



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Trabajo Fin de Grado – Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Equilibrio Oligopólico de Productores Eléctricos con Restricciones de Capacidad en Mercados de Energía Eléctrica

Autor: Sergio Moreno Fresnillo

Tutor: Carlos Ruiz Mora, Departamento de estadística UC3M

En primer lugar, mi sincero agradecimiento a Carlos Ruiz Mora, tutor de este trabajo, quien sin su ayuda, paciencia y dedicación éste no habría sido posible

También he de mencionar a mi familia y agradecerle su inestimable apoyo durante estos años.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN.....	9
1.1 Evolución y estructura del sector eléctrico español.....	9
1.1.1 Marco regulador.....	10
1.1.2 Introducción al funcionamiento del mercado eléctrico español.....	10
1.1.2.1 Mercado diario.....	11
1.1.2.2 Presentación de ofertas.....	11
1.1.2.3 Proceso de casación de ofertas.....	12
1.2 Modelos para productores eléctricos.....	12
1.3 Mercado.....	13
1.4 Objetivos y contenido del proyecto.....	14
1.5 Metodología.....	14
1.6 Estructura del documento.....	15
1.7 Revisión bibliográfica.....	15
2 MODELO.....	17
3 METODO DE RESOLUCIÓN.....	20
3.1 Introducción.....	20
3.2 Descripción del código en GAMS.....	20
4 CASOS DE ESTUDIO.....	27
4.1 Caso homogéneo A.....	27
4.1.1 Impacto de la capacidad máxima.....	27
4.1.1.1 Cantidad.....	27
4.1.1.2 Precio.....	28
4.1.1.3 Beneficio social.....	29
4.1.1.4 Beneficio.....	29
4.1.2 Impacto de la capacidad mínima.....	30

4.1.2.1 Cantidad.....	30
4.1.2.2 Precio.....	31
4.1.2.3 Beneficio social.....	32
4.1.2.4 Beneficio.....	32
4.1.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	33
4.1.3.1 Cantidad.....	33
4.1.3.2 Precio.....	34
4.1.3.3 Beneficio social.....	35
4.1.3.4 Beneficio.....	35
4.2 Caso homogéneo B.....	36
4.2.1 Impacto de la capacidad máxima.....	37
4.2.1.1 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)	37
4.2.2 Impacto de la capacidad mínima.....	38
4.2.2.1 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)	38
4.2.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	39
4.2.3.1 Cantidad productor 1 (barato) vs cantidad productor 6 (caro)..	40
4.2.3.2 Precio.....	41
4.2.3.3 Beneficio social.....	42
4.2.3.4 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)	42
4.3 Caso heterogéneo.....	43
4.3.1 Impacto de la capacidad máxima.....	44
4.3.1.1 Cantidad.....	44
4.3.1.2 Precio.....	44
4.3.1.3 Beneficio social.....	45
4.3.1.4 Beneficio.....	46
4.3.2 Impacto de la capacidad mínima.....	46

4.3.2.1 Cantidad.....	46
4.3.2.2 Precio.....	47
4.3.2.3 Beneficio social.....	48
4.3.2.4 Beneficio.....	48
4.3.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	49
4.3.3.1 Cantidad.....	49
4.3.3.2 Precio.....	50
4.3.3.3 Beneficio social.....	51
4.3.3.4 Beneficio.....	51
5 CONCLUSIONES.....	53
5.1 Resumen.....	53
5.2 Conclusiones.....	53
5.3 Trabajo futuro.....	54
6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Curva de oferta y demanda a tiempo real.....	12
Figura 2.1 Función de costes de producción.....	17
Figura 2.2 Función de la curva oferta-demanda.....	17
Figura 2.3 Función beneficio.....	17
Figura 2.4 Problema de optimización.....	17
Figura 2.5 Función de Lagrange asociada al problema.....	18
Figura 2.6 Condiciones de optimalidad KKT.....	18
Figura 2.7 Equivalencia de $\frac{\partial P}{\partial q_i}$ para un problema de variación conjetural.....	18
Figura 2.8 KKT3 reescrita.....	18
Figura 2.9 Función beneficio social.....	19
Figura 4.1 Cantidad producida frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	28
Figura 4.2 Precio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	28
Figura 4.3 Beneficio social frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	29
Figura 4.4 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	30
Figura 4.5 Cantidad producida frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	31
Figura 4.6 Precio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	31
Figura 4.7 Beneficio social frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	32
Figura 4.8 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.....	33
Figura 4.9 Cantidad producida frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	34

Figura 4.10 Precio frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	34
Figura 4.11 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	35
Figura 4.12 Beneficio frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	36
Figura 4.13 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el productor 1 del caso homogéneo B.....	37
Figura 4.14 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el productor 6 del caso homogéneo B.....	38
Figura 4.15 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el productor 1 del caso homogéneo B.....	39
Figura 4.16 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el productor 6 del caso homogéneo B.....	39
Figura 4.17 Cantidad producida por el productor 1 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	40
Figura 4.18 Cantidad producida por el productor 6 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	41
Figura 4.19 Precio frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	41
Figura 4.20 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	42
Figura 4.21 Beneficio de los productores 1 y 6 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	43
Figura 4.22 Cantidad producida frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	44
Figura 4.23 Precio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	45
Figura 4.24 Beneficio social frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	45
Figura 4.25 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	46

Figura 4.26 Cantidad producida frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	47
Figura 4.27 Precio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	47
Figura 4.28 Beneficio social frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	48
Figura 4.29 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.....	49
Figura 4.30 Cantidad producida frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	50
Figura 4.31 Precio frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	50
Figura 4.32 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	51
Figura 4.33 Beneficio frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.....	52

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Evolución y estructura del sector eléctrico español

Se pueden diferenciar claramente tres etapas en la evolución del sector eléctrico español, las cuales son: durante los años anteriores a 1984 se distingue una etapa de explotación independiente, de 1984 a 1998 se aprecia una etapa de explotación unificada, y para terminar, a partir de 1998 distinguimos una etapa de explotación competitiva.

En los años anteriores a 1984 tiene lugar una etapa de explotación independiente, en la cual cada empresa busca la manera de maximizar sus beneficios de forma individual. Durante esta etapa, la estructura del sistema eléctrico español estaba formada por una empresa pública de producción eléctrica y otras 14 empresas que se dividían entre producción, transporte, distribución y suministro, las cuales se encontraban verticalmente integradas, es decir, son empresas que realizan diferentes tareas pero que pertenecen a un mismo dueño que busca maximizar el beneficio global. En este periodo existía una tarifa eléctrica única, que era modificada por la administración. También se establecen compensaciones entre empresas productoras. Las empresas productoras compartían la propiedad de la red de transporte. En esta etapa las empresas productoras programan la producción en función de la demanda, las compras de energía realizadas a la empresa pública de producción y los acuerdos suscritos con otras empresas productoras.

Durante la segunda etapa, la que transcurre entre los años 1984 y 1998, la denominada etapa de explotación unificada, en la que se pretende que las diferentes empresas productoras alcancen un óptimo económico global. Sin embargo estas empresas seguían estando verticalmente integradas. En estos años se crea Red Eléctrica Española (REE) que opera el sistema de producción y la red. A partir de este momento la REE se convierte en la única dueña de la red de transporte y se encarga también de su gestión y ampliación, así como de buscar explotar de forma unificada el sistema eléctrico español. La administración sigue fijando la tarifa, la cual sigue siendo única.

A partir de 1998 comienza la etapa que se denomina explotación competitiva, es decir, se crea un mercado eléctrico. Se pretende que las leyes pongan orden en el mercado, pero sin buscar la optimalidad económica global. Se crea una ley por la cual se produce una desintegración vertical de las distintas empresas que se encargan de diferentes actividades como producción, transporte, distribución y suministro. Aunque esta desintegración se lleva a cabo, no es real, ya que son las grandes empresas

productoras las dueñas de las distintas empresas que se encargan del suministro y la distribución.

Se crean diferentes órganos para dirigir el sector eléctrico español, la Comisión Nacional de Energía (CNE) [1] que se encarga de la regulación del sector actuando como órgano consultivo pero no tiene ni poder sancionador ni decisorio, el Operador de Mercado Ibérico de Energía (OMEL o OMIP) [2] que actúa como operador de mercado y se encarga de la gestión económica del mercado, y Red Eléctrica Española (REE) [3] que actúa como operador del sistema y se encarga de la gestión de la red de transporte.

La administración es la encargada de gestionar las retribuciones del transporte y la distribución, ya que se tratan de monopolios naturales regulados.

Las encargadas del suministro son las empresas comercializadoras, que son distintas de las empresas de distribución, las cuales gestionan la red de distribución. Para acceder a estas redes de distribución se debe pagar una tarifa regulada. Las empresas de distribución también venden energía a tarifa eléctrica.

En el mercado actual existen pocas empresas productoras, por lo que dicho mercado es un mercado oligopólico, en el que esas pocas empresas dominan dicho mercado.

1.1.1 Marco regulador

En lo referente al marco regulador, el sector eléctrico español se rige por el Real Decreto-ley 13/2012, de 30 de marzo. Este decreto incorpora al reglamento provisiones contenidas en la Directiva 2009/72/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 13 de julio de 2009, que requerían una modificación de la Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico.

