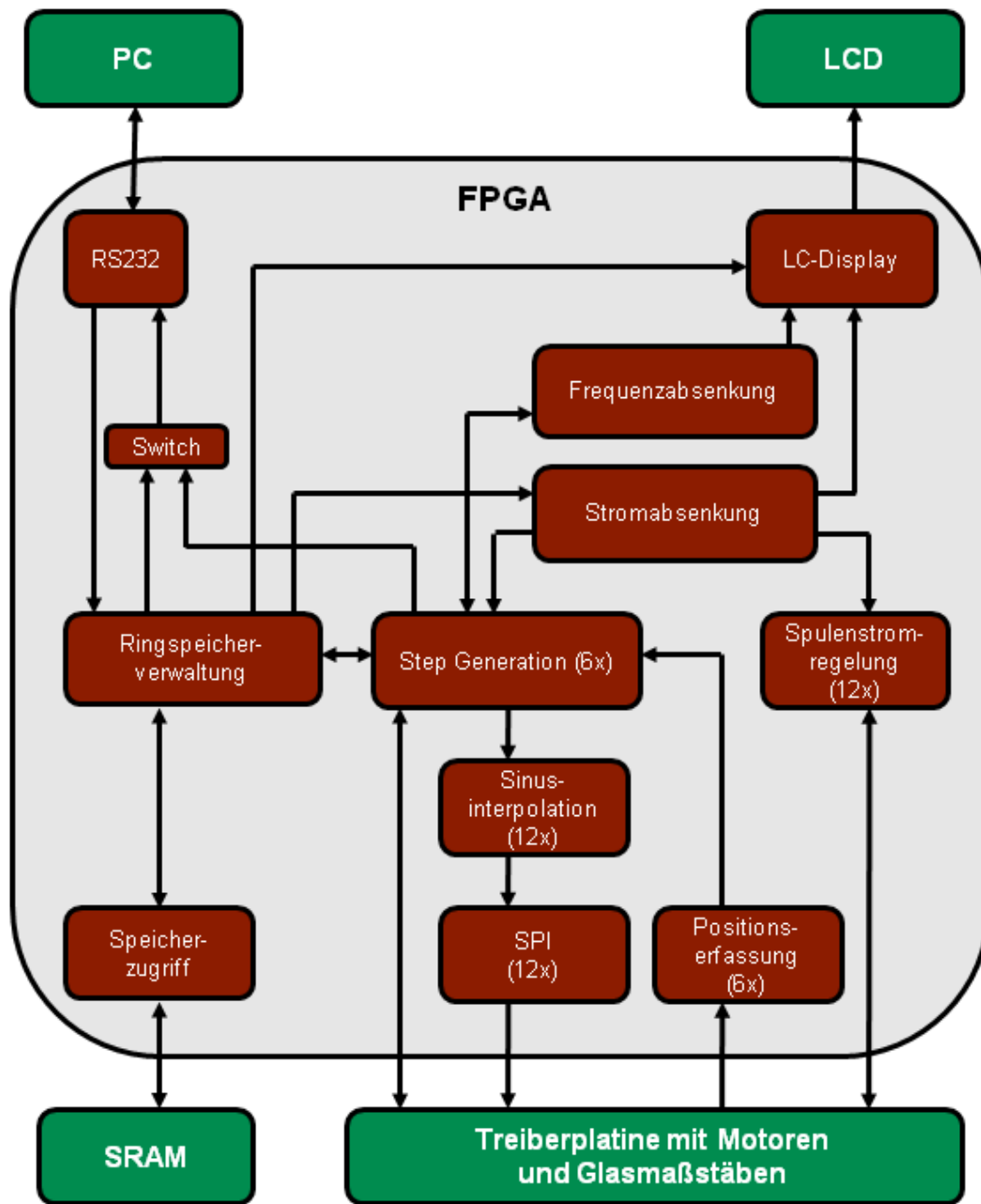


Abbildung 4.3: Strukturübersicht der Hexapodsteuerung

4.2.1 FPGA-Konfiguration der Hexapodsteuerung

Die Konfigurationsdatei des FPGAs wird mit VHDL ([41], [51]) in Altium Designer entwickelt und in dessen internem ISF (In-System Flash) geladen. Basierend auf diesen Daten wird der FPGA bei jedem Einschalten automatisch konfiguriert, um die Hexapodsteuerung alleinstehend betreiben zu können. Mittels RS232-Schnittstelle kommunizieren PC und Hexapodsteuerung: Sollwerte und Frequenzanpassungsfaktoren (siehe Kap. 4.4) werden zur Steuerung übertragen und dort zunächst von der Ringspeicherverwaltung im SRAM (Static Random Access Memory) der Steuerung abgelegt. In Gegenrichtung werden von der Ringspei-

cherverwaltung Handshake- sowie, nach jeder Referenzfahrt ohne Glasmaßstäbe, Schrittfehlerinformationen aus dem Step Generation Block übertragen. Ein zwischengeschalteter Block (Switch) stellt den kollisionsfreien Zugriff auf die serielle Datenleitung sicher. Liegen im Ringspeicher abzuarbeitende Positionsdaten vor, werden diese der Schrittgenerierung (eine je Motor) zur Verfügung gestellt. Diese stellt Frequenzteiler zur Frequenzabsenkung ein und fragt, mit der jeweils benötigten Frequenz, weitere Datensätze von der Ringspeicherverwaltung ab. Von hier werden die Stromrichtungen der einzelnen Spulen vorgegeben und Interruptsignale der Bein-Endschalter registriert. Anhand der Sinusinterpolation werden Stromsollwertvorgaben für die Mikroschrittregelungen aller 12 Spulen (2 je Motor) erzeugt und mittels paralleler SPI-Datenleitungen an DACs (Digital to Analog Converter) der Stromregelung übermittelt. Die Stromregelung erfolgt, ebenfalls vollständig parallel, mit einer Abtastzeit von 10 MHz je Spule. Eine Stromabsenkung reduziert den Spulenstrom im Stillstand.

4.2.2 Motoransteuerung

Als Motortreiber kommen dual-fullbridge driver (Typ L289) zum Einsatz. Ihre Steuersignale erhalten sie direkt vom FPGA. Dieser erzeugt sie aus dem Vergleich von Ist- und Sollstrom (COMP-Signal) anhand der in Abbildung 4.4 schematisch dargestellten OPV (Operationsverstärker)-Schaltung. Hierbei findet zunächst eine Entkopplung und Verstärkung der Spannung statt, welche an einem Messwiderstand entsteht und den Spulenstrom repräsentiert. Im zweiten Schritt findet ein Vergleich mit dem Sollwert statt. In Anhang B finden sich detaillierte Schaltpläne. Eine ausführliche Erläuterung von OPV-Grundsaltungen findet sich in [40].

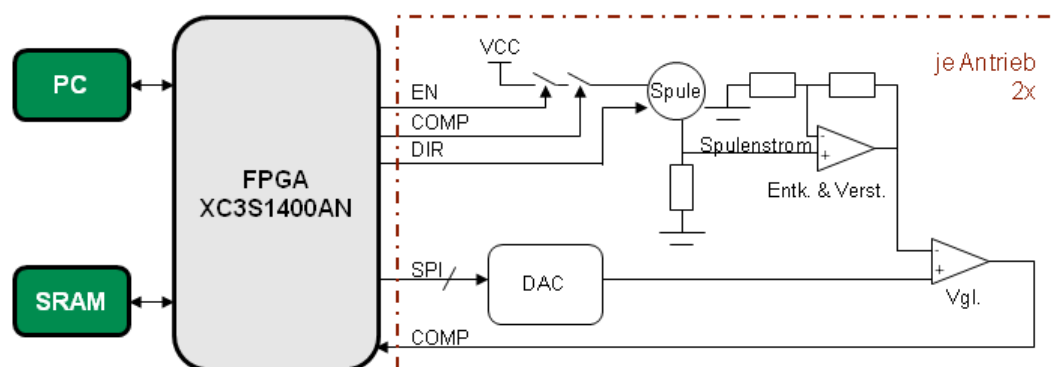


Abbildung 4.4: Motoransteuerung und Stromregelung

Die erreichbare Positioniergenauigkeit ist mit der einer gekauften, mikrocontrollerbasierten Mikroschrittsteuerung des Motorherstellers vergleichbar (siehe Abbildung 4.6 bzw. 4.7). Aufgenommene Messprotokolle belegen sogar eine kleinere 2σ -Umgebung.



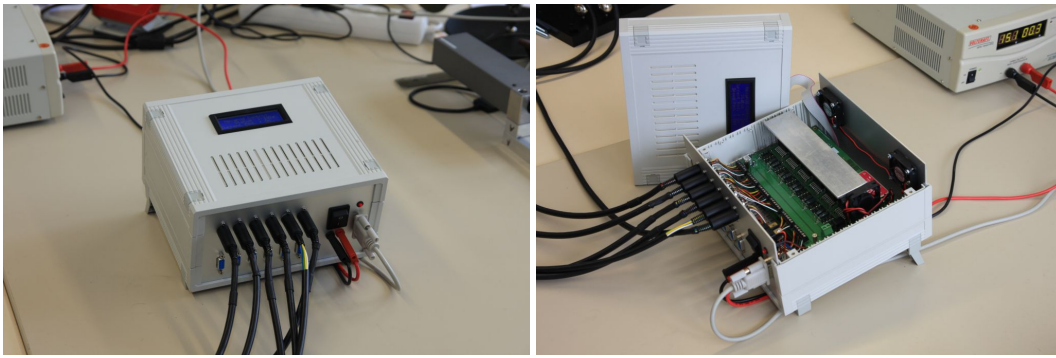


Abbildung 4.5: Am IPP entwickelte Steuerungshardware für Hexapoden

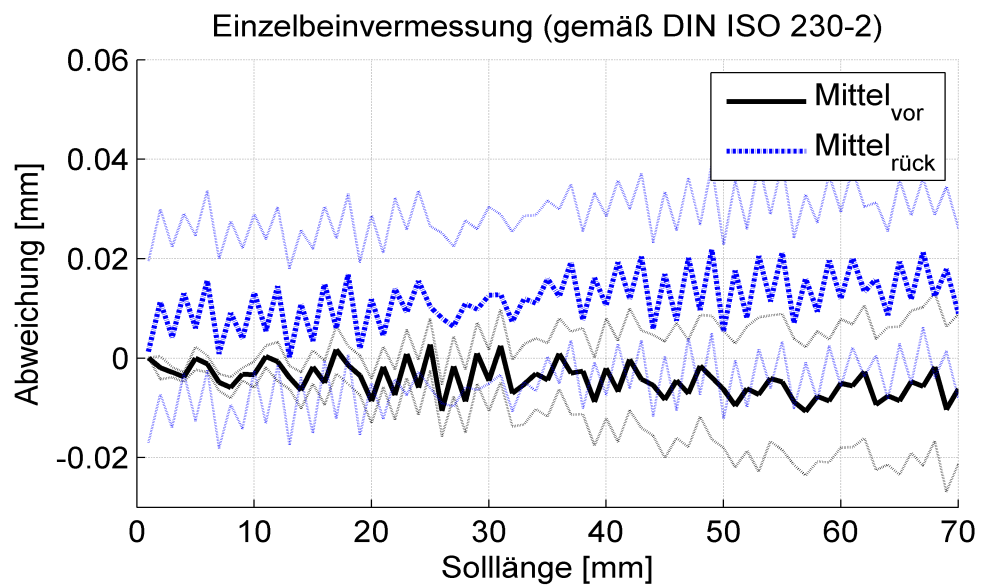


Abbildung 4.6: Messprotokoll bei Betrieb an zugekaufter Steuerung DM442C

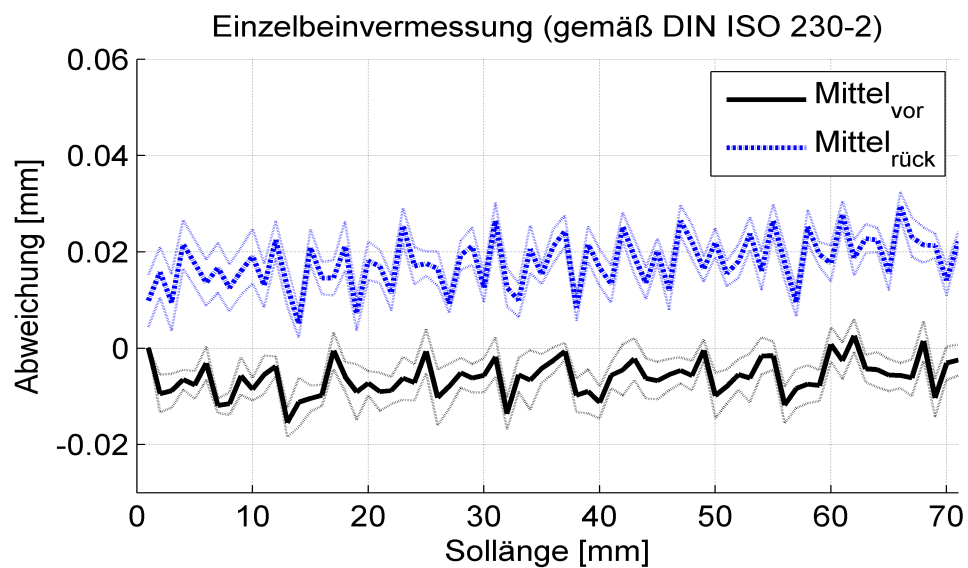


Abbildung 4.7: Messprotokoll bei Betrieb an neu entwickelter Steuerung

Um bei Lastwechseln auftretende nicht vermeidbare Schrittfehler nachsteuern zu können, werden zusätzliche Glasmaßstäbe an den Beinen angebracht (siehe Abbildung 4.8). Die Maßstäbe der Firma Sino liefern TTL-Signale, welche nach Pegel Anpassung ebenfalls vom FPGA eingelesen und verarbeitet werden können. Die Signalauswertung während der Referenzfahrt erlaubt zu erkennen, ob Messsysteme angeschlossen sind oder nicht und macht softwareseitige Einstellungen diesbezüglich unnötig.

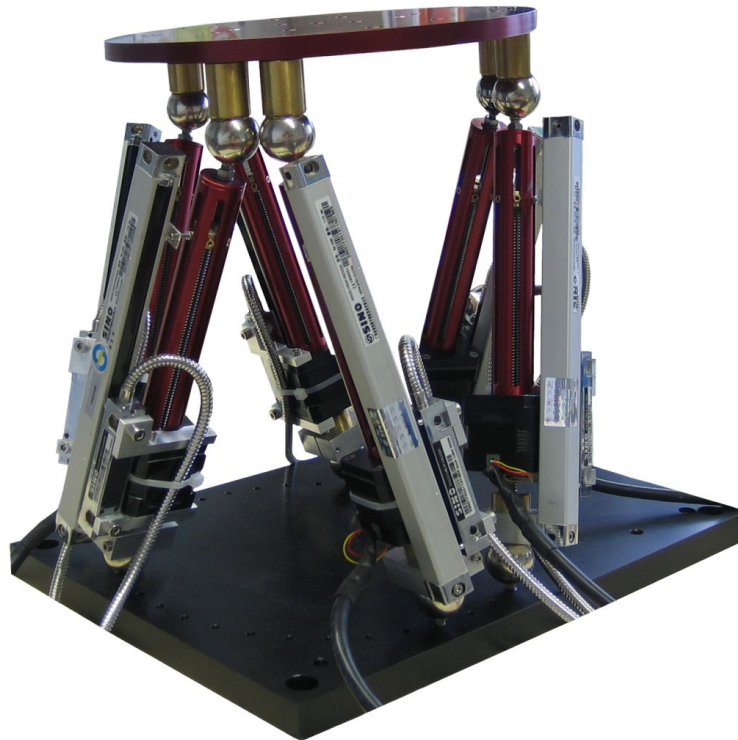


Abbildung 4.8: Mit Glasmaßstäben ausgestattete Positioniereinheit

4.3 Numerische Steuerung

Die Ansteuerung von Hexapoden geschieht grundsätzlich über die Ausführung der Rücktransformation (siehe Kap. 3.1), welche Sollwerte für Beinlängen zu jeder gegebenen TCP-Position liefert. Eine Parallelkinematik mit 6 Freiheitsgraden lässt, bedingt durch die gegebenen Möglichkeiten, eine Vielzahl an Wünschen bezüglich der Steuerungsfunktionalitäten aufkommen. Hierbei sind teilweise selbst von namhaften Maschinenherstellern unzureichend gelöste Probleme zu behandeln (siehe Kap. 4.3.1). Um eine Steuerung auf jede beliebige Hexapodgeometrie anwenden zu können, ist zudem ein großer Satz an Parametern allgemein zu halten und dem Benutzer zugänglich zu machen. Vor allem aber ist ein anwendungsabhängiger CNC-Funktionsumfang zu entwerfen und zu implementieren, wobei zunächst die Anforderungen des Industriepartners Böhm berücksichtigt wurden.



In Abbildung 4.9 ist die Informationsverarbeitung der entwickelten Steuerung von der Dateneingabe in der Bediensoftware bis hin zur Hexapodpositionierung schematisch dargestellt. In der Steuerungssoftware (siehe Kap. 4.1) werden aus NC-Datensätzen (direkt programmiert, oder aus einer NC-Datei eingelesen) Grobinterpolationspunkte generiert, welche die Bahnen zwischen den vom NC-Programm vorgegebenen Stützpunkten beschreiben. Diese Interpretationsaufgabe wird als NC-Interpreter bezeichnet. Anhand der Rücktransformation werden die Grobinterpolationspunkte anschließend in Gelenkkoordinaten transformiert, im Fall der Positioniereinheit also in Schrittvorgaben für die Hybridschrittmotoren der sechs Beine. Diese werden im Step-File gespeichert und auf den Ringpuffer des FPGA der Hexapodsteuerung übertragen. Im FPGA selber findet die Feininterpolation, die Auflösung der einzelnen Schritte in Mikroschritte statt, welche schließlich den Sollwert für die Stromregelung jedes Motors liefert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in Abbildung 4.9 beispielhaft nur zwei der sechs zu berücksichtigenden Freiheitsgrade dargestellt.

4.3.1 Problematik der gekippten Bearbeitungsebene

Die volle Ausnutzung des Potentials von 5- und 6-Achs-Maschinen ist aufgrund der damit verbundenen Komplexität nur mit Hilfe der Definition von Bearbeitungsebenen bzw. -koordinatensystemen effizient und intuitiv bzw. benutzerfreundlich möglich. Diese Transformation führt jedoch je nach Umsetzung zu möglichen Inkonsistenzen: Wird die Bearbeitungsebene um eine Achse durch den TCP rotiert und dieser anschließend (nicht auf dieser Achse) verfahren, führt die Rückrotation um die gleiche Achse dazu, dass sich der TCP nicht mehr an den Sollkoordinaten befindet (siehe Abbildung 4.10 links). Ein kollisionsfreies Nachführen ist erforderlich. Bei der PLANE-Funktion des Steuerungsherstellers *Heidenhain* z. B. wird der Benutzer gezwungen, eine von drei Optionen zum Einschwenken zu wählen und hierbei die Randbedingungen eigenverantwortlich zu berücksichtigen [33]. Würde diese Problematik vermieden, indem die Bearbeitungsebene ausschließlich um den aktuellen TCP rotiert wird, käme es zu Inkonsistenzen derart, dass dieselbe Position im Werkstückkoordinatensystem verschiedene Koordinaten im Bearbeitungskoordinatensystem besitzen kann (siehe Abbildung 4.10 rechts). Die sicherste Methode, welche den Anforderungen gerecht wird, besteht im Fall der entwickelten Steuerung darin, Rück- bzw. Neurotationen der Bearbeitungsebene nur zuzulassen, wenn sich der TCP (wieder) auf der ursprünglichen Rotationsachse befindet.

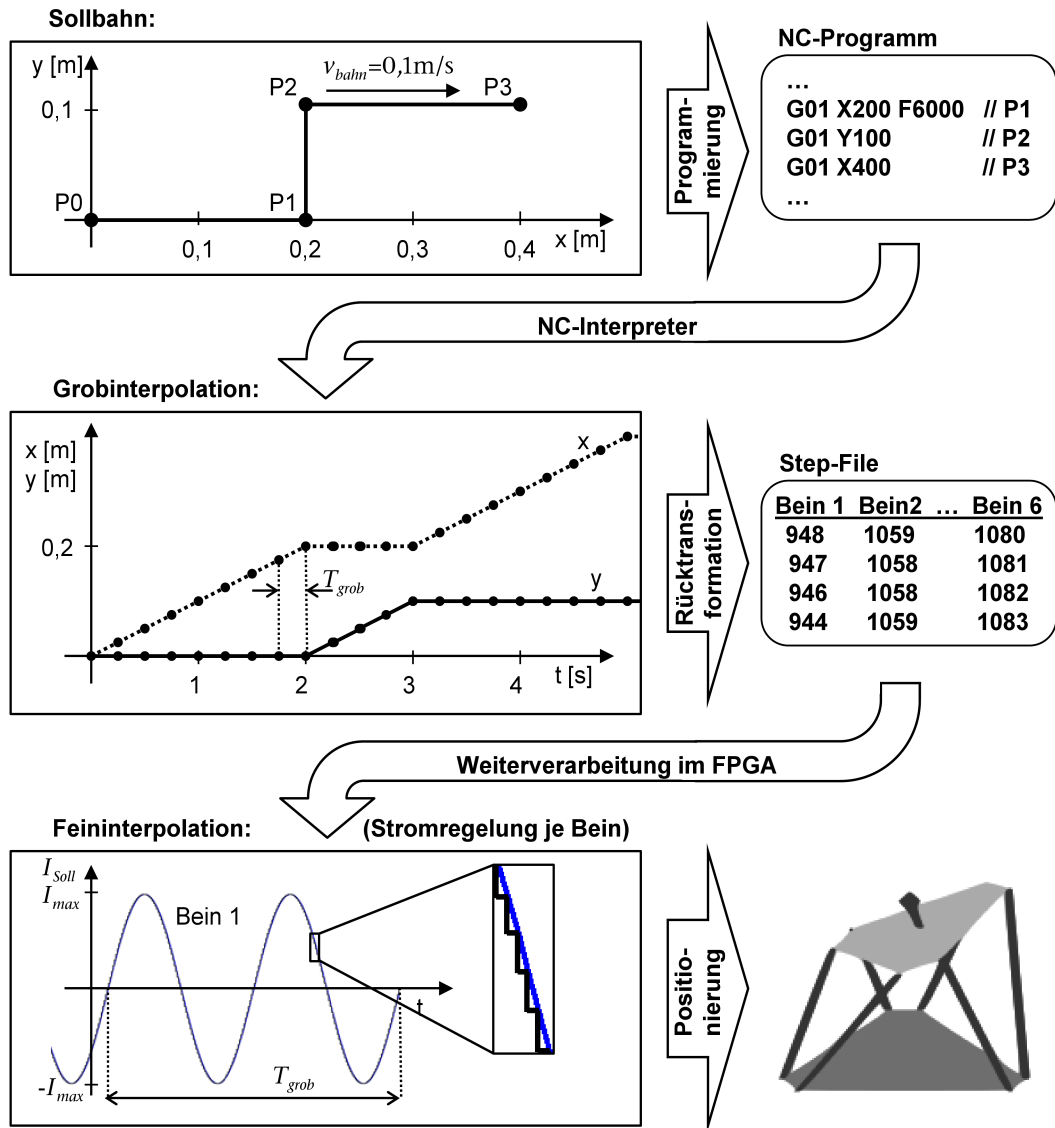


Abbildung 4.9: NC-Datenverarbeitung der am IPP entwickelten Hexapodsteuerung

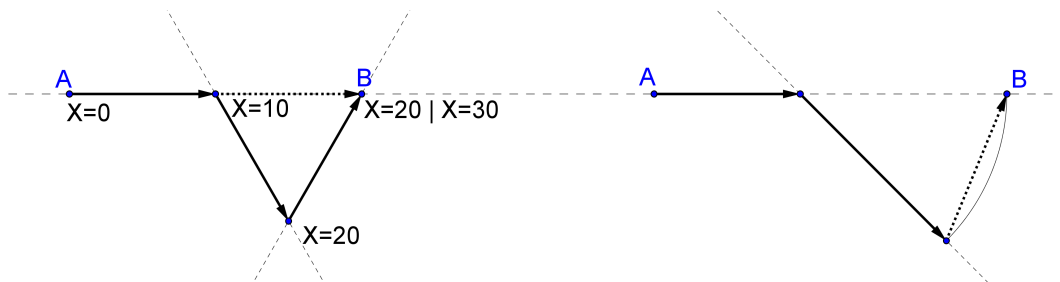


Abbildung 4.10: Rotationsmöglichkeiten der Bearbeitungsebene



4.3.2 Realisierte CNC-Funktionalitäten

In der Steuerung realisierte CNC-Funktionalitäten wurden weitgehend an DIN 66025 [19] angelehnt und ermöglichen Linear- sowie Kreisinterpolation, die Rotation der Bearbeitungsebene, Vorschubwahl, die Vorgabe von Wartezeiten und die Speicherung von Fehlereinflussdaten, welche für die automatisierte Wahl der Kalibrierposen genutzt werden (siehe Kap. 8.2.3). Darüber hinaus sind absolute und relative Anstellwinkel möglich. Zweitere werden anhand von Rotationsquaternionen berechnet (siehe Kap. 3.3). Eine CNC-Befehlsübersicht findet sich in Anhang C.

4.4 Beschleunigungsanpassung

CNC-Fahrbefehle berücksichtigen nicht, dass jeder Aktor in seiner Beschleunigung begrenzt ist. Daher ist es notwendig, bei Bedarf die Gesamtgeschwindigkeit der Maschine, anhand der aus dem CNC-Programm berechneten Beschleunigungen gegenüber der vom Benutzer gewünschten Vorschubgeschwindigkeit zu reduzieren. Eine Verringerung der Gesamtgeschwindigkeit, abhängig von dem jeweils limitierenden Antrieb, führt zu einer Verlangsamung der Bahnbewegung, behält jedoch die Verhältnisse der Antriebspositionen zueinander und somit die Bewegung entlang der Sollbahn bei. Die Realisierung einer Beschleunigungsbegrenzung ist aufgrund des Einsatzes der Hexapodsteuerung zu Forschungszwecken bezüglich der Kalibrierung sehr wichtig. Hierzu ist das Anfahren von Messposen am Rand des Arbeitsraumes notwendig. Bedingt durch die Konstruktion muss die Kinematik hierbei ohne Glasmaßstäbe betrieben werden, da diese beim Anfahren der Messposen zu Kollisionen führen würden. Nur durch eine sinnvolle Begrenzung der an allen Beinen auftretenden Beschleunigungen kann auch in diesem Zustand die Zahl der auftretenden Schrittfehler sehr gering gehalten und eine hohe Positionierpräzision erreicht werden.

4.4.1 Parametrisierung

Die maximale Beschleunigung wird im Steuerprogramm parametrisch festgelegt. Das aus dem CNC-Code generierte Step-File wird auf Verletzungen gegenüber dieser Vorgabe überprüft.

$$|a_i| \leq |a_{max}| \left[\frac{steps}{T_0^2} \right] \quad (29)$$

Ist die Differenz zwischen zwei aufeinander folgenden Sollwertdifferenzen $d_1 = Soll_{i-1} - Soll_{i-2}$ und $d_2 = Soll_i - Soll_{i-1}$ eines Antriebes im Step-File größer

a_{max} , so wird für diesen Antrieb ein Faktor f_{Div} zur Frequenzanpassung ermittelt, welcher genau die maximale Beschleunigung zulässt. Anschließend wird anhand der angepassten Frequenz f_i die neue Geschwindigkeit für den Bearbeitungsschritt i ermittelt, um für den Vergleich mit dem Folgesollwert $Soll_{i+1}$ zur Verfügung zu stehen. Aus den Faktoren aller Antriebe wird jeweils der größte berücksichtigt.

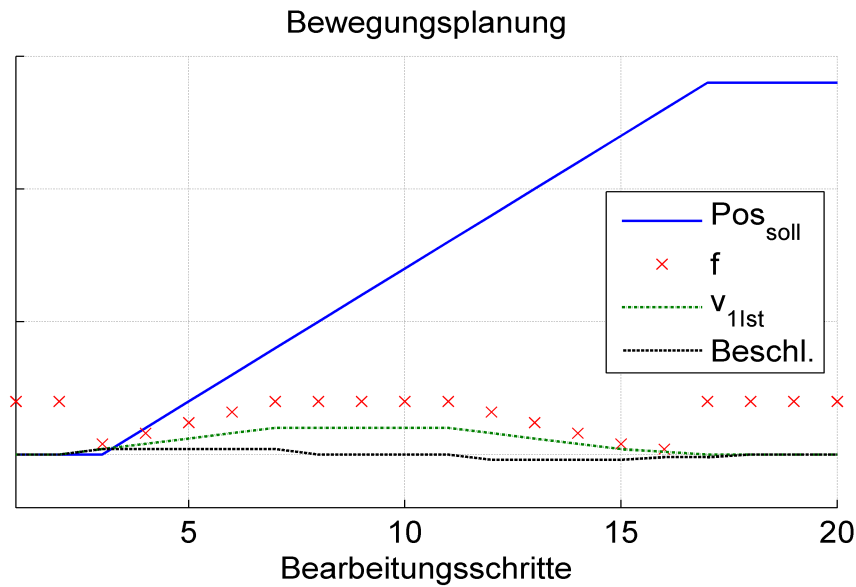


Abbildung 4.11: Bewegungsplanung - Schematisch

4.4.2 Fallunterscheidung

Die Beschleunigung jedes Schrittes berechnet sich abhängig von den Sollwertdifferenzen $d_{1,i} = Soll_{i-1} - Soll_{i-2}$, $d_{2,i} = Soll_i - Soll_{i-1}$ sowie der Frequenz f_{i-1} des vorhergehenden Schrittes.

Liegt kein Richtungswechsel vor, gilt:

$$a_i = d_{2,i} - d_{1,i} \cdot \frac{f_{i-1}}{f_0} \quad (30)$$

Im Fall eines Richtungswechsels gilt:

$$a_i = d_{2,i} \quad (31)$$



Zur Beschleunigungsanpassung sind folgende Fälle zu unterscheiden:

Fall	$d_{1,i}$	$d_{2,i}$	a_i	Beschreibung
1	≥ 0	≥ 0	> 0	Beschleunigung vorwärts
2	≥ 0	≥ 0	< 0	Verzögerung vorwärts
3	≤ 0	≤ 0	< 0	Beschleunigung rückwärts
4	≤ 0	≤ 0	> 0	Verzögerung rückwärts
5	> 0	< 0	$\neq 0$	Richtungswechsel vorwärts
6	< 0	> 0	$\neq 0$	Richtungswechsel rückwärts

Tabelle 1: Fallunterscheidung

4.4.3 Frequenzgenerierung

Die Frequenz wird im FPGA anhand eines Frequenzteilers gemäß (32) aus der Board-Clock (Taktung des FPGAs) erzeugt und beträgt, wenn keine Verletzungen der Beschleunigungsvorgaben vorliegen, $f_0 = 50\text{Hz}$ ($f_{Div} = 0$).

$$f = \frac{2000}{40 + f_{Div}} \text{ Hz} \quad (32)$$

Um maximal mögliche Vorschubgeschwindigkeiten mit moderater Beschleunigung anfahren zu können, ist eine Reduzierung der Frequenz auf bis zu 1Hz (entspricht $f_{Div} = 1960$) nötig. Dieser Faktor kann bei Darstellung von f_{Div} als Integer in einem 16-Bit-Integer gespeichert werden. Die Übertragung ist somit mit zwei zusätzlichen Bytes möglich.

4.4.4 Frequenzanpassung eines Antriebes

Beschleunigung

Überschreitet a_i die maximal zulässige Beschleunigung a_{max} , wird der Zeitschlitz für $Soll_i$ derart gedehnt, dass $a_i = a_{max}$ gilt. Dies geschieht entsprechend dem vorliegenden Fall (siehe Tabelle 1: Fallunterscheidung).

Fall 1:

$$T_i = T_0 \cdot \frac{d_{2,i}}{v_{i-1} + a_{max} \cdot T_0} \quad \text{mit} \quad v_{i-1} = d_{1,i} \cdot \frac{f_{i-1}}{f_0} \quad (33)$$

Fall 3:

$$T_i = T_0 \cdot \frac{d_{2,i}}{v_{i-1} - a_{max} \cdot T_0} \quad \text{mit} \quad v_{i-1} = d_{1,i} \cdot \frac{f_{i-1}}{f_0} \quad (34)$$

Mit (32) ergibt sich die Berechnungsvorschrift für $f_{Div,i}$:

$$f_{Div,i} = \frac{T_0}{s} \cdot \frac{2000 \cdot d_{2,i}}{v_{i-1} + a_{max} \cdot T_0} - 40 \quad \text{bzw.} \quad f_{Div,i} = \frac{T_0}{s} \cdot \frac{2000 \cdot d_{2,i}}{v_{i-1} - a_{max} \cdot T_0} - 40 \quad (35)$$

$$\text{mit} \quad v_{i-1} = d_{1,i} \cdot \frac{f_{i-1}}{f_0}$$

Aus dieser Frequenzänderung ergibt sich eine neue Geschwindigkeit v_i , welche im nächsten Schritt zu berücksichtigen ist. Für die Fälle 2 und 4 wird analog vorgegangen, das Step-File jedoch in umgekehrter Richtung und unter Berücksichtigung der bereits berechneten Frequenzteiler durchlaufen.

Richtungswechsel

Bei einem Richtungswechsel (Fälle 5 und 6) und gleichzeitiger Verletzung der maximalen Beschleunigungsvorgabe $|a_i| > |a_{max}|$, führt die Anwendung der in (35) beschriebenen Berechnungsvorschrift dazu, dass der Antrieb den Wendepunkt bereits in beide Richtungen mit vorgegebener Beschleunigung verlässt (bezogen auf Stillstand im Wendepunkt). Beim Durchfahren des Wendepunkts kommt es somit zu einer doppelt so hohen Beschleunigung wie im restlichen Bewegungsverlauf. Der Parameter a_{max} wird daher für diesen Fall halbiert und für die Geschwindigkeit des vorhergehenden Schrittes (v_{i-1}) der Stillstand im Wendepunkt angenommen. Die Zeitschlitzdehnung für Fall 5 bzw. 6 ergibt sich analog zu Formel (33) bzw. (34):

$$T_i = T_0 \cdot \frac{d_{2,i}}{\frac{-a_{max} \cdot T_0}{2}} \quad \text{bzw.} \quad T_i = T_0 \cdot \frac{d_{2,i}}{\frac{a_{max} \cdot T_0}{2}} \quad (36)$$

Mit (32) ergibt sich die Berechnungsvorschrift für $f_{Div,i}$:

$$f_{Div,i} = \frac{T_0 \cdot d_{2,i} \cdot 4000s}{a_{max} \cdot T_0} - 40 \quad \text{bzw.} \quad f_{Div,i} = \frac{T_0 \cdot d_{2,i} \cdot 4000s}{-a_{max} \cdot T_0} - 40 \quad (37)$$

Somit werden die Bedingungen für die Beschleunigungsbegrenzung über die gesamte Bahnbewegung eingehalten.



Algorithmus

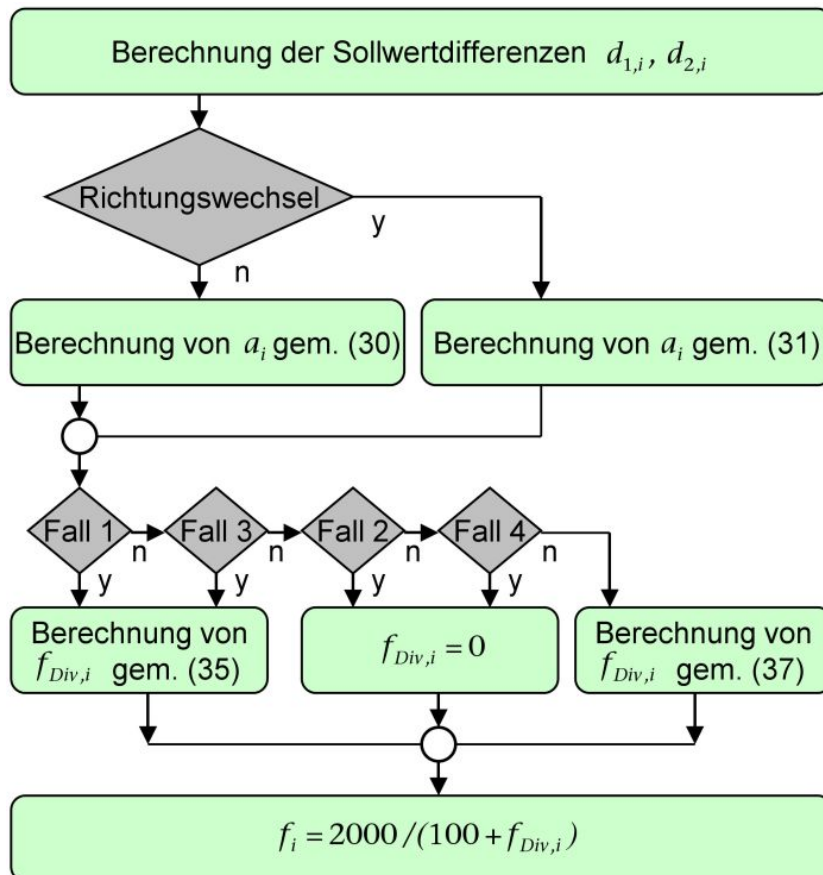


Abbildung 4.12: Algorithmus zur Beschleunigungsanpassung

Abbildung 4.12 zeigt ein Flussdiagramm zur Umsetzung des Algorithmus. Dieser wird mehrmals durchlaufen. Im ersten Durchlauf (Teil a) wird nach Bestimmung der Sollwertdifferenzen $d_{1,i}$ und $d_{2,i}$ abhängig davon, ob ein Richtungswechsel vorliegt a_i gemäß (30) bzw. (31) berechnet. Nach Bestimmung des Falls (entsprechend Tabelle 1: Fallunterscheidung) wird $f_{Div,i}$ berechnet: Für die Fälle 1 und 3 gemäß (35), für die Fälle 5 und 6 gemäß (37). Für die Fälle 2 und 4 wird zunächst $f_{Div,i} = 0$ gesetzt. Anschließend muss $f_i = 2000 / (100 + f_{Div,i})$ aufgrund der Rundung von $f_{Div,i}$ zu Integer neu berechnet werden.

Nach dem ersten Durchlauf (Teil a) des Algorithmus wird die Reihenfolge des Step-Files umgekehrt und ein weiterer Durchlauf (Teil b) ausgeführt. Hierdurch werden Fälle 1 und 3 bzw. 2 und 4 vertauscht. Der einzige Unterschied bei diesem Durchlauf besteht darin, dass nach der Berechnung von $f_{Div,i}$ jeweils das Maximum aus beiden Durchläufen $f_{Div,i} = \max(f_{Div1,i}, f_{Div2,i})$ bestimmt und zur Berechnung von f_i angewandt wird.

4.4.5 Gleichzeitige Frequenzanpassung mehrerer Antriebe

Werden die Forderungen der 6 Antriebe bezüglich der Frequenzanpassung derart überlagert, dass jeweils nur die geringste Frequenz zugelassen wird, können erneut Verletzungen der Beschleunigungsvorgabe entstehen. Verzögert z. B. ein Antrieb zulässig, aber nahe der Grenzvorgabe, während ein zweiter derart beschleunigt, dass die Frequenz abgesenkt werden muss (siehe Abbildung 4.13), kann dieses dazu führen, dass der erste zu stark verzögert.

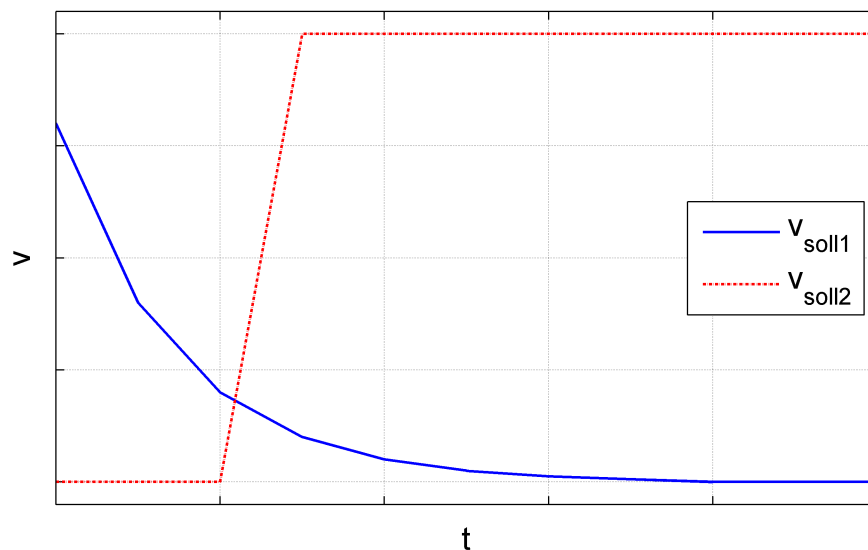


Abbildung 4.13: Fall 1: Zulässige Verzögerung (Änderung v_{soll1}) bei gleichzeitig unzulässiger Beschleunigung (Änderung v_{soll2})

Die Anwendung von Teil a des oben genannten Algorithmus behebt somit Beschleunigungsverletzungen des Typs 1 und 3, kann dadurch jedoch Verletzungen vom Typ 2 und 4 verursachen. Diese werden bei Anwendung von Teil b gemeinsam mit bereits vorher vorhandenen Verletzungen vom Typ 2 und 4 behoben. Auch hierbei können wiederum neue Verletzungen vom Typ 1 und 3 entstehen, jedoch nur aus den alten vom Typ 2 und 4. Die neuen sind bereits im Teil a in diese Richtung angeglichen. Daher ist ein dritter Durchlauf (Teil c) durch das Step-File in ursprünglicher Reihenfolge notwendig (entspricht Teil a), um die Beschleunigungsanpassung für alle Antriebe vollständig vorzunehmen.



4.4.6 Beispiel für zwei Antriebe

Die folgenden Zeitverläufe stellen die Beschleunigungsanpassung am Beispiel einer einfachen Steuerung für zwei Antriebe mit einer maximalen Frequenz von 20 Hz dar.

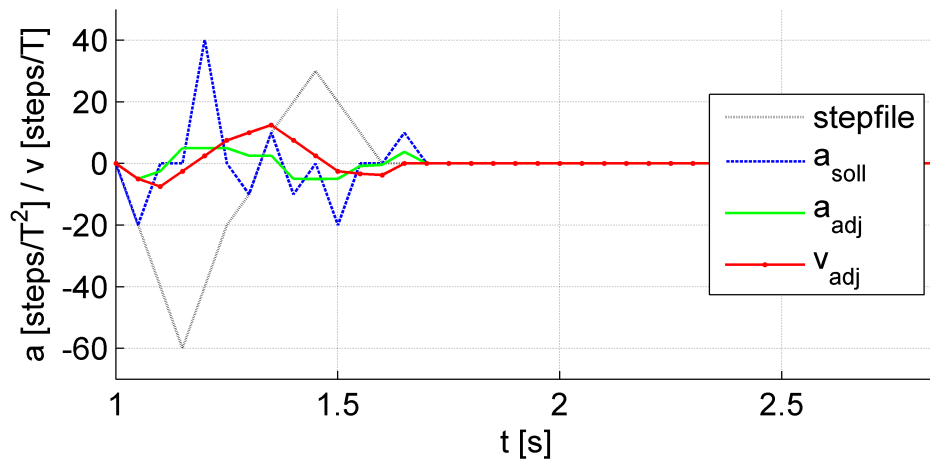


Abbildung 4.14: Antrieb I

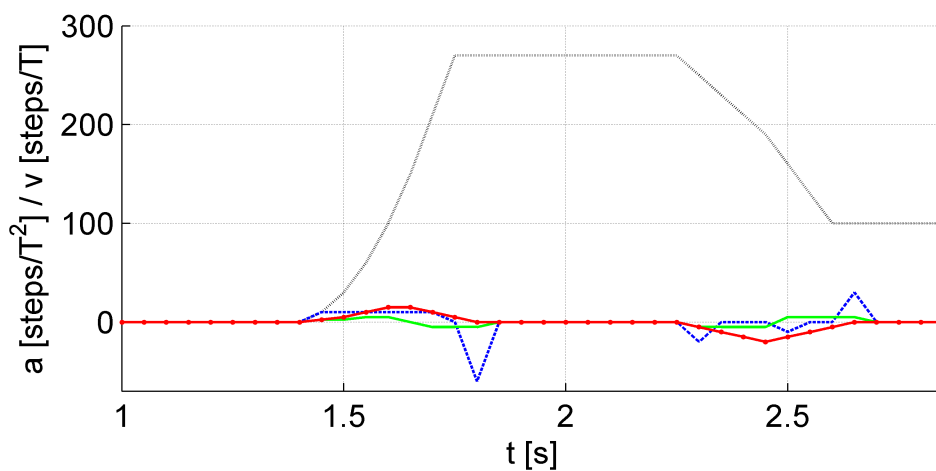


Abbildung 4.15: Antrieb II

Die Positionsvorgaben des in Abbildung 4.14 dargestellten Antriebs I führen zunächst zu hohen Soll-Beschleunigungen für diesen. Die angepasste Beschleunigung wird mittels Frequenzanpassung erreicht und erfüllt die Einhaltung eines vorgegebenen Beschleunigungsmaximums. Die Ausführung des Algorithmus zur Beschleunigungsbegrenzung führt darüber hinaus zu einem „vorausschauenden“ Verhalten: Rechtzeitig vor dem Richtungswechsel der Soll-Bewegung wird die Beschleunigung reduziert, und schließlich umgekehrt, so dass bei exakter Bahneinhaltung keine die Vorgaben verletzenden Beschleunigungen auftreten.

Die Soll-Beschleunigung des Antriebs II (siehe Abbildung 4.15) überschreitet ab $t=1,3\text{ s}$ ebenfalls das vorgegebene Maximum und wird durch eine entsprechende Frequenzabsenkung reduziert. Bei $t=1,3\text{ s}$ erreicht Antrieb I einen Wendepunkt, was eine Verzögerung und anschließende Beschleunigung in Gegenrichtung zur Folge hat. Die Verzögerung wird rechtzeitig eingeleitet, um den Wendepunkt exakt zu erreichen, jedoch keine unzulässig große Verzögerung, aufgrund der Frequenzabsenkung durch Antrieb II, zu verursachen.

Der in Abbildung 4.16 dargestellte Frequenzverlauf zeigt schließlich zwei weitere Absenkungen, bei der Beschleunigung des Antriebs II aus dem Stillstand sowie dessen Verzögerung zum Stillstand.

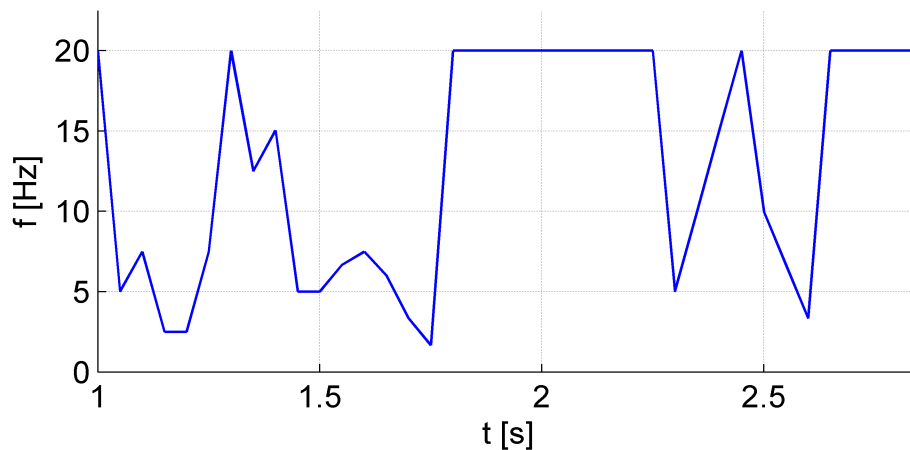


Abbildung 4.16: Angepasste Frequenz



5 Modellierung

Die zur Bewegungs- und Dynamiksimulation notwendigen Subsysteme der betrachteten Parallelkinematiken werden in diesem Abschnitt dargestellt. Hierzu werden zunächst Modelle für die Aktoren der Beine hergeleitet und validiert. Bei der Modellbildung wird eine mathematische Modellierung des mechatronischen Systems, in diesem Fall des Motors, durchgeführt [72]. Obgleich Schrittmotoren seit Jahrzehnten zu den Standardaktoren in der Automatisierungstechnik zählen, erschöpft sich die dazu verfügbare Literatur in statischen Auslegungs- und Berechnungsmodellen für diese Antriebe [65], [66]. Die in dieser Arbeit dargestellten Antriebsmodelle erreichen erstmals die bei DC- und EC-Servomotoren übliche Genauigkeit [72] und können mit vertretbarem Aufwand in ingenieurwissenschaftliche Simulationswerkzeuge (z. B. Matlab/Simulink) implementiert werden. Hierbei müssen alle relevanten Systemeigenschaften ausreichend genau berücksichtigt, aus Effizienzgründen gleichzeitig aber so einfach wie möglich gehalten werden.

