Karl Sigmund und Peter Michor

John Forbes Nash Jr. 1928-2015

Dramatische Wendungen hat es im Leben des John Nash überreichlich gegeben. Sie begleiteten den Helden des Hollywood-Blockbusters „A Beautiful Mind“ bis zuletzt - bis zum tödlichen Verkehrsunfall am 23. Mai 2015, auf dem Heimweg von der Verleihung des Abel-Preises, der größten Ehrung für ein mathematisches Lebenswerk.

Mikhael Gromov, ein anderer Abel-Preisträger, nannte John Nash „den bemerkenswertesten Mathematiker in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts“. Und Louis Nirenberg, der den Abel-Preis mit Nash teilte, meinte: „Wenn es so etwas gibt wie mathematisches Genie, dann denke ich an John Nash.“ - Schon der Einzeiler, der dem zwanzigjährigen Nash den Weg an die Universität von Princeton ebnete, lautete schlicht: „Er ist ein mathematisches Genie“.

John Forbes Nash Jr. war der Sohn eines Elektroingenieurs aus Bluefield, West Virginia. Seine erste Arbeit verfasste er mit fünfzehn, gemeinsam mit seinem Vater. Am Carnegie Institute of Technology in Pittsburgh absolvierte er von 1945 bis 1948 seine Studien als undergraduate. Er war introvertiert und wenig beliebt, aber keiner konnte sein stupendes Talent übersehen. Auf den ersten Blick vermöge er zwar nicht zu überzeugen, schrieb der mathematische Physiker John L. Synge, „aber seine äußerliche Unbeholfenheit wird mehr als kompensiert durch sein schnelles Verständnis, seine Originalität und seine Fähigkeit, den Kern eines Arguments zu erfassen, die alle in meiner Erfahrung einzigartig sind.“ Weil Nash so schnell war, konnte er viel mehr Vorlesungen belegen als andere. Weil er dieselbe Geschwindigkeit auch bei anderen voraussetzte, konnte er seine Überlegungen nicht immer gut erklären. Aber es gäbe keinen Zweifel, hielt einer seiner Professoren fest, dass er eines Tages zu den besten Mathematikern des Landes zählen würde.

In den zwei Jahren seines Doktorats-Studiums in Princeton konnte Nash Vorlesungen von Artin, Siegel, Church, Lefschetz und Steenrod hören, Seite an Seite mit einigen der brillantesten Studenten seiner Generation, wie Milnor, Gale, Kuhn oder Shapley. Schon damals fiel auf, wie sehr er auf der Suche nach eigenen Wegen war. Er las wenig und produzierte unentwegt neue Gedanken. „Es war", schrieb Milnor, „als wollte er, allein auf sich gestellt, die Mathematik von drei Jahrhunderten wiederentdecken."

Zum Institute for Advanced Study war es nur ein Spaziergang. Dort konnten Nash und seine elitären Kommilitonen auf Einstein und Gödel treffen. Am meisten faszinierte sie aber John von Neumann, der mit gleicher Leichtigkeit in Operatortheorie, Hydrodynamik, mathematischer Logik, Numerik oder Informatik arbeitete. Knapp bevor Nash nach Princeton kam, war die zweite Auflage des Buchs von John von Neumann und Oskar Morgenstern über Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten erschienen, und hatte gewaltiges Echo erweckt, bei Mathematikern ebenso wie bei Journalisten, Politikern und Militärs. Sie versprachen sich eine ganz neue Mathematik, die für rationales Handeln das leisten sollte, was die Infinitesimalrechnung für die Himmelsmechanik geleistet hatte. Doch zumeist ging es bei von Neumann und Morgenstern um Zwei-Personen Nullsummenspiele – was der eine gewinnt, verliert der andere. Bei den meisten wirtschaftlichen und sozialen Wechselwirkungen sind die Interessen aber nicht völlig entgegengesetzt, sondern bieten Raum sowohl für Wettbewerb als auch für Zusammenarbeit.