1.1.2 Introducción al funcionamiento del mercado eléctrico español

El mercado eléctrico se puede definir como el mercado en el que los productores ofertan la cantidad de energía eléctrica que están dispuestos a producir en un futuro cercano dependiendo del precio que vayan a obtener por ella. A su vez, los compradores realizan ofertas de compra y finalmente se alcanza un precio al que será pagada toda la energía, conocido como precio marginal de energía. Con esto se consigue que la generación de energía eléctrica por parte de los productores se iguale a la demanda de los compradores, ya que los generadores solo producirán la energía que los compradores estén dispuestos a consumir. En el mercado "pool" los

productores ofrecen sus ofertas y los consumidores las suyas para cada hora del día siguiente, lo que se denomina "mercado diario".

Aparte del mercado diario, existe el mercado intradiario. Este mercado, como parte del mercado de producción de energía eléctrica, tiene por objeto atender, mediante la presentación de ofertas de venta y adquisición de energía eléctrica por parte de los agentes del mercado, los ajustes sobre el Programa Diario Variable Definitivo.

A continuación se realizará una explicación más detallada del mercado diario que es el considerado en este trabajo.

1.1.2.1 Mercado diario

El principal objetivo del mercado diario español es el de llevar a cabo las transacciones de electricidad para el periodo (horario) del día siguiente en el que se presentan ofertas de venta y adquisición de electricidad por parte de los agentes de mercado.

Las unidades de producción con potencias mayores de 50 MW están obligadas a presentar ofertas en el mercado diario, mientras que las de potencia menor de 50 MW no tienen por qué hacerlo, pudiendo hacerlo cuando estimen oportuno. Los productores de energías renovables y otros productores en régimen especial pueden presentar ofertas al mercado con sus excedentes de energía. Los agentes comerciales no residentes autorizados también pueden presentar ofertas en el mercado diario.

Los compradores en el mercado de producción de electricidad son los comercializadores. Estos compradores realizan ofertas de adquisición en el mercado diario, para lo que tienen que estar registrados en el Registro Administrativo correspondiente.

1.1.2.2 Presentación de ofertas

En el mercado, las ofertas de venta y compra de energía se realizan considerando de 1 a 25 tramos a cada hora. En estos tramos se oferta energía y precio, en los que el precio aumenta a medida que avanzamos de tramo en tramo, mientras que en el caso de las compras decrece.

Los vendedores presentan al operador de mercado una serie de ofertas de venta con una serie de condiciones:

- Condición de indivisibilidad: la cual permite que se fije un valor mínimo de funcionamiento en el primer tramo de cada hora. El valor solo puede

ser dividido por la aplicación de los gradientes de carga declarados por el mismo agente.

- **Condición de ingresos mínimos:** que permite realizar ofertas en todas las horas. La unidad de producción no participa en el resultado de la casación del día si no se obtiene un ingreso superior a una cantidad fija más una remuneración variable por cada kW casado, para el conjunto de su producción en el día.
- **Gradiente de carga:** que es la mínima o máxima diferencia entre la potencia generada al inicio y final de la misma hora.
- **Parada programada:** que permite que en el caso de que la unidad de producción haya sido retirada de la casación por no haber cumplido la condición de ingresos mínimos solicitada, se realice una parada programada con una duración máxima de tres horas.

1.1.2.3 Proceso de casación de ofertas

La casación de las ofertas de venta y compra se electricidad es realizada por el operador de mercado por el método de casación simple o compleja. El método de casación simple obtiene de manera independiente el precio marginal, el volumen de energía que se acepta para cada unidad de producción y adquisición para cada periodo horario. El método de casación compleja se basa en el método de casación simple al que se añaden condiciones de indivisibilidad y gradiente de carga.

A continuación se muestra una curva de oferta y demanda a tiempo real que se corresponde con el 29 de Enero de 2015 [2].

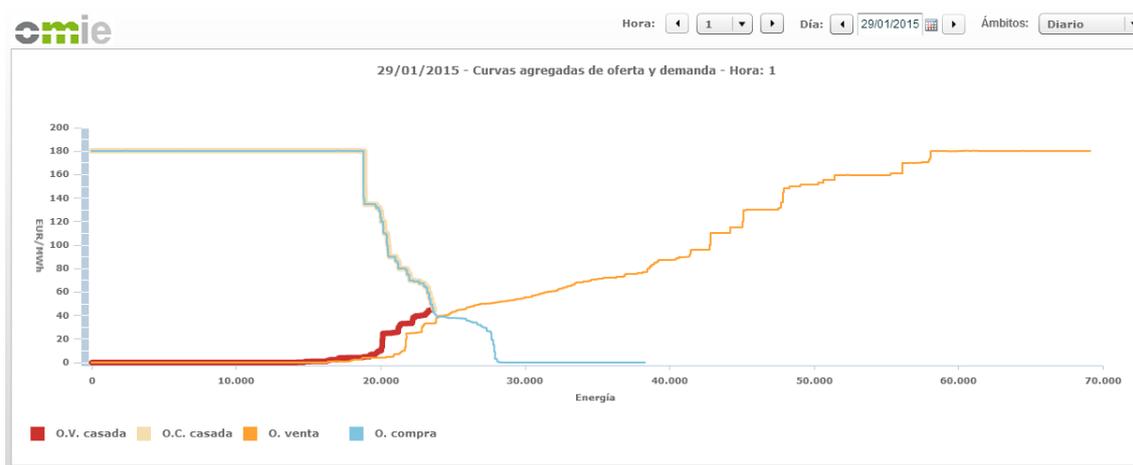


Figura 1.1 Curva de oferta y demanda a tiempo real.

1.2 Modelos para productores eléctricos

Existen diferentes modelos económicos para representar el tipo de competición entre productores en un mercado [4], [5] y [6], entre los que destacamos los siguientes:

a) Productor Cournot: en este caso el precio de la energía eléctrica depende de la cantidad producida por este productor. Este hecho provoca que los productores Cournot tengan un determinado poder de mercado, ya que la cantidad producida por dicho productor puede influir en el precio del mercado.

b) Productor competitivo: la cantidad producida por un productor de este tipo no afecta al precio de mercado. Esta clase de productores aceptan los precios resultantes de la actividad de mercado.

c) Productor con comportamiento basado en variaciones conjeturales: para el caso de estos productores hay que tener en cuenta que la cantidad producida por cada productor depende de la cantidad producida por el resto de productores del mercado eléctrico y además la cantidad aportada por cada uno de los productores afecta al precio de equilibrio de mercado.

Este modelo permite que en el mismo mercado cada productor pueda tener un nivel competitivo diferente (regulado a través del parámetro de reacción δ). El parámetro de reacción de un productor nos indica como varía la producción del mercado con respecto a una variación de su producción. En general este parámetro toma valores entre -1 y 1. Dependiendo del valor de este parámetro el productor puede ser:

- Si $\delta = -1$, se trata de un productor competitivo.
- Si $-1 < \delta < 0$, se trata de un productor en transición entre productor competitivo y productor Cournot.
- Si $\delta = 0$, se trata de un productor Cournot.
- Si $0 < \delta < 1$, se trata de un productor en transición entre productor Cournot y productor de comportamiento tipo cartel.
- Si $\delta \geq 1$, se trata de un productor con modelo de comportamiento tipo cartel. El cartel es un acuerdo entre empresas de un mismo sector para disminuir o eliminar la competencia del mercado al que pertenecen.

1.3 Mercado

Vamos a analizar un mercado donde todos los productores actúan como productores con comportamiento basado en variaciones conjeturales. En este caso habrá varios tipos diferentes de productores dependiendo del valor de su parámetro de reacción (δ) como ya se ha explicado en el apartado anterior. Además, vamos a tener en cuenta que cada uno de los productores va a tener unas restricciones de producción máxima y mínima como es el caso de los productores reales.

1.4 Objetivos y contenido del proyecto

Se pretende analizar un mercado oligopólico de energía eléctrica mediante simulaciones numéricas para productores basados en variaciones conjeturales.

Para mostrar los resultados vamos a representar los valores del precio de equilibrio, las cantidades producidas y los beneficios obtenidos por cada uno de los productores dependiendo del valor del parámetro de reacción (δ) y de las restricciones de cantidad máxima y mínima de cada productor.

La herramienta que utilizaremos para simular el mercado y así poder realizar las representaciones anteriormente nombradas, será el programa de simulación y modelización matemática GAMS y dentro de este utilizaremos el solver PATH.

Una vez hechas las simulaciones procederemos a representarlas y analizarlas para sacar algunas conclusiones.

1.5 Metodología

En este trabajo se pretende analizar el comportamiento de los mercados de energía eléctrica oligopólicos y cómo se comportan los productores dentro de dicho mercado. En este caso los productores serán productores basados en variaciones conjeturales.

Para realizar este trabajo nos hemos basado en el artículo de C. Ruiz, et al. [7], en el cual se desarrollan expresiones analíticas para realizar un estudio del mercado eléctrico en el cual hay varios tipos de productores. En el caso de este trabajo nos vamos a centrar en la simulación de diferentes casos de estudio donde, para considerar un modelo más realista, incorporaremos limitaciones de producción máxima y mínima para todos los productores.

La metodología a seguir es la siguiente:

En primer lugar definimos la función de costes de generación de cada productor, que pueden ser iguales o diferentes entre ellas dependiendo del caso de estudio. También introducimos las limitaciones de capacidad máxima y mínima de cada productor.

En segundo lugar definimos la curva de demanda del mercado.

Posteriormente hallaremos el equilibrio del mercado. Para ello tenemos que resolver, a través de sus condiciones de optimalidad equivalentes, la maximización simultánea de los beneficios de todos los productores eléctricos.