5.1 Klauenpolschrittmotor im Vollschrittbetrieb

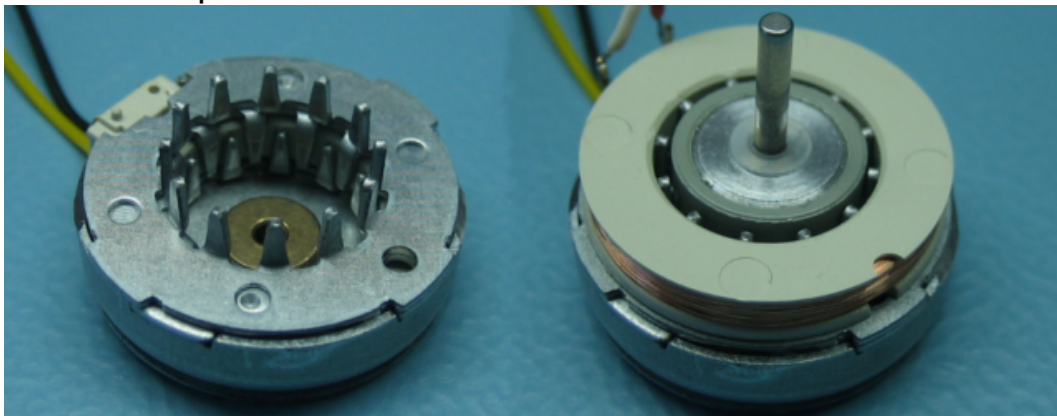


Abbildung 5.1: Klauenpolschrittmotor - geöffnet

Bei dem für die Schulhexapoden verwendeten Motor handelt es sich um einen bipolaren Klauenpolschrittmotor (auch heteropolarer Reluktanzmotor genannt [65]). Dieser zeichnet sich durch relativ geringe Herstellungskosten aus, da zwei Spulen, umgeben von zu Klauen gestanzten und gebogenen Blechen, das 24-polige Statorfeld generieren. Der Rotor ist als mehrpoliger, radial aufmagnetisierter Permanentmagnet ausgeführt. Im Vollschrittbetrieb, welcher in diesem Projekt



aufgrund des benötigten hohen Drehmomentes genutzt wird, wird eine Umdrehung folglich in 48 Schritte unterteilt.

5.1.1 Elektrische Ansteuerung

Vollschritte werden durch abwechselndes Invertieren der Spulenspannungen realisiert. Im Ruhezustand sind diese Spannungen aufgrund des gegebenen Selbsthaltemoments (Reluktanz) nicht nötig, um den Motor in Position zu halten. Sie werden daher abgeschaltet, um eine unnötige Erwärmung des Motors zu vermeiden.

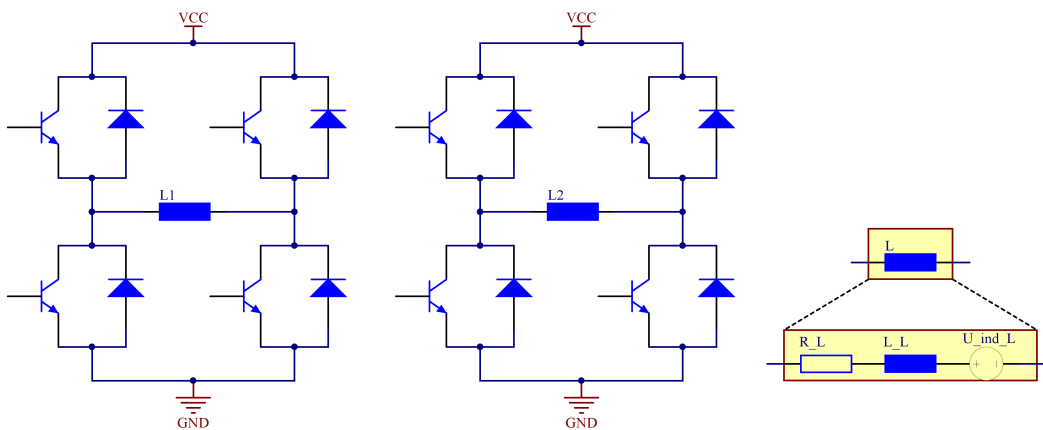


Abbildung 5.2: Doppelte H-Brücke (links) - ESB der Motorspule (rechts)

5.1.2 Positionierung und Momentenverlauf

Die Positionierung des Klauenpolstrittmotors geschieht entsprechend der Aufmagnetisierung der Klauen, welche je nach Stromrichtung variiert. Im Vollschrittbetrieb werden immer beide Spulen vom Strom durchflossen. Die magnetischen Südpole des Läufers richten sich somit immer mittig zwischen zwei „Nord-

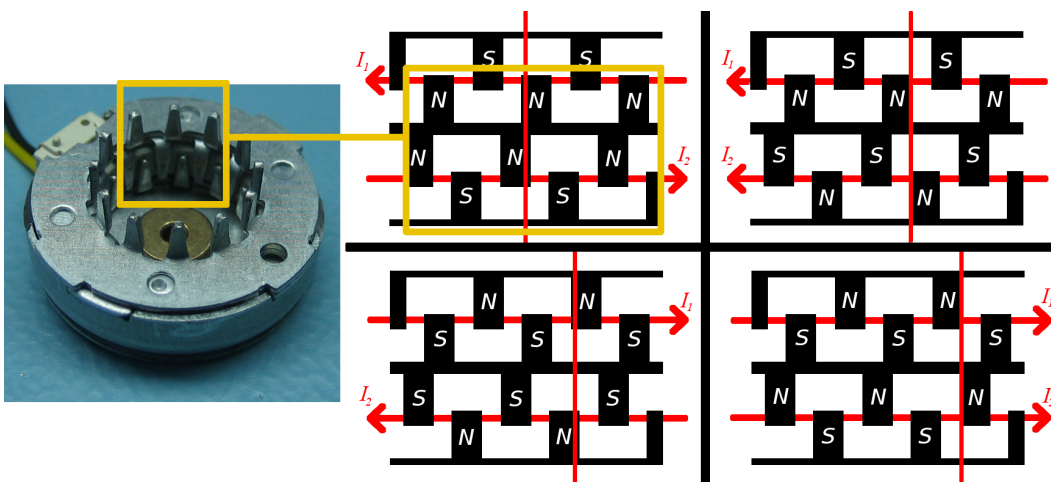


Abbildung 5.3: 4 Phasen der Motoransteuerung von links oben nach rechts unten

polklauen“ aus, wie in der Grafik durch den vertikalen Strich dargestellt. I_1 und I_2 stellen die Stromrichtungen der beiden Spulen dar.

Die für die Modellierung relevanten Momente resultieren zum einen aus den bestromten Statorwicklungen, zum anderen aus dem zusätzlich auftretenden Selbsthaltungemoment (Reluktanzmoment) des Motors, welches durch den Permanentmagneten des Rotors in Verbindung mit dem gezahnten Stator hervorgerufen wird. Diese Momente können gemäß [65] und [66] als Sinusfunktion über den Drehwinkel genähert werden. Der Momentenverlauf wiederholt sich über den Motorumfang 12 mal periodisch. Die Darstellung über $1/12$ des Motors ist somit vollständig und wird im Folgenden als Grundlage für die Modellierung verwendet (12 elektrische Umläufe entsprechen einem mechanischen Umlauf). Die Aufsummierung der Momente führt zu dem Momentensummenverlauf, welcher in Abbildung 5.4 für eine der vier Phasen über eine elektrische Umdrehung des Motorumfangs dargestellt ist.

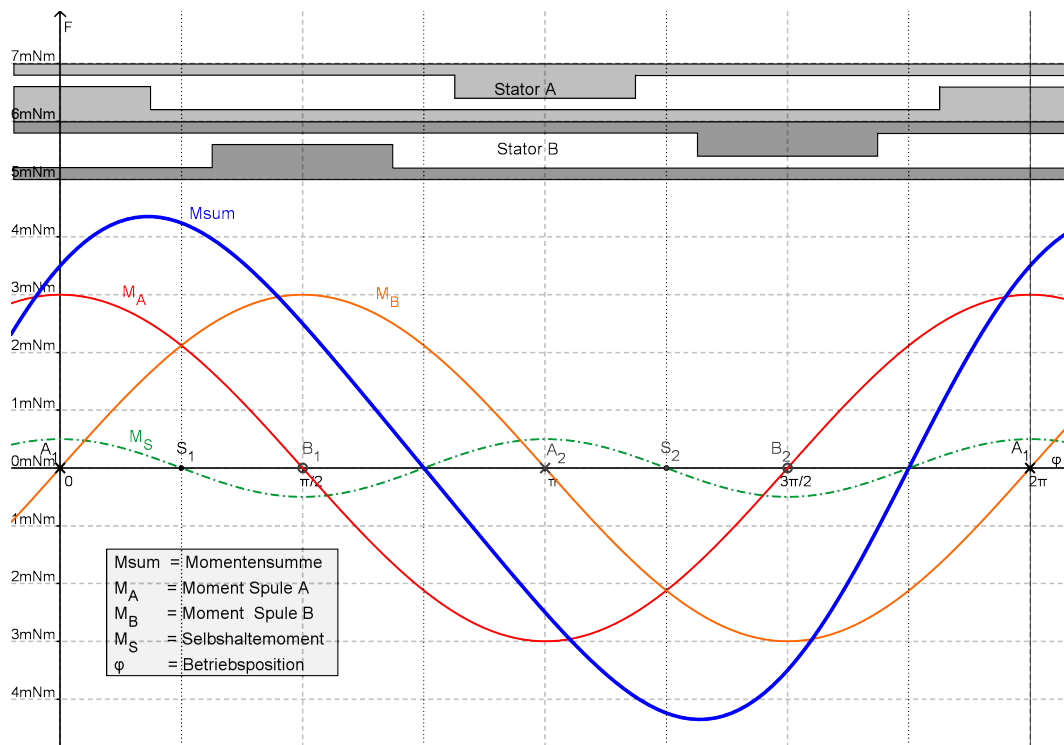


Abbildung 5.4: Momentenverlauf einer elektrischen Umdrehung am Klauenpolschrittmotor



5.1.3 Matlab/Simulink Modell des Klauenpolschrittmotors

Elektrisches Teilmodell:

Für jede Motorspule kann ein Ersatzschaltbild, bestehend aus Innenwiderstand R , Spuleninduktivität L und Induktionsspannung U_{ind} , erstellt werden (siehe Abbildung 5.2). Mit dem 2. Kirchhoffschen Gesetz folgt somit:

$$U = R \cdot I + L \frac{dI}{dt} + U_{ind} \quad (38)$$

Elektromechanische Kopplung:

Das auf den Läufer wirkende Drehmoment setzt sich additiv aus dem Selbsthalte-
moment M_S sowie den durch die Spulen A und B hervorgerufen Momenten M_A
und M_B zusammen:

$$M = M_A + M_B + M_S \quad (39)$$

Die einzelnen Momente ergeben sich gemäß Abbildung 5.4 wie im Folgenden
analytisch beschrieben. Spulenmoment und Spulenstrom sind dabei auf den Maxi-
malwert des jeweiligen Momentes (\hat{M}_A , \hat{M}_B , \hat{M}_S) bzw. des Stromes (\hat{I}_A , \hat{I}_B)
bezogen:

$$M_A = \frac{I_A}{\hat{I}_A} \cdot \hat{M}_A \cdot \sin(\varphi) \quad (40)$$

$$M_B = \frac{I_B}{\hat{I}_B} \cdot \hat{M}_B \cdot \cos(\varphi) \quad (41)$$

$$M_S = \hat{M}_S \cdot \sin(2(\varphi + \pi/4)) \quad (42)$$

Mechanisches Teilmodell:

Die Winkelbeschleunigung des Motors resultiert aus dem dynamischen Momen-
tengleichgewicht nach d'Alembert (Drallsatz):

$$\ddot{\varphi} = \frac{M}{J} \quad (43)$$

Das Trägheitsmoment des zylinderförmigen Läufers mit Masse m und Radius r
beträgt:

$$J = \frac{m}{2} \cdot r^2 \quad (44)$$

Das mathematische Modell des Schrittmotors gemäß (38) - (44) wird als Blockschaltbild in Simulink gemäß Abbildung 5.5 implementiert. Die Funktionen zur Berechnung der Momente M_S , M_A und M_B entsprechen den Gleichungen (40) - (42). Die Funktionen zur Berechnung der Induktionsspannung greifen auf gespeicherte Werte einer realen Messung zurück. Der zugehörige Matlab-Code findet sich in Anhang D dieser Arbeit.

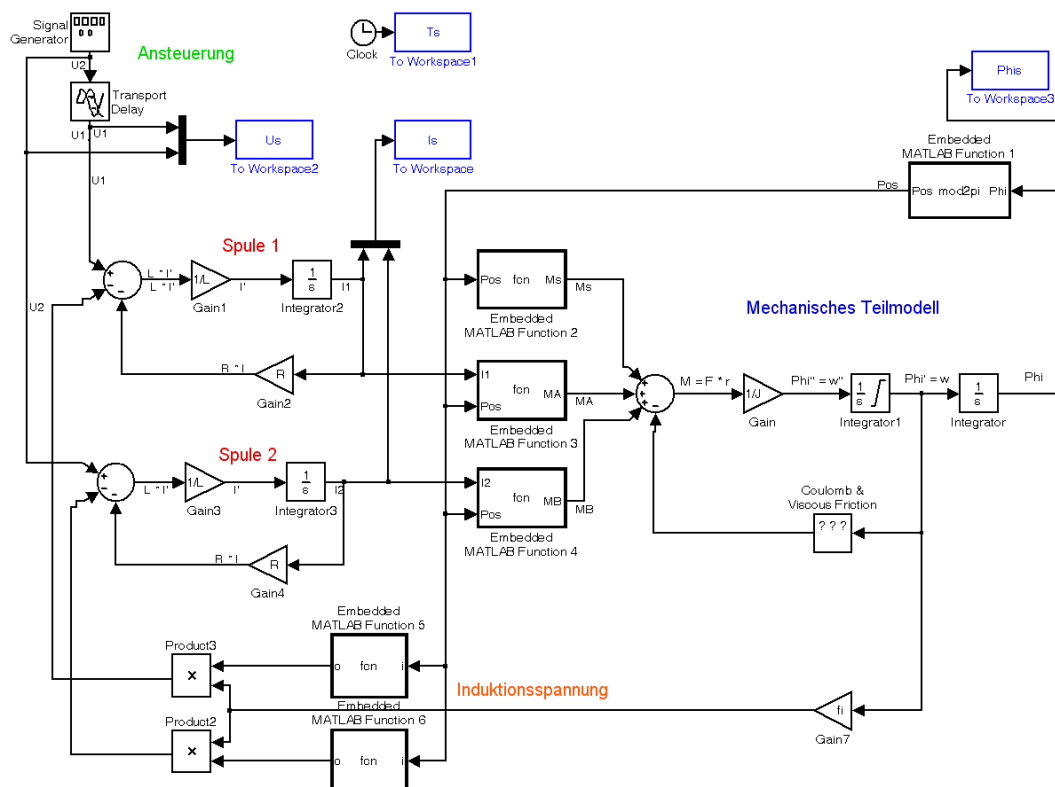


Abbildung 5.5: Matlab/Simulink Modell - Klauenpolstrittmotor

5.1.4 Validierung

Impedanzmessung:

Der ohmsche Widerstand der Spulen wird zu $R = 100 \Omega$ gemessen. Die Induktivität wird durch Messung von \hat{i} bei Sinusspannung verschiedener Frequenzen f und konstanter Amplitude $\hat{u} = 100 \text{ mV}$ ermittelt.



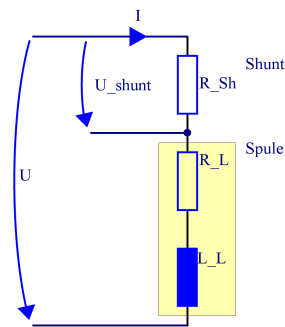


Abbildung 5.6: Messung der Motorspuleninduktivität

Es gilt:

$$Z = \sqrt{(R_L + R_{Sh})^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{Z^2 - (R_L + R_{Sh})^2} \quad (45)$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \quad (46)$$

$$Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} \quad (47)$$

Aus (45) - (47) folgt für die Induktivität L :

$$L = \frac{\sqrt{\left(\frac{\hat{u}}{\hat{i}}\right)^2 - (R_L + R_{Sh})^2}}{2\pi f} \quad (48)$$

Messungen mit $R = 10 \Omega$ Shunt ergeben gemäß (48):

f [kHz]	\hat{i} [mA]	L [mH]
4	0,78	2,6
8	0,55	2,9
12	0,43	2,8

Tabelle 2: Messwerte der Impedanzmessung

Der Wert $L = 2,8$ mH wird aufgrund der Messergebnisse im Folgenden als Spuleninduktivität angenommen.

Messung der Induktionsspannung:

Zur Messung der Induktionsspannung wird der Motor passiv angetrieben (siehe Abbildung 5.7). Aus den Messungen ergibt sich ein näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen Induktionsspannungsamplitude und Drehzahl (49).

$$\hat{U}_{ind} \approx \frac{88,54}{2\pi} \text{ mVs} \cdot \omega \quad (49)$$

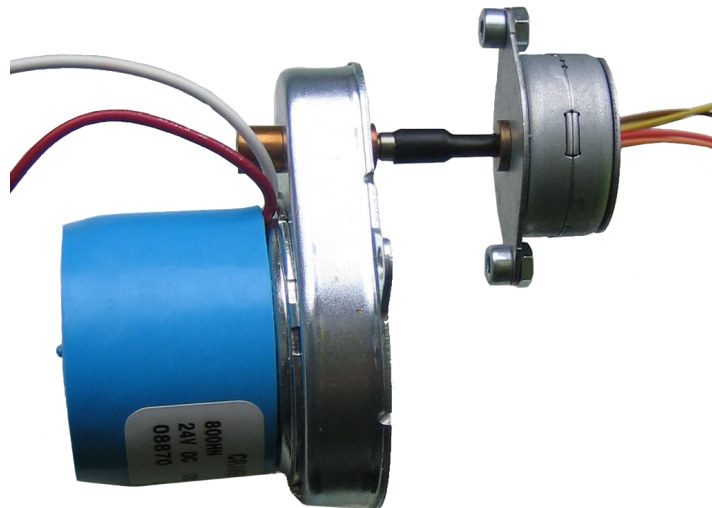


Abbildung 5.7: Passiver Antrieb des Klauenpol­schritt­motors über einen Getriebemotor

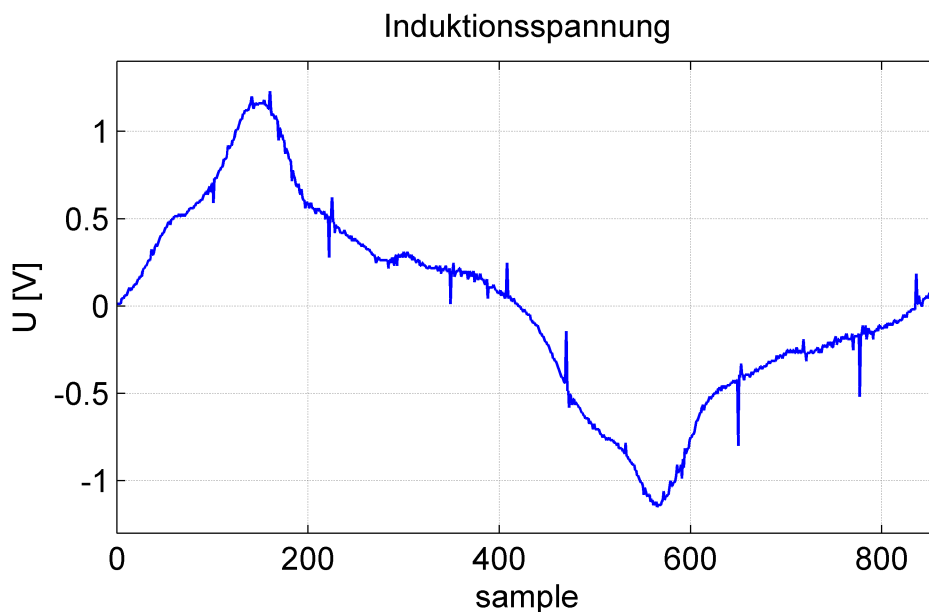


Abbildung 5.8: Induktionsspannung über eine elektrische Umdrehung (hier bei $n=720 \text{ U/min} \hat{=} \omega=75,4 \text{ rad/s}$)



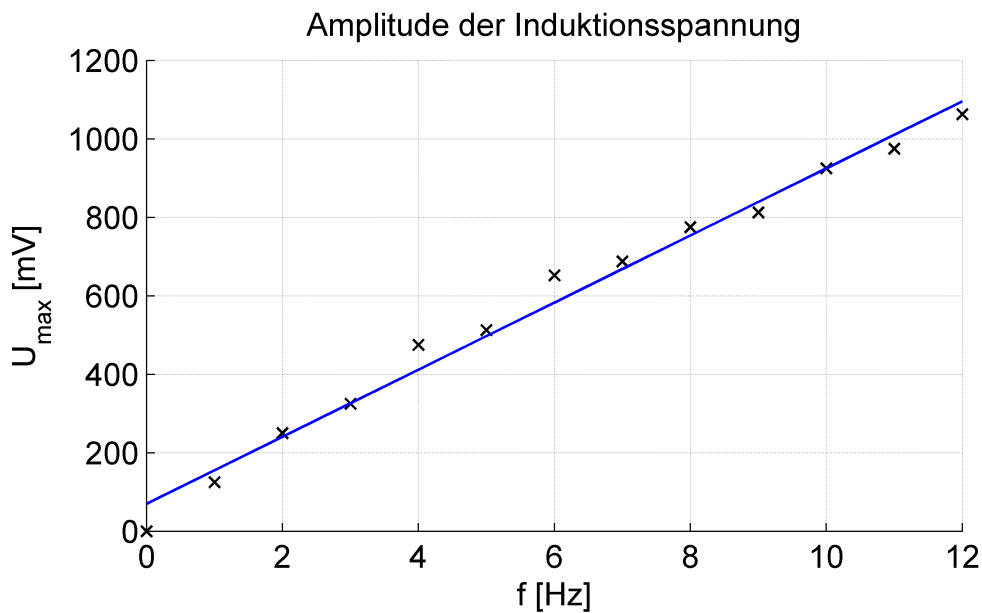


Abbildung 5.9: Frequenzabhängigkeit der Induktionsspannungsamplitude

Aus den durchgeführten Messungen ergeben sich folgende Parameterwerte für das Matlab/Simulink Modell:

Läufermasse	$m = 5 \text{ g}$
Läuferradius	$r = 6 \text{ mm}$
Läuferträgheitsmoment	$J = 9 \cdot 10^{-8} \text{ kg m}^2$
Impedanz	$R = 100 \Omega, L = 2,8 \text{ mH}$
Induktionsspannung	$\hat{U}_{ind} \approx 88,54 / 2\pi \text{ mVs} \cdot \omega$
Selbsthaltmoment	$\hat{M}_s = 1,3 \text{ mNm}$
Spulenmomente	$\hat{M}_A = 12,08 \text{ mNm}, \hat{M}_B = 14,84 \text{ mNm}$

Tabelle 3: Parameter für das Matlab/Simulink Modell des Klauenpolschrittmotors

Die Spektralanalyse der Induktionsspannung zeigt, dass keine neuen, frequenzabhängigen Oberschwingungen aufkommen (siehe Abbildung 5.10).

Die gemessene Induktionsspannung wird auf $\hat{u} = 1 \text{ V}$ normiert und entsprechend (49) mit der Momentangeschwindigkeit gewichtet. Die Rückwirkungen auf den jeweiligen Spulenstrom werden damit ausreichend genau nachgebildet, wie die Zeitverläufe in Abbildung 5.11-5.14 zeigen.

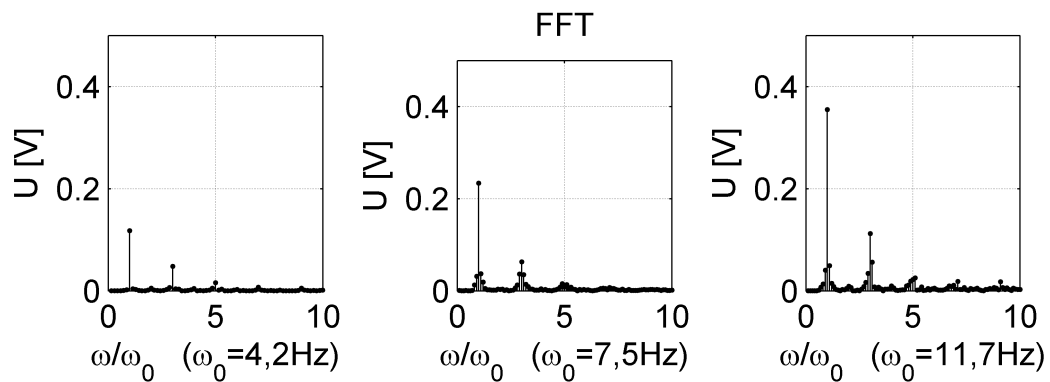


Abbildung 5.10: Frequenzabhängige Spektralanalyse der Induktionsspannung

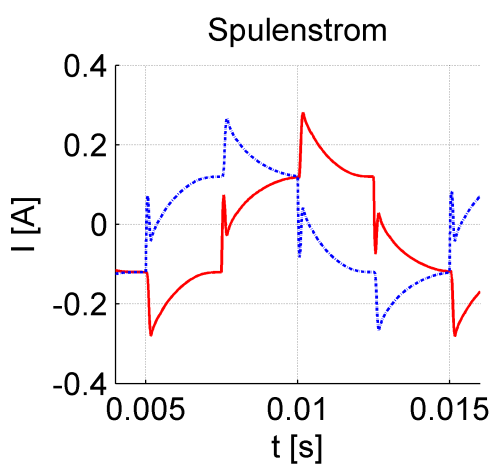


Abbildung 5.11: Spulenstrom ohne Last aus Simulation

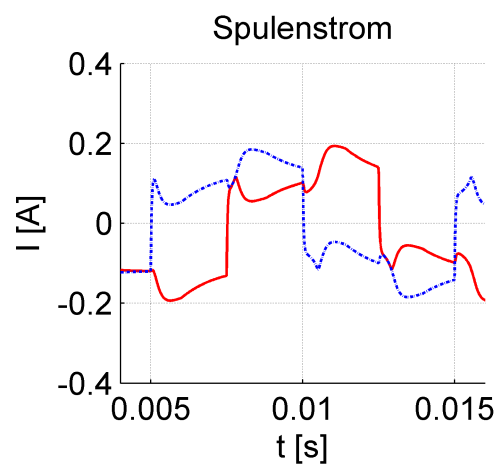


Abbildung 5.12: Spulenstrom mit Last aus Simulation

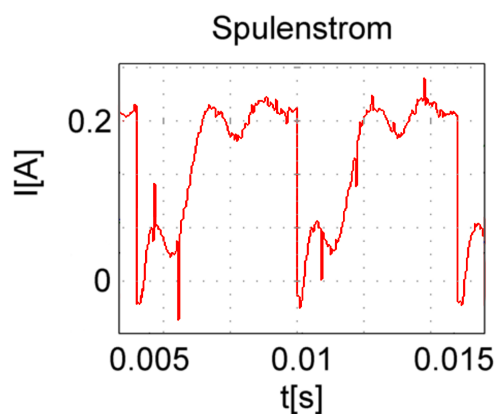


Abbildung 5.13: Spulenstrom ohne Last gemessen (Betrag)

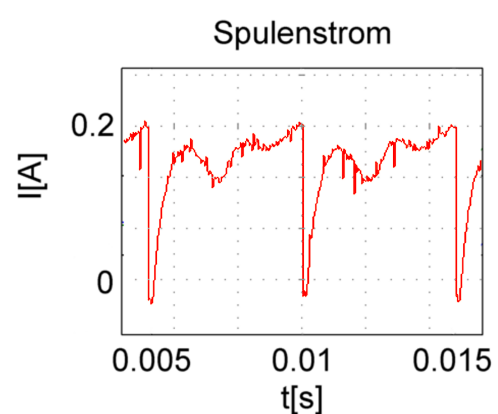


Abbildung 5.14: Spulenstrom mit Last gemessen (Betrag)

Im unbelasteten Fall sinkt der Spulenstrom aufgrund größerer Gegenspannung infolge hoher Beschleunigung am Anfang deutlich ab und erreicht anschließend relativ schnell den Maximalwert (siehe Abbildung 5.11 bzw. Kap. 5.13). Mit Last dreht der Motor langsamer, weshalb der Strom anfangs schneller ansteigt. Die län-



gere Drehzeit bewirkt jedoch, dass der Strom sein Maximum erst später erreicht (siehe Abbildung 5.12 bzw. Kap. 5.14).

Die nicht gemessene Reibung, welche sich aus Haft- und Gleitreibung zusammensetzt, wird schließlich am Modell eingestellt (siehe Matlab-Code in Anhang D). Die Grenzfrequenz, bis zu welcher der Schrittmotor ohne Schrittverluste mitläuft, dient hierbei als Prüfmerkmal der Plausibilität des Modells. Im unbelasteten Zustand treten erste Schrittfehler bei einer Kommutierungsfrequenz von ca. 900 Hz auf, diese sind in der Simulation ebenfalls festzustellen (siehe Abbildung 5.3).

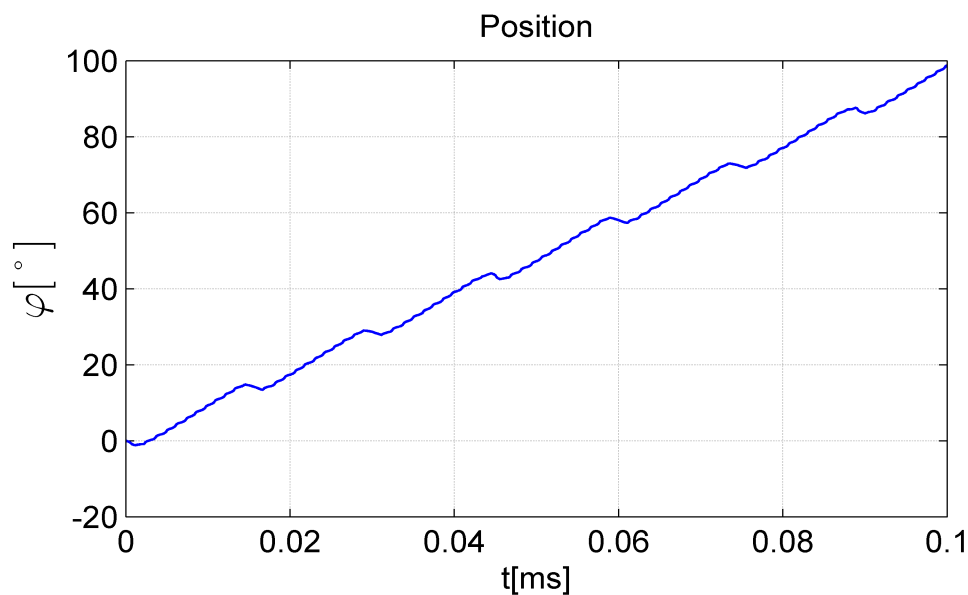


Abbildung 5.15: Erste Schrittfehler in der Simulation

5.2 Strom geregelter Hybridschrittmotor

Analog zum Klauenpolschrittmotor wird ein Simulationsmodell für den Hybridschrittmotor erstellt, welcher bei der Positioniereinheit zum Einsatz kommt. Der Hybridschrittmotor zeichnet sich durch einen in axialer Richtung permanentmagnetisierten Rotor aus, dessen Pole über gezahnte Kappen auf den Umfang geführt werden. Die Zähne der Pole sind dabei zueinander versetzt angeordnet. Hierdurch ist eine hohe Schrittauflösung (400 Halbschritte für eine mechanische Umdrehung [59]), vergleichbar mit einem Reluktanzmotor, bei gleichzeitig höherem Drehmoment (hier 300 Nmm) möglich. Aufgrund der höheren Anforderungen bei der Positioniereinheit werden die Motoren mit einer Stromregelung betrieben (siehe Kap. 4.2.2), wodurch ein wesentlich gleichmäßigeres Führungsverhalten erzielt wird, als im Halbschrittbetrieb.

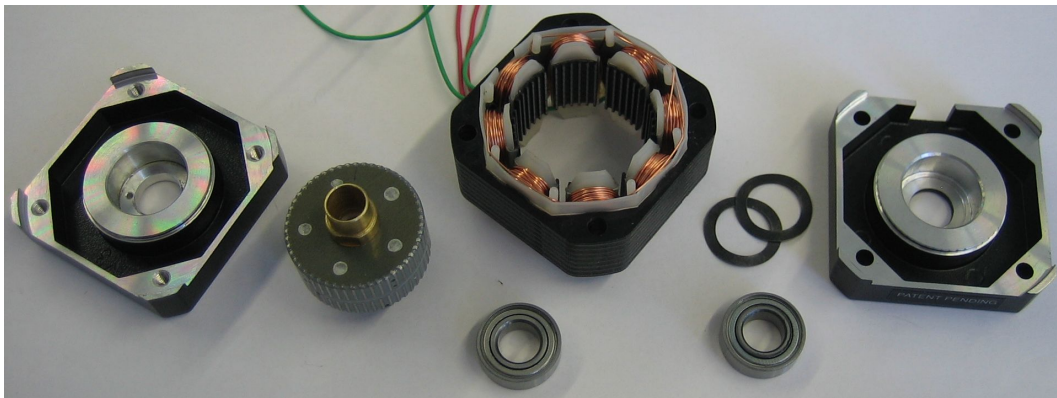


Abbildung 5.16: geöffneter Hybridschrittmotor „NEMA size 17 1.8°“ [59]
der Fa. Schneider Electric

5.2.1 Elektrische Ansteuerung

Die Spulen des Hybridschrittmotors werden im stromgeregelten Mikroschrittbetrieb betrieben (siehe Kap. 4.2.2), um eine gleichförmige Bewegung zu ermöglichen. Spulen und Selbsthaltungsmomente können wie beim Klauenpolschrittmotor als sinusförmig angenommen werden [65], [66], weshalb ein zu dem des Klauenpolschrittmotors analoges Modell zur Anwendung kommt.

5.2.2 Matlab/Simulink Modell des Hybridschrittmotors

Aufgrund der Stromregelung entfällt die detaillierte Modellierung der Motorspule und wird direkt durch den Sollstrom der Regelung ersetzt. Die Messung von Soll- und Iststrom an einem Bein belegt die sehr geringe Verzögerung im Mikrosekunden-

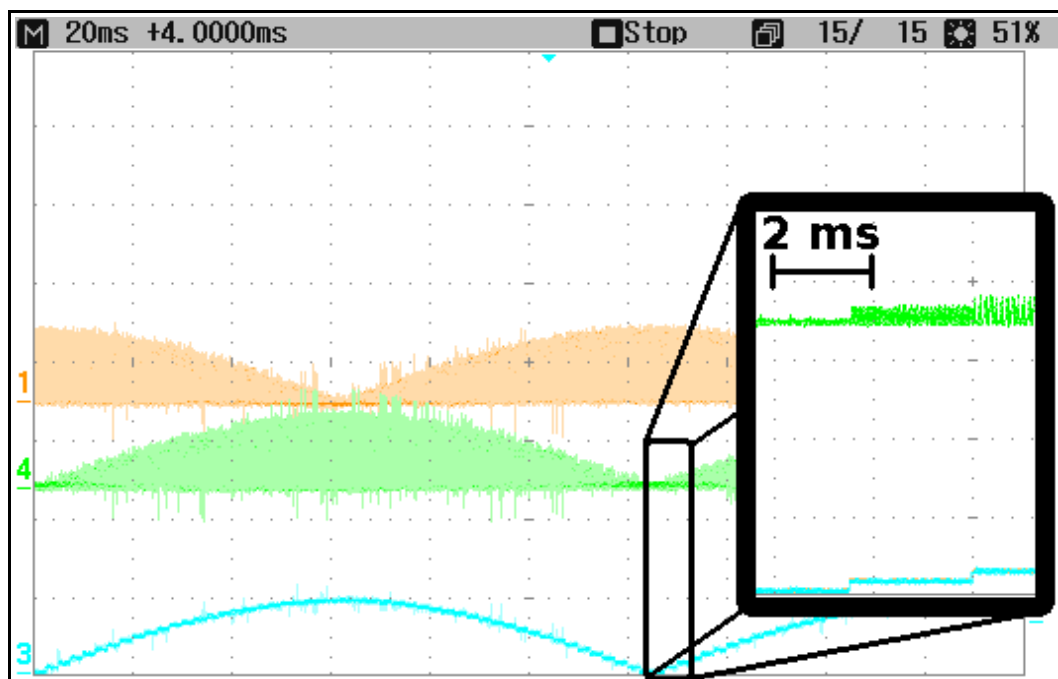


Abbildung 5.17: Soll- und Iststrommessung am Hybridschrittmotor



denbereich (siehe Abbildung 5.17). Abbildung 5.18 zeigt die entsprechende Implementierung als Blockschaltbild in Simulink. Der zugehörige Matlab-Code befindet sich in Anhang E.

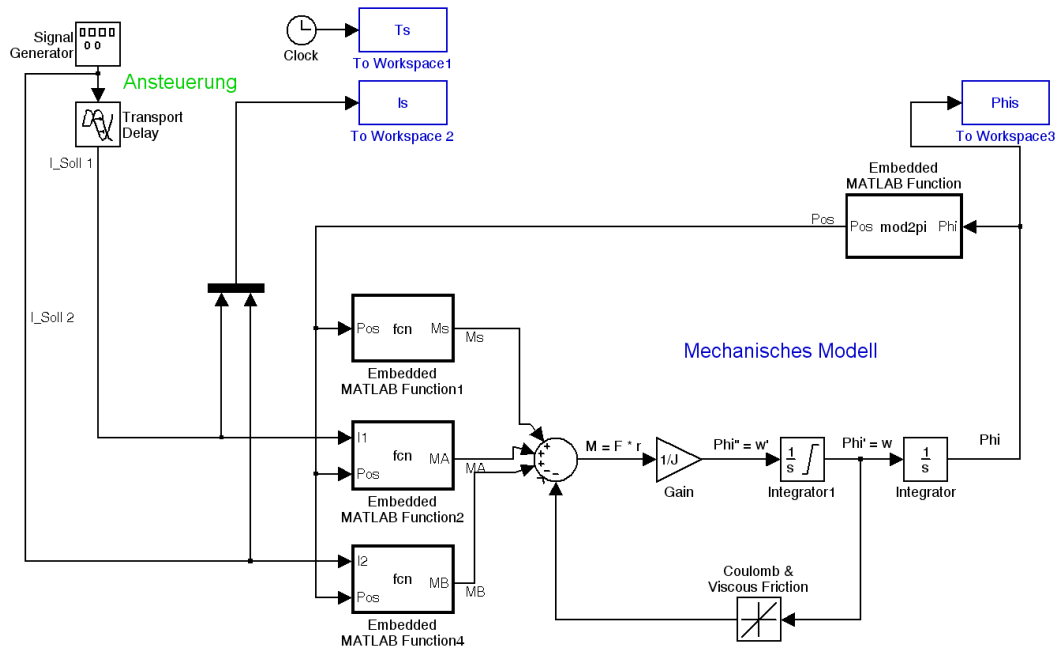


Abbildung 5.18: Matlab/Simulink Modell - Hybridschrittmotor

5.2.3 Validierung

Die für das Modell des Hybridschrittmotors gemessenen Werte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Läufermasse	$m = 44 \text{ g}$
Läuferradius	$r = 12,9 \text{ mm}$
Impedanz	$R = 1,5 \Omega, L = 1,4 \text{ mH}$
Induktionsspannung	$\hat{U}_{\text{Ind}} \approx f \cdot s \cdot 20 \text{ mV}$ (el. Frequenz)
Selbsthaltmoment	$\hat{M}_S = 8,5 \text{ Nmm}$
Spulenmomente	$\hat{M}_A = \hat{M}_B = 300 \text{ Nmm}$

Tabelle 4: Parameter für das Matlab/Simulink Modell des Hybridschrittmotors [59]

Die Spulenströme können in diesem Fall nicht zur Verifizierung des Modells herangezogen werden, da sie aufgrund der Stromregelung als ideal angenommen werden. Das Verhalten des Motors bezüglich Schrittfehlern dient weiterhin als

Prüfmerkmal. Im unbelasteten Fall entstehen bei Frequenzen oberhalb 2 kHz für die Ausführung von Halbschritten (entspricht 5 Hz mechanischer Motorfrequenz) zunehmend Schrittfehler. Unterhalb ist ein zuverlässiger Betrieb gewährleistet.

5.3 Robotermodell

Ein vollständiges dynamisches Robotermodell lässt sich für die Positioniereinheit durch die Ergänzung der in Kapitel 5.2 hergeleiteten Motormodelle mit einer als Starrkörper modellierten Plattform erstellen [71]. Abbildung 5.19 zeigt die Zielform für eine mögliche Implementierung in Matlab/Simulink gemäß [71], [72].

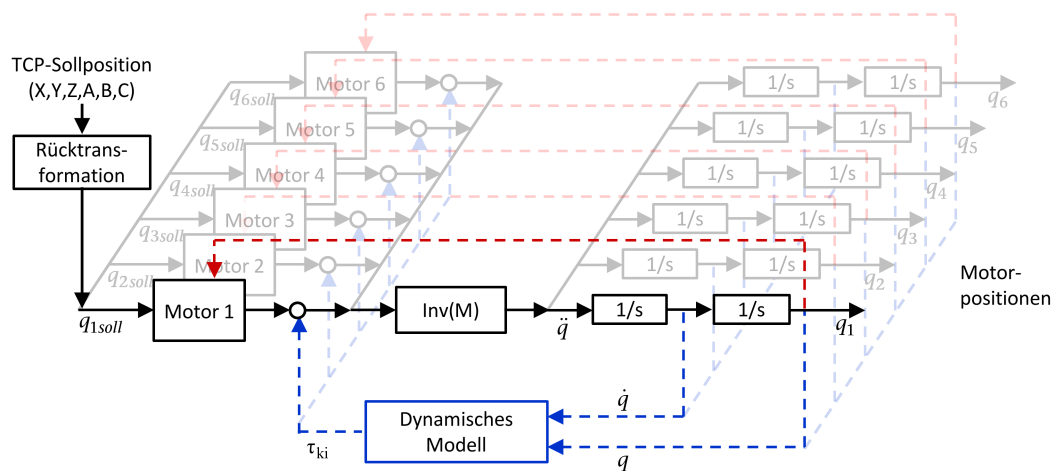


Abbildung 5.19: Schematische Darstellung eines Hexapod Gesamtmodells

Die Rückkopplung der Motorpositionen auf das jeweilige Motormodell (oberhalb der jeweiligen Strecke gestrichelt dargestellt) findet nur bei Anwendung externer Messsysteme, wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben, statt.

Die zur Berechnung der Koppelterme τ_{ki} notwendige analytische Jacobimatrix kann aufgrund der nicht analytisch lösbaren Vorwärtstransformation des Hexapods nur aufwändig aus der geometrischen Jacobimatrix hergeleitet werden [71]. Darüber hinaus ist auch das Wissen über die Orientierung aller Beine notwendig, um die aus den Koppeltermen resultierenden Kräfte auf die einzelnen Beine abbilden zu können. Hierzu müsste im Gesamtmodell die Vorwärtstransformation zur Verfügung stehen, was nicht gegeben ist. Es ist zu erwarten, dass die Koppelterme, aufgrund der Untersetzung an den Gewindespindeln, nur sehr geringe Auswirkungen auf die einzelnen Motoren haben. Die einzigen Erwartungswerte im Fall der verwendeten Hybridschrittmotoren bestehen darin, die Information zu erhalten, ob sich alle Antriebe entsprechend den Sollwertvorgaben bewegen, oder die Kinematik kollabiert. Somit steht der Aufwand in keinem akzeptablen Nutzen zum Gewinn, weshalb die Herleitung des Gesamtmodells nach obiger Beschreibung nicht vollständig ausgeführt wird.



Die folgenden Messungen (Abbildung 5.20) belegen die Eigenart der Schrittmotoren im Gegensatz zu Servomotoren nicht geschwindigkeitsabhängig von der Sollbahn abzuweichen, sondern diese bis zum Kollabieren der Kinematik einzuhalten. Mit verschiedenen Vorschubgeschwindigkeiten ausgeführte Kreisbahnen zeigen bis kurz vor dem Versagen der Schrittmotoren nahezu keine Abweichungen voneinander. Dieses unterstreicht die Anwendbarkeit separater Modelle für die Beine eines Hexapods.

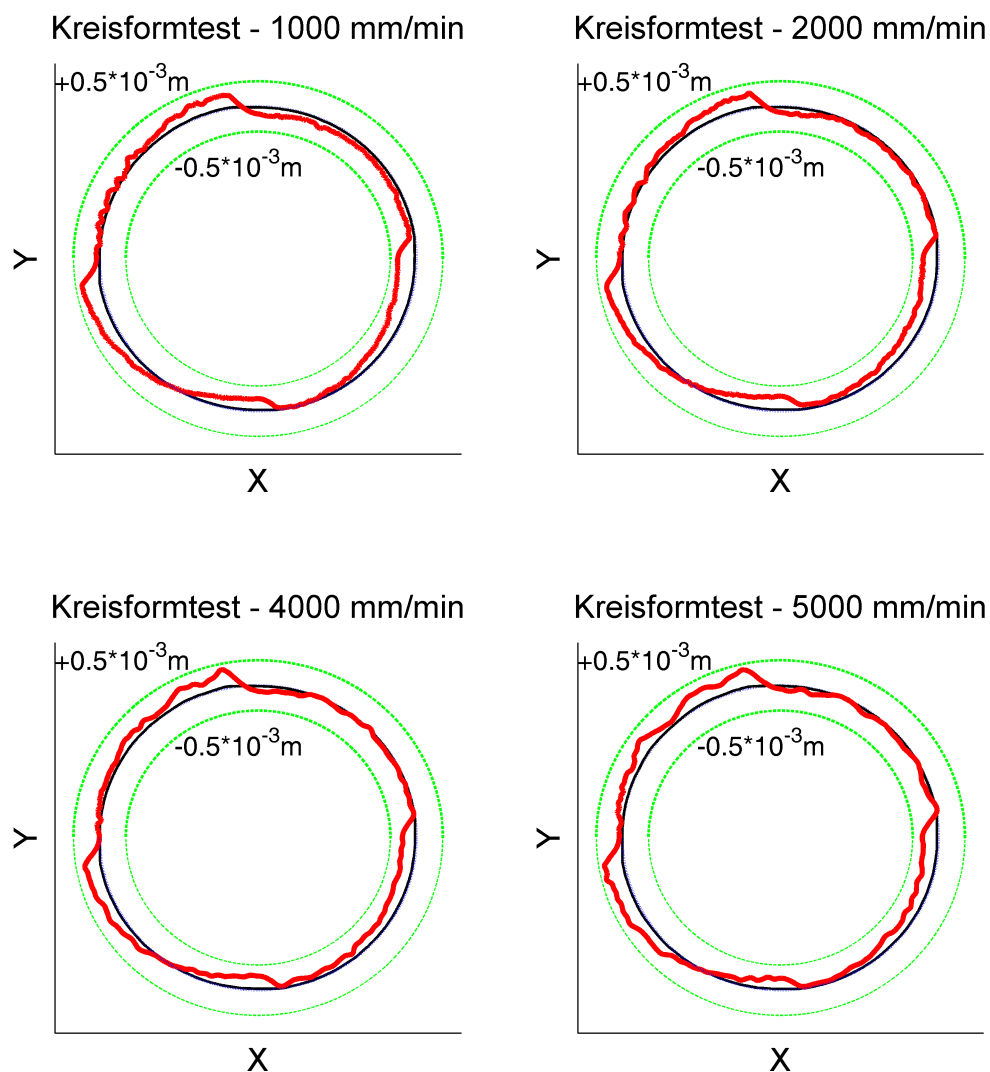


Abbildung 5.20: Kreisformtest bei verschiedenen Vorschubgeschwindigkeiten (schwarz), Darstellung mit 10-facher Fehlerüberhöhung (rot)

6 Arbeitsraumanalyse

Der Arbeitsraum einer Kinematik stellt das Volumen dar, welches vom TCP lückenlos erreicht werden kann. Dieser ist bei seriellen 3-Achs-WZM im Allgemeinen quaderförmig, wobei die Kantenlängen durch die einzelnen Achsverfahrwege gegeben sind. Dieser direkte Zusammenhang des Arbeitsraumes zu einzelnen Achsen ist bei Parallelkinematiken nicht gegeben, da hier die Bewegung einer einzelnen Achse meist zu keiner linearen Bewegung des TCPs führt. Neben der Größe des Arbeitsraumes sind bei WZM weitere Eigenschaften wie z. B. auf Antriebsstrukturen wirkende Kräfte und mögliche Dynamik in Abhängigkeit von der Position des TCPs im Arbeitsraum wichtig. Diese Eigenschaften sowie das Arbeitsraumvolumen sind abhängig vom Aufbau der Kinematik. Bei Parallelkinematiken werden sie im Wesentlichen durch Gelenkpointanordnung, Beinlängen und -verfahrwege sowie durch die Kollisionsproblematik definiert.

6.1 Bestimmung des Arbeitsraumes

Da die Arbeitsraumgrenzen nicht durch separates Verfahren der einzelnen Achsen bestimmt werden können, wie dieses bei seriellen Kinematiken möglich ist, wird anhand der Rücktransformation die Erreichbarkeit verschiedener Punkte durch den TCP ermittelt. Dieses geschieht jeweils für eine feste Orientierung des TCPs, da diese den Arbeitsraum beeinflusst. Die Wahl der Punkte ist maßgebend für die benötigte Rechenzeit (die von der Anzahl der auszuführenden Rücktransformationen abhängt) sowie für die Güte der schließlich angenäherten Arbeitsraumgrenze. Hierbei wird zwischen der Positionsabweichung der Stützpunkte von der tatsächlichen Arbeitsraumoberfläche sowie dem Abstand der Stützpunkte zueinander unterschieden. Im Folgenden werden zwei verschiedene Ansätze zur Bestimmung des Arbeitsraumes dargestellt und verglichen.