Fast auf Anhieb stellte der kaum zwanzigjährige John Nash die Spieltheorie auf den Kopf – oder besser gesagt, auf die Beine. Mit seinen Ideen, die „etwas von der Linie (im Sinn von Parteilinie) abwichen“, wie er später vermerkte, drang der Student ins Büro John von Neumanns vor. Der ließ ihn gar nicht ausreden. „Ach so, ein Fixpunktsatz“, sagte er. „Ist ja trivial.“ Ende des Interviews. Wenn John von Neumann mit „trivial“ meinte, dass die zugrunde liegende Mathematik ziemlich einfach war, hatte er recht. Aber der Begriff von Nash war geradezu revolutionär. Er wurde bald als „Nash-Gleichgewicht“ bekannt und gilt seither als der fundamentale Begriff bei der Analyse von Interessenkonflikten.

Betrachten wir irgendeine Wechselwirkung, an der mehrere Personen beteiligt sind – es kann ein Kartenspiel sein, eine Firmengründung oder ein Schusswechsel. Alle Teilnehmer werden versuchen, ein für sie möglichst vorteilhaftes Ergebnis zu erzielen. Dieses Ergebnis hängt aber auch davon ab, was die anderen tun. Wenn keine Person durch die einseitige Änderung ihres Verhaltens ihr Ergebnis verbessern kann, liegt ein Nash-Gleichgewicht vor. Dann hat kein Beteiligter einen Anreiz, davon abzuweichen. Das erstaunliche ist nun, dass es immer so ein Nash-Gleichgewicht gibt – egal, wie die Wechselwirkung aussieht, wie viele Personen daran beteiligt sind, oder wie die Interessen dieser „Spieler“ liegen. Man muss nur „gemischte Strategien“ zulassen, die mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten zwischen den alternativen Verhaltensweisen eine Entscheidung treffen. Nash lieferte gleich drei Beweise seines Existenzsatzes. Alle beruhten, wie John von Neumann naturgemäß gleich erfasst hatte, auf Fixpunktsätzen: dem von Brouwer oder dem von Kakutani.

John Nash folgte dem Ratschlag seines Freunds David Gale, „eine Flagge aufzupflanzen“, und veröffentlichte eine anderthalb Seiten lange Arbeit in den Proceedings der National Academy of Sciences. Im letzten Absatz wird erwähnt, dass die Spezialisierung auf Zwei-Personen-Nullsummenspiele das

„Haupttheorem“ des umfangreichen Wälzers von John von Neumann und Oskar Morgenstern liefert.

Etwas ausführlicher wurde das Thema in der Dissertation von John Nash behandelt, die er bei Alfred Tucker einreichte – immerhin siebenundzwanzig Seiten. Eine geraffte Fassung erschien in den Annals of Mathematics. Sie enthielt John Nashs grundlegende Unterscheidung zwischen kooperativen und nicht-kooperativen Spielen: letztere zeichnen sich dadurch aus, dass die Entscheidungen der Spieler unabhängig getroffen werden. Kooperative Spiele, die Kommunikation, Koalitionsbildung und Kontrakte zulassen, können immer auch als nicht-kooperative Spiele modelliert werden, mit entsprechend mehr strategischen Alternativen. Als einziges Beispiel wird ein Pokerspiel mit drei Spielern behandelt, das Nash gemeinsam mit Shapley analysiert hatte, und auf das die beiden jungen Mathematiker in einer weiteren Arbeit zurückkamen, die in einem Band der Annals of Mathematical Studies erschien, der ganz der Spieltheorie gewidmet war.

Etwa um 1980 stellte sich heraus, dass spieltheoretische Methoden auch auf das Verhalten von nicht-rationalen Individuen angewandt werden können. Das führte zu einem neuen, „evolutionären“ Zweig der Spieltheorie. Interessanterweise stellte sich heraus, dass Nash diesen Zugang bereits in seiner Dissertation antizipiert hatte, was niemandem aufgefallen war, da die publizierte Fassung seiner Arbeit gerade diesen Absatz nicht enthielt.

In den frühen Fünfzigerjahren blühten unter dem Einfluss von John von Neumann und Oskar Morgenstern die axiomatischen Zugänge zu den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften richtiggehend auf, in zukunftsweisenden Arbeiten junger Mathematiker wie Ken Arrow, John Milnor, Lloyd Shapley oder eben auch John Nash. Dieser hatte zwar nur eine einzige wirtschaftswissenschaftliche Vorlesung belegt, und wusste daher auch nicht, dass sein Zugang zum wirtschaftlichen Gleichgewicht einen mehr als hundert Jahre alten Gedanken von Cournot wieder aufgriff, aber gerade diese Unbefangenheit erlaubte es ihm, neue Möglichkeiten zu erkennen.