Por tanto, reemplazamos el problema de maximización de cada productor por sus condiciones de optimalidad Karush-Kuhn-Tucker (KKT) correspondientes, y

resolveremos el sistema de ecuaciones no lineales resultante. Una vez obtenido el beneficio máximo de cada productor, podremos calcular también la cantidad de energía producida por cada uno de los productores y el precio de mercado de dicha energía.

El resultado final se corresponde con un equilibrio de mercado, donde la generación total se iguala a la demanda de energía, y además todos los productores maximizan simultáneamente su beneficio.

1.6 Estructura del documento

Este documento consta de 5 apartados, los cuales son introducción (1), modelo (2), método de resolución (3), casos de estudio (4) y conclusiones (5). A continuación se describe la estructura de los apartados 2, 3, 4 y 5.

En el apartado 2 se presentan las ecuaciones utilizadas en el modelado matemático de los productores y se realiza una explicación sobre la forma de resolución del problema.

En el tercer apartado se realiza una breve introducción sobre el programa GAMS y su *solver* PATH. Asimismo se describe en detalle el código usado en GAMS.

En el apartado 4 se muestran los resultados obtenidos al realizar varias simulaciones sobre el mercado eléctrico en el que participan productores basados en variaciones conjeturales. Finalmente se comentan las gráficas que hemos dibujado usando los resultados de las simulaciones.

Para terminar, en el apartado 5 se exponen las conclusiones derivadas de este trabajo.

1.7 Revisión bibliográfica

El modelo Cournot es un modelo económico muy utilizado en microeconomía. Su creador, Agustín Cournot, es considerado como uno de los padres de dicha ciencia. Sobre dicho modelo encontramos mucho material bibliográfico en el área de microeconomía como los manuales de Varian [4], Mas-Colell [5] o Nicholson y Snyder [6].

El modelo de Cournot muestra de manera adecuada como actúan los productores en el mercado eléctrico. Este modelo se utiliza en el análisis de mercados eléctricos y aparece en la bibliografía técnica de estos trabajos. Las referencias [11-25] usan modelos Cournot en mercados eléctricos.

En la Ref. [11] se hace un análisis de las interacciones estratégicas entre productores Cournot y competitivos. En la Ref. [12] describe el equilibrio de Nash en un mercado con restricciones de red teniendo en cuenta que los productores son Cournot y los precios son los de transporte regulado. En la Ref. [13] se utiliza un problema lineal complementario (LCP), con el fin de analizar y caracterizar computacionalmente equilibrios de Cournot para mercados pool o mercados de contratación bilateral. En la Ref. [14] consideramos la planificación de la ampliación de la capacidad de generación usando modelos Cournot para modelar el comportamiento de los productores. La Ref. [15] realiza un estudio numérico para analizar e ilustrar el equilibrio de Cournot en mercados con restricciones de red, en redes pequeñas con pocos productores y consumidores. En la Ref. [16] se realiza un comparación numérica de un enfoque conjetural de la función de suministro con el enfoque clásico de Cournot. En la Ref. [17] se hace una comparación numérica del equilibrio de Cournot y el equilibrio basado en la función de suministro bajo restricciones de transporte. En la Ref. [18] se propone el modelo Nash-Cournot con una red linealizada con arbitraje. En la Ref. [19] tiene lugar la consideración simultánea de varios mercados (contratos bilaterales, pool, etc.), analizados y caracterizados conjuntamente con una estructura Cournot. En la Ref. [20] se hace un análisis del equilibrio del mercado eléctrico para agentes Cournot y propuesta de un enfoque algorítmico para caracterizar dicho equilibrio. En la Ref. [21] se hace la propuesta y caracterización de un modelo de competencia Nash-Cournot, que incluya funciones de demanda lineales discontinuas. En la Ref. [22] vemos un análisis computacional del equilibrio de Cournot dependiente de la inseguridad tanto de la disponibilidad de los productores como de la demanda. En la Ref. [23] se hace un análisis de un mercado eléctrico con agentes Cournot desde un enfoque económico experimental. En las referencias [24] y [25] se proporciona un algoritmo para identificar todos los equilibrios Nash-Cournot con unas hipótesis para simplificar el problema.

En cuanto al modelo de variación conjetural, hemos obtenido información de las referencias [26], [27] y [28]. En la Ref. [26] se muestra que en algunos oligopolios la solución de variación conjetural puede equivaler a una equilibrio dinámico en cantidades de producción. En la Ref. [27] se muestra que el juego clásico de estrategia de oferta en el mercado eléctrico es un caso especial de oferta estratégica considerando variaciones conjeturales. Finalmente, la Ref. [28] presenta un modelo de aprendizaje para productores basado en variaciones conjeturales que mejora las ofertas estratégicas en un mercado eléctrico.

Para completar esta literatura técnica en este trabajo se proporcionan resultados computacionales para el análisis de modelos competitivos, Cournot y de variaciones conjeturales aplicadas a mercados de energía eléctrica a corto plazo. Principalmente se amplían algunos de los resultados aportados en las referencias y se completa el enfoque experimental presentado en la referencia [23].

2 MODELO

En este apartado mostraremos la formulación utilizadas así como su desarrollo para el cálculo de resultados.

Los productores con comportamiento basado en variaciones conjeturales buscan su máximo beneficio y para ello asumen que su producción afecta al precio de equilibrio de mercado y a la producción del resto de rivales.

En primer lugar definimos la función cuadrática (C_i) que determina los costes de producción. Este modelo cuadrático es muy utilizado en la literatura eléctrica y es el siguiente:

$$C_i(q_i) = a_i + b_i \cdot q_i + \frac{1}{2} c_i \cdot q_i^2 \quad (2.1)$$

siendo i el índice para los productores, q_i es la cantidad producida por el productor i y $c_i > 0$ para que el problema sea realista (costes crecientes). Los parámetros a_i y b_i no es necesario que sean positivos, ya que el parámetro que más peso tiene es c_i al ser en del término cuadrático.

Posteriormente definimos la curva precio-demanda, que es decreciente y lineal. El modelo lineal es usado con frecuencia en la literatura eléctrica para aproximar el comportamiento de la demanda. Esta función nos muestra como a medida que sube el precio (P) desciende el consumo eléctrico. Es la siguiente:

$$P = \gamma - \beta \cdot \sum_i q_i \quad (2.2)$$

siendo $\gamma > 0$ y $\beta > 0$ dos parámetros positivos.

Una vez definidas estas ecuaciones pasamos a definir la función beneficio (π_i), que nos muestra los ingresos menos los costes de producción obtenidos al vender la energía eléctrica. Es la siguiente:

$$\pi_i = P(q_i) \cdot q_i - C_i(q_i) \cdot q_i \quad (2.3)$$

Además tenemos las ecuaciones restrictivas de generación máxima y mínima, con lo que el problema de optimización a resolver por cada productor es:

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_i &= P(q_i) \cdot q_i - C_i(q_i) \cdot q_i \\ \text{s.t } q_i^{\min} &\leq q_i \leq q_i^{\max} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Donde q_i^{\min} y q_i^{\max} son los límites máximos y mínimos de producción de cada productor. Es decir, cada productor i maximiza su beneficio respetando los límites de generación, donde la variable de decisión es la cantidad a producir (q_i)

A continuación escribimos la función de Lagrange asociada al problema de optimización anterior, que queda de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = P(q_i) \cdot q_i - \sum_i C_i(q_i) + \lambda_{1_i} \cdot (q_i - q_i^{min}) - \lambda_{2_i} \cdot (q_i^{max} - q_i) \quad (2.5)$$

donde λ_{1_i} y λ_{2_i} son los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de producción máxima y mínima de cada productor respectivamente.

Por tanto, el problema de optimización resuelto por cada productor es equivalente a las siguientes condiciones de optimalidad KKT (Karush-Kuhn_Tucker):

$$\text{KKT1} : q_i - q_i^{min} \geq 0;$$

$$q_i^{max} - q_i \leq 0;$$

$$\text{KKT2} : \lambda_{1_i} \cdot (q_i - q_i^{min}) = 0;$$

$$\lambda_{2_i} \cdot (q_i^{max} - q_i) = 0;$$

$$\lambda_{1_i}, \lambda_{2_i} \geq 0$$

$$\text{KKT3} : \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \frac{\partial P}{\partial q_i} q_i + P(q_i) - b_i - c_i \cdot q_i + \lambda_{1_i} - \lambda_{2_i} = 0; \quad (2.6)$$

Las ecuaciones KKT1 junto con las condiciones no lineales KKT2 son conocidas como condiciones de complementariedad.

Al considerar que estamos resolviendo un problema de variación conjetural, imponemos que la derivada del precio con respecto a la producción de cada generador $\frac{\partial P}{\partial q_i}$ equivale a:

$$\frac{\partial P}{\partial q_i} = -\beta \cdot (1 + \delta_i) \quad (2.7)$$

El parámetro δ_i representa la conjetura que el productor i hace sobre cómo su volumen de producción influye en la producción del resto de productores.

Así que la condición (2.6) quedaría:

$$\text{KKT3} : \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = -\beta \cdot (1 + \delta_i) \cdot q_i + P(q_i) - b_i - c_i \cdot q_i + \lambda_{1_i} - \lambda_{2_i} = 0; \quad (2.8)$$

El equilibrio se obtiene al resolver conjuntamente todas las condiciones de optimalidad para todos los productores i , lo que resulta un sistema de ecuaciones no lineal.

