LA TRANSFORMACIÓN DE LOS DATOS EN EL ANÁLISIS DE LA VARIANCIA

MARÍA DEL CARMEN FABRIZIO y A. GARSD[1]

Recibido: 12/03/98
Aceptado: 29/03/99

RESUMEN

Un experimento agronómico puede consistir en la comparación entre conteos como respuestas a varios tratamientos. Este tipo de datos es a menudo transformado antes de ser sometido a un análisis de varianza y subsecuentes procedimientos. Aunque esté ampliamente aceptado que el análisis de los datos originales de conteo compromete la potencia estadística y el nivel de significación de las pruebas aplicadas, las consecuencias de transformar los datos no son suficientemente evaluadas. En este artículo abordamos el tema de las transformaciones de los datos a través de una definición de modelo estadístico y dos ejemplos extraídos de la investigación agronómica. El primer ejemplo muestra un caso sin diferencia significativa global entre tratamientos si se usan los datos originales del conteo, pero estadísticamente significativas para los datos transformados. El segundo ejemplo ilustra el caso opuesto, resultados significativos con los datos originales, pero no bajo la transformación elegida. Concluimos con una recomendación que la validez de las transformaciones debe ser verificada y reportada. Además, argumentamos que la pérdida ocasional de potencia surgida de transformaciones apropiadas no debería desalentar a los autores de publicar sus resultados.

Palabras clave: respuestas de conteo, análisis de variancia, potencia estadística, transformaciones.

THE TRANSFORMED DATA IN THE ANALYSIS OF VARIANCE

SUMMARY

An agricultural experiment may consist in comparison between counted responses to several treatments. This type of data is often transformed before being submitted to an analysis of variance and subsequent procedures. Although it is widely accepted that the analysis of raw count data impairs both the statistical power and the significance level of the tests applied, the consequences of transforming the data are not always fully assessed. In this paper, we address the topic of data transformation through a definition of statistical model and two examples drawn from agricultural research. The first example shows a case of no overall significant difference between treatments if the raw count data are used, but overall statistical significance for the transformed data. The second example illustrates the opposite case, results being significant for the original data but not under the chosen transformation. We conclude with a recommendation that the validity of transformations be checked and reported. Furthermore, we argue that the occasional power loss due to appropriate transformations should not detract authors from publishing their results.

Key words: counted responses, analysis of variance, statistical power, transformations.

INTRODUCCION

El investigador agronómico utiliza métodos estadísticos con el propósito de extraer información confiable acerca del experimento que realiza. Pero a veces esa tarea no es sencilla.

Considérese el caso de datos originales del conteo de objetos, que se expresan en números naturales, tales como el número de colonias de bacterias en un recuento de placa, el número de plantas o insectos. El investigador suele consultar al estadístico porque sabe que cuando la variable respuesta es un número

[1]Cátedra de Estadística. Facultad de Agronomía. Universidad de Buenos Aires. Av. San Martín 4453 (1417). Bs As. Argentina

entero, corresponde hacer una transformación, aunque, tal vez, no tenga presente el por qué o cuáles son las consecuencias de transformar y no transformar los datos.

Este trabajo se propone abordar el tema de las transformaciones, no de manera exhaustiva, sino estudiándolo a través de dos ejemplos concretos.

EJEMPLO 1. ¿Deben transformarse los datos en el siguiente caso?. Se estudió la cantidad de plantas emergidas de 11 herbicidas aplicados sobre parcelas de igual tamaño y sembradas con cincuenta semillas de maíz cada una. El experimento se llevó a cabo en la localidad de Junín, provincia de Buenos Aires. Como el terreno presentaba condiciones edáficas homogéneas, se utilizó un diseño completamente al azar (DCA). La variable respuesta fue el número de plántulas que no emergieron en cada parcela al día siguiente de haberse sembrado. Los datos obtenidos (N = 44 parcelas) se presentan en el Cuadro N° 1 y fueron analizados a través de un análisis de variancia (ANVA). Si el resultado en los datos originales fuera significativo, ¿se necesita hacer un ANVA confirmatorio? Si el resultado no fuera significativo, ¿es válido intentar una transformación?