Deutlich wurde das in seiner Arbeit zum „bargaining problem“. Am bemerkenswertesten daran ist vielleicht, dass erst Nash darin ein Problem sah. Es gibt bei derlei Fragen - wie etwa ein Gut aufgeteilt werden soll - zumeist ein Kontinuum von Verhandlungslösungen, bei denen sich keiner der beiden Personen verbessern kann, ohne der anderen zu schaden. Welche Verhandlungslösung erreicht wird, schien weitgehend willkürlich zu sein, die Übereinkunft letztlich eine Frage der Persönlichkeit. Nash stellte vier höchst einleuchtende Forderungen an eine „gerechte“ Übereinkunft, und bewies, dass sie dadurch eindeutig festgelegt ist: Sie maximiert das Produkt des Nutzenzuwachses der beiden Spieler. Es stellte sich später heraus, dass andere, ebenso einleuchtende Forderungen zu anderen Lösungen des Verhandlungsproblems führen können. Eine Unzahl an theoretischen Untersuchungen griff den Zugang von Nash auf, und er selbst erweiterte ihn in einer späteren Arbeit, indem er Drohstrategien zuließ, aber das Wichtigste war getan. Einen großen Teil rationaler Entscheidungen konnte man nunmehr mit exakten, also mathematischen Methoden analysieren.

Nach seinem Doktorat begann Nash damit, seine Sommermonate mit anderen Spieltheoretikern am RAND Institute in Santa Monica zu verbringen, dem Prototypen aller Think Tanks. In den frühen Jahren des Kalten Krieges erwartete sich das Pentagon viel von der Spieltheorie. Gemeinsam mit anderen jungen Mathematikern, darunter John Milnor, führte Nash einige spieltheoretische Experimente durch, die zu den ersten ihrer Art gehörten. Außerdem begann er sich in Kalifornien für Programmierung und theoretische Informatik zu interessieren, und schrieb im Sommer 1954 ein damals unbeachtet gebliebenes, heute geradezu visionär wirkendes working paper über „Parallel Controlling“, Jahre bevor die ersten Parallelrechner implementiert wurden.

In diesem Sommer wurde Nash von der Polizei wegen „indecent exposure“ am Strand von Santa Monica festgenommen. Die Anklage wurde bald fallen gelassen, aber Nash wurde fortan als ein Sicherheitsrisiko gesehen und von der RAND Corporation kalt gestellt. Parallel dazu wandte er sich von Spieltheorie ab und anderen Gebieten zu. Er machte sich daran, zu beweisen, dass er zu weitaus anspruchsvollerer Mathematik fähig war als dem, was John von Neumann als „trivial“ abgetan hatte.

Schon als er seine Dissertation fertig stellte, rechnete Nash damit, dass sie zu simpel erscheinen mochte für die Anforderungen, die in Princeton an ein Doktorat in Mathematik gestellt werden. Er hatte daher noch eine weitere Arbeit auf Lager, die weitaus schwierigere Methoden und Problemlösungen erforderte. Er trug darüber beim Internationalen Mathematiker-Kongress von 1950 vor und veröffentlichte die Arbeit etwas später in den Annals of Mathematics. Nash bewies, dass jede kompakte differenzierbare Mannigfaltigkeit einer irreduziblen Komponente einer reellen algebraischen Varietät entspricht, also durch polynomiale Gleichungen beschrieben werden kann. Das führte ihn zur Definition von algebraischen Strukturen auf Mannigfaltigkeiten, die im wesentlichen eindeutig bestimmt sind. Diese völlig unerwartete Verbindung von Differenzialgeometrie und algebraischer Geometrie hat später im Begriff der Nash-Funktionen und Nash-Mannigfaltigkeiten ihren Niederschlag gefunden.

Nach einem Jahr als Postdoc in Princeton ging John Nash 1951 als Instruktor ans MIT und machte dort in den Fünfzigerjahren Karriere, nur unterbrochen von Gastaufenthalten am Institut for Advanced Study und am Courant Institute.