Además, una vez resuelto el modelo, vamos a calcular el beneficio social (SW), que mide, para cada equilibrio de mercado, el grado de beneficio obtenido conjuntamente

por los consumidores y productores. La ecuación para calcular el beneficio social es la siguiente:

$$SW = \gamma \cdot \sum_i q_i - \frac{1}{2} \beta \cdot \sum_i q_i^2 - \sum_i \left(a_i + b_i \cdot q_i + \frac{1}{2} c_i \cdot q_i^2 \right) \quad (2.9)$$

Una vez resuelto el sistema, obtenemos el valor de la cantidad óptima que debe producir cada uno de los productores. A partir de dicho valor calculamos el precio del mercado (2.2), los beneficios (2.3) de cada productor y el beneficio social (2.6).

Finalmente, vamos resolver el sistema de ecuaciones para los distintos valores de δ_i . De esta forma obtendremos un conjunto de resultados que utilizaremos en el apartado 4 para realizar el análisis del mercado.

3 MÉTODO DE RESOLUCIÓN

3.1 Introducción

A continuación se describe el método empleado para resolver el sistema de ecuaciones planteado en el apartado anterior para un mercado donde todos los productores actúan como productores con comportamiento basado en variaciones conjeturales. Para ello nos hemos ayudado del programa GAMS (General Algebraic Modeling System) [8], que es un sistema de modelado de programación matemática que nos permite resolver problemas de optimización tanto lineales como no lineales. El programa GAMS es ideal para resolver sistemas de gran tamaño. En GAMS, mediante su lenguaje de modelización, se pueden escribir genéricamente las formulas del modelo matemático y aplicar diferentes *solvers* para su resolución. Este programa permite que el usuario pueda cambiar las ecuaciones del modelo matemático y las variables del problema rápidamente, con lo que se pueden obtener resultados para las nuevas variables y ecuaciones en un intervalo de tiempo muy pequeño. Otra ventaja de este programa es que dispone de un lenguaje básico y altamente simplificado, por lo que su manejo es sencillo. También muestra los resultados en un formato muy intuitivo.

Dentro de GAMS hemos utilizado el *solver* PATH [9], que sirve para resolver problemas de complementariedad como el considerado en este trabajo. El *solver* PATH está incluido en las librerías estándar de GAMS. PATH es un algoritmo de resolución basado en el método de Newton, que añade algunas mejoras que permiten generalizar su alcance.

3.2 Descripción del código en GAMS

En este apartado se describe el código implementado en el programa GAMS.

En primer lugar declaramos todos los parámetros. También introducimos el número de productores que va a haber en el problema y que viene definido por el índice i . En nuestro caso vamos a tener 6 productores ($e1, e2, e3, e4, e5$ y $e6$).

Damos un valor inicial a todos los parámetros, y si es necesario (en el caso en el que la variable dependa de i) se darán valores para cada uno de los productores.

Primero introducimos los Sets, donde i representa los productores que van de 1 a 6, $iter_delta$ representa las iteraciones hechas variando el valor de δ e $iter_qmax$

representa las iteraciones hechas variando el valor de q_i^{max} (también se puede utilizar para variar el valor de q_i^{min}).

Sets

```
i fabrica i /e1, e2, e3, e4, e5, e6/
iter_delta iteraciones /itd1*itd9/
iter_qmax iteraciones /itq1*itq9/;
alias(i,n);
```

A continuación declaramos los parámetros a_i , b_i , c_i , q_i^{max} , q_i^{min} , γ , β y δ_i y les damos un valor inicial. Los parámetros que dependen de i pueden tomar valores distintos para cada productor.

Parameters

```
a(i) /e1 0
      e2 0.5
      e3 1
      e4 1.5
      e5 2
      e6 2.5/

b(i) /e1 -90
      e2 -85
      e3 -80
      e4 -75
      e5 -70
      e6 -65/

c(i) /e1 0.018
      e2 0.0185
      e3 0.019
      e4 0.0195
      e5 0.02
      e6 0.0205/

qmax(i) /e1 3000
```

```

e2 3000
e3 3000
e4 3000
e5 3000
e6 3000/

qmin(i) /e1 3600
        e2 3600
        e3 0
        e4 3600
        e5 3600
        e6 3600/

gamma /330/

beta /0.013/

d(i) /e1 0
      e2 0
      e3 0
      e4 0
      e5 0
      e6 0/;

```

Una vez hecha la declaración de parámetros, como vamos a ir variando los valores de δ_i , q_i^{max} o q_i^{min} , introducimos unas tablas en las que escribimos los valores de dichos parámetros para cada iteración.

Primero introducimos la tabla en la que iremos variando los valores de δ para cada uno de los productores en cada iteración.

table dd (i,iter_delta)

	itd1	itd2	itd3	itd4	itd5	itd6	itd7	itd8	itd9
e1	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
e2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
e3	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
e4	-0.5	-0.5	-0.5	0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5
e5	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25
e6	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4;

Seguidamente introducimos la tabla en la que iremos variando los valores de q_i^{max} (también sirve para variar los de q_i^{min}) para cada uno de los productores en las distintas iteraciones.

table qqmax (i,iter_qmax)

	itq1	itq2	itq3	itq4	itq5	itq6	itq7	itq8	itq9
e1	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
e2	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
e3	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750	4000
e4	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
e5	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
e6	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500;

También tenemos que declarar las distintas variables de nuestro modelo. Estas variables pueden declararse como estrictamente positivas o pueden ser tanto positivas como negativas.

Variable

q (i) Cantidad producida por i

P Precio

M (i) Beneficio

Qv (i,iter_delta,iter_qmax) Cantidad producida por i

Pv (iter_delta,iter_qmax) Precio

Mv (i,iter_delta,iter_qmax) Beneficio

SW (iter_delta,iter_qmax);

Positive variable

L1 lagrangiano 1 de i

L2 lagrangiano 2 de i;

Seguidamente procedemos a declarar las ecuaciones y a escribir el sistema a resolver, en el que introducimos todas las condiciones de optimalidad (KKT). La ecuación *eq1* representa la función objetivo, la ecuación *eq2* representa la primera restricción que obliga a que la cantidad producida por el productor *i* siempre debe ser mayor que el

valor de q_i^{min} y la ecuación $eq3$ representa la restricción que obliga a que la cantidad producida por el productor i siempre debe ser menor que el valor de q_i^{max} .

Equations

eq1 (i) función objetivo de i

eq2 (i) restricción 1 de i

eq3 (i) restricción 2 de i;

eq1 (i).. $\beta \cdot (1 + d(i)) \cdot q(i) - (\gamma - \beta \cdot \text{sum}(n, q(n))) + (b(i) + c(i) \cdot q(i)) - L1(i) + L2(i) = 0$;

eq2 (i).. $q(i) - q_{min}(i) = 0$;

eq3 (i).. $q_{max}(i) - q(i) = 0$;

A continuación indicamos el modelo (conjunto de ecuaciones a considerar) con el que queremos resolver el sistema anteriormente planteado. Además declaramos dos bucles para ir asignando los distintos valores de la tablas para cada iteración a las variables δ_i , q_i^{max} o q_i^{min} . También escribimos las ecuaciones que nos permiten calcular los valores del precio, beneficio y beneficio social a partir de los valores de la cantidad producida calculado al resolver el sistema anteriormente mostrado. Utilizando la palabra reservada *display* podremos ir viendo en pantalla todos los valores obtenidos al resolver el problema.

Model ejem /eq1, eq2.L1, eq3.L2/;

loop (iter_qmax,

qmax(i)=qqmax(i,iter_qmax)

Loop (iter_delta,

d(i)=dd(i,iter_delta)

Solve ejem using mcp;

P.l = $\gamma - \beta \cdot \text{sum}(i, q.l(i))$;

M.l(i) = $P.l \cdot q.l(i) - (a(i) + b(i) \cdot q.l(i) + 0.5 \cdot c(i) \cdot q.l(i) \cdot q.l(i))$;

qv.l(i,iter_delta,iter_qmax)=q.l(i);

Mv.l(i,iter_delta,iter_qmax)=M.l(i);

Pv.l(iter_delta,iter_qmax)=P.l;

SW.l(iter_delta,iter_qmax)= $\gamma \cdot \text{sum}(i, q.l(i)) - \beta \cdot 0.5 \cdot \text{sum}(i, q.l(i)) \cdot \text{sum}(i, q.l(i)) - \text{sum}(i, a(i) + b(i) \cdot q.l(i) + 0.5 \cdot c(i) \cdot q.l(i) \cdot q.l(i))$;

););

display qv.l,Mv.l,Pv.l;

Para terminar, como necesitamos los valores obtenidos anteriormente, creamos un archivo `.txt` que luego utilizaremos para generar los diferentes gráficos que se mostrarán en el siguiente apartado. En este documento `.txt` quedarán guardados todos los valores obtenidos sobre la cantidad producida por cada productor, precio, beneficio social y beneficio de cada productor para cada una de las iteraciones en las que se irán variando la cantidad máxima o mínima de producción y el parámetro de reacción (δ).

```

file out /ejercicio.txt/;
put out;
put "valores_P";
put " ";
loop(iter_qmax, put iter_qmax.tl:12);
put//;
    loop(iter_delta, put iter_delta.tl:2;
        loop(iter_qmax,
            put$(Pv.l(iter_delta, iter_qmax)ne 0)
            Pv.l(iter_delta, iter_qmax):12:3;
            put$(Pv.l(iter_delta, iter_qmax)eq 0) " ";
        );
    put //;
);
put "valores_SW";
put " ";
loop(iter_qmax, put iter_qmax.tl:12);
put//;
    loop(iter_delta, put iter_delta.tl:2;
        loop(iter_qmax,
            put$(SW.l(iter_delta, iter_qmax)ne 0)
            SW.l(iter_delta, iter_qmax):12:3;
            put$(SW.l(iter_delta, iter_qmax)eq 0) " ";
        );
    put //;
);
put "valores_q ";
put " ";
loop(iter_qmax, put iter_qmax.tl:12);
put//;
    loop(iter_delta, put iter_delta.tl:2;
        loop(iter_qmax,

```

```
                put$(qv.l('E3',iter_delta,iter_qmax)ne 0)
                    qv.l('E3',iter_delta,iter_qmax):12:3;
                put$(qv.l('E3',iter_delta,iter_qmax)eq 0)" ";
);
put //;
);
put "valores_M ";
put " ";
loop(iter_qmax, put iter_qmax.tl:12);
put//;
    loop(iter_delta,put iter_delta.tl:2;
        loop(iter_qmax,
            put$(Mv.l('E3',iter_delta,iter_qmax)ne 0)
                Mv.l('E3',iter_delta,iter_qmax):12:3;
            put$(Mv.l('E3',iter_delta,iter_qmax)eq 0)" ";
        );
    put//;
);
```

4 CASOS DE ESTUDIO

En este apartado vamos a comentar los resultados obtenidos con el programa GAMS para diferentes casos de estudio dependiendo de los distintos parámetros que intervienen en el problema.