6.1.1 Arbeitsraumbestimmung anhand einer kartesischen Struktur

In einen Würfel der Kantenlänge k , der den gesamten Arbeitsraum einschließt, werden n^3 Würfel mit der Kantenlänge k/n einbeschrieben. Die Eckpunkte der einbeschriebenen Würfel werden anhand der Rücktransformation jeweils auf Erreichbarkeit durch den TCP unter bestimmter Orientierung geprüft. Zur Bestimmung des Arbeitsraumes sind sehr viele Rücktransformationen vorzunehmen,



woraus ein hoher Rechenaufwand resultiert. Der Abstand der Stützpunkte zueinander, welche die angenäherte Arbeitsraumoberfläche aufspannen, ist ausschließlich von der Kantenlänge k/n der einbeschriebenen Würfel abhängig und über den gesamten Arbeitsraum, unabhängig von dessen Form, gleich. Die maximale Positionsabweichung a der Stützpunkte von der tatsächlichen Arbeitsraumoberfläche ist $a = k/2n$.

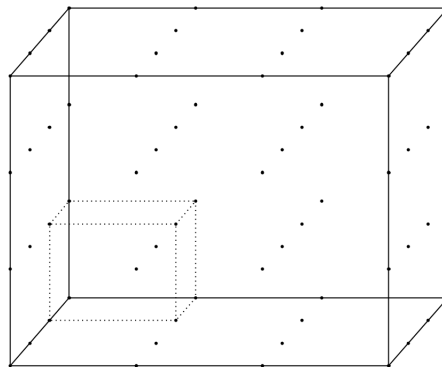


Abbildung 6.1: Messpunkte zur Arbeitsraumbestimmung

6.1.2 Arbeitsraumbestimmung anhand einer Ikosaederstruktur

Ausgehend von einer Startposition, welche innerhalb des Arbeitsraumes liegt, werden Positionen entlang von Strahlen anhand der Rücktransformation auf Erreichbarkeit geprüft. Mittels Halbierungsverfahren werden die Durchstoßpunkte dieser Strahlen durch die Arbeitsraumoberfläche angenähert. Bei dieser Art der Oberflächenbestimmung eines Körpers ist die Wahl der Vektoren wichtig, unter deren Richtungen die Durchstoßpunkte gesucht werden, um alle Bereiche des Arbeitsraumes mit gleichmäßigem Stützpunkteabstand abzudecken.

Die Oberfläche eines Ikosaeders besteht aus gleichgroßen, gleichseitigen Dreiecken. Wählt man die Verbindungsvektoren seines Mittelpunktes mit seinen Eckpunkten als Richtungsvektoren zur Oberflächenbestimmung, so erhält man bei näherungsweise kugelförmigen Körpern ebenfalls gleichgroße, gleichseitige Dreiecke, welche dessen Oberfläche annähern. Die Winkel zwischen benachbarten Richtungsvektoren sind jeweils gleich. Unterschiedlich weit vom Startpunkt entfernte Oberflächenabschnitte werden jedoch im Gegensatz zur kartesischen Struktur mit unterschiedlich großem Stützpunkteabstand angenähert.

Zur Bestimmung der Richtungsvektoren lässt sich zunächst ein Rechteck in den Ikosaeder einbeschreiben (siehe Abbildung 6.2 links), aus welchem bei bekannter Höhe h die Längen l und d berechnet werden können.

$$h = \sqrt{d^2 + l^2} \quad (50)$$

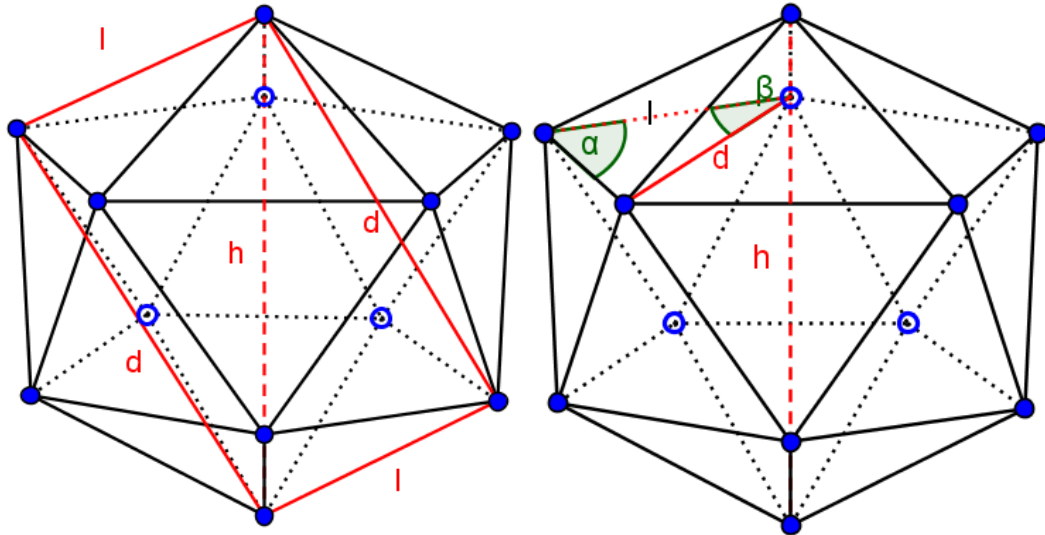


Abbildung 6.2: Icosaederstruktur

Das benötigte Verhältnis zwischen d und l kann aus dem Dreieck in Abbildung 6.2 rechts bestimmt werden:

$$\alpha = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ \quad (51)$$

$$\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 36^\circ \quad (52)$$

$$d = 2l \cdot \cos \beta \quad (53)$$

Mit Gleichungen (50), (52) und (53) lassen sich d und l in Abhängigkeit von h berechnen:

$$h = \sqrt{4l^2 \cdot (\cos \beta)^2 + l^2} \quad (54)$$

$$l = \frac{h}{\sqrt{4 \cdot (\cos \beta)^2 + 1}} \quad (55)$$

$$l = 0,5257 h \quad (56)$$

$$d = 0,8507 h \quad (57)$$

Wird h zu 2 gewählt, beträgt der Abstand jedes Punktes zum Mittelpunkt 1. Somit werden alle Vektoren Einheitsvektoren. Die Vektoren zu den einzelnen Punkten



ergeben sich bei entsprechender Ausrichtung des Ikosaeders im Koordinatensystem gemäß (58).

$$\begin{aligned}
 P = & \\
 & \{ \\
 & \left(\frac{d}{2}, 0, \frac{l}{2}\right), \left(\frac{d}{2}, 0, -\frac{l}{2}\right), \left(-\frac{d}{2}, 0, \frac{l}{2}\right), \left(-\frac{d}{2}, 0, -\frac{l}{2}\right), \\
 & \left(\frac{l}{2}, \frac{d}{2}, 0\right), \left(\frac{l}{2}, -\frac{d}{2}, 0\right), \left(-\frac{l}{2}, \frac{d}{2}, 0\right), \left(-\frac{l}{2}, -\frac{d}{2}, 0\right), \\
 & \left(0, \frac{l}{2}, \frac{d}{2}\right), \left(0, \frac{l}{2}, -\frac{d}{2}\right), \left(0, -\frac{l}{2}, \frac{d}{2}\right), \left(0, -\frac{l}{2}, -\frac{d}{2}\right) \\
 & \}
 \end{aligned} \tag{58}$$

Die Auflösung der Arbeitsraumoberfläche ist unter Verwendung dieser Richtungsvektoren nur vom Abstand der Arbeitsraumoberfläche zum TCP abhängig. Es gibt keine Polregionen mit höherer Auflösung, bei gleichzeitig geringerer Auflösung an anderen Stellen. Die Dreiecke können zur Erhöhung der Auflösung durch t -fach rekursive Kantenhalbierung jeweils in vier neue Dreiecke unterteilt werden (siehe Abbildung 6.3). Mit akzeptablem Rechenaufwand wird diese Unterteilung bei folgenden Arbeitsraumanalysen dreimal vorgenommen ($t=3$), sodass für die Oberfläche eine Auflösung von 1280 Dreiecken erreicht wird.

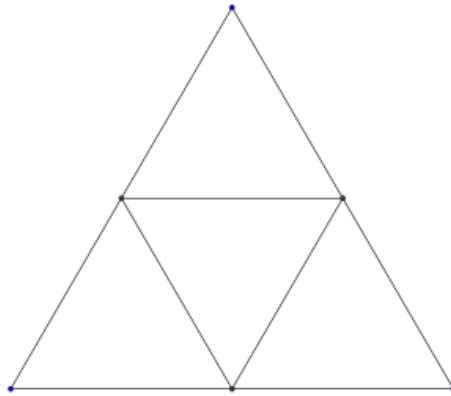


Abbildung 6.3: Dreiecksunterteilung

Bei einem Arbeitsraum, der einen Abstand d zum TCP-Ausgangspunkt nicht überschreitet, beträgt die Abweichung a nach n Halbierungsschritten

$$a = \frac{d}{2^n} \tag{59}$$

Für den ersten untersuchten Prototypen bedeutet das, dass nach 14 Schritten der Fehler a kleiner ist, als die Schrittweite s der Antriebe:

$$a = \frac{150 \text{ mm}}{2^{14}} = 9,16 \cdot 10^{-3} \text{ mm}, \quad s = 14 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \tag{60}$$

6.1.3 Vergleich der Ansätze zur Arbeitsraumbestimmung

Die wesentlichen Unterschiede der beiden in Kapitel 6.1.1 und Kapitel 6.1.2 dargestellten Ansätze zur Bestimmung des Arbeitsraumes bestehen im Rechenaufwand, dem Abstand der Stützpunkte, welche die Arbeitsraumbooberfläche annähern, sowie deren maximaler Positionsabweichung. Während der Stützpunkteabstand beim kartesischen Ansatz über den gesamten Arbeitsraum gleich ist, variiert er bei Anwendung der Ikosaederstruktur abhängig von der Entfernung und der Ausrichtung der Oberfläche des Arbeitsraumes zum Startpunkt. Die Wahl des Startpunktes ist für ein gutes Ergebnis somit grundlegend. Diese Eigenschaft des Ansatzes kann positiv genutzt werden, um einzelne Bereiche der Arbeitsraumbooberfläche durch entsprechende Wahl des Startpunktes mit nahezu beliebig geringem Stützpunkteabstand zu untersuchen. Die Leistungsfähigkeit des kartesischen Ansatzes kann ebenfalls weiter gesteigert werden, indem der Arbeitsraum z. B. entsprechend einer Octree-Struktur, ausgehend von einem den gesamten Arbeitsraum umfassenden Würfel, rekursiv in jeweils acht gleiche Unterwürfel aufgelöst wird. Werden nur relevante Knoten dieser Struktur weiter verfolgt, kann auch hier der Rechenaufwand deutlich reduziert werden. Im Folgenden werden die beiden genannten Ansätze grundlegend untersucht und einander gegenübergestellt.

Die Positionierabweichung der einzelnen Stützpunkte nimmt bei Anwendung der Ikosaederstruktur aufgrund des Halbierungsverfahrens mit linear zunehmendem Rechenaufwand einer Exponentialfunktion folgend ab, was eine schnellere Abnahme bedeutet als bei Anwendung der kartesischen Struktur, welche bei potenziell zunehmendem Rechenaufwand nur zu einer, einer Potenzfunktion folgenden, Abnahme führt (vgl. Tabelle 5, Abbildung 6.4 und 6.5).

Aufgrund der, in grober Näherung halbkugelförmigen, Geometrie des Arbeitsraumes des Hexapoden und der damit verbundenen Vorteile der auf der Ikosaederstruktur basierenden Arbeitsraumbestimmung ist diese zu bevorzugen und wird im Folgenden als Grundlage zur weiteren Arbeitsraumanalyse verwendet. Größere Abstände zwischen benachbarten Stützpunkten werden zu Gunsten deutlich geringerer Positionierabweichung bei vergleichbarem Rechenaufwand in Kauf genommen.



Arbeitsraumausdehnung	Ikosaeder Struktur ($t=3, n=14$)				Kartesische Struktur ($n=25$)		
	Rechenaufwand (Rücktransformationen)	Größter Abstand benachbarter Stützpunkte		Maximale Positionsabweichung	Rechenaufwand (Rücktransformationen)	Abstand benachbarter Stützpunkte	Maximale Positionsabweichung
	Kugelförmiger Arbeitsraum	Beliebiger Arbeitsraum					
Allg.	$20 \cdot 4^t \cdot n$	$2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ *	$2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$... ∞ *	$2r \cdot 2^{-n}$	$(n+1)^3$	$\frac{2r}{n}$	$\frac{2r}{2n}$
$r=20$ mm	17920	2,7 mm	2,7 mm ... ∞	1,22 μ m	17576	1,6 mm	0,8 mm
$r=100$ mm		13,83 mm	13,83 mm ... ∞	6,1 μ m		8 mm	4 mm
$r=200$ mm		27,59 mm	27,59 mm ... ∞	12,21 μ m		16 mm	8 mm
* mit dem Winkel $\alpha = 63,43^\circ \cdot 2^{-t}$ zwischen benachbarten Vektoren bei t rekursiven Unterteilungen der Dreiecksflächen.							

Tabelle 5: Gegenüberstellung der Ansätze zur Arbeitsraumbestimmung bei vergleichbarem Rechenaufwand

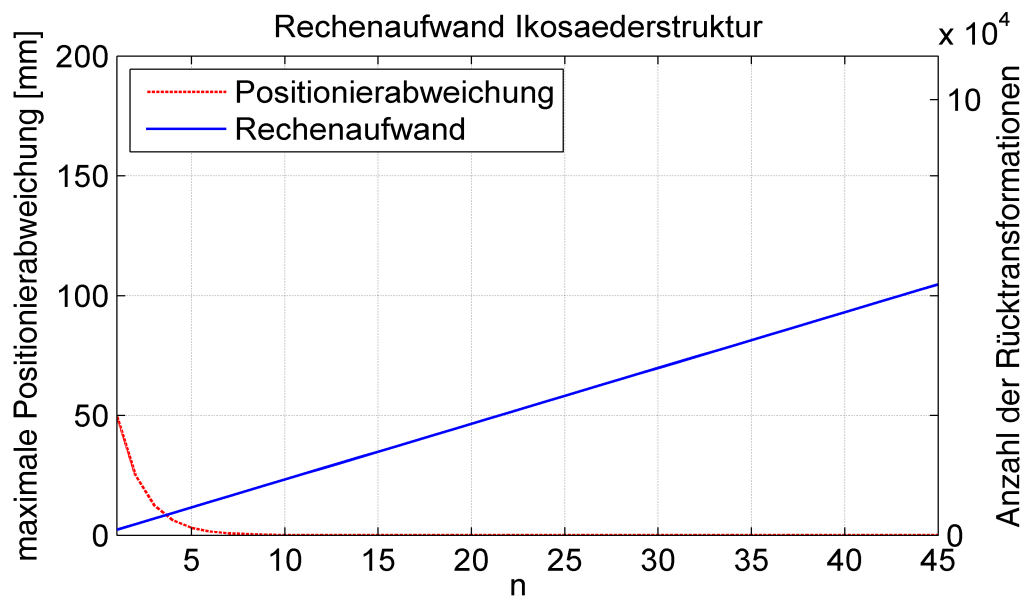


Abbildung 6.4: Positionierabweichung und Rechenaufwand bei Ikosaederstruktur

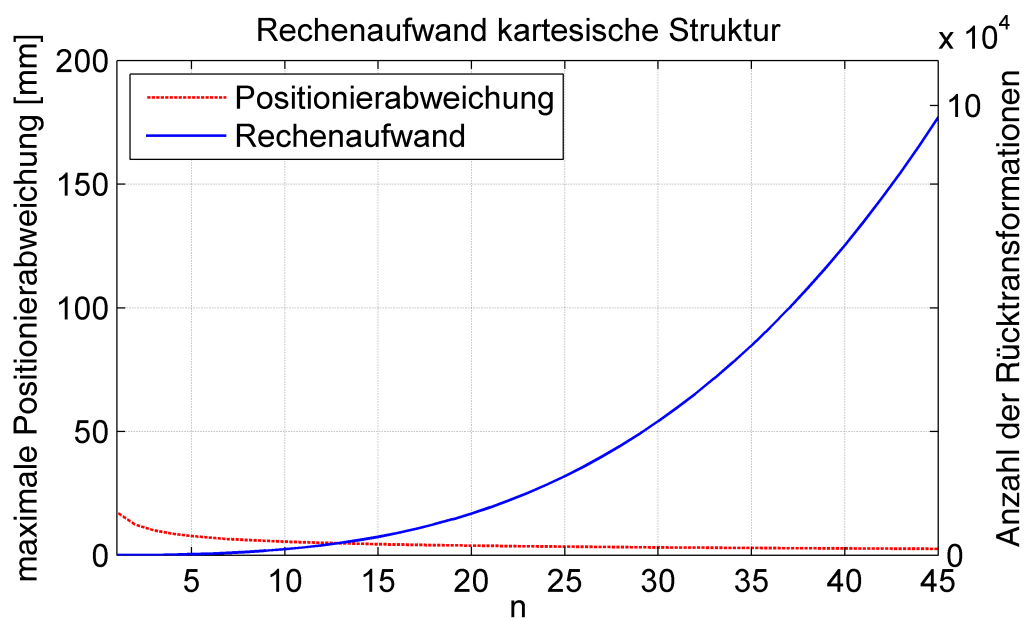


Abbildung 6.5: Positionierabweichung und Rechenaufwand bei kartesischer Struktur



6.1.4 Visualisierung

Eine Möglichkeit der Visualisierung des Arbeitsraumes stellt OpenGL (Open Graphics Library) dar [60], eine plattformunabhängige Programmierschnittstelle zur Grafikkbeschreibung. Hierzu werden die errechneten Punkte der Arbeitsraumoberfläche anhand von Zuordnungslisten zu Dreiecken zusammengefasst und anschließend mittels OpenGL als 3D-Modell grafisch dargestellt. Diese Form der Darstellung ermöglicht, das berechnete Volumen aus beliebigen Perspektiven zu betrachten und somit dessen geometrische Eigenschaften intuitiv nachzuvollziehen und zu begreifen.

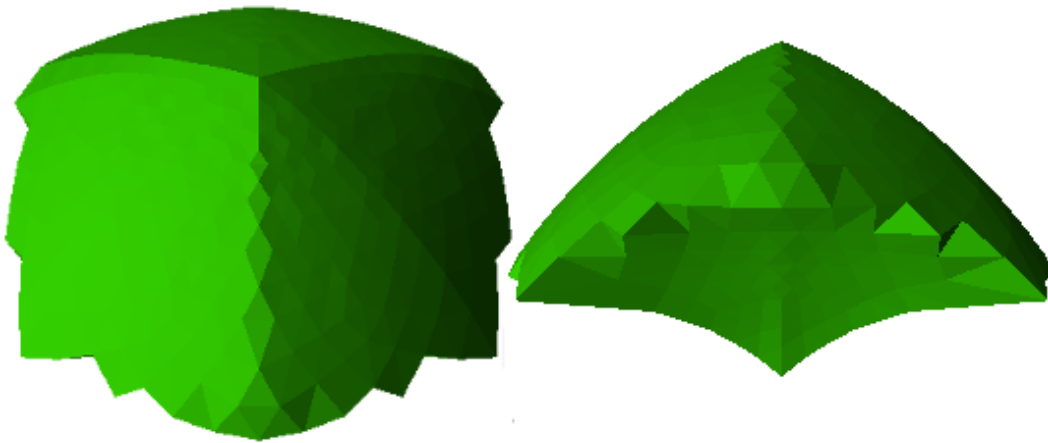


Abbildung 6.6: Arbeitsraum aus 2 Perspektiven

Optionale Transparenz der Darstellung soll den Benutzer zusätzlich bei der Untersuchung der Arbeitsraumgeometrie unterstützen. Zu diesem Zweck wird vor der Übergabe an OpenGL aus den Skalarprodukten der Flächennormalen mit dem Blickrichtungsvektor, abhängig von der aktuellen Blickrichtung, berechnet ob sich ein Flächenstück auf der Vor- oder Rückseite des Objektes befindet. Anschließend wird die grafische Darstellung der transparenten Dreiecksflächen von der dem Betrachter abgewandten Seite des Objektes begonnen und mit den gegenüberliegenden Dreiecksflächen abgeschlossen. Auf diese Weise wird nach deren Überlagerung eine realitätsnahe Erscheinung erzielt. Für die Darstellung ohne Transparenz werden nur die Flächenstücke der Vorderseite nicht transparent dargestellt.

6.1.5 Skalierung der dargestellten Oberfläche

Zur Analyse der inneren Bereiche des Arbeitsraumes, werden nach Berechnung der Grenzpunkte des Arbeitsraumes (anhand der Ikosaederstruktur) die Vektoren vom TCP zum jeweiligen Punkt mit einem Skalierungsfaktor kleiner 1 multipli-

ziert. Somit lassen sich verschiedene „Schalen“ des Arbeitsraumes darstellen, und analysieren (siehe Abbildung 6.7).

6.2 Kräftebasierte Arbeitsraumanalyse

6.2.1 Kräfteberechnung

Neben dem Wissen über die Ausdehnung des Arbeitsraumes einer Kinematik ist der auf die einzelnen Beine wirkende Kräfteverlauf im Arbeitsraum von großer Bedeutung. Mit diesem Wissen kann ein reduzierter Arbeitsraum unter Berücksichtigung von Grenzvorgaben für Zug- und Druckkräfte, die maximal auf die Beine wirken dürfen, erstellt werden. Auch für Dynamikanalysen ist diese Information wichtig. Tabelle 6 enthält die für die Kräfteberechnung notwendigen Parameter.

Äußere Kraft auf TCP	F
In TCP eingebrachtes Moment	M
Einheitsvektoren der Beine	$EV_1 \dots EV_6$
Kraftbeträge der Beine	$f_1 \dots f_6$
Abstandsvektoren der Gelenkpunkte (TCP → Gelenk)	$r_1 \dots r_6$

Tabelle 6: Parameter der kräftebasierten Arbeitsraumanalyse

Durch Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen (61) - (66) wird ein Gleichungssystem erzeugt, mit welchem sich die Beträge und Richtungen der Kräfte in den 6 Beinen durch Auflösung nach Gauß-Jordan für jede Position des TCP im Arbeitsraum bestimmen lassen. Der Index i bezeichnet hierbei das i -te Bein. Weitere Indizes bezeichnen die jeweilige Achs- bzw. Ebenenprojektion.

Kräftegleichungen:

$$F_x = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot EV_{i,x}) \quad (61)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot EV_{i,y}) \quad (62)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot EV_{i,z}) \quad (63)$$



Momentengleichungen:

$$M_x = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot (EV_{i,yz} \times r_{i,yz})_x) \quad (64)$$

$$M_y = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot (EV_{i,xz} \times r_{i,xz})_y) \quad (65)$$

$$M_z = \sum_{i=1}^6 (f_i \cdot (EV_{i,xy} \times r_{i,xy})_z) \quad (66)$$

Die Visualisierung geschieht anhand der betragsmäßig größten Kraft. Abbildung 6.7 stellt die Kraftübersetzung bei Krafeinleitung am TCP in Richtung der negativen z-Achse (von oben auf die Plattform) sowie in Richtung der y-Achse (in der Grafik von der dem Betrachter zugewandten Seite) dar.

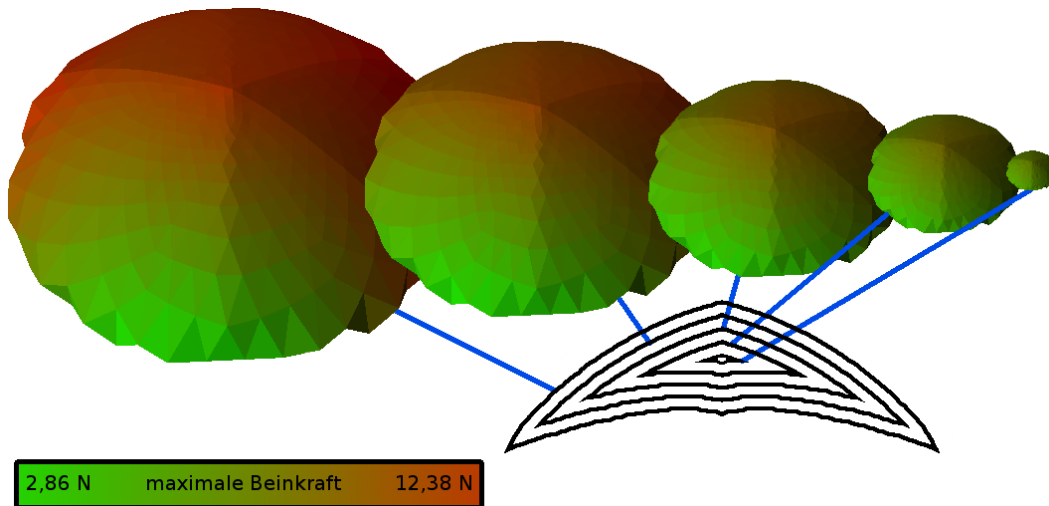


Abbildung 6.7: Darstellung der betragsmäßig maximalen Antriebskraft über mehrere Schalen des Arbeitsraumes bei Belastung des TCPs mit 10 N in -z-Richtung sowie 5 N in +y-Richtung

6.2.2 Beispielhafte Arbeitsraumanalyse

Zur Entwicklung der Positioniereinheit wurden Arbeitsraumanalysen für drei Variationen der Geometrie vorgenommen. Die Analysen wurden belastungsabhängig unter Vorgabe maximaler Zug- und Druckkräfte der Beine durchgeführt und die resultierenden Arbeitsräume miteinander verglichen.

Von Industriepartner Böhm vorgelegte Parameter:

- Basisgeometrie:

Alle Fußpunkte liegen auf einem Kreis mit Radius R_B ($R_B = \{60 \text{ mm}, 110 \text{ mm}, 160 \text{ mm}\}$, siehe Tabelle 7 und 8). Sie sind paarweise mit einem eingeschlossenen Winkel von $\varphi_B = 20^\circ$ angeordnet. Der Winkel zwischen den Mitten der Paare beträgt $\varphi = 120^\circ$.

- Plattformgeometrie:

Analog zur Basisgeometrie. Der Plattformradius beträgt $R_P = 100 \text{ mm}$. Der Winkel zwischen paarweise zusammengehörigen Kopfpunkten beträgt $\varphi_P = 15^\circ$.

- Beingeometrie:

Grundlänge = 230 mm

Verfahrweg = 100 mm

Betrachtung verschiedener Fußpunktradien und Werkstückmassen:

Die folgenden Tabellen stellen die maximale Ausdehnung des Arbeitsraumes bei Nullrotation ($A=B=C=0^\circ$) sowie einer maximalen Druck- bzw. Zugkraft von $F_{max} = 30 \text{ N}$ je Bein dar. Die Radien wurden exemplarisch gewählt um den Zusammenhang zum Arbeitsraum zu verdeutlichen.

	$m_{\text{Werkstück}} = 3 \text{ kg}$		
	$R_B = 60 \text{ mm}$	$R_B = 110 \text{ mm}$	$R_B = 160 \text{ mm}$
$X [\text{mm}]$	-97,7..97,7	-167,9..167,9	-125,8..125,8
$Y [\text{mm}]$	-106,7..110,7	-163,4..160,9	-128,6..130,8
$Z [\text{mm}]$	-30,5..72,6	-50,6..70,9	-47,6..61,1

Tabelle 7: Arbeitsraumausdehnung verschiedener Geometrien bei 3kg Werkstück

	$m_{\text{Werkstück}} = 6 \text{ kg}$		
	$R_B = 60 \text{ mm}$	$R_B = 110 \text{ mm}$	$R_B = 160 \text{ mm}$
$X [\text{mm}]$	-41,0..41,0	-76,7..76,7	-111,9..111,9
$Y [\text{mm}]$	-43,3..48,3	-80,5..88,9	-112,0..124,5
$Z [\text{mm}]$	-30,5..72,6	-33,2..70,9	-47,6..61,1

Tabelle 8: Arbeitsraumausdehnung verschiedener Geometrien bei 6kg Werkstück



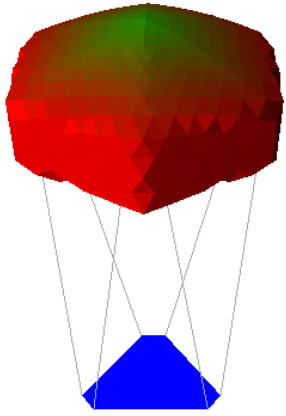
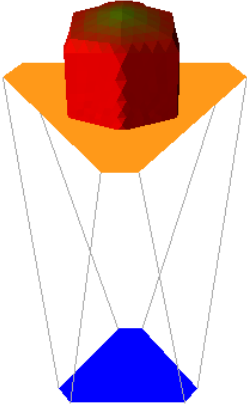
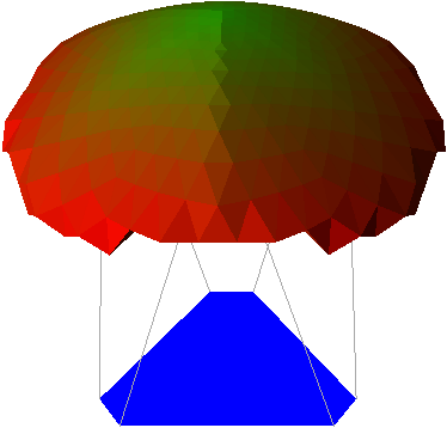
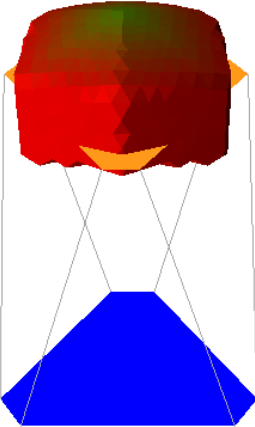
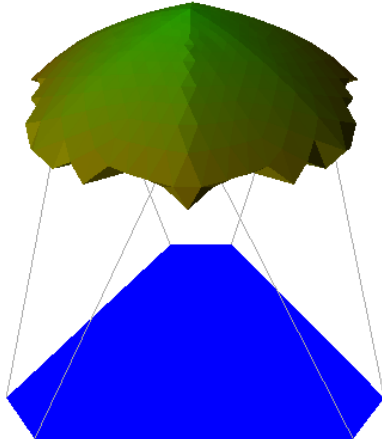
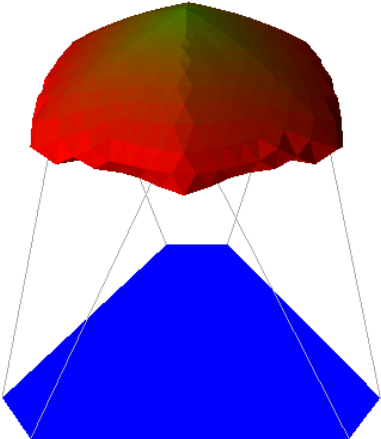
R_B	$m_{\text{Werkstück}} = 3 \text{ kg}$	$m_{\text{Werkstück}} = 6 \text{ kg}$
60 mm		
110 mm		
160 mm		

Tabelle 9: Grafische Darstellung der resultierenden Arbeitsräume

Tabelle 9 zeigt, dass bei kleinerem Basisradius ein größerer Arbeitsraum erreicht wird, dessen Randbereiche unter Belastung jedoch deutlicher reduziert werden (oben rechts am deutlichsten). Die Kraftübertragung auf die Beine wird bei größerem Basisradius günstiger (zunehmend grüne Färbung), in diesem Fall begrenzen die Verfährwege der Beine den Arbeitsraum.

6.3 Fehleranalyse

Die Berechnung der Auswirkung von fertigungstechnisch bedingten Geometriefehlern auf Position und Orientierung des TCPs an parallelkinematischen Positioniereinheiten ermöglicht deren Einteilung in Relevanzklassen und hilft somit Prioritäten bei der Fertigung zu setzen. Zusatzkosten zur Verringerung einzelner Fehler der Fertigung und Montage können direkt dem Nutzen, ausgedrückt in zusätzlicher Positionierpräzision, gegenübergestellt und abgewogen werden. Im Fall von Parallelkinematiken lassen sich einzelne Geometriefehler nicht wie bei seriellen Kinematiken komponentenweise auf den TCP abbilden. Sie wirken sich am Beispiel der Hexapod-Kinematik jeweils sowohl auf die Rotation als auch auf die Translation des TCPs aus. Zusätzlich ist diese Auswirkung abhängig von der Position des TCPs im Arbeitsraum und kann nicht ohne deren Kenntnis bestimmt werden. Die nicht geschlossen lösbare Vorwärtstransformation der Kinematik erfordert die Bestimmung der Fehlerauswirkungen auf den TCP anhand des in Kapitel 3.2 eingeführten diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation.

6.3.1 Grundlegende Fehler

Zunächst werden die grundlegenden Geometriefehler am Hexapod betrachtet, um diese bezüglich ihrer Verringerung zu priorisieren. Es handelt sich dabei um Positionsfehler der Basis- und Plattformgelenkmittelpunkte sowie Beinlängenfehler an jedem der 6 Beine entsprechend der Fehlerskizze in Abbildung 6.8.

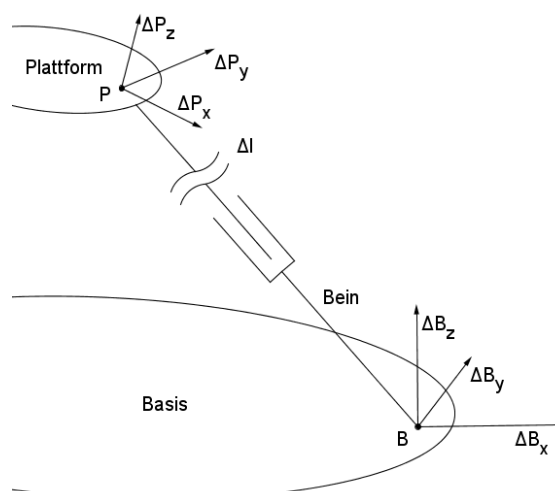


Abbildung 6.8: Fehlerskizze eines Hexapodbeines



Fehler	Bezeichnung	Anzahl
<u>Beine</u>		
Beinlängenfehler	ΔL	6
<u>Basis</u>		
Fußpunktfehler in x-Richtung	ΔB_x	6
Fußpunktfehler in y-Richtung	ΔB_y	6
Fußpunktfehler in z-Richtung	ΔB_z	6
<u>Plattform</u>		
Kopfpunktfehler in x-Richtung	ΔP_x	6
Kopfpunktfehler in y-Richtung	ΔP_y	6
Kopfpunktfehler in z-Richtung	ΔP_z	6
Gesamt		42

Tabelle 10: Grundlegend zu betrachtende Geometriefehler am Hexapod

6.3.2 Fehlerberechnung am konkreten Modell

Die Auswirkung von Fehlern auf den TCP kann am Hexapod nur über einen Ansatz der Vorwärtstransformation berechnet werden. Eine Möglichkeit ist, bei Bestimmung des Arbeitsraumes für jeden Oberflächenpunkt Geometriefehler anhand des in Kapitel 3.2 entwickelten diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation zu untersuchen, da deren maximale Auswirkung grundsätzlich am Rand des Arbeitsraumes zu erwarten ist.

Die Fehlerauswirkungen verschiedener Einflüsse auf den TCP werden in der nachfolgenden Tabelle, am Beispiel des für die Lehre entwickelten Schulhexapoden, gegenübergestellt. Bei diesem Modell wurde ein sehr geringer Produktionspreis angestrebt, um den Einsatz von Parallelkinematiken bereits im Schulunterricht zu ermöglichen. Die Schrittmotoransteuerung führt aufgrund der Schrittauflösung zu Quantisierungsfehlern, welche sich auf den TCP auswirken. Die zu betrachtenden Beinfehler betragen jeweils die halbe Schrittweite $s/2=7\mu\text{m}$. Der Gewindesteigungsfehler ist mit $\pm 20\mu\text{m}$ je 70 mm angegeben. Die Fertigungstole-

ranzen für Fuß- und Kopfpunkte betragen $\pm 10\mu\text{m}$. Diese werden, abhängig vom Winkel zwischen Bein und Basis, auf Beinlängenänderungen abgebildet, deren Auswirkung auf den TCP anhand des diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation (siehe Kap. 3.2) bestimmt wird. Auf diese Weise lassen sich auch hierfür die Fehlerauswirkungen im Arbeitsraum berechnen und in einer direkten Gegenüberstellung klassifizieren. Die translatorischen TCP-Fehler werden hierbei als euklidische Distanz zwischen Soll- und Istposition berechnet. Die angegebenen Rotationsfehler stellen jeweils das Betragsmaximum der drei Rotationsfehler dar.

Fehlertyp	transl. max	transl. min	rot. max	rot. min
Gewindesteigung	34.4 μm	22.4 μm	15.41m $^\circ$	10.71m $^\circ$
Kopf-/Fußpunkt (x,y)	13.68 μm	$\approx 0\text{m}^\circ$	6.17m $^\circ$	$\approx 0\text{m}^\circ$
Kopf-/Fußpunkt (z)	11.2 μm	11.18 μm	5.36m $^\circ$	3.84m $^\circ$
Quantisierung	10.85 μm	7.84 μm	4.39 μm	3.81m $^\circ$

Tabelle 11: Einflüsse der Geometriefehler auf die Positioniergenauigkeit des Schulhexapoden

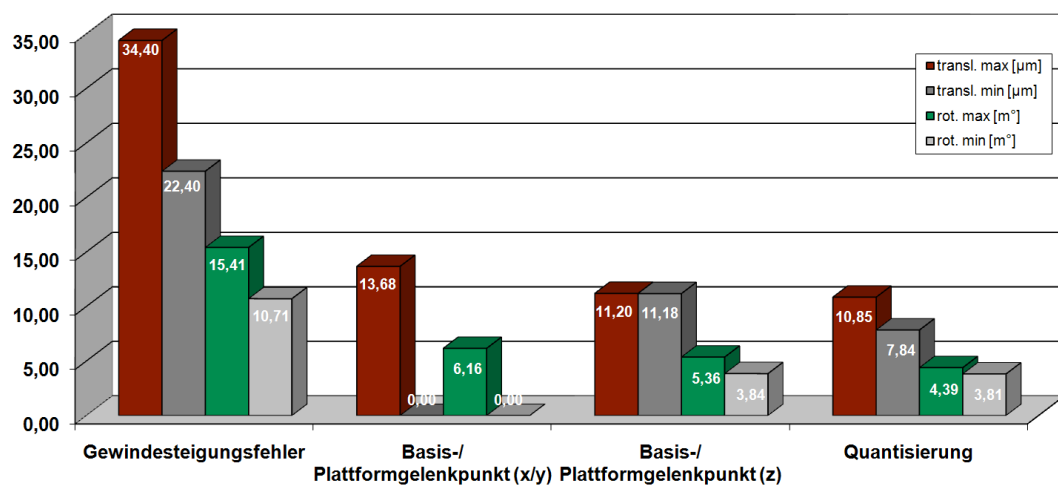


Abbildung 6.9: Einflüsse der Geometriefehler auf die Positioniergenauigkeit des Schulhexapoden



6.3.3 Weitere Fehler

Neben den behandelten Fehlern treten in der Praxis weitere Fehler auf. Temperaturabhängige Ausdehnung der Beine, aufgrund der Erwärmung der Motoren, wirkt sich weitgehend positionsunabhängig auf die Positionierung aus und kann z. B. durch Glasmaßstäbe erfasst und kompensiert werden. Unrundheit von Gelenkkugeln/-schalen hingegen wirkt sich stark positionsabhängig auf den TCP aus und ist nicht mit Encodern am Bein zu erfassen. Masory befasst sich in [45] speziell mit der Betrachtung von Kugelgelenken an Hexapoden. Im Fall des Schulhexapoden kommt hinzu, dass jedes Gelenk 3 Freiheitsgrade aufweist und somit eine Rotation des Beines um dessen Längsachse möglich ist, was dazu führt, dass bei gleicher Sollposition des TCP unterschiedliche Fehlerauswirkungen auftreten können. Diese Unsicherheit kann durch die Verwendung von Kardangelenken auf einer Seite behoben werden. Sollen auf beiden Seiten je nur 2 Freiheitsgrade zugelassen werden, ist eine Verwindung des Beines in sich zuzulassen. Bei der Transformation ist zu berücksichtigen, dass daraus, im Fall der Motor-Spindel-Konstruktion, eine positionsabhängige Beinlängenänderung resultiert. Diese ist aufgrund der Positionsabhängigkeit berechenbar.

7 Anforderungsbasierte Konfiguration

Viele Parameter, welche sich in Abhängigkeit voneinander und höchst nichtlinear auf den Arbeitsraum eines Hexapoden auswirken, lassen die Auslegung der Geometrie für optimalen Arbeitsraum sehr komplex werden (siehe Kap. 2.3). Die anforderungsbasierte Auslegung eines Hexapoden ist jedoch Grundlage für eine effiziente Nutzung. Nur so kann der jeweils kleinste/günstigste Hexapod für eine bestimmte Anwendung entwickelt und gebaut werden.

Die schlechte Überschaubarkeit der Parameterauswirkungen auf den Arbeitsraum sowie dessen Form schrecken viele vor der Auseinandersetzung mit Parallelkinematiken ab, da die entsprechenden Zusammenhänge bei seriellen Kinematiken wesentlich intuitiver zu erfassen sind. Selbst namhafte Firmen der Parallelkinematik-Branche verfügen über keine allgemeinen Optimierungsstrategien, sondern verlassen sich bei der Auslegung von Hexapoden auf die Intuition erfahrener Mitarbeiter bzw. variieren bestehende, bewährte Hexapoden bis eine Lösung gefunden ist, welche die gewünschten Eigenschaften enthält. Um so wichtiger ist eine gut nachvollziehbare Arbeitsraumberechnung, dessen sinnvolle Bewertung anhand von intuitiv nachvollziehbaren Kriterien und schließlich eine auf der Bewertung aufbauende Optimierung. Hierbei sind technisch bedingte Grenzen wie z. B. Platzbedarf der Gelenke und begrenzte Beinkräfte zu berücksichtigen. [9]

7.1 Konfigurationsparameter

Zur Optimierung der Geometrie eines Hexapoden ist der Parametersatz P , welcher alle zu betrachtenden Geometrieparameter enthält, zu bestimmen. Für jeden dieser Parameter sind Grenzen festzulegen, innerhalb welcher dieser variiert werden kann. Darüber hinaus ist ein Parametersatz Q festzulegen, welcher alle Randbedingungen der Optimierung enthält. Hierzu zählen Beschränkungen, die sowohl aus den gewählten Hardwarespezifikationen als auch aus den, an den Manipulator gestellten, Leistungsanforderungen resultieren. Hexapoden werden häufig mit einer gewissen Symmetrie hergestellt, was sich für die meisten Anwendungen als vorteilhaft erweist. Die Symmetrie bringt aber vor allem eine Vereinfachung der Produktion mit sich, da alle Beine nach einer Konstruktion, mit den gleichen Fertigungsschritten auf den gleichen Maschinen hergestellt werden können.



7.1.1 Symmetrievorgaben

Alle 6 Beine haben die gleichen Grundlängen l_{min} und Maximallängen l_{max} . l_{min} sei bei den folgenden Berechnungen die Bezugsgröße für alle anderen Parameter (l_{max} , r_B , r_P , d_{TCP} , ...). l_{max} ist als von der Hardwarespezifikation gegeben anzusehen, ebenso die maximal zulässige Belastbarkeit der Beine $F_{leg,max}$. Jedes Bein i ist über die Gelenkmittelpunkte B_i bzw. P_i mit Basis bzw. Plattform verbunden ($i=\{1,2,\dots,6\}$). Alle B_i befinden sich auf einem Kreis mit Radius r_B um den Mittelpunkt M_B , alle P_i auf einem Kreis mit Radius r_P um den Mittelpunkt M_P . Zusätzlich sei die Symmetrie der Basis (Abbildung 7.1 links) beschrieben durch:

$$\begin{aligned} \sphericalangle B_i M_B B_{(i+2)\bmod 6} &= 120^\circ, \\ \sphericalangle B_i M_B B_{i+1} &= 120^\circ - \alpha_B, \\ i &\in \{1,3,5\} \end{aligned} \quad (67)$$

Die Plattformsymmetrie (Abbildung 7.1 rechts) sei beschrieben durch:

$$\begin{aligned} \sphericalangle P_i M_P P_{(i+2)\bmod 6} &= 120^\circ, \\ \sphericalangle P_i M_P P_{i+1} &= \alpha_P, \\ i &\in \{1,3,5\} \end{aligned} \quad (68)$$

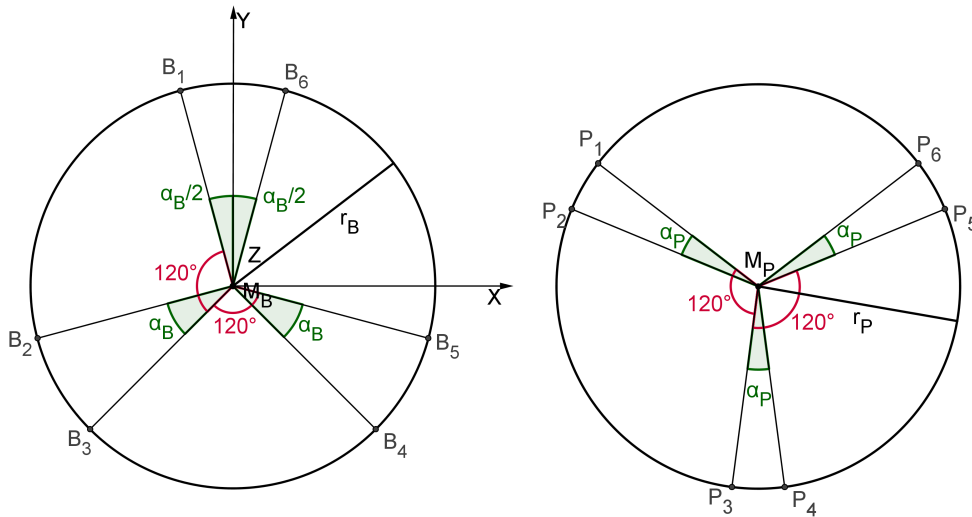


Abbildung 7.1: Basisgeometrie links – Plattformgeometrie rechts

Der TCP befinde sich mit Abstand d_{TCP} zu M_P auf der zur Normalen der Plattform parallelen Geraden durch M_P .

Beste Eigenschaften werden für $d_{TCP}=0$ erreicht, da für Rotationen in diesem Fall die geringsten Verfahrenswege der Beine notwendig sind, während d_{TCP} auf die Translation keine Auswirkung hat. Werkzeug-/Werkstückbeschaffenheit legen

aber in der Praxis einen Mindestabstand fest. Die Montage des Werkzeugs/Werkstücks über oder unter der Plattform beeinflusst das durch den TCP erreichbare Volumen nur sehr wenig. Eingeschränkt durch die Beine selber wird der resultierende Arbeitsraum für $d_{TCP} < 0$ (TCP zwischen Basis und Plattform) in den Randbereichen jedoch deutlich reduziert, wenn dieser mehr als einen schlanken Bereich mittig über der Basis einnimmt. Ein für Zeichenaufgaben am Schulhexapoden montierter Bleistift (siehe Abbildung 7.2) verdeutlicht beispielhaft eine Konfiguration mit $d_{TCP} < 0$.