Am MIT fiel er durch sein arrogantes und kompetitives Wesen auf. Schließlich wurde es einem Kollegen zu bunt: „Wenn du wirklich so klug bist, warum löst du dann nicht das Einbettungsproblem?“ Und so löst John Nash das Einbettungsproblem. Er selbst hielt fest: „Ich tat es wegen einer Wette.“

Nash bewies, dass jede Riemannsche Mannigfaltigkeit isometrisch in einen höherdimensionalen Euklidischen Raum eingebettet werden kann, jede Fläche etwa in glatter Weise in den R^{17} (später wurde daraus der R^5). Das war ein völlig unerwartetes Resultat.

Nash bewies es zunächst für C^1-Isometrien. Er zeigte sogar, dass die Mannigfaltigkeit wie ein Taschentuch, das man faltet, in eine beliebig kleine Kugel im euklidischen Raum der Kodimension 2 eingebettet werden kann (Kuiper hat dies später zu Kodimension 1 verbessert.

Gromov sagte, dass ihm der Satz von Nash zunächst ungefähr so überzeugend vorkam wie die Behauptung, man könne sich an den eigenen Haaren hochziehen. Aber „Nash bewies, dass es wirklich möglich ist, sich an den Haaren hochzuziehen“. Schon im zweidimensionalen widerspricht es völlig der Intuition: Man kann etwa mit einem Zylinder einen Torus beliebig genau approximieren, ohne den Zylinder zu verzerren oder zu falten. Der grundlegende „Trick“ bestand darin, nachzuweisen, dass jede Einbettung, die alle Distanzen verkleinert („short imbedding“), beliebig genau durch eine Isometrie approximiert werden kann, bei der unzählige winzige „Wellen“ die Schrumpfung wieder kompensieren. Gromov hat Nashs Methode in seinem Buch „Partial Differential Relations“ zur „konvexen Integration“ verfeinert, die einen algorithmischen Zugang erlaubt.

Als nächstes bewies Nash, dass die isometrische Einbettung einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit mit C^k-Metrik auch C^k sein kann, mit $k=3,\dots,\infty$.

Die Dimension des euklidischen Raumes musste entsprechend größer gewählt werden: Bei kompakten Mannigfaltigkeiten (n/2)(3n+11). Das war nun nicht mehr überraschend, aber der Beweis erwies sich als außerordentlich schwierig. Dazu muss man eine nichtlineare elliptische partielle Differentialgleichung lösen. Das Newtonsche Iterationsverfahren, das Nash anwandte, führt in jedem Schritt zu einem Verlust von Ableitungen: man braucht Seminormen mit immer höheren Ableitungen. Dagegen setzt Nash in jedem Schritt einen Glättungsoperator ein: damit wird das Verfahren in jeder Seminorm kontraktiv. Jürgen Moser hat dies in einer späteren Arbeit als ein Theorem über inverse Funktionen formuliert, welches als Nash-Moser Theorem ein wesentliches Werkzeug für Analysis und dynamische Systeme wurde. Gromov hat es in seinem Buch „Partial Differential Relations“ als „h-principle“ formuliert: formale Lösungen im Jet-Raum für nichtlineare elliptische Probleme können zu wirklichen Lösungen homotop deformiert werden. Gromov beweist in diesem Buch den glatten isometrischen Einbettungssatz mit besseren Dimensionsschranken als Nash. Matthias Günther gab 1989 einen sehr einfachen Beweis des glatten Riemannschen Einbettungssatzes mit wieder besseren Dimensionsschranken, indem er den nichtlinearen partiellen Differentialoperator mit dem Inversen des Laplace Operators zusammensetzte und so den Verlust von Ableitungen vermied. Richard Hamilton hat 1982 das Theorem über implizite Funktionen von Nash und Moser im Rahmen von zahmen Fréchet Räumen und zahmen glatten Abbildungen formuliert und damit später lokale Existenz und Eindeutigkeit des Ricci Flusses gezeigt; dies wurde kurz danach von de Turck durch eine einfache Transformation auch ohne das Nash-Moser Theorem bewiesen. Der Ricci Fluss spielt eine überragende Rolle in Perelmanns Beweis der dreidimensionalen Poincaré Vermutung (und der Geometrisierungsvermutung von Bill Thurston).