Cuadro N° 1. Datos del ejemplo 1. Número de plántulas de maiz que no emergieron al día siguiente de sembradas, según herbicida aplicado

Parc.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11
1	4	6	8	10	4	5	4	6	3	4	3
2	3	8	9	6	4	7	5	3	4	2	4
3	5	5	7	8	5	5	3	5	3	2	13
4	10	7	7	6	6	6	5	4	6	5	3

Parc.: parcela. H1 a H11: Herbicidas. Nótese que se trata de 44 parcelas diferentes.

En la sección 2 se presenta la metodología básica del estudio de las transformaciones. En esa sección se describe al modelo del ANVA DCA de un solo factor y se enumeran los supuestos del mismo. Las conclusiones se extienden a otros diseños más complejos. En la sección 3 se retoma el ejemplo 1. En la sección 4 se presenta otro ejemplo, en cierto sentido inverso al ejemplo 1, y, finalmente, en la sección 5 se discute el problema de las transformaciones con mayor generalidad presentando algunas ideas sobre áreas que los autores creen que el trabajo estadigráfico puede mejorarse.

METODOS

Matemáticamente, un *modelo estadístico* es un vector aleatorio Y que tiene función de densidad de probabilidad $f = (y, \theta)$ donde θ es un vector de parámetros (así en una distribución normal univariada, como debe ser la función de distribución para cada tratamiento del ejemplo mencionado, $\theta = (\mu_j, \sigma^2)$, con $j = 1, ... 11$).

En este trabajo se tomará un modelo Y que se quiere estudiar y se lo cambiará por otro más conveniente en cierto sentido. En el modelo original se observa al vector aleatorio **Y** (o su realización, los datos). Sean h y k funciones inversibles (Edwards Jr., *et al,* 1987), tales que $Y^* = h(Y)$ y $\delta = k(\theta)$, siendo $f^* = (y^*, \delta)$ la función de densidad de Y^*. De esta manera Y^* es el modelo transfomado de **Y** que resulta al aplicarle a éste la función h. Al modelo en el cual se observa Y^*, teniendo función de densidad $f^* = (y^*, \delta)$, se la denomina una *transformación* del modelo original. Como h es inversible, se puede demostrar que observar Y es equivalente a *observar* Y^*. O sea, para las transformaciones que se acaban de definir, lo que vale para las transformaciones, vale para las observaciones originales, pero la transformación cumple con los supuestos y las observaciones originales, no. Por lo tanto, si es necesario transformar la variable, lo que es válido es la conclusión para la prueba con los datos transformados (Arnold, 1981).

Sea t el número de tratamientos, r_j el número de unidades experimentales que reciben el mismo tratamiento. Con j (j = 1,...,t) se indexa a los tratamientos, con i (i = 1,..r_j) se indexa a las unidades experimentales. La observación Y_{ij}, que es la respuesta en la unidad experimental i del tratamiento j, puede representarse mediante la siguiente ecuación.

$$Y_{ij} = \mu + \beta_j + \varepsilon_{ij} \qquad (1),$$

donde μ es el promedio general, β_j es el efecto del tratamiento j y ε_{ij} es el error aleatorio. Los paráme-tros μ y β_j son desconocidos, a ser estimados por los datos. Los errores ε_{ij} se suponen que se distribuyen normal e independientemente con media 0 y variancia σ^2. Se puede demostrar que el conteo contradice estas suposiciones. La variancia σ^2 se asume constante para todos los tratamientos. Sea $\hat{y}_{ij}$ la estimación usual de y_{ij} en (1) (Montgomery, 1991).

El residual de la observación y_{ij} se define como

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} .$$

Para el modelo (1), como los valores ajustados $\hat{y}_{ij}$ coinciden con las medias de los tratamientos, se definen a los residuales como

$$e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{.j} ,$$

donde, como es costumbre en la simbología, el punto como subíndice implica que se promedia sobre el subíndice que se reemplaza por el punto (en particular $\bar{y}_{.j}$ es el promedio del tratamiento j).