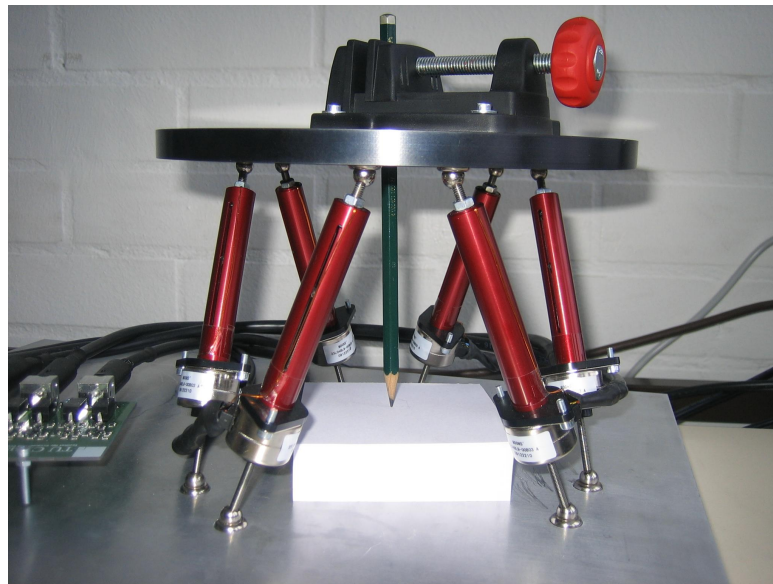


Abbildung 7.2: Schulhexapod mit Bleistift und Notizblick

7.1.2 Parametersatz

Aus den Symmetrievorgaben in Kapitel 7.1.1 ergibt sich der Parametersatz P , welcher bei der Optimierung der Geometrie zu betrachten ist. Abhängig von der jeweiligen Bewertungsmethode sind die Parameter von P zu bestimmen, um den besten Arbeitsraum zu erhalten:

$$P = \{\alpha_B, r_B, \alpha_P, r_P\} \quad (69)$$

Bei der Optimierung ist zusätzlich der Parametersatz Q zu berücksichtigen, welcher sich aus den in Kapitel 7.1.1 beschriebenen Hardwarespezifikationen sowie den jeweiligen Leistungsanforderungen an den Hexapod ergibt. Zu zweiteren zählen die Forderung nach einem Minimum an Rotationsfreiheit rot_{min} sowie einem Minimum an Belastbarkeit des TCPs mit Kraft $F_{TCP,min}$ und Moment $M_{TCP,min}$, ohne die Beine durch zu hohe Zug- oder Druckkräfte zu überlasten:

$$Q = \{l_{min}, l_{max}, F_{leg,max}, rot_{min}, F_{TCP,min}, M_{TCP,min}\} \quad (70)$$



7.2 Effiziente Arbeitsraumanalyse symmetrischer Hexapoden

Die Arbeitsraumanalyse wird basierend auf der Rücktransformation vorgenommen. Entlang von Strahlen, welche von einem gemeinsamen Startpunkt innerhalb des Arbeitsraumes ausgehen, wird anhand des Bisektionsverfahrens die Arbeitsraumoberfläche bestimmt. Durch eine gute Wahl des Startpunktes, zentral im zu erwartenden Arbeitsraum, sowie Strahlen gleicher Winkel zueinander können hohe Auflösungen bei akzeptablem Rechenaufwand erreicht werden. Jede Oberflächenberechnung wird für eine konstante TCP-Rotation ausgeführt. Um den Arbeitsraum zu bestimmen, innerhalb welchem ein Minimum an Rotationsfreiheit gewährleistet ist, müssen mehrere Berechnungen durchgeführt werden. Die Beinkräfte $F_{leg,i}$ werden für jede Rücktransformation mitberechnet (gemäß Kap. 6.2.1), um deren Überschreiten ebenfalls ausschließen zu können.

7.2.1 Arbeitsraumsymmetrie

Die genannten Symmetrievorschriften führen zu einem Arbeitsraum, welcher im Fall der Nullrotation drei Symmetrieebenen enthält: Die y-z-Ebene sowie zwei weitere Ebenen, welche durch die Rotation der ersten um 120° bzw. 240° um die z-Achse beschrieben werden. Ober- und Unterseite des Arbeitsraumes weisen jeweils 3 Maxima und 3 Minima bezogen auf die Ausdehnung in z-Richtung auf. Gegenüber den Maxima auf der Oberseite, welche bei 0° , 120° und 240° gegenüber der positiven y-Achse liegen, sind die Maxima der Unterseite um 60° verdreht (siehe Abbildung 7.3). Genannte Symmetrieeigenschaften des Arbeitsraumes eines, nach oben genannten Kriterien symmetrischen, Hexapoden erlauben eine deutliche Effizienzsteigerung bei der Arbeitsraumuntersuchung. Die Berechnung der Oberfläche eines Segments von 60° enthält alle Informationen über die Beschaffenheit des Arbeitsraumes bei Nullrotation des TCPs.

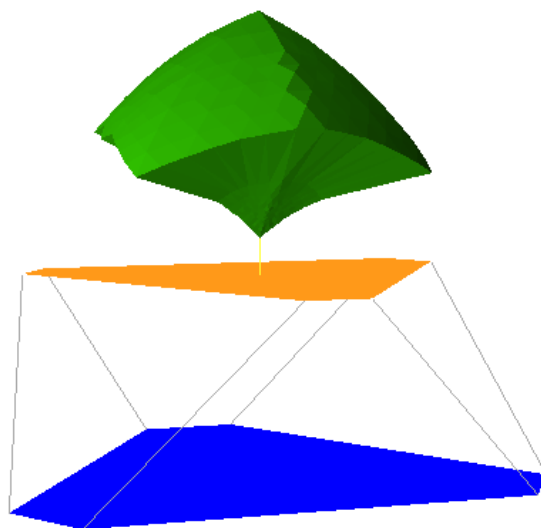


Abbildung 7.3: 3-fach Symmetrie des Arbeitsraumes

7.2.2 Rotationskörper

Um besser vergleichbare Aussagen über Arbeitsräume von Hexapoden zu erhalten, ist es möglich, jeweils den größten, vollständig einbeschreibbaren Rotationskörper zu betrachten, welcher durch Rotation der Arbeitsraumoberfläche um die z-Achse ermittelt werden kann. Dieses ist, wie in Kapitel 7.2.1 beschrieben, anhand eines 60° Segments möglich und dient im Folgenden als Grundlage zur Arbeitsraumbewertung. Ähnlich dem Verfahren in Kapitel 6.1.2 werden hierzu, ausgehend vom TCP, Strahlen in der y-z-Ebene auf ihren Durchstoßpunkt durch die Arbeitsraumoberfläche hin untersucht (siehe Abbildung 7.4). Die Winkel α_s zwischen den Strahlen sind dabei gleich groß und somit abhängig von der Anzahl n der Strahlen ($\alpha_s = 180^\circ / (n-1)$). Dieser Vorgang wird unter Drehung um die z-Achse m mal durchgeführt. Die Winkel α_E zwischen den Ebenen sind jeweils gleich groß und somit von der Ebenenanzahl m abhängig ($\alpha_E = 60^\circ / (m-1)$). Durch anschließende Rotation dieser Ebenen in eine gemeinsame Bildebene ergibt sich die in Abbildung 7.5 gezeigte Ansicht, deren innere Grenze den größtmöglichen, in den Arbeitsraum einbeschreibbaren Rotationskörper um die z-Achse darstellt. Ihre Stützpunkte d berechnen sich aus denen der m Oberflächenlinien zu:

$$d_i = \{x_i, z_i\} \quad (71)$$

Die Komponenten x_i und z_i resultieren hierbei aus den Komponenten x'_i, y'_i, z'_i der Oberflächenlinien:

$$\begin{aligned} x_i &= \min_m \left(\sqrt{x'_{i,m}{}^2 + y'_{i,m}{}^2} \right), \\ z_i &= z'_{i,m}, \quad m = \arg \min_m \left(\sqrt{x'_{i,m}{}^2 + y'_{i,m}{}^2} \right) \end{aligned} \quad (72)$$

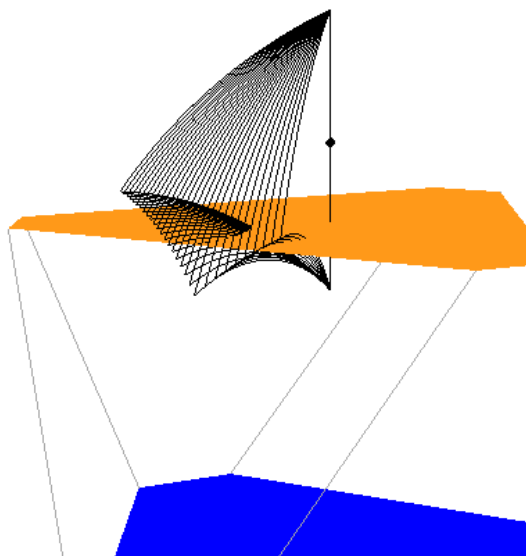


Abbildung 7.4: 60° -Segment des Arbeitsraumes

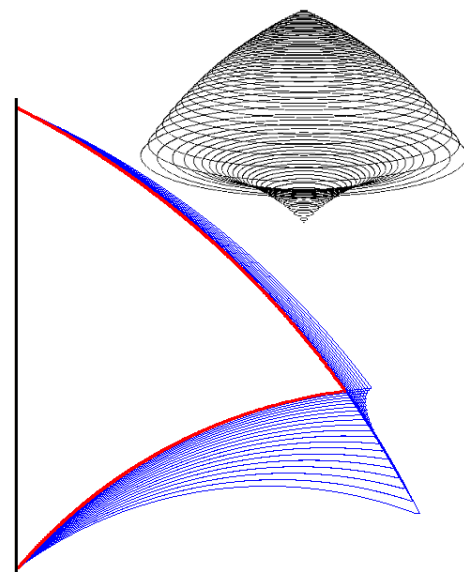


Abbildung 7.5: 2D-Darstellung und resultierender Rotationskörper



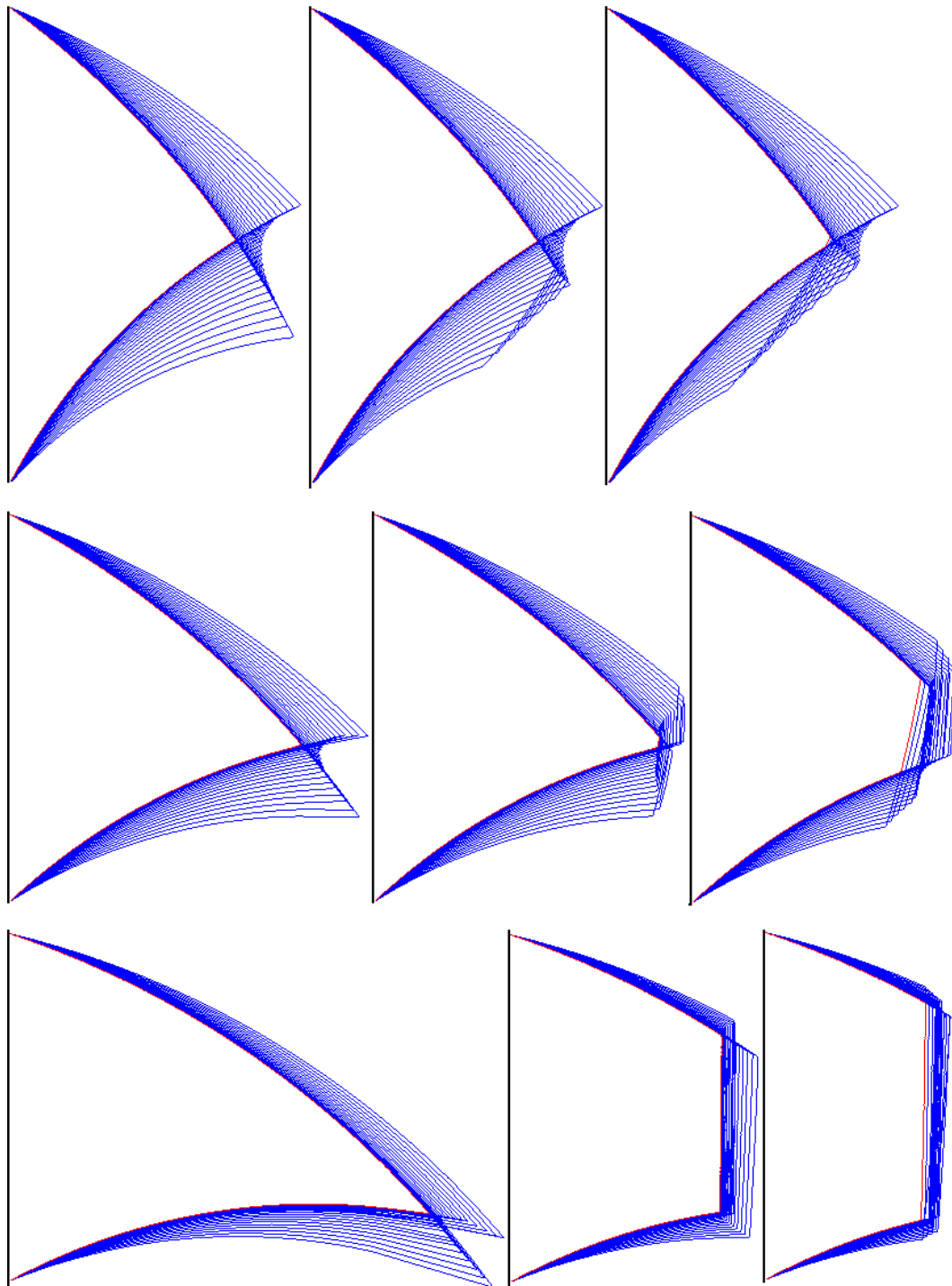


Abbildung 7.6: 2D-Arbeitsraumdarstellung v.o.n.u.: $\alpha_B + \alpha_P = 15^\circ; 40^\circ; 65^\circ$,
v.l.n.r.: Ohne Krafteinwirkung, $\alpha_P = 0$, $\alpha_B = 0$.

7.2.3 Allgemeine Geometrieauswirkungen auf den Arbeitsraum

Die Betrachtung des Arbeitsraumes unter Variation des in Kapitel 7.1.2 definierten Parametersatzes P sowie einer Kraft $F_{TCP, min, Z}$ auf den TCP (siehe Abbildung 7.6) lässt einen Zusammenhang deutlich erkennen: Bei Nullrotation und gleicher Summe $\alpha_B + \alpha_P$ ergibt sich für $F_Z = 0$ immer der gleiche Arbeitsraum. Die Erhöhung der Summe $\alpha_B + \alpha_P$ führt zu einer Verringerung des unteren Bereichs des Arbeitsraumes, einer Verbreiterung des Mittelteils, sowie einer Verschiebung des gesamten Arbeitsraumes nach oben. Je größer hierbei der Quotient α_B / α_P ist, desto robuster ist der Arbeitsraum gegen eine auf den TCP wirkende Kraft F_Z .

7.2.4 Arbeitsraum mit Mindestrotationsfreiheit

Zur Bestimmung eines Arbeitsraumes mit Mindestrotationsfreiheit müssen Arbeitsraumanalysen für jede zu betrachtende Rotation vorgenommen werden, was zu einem enormen Rechenaufwand führt. Der Arbeitsraum, welcher die geforderte Rotationsfreiheit enthält, ergibt sich als Schnittmenge aller resultierenden Arbeitsräume:

$$WS_{rot} = WS_{rot1} \cap WS_{rot2} \cap \dots \cap WS_{rotn} \quad (73)$$

Eine Möglichkeit den Rechenaufwand zu reduzieren besteht darin, jeweils nur den aus der maximalen Rotation um die jeweilige Achse resultierenden Arbeitsraum zu betrachten. Dieses Vorgehen führt zwar zu keiner vollständigen Information über die Rotationsfreiheit, liefert für die jeweilige Geometrie aber eine quantitative Aussage hierüber:

$$WS_{rot} = WS_{rot X min} \cap WS_{rot X max} \cap WS_{rot Y min} \cap WS_{rot Y max} \cap WS_{rot Z min} \cap WS_{rot Z max} \quad (74)$$

Eine weitere Effizienzsteigerung kann vorgenommen werden, indem geometrische Eigenschaften der in Kapitel 7.2.1 eingeführten Symmetrie berücksichtigt werden, anstatt die Rotationsfreiheit nur bezogen auf die kartesischen Achsen zu betrachten. Die Arbeitsraumbestimmung unter Rotation um die y-Achse beinhaltet z. B. alle Informationen über die Rotationen um zwei weitere Achsen innerhalb der x-y-Ebene, welche durch Rotation der y-Achse um 120° bzw. 240° um die z-Achse beschrieben werden. Um eine höhere Auflösung für die Rotationsfreiheitsuntersuchung um Achsen in der x-y-Ebene zu erhalten und somit eine bessere quantitative Aussage über die Rotationsfreiheit um x- und y-Achse machen zu können, werden k Achsen in der x-y-Ebene betrachtet. Die Winkel zwischen diesen Achsen seien dabei gleich groß und ihre Summe sei 60° ($\alpha_A = 60^\circ / k$). Die Schnittmenge der resultierenden Arbeitsräume ergibt den gesuchten Arbeitsraum für die geforderte Mindestrotationsfreiheit um x- und y-Achse sowie deren Kom-



binationen mit der Auflösung k . Somit können anhand der Betrachtung eines 60° -Sektors die Auswirkungen aller Rotationsanforderungen auf den Arbeitsraum betrachtet werden.

7.3 Bewertung des Arbeitsraumes

Wie einleitend beschrieben ist eine Bewertung des Arbeitsraumes als Grundlage der Optimierung notwendig. Nur anhand einer Arbeitsraumbewertung kann ein direkter Vergleich und somit die Beurteilung, ob eine Verbesserung erreicht wurde, stattfinden. Darüber hinaus ist die Bewertung derart zu gestalten, dass das Ergebnis gut erfassbar ist und mit wenig Aufwand mit den Arbeitsräumen serieller Kinematiken verglichen werden kann. Der naheliegende Ansatz, den Arbeitsraum anhand seines Volumens zu bewerten, ist daher noch nicht ausreichend. Diese Bewertung sagt nichts über die Form des Arbeitsraumes aus und ist daher nicht hilfreich beim Vergleich mehrerer Kinematiken. Die Bestimmung der größten, vollständig in den Arbeitsraum einbeschreibbaren Kugel bietet hingegen zumindest die Möglichkeit, verschiedene Hexapodgeometrien aussagekräftig miteinander zu vergleichen. Der Vergleich mit meist quaderförmigen Arbeitsräumen serieller Kinematiken bleibt aber problematisch. Einen guten Kompromiss stellt der größte vollständig in den Arbeitsraum einbeschreibbare Zylinder vorgegebener Proportion dar. Dieser Körper ist gut vorstellbar und somit vergleichbar, darüber hinaus ist die Möglichkeit gegeben, Forderungen an die Arbeitsraumproportion zu stellen. Die Konfiguration eines Hexapoden kann somit der jeweils gewünschten Arbeitsraumproportion entsprechend optimiert werden.

Der Parameter p , welcher das Verhältnis von Radius r zu Höhe h des Zylinders beschreibt wird dem in Kapitel 7.1.2 eingeführten Parametersatz Q hinzugefügt und bildet somit eine weitere Randbedingung für die geometrische Optimierung von Hexapoden.

Auf Grundlage der inneren Grenze d der Arbeitsraumboberflächenlinien, welche in Kapitel 7.2.2 hergeleitet wurde, wird ein Zylinder in den Arbeitsraum einbeschrieben. Bei Betrachtung der 2D-Darstellung (Abbildung 7.7) wird die obere Ecke C_{Top} des Zylinders auf einem Punkt d_T der Arbeitsraumbegrenzung platziert. C_{Bottom} ergibt sich aus dem Schnittpunkt von zwei Geraden: Eine Parallele zur z -Achse durch den Punkt C_{Top} und eine durch die Punkte d_B und d_{B-1} mit:

$$d_{B,x} < C_{Top,x} < d_{B-1,x}, \quad B-1 > T \quad (75)$$

Des Weiteren ist der in (67) beschriebene Fall zu behandeln:

$$d_{i,z} > d_{B,z}, \quad i \geq B \quad (76)$$

Hierbei wölbt sich die untere Arbeitsraumgrenze in den einbeschriebenen Zylinder. In diesem Fall ist die z-Komponente der unteren Zylinderecke derart anzuheben, dass die Erreichbarkeit des gesamten Zylinders durch den TCP unter allen formulierten Leistungsanforderungen weiterhin gewährleistet werden kann:

$$C_{Bottom,z} = \max(d_{i,z}), \quad i \geq B \quad (77)$$

Die Proportion des Zylinders wird durch den Quotienten p definiert:

$$p = \frac{r}{h} = \frac{C_{Top,x}}{C_{Top,z} - C_{Bottom,z}} \quad (78)$$

Durch Variation von C_{Top} wird p verändert, bis die geforderte Arbeitsraumproportion optimal angenähert ist. Eine höhere Auflösung von d führt zu einer besseren Annäherung von p . Dennoch wird nach Bestimmung von C_{Top} und C_{Bottom} eine Korrektur vorgenommen, um die Zylinderproportion exakt den Anforderungen anzupassen:

$$\begin{aligned} & \text{if} \left(h < \frac{r}{p} \right) \\ & \quad C_{Top,x} := h \cdot p \quad \wedge \quad C_{Bottom,x} := h \cdot p \\ & \text{if} \left(h > \frac{r}{p} \right) \\ & \quad C_{Bottom,z} := C_{Top,z} - \frac{C_{Top,x}}{p} \end{aligned} \quad (79)$$

Das Volumen V des einbeschriebenen Zylinders dient als Bewertungskriterium und berechnet sich zu:

$$V = \pi \cdot C_{Top,x}^2 \cdot (C_{Top,z} - C_{Bottom,z}) \quad (80)$$

Abbildung 7.8 zeigt die 3D-Darstellung einer Arbeitsraumuntersuchung eines 60°-Segmentes mit einbeschriebenem Zylinder der Proportion $p=1$.



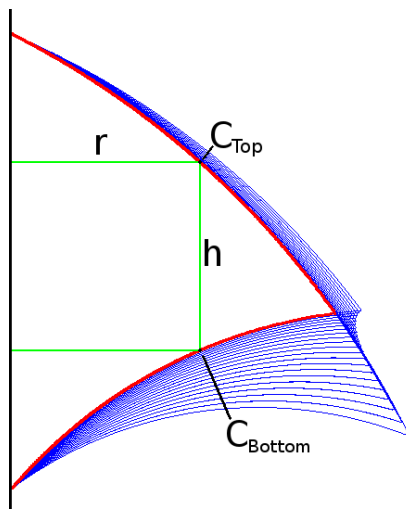


Abbildung 7.7: Linien der Arbeitsraumoberfläche mit einbeschriebenem Zylinder der Proportion $p=1$

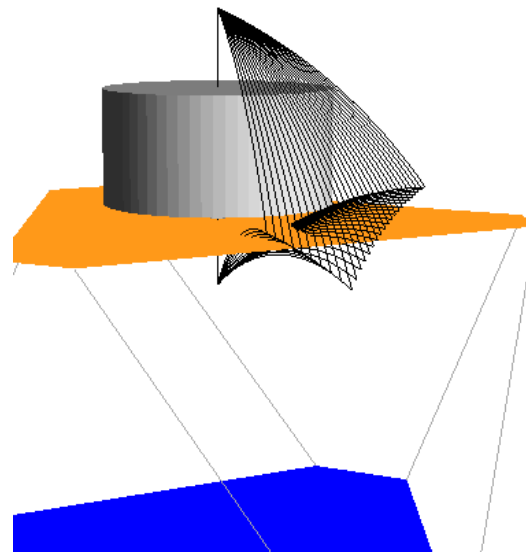


Abbildung 7.8: 3D-Darstellung eines 60°-Segments des Arbeitsraumes mit einbeschr. Zylinder der Proportion $p=1$

7.4 Optimierung

Zur Optimierung des Arbeitsraumes eines Hexapoden ist das Parameterset Q anhand der technischen Spezifikationen der Hardware sowie der geforderten Eigenschaften zu definieren. Anschließend ist der Parametersatz P zu bestimmen, welcher unter Berücksichtigung aller Randbedingungen zur besten Arbeitsraumbewertung führt. Die Optimierung findet iterativ, beginnend mit einer Ausgangsgeometrie, statt. Rechenaufwand und Erfolg hängen dabei stark vom angewandten Algorithmus ab.

Suchalgorithmen wie z. B. Hill-Climbing, Simulated Annealing und Evolutionäre Algorithmen stellen Möglichkeiten der heuristischen Suche dar [25], [68]. Simulated Annealing ist einem Abkühlprozess nachempfunden und akzeptiert bei der Suche mit abnehmender Wahrscheinlichkeit auch schlechtere Lösungen. Hill-Climbing hingegen akzeptiert in jedem Schritt nur bessere Lösungen, wodurch eine geringere Laufzeit gegeben ist, jedoch auch eine höhere Wahrscheinlichkeit besteht, lokale Maxima als Lösung zu erhalten. Evolutionäre Algorithmen verfahren nach den Prinzipien Auswertung und Parameterrekombination. Aufgrund des hohen Rechenaufwandes für jede Arbeitsraumberechnung sowie des großen Lösungsraumes wird im Folgenden ein Hill-Climbing-Algorithmus verwendet. Dieser führt relativ schnell zu verbesserten Konfigurationen des Hexapoden bzgl. des Arbeitsraumes.

Der Hill-Climbing-Algorithmus beginnt mit einer Arbeitsraumberechnung für einen als Anfangswert gewählten Parametersatz P . Anschließend werden einzelne Parameter aus P nacheinander, innerhalb der als zulässig definierten Grenzen variiert und, sofern sie zu einer Verbesserung des Arbeitsraumes führen, gespeichert. Bei der Variante Steepest-Ascent-Hill-Climbing [58] werden in jedem Iterationsschritt nacheinander alle Parameter variiert und jeweils der gespeichert, der zur maximalen Verbesserung führt. Werden die Parameter jeweils um kleine Beträge variiert, ist das Verbesserungspotential begrenzt und der Algorithmus führt zu lokalen Maxima nahe der Anfangsgeometrie. Dieser Ansatz kann gewählt werden, um bestehende Hexpoden in gewissen Grenzen zu optimieren. Um die optimale Geometrie für gegebene Anforderungen zu bestimmen ist die Ausgangsschrittweite so groß zu wählen, dass alle potentiellen Konfigurationen von Geometrieparametern abgedeckt werden können. Sobald sich keine weiteren Verbesserungen einstellen wird diese Schrittweite jeweils halbiert. Auf diese Weise wird der gesamte Lösungsraum betrachtet, und das Erreichen eines globalen Maximums ist möglich, während die abschließende Annäherung mit hoher Auflösung vorgenommen wird (siehe Abbildung 7.9).

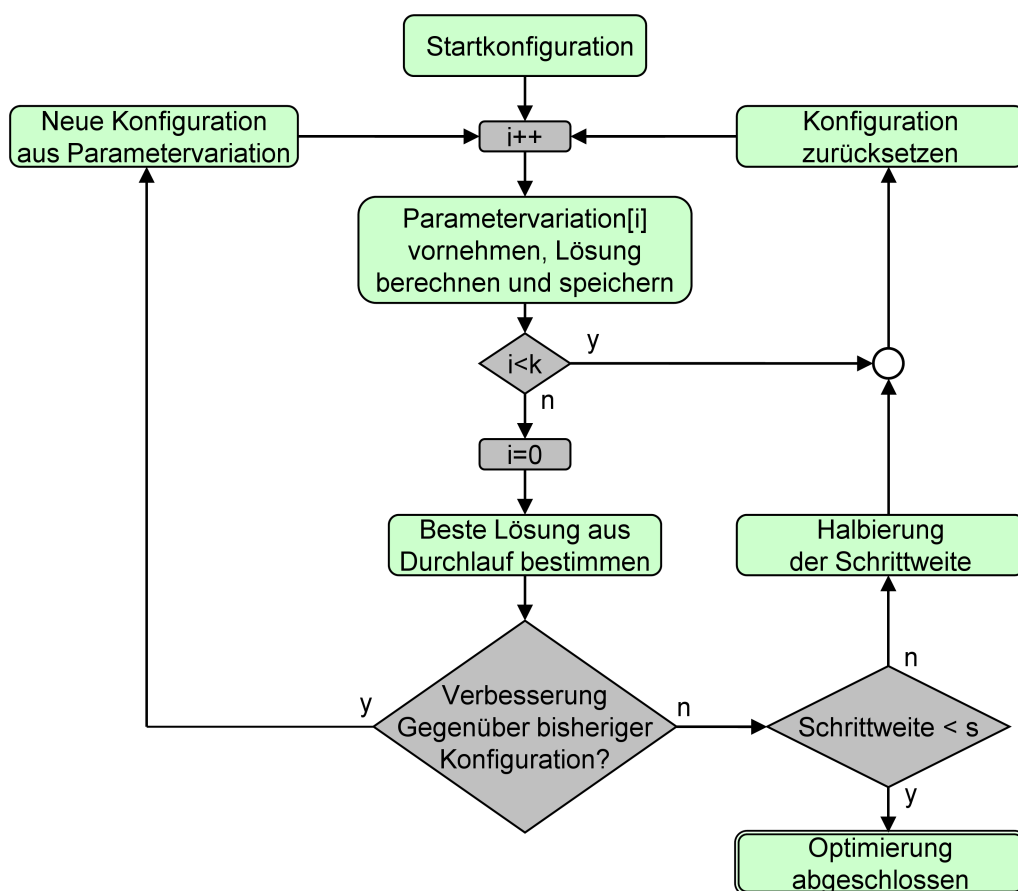


Abbildung 7.9: Flussdiagramm der Arbeitsraumoptimierung



7.5 Ergebnisse

Der zuvor dargestellte Ansatz erlaubt die geometrische Konfiguration von Hexapoden unter Berücksichtigung limitierender, technischer Spezifikationen sowie festgelegter Leistungsanforderungen an die Kinematik zu verbessern. Abbildung 7.10 zeigt eine beispielhafte Optimierung. Der TCP befindet sich 5 mm oberhalb der Plattform ($d_{TCP}=5$ mm). Die Arbeitsraumanalyse wurde wie in Kapitel 7.2 beschrieben für $n=500$, $m=20$ und $k=2$ vorgenommen, was zu einer Auflösung der Arbeitsraumoberfläche von 10.000 Punkten sowie einer Betrachtung der Rotationsfreiheit um 6 Achsen innerhalb der x-y-Ebene führt. Die Bewältigung einer in negative z-Richtung wirkenden Kraft von 25 N (z. B. die Gewichtskraft der Plattform und eines auf der Plattform liegenden Werkstücks bei einer Gesamtmasse von ca. 2,5 kg) ist über den gesamten Arbeitsraum zu gewährleisten. Der Parametersatz Q , welcher die einzuhaltenden Hardwarespezifikationen sowie Leistungsanforderungen enthält ist in Tabelle 12 dargestellt.

Parameter	l_{min} [mm]	l_{max} [l_{min}]	$F_{leg,max}$ [N]	$rot_{min,x/y}$ [°]	$F_{TCP,min,z}$ [N]	$M_{TCP,min}$ [Nm]
Wert	100	1,7	10	10	25	0

Tabelle 12: Parametersatz

Die Simulation beginnt mit der durch P_0 definierten Anfangsgeometrie. Der in Kapitel 7.4 beschriebene Optimierungsalgorithmus erzielt 13 Verbesserungen und führt schließlich zu P_{13} . Tabelle 13 zeigt eine Auswahl von während der Optimierung entstandenen Parametersätzen.

P	α_B [°]	r_B [l_{min}]	α_P [°]	r_P [l_{min}]	Zylinder Volumen [$10^{-6} l_{min}^3$]
P_0	10	1,20	10	1,00	30.4
P_2	10	1,20	10	0,68	50.0
P_4	10	1,04	10	0,52	67.0
P_6	10	0,88	10	0,36	95.7
P_{13}	2	0,80	26	0,18	134.5

Tabelle 13: Ausgewählte Parametersätze der Optimierung

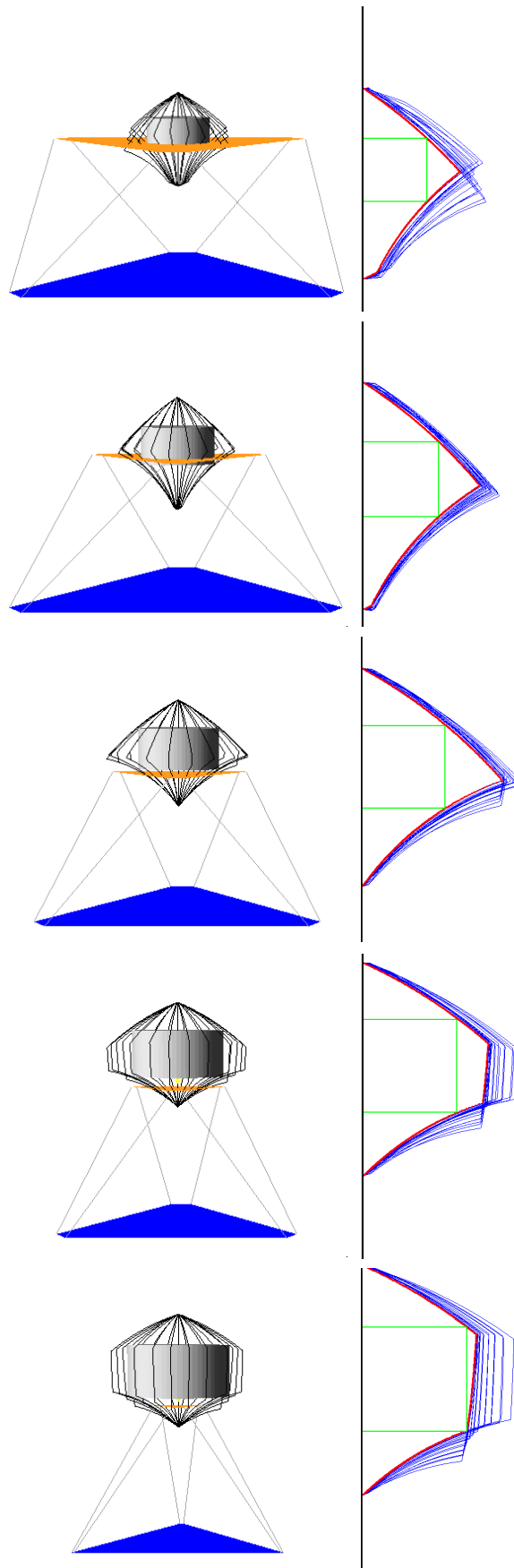


Abbildung 7.10: Ergebnisse der Arbeitsraumoptimierung

v. o. n. u.: P_0 , P_7 , P_4 , P_6 , P_{13}



Die Bewertung zeigt, dass das Volumen des größten einbeschreibbaren Zylinders der Proportion $p=1$ anhand der Arbeitsraumoptimierung um 342% vergrößert werden kann. Die Grenzwerte für α_B und α_P sind hierbei sehr weiträumig definiert:

$$\alpha_{B,min} = \alpha_{P,min} = 0^\circ \quad (81)$$

$$\alpha_{B,max} = \alpha_{P,max} = 120^\circ \quad (82)$$

Dieses ermöglicht theoretisch ein Zusammenfallen paarweise benachbarter Gelenkpunkte in jeweils einen gemeinsamen Gelenkpunkt. Um diese konstruktive Herausforderung zu vermeiden, ist es möglich, die Grenzwerte für α_B und α_P in Abhängigkeit des für ein Gelenk benötigten Platzes enger zu setzen. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass neben dem Winkel auch der Radius den tatsächlichen Abstand beeinflusst und gegebenenfalls auch für diesen engere Grenzwerte zu setzen sind):

$$\alpha_{B,min} = \alpha_{P,min} = 10^\circ \quad (83)$$

$$\alpha_{B,max} = \alpha_{P,max} = 110^\circ \quad (84)$$

Wie zu erwarten, liefern die ersten Iterationen der Simulation exakt die gleichen Werte wie zuvor. Erst ab dem 10. Schritt werden die engeren Grenzen relevant und führen zu abweichenden weiteren Parametersätzen. Die beste gefundene Geometrie wird in diesem Fall durch $P_{12} = \{10, 0,80l_{min}, 22, 0,28l_{min}\}$ beschrieben und führt aufgrund der zusätzlichen Einschränkungen zu einer Arbeitsraumbewertung von nur $128,6 \cdot 10^{-6} l_{min}^3$. Die Ausführung der Arbeitsraumoptimierung unter Berücksichtigung einer größeren Kraft $F_{TCP,min,z} = 35 \text{ N}$, welche über den gesamten Arbeitsraum von der Kinematik zu bewältigen sein soll, verringert den Arbeitsraum zusätzlich auf $20,6 \cdot 10^{-6} l_{min}^3$. Der hierfür bestimmte Parametersatz $P_8 = \{22, 1,27l_{min}, 26, 0,98l_{min}\}$ zeigt, dass kraftvollere Hexapoden, bezogen auf die maximal bewältigbare Kraft $F_{TCP,min,z}$, größere Plattform- und Basisradien benötigen. Diese Aussage deckt sich mit Erfahrungswerten. Die Geometrie, welche exakt zu diesem Maximum der Arbeitsraumbewertung führt, kann im Gegensatz zur rein erfahrungsbasierter Optimierung mit diesem Ansatz präzise bestimmt werden.

Die bereits in Kapitel 4.1 erwähnte, in C# [27] programmierte Steuersoftware, wurde zu Simulationszwecken ausgebaut, und die in Abbildung 7.10 dargestellten Zwischenergebnisse mittels OpenGL [60] visualisiert. Aus Platzgründen wird auf

die Wiedergabe des umfangreichen Quellcodes im Anhang dieser Arbeit verzichtet.

Die Rechenzeit beträgt derzeit ca. 7 Sekunden für eine Arbeitsraumberechnung, also etwa eine Minute je Iterationsschritt (Auswertung für 4 Parameter, welche jeweils in zwei Richtungen variiert werden). Im dargestellten Beispiel werden 13 Iterationen benötigt, was zu einer Gesamtrechenzeit von knapp 13 Minuten führt.



8 Kalibrierung

Die besondere Herausforderung der Kalibrierung von Parallelkinematiken besteht darin, dass sich Geometriefehler nichtlinear auf den TCP auswirken. Im Gegensatz zu seriellen Kinematiken lässt sich somit kein gemessener Fehler direkt einer Achse zuordnen und allein an dieser kompensieren. Die nicht geschlossen lösbare Vorwärtstransformation der Kinematik erfordert die Bestimmung der Fehlerauswirkungen auf den TCP, beschrieben durch die geometrische Jacobi-Matrix, anhand des in Kapitel 3.2 eingeführten diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation. Aufgrund der hohen Anzahl von Achsen ist zudem eine große Menge von Fehlerparametern zu betrachten, die sich positionsabhängig im Arbeitsraum auswirken.

8.1 Darstellung der Kalibriermöglichkeiten am Bipod

Die Möglichkeiten der Kalibrierung von Parallelkinematiken sollen zunächst theoretisch am Bipod, einer sehr einfachen, ebenen Parallelkinematik analysiert werden. Der Bipod besteht aus nur zwei Beinen fester Länge, deren obere Enden in einem gemeinsamen Gelenkpunkt, dem TCP, miteinander verbunden sind, während deren untere Enden jeweils auf einer Linearachse verfahren werden können.

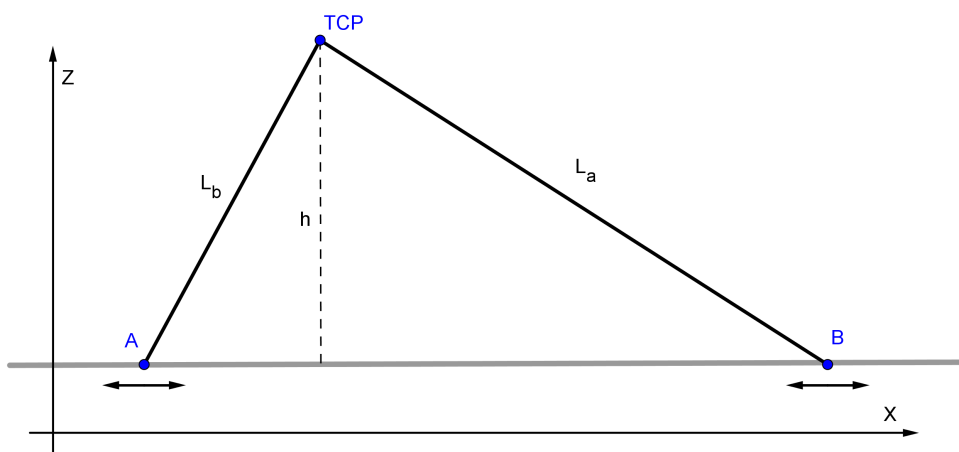


Abbildung 8.1: Bipod

2002 untersuchte Hanak die Kalibriermöglichkeiten an einer ähnlichen ebenen Kinematik (Scherenkinematik) an der Hochschule Esslingen [31]. Analog zu dieser Arbeit werden hier die Auswirkungen einzelner Fehler auf den TCP detailliert



untersucht, um anhand weniger Messpunkte eine möglichst effiziente Kalibrierung zu ermöglichen.

Für diese einfache Parallelkinematik ist die Vorwärtstransformation im Gegensatz zum Hexapod noch analytisch lösbar (siehe Kapitel 8.1.1), was die grundlegenden Untersuchungen vereinfacht. Die analytische Jacobi-Matrix, welche die Bestimmung der Fehlereinflüsse erlaubt, kann allgemeingültig hergeleitet werden. Somit ist auch die stetige Visualisierung der Fehlereinflüsse über den Arbeitsraum möglich (siehe Kapitel 8.1.5). Betrachtet werden die Fehler der Beinlängen L_a und L_b sowie die der x- und y-Komponenten der Gelenkpunkte A und B .

8.1.1 Vorwärtstransformation des Bipods

Zwei Antriebe mit den Längen L_a und L_b verbinden jeweils einen Fußpunkt $A=(A_x, A_y)$ bzw. $B=(B_x, B_y)$ mit dem TCP= (x, y) .

Für die Vorwärtstransformation werden zwei Gleichungen benötigt, um die x- und y-Komponente des TCPs zu bestimmen:

$$L_a^2 = (x - A_x)^2 + y^2 \quad (85)$$

$$L_b^2 = (B_x - x)^2 + y^2 \quad (86)$$

Die analytische Lösung dieses Gleichungssystems liefert folgende Terme für x bzw. y (unter der Bedingung: $2 A_x B_x \neq A_x^2 + B_x^2$):

$$x = \frac{-La^2 + Lb^2 + Ax^2 - Bx^2}{2(Ax - Bx)} \quad (87)$$

$$y = \frac{-\sqrt{2L_a^2L_b^2 - L_a^4 + 2L_a^2A_x^2 - 4L_a^2A_xB_x + 2L_a^2B_x^2 - L_b^4 + 2L_b^2A_x^2 - 4L_b^2A_xB_x + 2L_b^2B_x^2 - A_x^4 + 4A_x^3B_x - 6A_x^2B_x^2 + 4A_xB_x^3 - B_x^4}}{2(A_x - B_x)} \quad (88)$$

(87) und (88) verdeutlichen, dass die Transformation bereits bei Berücksichtigung weniger Fehlervariablen neben den Gelenkvariablen sehr umfangreich wird.

8.1.2 Berechnung der Fehlerauswirkungen in x-Richtung

Antriebslängenfehler

Wird zur Länge L_a ein Fehler Δ_L addiert, ändert sich Gleichung (85) zu:

$$(L_a + \Delta_L)^2 = (x - A_x)^2 + y^2 \quad (89)$$

Die analytische Lösung des, um den Antriebslängenfehler variierten, Gleichungssystems führt zu folgendem Term für x , welcher sich in einen Term für die ursprüngliche Sollposition sowie einen zusätzlichen Fehlerterm zerlegen lässt:

$$x = \frac{-\Delta_L^2 - 2\Delta_L L_a - L_a^2 + L_b^2 + A_x^2 - B_x^2}{2(A_x - B_x)} = \underbrace{\frac{-L_a^2 + L_b^2 + A_x^2 - B_x^2}{2(A_x - B_x)}}_{\text{Sollposition}_x} + \underbrace{\frac{-\Delta_L^2 - 2\Delta_L L_a}{2(A_x - B_x)}}_{\text{Fehler}_x} \quad (90)$$

Die Auswirkung eines Antriebslängenfehlers (Δ_L) auf die x-Komponente des TCP ist unabhängig von der Antriebslänge L_b und nimmt mit zunehmender Antriebslänge L_a zu. Eine grafische Darstellung zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs befindet sich in Anhang F.

Fußpunktfehler (x)

Wird der Fußpunkt A um einen Fehler Δ_x verschoben, ändert sich Gleichung (85) zu:

$$L_a^2 = (x - (A_x + \Delta_x))^2 + y^2 \quad (91)$$

Die Lösung des Gleichungssystems führt in diesem Fall zu folgendem Term für x :

$$x = \frac{\Delta_x^2 - 2\Delta_x A_x - L_a^2 + L_b^2 + A_x^2 - B_x^2}{2(\Delta_x + A_x - B_x)} \quad (92)$$

Der Fehler $x - x_{\text{Soll}}$ beträgt:

$$x_{\text{Fehler}} = \frac{\Delta_x^2 - 2\Delta_x A_x - L_a^2 + L_b^2 + A_x^2 - B_x^2}{2(\Delta_x + A_x - B_x)} - \frac{-L_a^2 + L_b^2 + A_x^2 - B_x^2}{2(A_x - B_x)} \quad (93)$$

Die Auswirkung dieses Fehlers auf die x-Komponente des TCPs ist unabhängig von der y-Komponente des TCPs. Im Arbeitsraum nimmt sie in x-Richtung zu. Eine grafische Darstellung zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs befindet sich in Anhang F.

Fußpunktfehler (y)

Ein Fehler in der y-Komponente des Fußpunktes führt zu einer Veränderung der Geometrie, welche die Anwendung der Vorwärtstransformation aus Kapitel 8.1.1 nicht mehr zulässt. Dieser Fehler wird daher gesondert in Kapitel 8.1.4 behandelt.

8.1.3 Berechnung der Fehlerauswirkungen in y-Richtung

Die analytische Vorwärtstransformation der y-Komponente des TCP am Bipod ist sehr komplex (siehe (88)). Da die Berücksichtigung von Fehlerauswirkungen die-



sen Term noch deutlich erweitert, wird die Betrachtung der Fehlerauswirkungen auf die y-Komponente des TCP im Folgenden numerisch vorgenommen. Als Grundlage dient Gleichung (94), welche aus der Einsetzung von (85) in (86) hervorgeht. Hierbei wird die x-Komponente eliminiert.

$$(\sqrt{L_a^2 - y^2} + A_x - B_x)^2 + y^2 - L_b^2 = 0 \quad (94)$$

Durch Anwendung des Newton-Raphson-Verfahrens (95) wird die Nullstelle der Funktion (96) mit Hilfe ihrer ersten Ableitung (97) iterativ angenähert [12]:

$$y_{(k+1)} = y_{(k)} - \frac{f(y_{(k)})}{f'(y_{(k)})} \quad (95)$$

$$f(y) = (\sqrt{L_a^2 - y^2} + A_x - B_x)^2 + y^2 - L_b^2 \quad (96)$$

$$f'(y) = -2y \frac{\sqrt{L_a^2 - y^2} + A_x - B_x}{\sqrt{L_a^2 - y^2}} \quad (97)$$

Bedingt durch den enthaltenen Wurzelterm $\sqrt{L_a^2 - y^2}$ ist für den Iterationsstartwert $y_{(0)} < L_a$ zu wählen. Um auch während der Iteration keine $y_{(k)} \geq L_a$ zu erhalten, ist $y_{(0)}$ größer als die gesuchte Nullstelle zu wählen, sodass die erste per Newton-Raphson-Algorithmus ermittelte Tangente die Abszisse links von $y_{(0)}$ schneidet. Dieses führt dazu, dass sich $y_{(1)} < y_{(0)}$ ergibt und somit der gesamte Lösungsraum für $y_{(k)}$ mit $k > 1$ in dem Intervall $]y_{(1)}, y_{(0)}[$ liegt. Praktisch erfüllt $y_{(0)} = 0.999 L_a$ diese Bedingung und führt zu guten Iterationsergebnissen.

Antriebslängenfehler

Ein Antriebslängenfehler Δ_a verändert Gleichung (94) zu folgender Gleichung:

$$(\sqrt{(L_a + \Delta_a)^2 - y^2} + A_x - B_x)^2 + y^2 - L_b^2 = 0 \quad (98)$$

Die Auswirkung auf die y-Komponente des TCP nimmt in negative x-Richtung zu. Diese Zunahme beginnt bei kurzen Antrieben, also in der Nähe der x-Achse, früher, erreicht senkrecht über dem Fußpunkt A jedoch den gleichen Maximalwert. Eine grafische Darstellung zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs befindet sich in Anhang F.

Fußpunktfehler (x)

Ein Fußpunktfehler Δ_x führt zu:

$$(\sqrt{L_a^2 - y^2} + A_x + \Delta_x - B_x)^2 + y^2 - L_b^2 = 0 \quad (99)$$

Die Auswirkung auf die y-Komponente des TCP ist mittig zwischen den Fußpunkten, also bei gleichen Antriebslängen, am größten und nimmt mit kürzeren Antrieben in negative y-Richtung ab. Eine grafische Darstellung zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs befindet sich in Anhang F.

Fußpunktfehler (y)

Wie bereits in Kapitel 8.1.2 beschrieben, wird dieser Fehler gesondert in Kapitel 8.1.4 behandelt.

8.1.4 Erweiterte Vorwärtstransformation für Fußpunktfehler (y)

Aufgrund der Drehung des Bipods wird für diesen Fall eine neue Vorwärtstransformation benötigt. Zur Bestimmung dieser wird der Bipod zunächst um den Fußpunkt B gedreht, sodass der Fußpunkt $A + \Delta_y$ auf der x-Achse liegt.