Wie Nash selbst schrieb, halfen ihm mehrere seiner Kollegen bei der „heavy analysis“ für den Beweis des glatten isometrischen Einbettungssatzes, insbesondere Herbert Federer. In der Einleitung zu seiner Arbeit, die wieder in den Annals erschien, hielt Nash fest, dass der entscheidende Perturbationsprozess nicht nur für Einbettungssätze nützlich sein könnte, sondern möglicherweise eine allgemeine Methode darstellte, um partielle Differenzialgleichungen zu untersuchen.

Das wurde sein nächstes Arbeitsgebiet. Nash löste Hilberts neunzehntes Problem, indem er zeigte, dass innerhalb einer wichtigen Klasse von partiellen Differenzialgleichungen die Lösung analytisch ist, wenn die Koeffizienten der Gleichung analytisch sind. Seine grundlegende Nash-Ungleichung erlaubte es, die Hölder-Stetigkeit der Lösungen nachzuweisen, aus der die gesuchten Regularitätseigenschaften folgen. Diese Ungleichung fügt sich ein in die Serie der Ungleichungen von Sobolev, Gagliardo-Nirenberg und anderer Interpolationsungleichungen, die heute zu den wichtigsten Werkzeugen in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen zählen. Nashs Arbeit über partielle Differenzialgleichungen, „Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations“, erwies sich als absolut fundamental, und viele Mathematiker betrachten sie als seinen wichtigsten Beitrag. Immer wieder fand Nash völlig neue Methoden, um die analytischen Schwierigkeiten, die sich ihm bei den Beweisen für die lokale Existenz, Eindeutigkeit und Stetigkeit der Lösungen in den Weg stellten, niederzubügeln.

Nash war eben erst dreißig geworden. Die Fields-Medaille schien in Reichweite. Doch unabhängig von Nash, und sogar etwas früher, hatte der gleichaltrige Ennio de Giorgi über einen gänzlich anderen Zugang Hilberts neunzehntes Problem auch gelöst. „Es scheint denkbar“, schrieb Nash später, „dass wenn entweder de Giorgi oder Nash das Problem (der a priori Abschätzungen der

Hölder-Stetigkeit) nicht geknackt hätte, dann der Alleinbesteiger des Gipfels mit der Fields Medaille ausgezeichnet worden wäre.“ So aber bekam sie keiner der beiden.

Trotzdem galt Nash bereits als Superstar der Mathematik. Die Zeitschrift „Fortune“ feierte ihn als einen der vielversprechendsten Mathematiker seiner Generation. Er wurde „full professor“ am MIT. Er hatte eben geheiratet, eine schöne junge Physikerin namens Alicia De Larde, die bei ihm eine Vorlesung belegt hatte. Das junge Paar erwartete ein Kind. (Aus einer früheren Beziehung hatte Nash bereits einen Sohn.) Die Zukunft schien glänzend.

Doch dann kam es zur Tragödie. Nashs Verhalten, das immer schon rücksichtslos und eigenwillig gewesen war, begann seine Umgebung ernsthaft zu beunruhigen. Bald ließ es sich nicht mehr als exzentrisches Gehabe eines Genies abtun, oder entschuldigen als vorübergehende Folge intensivster Konzentration. Bei einem Vortrag, in dem Nash seine Ideen zur Lösung der Riemann Vermutung vorstellen wollte, konnte ihm niemand mehr folgen.

Wahnvorstellungen setzten ein. „Ich begann zu glauben, ein Mann von großer religiöser Bedeutung zu sein... Ich hörte so etwas wie Telefonanrufe in meinem Kopf, von Leuten, die meine Ideen ablehnten... Das Delirium war wie ein Traum, von dem ich niemals zu erwachen schien.“

Nash fühlte sich von einer außerirdischen Verschwörung bedroht, gab seine Stellung am MIT auf und suchte in der Schweiz um politisches Asyl an, natürlich erfolglos. Er wurde deportiert, festgenommen, entmündigt, mehrmals gegen seinen Willen in Anstalten eingeliefert und Schockbehandlungen unterworfen. Seine Ehe wurde geschieden.