Para todos los casos de estudio se han considerado seis productores. Los parámetros del modelo se ajustan basándose en el mercado eléctrico español [10] y tienen los siguientes valores: $a = 0$ €, $b = -90$ €/MWh, $c = 0.018$ €/MWh², $\gamma = 330$ €/MWh y $\beta = 0.013$ €/MWh². Estos valores de a , b y c no tienen subíndice i ya que inicialmente asumimos que estos parámetros son iguales para todos los productores.

4.1 Caso homogéneo A

En este caso vamos a considerar que los parámetros de la función de los costes de producción son iguales para todos los productores ($a = 0$ €, $b = -90$ €/MWh y $c = 0.018$ €/MWh²). El parámetro de reacción (δ) lo iremos variando en cada iteración, que irá desde -1 a 1 en intervalos de 0.25. El valor de δ será el mismo para todos los productores.

Solo estudiaremos los resultados del mercado para un productor, ya que en este caso todos son iguales (mismos parámetros de costes y de reacción)

4.1.1 Impacto de la capacidad máxima

Para realizar el estudio de este caso se han dado valores a q_i^{max} entre 2000 y 4000 MWh en intervalos de 250 MWh, y q_i^{min} no tiene restricción (igual a cero).

4.1.1.1 Cantidad

En la Figura 4.1 se representa como varía la cantidad producida frente a la variación tanto del valor de la restricción de producción máxima y del parámetro δ . La zona más interesante de estudio se encuentra cuando $q_i^{max} > 3500$ MWh, zona donde el productor es menos competitivo (mayores valores del parámetro δ), en donde vemos que el productor no llega a producir a cantidad máxima. En el resto de la gráfica, la cantidad producida crece a medida que aumenta la capacidad máxima.

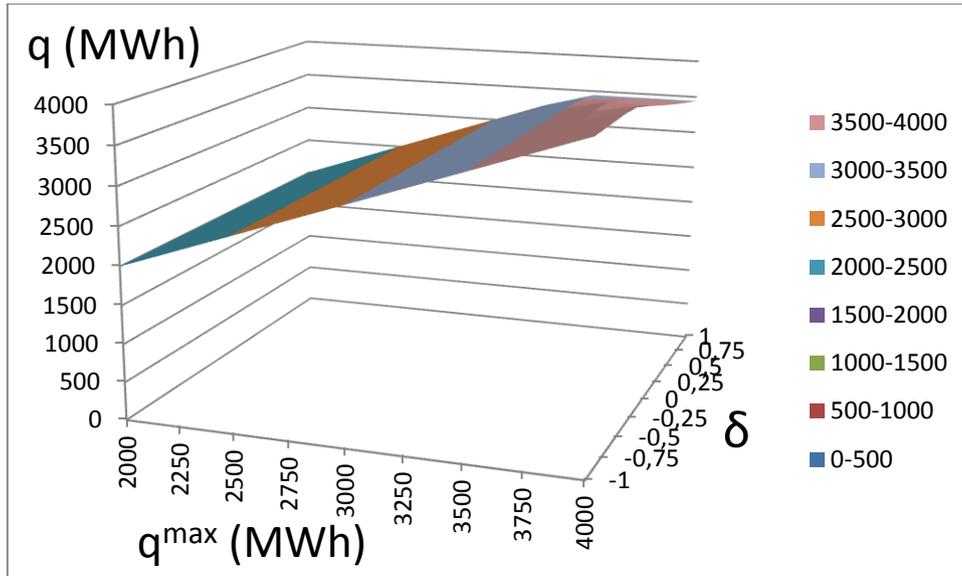


Figura 4.1 Cantidad producida frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.1.2 Precio

En la Figura 4.2 se representa como varía el precio frente a la variación tanto del valor de la restricción de producción máxima y del parámetro δ . En la figura se observa que a medida que aumentamos el valor de q_i^{\max} disminuye el precio por MWh. También se puede ver que cuando el productor no produce a q_i^{\max} (cuando $q_i^{\max} > 3500$ MWh), cuanto menos competitivo es el productor, menor es la producción y por tanto los precios son mayores que cuando es competitivo.

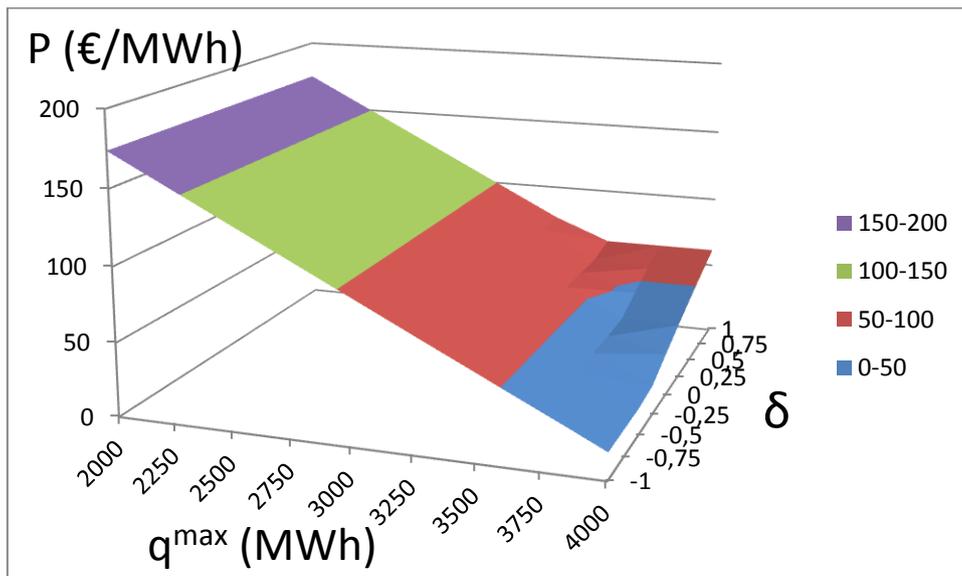


Figura 4.2 Precio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.1.3 Beneficio social

En la Figura 4.3 se representa como varía la cantidad producida frente a la variación del valor de la restricción de producción máxima y del parámetro δ . Se aprecia que a medida que aumenta el valor de q_i^{max} , también aumenta el valor del beneficio social. Al igual que en el caso del precio la zona más interesante de estudio se encuentra en la zona donde $q_i^{max} > 3500$ MWh donde podemos observar que a medida que el productor es más competitivo el beneficio social es mayor. El beneficio social no depende de cada productor, depende de todos en común.

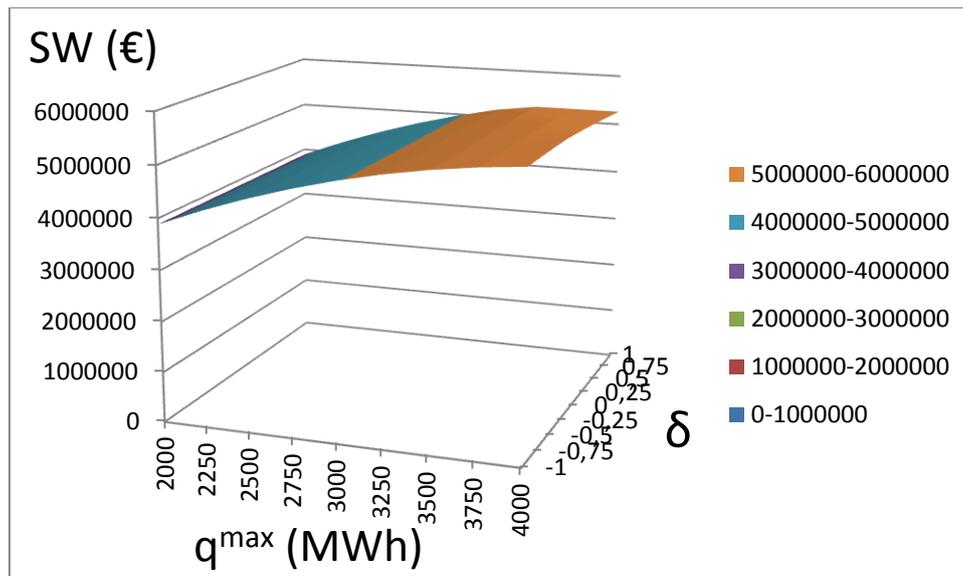


Figura 4.3 Beneficio social frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.1.4 Beneficio

En la Figura 4.4 se representa como varía el beneficio del productor frente a la variación del valor de la restricción de producción máxima y del parámetro δ . Vemos que el beneficio disminuye a medida que el productor tiene una capacidad mayor de producir. Al igual que en el resto de gráficas de este caso, la zona de mayor interés se encuentra donde $q_i^{max} > 3500$ MWh, donde el beneficio es mayor a medida que el productor se hace menos competitivo, debido al aumento de los precios que se ha descrito para la Figura 4.1.