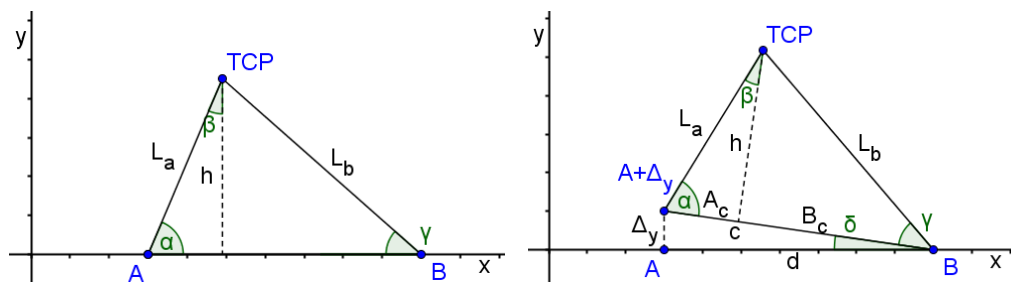


Abbildung 8.2: Erweiterung der Vorwärtstransformation

Aus den bekannten Größen A, B, L_a, L_b können nun die Koordinaten des TCP im „gedrehten“ Dreieck berechnet werden. Die Komponenten $x_{rot} = A_x + A_c$ und $y_{rot} = L_a \cdot \sin(\alpha)$ ergeben sich mit

$$A_c = \cos(\alpha) \cdot L_a, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{L_b^2 - c^2 - L_a^2}{-2 \cdot c \cdot L_a}\right), \quad c = \sqrt{(d^2 + \Delta_y^2)}, \quad d = B_x - A_x$$



zu:

$$x_{rot} = A_x + \frac{\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2 + L_a^2 - L_b^2}{2 \cdot \sqrt{(\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2)}} \quad (100)$$

$$y_{rot} = L_a \cdot \sqrt{1 - \frac{(\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2 + L_a^2 - L_b^2)^2}{4 \cdot L_a^2 \cdot (\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2)}} \quad (101)$$

Die anschließende Drehung um δ um den Punkt B führt zu den tatsächlichen Komponenten $x = B_x - \cos(\delta + \gamma) \cdot L_b$ und $y = \sin(\delta + \gamma) \cdot L_b$. Die analytische Lösung ergibt sich mit

$\delta = \arccos\left(\frac{d}{c}\right)$ für $\Delta_y \geq 0$ bzw. $\delta = -\arccos\left(\frac{d}{c}\right)$ für $\Delta_y < 0$ und $\gamma = \arcsin\left(\frac{y_{rot}}{L_b}\right)$ zu:

$$x = B_x + L_b \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{L_a \cdot \sqrt{1 - \frac{(\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2 + L_a^2 - L_b^2)^2}{4 \cdot L_a^2 \cdot (\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2)}}}{L_b}\right) \pm \arccos\left(\frac{A_x - B_x}{\sqrt{\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2}}\right)\right) \quad (102)$$

$$y = -L_b \cdot \sin\left(\arcsin\left(\frac{L_a \cdot \sqrt{1 - \frac{(\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2 + L_a^2 - L_b^2)^2}{4 \cdot L_a^2 \cdot (\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2)}}}{L_b}\right) \pm \arccos\left(\frac{A_x - B_x}{\sqrt{\Delta_y^2 + (A_x - B_x)^2}}\right)\right) \quad (103)$$

Der Fehler $x - x_{Soll}$ bzw. $y - y_{Soll}$ kann hier analytisch bestimmt werden, wird aus Platzgründen jedoch nicht abgedruckt. Er ist in Kapitel 8.1.5 grafisch dargestellt.

Die Auswirkung dieses Fehlers auf die x-Komponente des TCP ist näherungsweise unabhängig von dessen x-Komponente. Bei minimaler Abnahme in x-Richtung überwiegt die Zunahme in y-Richtung. Eine grafische Darstellung zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs befindet sich in Anhang F.

8.1.5 Fehlerverlauf im Arbeitsraum

Betrachtet wird ein in der Ausgangsposition gleichseitiger Bipod mit den Antriebslängen und dem Fußpunktabstand d . Von dieser Ausgangsposition wird ein quadratischer Arbeitsraum der Kantenlänge d auf Fehlerauswirkungen untersucht. Die betrachteten Fehlerursachen betragen jeweils $u = d/100$.

Die Analyse geschieht entlang von 6 Strecken im Arbeitsraum:

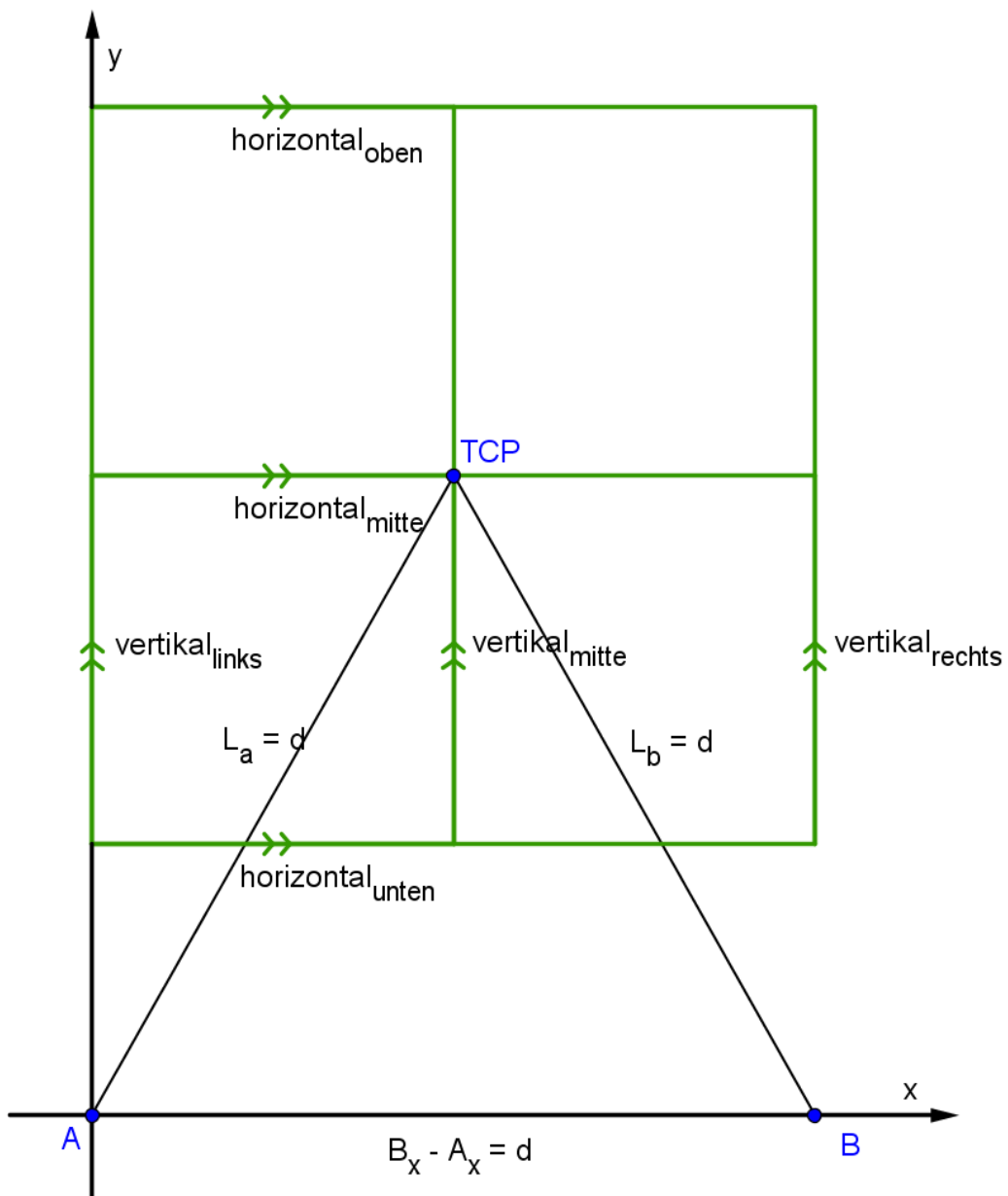


Abbildung 8.3: Strecken der Arbeitsraumanalyse



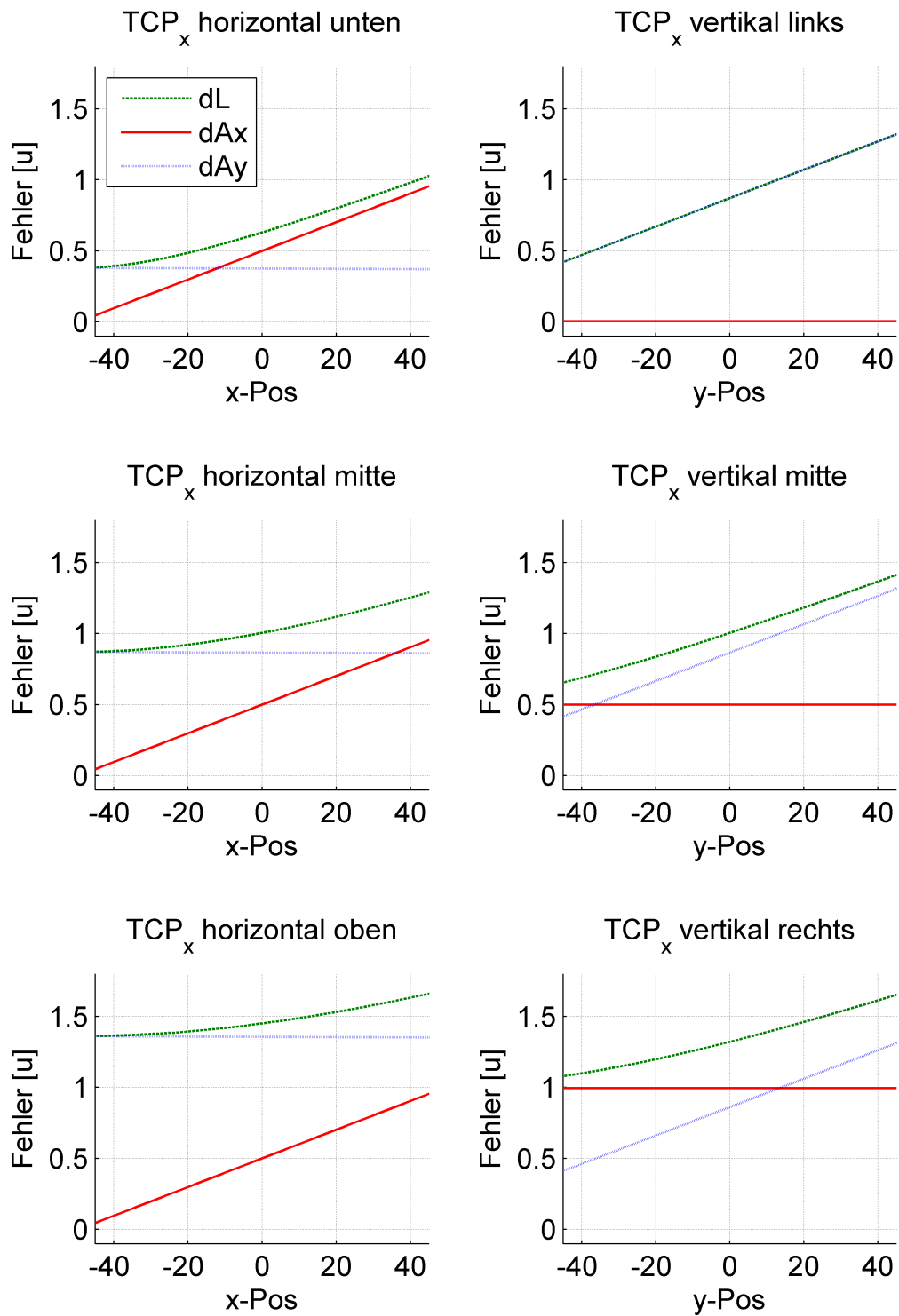


Abbildung 8.4: x-Komponente des Fehlers am TCP

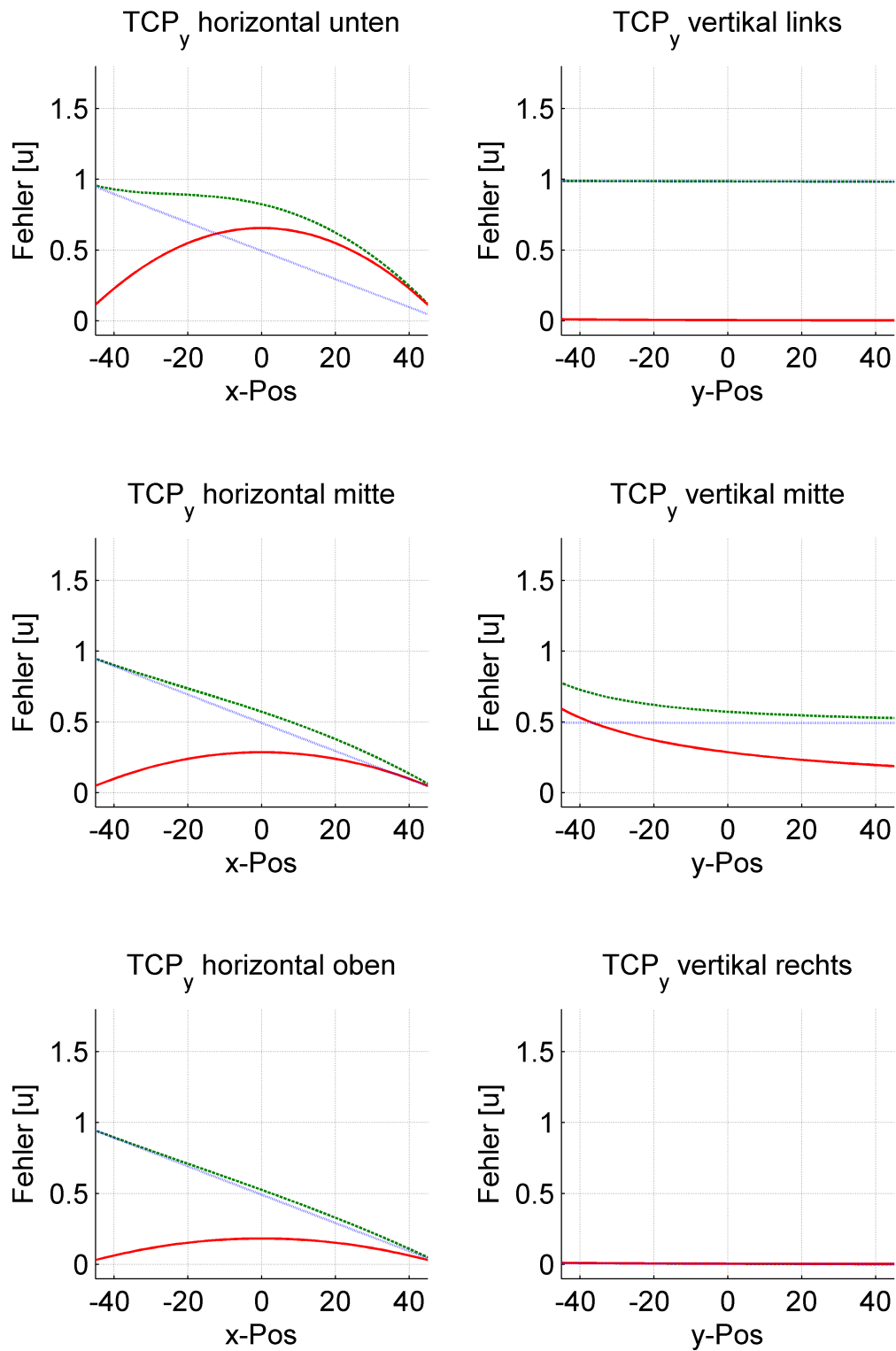


Abbildung 8.5: y-Komponente des Fehlers am TCP



8.1.6 Fehlerkategorisierung

Aufgrund der unterschiedlich starken Auswirkung der Fehlerursachen von jeweils $u = d/100$ auf den TCP lassen sich die Fehler eindeutig ordnen:

Fehlerursache	Wirkung in x-Richtung	Wirkung in y-Richtung
1. Antriebslängenfehler	0,4..1,6u	0..1u
2. Fußpunktfehler (y)	0,4..1,4u	0..1u
3. Fußpunktfehler (x)	0..1u	0..0,7u

Tabella 14: Fehlerkategorisierung

8.1.7 Kalibrierung

Das Verhältnis der Auswirkungen der einzelnen Fehler auf den TCP ist nun über den gesamten Arbeitsraum bestimmt und in Kapitel 8.1.5 grafisch dargestellt. Diese Ableitung der Funktionen f_1, f_2, \dots, f_m für m Punkte im Arbeitsraum nach jeweils n Fehlerparametern lässt sich in Form einer Fehlereinflussmatrix V nach dem Schema der Jacobi-Matrix J darstellen, wobei zu berücksichtigen ist, dass die 3 behandelten Fehler aufgrund der Symmetrie des Bipods jeweils an jedem Bein auftreten.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (104)$$

Unter der Annahme, dass bei der Kalibrierung kleine Fehler auftreten und n Fehlerursachen wirken, kann anhand von $m=n$ Messungen im Arbeitsraum ein bestimmtes Gleichungssystem mit n Gleichungen aufgestellt werden, aus welchem die Anteile $a_1 \dots a_n$ der einzelnen Fehlerkomponenten an den gemessenen Fehlersummen $f_{\text{sum},1} \dots f_{\text{sum},n}$ anhand der inversen Fehlereinflussmatrix V^{-1} bestimmt werden können.

$$V \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\text{sum}_1} \\ f_{\text{sum}_2} \\ \vdots \\ f_{\text{sum}_n} \end{pmatrix} \Rightarrow V^{-1} \begin{pmatrix} f_{\text{sum}_1} \\ f_{\text{sum}_2} \\ \vdots \\ f_{\text{sum}_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad (105)$$

Wie aus Kapitel 8.1.5 deutlich hervorgeht, gibt es für die Kalibrierung unterschiedlich gut geeignete Messpunkte im Arbeitsraum. Je größer der Anteil eines einzelnen Parameterfehlers an der Auslenkung des TCPs ist, desto stabiler wird das Gleichungssystem sowohl gegenüber numerischen Fehlern als auch gegenüber Messfehlern. Wichtigstes Kriterium für die Wahl der Messpunkte ist hierbei die Konditionierung der Matrix V . Die Konditionszahl wirkt sich als Faktor der maximalen Verstärkung von Fehlern beim Lösen des Gleichungssystems aus. (Eine detailliertere Beschreibung der Konditionszahl und ihrer Auswirkungen findet sich in Kapitel 8.2.3).

Wird der Parameter ΔB_Y gesondert behandelt, reicht die Vermessung der x-Komponente des TCPs bereits aus, um die verbleibenden 5 Fehlerparameter bis zu einer Größe von $2\% \cdot d$ vollständig herauszukalibrieren. Auch größere Fehler bis zu einer Größenordnung von $10\% \cdot d$ lassen sich iterativ in bis zu 5 Durchgängen bestimmen. Die gesonderte Betrachtung von ΔB_Y wird nur bei ausschließlicher Vermessung der x-Komponente des TCPs notwendig, da die Auswirkungen von ΔA_Y und ΔB_Y auf diese entgegengesetzt aber betragsmäßig gleich groß sind.

Die grundlegende Herleitung der Fehlereinflussmatrix V sowie die Auswahl der Messpunkte anhand deren Kondition wird im folgenden Kapitel weiterentwickelt und zur Kalibrierung der deutlich komplexeren Hexapod-Kinematik angewandt.



8.2 Kalibrierung am Hexapod

8.2.1 Motivation

Das Wissen über Positionierfehler einer Stewart-Plattform an diskreten TCP-Positionen ermöglicht deren Kompensation. In geringem Maße ist, mit Hilfe von Ausgleichsfunktionen, auch eine Kompensation über die vermessenen Punkte hinaus möglich. Die Bestimmung der tatsächlichen geometrischen Fehler der Kinematik ermöglicht jedoch, deren Einflüsse anhand eines korrigierten Steuerungsmodells im gesamten Arbeitsraum zu kompensieren. Ihre Bestimmung sowie der mathematische Nachweis über die hierbei erreichbare Genauigkeit, welche vom jeweils eingesetzten Messsystem abhängt, wird im Folgenden betrachtet. Dabei wird im Besonderen auf den Bedarf eingegangen, Hexapoden im industriellen Einsatz nach Austausch einzelner Beine vor Ort neu zu kalibrieren.

8.2.2 Mathematischer Ansatz

Die 42 Fehler, welche in Kapitel 6.3.1 als grundlegend eingestuft wurden, (Fußpunktfehler (3-DOF), Kopfpunktfehler (3-DOF) sowie Beinlängenfehler (1-DOF) jeweils an 6 Beinen) wirken arbeitspunktabhängig auf den TCP. Aufgrund der hohen Anzahl an Parametern geschieht die Betrachtung je Bein und somit jeweils für nur 7 Parameter. Auch im Fall einer Neukalibrierung nach dem Tausch eines Beines sind nur genau diese Parameter neu zu ermitteln. Die Tatsache, dass der Beinlängenfehler nicht konstant ist, sondern als Funktion über die Länge des Beines zu betrachten ist, führt zu der Notwendigkeit, diesen ebenfalls auszuschließen und in einer Vorabmessung je Bein einen Look Up Table (LUT) zu dessen Kompensation zu erstellen.

Die verbleibenden 6 Parameter werden anhand ihrer Auswirkung auf die jeweilige virtuelle Beinlänge betrachtet. Die virtuelle Beinlänge bezeichnet die anhand eines idealen Modells berechnete Beinlänge (mittels Rücktransformation) für die an der realen Kinematik gemessenen TCP-Koordinaten (siehe Abbildung 8.6)

$$\Delta l = l_{virt} - l_{soll} \quad (106)$$

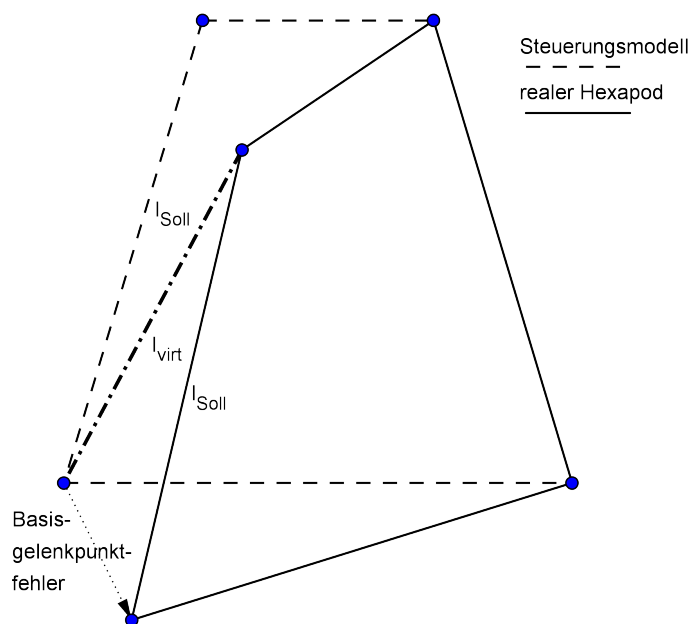


Abbildung 8.6: Virtuelle Beinlänge bei Basisgelenkpunktfehlern

Die Auswirkung genannter Fehler auf die virtuelle Beinlänge ist näherungsweise linear, sofern folgende Bedingungen weiträumig vermieden werden (ein mathematischer Nachweis hierfür findet sich in Anhang G):

- 90° Winkel zwischen Bein und x-Achse der Plattform bzw. x-Achse der Basis
- 90° Winkel zwischen Bein und y-Achse der Plattform bzw. y-Achse der Basis
- Bein in Plattform- bzw. Basisebene

Die Betrachtung der Auswirkung der Fehlerparameter auf die virtuelle Beinlänge ermöglicht eine Entkopplung der Fehlerparameter je Bein. Statt 36 Messungen und einem entsprechend fehlersensitiven Gleichungssystem bei Betrachtung der Fehlerauswirkungen auf den TCP werden bei Betrachtung der Fehlerauswirkung auf die virtuelle Beinlänge je Bein nur 6 Messungen zur Neukalibrierung benötigt [11].

Ausgehend von der Annahme der Linearität können die Fehlerkomponenten anhand einer Fehlereinflussmatrix $V \in \mathbb{R}^{n \times m}$ identifiziert werden. Diese enthält die Auswirkungen der einzelnen Fehlerkomponenten an n verschiedenen Messposen auf die virtuelle Beinlänge, welche unter Anwendung von Vorwärts- und Rücktransformation für näherungsweise infinitesimal kleine Fehler bestimmt werden (vergleiche Kap. 8.1.7). Diese Berechnung ist in der Steuerungssoftware automatisiert, da sie zur Bestimmung geeigneter Messposen sehr wichtig ist. V entspricht somit



der numerischen Jacobi-Matrix für die ausgewählten Messpunkte. Anhand von n Messposen, für die jeweils l_{soll} aus der Vorgabe und l_{virt} aus einer 6-DOF-Messung berechnet werden, lässt sich ein lineares Gleichungssystem für die betrachteten 6 Fehler $x = (B_x, B_y, B_z, P_x, P_y, P_z)^T$ erstellen:

$$\begin{pmatrix} B_{x1} & B_{y1} & B_{z1} & P_{x1} & P_{y1} & P_{z1} \\ B_{x2} & \ddots & & & \vdots & \\ \vdots & & & & & \\ B_{xn} & \cdots & & & & P_{zn} \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \vdots \\ \Delta l_n \end{pmatrix} \quad (107)$$

8.2.3 Wahl der Messposen

Dieses allgemein hergeleitete Gleichungssystem kann grundsätzlich für beliebig viele Messposen aufgestellt werden. Aufgrund der 6 zu bestimmenden Parameter x sind mindestens 6 Messposen erforderlich, um ein bestimmtes Gleichungssystem zu erhalten. Die Konditionszahl von V lässt sich jedoch durch Überbestimmung senken, folglich führen mehr Messungen grundsätzlich zu einer erhöhten Robustheit des Gleichungssystems gegenüber Messfehlern in b . Es ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem der Form

$$V \cdot x = b \quad \text{mit } V \in \mathbb{R}^{n \times m}, \quad b \in \mathbb{R}^n, \quad n > m \quad (108)$$

welches nicht eindeutig lösbar ist, sofern b mit Messfehlern oder numerischen Fehlern behaftet ist.

Householder-Transformation

Die Householdertransformation [43] formt die Matrix $V \in \mathbb{R}^{m \times n}$ durch Multiplikation von links mit Q in eine Rechtsdreiecksmatrix R um. Hierzu werden Nullen in den Spaltenvektoren von V erzeugt, indem im ersten Schritt alle Spaltenvektoren von V derart an einer Hyperebene gespiegelt werden, dass der erste Spaltenvektor auf die erste Achse fällt [56]. Im Folgenden werden weitere Spiegelungen der Untermatrizen $V[i:n, i:m]$ vorgenommen, derart, dass jeweils der erste Spaltenvektor auf die i -te Hauptachse fällt und somit nach $n-1$ Schritten unter der Hauptdiagonalen Nullen entstehen (Matlab-Code siehe Anhang H).

$$Q_1 \cdot V = \begin{pmatrix} * & \dots & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \end{pmatrix}, \quad Q_2 \cdot Q_1 \cdot V = \begin{pmatrix} * & \dots & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \\ 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{pmatrix} \quad (109)$$

$$R = Q_i \cdot Q_{i-1} \cdot \dots \cdot Q_1 \cdot V, \quad i = n-1 \quad (110)$$

Spiegelungen an Hyperebenen, ausgeführt durch die Multiplikation von links mit der Matrix $Q = Q_i \cdot Q_{i-1} \cdot \dots \cdot Q_1$ erlauben die Umformung der Matrix zu einer Rechtsdreiecksmatrix vorzunehmen, ohne die Lage der Spaltenvektoren zueinander zu verzerren und somit ohne das Gleichungssystem zu verändern. Die Kondition bleibt unverändert $c_\infty(R) = c_\infty(V)$. Die Lösung wird anhand des bestimmten Gleichungssystems ermittelt:

$$Rx = Qb \quad (111)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems ist nun unter Berücksichtigung aller Ausgangsgleichungen eindeutig möglich. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass der Einfluss gleichverteilter Fehler wie Messrauschen mit vielen Messungen nahezu eliminiert werden kann. Gerade wenn der Aufwand einzelner Messungen sehr hoch ist, stellt dieses jedoch einen erheblichen Nachteil dar: Es wird nicht zwischen numerisch „starken“ und numerisch „schwachen“ Gleichungen unterschieden, sodass die Anzahl der Messungen nicht sinnvoll reduziert werden kann.

Konditionsbasierte Auswahl

Eine eindeutige Lösung ist gegeben, wenn das Gleichungssystem auf n Gleichungen reduziert wird. Die Wahl der Gleichungen ist hierbei von entscheidender Bedeutung für die Robustheit des Gleichungssystems gegenüber Fehlereinflüssen. Die Konditionszahl c beschreibt die Störeinflusssensitivität des Gleichungssystems quantitativ:

$$c = \|V\| \cdot \|V^{-1}\| \quad (112)$$

Bei Verwendung der Zeilensummennorm, welche der Maximumnorm zugeordnet ist, ergibt sich die Konditionszahl c_∞ zu:

$$c_\infty = \|V\|_\infty \cdot \|V^{-1}\|_\infty \quad \text{mit} \quad \|V\|_\infty = \max_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |v_{ij}| \quad (113)$$

Werden die Gleichungen geschickt gewählt (Kontrolle anhand der resultierenden Kondition), wird die Konditionszahl der Matrix $V_K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gegenüber der Ausgangsmatrix $V \in \mathbb{R}^{m \times n}$ weiter gesenkt.

Somit ist eine erhöhte Robustheit gegenüber der Householder-Transformation bei weniger Messungen gegeben. Dieses konnte anhand der Simulation zur Kalibrierung des Hexapoden vergleichend nachgewiesen werden (siehe Anhang I). Durch Automatisierung der Berechnung von Fehlereinflussmatrizen für diskrete TCP-Positionen des Hexapoden können mit akzeptablem Zeitaufwand die entsprechen-



den Daten vieler Messposen erhoben werden. Anhand der resultierenden Kondition werden 6 Messposen sowohl für die Simulation als auch für die praktische Kalibrierung am Koordinatenmessgerät (KMG) ausgewählt. Gegenüber 1-DOF-Messungen, wie sie z. B. mit dem Double-Ball-Bar in [37] zur Kalibrierung vorgenommen werden bedeuten 6-DOF-Messungen einen größeren Aufwand je Pose. Im Gegensatz zu least square fitting Ansätzen (LSF), wie in [37] und [70] beschrieben, wird die Anzahl der Messposen welche für eine erfolgreiche Kalibrierung notwendig sind signifikant reduziert.

8.2.4 Kalibrieralgorithmus

Aus den bisherigen Darstellungen lässt sich ein Algorithmus zur Kalibrierung formulieren (Schritte 1. und 2. müssen für jede Geometrie nur einmalig ausgeführt werden):

1. Anfahren potentieller Messposen und Bestimmung der jeweiligen Fehlereinflüsse.
2. Messposenauswahl anhand der Kondition der resultierenden Fehlereinflussmatrix V .
3. Anfahren der Messposen unter Verwendung des idealen Modells.
4. Auslesen der für diese Messposen berechneten Solllängen des Beines.
5. Messung der virtuellen Beinlängen l_{virt} aus 6-DOF-Messung.
6. Bestimmung der Differenz $\Delta l_{mess} = l_{virt} - l_{Soll}$.
7. Lösung des Gleichungssystems (107).

Abbildung 8.7 zeigt ein Flussdiagramm zu der beschriebenen Kalibrierung.

8.3 Berechnung der erreichbaren Kalibrierengenauigkeit am Hexapod

Für die Geometrie der untersuchten Positioniereinheit lässt sich eine Konditionierung der aus den Messposen resultierenden Fehlereinflussmatrix V von $c_2 \approx 82$ erreichen. Simulationen mit zufällig generierten Messfehlern zeigen, dass die Auswirkung eines maximalen Fehlers e_l bei der Bestimmung von l_{virt} das Kalibrierergebnis höchstens um $e_l \cdot k$ beeinflusst:

$$k = 0,085 \cdot c_2 \approx 7 \quad (114)$$

Die durchschnittliche Beeinflussung ist wesentlich geringer. Für diese ergibt sich k_{av} zu 2,32. Um die erreichbare Kalibrierengenauigkeit für diese Geometrie vorherzusagen ist somit e_l zu bestimmen, welches sowohl vom verwendeten Messsystem (siehe Kap. 8.3.1) als auch von der Positionierengenauigkeit (siehe Kap. 8.3.2) des

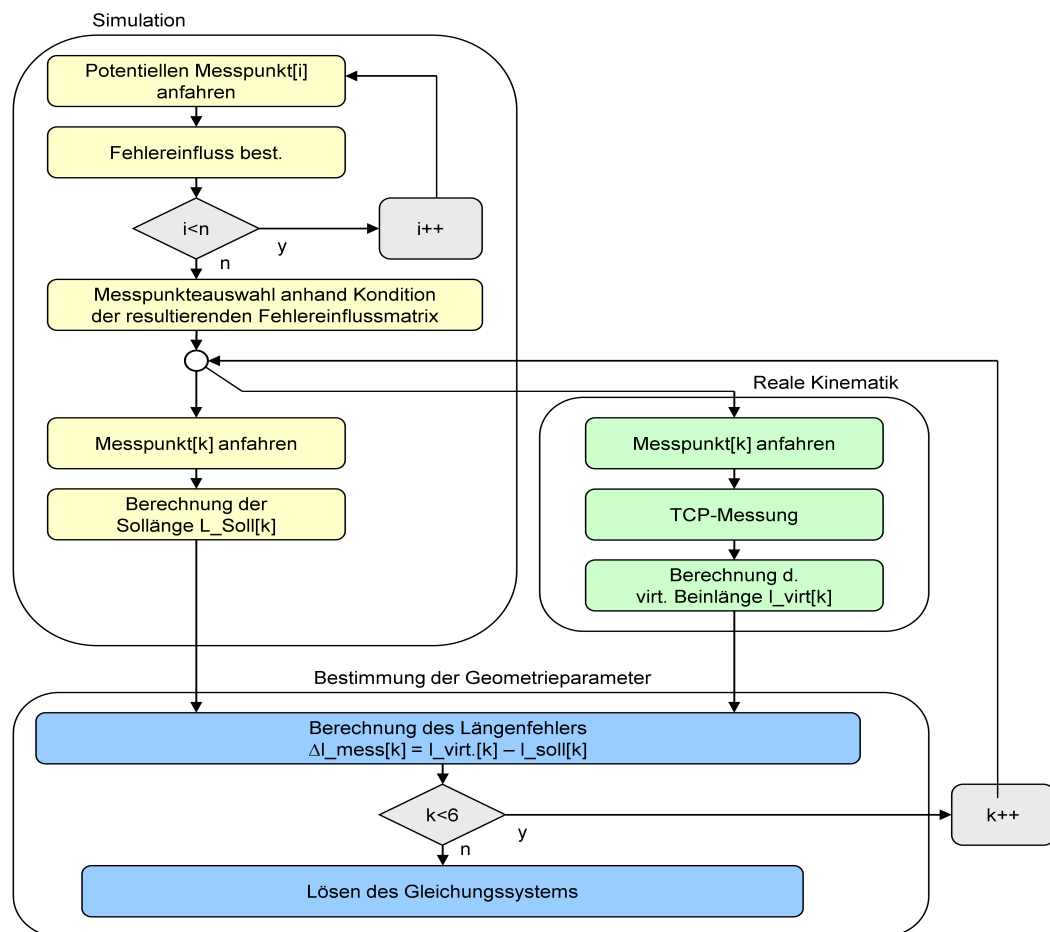


Abbildung 8.7: Flussdiagramm der Kalibrierung

betrachteten Beines abhängt. Die Reduzierung von e_l auf $3\ \mu\text{m}$ führt z. B. zu einer verbleibenden Messunsicherheit der Kalibrierung von maximal $e_l \cdot k \approx 21\ \mu\text{m}$, durchschnittlich $e_l \cdot k_{av} \approx 7\ \mu\text{m}$. Anhand dieses Vorgehens kann der Faktor k , und somit die maximal erreichbare Kalibriergenauigkeit in Abhängigkeit von e_l , für jede beliebige Hexapodgeometrie bestimmt werden.

8.3.1 Auswirkung des Messsystems

Die Auswirkung des translatorischen Messfehlers Δ_{mTrans} des verwendeten Messsystems auf die virtuelle Beinlänge l_{virt} wird durch den Winkel α_T zwischen Δ_{mTrans} und l_{virt} beeinflusst und beträgt somit maximal Δ_{mTrans} . Für kleine Fehler Δ_{mTrans} gilt näherungsweise:

$$e_{lTrans} = \cos(\alpha_T) \cdot \Delta_{mTrans} \quad (115)$$

Die Auswirkung des rotatorischen Messfehlers Δ_{mRot} des verwendeten Messsystems auf die Bestimmung des Plattformgelenkpunktes wird durch den Abstand r zwischen Plattformgelenkpunkt und TCP beeinflusst (siehe Abbildung 8.8).



$$a = r \cdot \sin(\Delta_{mRot}) \quad (116)$$

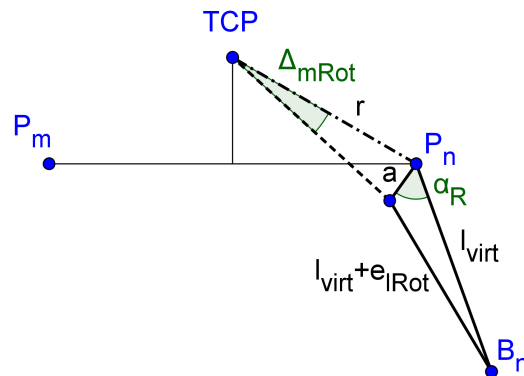


Abbildung 8.8: Auswirkung des rotatorischen Messfehlers

Die Auswirkung auf die virtuelle Beinlänge l_{virt} ist darüber hinaus abhängig von dem Winkel α_R zwischen a und l_{virt} .

$$e_{lRot} = \cos(\alpha_R) \cdot r \cdot \sin(\Delta_{mRot}) \quad (117)$$

Entspricht der größte Abstand der Messpunkte (Antastpunkte bei taktilel Messung/Reflektoren bei optischer Messung) näherungsweise dem Kreisdurchmesser auf welchem sich die Plattformgelenkpunkte befinden, so gilt näherungsweise $a = \Delta_{mTrans}$ und die Unsicherheit bei der Bestimmung von l_{virt} beträgt Δ_{mTrans} .

Messungen zur Kalibrierung der Positioniereinheit wurden an einem KMG Zeiss UMM 550 in einem gemäß [20] auf 20°C klimatisierten Messlabor des Instituts für Maschinenwesen (IMW) der TU Clausthal durchgeführt, um eine sehr hohe Messpräzision zu gewährleisten.

Nach Anfahren von 6 verschiedenen Messposen wird jeweils ein Messquader ($110 \times 110 \times 30 \text{ mm}^3$) angetastet (siehe Abbildung 8.9), um die Position des TCP in 6 Freiheitsgraden zu erfassen. Der Fehler bei der Bestimmung von l_{virt} bleibt hierbei nach (115) und (117) kleiner als $3 \mu\text{m}$. Dieses verdeutlicht die sehr hohen Anforderungen an das zur Kalibrierung verwendete Messsystem, wodurch eine Neukalibrierung im industriellen Einsatz, wo auf kein KMG zurückgegriffen werden kann, stark erschwert wird. Einen Ansatz für präzise Vor-Ort-Vermessungen stellt die ball-plate-Messung dar, welche in [3] beschrieben wird. Hier sind Kugeln auf einer Meßplatte montiert und präzise eingemessen. Diese können mit einer Messtasterkombination, die am Manipulator montiert wird, angetastet werden (Abbildung 8.10).



Abbildung 8.9: Antastung des Messquaders auf dem Koordinatenmessgerät des Instituts für Maschinenwesen der TU Clausthal

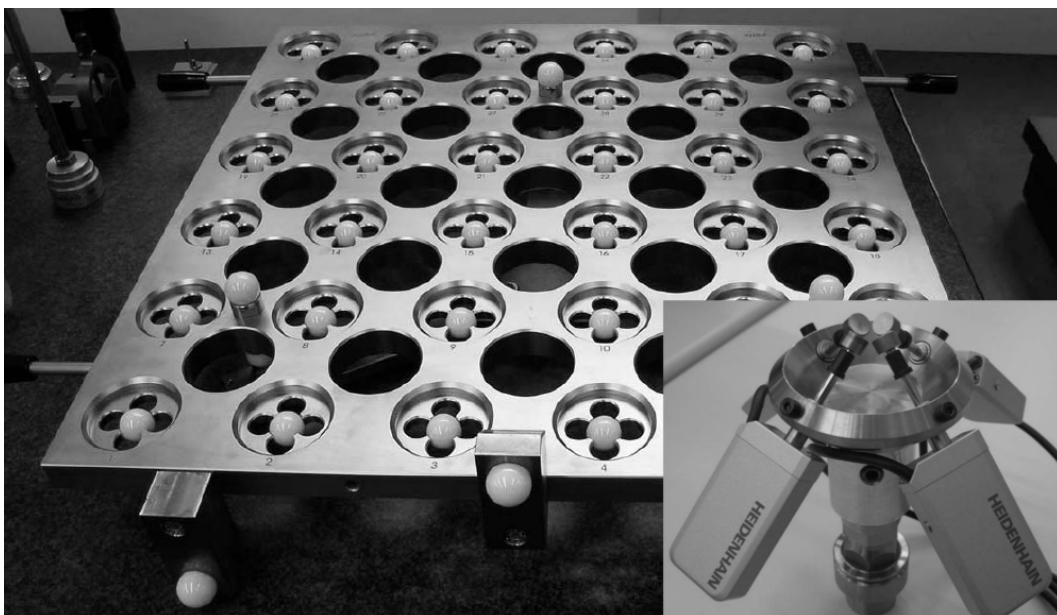


Abbildung 8.10: Ballplate und Messtasterkombination der ETH Zürich [3]



8.3.2 Auswirkung der Positioniergenauigkeit der Beine

Die Positioniergenauigkeit eines einzelnen Beines hängt von vielen Einzelfehlern ab, die im Folgenden am Beispiel eines Beines der Positioniereinheit dargestellt werden. Wie in Kapitel 8.2.2 beschrieben, wird für jedes Austauschbein ein individuelles Messprotokoll angefertigt, mit dessen Daten die Neukalibrierung ermöglicht wird.

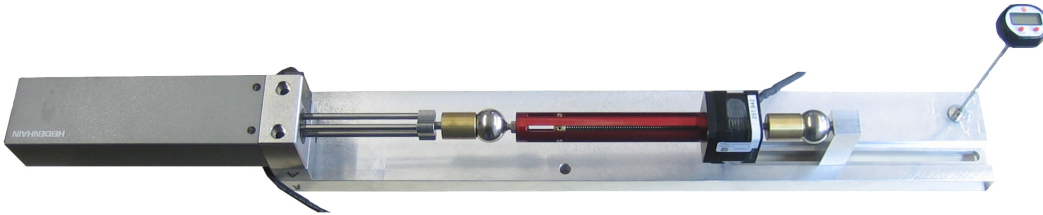


Abbildung 8.11: Längenmessprüfstand für Hexapodbeine

Hierzu wurde am IPP ein Prüfstand zur Längenmessung von Hexapodbeinen, basierend auf einem Heidenhain Messtaster MT 101K realisiert, an welchem Messprotokolle gemäß DIN ISO 230-2 [17] angefertigt werden können. Wie am Hexapod können Beine hier zwischen einer Magnetschale und einer Gelenkkugel eingehängt werden.

DIN ISO 230-2 beschreibt die Bestimmung von Positionier- und Wiederholgenauigkeit für numerisch gesteuerte Achsen. Dem Prüfverfahren gemäß sind sowohl Mittelwerte für beide Bewegungsrichtungen als auch die jeweiligen 2σ -Umgebungen zu ermitteln und darzustellen, innerhalb welcher ca. 95,5% aller gemessenen Positionsabweichungen liegen [39]. Des Weiteren sind laut DIN verschiedene Techniken bezüglich des Anfahrens der Messpositionen vorgesehen [69]. Diese ermöglichen es, verschiedene Fehlereinflüsse zu minimieren. Diese Anfahrstrategien können gegebenenfalls kombiniert eingesetzt werden.

Für die Beine der Positioniereinheit kommt das Linear-Verfahren zum Einsatz (siehe Abbildung 8.12), da verhältnismäßig konstante Umgebungsbedingungen herrschen und die Messungen innerhalb kurzer Zeit für 60 Messpunkte durchgeführt werden können. Abbildung 8.13 zeigt die Vermessung eines Beines der Hexapod Positioniereinheit, für welches anschließend eine Fehleruntersuchung vorgenommen wird.

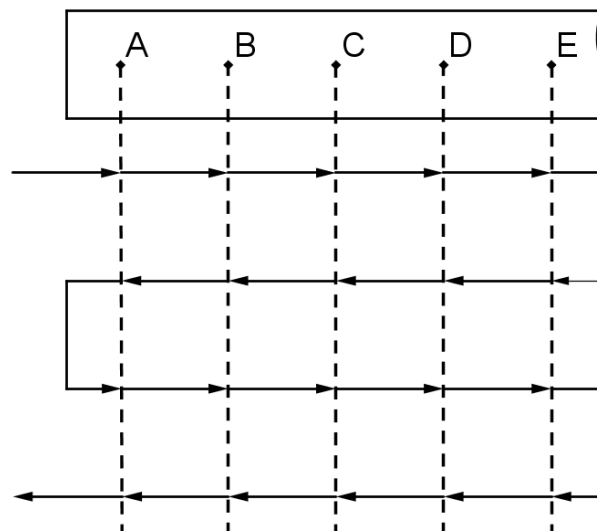


Abbildung 8.12: Linear-Verfahren

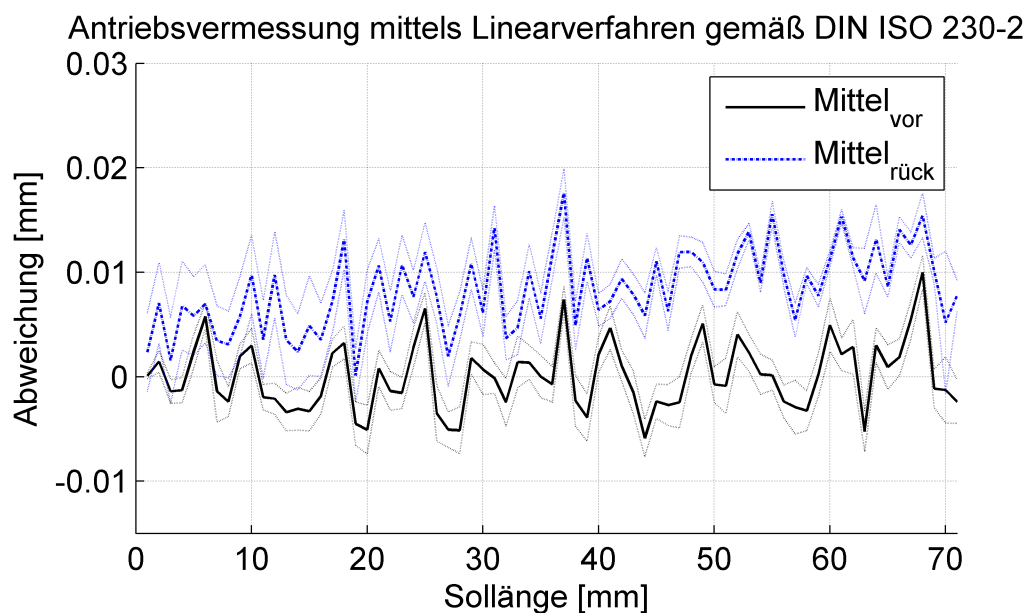


Abbildung 8.13: Vermessung eines Beines der Positioniereinheit mit Linear-Verfahren gemäß DIN ISO 230-2

Abbildung 8.13 zeigt deutlich, dass die Wiederholgenauigkeit der Beine je Bewegungsrichtung bei ca. $\pm 2 \mu\text{m}$ liegt. Um dieses auch als Positionierpräzision umzusetzen, müssen die lastrichtungsabhängige Hysterese und die mittleren Abweichungen über einen LUT kompensiert werden.



8.3.3 Fehlerübersicht

Im Folgenden findet sich eine Betrachtung der Beinpositionierungsfehler der Positioniereinheit.

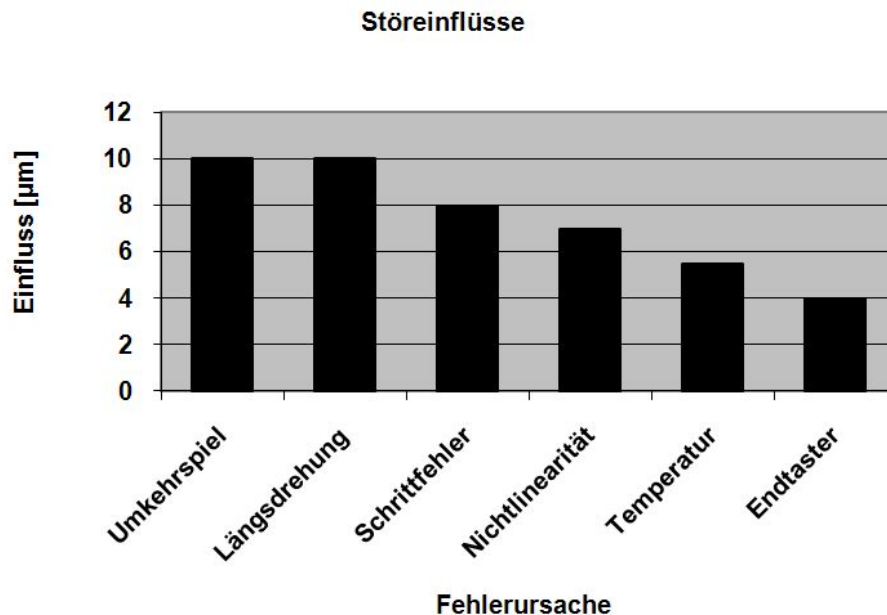


Abbildung 8.14: Störeinflüsse eines einzelnen Beines auf die Kalibrierung

Umkehrspiel (10 µm)

Das Umkehrspiel beträgt maximal 10 µm. Die Position in diesem Bereich kann aus dem Wissen über Bewegungsrichtung und Werkstück-/Werkzeugmasse weiter präzisiert werden.