Viele Monate verbrachte John Nash in Spitälern, immer auf unfreiwilliger Basis, wie er später schrieb. „Als ich lang genug hospitalisiert war, verzichtete ich schließlich auf meine wahnhaften Hypothesen und sah mich wieder als ein Mensch in konventionelleren Umständen.“

Das führte zu einer kurzfristigen Besserung, „einem Zwischenspiel“, wie er es später in einer sonderbaren Wendung beschrieb, „von gewissermaßen erzwungener Rationalität“. Während des Zwischenspiels besuchte er Grothendieck in Paris, und verfasste eine höchst einflussreiche Arbeit über die Struktur von Singularitäten, die als Manuskript zirkulierte und erst dreißig Jahre später veröffentlicht wurde. In ihr entwickelte Nash eine Idee, die Hironaka als „Nash blowing-up transformation“ ausarbeitete.

In den späten Sechzigerjahren kehrten die Wahnvorstellungen wieder zurück. Doch Nash gelang es nunmehr, Einlieferungen zu entgehen und „die direkte Aufmerksamkeit von Psychiatern“ zu vermeiden. Er war nach Princeton zurückgekehrt, streifte ziellos durch den Campus, ein tragischer Schatten seiner selbst, und hinterließ auf den Tafeln des mathematischen Instituts rätselhafte Botschaften. Für die Studenten war er „das Phantom von Fine Hall“.

Nash lebte wieder bei seiner geschiedenen Frau. Immer noch verkehrte er mit früheren Kollegen. Die Universität von Princeton stellte ihm Rechenzeit auf dem Großrechner zur Verfügung. Einige Studenten scharten sich um ihn – immerhin war er so etwas wie eine mathematische Legende.

Langsam gelang es Nash, seine Wahnvorstellungen intellektuell zu verwerfen. Später schrieb er: „Das wurde am deutlichsten mit der Abkehr von politisch orientiertem Denken als einer im wesentlichen hoffnungslose Vergeudung gedanklicher Arbeit.“

Seine Umwelt nahm nur zögernd die Genesung wahr. Nash wandte sich wieder der Wissenschaft zu, und begründete seine Hoffnung, trotz fortgeschrittenem Alters wieder etwas von bleibendem Wert zu erzielen, mit jener „Art Urlaub“

(wie er es bezeichnete), „den Jahren der partiellen Verblendung“. Seine bizarren Gedanken – etwa, dass er der Kaiser von Antarctica sei - schrieb er Überarbeitung zu. „Wer außergewöhnliche Ideen entwickeln will, muss auf eine Weise denken, die nicht einfach bloß praktisch ist.“ Als er später gefragt wurde, wie er an seine absurden Wahnvorstellungen hatte glauben können antwortete er: „Sie kamen mir genauso so wie meine mathematischen Ideen. Daher nahm ich sie ernst.“

Die Nachricht von der partiellen Genesung John Nashs machte die Runde. Nachdem sich Vertreter der Schwedischen Akademie durch Augenschein überzeugt hatten, dass Nash einen einigermaßen gefestigten Eindruck machte, erhielt er 1994 den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften, gemeinsam mit Reinhard Selten und John Harsanyi.

Wie Nash bei einer kleinen, improvisierten Feier am Institute for Advanced Study erklärte, kam ihm der Preis nicht ungelegen: denn nun konnte sich sein Bankinstitut nicht mehr weigern, ihm eine Kreditkarte auszuhändigen. Auch sonst änderte sich das Leben von John Nash. „Wir halfen ihm zurück zum Tageslicht“, meinte der Obmann des Nobelpreis-Komitees.

Der Direktor des IAS stellte eine junge Wissenschaftsjournalistin namens Sylvia Nasar an, die eine Biographie von John Nash schreiben wollte. „A Beautiful Mind“ wurde ein Meisterwerk. Nash mochte das Buch nicht: es enthielt zu viele schmerzhafte persönliche Informationen. Doch den 2001 entstandenen gleichnamigen Film von Ron Howard, mit Russell Crowe als Hauptdarsteller, schätzte er. Der Film erntete vier Oscars.

John Nash wurde zum prominentesten Mathematiker seiner Zeit. Mit nur dreizehn publizierten Arbeiten hat er wichtige Teile der Mathematik geprägt, ähnlich wie Riemann, der elf Arbeiten zu Lebzeiten publizierte.