Así como deben cumplirse algunos principios para aplicar el diseño de experimento, de la misma manera existen ciertos supuestos básicos que justifican el uso del ANVA. La violación de alguno de ellos puede alterar el nivel de significancia, la potencia de la prueba (informalmente, la potencia estadística es la probabilidad de detectar una diferencia poblacional verdadera) o ambos (Montgomery, 1991). Las dificultades surgen porque en general es difícil ponderar la magnitud del problema. Generalmente primero se trabaja a dato crudo, y posteriormente, si el problema del cumplimiento de los supuestos es serio, entonces se recomienda o bien realizar una adecuada transformación de los datos y continuar con la metodología paramétrica, o realizar pruebas no paramétricas. Cabe señalar que estas últimas también involucran transformaciones, ya que se reemplaza cada observación por su rango.

ANALISIS DEL EJEMPLO 1

En Cuadro Nº 1 con los datos originales por tratamiento, se puede visualizar, en general, cierta heterogeneidad en las respuestas y la presencia en la parcela 3 con herbicida 11 de un valor alejado (*outlier*), correspondiente a un caso en que no emergieron 13 plántulas. A juzgar por la dispersión, se nota que los tratamientos 1 y 11 parecen ser más variables que el resto.

En el Cuadro Nº 2 se presenta un resumen descriptivo de los datos originales para cada uno de los

Cuadro Nº 2. Ejemplo 1: Número de plántulas no emergentes según herbicida. Resumen descriptivo para los datos originales

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11
Media	5,50	6,50	7,75	7,50	4,75	5,75	4,25	4,50	4,00	3,25	5,75
D.S.	3,11	1,29	0,96	1,91	0,96	0,96	0,48	0,65	0,71	1,50	4,86

D.S. : Desvío estándar. H1 a H11: Herbicidas.

tratamientos. Se observa que las medias muestrales varían entre un valor mínimo de 3,3 plántulas/parcela, correspondiente al herbicida 10 y un valor máximo de 7,8 correspondiente al herbicida 3. Los desvíos estándar presentan una gran heterogeneidad, ya que 9 de los 11 tratamientos presentan desvíos estándar entre 0,5 y 1,9 plántulas/parcela, pero hay 2 tratamientos con desvío estándar mayor, siendo el máximo de 4,9 plántulas/parcela en el tratamiento 11. Este último se debe a la presencia de un valor alejado (ver Cuadro N° 1), que confirma lo antedicho.

Al realizar el ANVA para los datos originales (Cuadro N° 3), se llega a la conclusión que no hay diferencias entre los diferentes tratamientos (p<0,09), por lo que las comparaciones múltiples entre pares de herbicidas queda detenida.

Cuadro 3. Ejemplo 1: Análisis de la variancia (datos originales)

F.V.	S.C.	G.L.	C.M.	F	p
Trat.	82,13636	10	8,213636	1,876	0,0853
EE	144,5000	33	4,378788		

F.V.: fuentes de variación. S.C.: sumas de cuadrados. G.L.: grados de libertad. C.M.: cuadrados medios. F: estadístico de la prueba. p: significatividad. Trat.: tratamientos. EE: error experimental.

Algunas veces si las medias de uno o dos tratamientos son mucho mayores que las de otros y tienen una variación significativamente mayor, entonces tales tratamientos se pueden excluir del análisis (Steel y Torrie, 1989). En nuestro ejemplo, ciertamente existe la opción de descartar del análisis los herbicidas 1 y 11, por tener variancias superiores al resto, pero sacarlos significaría derrotar al experimento tal cual como fue concebido y darse por vencido en cuanto hallar un método estadístico satisfactorio para analizar todos los tratamientos.

Para verificar los supuestos del ANVA, además de los métodos gráficos, (ver Cátedra de Estadística) que pueden considerarse como métodos subjetivos, se realizaron pruebas estadísticas, que confirmaron la impresión visual.

Para diagnosticar la falta de igualdad de variancias se realizó la prueba de Cochran, dando por resultado que existen diferencias significativas entre las variancias de los distintos tratamientos (p=0,001). También se llegó a la misma conclusión usando la prueba no paramétrica de rangos cuadrados para variancias (Conover, 1980), siendo en este caso p=0,018. En rigor esta prueba pudo haberse efectuado al comienzo, ya que la misma no involucra residuales.

Se realizó la prueba de bondad de ajuste vía χ^2 (Chou, 1977) para comprobar normalidad de los residuales concluyéndose que los mismos no siguen una distribución normal (p=0,002).