Drehung des Beines um dessen Längsachse (10 µm)

Das Verdrehen eines Beines führt aufgrund der Formfehler von Magnetschale und Gelenkkugel zu Fehlern von bis zu 10 µm.

Schrittfehler ($n \cdot 8 \mu\text{m}$)

Ohne Rückkopplung sind Schrittfehler nicht vollständig auszuschließen und müssen durch zyklische Referenzfahrten erkannt und behoben werden. Durch die implementierte Beschleunigungsbegrenzung können sie jedoch auch ohne diese deutlich reduziert werden. Schrittfehler beeinflussen die Beinlänge um je 8 µm.

Nichtlinearität der Beinlängen (7 µm)

Die Differenz zwischen Ist- und Soll-Längen der Beine, aufgrund der Nichtlinearität der Gewindespindeln, beträgt maximal 7 µm. Diese Fehler weisen eine

gewisse Wiederholgenauigkeit auf, was eine Verbesserung über eine LUT-Kompensation ermöglicht.

Temperaturabhängige Ausdehnung der Beine ($5,5 \mu\text{m} \cdot \Delta T / ^\circ$)

Die Beine der Positioniereinheit bestehen im eingefahrenen Zustand von Gelenkmittelpunkt zu Gelenkmittelpunkt zu 135 mm aus Aluminium (Hülse) sowie zu 100 mm aus Stahl. Dieser setzt sich zusammen aus Gelenkkugel und -befestigung, Gewindespindel, Gelenkpfanne sowie der Gelenkkugel auf der Hexapodbasis. Im ausgefahrenen Zustand erhöht sich der Stahlanteil auf maximal 205 mm. Aufgrund der Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{\text{Stahl}} = 13 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ und $\alpha_{\text{Aluminium}} = 23 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ergibt sich die temperaturbedingte Ausdehnung somit zu $5,5 \mu\text{m}$ je $^\circ\text{K}$ im ausgefahrenen Zustand und $4,4 \mu\text{m}$ je $^\circ\text{K}$ im eingefahrenen Zustand.

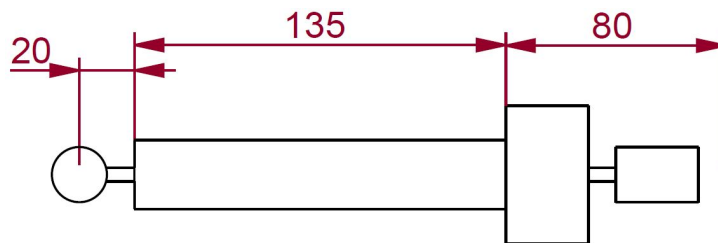


Abbildung 8.15: Bein eingefahren

Das 10-fache Ausführen der CNC-Testbewegung $\langle Z50 F1000; Z0 \rangle$ ohne Last führt bei einem Antrieb mit Raumtemperatur (25°C) zu einer Ausdehnung von $4,5 \mu\text{m}$. Die Funktion der Beinlänge über die Zeit ist im Folgenden dargestellt (Testbewegung zwischen Messpunkten 1 und 2, Messung im eingefahrenen Zustand):

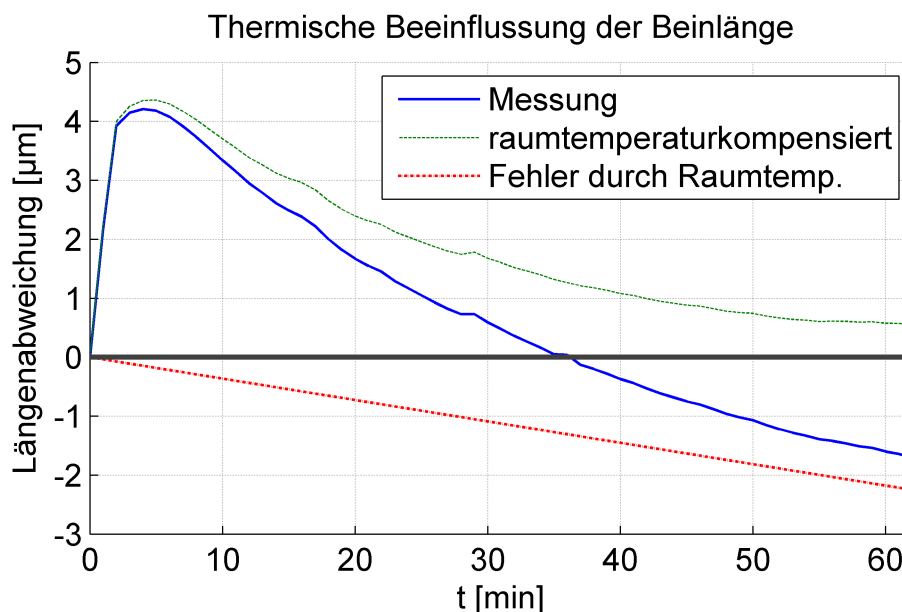


Abbildung 8.16: Temperaturabhängige Ausdehnung eines Hexapodbeines



Positionierung nach Auslösen des Referenztasters ($4\ \mu\text{m}$)

Das Anfahren einer Position nach Auslösen des Referenztasters ist aufgrund des Auslösepunktes des Tasters mit bis zu $4\ \mu\text{m}$ Fehler behaftet.

Drehung des Beines um Gelenkmittelpunkt

Dieser Fehler konnte mit dem bisherigen Prüfstand nicht gemessen werden. Die hohe erreichbare Fertigungspräzision von Kugeln erlaubt jedoch, auf Kugeln sehr geringer Unrundheit zurückzugreifen. Bereits ab Güteklasse G40 gemäß DIN 5401 [16] ist die maximale Schwankung des Kugeldurchmessers $V_{Dws} = 1\ \mu\text{m}$. Kugeln dieser und höherer Güte können zu relativ geringen Kosten produziert werden.

Zusammenbau der Magnetgelenke

Das Entfernen sowie wieder Einbauen der Beine führt zu keinen messbaren Fehlern.

8.4 Simulation

Zur Simulation des Kalibriervorgangs wird zunächst zusätzlich zum idealen Steuerungsmodell ein mit dem zu betrachtenden Fehler behaftetes Modell erstellt. Auf diese beiden Modelle wird der, in Kapitel 8.2.4 dargestellte, Kalibrieralgorithmus angewandt. Aus dem idealen Steuerungsmodell werden die zur Kalibrierung zu verwendenden Messposen bestimmt. Anschließend wird für jede der 6 Messposen nach den folgenden Schritten 1 bis 6 vorgegangen und anschließend das Gleichungssystem (107) gelöst:

1. Anfahren der Messpose unter Verwendung des idealen Modells.
2. Auslesen der, für diese Messpose berechneten, Solllänge des Beines.
3. Wechsel zum fehlerbehafteten Modell in dieser Messpose und Bestimmung der Beinlängendifferenz zwischen beiden Modellen.
4. Korrektur der Beinlänge anhand des diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation auf zuvor bestimmte Solllänge. Die nun berechnete Pose entspricht der in der Realität erwarteten Pose bei diesem Fehler.
5. Wechsel zum idealen Modell und Auslesen der Beinlänge, welche sich aufgrund des Fehlers eingestellt hat. Diese Beinlänge entspricht der virtuellen Beinlänge l_{virt} , welche sich bei realer 6-DOF Messung aus den Messergebnissen berechnen lässt.
6. Bestimmung der Differenz $\Delta l_{mess} = l_{virt} - l_{Soll}$.

Die Simulation (mit Nachbildung eines Geometriefehlers über den diskreten Algorithmus der Vorwärtstransformation) zeigt den Erfolg der Kalibrierung am Beispiel eines Fußpunktfehlers an der Geometrie der Positioniereinheit. Der Fußpunktfehler ($\Delta B_x = 0,0100$ mm, $\Delta B_y = 0,0100$ mm, $\Delta B_z = -0,0050$ mm) wird nach der ersten Iteration auf eine maximale Abweichung der Komponenten von 0,0001 mm reduziert. Nach Beaufschlagung mit zufälligen Messfehlern ergibt sich entsprechend Kapitel 8.3 eine maximale Abweichung von $k \cdot e_l$. Am Beispiel führt ein Messrauschen von $\pm 3 \mu\text{m}$ maximal zu Fehlern von 21 μm . Der durchschnittliche Fehler beträgt jedoch nur 8,5 μm .

Die Kalibrierung bedarf bei größeren Anfangsfehlern aufgrund der nur annähernden Linearität mehrerer Iterationsschritte, wie in Abbildung 8.16 für den Anfangsfehler $\Delta B_x = -17,6225$ mm, $\Delta B_y = -4,9190$ mm dargestellt. (Weitere Simulationsergebnisse finden sich in Anhang J.)



Die Simulation zeigt, wie schnell der Kalibrieralgorithmus für diesen Geometriefehler konvergiert. Vergleichbare Konvergenzverhalten wurden anhand der Untersuchung vieler Fehlerkombinationen numerisch abgesichert.

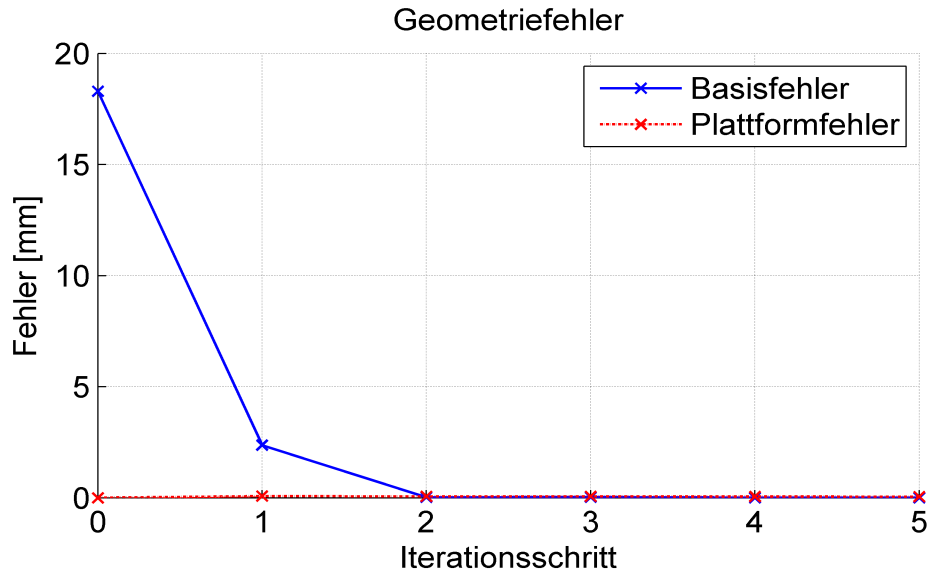


Abbildung 8.17: Simulationsergebnis der Kalibrierung

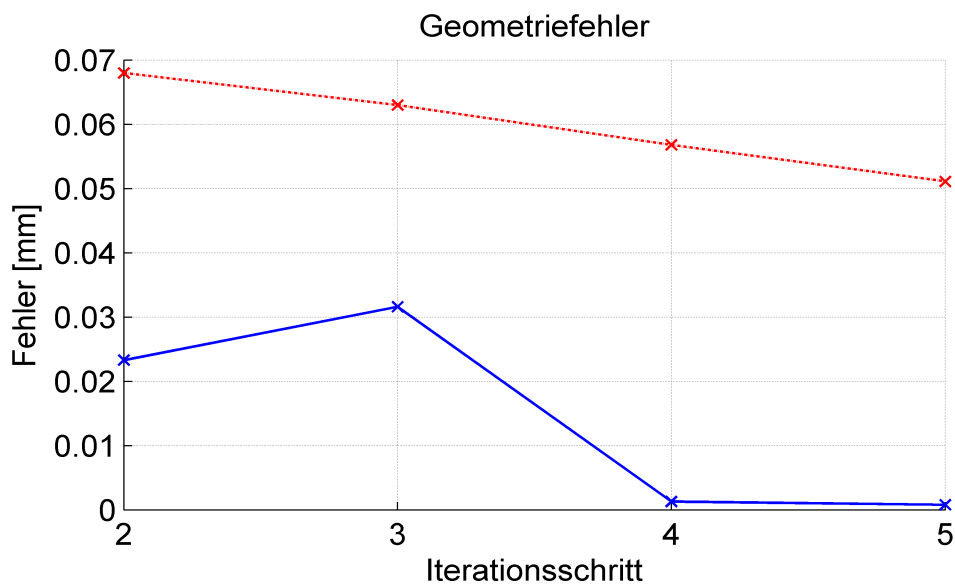


Abbildung 8.18: Simulationsergebnis - vergrößerter Ausschnitt

8.5 Messung am Koordinatenmessgerät

8.5.1 Kalibrierung der Positioniereinheit

Durch ausführliche Messungen am KMG wird die Kalibriermethode gemäß Kapitel 8.2.4 in der Praxis nachgewiesen. Es wird der gleiche Geometriefehler, wie zuvor simuliert, am Hexapod verursacht ($\Delta B_x = -17,6225 \text{ mm}$, $\Delta B_y = -4,9190 \text{ mm}$). Die Messergebnisse liegen deutlich innerhalb der berechneten Erwartungsgrenzen, welche durch Positionier- und Messgenauigkeit definiert werden. Die ausführlichen Messprotokolle sind in Anhang K einzusehen.

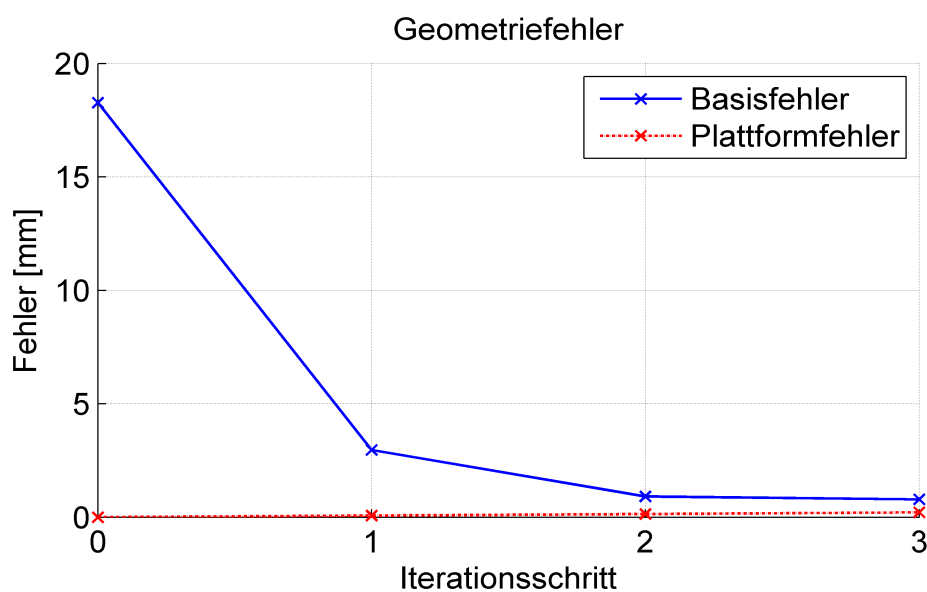


Abbildung 8.19: Kalibrierung am KMG

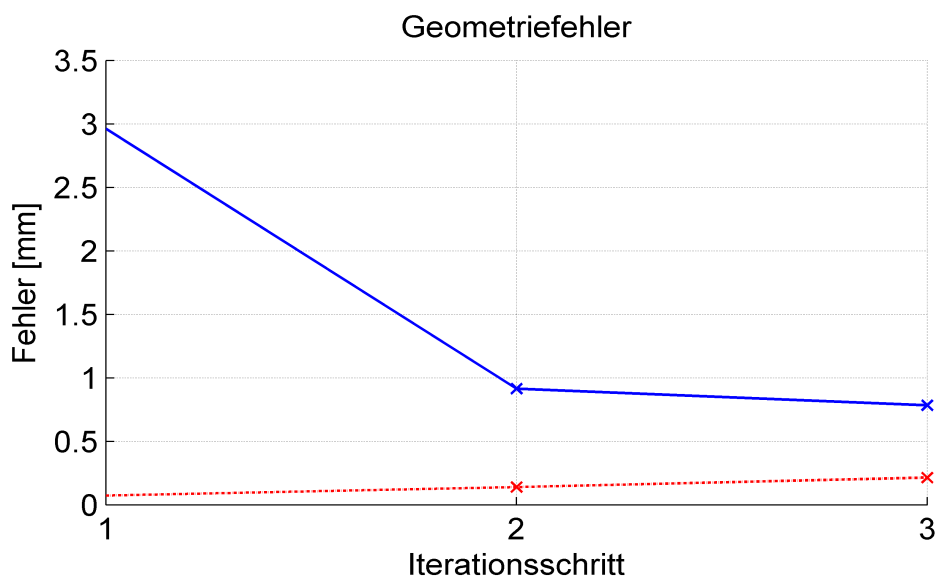


Abbildung 8.20: Kalibrierung - vergrößerter Ausschnitt



Um die dominierende Auswirkung des Umkehrspiels zu minimieren, werden sämtliche Messposen indirekt angefahren, so dass alle Antriebe zum endgültigen Erreichen der Pose in positive Richtung bewegt werden. Aufgrund hoher verbleibender Fehlereinflüsse (vorwiegend durch Schrittfehler der Beine von durchschnittlich $130\ \mu\text{m}$) wird bereits bei der 3. Messung nur noch eine sehr geringe Verbesserung auf $0,784\ \text{mm}$ erreicht (siehe Abbildung 8.20).

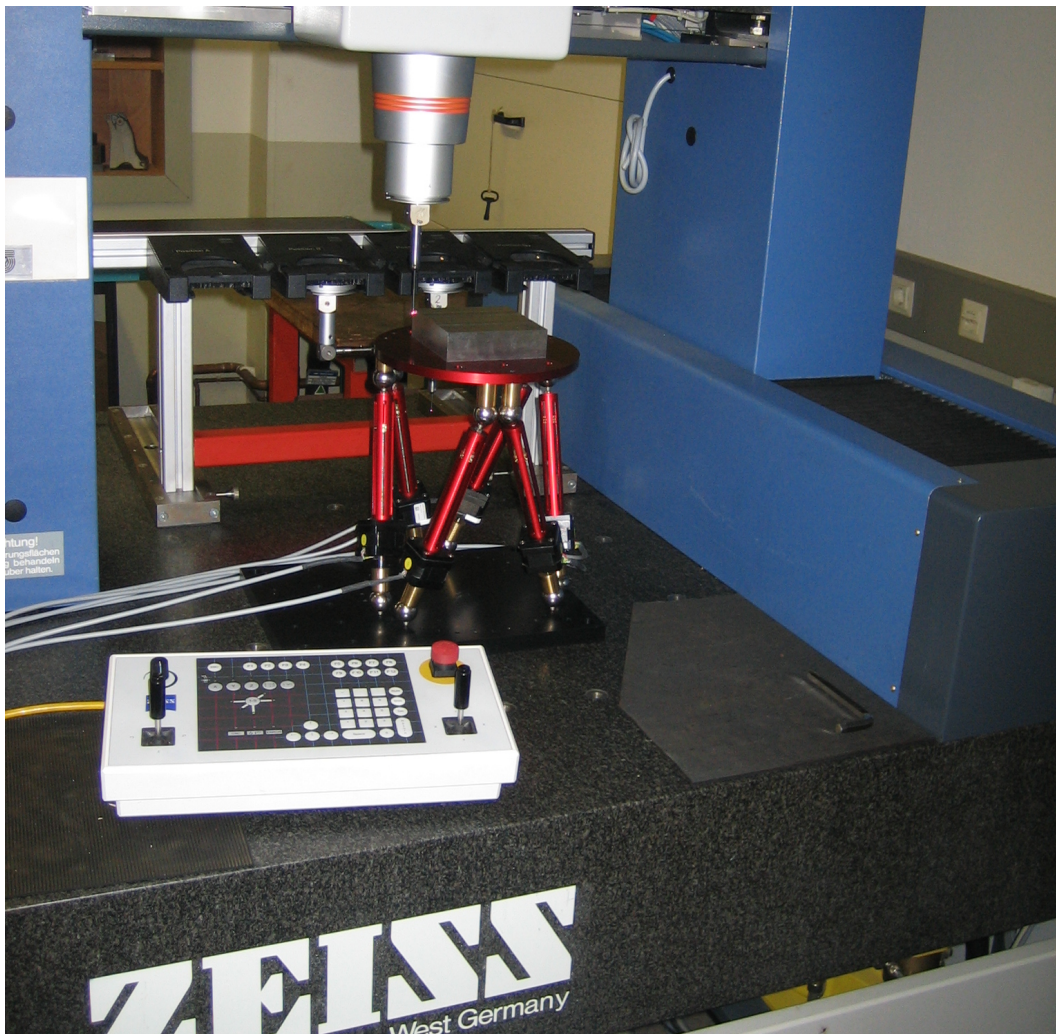


Abbildung 8.21: 6-DOF-TCP-Messung auf Koordinatenmessgerät

8.5.2 Kalibrierung unter Ausschluss der Beinlängenunsicherheiten

Da sich der Kalibrieralgorithmus anhand der entwickelten Kinematik aufgrund der Positionierungsunsicherheit der Beine nur bis zu einer beschränkten Präzision (von ca. $1\ \text{mm}$) nachweisen lässt, wird eine weitere Messreihe unter Ausschluss dieser Ungenauigkeiten vorgenommen: An Stelle der hybridschrittmotorgetriebenen Beine werden starre Beine der jeweils benötigten Längen eingesetzt (siehe Abbildung 8.23). Diese werden aus Gründen der Steifigkeit und um Temperaturabhän-

gigkeiten nahezu auszuschließen überwiegend aus CFK-Stäben gefertigt. Die Wiederholung der 3. Messung führt zu folgenden Ergebnissen (das Messprotokoll befindet sich in Anhang L):

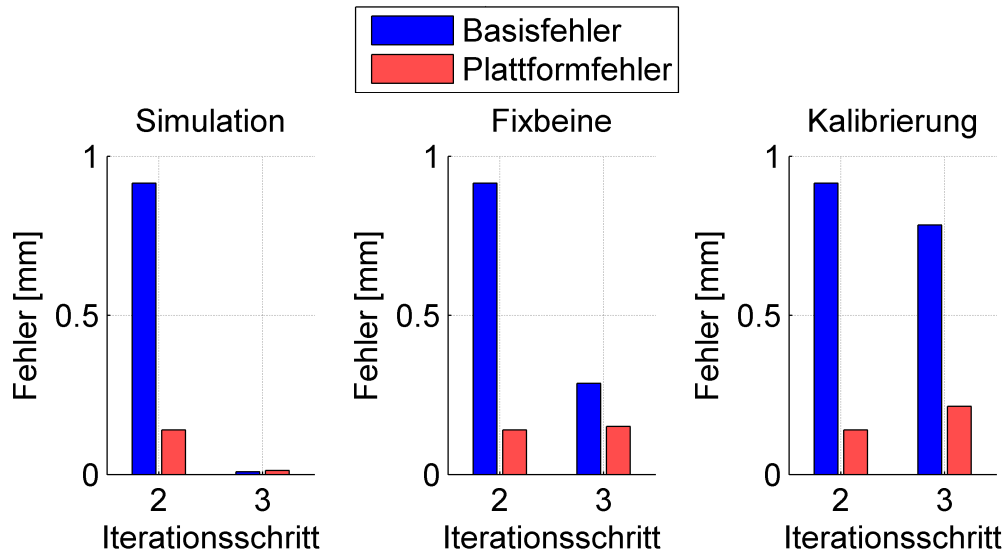


Abbildung 8.22: Vergleich der Kalibrierergebnisse mit der Simulation

Die Simulationsergebnisse bleiben in der Praxis unerreicht, der Ausschluss vieler Beinlängenunsicherheiten führt jedoch zu einer deutlichen Reduzierung der verbleibenden Parameterfehler, wie Abbildung 8.22 exemplarisch zeigt.

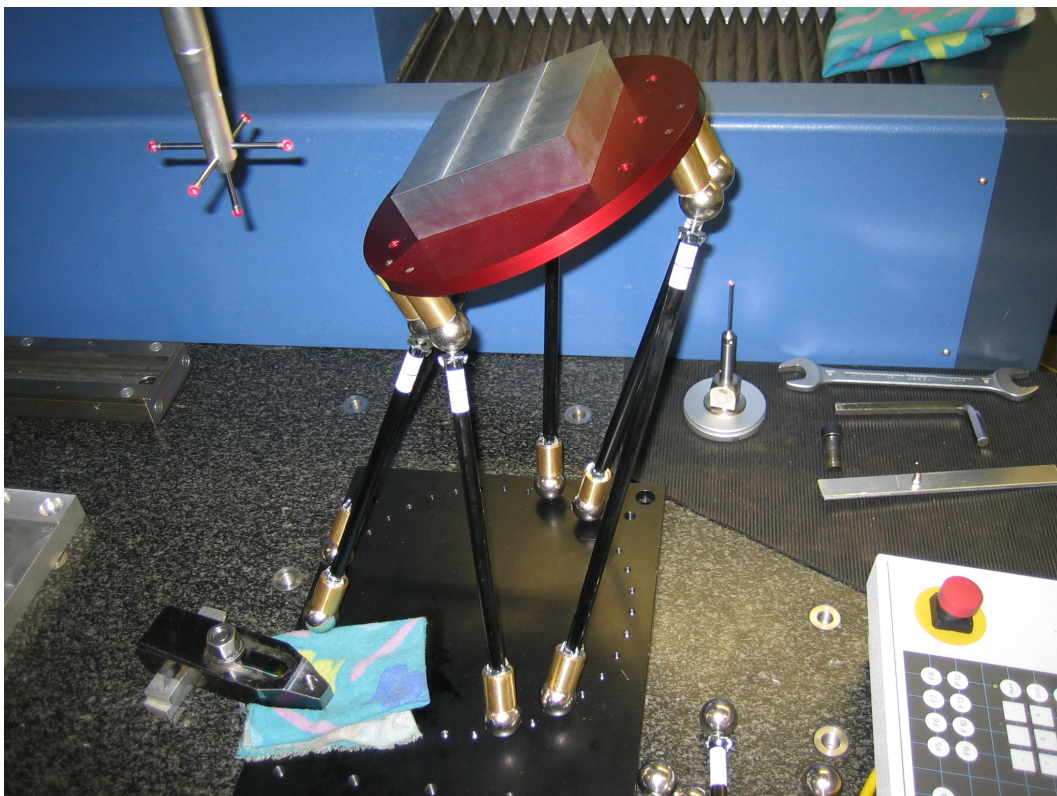


Abbildung 8.23: 6-DOF-TCP-Messung mit starren Beinen



8.6 Nachweis am Kreuzgitter

Neben den Messungen am KMG werden weitere Messungen über einem Kreuzgitter (KGM 181 der Firma Heidenhain) vorgenommen. Dieses ist das derzeit genaueste dynamische Abnahmemessmittel für Werkzeugmaschinen und ermöglicht große Mengen von Bahnpunkten bei Bewegungen in einer Ebene aufzunehmen. Der Lesekopf des Messsystems wird hierzu am Hexapod montiert und von der Kinematik über das Kreuzgitter bewegt. Um Beschädigungen am Kreuzgitter, (in Folge von Fehlbedienung oder Überlast bedingtes Versagen der Schrittmotoren) zu vermeiden, wird der Lesekopf am IPP zusätzlich durch einen Kreuztisch geführt.

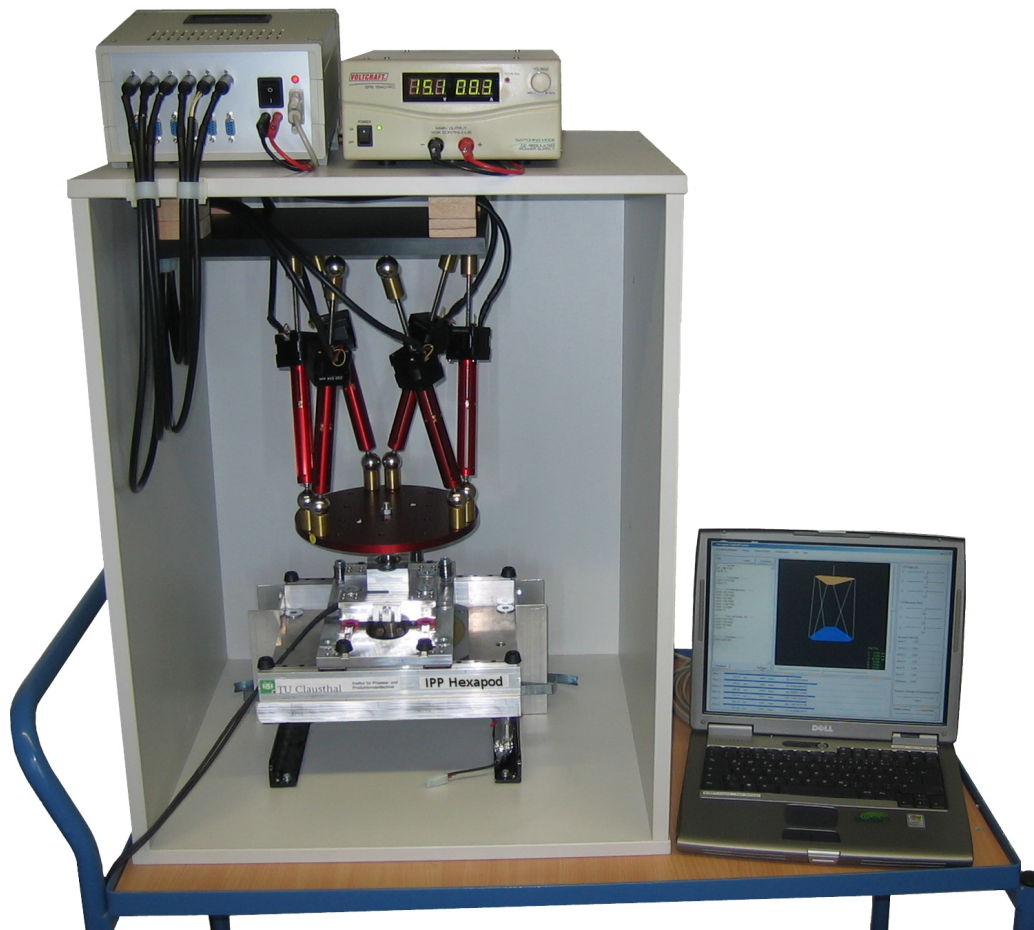


Abbildung 8.24: Hexapod über Kreuzgitter des IPP.

Die Messungen am Kreuzgitter berücksichtigen nur translatorische Bewegungen. Auch bei Anbringung des Kreuzgitters in verschiedenen Ebenen werden somit nur 3 von 6 Freiheitsgraden der Kinematik gemessen. Dennoch liefern die Messungen Daten für aussagekräftige und vor allem leicht mit anderen Maschinen vergleichbare Ergebnisse: Die Positionierpräzision entlang der kartesischen Achsen sowie Kreisformtests gemäß DIN ISO 230-4 [18]. Diese Norm ist nur für serielle Kine-

matiken vorgesehen, bei welchen die Kreisbahnen durch gleichzeitiges Bewegen von zwei Linearachsen erzeugt werden. Dieses ist hier nicht der Fall. Dennoch dient diese Form der Ergebnisdarstellung, aufgrund der Bekanntheit und Akzeptanz des Kreisformtests, einem schnellen Verständnis sowie der besseren Vergleichbarkeit mit anderen Kinematiken. Die Gegenüberstellung der Messungen mit unterschiedlichen Geometrieparametern ermöglichen darüber hinaus eine weitere Bewertung der Kalibrierergebnisse. Messungen an der, mit einem Geometriefehler behafteten, Kinematik werden zunächst mit dem idealen Steuerungsmodell als Grundlage der Rücktransformation durchgeführt (siehe Abbildung 8.25), anschließend mit den aus der Kalibrierung gewonnenen (Abbildung 8.26) und schließlich mit den auf dem KMG gemessenen Parametern (Abbildung 8.27) wiederholt. Die Darstellungen resultieren aus der Aufbereitung der Messdaten mit Matlab (siehe Matlab-Code in Anhang M).

Die Weiterentwicklung der Steuerungssoftware ermöglicht, die Durchführung der Vorwärtstransformation für beliebige NC-programmierte Bahnbewegungen. Somit kann die zuvor verwendete Kreisbahn anhand des fehlerfreien und des fehlerbehafteten Steuerungsmodells simuliert werden (siehe Abbildung 8.28). Das Resultat gleicht erwartungsgemäß Abbildung 8.25.

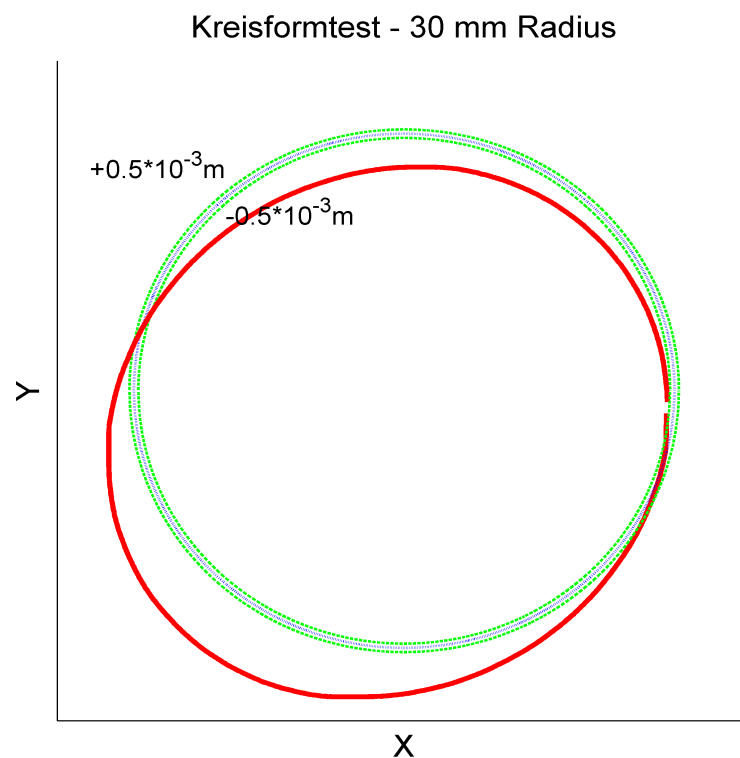


Abbildung 8.25: Kreisformtest ohne Berücksichtigung eines Geometriefehlers am unkalibrierten Manipulator, Darstellung ohne Überhöhung (rot)



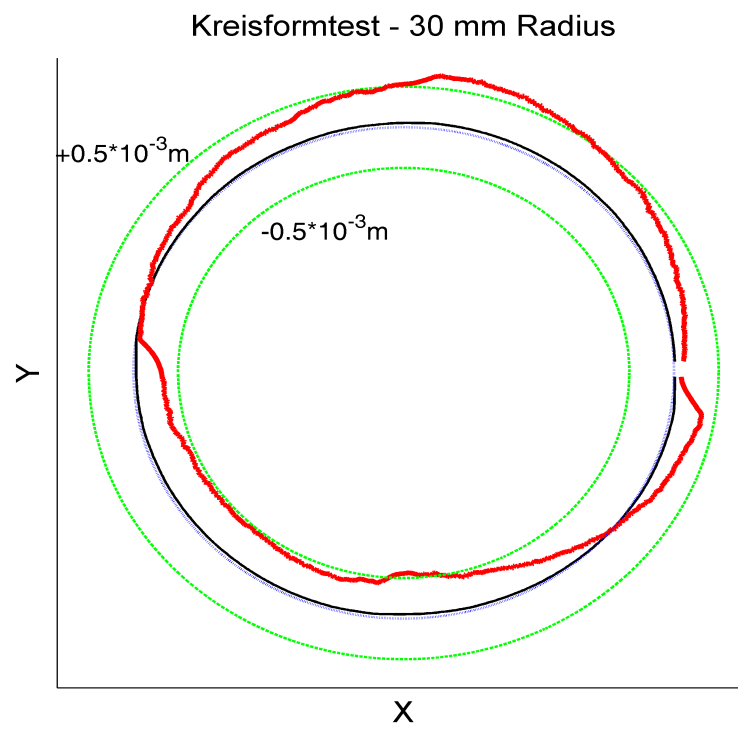


Abbildung 8.26: Kreisformtest nach Kalibrierung (schwarz), Darstellung mit 10-facher Fehlerüberhöhung (rot)

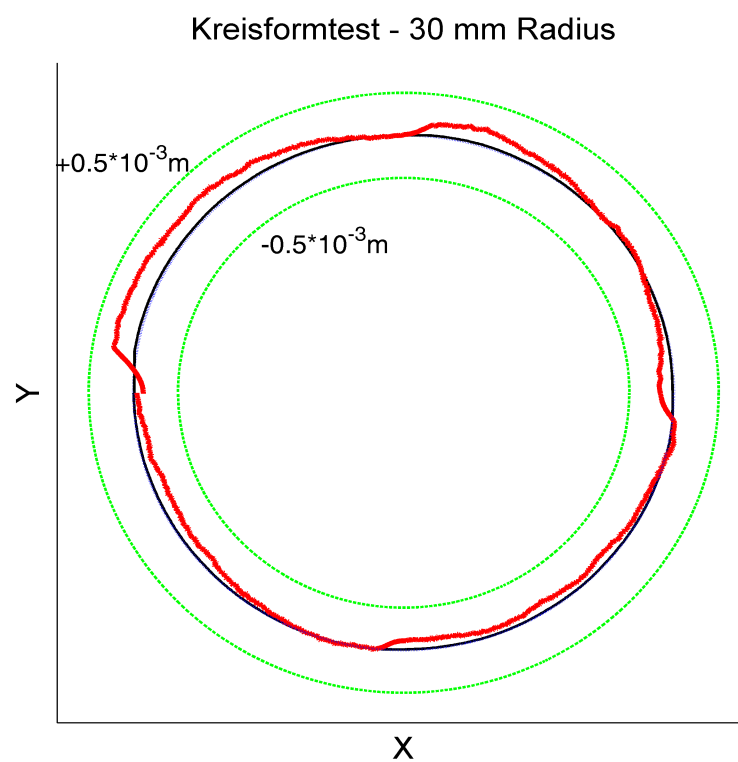


Abbildung 8.27: Kreisformtest nach Neuvermessung (schwarz), Darstellung mit 10-facher Fehlerüberhöhung (rot)

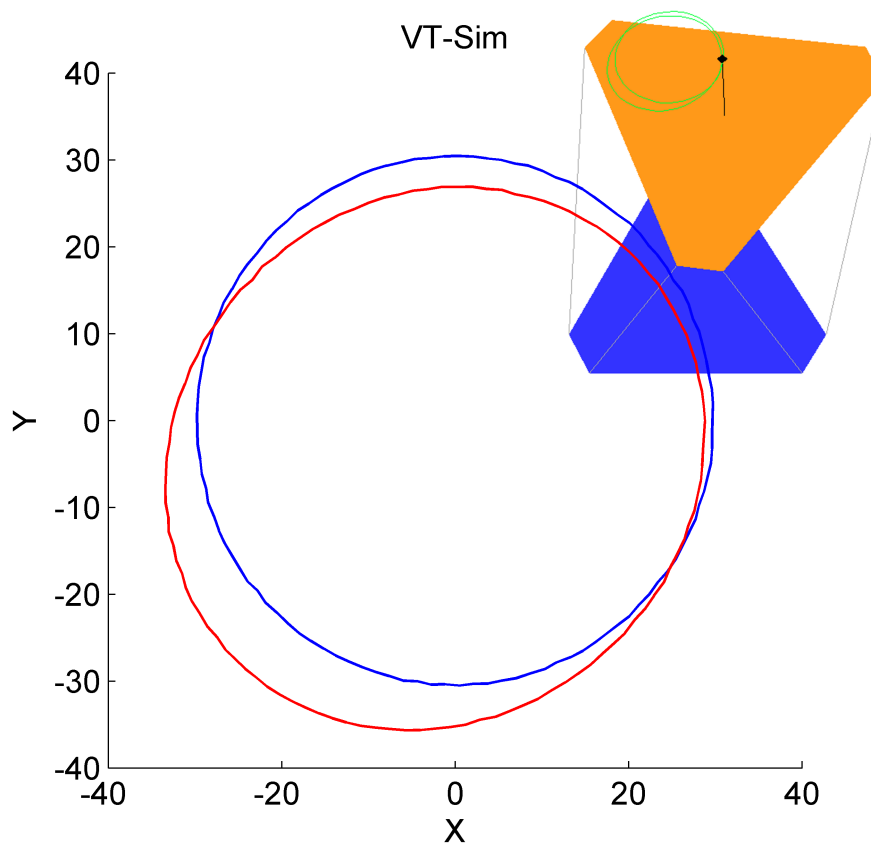


Abbildung 8.28: Simulation der Kreisbahn mittels Vorwärtstransformation für das ideale Steuerungsmodell mit idealer Geometrie (blau), mit Geometriefehler (rot)

Die Positioniergenauigkeit ist deutlich durch die Präzision des Versuchshexapoden begrenzt, verdeutlicht jedoch die in Kapitel 8.5.2 dargestellten Zusammenhänge in Bezug auf die Positioniergenauigkeit: Die deutliche Auswirkung des Geometriefehlers (19,17 mm Fusspunktfehler an Bein 1) führt zu Abweichungen von der Sollbahn von mehr als 14 mm. Nach der Kalibrierung (anhand der starren CFK-Beine) wird dieser Fehler auf wenig mehr als 0,5 mm reduziert, wodurch nahezu die maximal mögliche Bahngenauigkeit dieses Hexapoden erreicht wird, wie das Messergebnis nach Neuvermessung der Geometrie zeigt. Die Verbesserung besteht im Wesentlichen nur noch darin, dass ein Offset beseitigt wird und der Ist-Kreis somit in engeren Grenzen um den Soll-Kreis liegt, ohne jedoch seine Form deutlich zu verändern. Ein Erfolg der Kalibrierung ist somit nachgewiesen.

Des Weiteren ist die Auswirkung des Umkehrspiels der Beine anhand der Kreisformtests sehr deutlich zu identifizieren. Während dieses im unbelasteten Fall, aufgrund der Symmetrie des Hexapoden, an 6 Positionen auf dem Kreis zu erwarten gewesen wäre, findet es sich an 4 Positionen. Die Umkehr von positivem auf negativen Vorschub in die Achsrichtungen des Kreuzgitters, speziell des Kreuztisches über dem Kreuzgitter, verursacht aufgrund der Reibung der Wälzkörperführungsdichtungen die Auslösung des Umkehrspiels.



8.7 Neukalibrierung im industriellen Umfeld

Zur Neukalibrierung von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise werden Messsysteme benötigt, deren Messgenauigkeit die schließlich gewünschte Positionierpräzision übertrifft: Die Auswirkung des aus der Messung berechneten Fehlers e_l auf die Geometriebestimmung beträgt im ungünstigsten Fall Faktor 7, verbleibende Geometriefehler wiederum beeinflussen die TCP-Positionierung um maximal Faktor 1,4 (siehe Kap. 8.3). Die Genauigkeit des Messsystems muss somit fast um Faktor 10 höher sein, als die gewünschte Positionierpräzision der Kinematik nach Kalibrierung. Zusätzlich muss das Messsystem portabel sein, um im industriellen Umfeld eingesetzt werden zu können. Aus diesem Grund kommen vor allem Messarme und optische Messsysteme in Frage. Anhand von Messarmen können je 6-DOF-Messung drei Referenzkugeln, bzw. ein Referenzquader auf der Plattform angetastet werden. Beispiele hierfür sind der ROMER Absolute Arm [35] sowie der FARO Gage [23]. Anhand eines Lasertrackers kann je 6-DOF-Messung die Position von drei Reflektoren auf der Plattform bestimmt werden. Wesentlich höhere Präzision bei der Abstandsmessung ist mit Laserinterferrometrie möglich. Hierbei gilt die Winkelmessung als größte Einschränkung. Als Beispiel hierfür sei der FARO Laser Tracker ION [22] genannt, welcher zur Steigerung der Messpräzision mit optionalem Interferrometer ausgestattet werden kann. Eine exemplarische Bewertung verschiedener grundsätzlich einsetzbarer Messsysteme findet sich in Tabelle 15. Das zum Nachweis des Kalibrieralgorithmus verwendete Koordinatenmessgerät ist zum Vergleich mit aufgeführt. Dieses eignet sich nicht zur Neukalibrierung im industriellen Umfeld, da es im Gegensatz zu den anderen genannten Messsystemen nicht portabel ist.

Messsystem	Betrachteter Messraum	Volumetrische Messgenauigkeit laut Herstellerangaben	Maximal zu erwartender Geometriefehler	Maximal zu erwartender Positionierfehler
ROMER Absolute Arm	Kugel mit Durchmesser 2,0 m	23,0 μm	161,0 μm	225,4 μm
FARO Laser Tracker ION mit optionalem Interferrometer	Kegel mit Öffnungswinkel 125° und Höhe 2,0 m	21,6 μm	151,2 μm	211,7 μm
FARO Gage	Kugel mit Durchmesser 1,2 m	14,6 μm	102,2 μm	143,1 μm
Zeiss UM 550	Quader mit Kantenlängen 550x500x450 mm	5,0 μm	35,0 μm	49,0 μm

Tabelle 15: Bewertung von Messsystemen für Neukalibrierung von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise in industriellem Umfeld

Die in der Tabelle von oben nach unten zunehmende Messgenauigkeit der Messsysteme führt zu geringeren Geometriefehlern, und somit auch zu geringeren Positionierfehlern. Die verbleibenden Unsicherheiten lassen sich durch TCP-Messungen, ohne Zerlegung des Manipulators nicht mehr reduzieren.



9 Zusammenfassung

9.1 Ergebnisse

Im Rahmen des AiF-ZIM-Projektes KF2081602WO9 wurden verschiedene Hexapoden sowie Steuerungen als Forschungsprüfstände am IPP entwickelt. Hierbei konnte anhand der Realisierung einer FPGA-basierten Steuerung ein leistungsstarkes System aufgezeigt werden, das mit relativ geringen Kosten produziert werden kann. Durch Ergebnisse der Arbeitsraumanalyse konnte zur Verringerung des Fertigungsaufwandes beigetragen werden. Untersuchungen der Auswirkungen von Geometriefehlern auf die Positionierpräzision von Hexapoden ermöglichten, diese zu klassifizieren und Maßnahmen zu deren Verringerung bei Fertigung und Montage zu priorisieren.

Die zunächst zur Arbeitsraumanalyse von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise entwickelten Instrumente konnten zu einem Werkzeug für die anforderungsbasierten Optimierung erweitert werden. An praktischen Beispielen wurde die Optimierung durchgeführt und auch auf die im Projektverlauf entwickelten Prototypen angewandt. Dieser Ansatz zeigt das Potential der simulationsgestützten Optimierung von Parallelkinematiken auf, welche bisher weitgehend auf Erfahrungswerten und Intuition basierend ausgelegt wurden. Die Arbeitsraumbewertung ist hierbei ein zentraler Punkt, welcher den Vergleich verschiedener paralleler, aber auch serieller Kinematiken miteinander ermöglicht und somit helfen soll, die Akzeptanz paralleler Kinematiken, deren Eigenschaften weniger leicht intuitiv erfassbar sind, zu stärken.

Die Definition der Eigenschaften, die von der Kinematik gefordert werden, bleibt eine große Herausforderung bei der Entwicklung von Hexapoden. Diese variieren über alle 6 Freiheitsgrade des TCPs im Arbeitsraum. Nur durch präzise Vorgaben, wie z. B. gewünschte Mindesttranslation und -rotation, zu bewältigende Kräfte und Momente bzw. geforderte Dynamik, kann der maximale Arbeitsraum, welcher für die Optimierung zu berücksichtigen ist und somit auch die beste Geometrie für die jeweilige Anwendung bestimmt werden.

Die Funktion der in dieser Arbeit entwickelten Neukalibrierung wurde in Simulation und Praxis erfolgreich nachgewiesen. Im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen



wurde besonderes Augenmerk auf die Neukalibrierung von Positioniereinheiten in Hexapodbauweise nach Komponentenwechsel gelegt. Es wurde gezeigt, dass anhand von nur sechs 6-DOF-Messungen des TCPs mit relativ geringem Aufwand alle für die Neukalibrierung notwendigen Daten gewonnen werden können. Hierbei ist keine Demontage des Hexapoden notwendig, was für die Neukalibrierung im industriellen Umfeld von grundlegender Bedeutung ist. Darüber hinaus wurden die Grenzen der erreichbaren Positionierpräzision, abhängig von Messsystem und Positioniereinheit, untersucht und dargestellt. Bei Kalibrierungen auf einem KMG mit anfänglichen Geometriefehlern von ca. 18 mm konnte eine Verbesserung der Positionierpräzision um Faktor 32 nachgewiesen werden.

Die nichtlinearen Auswirkungen von Geometriefehlern auf den TCP beeinträchtigen die Kalibrierung bei großen Ausgangsfehlern dahingehend, dass mehrere Iterationen notwendig sind. Bei nur noch geringen Geometrieabweichungen wird hingegen die Auswirkung von Positionier- und Messfehlern deutlich. Es konnte gezeigt werden, dass zwischen Messpräzision und durch die Kalibrierung erreichbarer Präzision durchschnittlich Faktor 2,3, schlechtestenfalls Faktor 7 liegt, weshalb die hohen Genauigkeitsanforderungen vieler WZM mit derzeit zur Verfügung stehenden Messsystemen nicht erreicht werden können. Es ist zu berücksichtigen, dass im industriellen Einsatz auf Messarme oder Lasertracker zurückgegriffen werden muss, da keine Koordinatenmessgeräte zur Verfügung stehen. Somit ist eine geringere Messpräzision gegeben. Diese Ergebnisse betonen die Wichtigkeit der hochpräzisen Fertigung und Montage dieser Kinematiken.