2001 heirateten John Nash und Alicia ein zweites Mal. „Second take! Wie ein Film“, scherzte er. Er hielt Vorträge über seine Krankheit, so auch auf internationalen Psychiatrie-Kongressen. Medikamentösen Therapien misstraute er und unterstrich immer wieder, seine Heilung ohne sie erreicht zu haben. Er erhielt einen Grant der National Science Foundation, um seine Untersuchungen über kooperative Spiele wieder aufzunehmen. In Sammelbänden wurden die richtungsweisenden Arbeiten seiner Jugendjahre wieder aufgelegt.

2004 kam eine Arbeit von Nash ans Licht, die er fünfzig Jahre früher verfasst hatte. Es war ein Vorschlag an die NSA für eine neue Klasse von Verschlüsselungen. Im Nachhinein konnte man darin Grundzüge moderner Chiffriermethoden entdecken. Bei der NSA hatte Nash damals keinerlei Resonanz gefunden. Die Behörde behauptete, die Unterlagen zu dem Verfahren niemals erhalten zu haben, und ließ die Korrespondenz ausklingen, vielleicht aus Unfähigkeit, vielleicht aus Misstrauen gegenüber dem jungen Sonderling, den die RAND Corporation als Sicherheitsrisiko einstufte und der in ungelenker Handschrift behauptete, kein „crank“ und Zirkelquadrierer zu sein, sondern Mathematiker. Nash begründete die Sicherheit seiner Verschlüsselung mit „computational hardness“, Jahrzehnte bevor die entsprechende Komplexitätstheorie entwickelt wurde. Es klingt wie ein Vorgriff auf die heute gängigen kryptographischen Verfahren.

2015 erhielt John Nash den Abel-Preis, gemeinsam mit Louis Nirenberg, den er schon in den Fünfzigerjahren am Courant Institute kennen gelernt hatte. „Ihre Durchbrüche“, so die Urkunde, „haben sich zu vielseitigen und robusten Techniken entwickelt, die wesentliche Werkzeuge für die Untersuchung von nichtlinearen partiellen Differenzialgleichungen wurden. Ihr Einfluss zeigt sich in allen Zweigen der Theorie.“

Nach dem Heimflug von den mehrtägigen Feiern in Oslo trennten sich Nirenberg und Nash am Flughafen von New York. John Nash und seine Frau warteten vergeblich auf die Limousine, die sie abholen sollte. So nahmen sie ein Taxi nach Hause. Der Fahrer verlor die Kontrolle und prallte gegen eine Leitschiene. John und Alicia verstarben noch am Unfallort.

Publikationen von J.F. Nash:

J.F. Nash Jr (mit J.F. Nash Sr)(1945): Sag and tension calculations for wire spans using catenary formulas. Electr. Engineering

J.F. Nash Jr (1950) Equlibrium points in n-person games. PNAS 36, 48-49

J.F. Nash Jr (1950) Non-cooperative games. PhD Thesis, Princeton

J.F. Nash Jr (mit L.S. Shapley) (1950) A simple three-person poker game. Ann. of Math. Studies 24, 105-116

J.F. Nash Jr (1950) The bargaining problem. Econometrica 18, 155-162

J.F. Nash Jr (1951) Non-cooperative games. Ann. Math 54, 286-295

J.F. Nash Jr (1952) Real algebraic manifolds. Ann. Math. 56, 405-421

J.F. Nash Jr (1952) Real algebraic manifolds. Proc. Int. Congress Math 1950, 516-517

J.F. Nash Jr (1953) Two-person cooperative games. Econometrica 21, 128-140

J.F. Nash Jr (mit J.P. Mayberry und M. Shubik) (1953) A comparison of treatments of a duopoly situation. Econometrica 21, 141-154

J.F. Nash Jr (mit C. Kalish, J. Milnor, E. Nebing) (1954) Some experimental n-person games. Decision Processes (Thrall, Coombs and Davis, eds.) Wiley, 301-327

J.F. Nash Jr (1954) C^1-isometric imbeddings. Bull. AMS 60, 157

J.F. Nash Jr (1954) C^1-isometric imbeddings. Ann. Math. 60, 383-396

J.F. Nash Jr (1954) Results on continuation and uniqueness of fluid flow. Bull. AMS 60, 165-166