Por lo tanto, al no cumplirse los supuestos de normalidad de errores y fundamentalmente, de homogeneidad de variancias, queda planteada la duda de si la falta de significatividad en la comparación de herbicidas no podría deberse a falta de homogeneidad o de normalidad.

Cuando los datos originales expresan números enteros que proceden un conteo, como es nuestro ejemplo, tales datos tienden a veces a seguir la forma de la distribución de Poisson, en lugar de la distribución normal. Esto se verifica en nuestro ejemplo, pues la prueba de bondad de ajuste χ^2 apoya la hipótesis que los datos se distribuyen en forma de Poisson (p= 0,935). Si seguimos con la metodología paramétrica, la transformación raiz cuadrada hace que los datos cambiados se aproximen a la normal y las variancias tiendan a hacerse más homogéneas (Winer, 1971).

Cuando los valores de la variable respuesta Y se encuentran en el intervalo [0, 10], como son los de este ejemplo, se recomienda la fórmula Y* $Y^* = \sqrt{Y+1}$.

En el Cuadro N° 4 se presentan los datos transformados . En él se observa que esta nueva variable presenta un rango menor, siendo su valor mínimo de 1,7 y su valor máximo de 3,7.

Cuadro N° 4. Ejemplo 1: Datos transformados ($Y^* = \sqrt{Y+1}$), por herbicida aplicado

Parc.	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11
1	2,236	2,646	3,000	3,317	2,236	2,449	2,236	2,646	2,000	2,236	2,000
2	2,000	3,000	3,162	2,646	2,236	2,828	2,449	2,000	2,236	1,732	2,236
3	2,449	2,449	2,828	3,000	2,449	2,449	2,000	2,449	2,000	1,732	3,742
4	3,317	2,828	2,828	2,646	2,646	2,646	2,449	2,236	2,646	2,449	2,000

Parc. : parcela. H1 a H11: Herbicidas.

En el Cuadro N° 5 se presenta el resumen estadístico de los datos transformados. Aparentemente los desvíos estándar se estabilizan pues varían entre 0,2 y 0,8.

Cuadro N° 5. Ejemplo 1: Resumen descriptivo para los datos transformados

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11
Media	2,50	2,73	2,95	2,90	2,39	2,59	2,28	2,33	2,22	2,04	2,49
D.S.	0,57	0,24	0,16	0,32	0,20	0,18	0,21	0,28	0,30	0,36	0,84

H1 a H11: Herbicidas . D. S.: Desvío estándar.

Al realizar el gráfico de los residuales de los datos transformados con la distribución normal (Cátedra de Estadística, 1999), se observa que hay aparentemente un moderado apartamiento de la distribución normal, pero es menor que el que presentan los datos originales.

Lo visto gráficamente se comprueba con las diferentes pruebas estadísticas. Los residuales ahora siguen una distribución normal (χ^2 de bondad de ajuste a una distribución normal: p=0,130). Se cumple homogeneidad de variancias (en la prueba de Bartlett, p= 0,096). Por lo tanto los supuestos del ANVA se cumplen con la variable transformada.

Al realizar el ANVA con los datos transformados (Cuadro N° 6), se llega ahora a la conclusión de que existen diferencias significativas entre tratamientos (p=0,046).

Cuadro N° 6. Ejemplo 1: Análisis de la variancia (datos transformados)

F.V.	S.C.	G.L.	C.M.	F	p
Trat.	3,234981	10	0,323498	2,171	0,0462
EE	4,917781	33	0,149024		

F.V. : fuentes de variación. S.C.: sumas de cuadrados. G.L.: grados de libertad. C.M.: cuadrados medios. F: estadístico de la prueba. p: significatividad. Trat. tratamientos. EE: error experimental.

Esta transformación cumple con la definición propuesta por Arnold, pues

$$Y^* = h(Y)\ \sqrt{Y+1}$$

es una función inversible. Por esta razón, observar Y^* es equivalente a observar Y.

Al utilizar la metodología no paramétrica también se cumple la definición de modelo propuesta por Arnold porque a cada observación diferente le corresponde un rango diferente y viceversa. Para nuestro ejemplo se usó la prueba de Kruskal-Wallis (Conover, 1980), dando por resultado que si existen diferencias entre tratamientos (p=0,021), despejando el camino para comparaciones por pares.