9.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgenommene Modellierung der Motoren liefert eine Grundlage für weiterführende Simulationen. Modelle der Gesamtsysteme erlauben die Analyse der Dynamik der betrachteten Kinematiken. Für die Praxis wäre dieses von großem Nutzen, da die entwickelte anforderungsbasierte Arbeitsraumanalyse um die Forderung nach einem Mindestmaß an Dynamik im Arbeitsraum erweitert werden kann und somit den realen Anforderungen weiter angenähert wird.

Die Kalibrierung von Parallelkinematiken in Hexapodbauweise wird entsprechend der Entwicklung im Bereich der Messsysteme in Zukunft immer präziser und einfacher durchgeführt werden können. Während mit den ersten Koordinatenmessgeräten, wie z. B. dem Ferranti Koordinatenmessgerät im Jahr 1962, 3-DOF-Messungen mit einer Auflösung von 12 μm durchgeführt werden konnten, sind heute (2012) 3-DOF-Messungen mit einer Auflösung von 0,1 nm möglich, wie Forschungen an Nanopositionier- und Nanomessmaschinen des Sonderforschungsbereichs 622 der TU Ilmenau zeigen [44]. Hierbei sind allerdings auch Unterschiede

bezüglich der Arbeitsraumvolumina zu berücksichtigen. Ähnliche Entwicklungen im Bereich der deutlich flexibleren Messarme, wie z. B. dem FARO Gage [23], kommen dem Wunsch nach Neukalibrierung im industriellen Umfeld entgegen. Für die Anwendung immer präziserer Messsysteme werden jedoch auch die Anforderungen bezüglich der Messumgebung steigen, weshalb die Durchführbarkeit einer hochpräzisen Kalibrierung unmittelbar im industriellen Umfeld weiterhin eine große Herausforderung darstellen wird. Schließlich wird auch die Fertigungspräzision für Hexapodkomponenten steigen, bzw. die Kosten für die Fertigung mit konstanter Präzision werden sinken, so dass das Hauptaugenmerk auch in Zukunft auf die Präzision bei Fertigung und Montage von Parallelkinematiken zu richten ist.

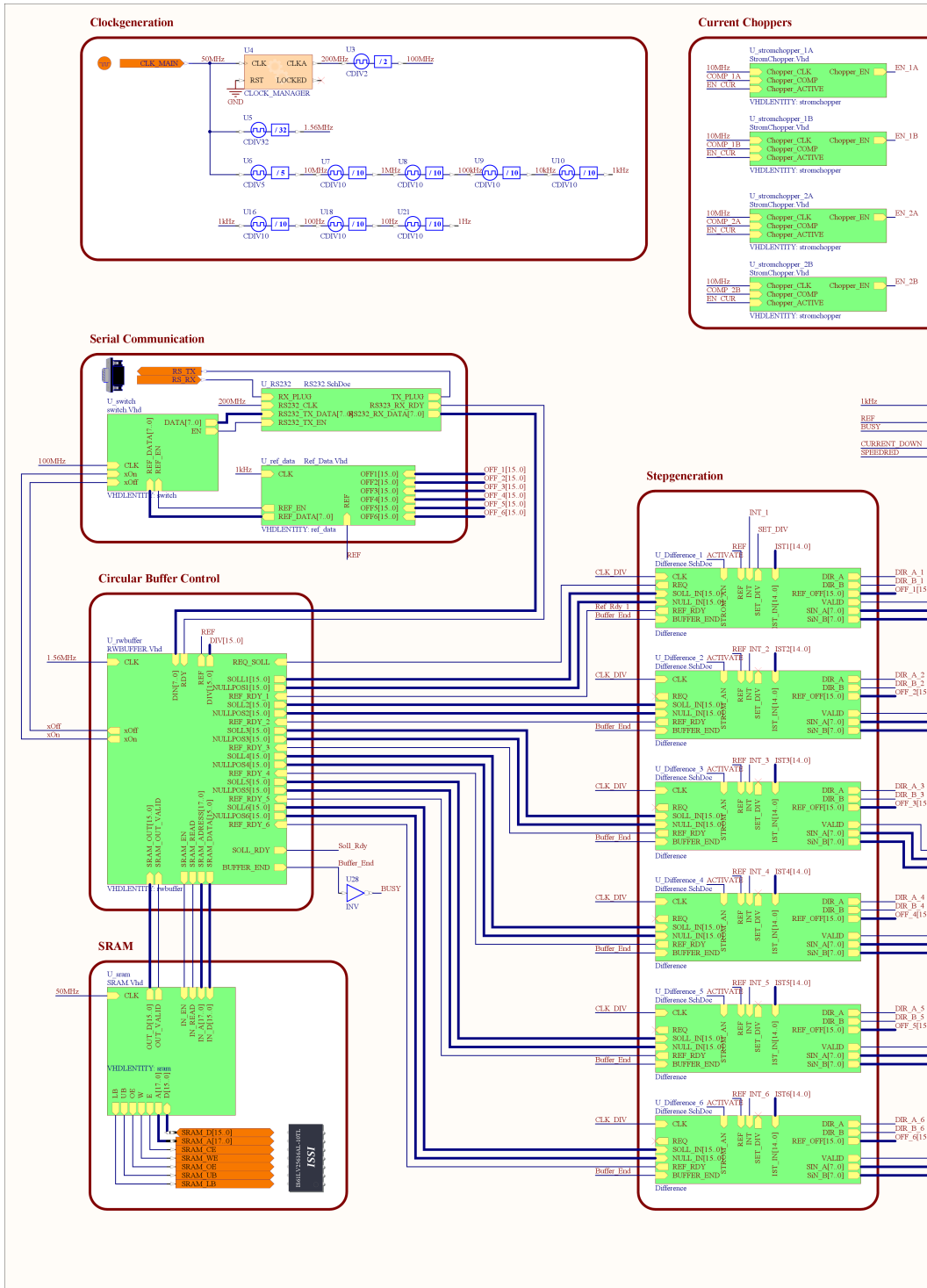


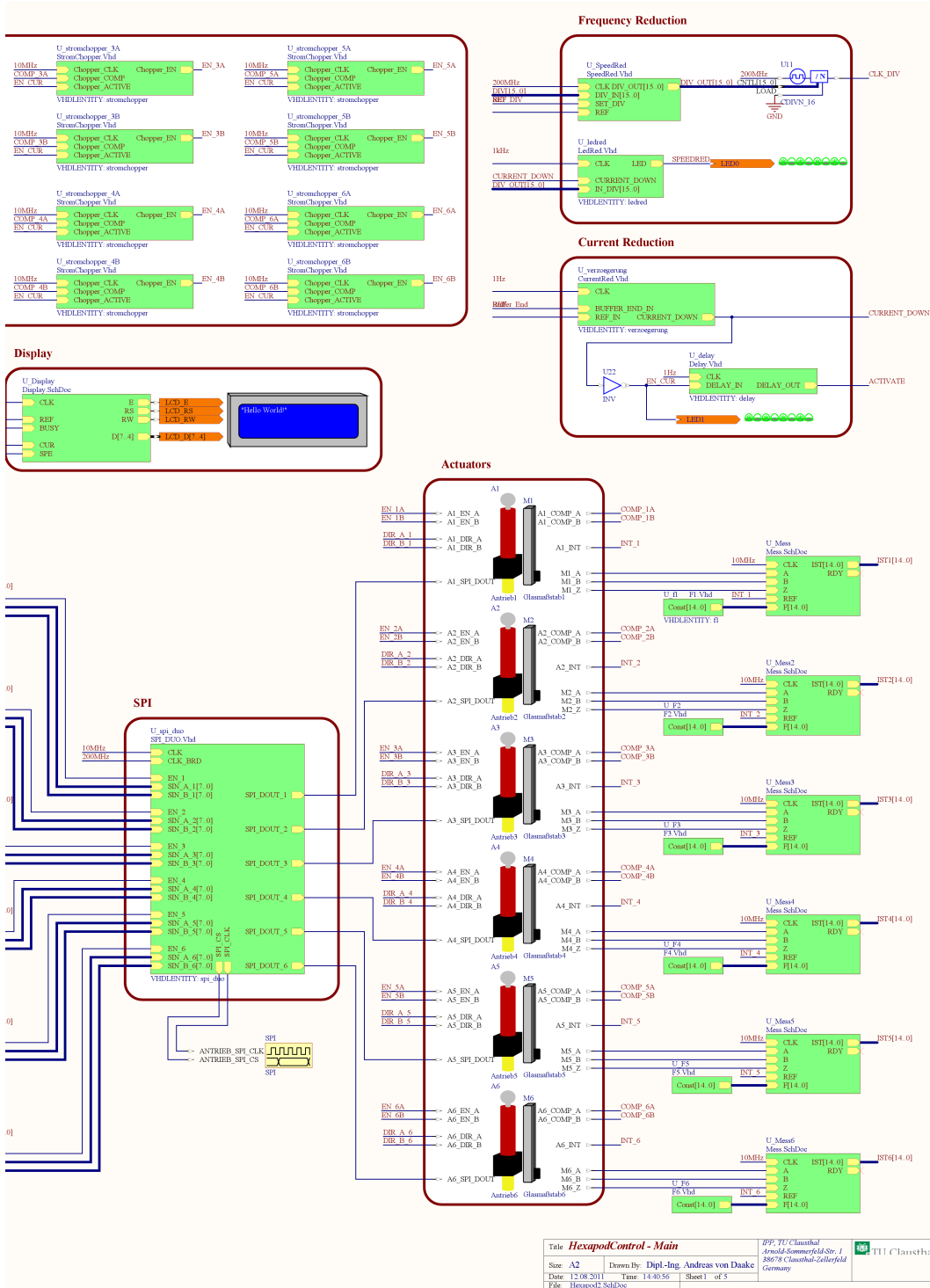
Anhang

Anhang A : FPGA-Konfiguration.....	132
Anhang B : Schaltplan der Treiberhardware.....	134
Anhang C : CNC-Befehlsübersicht der Hexapod Steuerung.....	136
Anhang D : Matlab/Simulink Modell Code des Klauenpolschrittmotors....	137
Anhang E : Matlab/Simulink Modell Code des Hybridschrittmotors.....	138
Anhang F : Fehleranalyse am Bipod.....	139
Anhang G : Linearitätsbetrachtung.....	141
Anhang H : Matlab-Code der Householder-Transformation.....	145
Anhang I : Vergleich der Ansätze der Kalibrierung.....	146
Anhang J : Simulationsdaten der Kalibrierung.....	148
Anhang K : Messprotokolle der Kalibrierung.....	158
Anhang L : Messprotokolle der Kalibrierung mit starren Beinen.....	164
Anhang M: Matlab-Code für Kreisformprüfung.....	166



Anhang A FPGA-Konfiguration

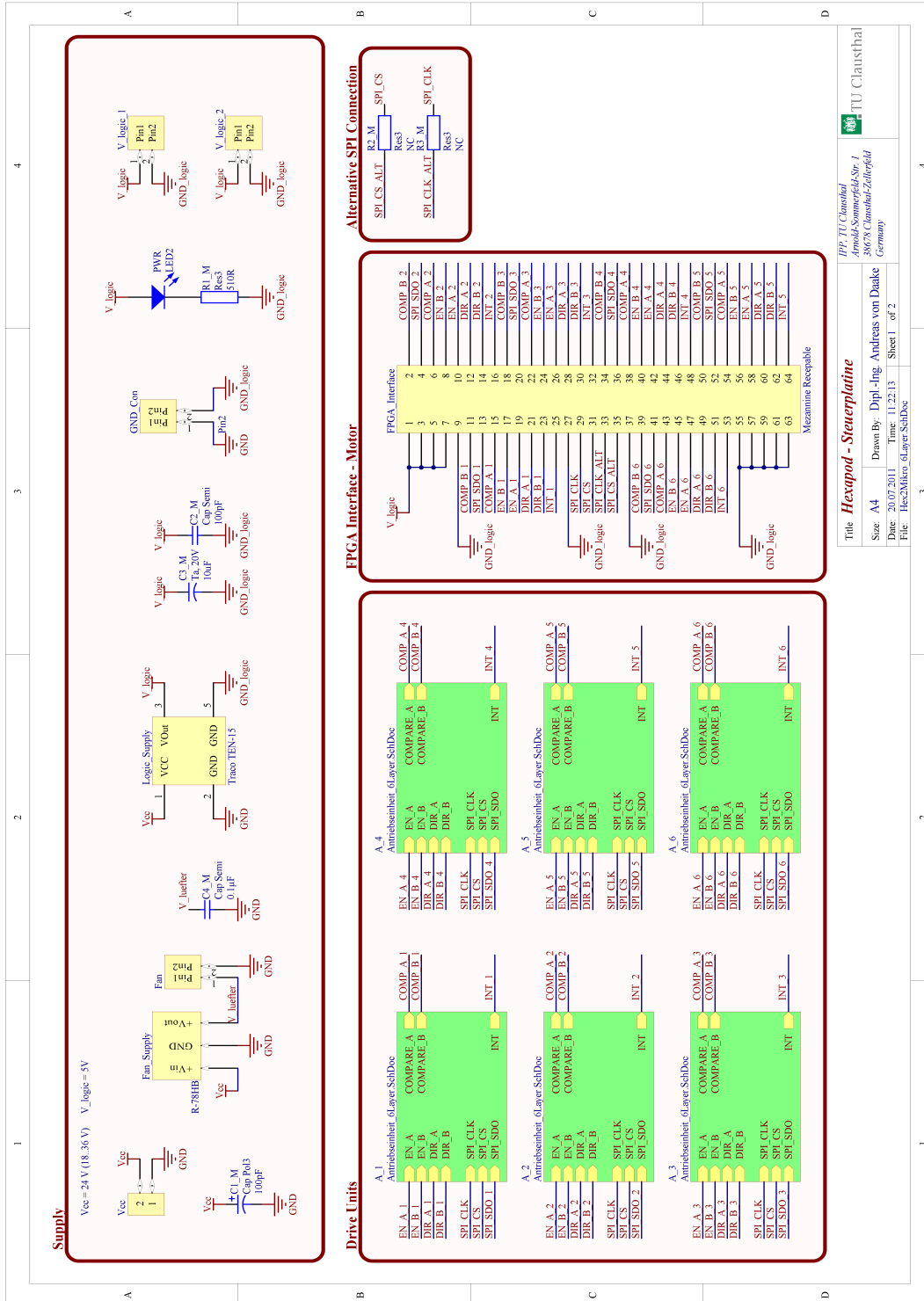




Titel HexapodControl - Main		IPP, TU Clausthal	TT1 Clausthal
Size A2	Drawn By: Dipl.-Ing. Andreas von Daake	Arnold-Sommerfeld-Str. 1	
Date: 12.08.2011	Time: 14:40:56	38678 Clausthal-Zellerfeld	
File: Hexapod3.SchDoc	Sheet: 1 of 5	Germany	

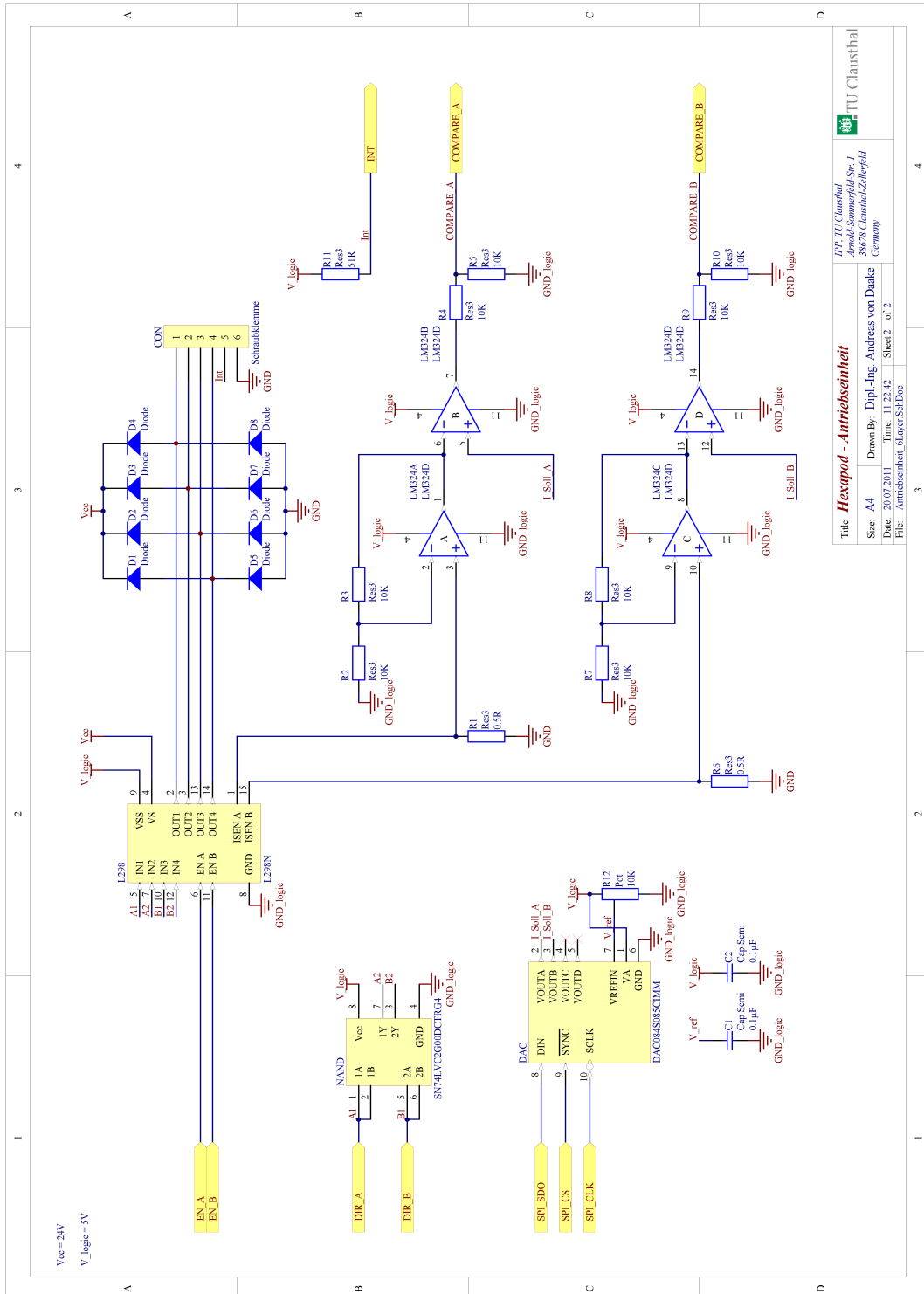


Anhang B Schaltplan der Treiberhardware



Title: **Hexapod - Steuerplatine**
 IPP, TU Clausthal
 Arnold-Sommerfeld-Str. 1
 38688 Clausthal-Zellerfeld
 Germany
 Drawn By: Dipl.-Ing. Andreas von Daake
 Date: 20.07.2011 Time: 11:22:13 Sheet 1 of 2
 File: Hex2Mikro_6Layer_SchDoc

Mezzanine Receptable



Titel **Hexapod - Antriebsseinheit**
 Size: A4
 Date: 20.07.2011
 File: Antriebsseinheit_01ayer_SchBoc

Drawn By: Dipl.-Ing. Andreas von Daake
 Time: 11:22:42
 Sheet 2 of 2

IPU TU Clausthal
 38638 Clausthal-Zellerfeld
 Germany

Auf die Darstellung der Schaltpläne der entwickelten FPGA-Platine, welche die Logik zu der hier aufgeführten Treiberhardware enthält, wird aus Platzgründen verzichtet.



Anhang C CNC-Befehlsübersicht der Hexapod Steuerung

Befehl	Parameter/ Einheit	Beschreibung	Parameter- rücksetzung
G01	-	G-Befehl Linearinterpolation	
G02	-	G-Befehl Kreisinterpolation im Uhrzeigersinn	
G03	-	G-Befehl Kreisinterpolation gegen den Uhrzeigersinn	
G04	T	Wartebefehl	
M10	-	absoluter Anstellwinkel	A, B, C, G
M11	-	relativer Anstellwinkel	A, B, C, G
X	[mm]	Translation X	
Y	[mm]	Translation Y	
Z	[mm]	Translation Z	
A	[°]	Rotation A bzw. Anstellwinkel A	
B	[°]	Rotation B bzw. Anstellwinkel B	
C	[°]	Rotation C	
I	[mm]	Relativer Kreismittelpunkt X	
J	[mm]	Relativer Kreismittelpunkt Y	
K	[mm]	Relativer Kreismittelpunkt Z (nicht implementiert)	
PLANE	SPA, SPB, SPC	Bearbeitungsebenenrotation	G
SPA	[°]	Winkel A für Bearbeitungsebene	
SPB	[°]	Winkel B für Bearbeitungsebene	
SPC	[°]	Winkel C für Bearbeitungsebene	
F	[mm/min]	Vorschub	
T	[s]	Wartezeit	

Anhang D Matlab/Simulink Modell Code des Klauenpolschrittmotors

```

%---Klauenpolschrittmotor-----
clc;
clear all;
close all;

%---Modellparameter-----
T      = 0.005;      % [s]      Zeit zwischen Kommutierungen
Dir    = 0;         %         0-Linksdrehung; 1-Rechtsdrehung
VF     = 0.022;     %         Viscous friction (ohne Last)
%VF    = 0.052;     %         Viscous friction (mit Last)

U      = 12;        % [V]      Spannung
L      = 0.0028;   % [H]      Spuleninduktivität
R      = 100;      % [Ohm]    Spulenwiderstand

m      = 0.005;    % [kg]     Läufermasse
r      = 0.006;    % [m]     Läuferradius

J      = m/2 * r^2; % [kg m^2]  Trägheitsmoment

% = Frequenzabhängigkeit der Induktionsspannung
fi     = 1/(2*pi)*0.08854;

load Uind.mat;      % gemessene Induktionsspannung

%---Simulationsparameter-----
simulation_opt=simset('Solver', 'ode45', 'Fixedstep', 1e-3);
Tsim=0.1;           % s simulation time

%---simulation start-----
[t,X,Y]=sim('Model.mdl', Tsim, simulation_opt);

%---display simulation results-----
Model;

figure('Name','I','NumberTitle','off');
figure(1);
hold off;
plot(Ts, Is);
axis([0.028 0.051 -0.2 0.2])
hold all;
grid;
xlabel('t[s]');
ylabel('I[A]');

figure('Name','Pos','NumberTitle','off');
figure(2);
plot(Ts, Phis);
grid;

figure('Name','Us','NumberTitle','off');
figure(3);
plot(Ts, Us);
grid;

```



Anhang E Matlab/Simulink Modell Code des Hybridschrittmotors

```

%---Hybridschrittmotor-----
clc;
clear all;
close all;

%---Modellparameter-----
T = 0.002;           % [s]           Zeit zwischen Kommutierungen
Dir = 0;            %           0-Linksdrehung; 1-Rechtsdrehung
%VF = 0.0001;       %           Viscous friction (ohne Belastung)
VF = 0.045;         %           Viscous friction (mit Belastung)

I   = 1.5;          % [A]           Sollstrom
%L  = 0.0014;       % [H]           Spuleninduktivität
%R  = 1.5;          % [Ohm]        Spulenwiderstand

m   = 0.044;        % [kg]         Läufermasse
r   = 0.0129;       % [m]         Läuferradius

J   = m/2 * r^2;    % [kg m^2]    Trägheitsmoment

load Uind.mat;

%---Simulationsparameter-----
simulation_opt=simset('Solver', 'ode45', 'Fixedstep', 1e-3);
Tsim=0.03;          % s simulation time

%---simulation start-----
[t,X,Y]=sim('Model.mdl', Tsim, simulation_opt);

%---display simulation results-----
Model;

figure('Name','I','NumberTitle','off');
figure(1);
hold off;
plot(Ts, Is);
hold all;
grid;
xlabel('t[s]');
ylabel('I[A]');

figure('Name','Pos','NumberTitle','off');
figure(2);
plot(Ts, Phis);
grid;

```

Anhang F Fehleranalyse am Bipod

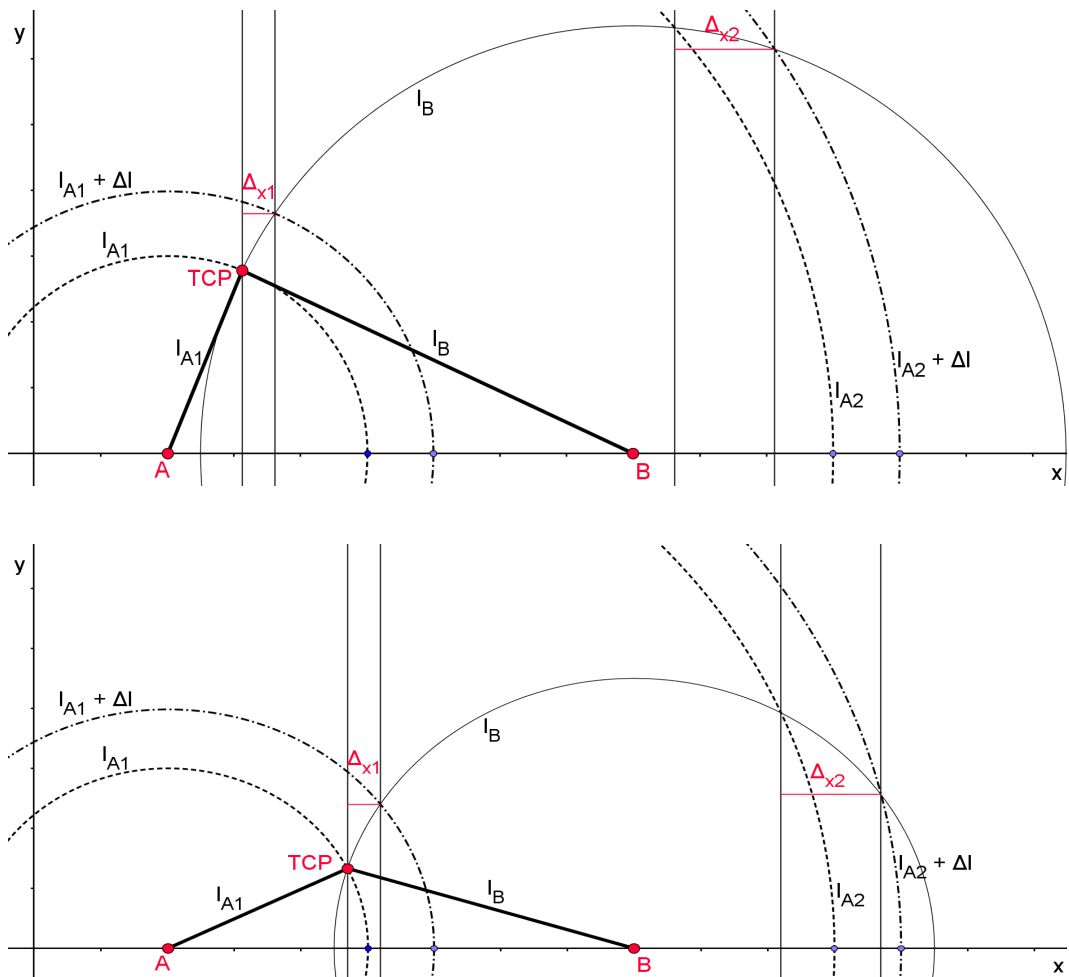


Abbildung 1: Unabhängigkeit der Auswirkung eines Antriebslängenfehlers ΔL_a auf die x-Komponente des TCPs, von l_B



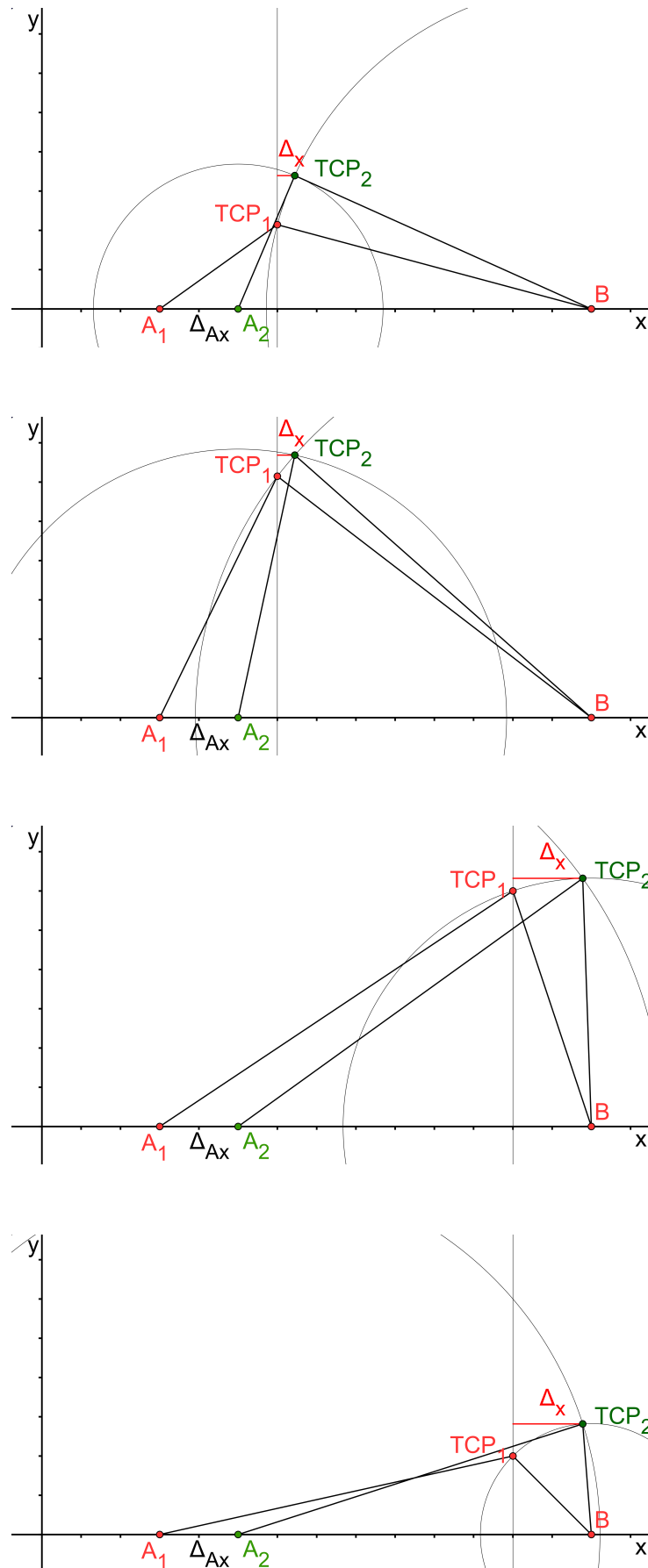


Abbildung 2: Unabhängigkeit der Auswirkung eines Basisgelenkpfahlers auf die x-Komponente des TCPs, von dessen y-Komponente

Anhang G Linearitätsbetrachtung

Wie in Kapitel 8.2.2 beschrieben, kann die Auswirkung von Geometriefehlern auf die virtuelle Beinlänge l_{virt} (=Abstand zwischen B_{soll} und P_{soll}) als linear angenähert werden, wenn bestimmte Bedingungen weiträumig vermieden werden. Dieses wird im Folgenden bewiesen.

Es sei $\Delta l = l_{ist} - l_{soll}$, l_{ist} und $\varphi_{Bx ist}$ sind nach 6-DOF-Messung berechenbar, l_{soll} ist aus Simulationsvorgabe bekannt. Zunächst wird $\varphi_{Bx ist} \approx \varphi_{Bx soll}$ angenommen.

Anteile der Fußpunktfehler ΔB_x und ΔB_y an Δl :

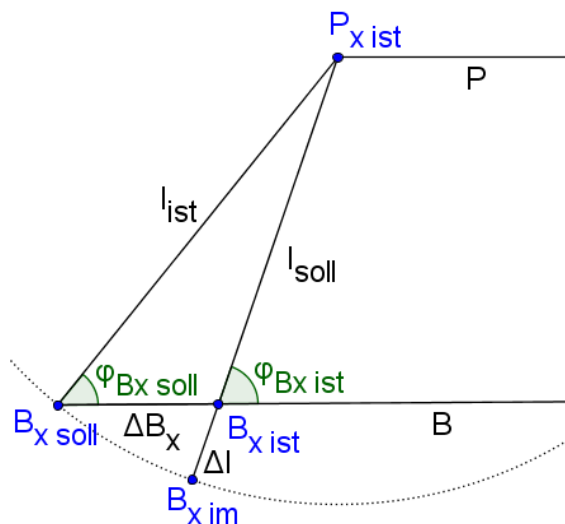


Abbildung 3: Fußpunktfehler ΔB_x

Allgemein gilt für Δl :

$$\Delta l(\Delta B_x) = l_{ist}(\Delta B_x) - l_{soll} \quad (118)$$

Nach Anwendung des Kosinussatzes auf das gegebene Dreieck lässt sich l_{ist} allgemein bestimmen:

$$l_{ist}(\Delta B_x) = \Delta B_x \cdot \cos \varphi_{Bx} \pm \sqrt{(\Delta B_x \cdot \cos \varphi_{Bx})^2 + l_{soll}^2 - \Delta B_x^2} \quad (119)$$

Aufgrund der Geometrie ist folgender Fall zu betrachten:

$$\Delta l(\Delta B_x) = \Delta B_x \cdot \cos \varphi_{Bx} + \sqrt{(\Delta B_x \cdot \cos \varphi_{Bx})^2 + l_{soll}^2 - \Delta B_x^2} - l_{soll} \quad (120)$$



Die Auswirkung von Fußpunktfehlern ist somit von φ_{B_x} abhängig. Die Linearität nimmt mit $\varphi_{B_x} \rightarrow 90^\circ$ ab. Bei kleinen Fehlern und möglichst kleinen Winkeln (in der Grafik $\Delta B_x < 6 \cdot 10^{-2} l_{soll}$ und größter verwendeter Messpunktwinkel $\varphi_{B_x} = 75.96^\circ$) kann die Auswirkung als näherungsweise linear betrachtet werden.

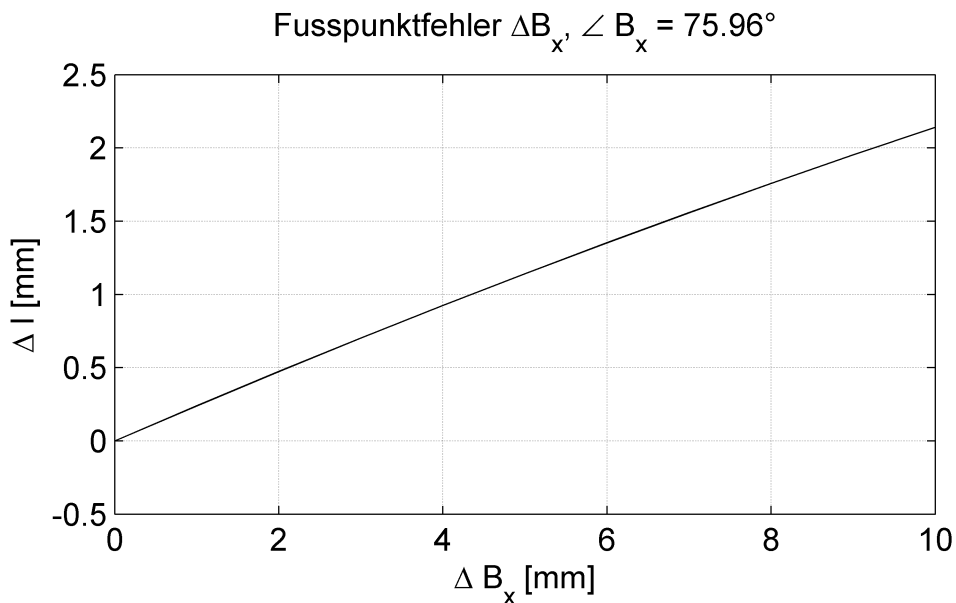


Abbildung 4: Auswirkung von ΔB_x auf Δl

Die Auswirkung von ΔB_y auf Δl ist unter Verwendung von φ_{B_y} analog zu betrachten.

Anteile der Kopfpunktfehler ΔP_x und ΔP_y an Δl :

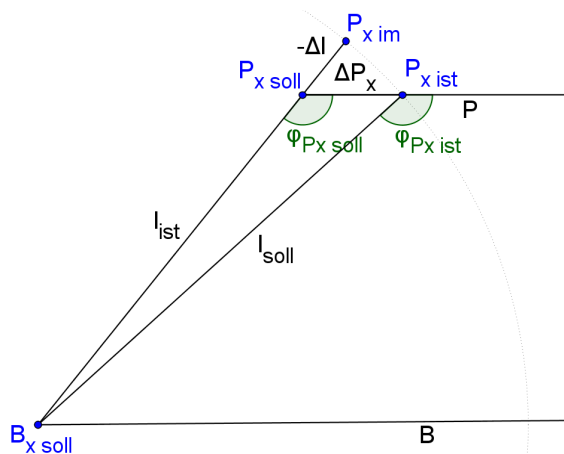


Abbildung 5: Kopfpunktfehler ΔP_x

Analog zu oben Genanntem lässt sich l_{ist} unter Berücksichtigung von φ_{Px} bzw. φ_{Py} aus dem gegebenen Dreieck allgemein bestimmen:

$$\Delta l(\Delta P_x) = \Delta P_x \cdot \cos \varphi_{Px} + \sqrt{(\Delta P_x \cdot \cos \varphi_{Px})^2 + l_{soll}^2 - \Delta P_x^2} - l_{soll} \quad (121)$$

$$\Delta l(\Delta P_y) = \Delta P_y \cdot \cos \varphi_{Py} + \sqrt{(\Delta P_y \cdot \cos \varphi_{Py})^2 + l_{soll}^2 - \Delta P_y^2} - l_{soll} \quad (122)$$

Die Linearität der Auswirkungen von ΔP_y und ΔP_x auf Δl gleicht der von ΔB_x und ΔB_y .

Anteile der Gelenkpunktfehler ΔB_z und ΔP_z an Δl :

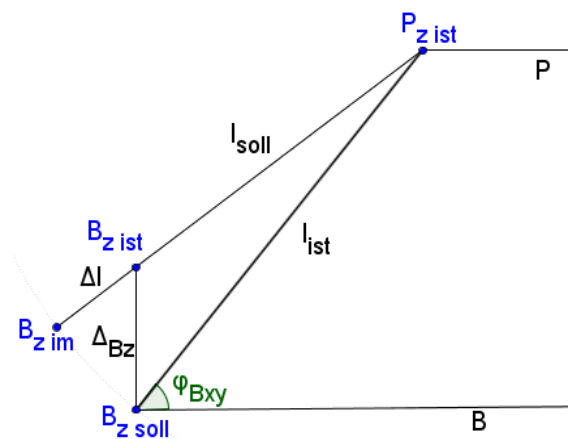


Abbildung 6: Fußpunktfehler ΔB_z

Unter Anwendung des Kosinussatzes lässt sich l_{ist} unter Berücksichtigung von φ_{Bxy} bzw. φ_{Pxy} aus dem gegebenen Dreieck allgemein bestimmen:

$$\Delta l(\Delta B_z) = \Delta B_z \cdot \cos(90^\circ - \varphi_{Bxy}) + \sqrt{(\Delta B_z \cdot \cos(90^\circ - \varphi_{Bxy}))^2 + l_{soll}^2 - \Delta B_z^2} - l_{soll} \quad (123)$$

$$\Delta l(\Delta P_z) = \Delta P_z \cdot \cos(90^\circ - \varphi_{Pxy}) + \sqrt{(\Delta P_z \cdot \cos(90^\circ - \varphi_{Pxy}))^2 + l_{soll}^2 - \Delta P_z^2} - l_{soll} \quad (124)$$

Die Fehlerauswirkung ist somit von φ_{Bxy} bzw. φ_{Pxy} abhängig. Die Linearität nimmt mit $\varphi \rightarrow 0^\circ$ ab. Bei kleinen Fehlern und möglichst großen Winkeln (in der Grafik $\Delta B_z < 6 \cdot 10^{-2} \cdot l_{soll}$ und kleinster verwendeter Messpunktwinkel $\varphi_{Bxy} = 45.47^\circ$) ist die Auswirkung näherungsweise linear:



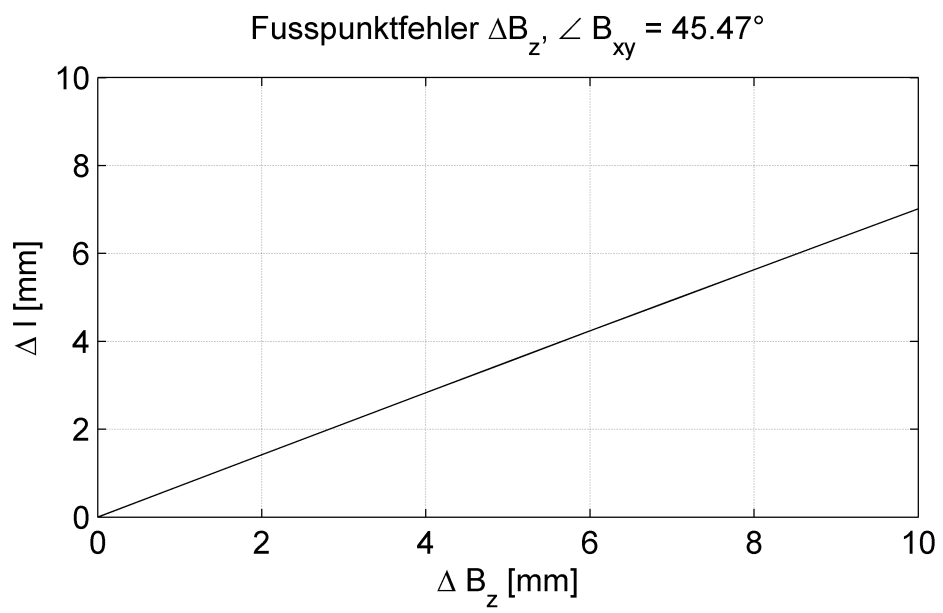


Abbildung 7: Auswirkung von ΔB_z auf Δl

Anhang H Matlab-Code der Householder-Transformation

```

function [Q, R] = Householder(A)

% Spaltenzahl = Anzahl der Householder-Schritte
n = size(A, 2);
% Zeilenzahl = Anzahl der Householder-Schritte
m = size(A, 1);

Q_ges = eye(m);           % Einheitsmatrix
Q      = eye(m);           % Einheitsmatrix

for i=1:1:n-1
    v=A(i:m,i);           % betrachteter Spaltenvektor
                           % (jeweils ab der Hauptdiagonalen abwärts)

    norm(v);               % euklidische Norm des Spaltenvektors
                           % wird zu 1. Element addiert

    v(1)=v(1)+norm(v);     % v + Spiegelung von v auf Hauptachse

    Q = eye(m);           % Einheitsmatrix

    % Householder-Transformation = Spiegelung an Hyperebene
    Q(i:m,i:m) = eye(m-i+1) - 2 / norm(v)^2 * v * v';

    Q_ges = Q * Q_ges;     % Q_i-1*...*Q_1

    A = Q*A;               % R=Q_i*...*Q_1*A
end

Q = Q_ges;                 % Rückgabe Q
R = A;                     % Rückgabe R

```



Anhang I Vergleich der Ansätze der Kalibrierung

```
% Fehlereinflussmatrix für 15 potentielle Messposen (Signifikant
% unterschiedliche Winkel zwischen Bein und Basis bzw.
% Bein und Plattform)
```

```
A=[
%X 88.5 Y -31.5 Z -5.1 A -23.3 B 0.0 C -4.0
0.0175 -0.0414 0.0893 -0.2282 0.7182 -0.6581
%X -47.6 Y -38.8 Z -15.4 A 0.0 B 0.0 C 0.0
-0.0379 -0.0291 0.0878 0.3774 0.2890 -0.8789
%X 8.0 Y 15.4 Z 12.4 A 4.0 B 20.6 C 44.3
-0.0287 -0.0274 0.0918 0.5729 -0.2686 -0.7747
%X 123.7 Y -27.1 Z -5.1 A 0.0 B 15.4 C 0.0
0.0200 -0.0234 0.0951 0.0577 0.2321 -0.9706
%X 54.9 Y -94.4 Z -5.1 A 0.0 B 4.0 C -25.0
0.0131 -0.0405 0.0905 -0.2342 0.3363 -0.9123
%X 75.4 Y 84.1 Z -0.7 A -8.3 B -10.0 C -15.0
0.0247 0.0211 0.0946 -0.3807 -0.1782 -0.9089
%X 75.4 Y 5.1 Z -0.7 A 1.3 B 0.0 C -47.9
0.0377 -0.0004 0.0926 -0.242 -0.2927 -0.9263
%X 5.1 Y -70.0 Z 0.0 A 0.0 B 0.0 C 30.3
-0.0244 -0.0513 0.0823 0.4678 0.3188 -0.8236
%X -47.6 Y -128.0 Z 6.6 A 0.0 B 0.0 C 8.3
-0.0333 -0.0541 0.0772 0.4065 0.4862 -0.7727
%X 47.6 Y -79.8 Z 0.0 A -8.3 B -12.7 C 0.0
0.0057 -0.0507 0.0860 -0.2285 0.6244 -0.7474
%X -54.9 Y 85.6 Z -2.2 A 5.7 B 5.7 C -16.2
-0.0323 0.0256 0.0911 0.4872 -0.2192 -0.8455
%X -53.4 Y -28.5 Z 2.2 A -18.9 B 0.0 C 34.7
-0.0423 -0.0459 0.0781 0.7381 0.3231 -0.5916
%X -3.7 Y -56.3 Z 2.2 A -5.7 B 10.1 C -31.2
-0.0082 -0.0292 0.0953 0.0052 0.4530 -0.8911
%X 21.2 Y 25.6 Z 19.8 A -18.0 B 0.0 C 34.7
-0.0205 -0.0313 0.0927 0.4995 0.3624 -0.7860
%X 123.7 Y -27.1 Z -5.1 A 0.0 B 15.4 C 0.0
0.0200 -0.0234 0.0951 0.0577 0.2321 -0.9706
];
```

```
% Ergebnisvektor der Simulation
```

```
b=[
-1.9835
8.1796
6.3174
-3.3157
-1.0713
-7.1355
-8.5924
6.7729
8.7680
0.9418
4.2618
9.8516
2.4950
4.9330
-3.3158
];
```

```

% Ausgangsgeometriefehler der Simulation.
% Diesen gilt es anhand der TCP-Messungen zu rekonstruieren.

Fehler_start=[
-17.6225
-4.919
0.0
0.0
0.0
0.0
];

% Beaufschlagung der Messwerte mit einem „Messrauschen“

b=b + rand(length(b),1)/10;

% Ausführung der Householdertransformation (siehe Anhang H)

[Q, R] = Householder(A);
b_ = Q * b;

% Bestimmung von Konditionszahl anhand der Zeilensummennorm
% und Lösung der Gleichungssysteme für 3 verschiedene Ansätze:

cond_A_ges = Cond(A)      % => Konditionszahl der gesamten Matrix A:
                        %   cond_A_ges = 114,2863

cond_R = Cond(R)         % => Konditionszahl von R nach Householder
                        %   Transformation: cond_R = 114,2863

x=(R\b_)/10;            % => Lösung des Gleichungssystems

fehler = x-Fehler_start % => Mittlerer Fehlerbetrag von x
                        %   nach 100.000 Ausführungen: 2.3506

cond_A_red = Cond(A(1:6,:)) % => Konditionszahl der num.
                        %   „stärksten“ Gl. aus A:
                        %   cond_A_red = 99,5702

x=(A(1:6,:)\b(1:6,:))/10;% => Lösung des Gleichungssystems

fehler = x-Fehler_start % => Mittlerer Fehlerbetrag von x
                        %   nach 100.000 Ausführungen: 2.3452

```

Die Lösung des Gleichungssystems für die, anhand der Konditionszahl reduzierten, Messposen liefert bei Beaufschlagung eines Messrauschens im Mittel minimal geringere Fehler, als die Lösung des Gleichungssystems für alle Messposen anhand der Q-R-Zerlegung mittels Householdertransformation (siehe durch Unterstreichung kenntlich gemachte Kommentare).



Anhang J Simulationsdaten der Kalibrierung

Im Folgenden finden sich die Ergebnisse der in Kapitel 8.4 beschriebenen Simulation. Diese sind tabellarisch dargestellt und bieten somit einen Überblick über die Iterationsschritte und deren Zwischenergebnisse während der simulierten Kalibrierung.

Ergebnis 1. Iterationsschritt

(Ausgangsfehler $B_X = -17,6225$ mm, $B_Y = -4,9190$ mm)

Die folgende Tabelle enthält die für den ersten Kalibrierschritt ausgewählten Messpunkte sowie die jeweiligen Einflüsse der Fehlerursachen auf die virtuelle Beinlänge, für welche eine Kondition von $C_2 = 99,5702$ festgestellt wurde.