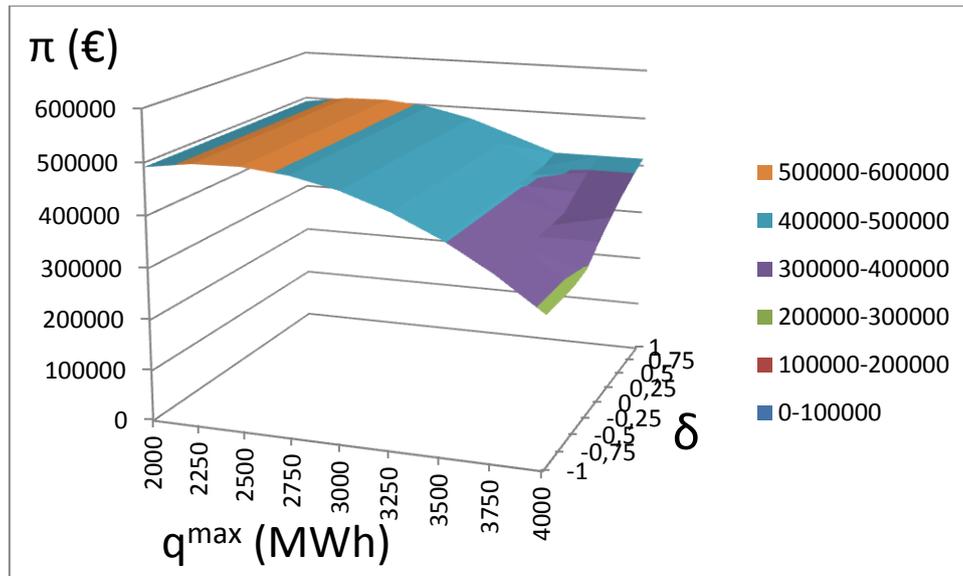


Figura 4.4 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

Algunas conclusiones obtenidas en este apartado son que cuanto más ajustadas son las restricciones de capacidad máxima, se perjudica en mayor medida al beneficio social debido a que se produce menos y aumentan los precios. Se puede ver que en general, invertir en instalar nuevas centrales para aumentar la capacidad máxima de producción, afecta positivamente al beneficio social. Sin embargo, este efecto es menos notable cuanto menos competitivo es el mercado.

4.1.2 Impacto de la capacidad mínima

En este caso se han considerado valores de q_i^{min} entre 2000 y 4000 MWh en intervalos de 250 MWh, y q_i^{max} no tiene restricción (límite muy alto).

4.1.2.1 Cantidad

En la Figura 4.5 vemos que los productores competitivos producen siempre cantidades mayores que q_i^{min} . Los de tipo cartel en un principio producen igual pero cantidades algo menores hasta que $q_i^{min} > 3500$ MWh a partir de donde comienzan a producir la cantidad mínima posible.

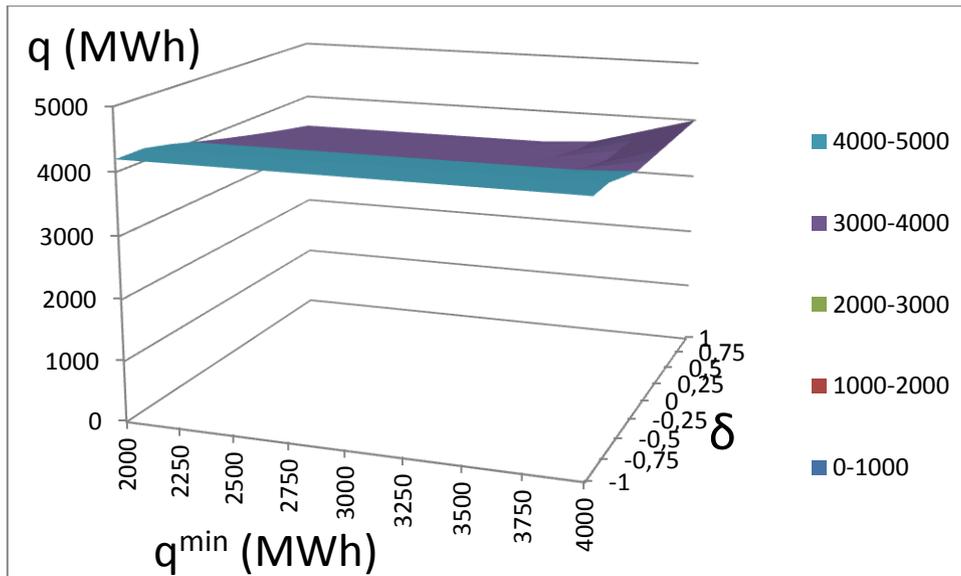


Figura 4.5 Cantidad producida frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.2.2 Precio

En la Figura 4.6 se ve que el precio por MWh disminuye linealmente cuanto más competitivo es el productor. La zona más especial de esta gráfica se encuentra en la parte derecha, en la que $q_i^{min} > 3250$ MWh, donde disminuye la producción de los productores que tienen comportamiento tipo cartel donde producen a capacidad mínima, como vimos en el apartado anterior. También vemos que en la zona donde la producción ha sido menor, los precios son más altos.

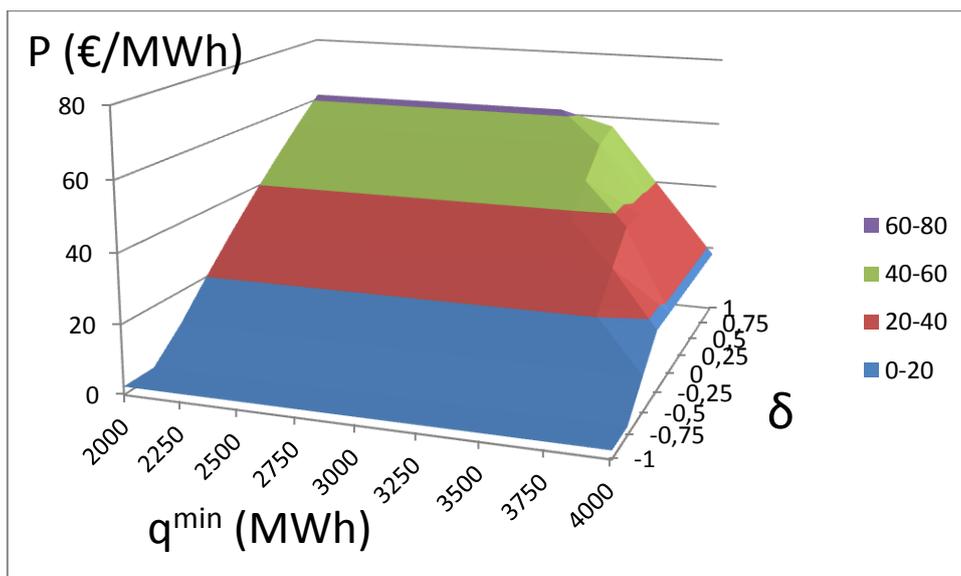


Figura 4.6 Precio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.2.3 Beneficio social

En la Figura 4.7 se observa que lógicamente el beneficio social aumenta cuanto más competitivo es el productor. También crece en la zona donde es menos competitivo cuando los precios de estos productores bajan. En lo que se refiere a cómo afecta q_i^{min} vemos que para cada valor de δ el valor de SW no varía hasta que llegamos a un valor de $q_i^{min} > 3500$ MWh, donde observamos que para el caso en que los productores son menos competitivos el valor de SW aumenta, pero su valor sigue siendo menor que para un productor competitivo.

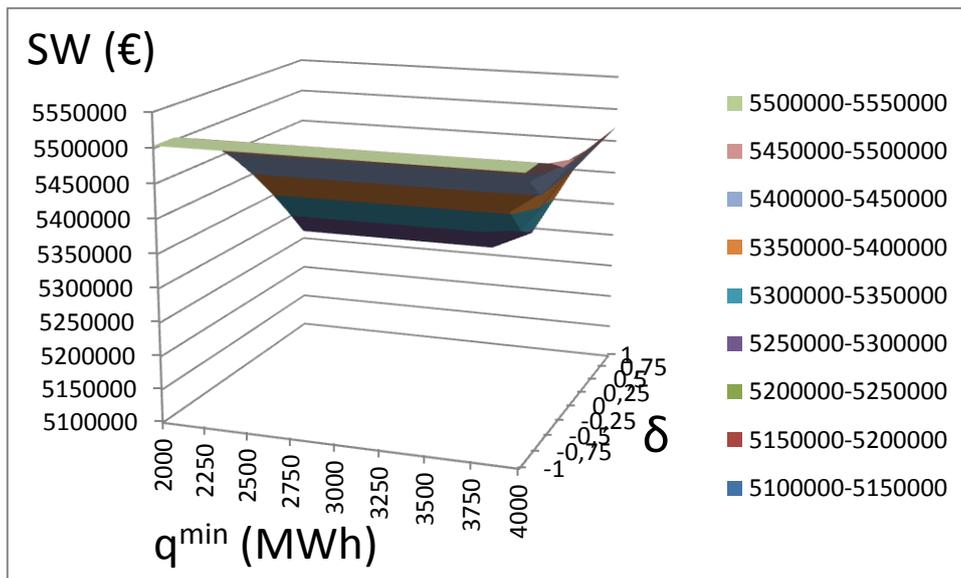


Figura 4.7 Beneficio social frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

4.1.2.4 Beneficio

En este caso la Figura 4.8 del beneficio se comporta prácticamente igual que la gráfica de los precios, ya que dichas variables están muy relacionadas, es decir, cuanto mayor son los precios mayores son los beneficios.