J.F. Nash Jr (1954) The imbedding problem for Riemannian manifolds. Bull. AMS 60, 480

J.F. Nash Jr (1955) A path space and the Stiefel-Whitney classes. PNAS 41, 320-321

J.F. Nash Jr (1956) The imbedding problem for Riemannian manifolds. Ann. Math 63, 20-63

J.F. Nash Jr (1957) Parabolic equations. PNAS 43, 754-758

J.F. Nash Jr (1958) Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations. Amer. J. Math 80, 931-954

J.F. Nash Jr (1962) Le problème de Cauchy pour les équations differentielles d'un fluide general. Bull. Soc. Math. France 90, 487-497

J.F. Nash Jr (1966) Analyticity of solutions of implicit function problems with analytic data, Ann. Math. 84. 345-355

J.F. Nash Jr (1995) Arc structure of singularities. Duke J Math 81, 31-38

J.F. Nash Jr (1995) Autobiographical essay. Les Prix Nobel 1994, Stockholm Norsteds Tryckeri

J.F. Nash Jr (mit H. Kuhn, J. Harsanyi, R. Selten, J. Weibull, E. van Damme und P. Hammerstein)(1995) The work of John F. Nash Jr. in game theory. Duke J. Math 81, 1-29

J.F. Nash (2002) Ideal Money. Southern Economic Journal 69. 4–11

J. F. Nash, R. Nagel, A. Ockenfels, R. Selten. (2012) The agencies method for coalition formation in experimental games. Proceedings of the National Academy of Sciences 109, 20358-20363.

H. Kuhn und S. Nasar, eds (2002) The essential John Nash. Princeton UP

Literatur über John Nash:

Die wichtigste Quelle zur Biographie von John Nash ist

S. Nasar (1998) A beautiful mind. Simon and Schuster, New York

Eine Kurzfassung ist

http://press.princeton.edu/chapters/i7238.html

Siehe auch

J. Milnor (1995) A Nobel Prize for John Nash. Math. Intelligencer 17, 11-17

J. Milnor (1998) John Nash and “A beautiful mind”, Notices AMS 45, 1329-1332

T. Siegfried (2006) A Beautiful Math: John Nash, Game Theory and the modern quest for a code of nature. Washington D. C., Joseph Henry Press

Dokumente zum frühen John Nash sind zu finden unter

https://webspace.princeton.edu/users/mudd/Digitization/AC105/AC105_Nash_John_Forbes_1950.pdf

https://www.nsa.gov/public_info/_files/nash_letters/nash_letters1.pdf

Interessante Arbeiten zur Spieltheorie von John Nash sind

A. Rubinstein (1995) John Nash: the Master of Economic Modelling. The Scandinavian Journal of Economics 97, 9-13

J. Hofbauer (2000) From Nash and Brown to Maynard Smith: Equilibria, dynamics and ESS. Selection 1, 81-88.

Wichtige Ergänzungen zu den geometrischen und analytischen Arbeiten von John Nash sind:

J. Moser (1966) A rapidly convergent iteration method and non-linear partial differential equations I, II. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 20, 265-315, 499-535.

R. Hamilton (1982) The Inverse Function Theorem of Nash and Moser. Bull. AMS 7, 65-222

M. Gromov (1972) Partial Differential Relations. Ergebnisse 3,9, Springer-Verlag

M. Günther (1991) Isometric embeddings of Riemannian manifolds, Proc. Int. Congr. Math., Kyoto 1990, Vol. II, 1137—1143

Populärwissenschaftliche Darstellungen der Einbettungssätze sind zahlreich: wir verweisen auf

http://theconversation.com/every-world-in-a-grain-of-sand-john-nashs-astonishing-geometry-42401

Borelli, V, . Jabrane, F. Lazarus et B. Thibert (2012): Flat tori in three-dimensional space and convex integration, Proc. of the National Acad. of Sciences

Mathoverflow question and answers „The mathematical legacy of John Nash"
http://mathoverflow.net/q/207477/26935

Es gibt auch gute Lehrfilme über die Einbettungssätze, siehe etwa

https://www.youtube.com/watch?v=RYH_KXhF1SY