Por lo tanto ambos métodos (paramétrico y no paramétrico) en los que se trabajó con los datos según sendas transformaciones dieron igual conclusión, que difiere del caso del caso en el que se trabajó con los datos crudos que no cumplían los supuestos.

En este ejemplo se concluye con los datos originales que no hay diferencias significativas entre los distintos tratamientos, pero con los datos transformados sí existen diferencias entre tratamientos. En el próximo ejemplo, donde también es necesaria una transformación, se verifican las conclusiones en orden invertido: hay significatividad entre los tratamientos con los datos originales, pero no la hay con los datos transformados.

EJEMPLO 2

Este ejemplo está desarrollado en detalle en Cátedra de Estadística, 1999. En esencia se estudió la eficacia de seis sistemas de rotación del suelo con la finalidad de controlar los fitopatógenos nematodes causantes de serias pérdidas en los cultivos, especialmente en hortícolas. El experimento se llevó a cabo en una zona afectada del departamento de San Carlos, provincia de Mendoza. Como las condiciones del terreno eran homogéneas e igualmente infectadas por los mismos, se utilizó un diseño completamente al azar y se usaron cuatro parcelas para cada sistema. Los tratamientos fueron asignados al azar a las parcelas. El ensayo duró 8 años, al cabo del mismo se tomó una muestra del suelo por cada parcela y se determinó el número de nematodes por muestra. La variable respuesta fue el número de nematodes vivos en cada muestra.

Al realizar el ANVA para los datos originales se llega a la conclusión que hay diferencias entre los distintos tratamientos (p=0,0450) y se debería entonces proceder a las comparaciones individuales.

Se realizó la prueba χ^2 para comprobar la normalidad de los residuales y se concluye que los mismos tienen apenas una tendencia a seguir una distribución normal (p=0,053). Para diagnosticar la igualdad de variancias se realizó la prueba de Cochran, dando por resultado que existen diferencias significativas entre las variancias de los distintos tratamientos (p=0,0003). También se llegó a la misma conclusión usando la prueba no paramétrica de rangos cuadrados para variancias, siendo en este caso p= 0,009.

Por lo tanto, al no cumplirse homogeneidad de variancias y al estar en duda la normalidad, no se debería trabajar con los datos originales.

Continuando con el mismo enfoque que el del ejemplo 1, se aplica a los datos una transformación adecuada y luego se realiza el ANVA a los datos transformados, siguiendo la metodología paramétrica.

Cuando el desvío estándar para cada tratamiento es proporcional a su media correspondiente, o lo que es equivalente, los coeficientes de variación de los tratamientos son constantes, la transformación logarítmica equilibra a las variancias (Larenzen *et al*, 1993). Por otra parte, la transformación logarítmica se usa con números enteros positivos que cubren un amplio intervalo. No puede usarse directamente para valores 0, en cuyo caso se toma $Y^* = \ln (Y + 1)$. Habitualmente se usa base *e*, si bien cualquier base es satisfactoria (Steel *et al*, 1989).

Los datos del ejemplo 2 cumplen con ambos requisitos y por lo tanto corresponde la transformación mencionada. Se comprueba que los supuestos se cumplen con la variable transformada.

Al realizar el ANVA a los datos transformados se llega a la conclusión que no existen diferencias significativas entre tratamientos (p=0,0854). O sea, se revirtió la situación original.

Como se cumple también la definición de modelo propuesta por Arnold, ya que la transformación es biyectiva, y como es necesario transformar la variable, lo que es válido es la conclusión con los datos transformados.

Al aplicar la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, se llega también al resultado que no existen diferencias entre tratamientos (p=0,164).

DISCUSION

El resultado de un análisis estadístico sólo en parte se basa en las características de los datos analizados. El resto depende indefectiblemente del modelo aplicado (Huber, 1981).

Si el ANVA se usa como método de inferencia estadística, para obtener ciertas conclusiones sobre las poblaciones analizadas, entonces es necesario que se cumplan ciertas condiciones, tanto por parte de la población de origen, como por parte del muestreo utilizado.