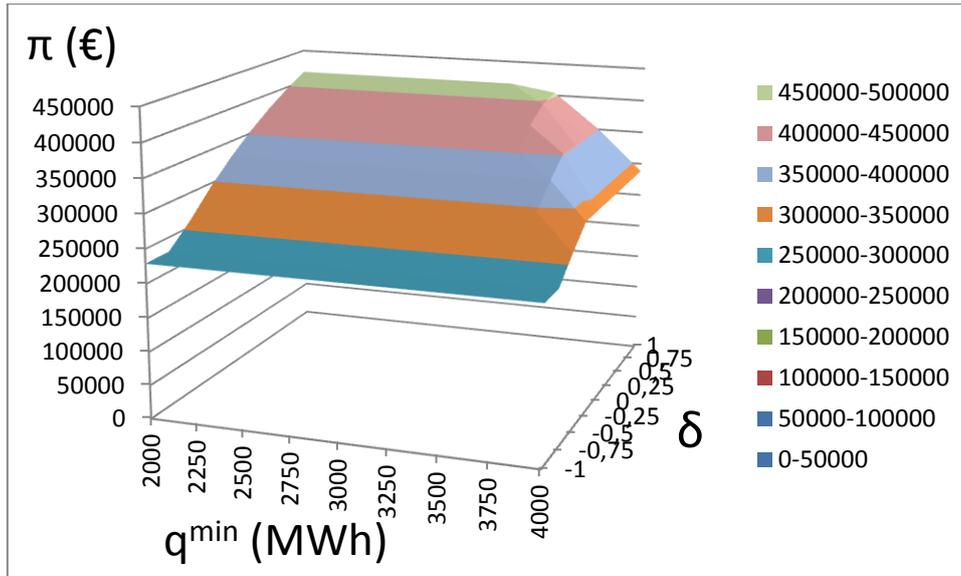


Figura 4.8 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso homogéneo A.

De este apartado podemos obtener algunas conclusiones, como por ejemplo la restricción de capacidad mínima provoca un aumento del beneficio social (sobre todo cuando el productor es menos competitivo) debido a que los productores se ven obligados a producir más y por tanto disminuyen los precios. Este efecto se podría conseguir si los diferentes productores estuviesen obligados a producir una cantidad mínima fija que hiciese que el precio de la energía eléctrica bajase.

4.1.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima

En este caso imponemos simultáneamente las restricciones de q_i^{min} y q_i^{max} que toman valores fijos para todos los productores de 3600 y 4000 MWh respectivamente.

4.1.3.1 Cantidad

En la Figura 4.9 se representa como varía la cantidad producida frente a la variación del parámetro δ , fijando los valores de q_i^{max} y q_i^{min} . Vemos en la Figura 4.9 que cuando el productor es más competitivo, produce a su q_i^{max} posible, mientras que si el productor es de tipo cartel produce a su q_i^{min} posible. La cantidad producida disminuye a medida que aumenta el valor de δ .

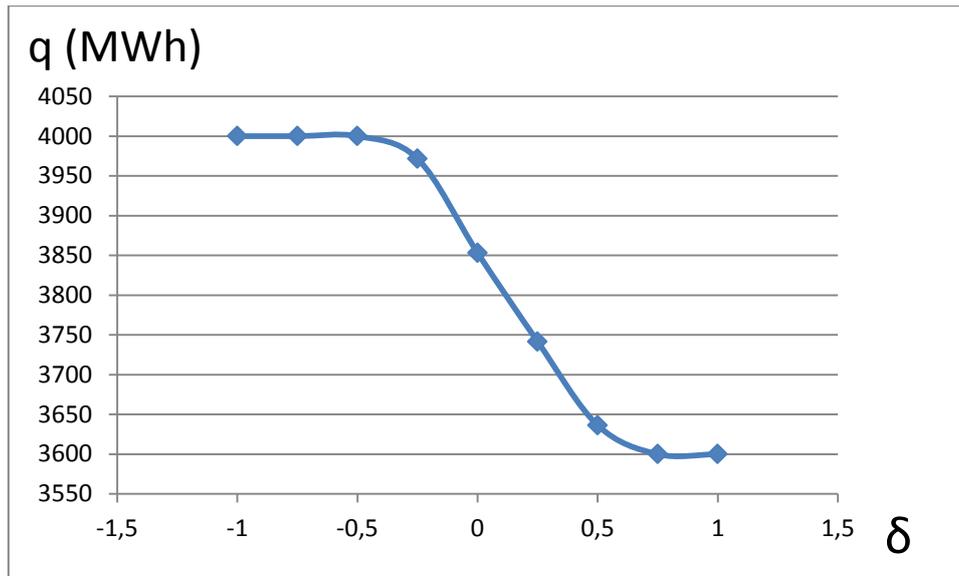


Figura 4.9 Cantidad producida frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.1.3.2 Precio

En la Figura 4.10 se representa como varía el precio cuando varía el parámetro δ , tomando q_i^{max} y q_i^{min} valores fijos. Observamos que en la Figura 4.10, en la zona donde el productor produce a cantidad q_i^{max} y es competitivo alcanza el valor mínimo del precio por MWh, mientras que cuando produce a q_i^{min} y es de tipo cartel alcanza el valor máximo del precio. Como se observa el precio aumenta a medida que los productores se hacen menos competitivos.

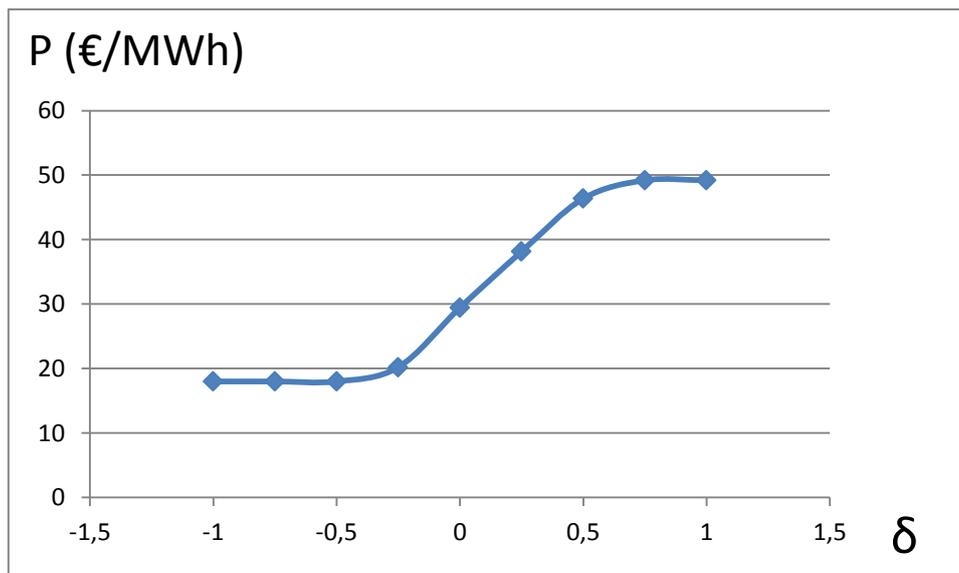


Figura 4.10 Precio frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.1.3.3 Beneficio social

En la Figura 4.11 se representa el beneficio social frente al parámetro δ , mientras que los valores de q_i^{max} y q_i^{min} permanecen fijos. El beneficio social se comporta de la misma manera que las cantidades producidas. Cuando el productor es más competitivo el beneficio social es máximo, mientras que cuando es de tipo cartel el beneficio social es mínimo. Los valores máximo y mínimo del beneficio social se encuentran limitados debido a que, como se ve en la Figura 4.9, la cantidad producida máxima y mínima también se encuentra limitada.