Messpunkt	Koordinaten	Fehlereinfluss
1	X 88,5 Y -31,5 Z -5,1 A -23,3 B 0,0 C -4,0	$B_X: -0,0157$ $B_Y: -0,0414$ $B_Z: 0,0893$ $P_X: -0,2282$ $P_Y: 0,7182$ $P_Z: -0,6581$
2	X -47,6 Y -38,8 Z -15,4 A 0,0 B 0,0 C 0,0	$B_X: -0,0379$ $B_Y: 0,0291$ $B_Z: 0,0878$ $P_X: 0,3774$ $P_Y: 0,2890$ $P_Z: -8,7890$
3	X 8,0 Y 15,4 Z 12,4 A 4,0 B 20,6 C 44,3	$B_X: -0,0287$ $B_Y: -0,0274$ $B_Z: 0,0918$ $P_X: 0,5729$ $P_Y: -0,2686$ $P_Z: -0,7747$
4	X 123,7 Y -27,1 Z -5,1 A 0,0 B 15,4 C 0,0	$B_X: 0,0200$ $B_Y: -0,0234$ $B_Z: 0,0951$ $P_X: 0,0577$ $P_Y: 0,2321$ $P_Z: -0,9706$
5	X 54,9 Y -94,4 Z -5,1 A 0,0 B 4,0 C -25,0	$B_X: 0,0131$ $B_Y: -0,0405$ $B_Z: 0,0905$ $P_X: -0,2342$ $P_Y: 0,3363$ $P_Z: -0,9123$
6	X 75,4 Y 84,1 Z -0,7 A -8,3 B -10,0 C -15,0	$B_X: 0,0247$ $B_Y: 0,0211$ $B_Z: 0,0946$ $P_X: -0,3807$ $P_Y: -0,1782$ $P_Z: -0,9089$

Messpunkt	$l_{soll} [mm]$	$l_{virt} [mm]$	$\Delta_{l_{mess}} [mm]$
1	241,3106	239,3271	-1,9835
2	260,8177	268,9973	8,1796
3	323,8182	330,1352	6,3174
4	273,3610	270,9555	-3,3157
5	267,3832	266,3119	-1,0713
6	237,5177	230,3822	-7,1355

Fehlertyp	Ausgangsfehler [mm]	Simulationsergebnis [mm]	Restfehler
B_x	-17,6225	-18,8841	1,2616
B_y	-4,9190	-6,0841	1,1651
B_z	0	-1,6351	1,6351
P_x	0	0,0471	-0,0471
P_y	0	-0,0024	0,0024
P_z	0	-0,0588	0,0588

Bei Korrektur des Steuerungsmodells anhand dieses Simulationsergebnisses wird der Abstand des Modell-Fußpunktes zum realen Fußpunkt um 87,04% von 18,2961 mm auf 2,3712 mm gesenkt. Am Kopfpunkt wird ein Fehler von 0,0754 mm verursacht, was 4,1‰ des ursprünglichen Fehlers am Fußpunkt entspricht.



Ergebnis 2. Iterationsschritt

Aufgrund des nun geänderten Steuerungsmodells ergeben sich andere Fehlereinflüsse an den Messpunkten. Daher werden die Fehlereinflüsse für alle potentiellen Messpunkte erneut bestimmt und anhand der Konditionierung der resultierenden Fehlereinflussmatrix V neue Messpunkte für den 2. Iterationsschritt ausgewählt. Die folgende Tabelle enthält Messpunkte sowie die jeweiligen Fehlereinflüsse, für welche eine Kondition von $C_2 = 100,3261$ festgestellt wurde.

Messpunkt	Koordinaten	Fehlereinfluss
1	X 88,5 Y -31,5 Z 4,9 A -23,3 B 0,0 C -4,0	$B_X: 0,0251$ $B_Y: -0,0384$ $B_Z: 0,0889$ $P_X: -0,3012$ $P_Y: 0,6836$ $P_Z: -0,6657$
2	X -47,6 Y -38,8 Z -5,4 A 0,0 B 0,0 C 0,0	$B_X: -0,0315$ $B_Y: -0,0275$ $B_Z: 0,0909$ $P_X: 0,3130$ $P_Y: 0,2729$ $P_Z: -0,9089$
3	X 8,0 Y 15,4 Z 22,4 A 4,0 B 20,6 C 44,3	$B_X: -0,0232$ $B_Y: -0,0260$ $B_Z: 0,0937$ $P_X: 0,5295$ $P_Y: -0,2490$ $P_Z: -0,8112$
4	X 123,7 Y -27,1 Z 4,9 A 0,0 B 15,4 C 0,0	$B_X: 0,0265$ $B_Y: -0,0208$ $B_Z: 0,0942$ $P_X: -0,0071$ $P_Y: 0,2065$ $P_Z: -0,9781$
5	X 54,9 Y -94,4 Z 4,9 A 0,0 B 4,4 C -25,0	$B_X: 0,0200$ $B_Y: -0,0379$ $B_Z: 0,0904$ $P_X: -0,2858$ $P_Y: 0,2837$ $P_Z: -0,9156$
6	X 75,4 Y 84,1 Z 9,3 A -8,3 B -10,0 C -15,0	$B_X: 0,0316$ $B_Y: 0,0228$ $B_Z: 0,0921$ $P_X: -0,4369$ $P_Y: -0,2150$ $P_Z: -0,8752$

Messpunkt	$l_{soll} [mm]$	$l_{virt} [mm]$	$\Delta_{l_{mess}} [mm]$
1	253,3044	252,0311	1,2733
2	263,0486	262,3667	0,6819
3	328,1255	327,2786	0,8469
4	288,2486	286,6981	1,5505
5	278,6415	277,4171	1,2244
6	254,9196	252,8071	2,1125

Fehlertyp	Ausgangsfehler [mm]	Simulationsergebnis [mm]	Restfehler
B_x	1,2616	1,2554	0,0062
B_y	1,1651	1,1613	0,0038
B_z	1,6351	1,6130	0,0221
P_x	-0,0471	-0,0042	-0,0429
P_y	0,0024	-0,0003	0,0027
P_z	0,0588	0,0061	0,0527

Bei Korrektur des Steuerungsmodells anhand dieses Simulationsergebnisses wird der Abstand des Modell-Fußpunktes zum realen Fußpunkt um 99,0% von 2,3712 mm auf 0,0233 mm gesenkt. Der durch den vorhergehenden Kalibriereschritt entstandene Kopfpunktfehler wird um 9,8% von 0,0754 mm auf 0,0680 mm reduziert.



Ergebnis 3. Iterationsschritt

Aufgrund der nur geringen Änderung des Steuerungsmodells und der damit verbundenen geringen Änderung der Kondition werden die Messpunkte des 2. Iterationsschrittes beibehalten. Die Kondition verbessert sich sogar gering zu $C_2=99,1323$.

Messpunkt	Koordinaten	Fehlereinfluss
1	X 88,5 Y -31,5 Z 4,9 A -23,3 B 0,0 C -4,0	$B_X: 0,0251$ $B_Y: -0,0390$ $B_Z: 0,0886$ $P_X: -0,3015$ $P_Y: 0,6884$ $P_Z: -0,6606$
2	X -47,6 Y -38,8 Z -5,4 A 0,0 B 0,0 C 0,0	$B_X: -0,0317$ $B_Y: -0,0281$ $B_Z: 0,0906$ $P_X: 0,3154$ $P_Y: 0,2786$ $P_Z: -0,9063$
3	X 8,0 Y 15,4 Z 22,4 A 4,0 B 20,6 C 44,3	$B_X: -0,0234$ $B_Y: -0,0264$ $B_Z: 0,0936$ $P_X: 0,5336$ $P_Y: -0,2464$ $P_Z: -0,8093$
4	X 123,7 Y -27,1 Z 4,9 A 0,0 B 15,4 C 0,0	$B_X: 0,0265$ $B_Y: -0,0214$ $B_Z: 0,0940$ $P_X: -0,0078$ $P_Y: 0,2117$ $P_Z: -0,9770$
5	X 54,9 Y -94,4 Z 4,9 A 0,0 B 4,0 C -25,0	$B_X: 0,0200$ $B_Y: -0,0385$ $B_Z: 0,0901$ $P_X: -0,2883$ $P_Y: 0,2890$ $P_Z: -0,9132$
6	X 75,4 Y 84,1 Z 9,3 A -8,3 B -10,0 C -15,0	$B_X: 0,0318$ $B_Y: 0,0225$ $B_Z: 0,0921$ $P_X: -0,4389$ $P_Y: -0,2124$ $P_Z: -0,8769$

Messpunkt	$l_{soll} [mm]$	$l_{virt} [mm]$	$\Delta_{l_{mess}} [mm]$
1	251,9933	251,9948	-0,0015
2	262,2794	262,3220	-0,0426
3	327,1994	327,2455	-0,0461
4	286,6471	286,6759	-0,0288
5	277,3663	277,3828	-0,0165
6	252,7905	252,8144	-0,0239

Fehlertyp	Ausgangsfehler [mm]	Simulationsergebnis [mm]	Restfehler
B_x	0,0062	0,0179	-0,0117
B_y	0,0038	-0,0191	0,0229
B_z	0,0221	0,0036	0,0185
P_x	-0,0429	-0,0025	-0,0404
P_y	0,0027	0,0007	0,0020
P_z	0,0527	0,0044	0,0483

Bei Korrektur des Steuerungsmodells anhand dieses Simulationsergebnisses wird der Abstand des Modell-Fußpunktes zum realen Fußpunkt um 42,2% von 0,0223 mm auf 0,0317 mm erhöht. Der Kopfpunktfehler wird um 7,4% von 0,0680 mm auf 0,0630 mm reduziert.



Ergebnis 4. Iterationsschritt

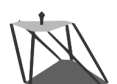
Aufgrund der nur geringen Änderung des Steuerungsmodells und der damit verbundenen geringen Änderung der Kondition werden die Messpunkte des 3. Iterationsschrittes beibehalten. Die Kondition ergibt sich zu $C_2=99,4109$.

Messpunkt	Koordinaten	Fehlereinfluss
1	X 88,5 Y -31,5 Z 4,9 A -23,3 B 0,0 C -4,0	$B_x: 0,0247$ $B_y: -0,0391$ $B_z: 0,0887$ $P_x: -0,2977$ $P_y: 0,6893$ $P_z: -0,6613$
2	X -47,6 Y -38,8 Z -5,4 A 0,0 B 0,0 C 0,0	$B_x: -0,0321$ $B_y: -0,0280$ $B_z: 0,0905$ $P_x: 0,3190$ $P_y: 0,2782$ $P_z: -0,9052$
3	X 8,0 Y 15,4 Z 22,4 A 4,0 B 20,6 C 44,3	$B_x: -0,0237$ $B_y: -0,0264$ $B_z: 0,0935$ $P_x: 0,5353$ $P_y: -0,2483$ $P_z: -0,8076$
4	X 123,7 Y -27,1 Z 4,9 A 0,0 B 15,4 C 0,0	$B_x: 0,0262$ $B_y: -0,0214$ $B_z: 0,0941$ $P_x: -0,0043$ $P_y: 0,2218$ $P_z: -0,9770$
5	X 54,9 Y -94,4 Z 4,9 A 0,0 B 4,0 C -25,0	$B_x: 0,0196$ $B_y: -0,0385$ $B_z: 0,0902$ $P_x: -0,2850$ $P_y: 0,2907$ $P_z: -0,9137$
6	X 75,4 Y 84,1 Z 9,3 A -8,3 B -10,0 C -15,0	$B_x: 0,0314$ $B_y: 0,0226$ $B_z: 0,0922$ $P_x: -0,4354$ $P_y: -0,2117$ $P_z: -0,8767$

Messpunkt	$l_{soll} [mm]$	$l_{virt} [mm]$	$\Delta_{lmess} [mm]$
1	251,9738	251,9877	-0,0139
2	262,2800	262,3220	-0,0420
3	327,1984	327,2455	-0,0471
4	286,6394	286,6762	-0,0368
5	277,3566	277,3831	-0,0265
6	251,7731	251,7797	-0,0066

Fehlertyp	Ausgangsfehler [mm]	Simulationsergebnis [mm]	Restfehler
B_x	-0,0117	-0,0106	-0,0011
B_y	0,0229	0,0234	-0,0005
B_z	0,0185	0,0182	0,0003
P_x	-0,0404	-0,0039	-0,0365
P_y	0,0020	0,0002	0,0018
P_z	0,0483	0,0048	0,0435

Bei Korrektur des Steuerungsmodells anhand dieses Simulationsergebnisses wird der Abstand des Modell-Fußpunktes zum realen Fußpunkt um 96,2% von 0,0316 mm auf 0,0012 mm reduziert. Der Kopfpunktfehler wird um 9,8% von 0,0630 mm auf 0,0568 mm reduziert.



Ergebnis 5. Iterationsschritt

Aufgrund der nur geringen Änderung des Steuerungsmodells und der damit verbundenen geringen Änderung der Kondition werden die Messpunkte des 4. Iterationsschrittes beibehalten. Die Kondition ergibt sich zu $C_2=99,4350$.

Messpunkt	Koordinaten	Fehlereinfluss
1	X 88,5 Y -31,5 Z 4,9 A -23,3 B 0,0 C -4,0	$B_x: 0,0247$ $B_y: -0,0391$ $B_z: 0,0887$ $P_x: -0,2977$ $P_y: 0,6894$ $P_z: -0,6613$
2	X -47,6 Y -38,8 Z -5,4 A 0,0 B 0,0 C 0,0	$B_x: -0,0321$ $B_y: -0,0280$ $B_z: 0,0905$ $P_x: 0,3190$ $P_y: 0,2783$ $P_z: -0,9052$
3	X 8,0 Y 15,4 Z 22,4 A 4,0 B 20,6 C 44,3	$B_x: -0,0237$ $B_y: -0,0264$ $B_z: 0,0935$ $P_x: 0,5353$ $P_y: -0,2482$ $P_z: -0,8076$
4	X 123,7 Y -27,1 Z 4,9 A 0,0 B 15,4 C 0,0	$B_x: 0,0262$ $B_y: -0,0214$ $B_z: 0,0941$ $P_x: -0,0043$ $P_y: 0,2119$ $P_z: -0,9770$
5	X 54,9 Y -94,4 Z 4,9 A 0,0 B 4,0 C -25,0	$B_x: 0,0196$ $B_y: -0,0385$ $B_z: 0,0902$ $P_x: -0,2851$ $P_y: 0,2908$ $P_z: -0,9136$
6	X 75,4 Y 84,1 Z 9,3 A -8,3 B -10,0 C -15,0	$B_x: 0,0314$ $B_y: 0,0226$ $B_z: 0,0922$ $P_x: -0,4355$ $P_y: -0,2117$ $P_z: -0,8767$

Messpunkt	$l_{soll} [mm]$	$l_{virt} [mm]$	$\Delta_{lmess} [mm]$
1	251,9784	251,9948	-0,0164
2	262,2720	262,3219	-0,0499
3	327,1909	327,2453	-0,0544
4	286,6344	286,6764	-0,0420
5	277,3541	277,3828	-0,0287
6	251,7571	251,7800	-0,0229

Fehlertyp	Ausgangsfehler [mm]	Simulationsergebnis [mm]	Restfehler
B_x	-0,0011	-0,0010	-0,0001
B_y	-0,0005	-0,0006	0,0001
B_z	0,0003	0,0011	-0,0008
P_x	-0,0365	-0,0036	-0,0329
P_y	0,0018	0,0002	0,0016
P_z	0,0435	0,0044	0,0391

Bei Korrektur des Steuerungsmodells anhand dieses Simulationsergebnisses wird der Abstand des Modell-Fußpunktes zum realen Fußpunkt um 33,3% von 0,0012 mm auf 0,0008 mm reduziert. Der Kopfpunktfehler wird um 10,0% von 0,0568 mm auf 0,0511 mm reduziert.



Anhang K Messprotokolle der Kalibrierung

Im Folgenden finden sich die Ergebnisse der in Kapitel 8.5.1 beschriebenen, am Koordinatenmessgerät durchgeführten Kalibrierung. Diese sind tabellarisch dargestellt und ermöglichen somit die Schritte der Kalibrierung nachzuvollziehen.

1. Iterationsschritt

(Grundabstand = 320 mm; TCP = 75 mm)

- Fußpunktfehler (x-17,6225/y-4,9190) wurde an P1 verursacht.
Fehlerbetrag = $\sqrt{(17,6225 \text{ mm}^2 + 4,919 \text{ mm}^2)} = 18,2961 \text{ mm}$

Ausgangsmodell (ohne Fehlerkenntnis):

;Basis - Gelenkkordinaten ;x;y;z			;Plattform - Gelenkkordinaten ;x;y;z		
1;	-19,5576;	108,0562; -0,0156	1;	-70,8215;	71,0183; -0,4859
2;	-103,2917;	-37,8791; -0,0148	2;	-86,6993;	50,4577; -0,4387
3;	-84,5055;	-70,2917; 0,0220	3;	-26,2422;	-96,5510; -0,5345
4;	83,8513;	-70,3160; 0,0588	4;	-0,4114;	-100,2378; -0,5620
5;	103,7062;	-37,9633; -0,0750	5;	96,7368;	25,5831; -0,5535
6;	19,5576;	108,0562; 0,0091	6;	86,8232;	49,6913; -0,5347

Auswirkung der betrachteten Fehlerursachen an den verwendeten Messposen auf l_{virt} (resultierende 2-Norm-Kondition $C_2=99,5702$):

0.0175	-0.0414	0.0893	-0.2282	0.7182	-0.6581									
			X	88.5	Y	-31.5	Z	-5.1	A	-23.3	B	0.0	C	-4.0
-0.0379	-0.0291	0.0878	0.3774	0.289	-0.8789									
			X	-47.6	Y	-38.8	Z	-15.4	A	0.0	B	0.0	C	0.0
-0.0287	-0.0274	0.0918	0.5729	-0.2686	-0.7747									
			X	8.0	Y	15.4	Z	12.4	A	4.0	B	20.6	C	44.3
0.02	-0.0234	0.0951	0.0577	0.2321	-0.9706									
			X	123.7	Y	-27.1	Z	-5.1	A	0.0	B	15.4	C	0.0
0.0131	-0.0405	0.0905	-0.2342	0.3363	-0.9123									
			X	54.9	Y	-94.4	Z	-5.1	A	0.0	B	4.0	C	-25.0
0.0247	0.0211	0.0946	-0.3807	-0.1782	-0.9089									
			X	75.4	Y	84.1	Z	-0.7	A	-8.3	B	-10.0	C	-15.0

Simulations- und Messwerte:

Pose	l_{Soll}			l_{virt}			Δl		
	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung
1	241,3106	241,3379	0,0273	239,3271	239,3248	-0,0023	-1,9835	-1,9858	0,0023
2	260,8177	260,7912	-0,0265	268,9973	268,9548	-0,0425	8,1796	8,1371	0,0425
3	323,8178	323,8132	-0,0046	330,1352	330,1323	-0,0029	6,3147	6,3145	0,0029
4	274,2712	274,1980	-0,0732	270,9555	270,8540	-0,1015	-3,3157	-3,4172	0,1015
5	267,3832	267,5396	0,1564	266,3119	266,4660	0,1541	-1,0713	-0,9172	-0,1541
6	237,5177	237,5474	0,0297	230,3822	230,3808	-0,0014	-7,1355	-7,1369	0,0014

Schrittfehler nach abschließender Referenzfahrt:

Pose	Antrieb1	Antrieb2	Antrieb3	Antrieb4	Antrieb5	Antrieb6
1	1	-6	-2	29	-1	-2
2	3	-4	-5	-2	-14	16
3	0	-4	18	-8	5	0
4	10	2	8	-13	1	-6
5	-13	-3	-6	-3	12	-2
6	2	-11	2	18	-13	-1

Simulation führt aufgrund der Nichtlinearität der Fehlerauswirkungen bei derart großem Fehler von 18,2691 mm auf 2,2752 mm Fehlerbetrag am Fußpunkt und 0,0691 mm Fehlerbetrag am Kopfpunkt.

Maximaler Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,1541 mm. Zu erwartende maximale Auswirkung des Fehlers auf Kalibrierergebnis:

$$0,1541 \text{ mm} \cdot 0,085 \cdot 99,5702 = 1,3042 \text{ mm}$$

Maximal zu erwartender Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 2,3712 \text{ mm} + 1,3042 \text{ mm} = 3,6754 \text{ mm}$$

$$\text{Kopfpunkt: } 0 \text{ mm} + 1,3042 \text{ mm} = 1,3042 \text{ mm}$$

Erreichter Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 2,9612 \text{ mm.}$$

Der Kalibrierschritt führt zu einer Verbesserung des Fehlerbetrags von 83,82 %.

$$\text{Kopfpunkt: } 0,0728 \text{ mm.}$$

Der Kalibrierschritt führt zu einer Verschlechterung des Fehlerbetrags.



2. Iterationsschritt

(Grundabstand = 320 mm; TCP = 75 mm)

- Rest-Fußpunktfehler ($x+1,6375/y+1,7697/z+1,7192$)
und zusätzlicher Kopfpunktfehler ($x+0,0081/y+0,0380/z+0,0615$)
nach erstem Kalibrierschritt (2010/11/10).
Fehlerbetrag Fußpunkt = 2,9612 mm,
Fehlerbetrag Kopfpunkt = 0,0728 mm.

Ausgangsmodell (aus 1. Kalibrierschritt):

;Basis - Gelenkkoordinaten ;x;y;z				;Plattform - Gelenkkoordinaten ;x;y;z			
1;	-38,8176;	101,3675;	-1,7348	1;	-70,8134;	71,0563;	-0,4244
2;	-103,2917;	-37,8791;	-0,0148	2;	-86,6993;	50,4577;	-0,4387
3;	-84,5055;	-70,2917;	0,0220	3;	-26,2422;	-96,5510;	-0,5345
4;	83,8513;	-70,3160;	0,0588	4;	-0,4114;	-100,2378;	-0,5620
5;	103,7062;	-37,9633;	-0,0750	5;	96,7368;	25,5831;	-0,5535
6;	19,5576;	108,0562;	0,0091	6;	86,8232;	49,6913;	-0,5347

Messposen aus 1. Kalibrierschritt werden leicht variiert. Die resultierende 2-Norm-Kondition ist somit nahezu unverändert ($C_2 = 100,4190$):

0.0252	-0.0382	0.0889	-0.3024	0.6817	-0.6671															
				X	88.5	Y	-31.5	Z	4.9	A	-23.3	B	0.0	C	-4.0					
-0.0314	-0.0273	0.0909	0.312	0.2708	-0.9099															
				X	-47.6	Y	-38.8	Z	-5.4	A	0.0	B	0.0	C	0.0					
-0.0231	-0.0258	0.0938	0.5278	-0.2496	-0.8121															
				X	8.0	Y	15.4	Z	22.4	A	4.0	B	20.6	C	44.3					
0.0266	-0.0206	0.0942	-0.0081	0.2044	-0.9786															
				X	123.7	Y	-27.1	Z	4.9	A	0.0	B	15.4	C	0.0					
0.0201	-0.0377	0.0904	-0.286	0.2813	-0.9163															
				X	54.9	Y	-94.4	Z	4.9	A	0.0	B	4.0	C	-25.0					
0.0317	0.023	0.092	-0.437	-0.2174	-0.8746															
				X	75.4	Y	84.1	Z	9.3	A	-8.3	B	-10.0	C	-15.0					

Simulations- und Messwerte:

Pose	l_{Soll}			l_{virt}			Δl		
	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung
1	244,3193	244,3195	0,0002	245,5332	245,5572	0,0240	1,2139	1,2379	0,0240
2	253,7474	253,7534	0,0060	254,2463	254,2944	0,0481	0,4989	0,5470	0,0481
3	318,5863	318,6138	0,0275	319,2841	319,3661	0,0820	0,6978	0,7798	0,0820
4	278,8716	278,7659	-0,1057	280,4721	280,4195	-0,0526	1,6005	1,5479	-0,0526
5	269,4883	269,7097	0,2214	270,6253	270,8927	0,2674	1,1370	1,4044	0,2674
6	245,9841	246,0832	0,0991	248,3827	248,5514	0,1687	2,3986	2,5673	0,1687

Schrittfehler nach abschließender Referenzfahrt:

Pose	Antrieb1	Antrieb2	Antrieb3	Antrieb4	Antrieb5	Antrieb6
1	8	-19	2	42	-2	-3
2	-8	1	4	-16	-9	14
3	-7	-9	4	2	7	-20
4	21	15	-1	7	-4	-2
5	-21	5	-8	6	-1	4
6	1	-7	0	1	-10	-3

Simulation führt von 2,9612 mm auf 0,0478 mm Fehlerbetrag am Fußpunkt und von 0,0728 mm auf 0,0658 mm am Kopfpunkt.

Maximaler Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,2674 mm. Zu erwartende maximale Auswirkung des Fehlers auf Kalibrierergebnis:

$$0,6278 \text{ mm} \cdot 0,085 \cdot 99,5702 = 2,2824 \text{ mm}$$

Maximal zu erwartender Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 0,0478 \text{ mm} + 2,2824 \text{ mm} = 2,3302 \text{ mm}$$

$$\text{Kopfpunkt: } 0,0658 \text{ mm} + 2,2824 \text{ mm} = 2,3482 \text{ mm}$$

Erreichter Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 0,9151 \text{ mm.}$$

Der Kalibrierschritt führt zu einer Verbesserung des Fehlerbetrags von 67,87%.

$$\text{Kopfpunkt: } 0,1369 \text{ mm.}$$

Der Kalibrierschritt führt zu einer Vergrößerung des Fehlerbetrags.



3. Iterationsschritt

(Grundabstand = 320 mm; TCP = 75 mm)

- Rest-Fußpunktfehler (x+0,6123/y+0,6773/z+0,0641)
Rest-Kopfunktfehler (x+0,0844/y+0,0862/z+0,0647)
nach zweitem Kalibrierschritt (2010/11/10).
Fehlerbetrag Fußpunkt = 0,9151 mm,
Fehlerbetrag Kopfunkt = 0,1369 mm.

Ausgangsmodell (aus 2. Kalibrierschritt):

;Basis - Gelenkkoordinaten ;x;y;z				;Plattform - Gelenkkoordinaten ;x;y;z			
1;	-37,7924;	102,4599;	-0,0770	1;	-70,9059;	70,9321;	-0,5506
2;	-103,2917;	-37,8791;	-0,0148	2;	-86,6993;	50,4577;	-0,4387
3;	-84,5055;	-70,2917;	0,0220	3;	-26,2422;	-96,5510;	-0,5345
4;	83,8513;	-70,3160;	0,0588	4;	-0,4114;	-100,2378;	-0,5620
5;	103,7062;	-37,9633;	-0,0750	5;	96,7368;	25,5831;	-0,5535
6;	19,5576;	108,0562;	0,0091	6;	86,8232;	49,6913;	-0,5347

Messposen aus 2. Kalibrierschritt werden wiederverwendet. Die resultierende 2-Norm-Kondition ist nahezu unverändert ($C_2=99,4803$):

0.0249	-0.0388	0.0887	-0.2996	0.6872	-0.6626										
				X	88.5	Y	-31.5	Z	4.9	A	-23.3	B	0.0	C	-4.0
-0.0319	-0.0278	0.0906	0.3174	0.2763	-0.9063										
				X	-47.6	Y	-38.8	Z	-5.4	A	0.0	B	0.0	C	0.0
-0.0235	-0.0263	0.0936	0.5333	-0.2484	-0.8089										
				X	8	Y	15.4	Z	22.4	A	4.0	B	20.6	C	44.3
0.0263	-0.0212	0.0941	-0.0059	0.2097	-0.9775										
				X	123.7	Y	-27.1	Z	4.9	A	0.0	B	15.4	C	0.0
0.0198	-0.0383	0.0902	-0.2858	0.288	-0.9143										
				X	54.9	Y	-94.4	Z	4.9	A	0.0	B	4.0	C	-25.0
0.0315	0.0228	0.0921	-0.4362	-0.2143	-0.8757										
				X	75.4	Y	84.1	Z	9.3	A	-8.3	B	-10.0	C	-15.0

Simulations- und Messwerte:

Pose	l_{Soll}			l_{virt}			Δl		
	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung
1	243,0180	243,0272	0,0092	242,9527	242,9819	0,0292	-0,0653	-0,0361	0,0292
2	252,9023	252,8412	-0,0611	252,5670	252,5138	-0,0532	-0,3353	-0,3885	-0,0532
3	317,5822	317,6834	0,1012	317,2899	317,4186	0,1287	-0,2923	-0,1636	0,1287
4	277,2741	277,4007	0,1266	277,3033	277,4520	0,1487	0,0292	0,1779	0,1487
5	268,1897	268,4926	0,3029	268,0496	268,4103	0,3607	-0,1401	0,2206	0,3607
6	243,8369	244,0272	0,1903	244,1261	244,4316	0,3055	0,2892	0,5947	0,3055

Schrittfehler nach abschließender Referenzfahrt:

Pose	Antrieb1	Antrieb2	Antrieb3	Antrieb4	Antrieb5	Antrieb6
1	-3	-5	-15	41	7	-6
2	4	3	4	-5	-1	9
3	-9	-10	-9	10	11	-9
4	4	0	-2	8	1	0
5	-20	4	-6	3	1	2
6	-3	0	0	0	0	0

Diese Messung weist hohe Positionierungsgenauigkeit auf (Maximaler Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,3607 mm aufgrund hoher Schrittfehleranzahl bei Pose 5, durchschnittlicher Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,171 mm) und führt daher nur noch zu einer geringen Verbesserung des Kalibrierergebnisses.

Simulation führt von 0,9151 mm auf 0,0089 mm Fehlerbetrag am Fußpunkt und von 0,0728 mm auf 0,0124 mm am Kopfpunkt.

Maximaler Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,3607 mm. Zu erwartende maximale Auswirkung des Fehlers auf Kalibrierergebnis:

$$0,3607 \text{ mm} \cdot 0,085 \cdot 99,4803 = 3,05 \text{ mm}$$

Maximal zu erwartender Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 0,9151 \text{ mm} + 3,05 \text{ mm} = 3,9651 \text{ mm}$$

$$\text{Kopfpunkt: } 0,1369 \text{ mm} + 3,05 \text{ mm} = 3,1869 \text{ mm}$$

Erreichter Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 0,7841 \text{ mm}, \text{ Kopfpunkt: } 0,2145 \text{ mm}.$$



Anhang L Messprotokolle der Kalibrierung mit starren Beinen

Im Folgenden finden sich die Messdaten der erneuten Durchführung des 3. Messschrittes bei Verwendung starrer Kohlefaserbeine, wie in Kapitel 8.5.2 dargestellt. Auf diese Weise konnten Positionierfehler der Beine nahezu ausgeschlossen werden.

Wiederholung des 3. Iterationsschittes mit starren Beinen

(Grundabstand = 320 mm ; TCP = 75 mm)

- Rest-Fußpunktfehler ($x+0,6123/y+0,6773/z+0,0641$)
Rest-Kopfpunktfehler ($x+0,0844/y+0,0862/z+0,0647$)
nach zweitem Kalibrierschritt (2010/11/10).
Fehlerbetrag Fußpunkt = 0,9151 mm,
Fehlerbetrag Kopfpunkt = 0,1369 mm.

Ausgangsmodell (aus 2. Kalibrierschritt):

;Basis - Gelenkkoordinaten ;x;y;z				;Plattform - Gelenkkoordinaten ;x;y;z			
1;	-37,7924;	102,4599;	-0,0770	1;	-70,9059;	70,9321;	-0,5506
2;	-103,2917;	-37,8791;	-0,0148	2;	-86,6993;	50,4577;	-0,4387
3;	-84,5055;	-70,2917;	0,0220	3;	-26,2422;	-96,5510;	-0,5345
4;	83,8513;	-70,3160;	0,0588	4;	-0,4114;	-100,2378;	-0,5620
5;	103,7062;	-37,9633;	-0,0750	5;	96,7368;	25,5831;	-0,5535
6;	19,5576;	108,0562;	0,0091	6;	86,8232;	49,6913;	-0,5347

Messposen aus 2. Kalibrierschritt werden wiederverwendet. Die resultierende 2-Norm-Kondition ist nahezu unverändert ($C_2=99,4803$):

0.0249	-0.0388	0.0887	-0.2996	0.6872	-0.6626								
		X	88.5	Y	-31.5	Z	4.9	A	-23.3	B	0.0	C	-4.0
-0.0319	-0.0278	0.0906	0.3174	0.2763	-0.9063								
		X	-47.6	Y	-38.8	Z	-5.4	A	0.0	B	0.0	C	0.0
-0.0235	-0.0263	0.0936	0.5333	-0.2484	-0.8089								
		X	8	Y	15.4	Z	22.4	A	4.0	B	20.6	C	44.3
0.0263	-0.0212	0.0941	-0.0059	0.2097	-0.9775								
		X	123.7	Y	-27.1	Z	4.9	A	0.0	B	15.4	C	0.0
0.0198	-0.0383	0.0902	-0.2858	0.288	-0.9143								
		X	54.9	Y	-94.4	Z	4.9	A	0.0	B	4.0	C	-25.0
0.0315	0.0228	0.0921	-0.4362	-0.2143	-0.8757								
		X	75.4	Y	84.1	Z	9.3	A	-8.3	B	-10.0	C	-15.0

Simulations- und Messwerte:

Pose	l_{Soll}			l_{virt}			Δl		
	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung	Simulation	Messung	Abweichung
1	243,0180	243,1290	0,1110	242,9527	243,0607	0,1080	-0,0653	-0,0684	-0,0031
2	252,9023	253,0189	0,1166	252,5670	252,7233	0,1563	-0,3353	-0,2956	0,0397
3	317,5822	-	-	317,2899	317,5417	0,2518	-0,2923	-	-
4	277,2741	277,3784	0,1043	277,3033	277,4974	0,1941	0,0292	0,1190	0,0898
5	268,1897	268,3084	0,1187	268,0496	268,2657	0,2188	-0,1401	-0,0427	0,0974
6	243,8369	244,0544	0,2175	244,1261	244,4954	0,3693	0,2982	0,4410	0,1428

Simulation führt von 0,9151 mm auf 0,0089 mm Fehlerbetrag am Fußpunkt und von 0,0728 mm auf 0,01235 mm am Kopfpunkt.

Maximaler Fehler von l_{virt} aus Messung: 0,2742 mm. Zu erwartende maximale Auswirkung des Fehlers auf Kalibrierergebnis:

$$0,2742 \text{ mm} \cdot 0,085 \cdot 99,4803 = 2,3186 \text{ mm}$$

Maximal zu erwartender Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

$$\text{Fußpunkt: } 0,9151 \text{ mm} + 2,3186 \text{ mm} = 3,2337 \text{ mm}$$

$$\text{Kopfpunkt: } 0,1369 \text{ mm} + 2,3186 \text{ mm} = 2,4555 \text{ mm}$$

Erreichter Fehlerbetrag nach Kalibrierschritt:

Fußpunkt: 0,2861 mm. Der Kalibrierschritt führt zu einer Vergrößerung des Fehlerbetrags.

Kopfpunkt: 0,1512 mm. Der Kalibrierschritt führt zu einer Vergrößerung des Fehlerbetrags.



Anhang M Matlab-Code für Kreisformprüfung

```

%---Kreisformprüfung-----
clc;
clear all;
close all;

r=30e-3;           % Radius Sollkreis
v=20;             % Überhöhungsfaktor Istkreis
epsilon=0.2*10^-3; % Fehlerumgebung
ri=r-epsilon*v;   % Radius innere Grenze
ra=r+epsilon*v;   % Radius äußere Grenze
p=1e5;           % Punkte auf Normkreis
s=1/p;           % Schrittweite für Kreis
o=1.1*ra;        % Achsanpassung für Plot
load kreis_60mm.dat; % Messdatenfile

r_m=1e-3*kreis_60mm(1:end,1:2);

x=[-r:s:r];
xi=[-ri:s:ri];
xa=[-ra:s:ra];
l=length(x);
li=length(xi);
la=length(xa);
n=length(r_m);

for i=1:l:1           % Sollkreis
    a=sqrt(r^2-(x(i))^2);
    y1(i)=a;
    b=-sqrt(r^2-(x(i))^2);
    y2(i)=b;
end

for i=1:li:1         % innere Grenze
    c=sqrt(ri^2-(xi(i))^2);
    y1i(i)=c;
    d=-sqrt(ri^2-(xi(i))^2);
    y2i(i)=d;
end

for i=1:la:1        % äußere Grenze
    f=sqrt(ra^2-(xa(i))^2);
    y1a(i)=f;
    g=-sqrt(ra^2-(xa(i))^2);
    y2a(i)=g;
end

alpha=atan2(r_m(1:end,2),r_m(1:end,1)); % Winkel zur x-Achse
for k=1:n
    e(k)=sqrt((r_m(k,1))^2+(r_m(k,2))^2)-r; % Radiusabweichung
    r_px(k)=(r+e(k)*v)*cos(alpha(k)); % Überhöhter Fehler
    r_py(k)=(r+e(k)*v)*sin(alpha(k)); % Überhöhter Fehler
end

```

```
figure('Name','Kreisformtest','NumberTitle','off','Position',
[1,1,1050,750]);

hold off;

title('Kreisformtest');

plot (x,y1,'b'); hold on;
plot (xi,y1i,'--g'); hold on;
plot (xa,y1a,'--g'); hold on;
plot (r_m(1:end,1),r_m(1:end,2),'k');
plot (r_px, r_py,'r');
plot (x,y2, 'b');
plot (xi,y2i,'--g');
plot (xa,y2a,'--g');

text(-ra/sqrt(2),ra/sqrt(2),num2str(epsilon,'%+1.1e m'),'Horizon-
talAlignment','right');

text(-ri/sqrt(2),ri/sqrt(2),num2str(-epsilon,'%+1.1e m'),'Horizon-
talAlignment','left');

legend ('Sollkreis','innere Grenze','äussere Grenze','Ist-
kreis','Überhöhter Fehler','Location','NorthEastOutside')

xlim([-o o]);
ylim([-o o]);
```



Literaturverzeichnis

- [1] Bengtsson K., Flexibler Helfer - ABB präsentiert die zweite Generation des FlexPicker, ABB Technik vol. 4, Västerås, 2008.
- [2] Boye T., Vorhersage der kinematischen Kalibriergüte von Parallelkinematiken, Diss., Jost-Jetter Verlag, Heimsheim, 2007.
- [3] Bringmann B., Improving geometric calibration methods for multi-axis machining centers by examining error interdependencies effects, Diss., ETH, Zürich, 2007.
- [4] Brisán C.; Franitza D.; Hiller M., Modelling and Analysis of Errors for Parallel Robots, Proceedings of the 1st International Colloquium "Sonderforschungsbereich 562 Robotersysteme für Handhabung und Montage - Hochdynamische Parallel-Strukturen mit adaptronischen Komponenten", Braunschweig, pp. 83-96, 2002.
- [5] Bronstein I. N.; Semendjajev K. A.; Musiol G.; Mühlig H., Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2008.
- [6] Brown N., AI-HEX-HR8 Produktbroschüre, online unter: <http://www.alioindustries.com> (Stand 09.12.2011), 2011.
- [7] Craig J. J., Introduction to Robotics, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.
- [8] von Daake A.; Pelczar C., FPGA-Basisplattform für schnelle Regelungs- und Steuerungsaufgaben, Faculty of Mathematics/Computer Science and Mechanical Engineering Clausthal University of Technology, Clausthal, 2011.
- [9] von Daake A.; Vetter C., Requirement Based Workspace Optimization for Hexapod Positioning Units, Ilmenau 56th International Scientific Colloquium, Ilmenau, 2011.
- [10] von Daake A.; Vetter C.; Böhm E.; Zirn O., Error Classification and Visualization for Hexapod Positioning Units, Proceedings of the euspen 10th International Conference, Delft, 2010.
- [11] von Daake A.; Vetter C.; Böhm E.; Zirn O., New Concept for Simplified Recalibration of Hexapod Positioning Units in Industrial Environment, Proceedings of the euspen 11th International Conference, Como, 2011.



-
- [12] Dahlquist G.; Björck Ake, Numerical Methods, Prentice-Hall, Mineola, 1974.
- [13] Daney D., Optimal measurement configurations for Gough platform calibration, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation vol. 1, Washington, pp. 147-152, 2002.
- [14] Destefani J., Return of the Hexapods, Manufacturing Engineering Magazine vol. 130 no. 2, pp. 75-79, 2003.
- [15] Dietmaier P., The Stewart-Gough platform of general geometry can have 40 real postures, Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control, pp. 7-16, 1998.
- [16] DIN 5401, Kugeln für Wälzlager und allgemeinen Industriebedarf, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2002.
- [17] DIN ISO 230-2, Werkzeugmaschinen – Prüfregele für Werkzeugmaschinen – Bestimmung der Positioniergenauigkeit und der Wiederholpräzision der Positionierung von numerisch gesteuerten Achsen, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2006.
- [18] DIN ISO 230-4, Kreisformprüfungen für numerisch gesteuerte Werkzeugmaschinen, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2001.
- [19] DIN ISO 66025, Programmaufbau für numerisch gesteuerte Arbeitsmaschinen, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1983.
- [20] EN ISO 1:2002, Geometrical Product Specifications (GPS). Standard reference temperature for geometrical product specification and verification, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2002.
- [21] Eversheim W.; Pfeifer T.; Weck M., Hundert Jahre Produktionstechnik, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [22] FARO Europe GmbH & Co. KG., Technische Spezifikationen FARO Laser Tracker ION, online unter: <http://www.faro.com> (Stand 09.12.2011), 2011.
- [23] FARO Europe GmbH & Co. KG., Technische Spezifikationen FARO Gage, online unter: <http://www.faro.com> (Stand 09.12.2011), 2011.
- [24] Franitza T., Kalibrierung von PKM mit sechs Freiheitsgraden, ZWF Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb Zwf, pp. 585-590, 2006.
- [25] Fritsche A., Heuristische Suche in komplexen Strukturen, Diss., Gabler, Wiesbaden, 2009.
- [26] Gough V. E., Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Auto Division, pp. 392-395, 1956.

- [27] Griffiths I.; Adams M.; Liberty J., Programmieren in C# 4.0, O'Reilly Media, Sebastopol, 2007.
- [28] Großmann K., Flexible Automatisierung für die wirtschaftliche Bearbeitung von Holzformteilen mit Hexapoden Teil 1: Charakteristik von Teilespektrum und Hexapod einfacher Bauart, Holztechnologie 2007 vol. 1, pp. 10-14, 2007.
- [29] Großmann K., Kinematic calibration of a hexapod of simple design, Journal of Production Engineering vol. 2 no. 3, pp. 317-325, 2008.
- [30] Hamilton W. R., On quaternions, or on an new system of imaginaries in algebra, Philosophical Magazine (1844-1850), Edited by Wilkins D. R., 2000.
- [31] Hanak T. R.; Zirn O.; Ruoff W., 2 DOF Dynamic Accuracy Monitoring for Robot and Machine Tool Manipulators, Proceedings of the 17th ASPE Annual Meeting, St. Louis, 2002.
- [32] Hebsacker M., Entwurf und Bewertung Paralleler Werkzeugmaschinen - das Hexaglide, Diss., ETH, Zürich, 2000.
- [33] Heidenhain GmbH, Benutzer-Handbuch: HEIDENHAIN-Klartext-Dialog TNC 620, Traunreut, 2009.
- [34] Heisel U.; Stehle T.; Maier W., Werkzeugmaschinen mit Beinen - Die Hexapod-Maschinen, Wechselwirkungen - Jahrbuch 2002 der Universität Stuttgart, pp. 78-93, 2002.
- [35] Hexagon Metrology Services Ltd., ROMER Absolute Arm Produktbroschüre, online unter: <http://www.hexagonmetrology.de> (Stand 09.12.2011), 2011.
- [36] Husty M. L., An Algorithm for Solving the Direct Kinematic of Stewart-Gough Type Platforms, Journal of Mechanism and Machine Theory, pp. 365-379, 1996.
- [37] Ibaraki S.; Yokawa T.; Kakino Y.; Nakagawa M.; Matsushita T., Kinematic Calibration on a Parallel Kinematic Machine Tool of the Stewart Platform by Circular tests, Proceeding of the 2004 American Control Conference vol. 2, Boston, pp. 1394-1399, 2004.
- [38] Jelenkovic L.; Budin L., Error analysis of a Stewart platform based manipulator, Proceedings of the 6th International Conference on Intelligent Engineering Systems, Opatija, 2002.
- [39] Keferstein C. P., Fertigungsmesstechnik, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2011.



- [40] Kemnitz G., Technische Informatik: Band 1: Elektronik, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.
- [41] Kemnitz G., Technische Informatik: Band 2: Entwurf digitaler Schaltungen, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011.
- [42] Kim H. S.; Choi J., The kinematic error bound analysis of the Stewart platform, *Journal of Robotic Systems* vol. 17, pp. 63-73, 2000.
- [43] Kranzow C., Numerik linearer Gleichungssysteme, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [44] Manske E.; Jäger G.; Hausotte T.; Füßl R., Prospects and Challenges of Nanopositioning and Nanomeasuring Technology, 56th International Scientific Colloquium, Ilmenau, pp. , 2011.
- [45] Masory O.; Wang J.; Zhuang H., Modeling and calibration of a Stewart platform, *Advanced Robotics* vol. 11 no. 5, pp. 519-539, 1997.
- [46] Merlet J.-P., Designing a parallel manipulator for a specific workspace, *International Journal of Robotics Research* vol. 16 no. 4, pp. 545-556, 1997.
- [47] Merlet J.-P., The Importance of Optimal Design for Parallel Structures, First European-American Forum on Parallel Kinematic Machines, Milano, pp. 99-110, 1998.
- [48] Merlet J.-P., Solving the forward kinematics of a Gough-type parallel manipulator with interval analysis, *International Journal of Robotics Research*, pp. 221-235, 2004.
- [49] Merlet J.-P., *Parallel Robots*, Springer, Netherlands, 2006.
- [50] Meylahn A., Effiziente Algorithmen für die Steuerung von Werkzeugmaschinen mit Hexapod-Kinematik, Shaker Verlag GmbH, Aachen, 2001.
- [51] Molitor P.; Ritter J., VHDL, Pearson Studium, München, 2004.
- [52] Neugebauer R., *Parallelkinematische Maschinen*, Springer, Berlin, 2006.
- [53] Physik Instrumente GmbH & Co. KG., PI-M840 HexaLight Produktbroschüre, online unter: <http://www.physikinstrumente.de> (Stand 09.12.2011), 2011.
- [54] PI miCos GmbH, Hexapod HP-550, *Catalog Motion Control* vol. 10, pp. 3070-3071, 2011.
- [55] Raghavan M., The Stewart platform of general geometry has 40 configurations, *ASME Journal of Mechanical Design* vol. 115, pp. 277-282, 1993.
- [56] Reißel M., Skript zur Vorlesung "Numerik 1" im Studiengang Scientific Programming, FH Aachen, online unter: <http://www.fh-aachen.de/uploads/media/Num1-Skript.pdf> (Stand 11.10.2011), 2009.

- [57] Rudolf C.; Mock C.; Gloess R., Hexapod Systems for UHV Applications with Active Vibration Damping, Proceedings of the euspen 11th International Conference, Como, pp. 80-84, 2011.
- [58] Russel S. J., Artificial Intelligence: A Modern Approach, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2010.
- [59] Schneider Electric GmbH, Quick Reference: NEMA size 17 1.8° 2-phase stepper motor, online unter: <http://www.imshome.com> Stand (09.12.2011), 2011.
- [60] Shreiner D.; Woo N.; Neider J.; Davis T., OpenGL programming guide, Addison-Wesley Longman, Amsterdam, 2003.
- [61] Siciliano B.; Khatib O., Handbook of Robotics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [62] Stan S.-D.; Maties V.; Balan R.; Rusu C.; Bsoiu S., Optimal Link Design of a Six Degree of Freedom Micro Parallel Robot Based on Workspace Analysis, 10th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, Trento, pp. 637-642, 2008.
- [63] Stark G., Robotik mit MATLAB, Carl Hanser Verlag, München, 2009.
- [64] Stewart D., A platform with six degrees of freedom, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers vol. 180, pp. 371-386, 1966.
- [65] Stölting H.-D.; Beisse A., Elektrische Kleinmaschinen, Teubner, Stuttgart, 1987.
- [66] Stölting H.-D.; Kallenbach E., Handbuch Elektrische Kleinantriebe, Carl Hanser Verlag, München, 2001.
- [67] Tsai L.-W., Robot Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [68] Wagenknecht C., Algorithmen und Komplexität, Carl Hanser Verlag, München, 2003.
- [69] Weck M.; Brecher C., Werkzeugmaschinen Bd. 5, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [70] Weck M.; Staimer D., Accuracy Issues of Parallel Kinematic Machine Tools, Journal of Multi-body Dynamics vol. 216 no. 1, pp. 35-41, 2002.
- [71] Zirn O., Machine Tool Analysis - Modelling, Simulation and Control of Machine Tool Manipulators, habil., ETH, Zurich,, 2008.
- [72] Zirn O.; Vetter C.; Sauermann K.-H., Automatisierungstechnik im Maschineningenieurwesen, Papierflieger-Verlag GmbH, Clausthal, 2011.



Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Andreas von Daake
Geburtsdatum: 02.10.1982
Geburtsort: Osterode am Harz
Familienstand: verheiratet
Nationalität: deutsch

Ausbildung

1995 - Gymnasium Osterode
2002 Erlangung der Allgemeinen Hochschulreife

10/2003 - Studium der Informationstechnik an der
03/2009 Technischen Universität Clausthal

04-06/2007 Studentische Hilfskraft am
04-09/2008 Institut für Elektrische Energietechnik der
Technischen Universität Clausthal

09-12/2007 Fachpraktikum
PS Software, Sorocaba, Brasilien
Softwareentwicklung

01-03/2008 Fachpraktikum
Otto Bock HealthCare GmbH, Duderstadt
Sensorentwicklung

03/2009 Erlangung des Grades Dipl.-Ing.

Seit 05/2009 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Institut für Prozess- und Produktionsleittechnik der
Technischen Universität Clausthal