Por lo visto en los ejemplos presentados, antes de realizar el ANVA con los datos originales, conviene verificar si se cumplen los supuestos de independencia y el de normalidad de los errores y fundamentalmente el de homogeneidad de variancias para todos los tratamientos. En nuestros ejemplos se verifica el primero de tales supuestos ya que los tratamientos fueron asignados al azar a las parcelas y el efecto del proceso aleatorio es hacer que los errores sean independientes unos de otros. En ninguno de los dos se cumple la homogeneidad de variancias y además en el primero tampoco se verifica la normalidad de los residuales.

Moderados apartamientos de la normalidad no necesariamente implican una seria violación del supuesto. Como la prueba F es levemente afectada, el ANVA y las comparaciones múltiples asociadas, son robustos al supuesto de normalidad.

No obstante la violación de los supuestos de normalidad y homogeneidad de variancias, puede alterar la potencia de la prueba (ejemplo 1) y el nivel de significancia (ejemplo 2) (Montgomery, 1991).

Sugerimos áreas a mejorar en la investigación estadística de estudios agronómicos. En primer término, hacer y reportar el chequeo de los supuestos. En segundo lugar, reportar resultados negativos por falta de potencia, para evitar sesgos, ya que la transformación puede evidenciar falta de potencia. Nos parece que la falta de potencia no debe desalentar publicaciones, como puede ser el caso del investigador que no transforma porque pierde significatividad y cree que su estudio no le "da". El resultado negativo, si es correcto, tiene tanto valor como el positivo.

Las transformaciones más comunes (como las usadas) son funciones monótonas, esto es, el orden de los valores relativos de un conjunto de valores (los originales) a otros (los transformados) no se altera por el uso de transformaciones (Finney, 1973). Sin embargo ésto puede no ocurrir con las medias. En nuestro primer ejemplo, hay un pequeño cambio en el orden de las medias de los tratamientos 1, 6 y 11, producido por sus diferentes variancias.

Distintas modelizaciones pueden a veces dar distintos resultados. En el ejemplo 1 se pudo haber trabajado con proporción de semillas emergentes sobre total sembrado. No obstante la escala de proporciones tiene sus propias limitaciones estadísticas y ocurre que a veces el investigador desea analizar sus datos manteniendo un enfoque de conteo, no de proporciones.

Se considera que las ideas de Arnold son acertadas: encontrar transformaciones adecuadas a través de funciones inversibles, de tal forma que las conclusiones válidas son las que provienen de las transformaciones que cumplen con los supuestos. No obstante, la experiencia indica que a los fines descriptivos resulta más fácil y atractivo presentar datos originales.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen la lectura critica del trabajo por parte de la Magister Sc. Ana Agulla.

BIBLIOGRAFIA

- **ARNOLD, S.F.** 1981. The theory of linear models and multivariate analysis. John Wiley and Sons. New York. pp. 1. 25-26, 59-61.
- **Cátedra de Estadística.** 1999. La transformación de los datos en el análisis de la variancia. *Informe Técnico* 7. Facultad de Agronomía. UBA. Buenos Aires.
- **CONOVER, W.J.** 1980. Practical nonparametric statistics. Second edition. John Wiley and Sons. New York. pp. 229-237, 239-248, 335-338.
- **CHOU, YA-LUN.** 1977. Análisis estadístico. Segunda edición. Editorial Interamericana. pp. 472, 481-485, 501.
- **EDWARDS JR., C.H. y D.E. PENNEY,** 1987. Cálculo con geometría analítica. Segunda edición. Prentice Hall Hispanoamericana. México. pp. 62-65.
- **FINNEY, D.J.** 1973. Transformation of observations for statistical analysis. *Cotton Growing Review*. 50: 1-14.
- **HUBER, P.J.** 1981. Robust statistics. John Wiley and Sons. New York. p.1.
- **LARENZEN,T.; and V. ANDERSON.** 1993. Design of experiments. Marcel Dekker, Inc. New York. pp. 34-43.
- **MONTGOMERY, D.** 1991. Design and analysis of experiments.Third edition. John Wiley and Sons. New York. pp. 66, 95-108.
- **STEEL, R. G., and J.H. TORRIE.** 1989. Bioestadística: principios y procedimientos. Mc Graw-Hill. México. pp. 162-164, 226-229.
- **WINER, B. J.** 1971. Statistical principles in experimental design. Second edition. Mc Graw-Hill. New York. pp. 397-402.