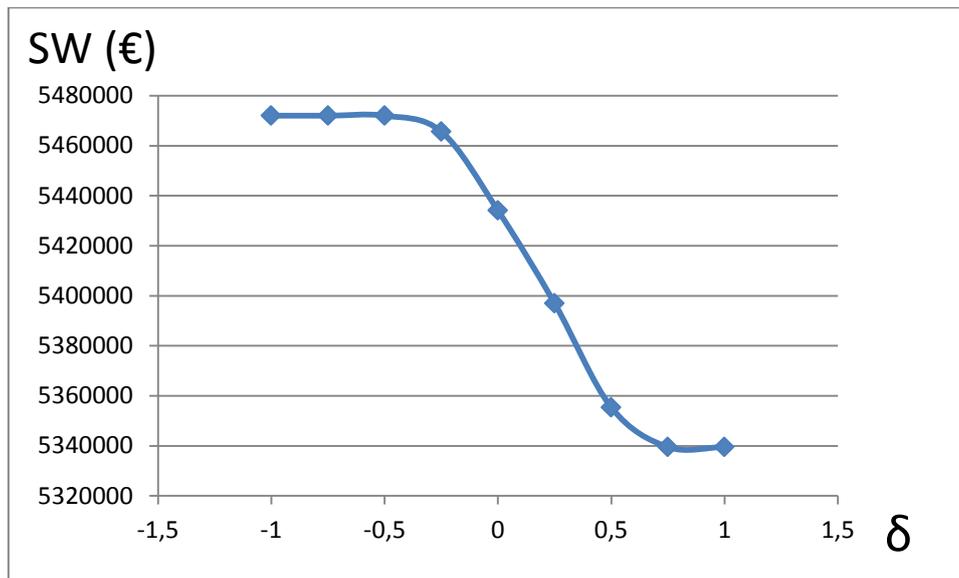


Figura 4.11 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.1.3.4 Beneficio

La Figura 4.12 representa como varía el beneficio frente al parámetro δ , permaneciendo los valores de q_i^{max} y q_i^{min} fijos. El beneficio se comporta de la misma manera que los precios. Cuando el productor es competitivo y produce a capacidad máxima sus precios son menores y por tanto el beneficio es menor. Por el contrario cuando el productor es de tipo cartel produce a capacidad mínima y los precios aumentan, lo que provoca que el beneficio sea mayor.

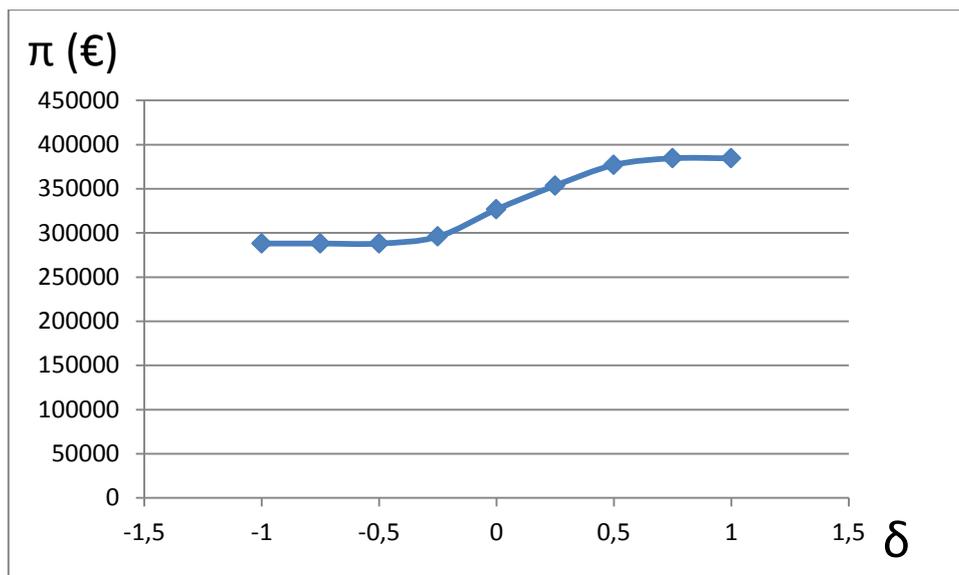


Figura 4.12 Beneficio frente al parámetro δ para el caso homogéneo A con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

La principal conclusión que se puede obtener en este apartado es que al limitar tanto la capacidad máxima de producción como la capacidad mínima, podemos limitar los precios, el beneficio social y el beneficio.

4.2 Caso homogéneo B

En este caso consideramos que los parámetros de la función de los costes de producción van a ser diferentes entre productores pero con valores próximos, quedando de la siguiente manera:

	Prod. 1	Prod. 2	Prod. 3	Prod. 4	Prod. 5	Prod. 6
a (€)	0	0.5	1	1.5	2	2.5
b (€/MWh)	-90	-85	-80	-75	-70	-65
c (€/MWh ²)	0.018	0.0185	0.019	0.0195	0.020	0.0205

Los valores de γ y β permanecen constantes e iguales a 330 €/MWh y 0.013 €/MWh² respectivamente.

El parámetro δ se comportará de la misma manera que el caso homogéneo A

En esta sección vamos a estudiar los resultados del mercado para dos productores: productor 1 (el más barato) y el productor 6 (el más caro). Estos productores se diferencian en los valores de los parámetros a , b y c de la función que determina los costes de producción, que se muestran en la tabla anterior.

4.2.1 Impacto de la capacidad máxima

Solo vamos a estudiar el caso del beneficio porque es el único caso que difiere del caso homogéneo A, ya que los demás resultados del mercado se comportan de manera similar. Para realizar el estudio de este caso se han dado valores a q_i^{max} entre 2000 y 4000 MWh en intervalos de 250 MWh, y q_i^{min} no tiene restricción (igual a cero).

4.2.1.1 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)

Como vemos en la Figura 4.13 y Figura 4.14, el beneficio que obtiene el productor 1 (barato) es siempre menor que el obtenido por el productor 6 (caro). También apreciamos que en ambos productores, a medida que aumenta q_i^{max} disminuye el beneficio y también que cuanto más competitivo es el productor, menor es su beneficio.

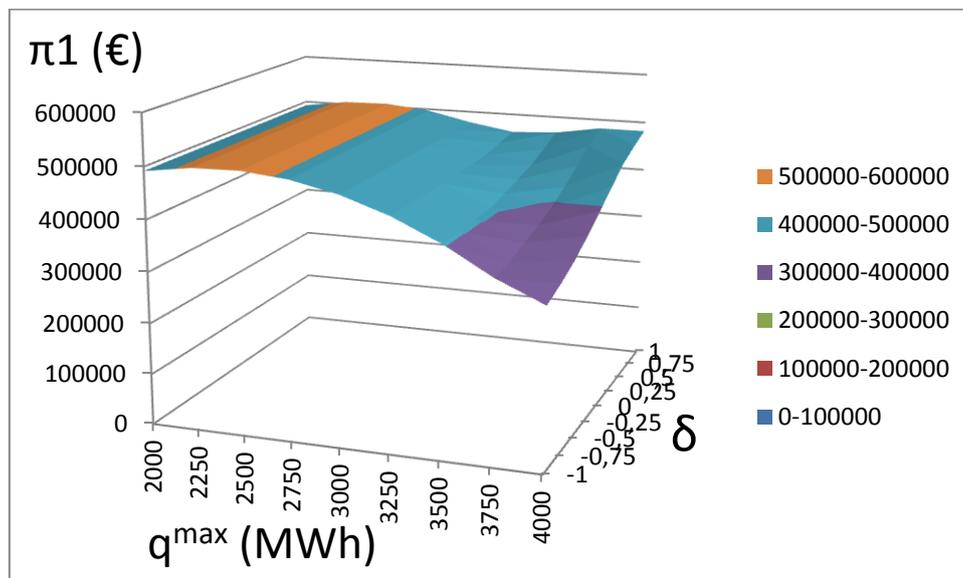


Figura 4.13 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el productor 1 del caso homogéneo B.

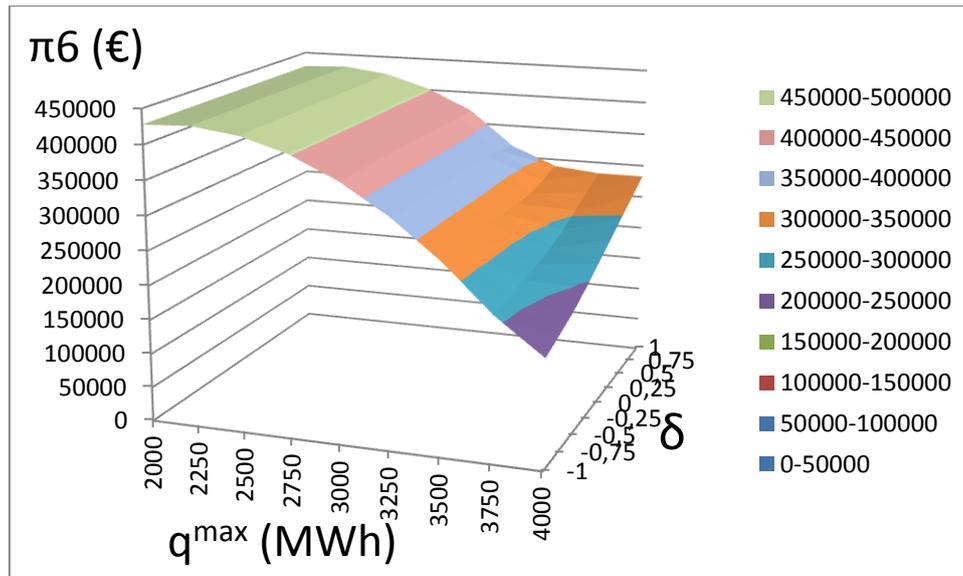


Figura 4.14 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el productor 6 del caso homogéneo B.

4.2.2 Impacto de la capacidad mínima

Al igual que en el caso 4.2.1 también vamos a estudiar solo el beneficio del productor 1 y del 6. Para realizar el estudio de este caso se han dado valores a q_i^{\min} entre 2000 y 4000 MWh en intervalos de 250 MWh, y q_i^{\max} no tiene restricción.

4.2.2.1 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)

En las Figuras 4.15 y 4.16, al igual que en el caso del impacto de q_i^{\max} , el beneficio es siempre mayor para el productor barato. También disminuye el beneficio a medida que aumentamos q_i^{\min} y cuantos menos competitivo es el productor, mayor es su beneficio.

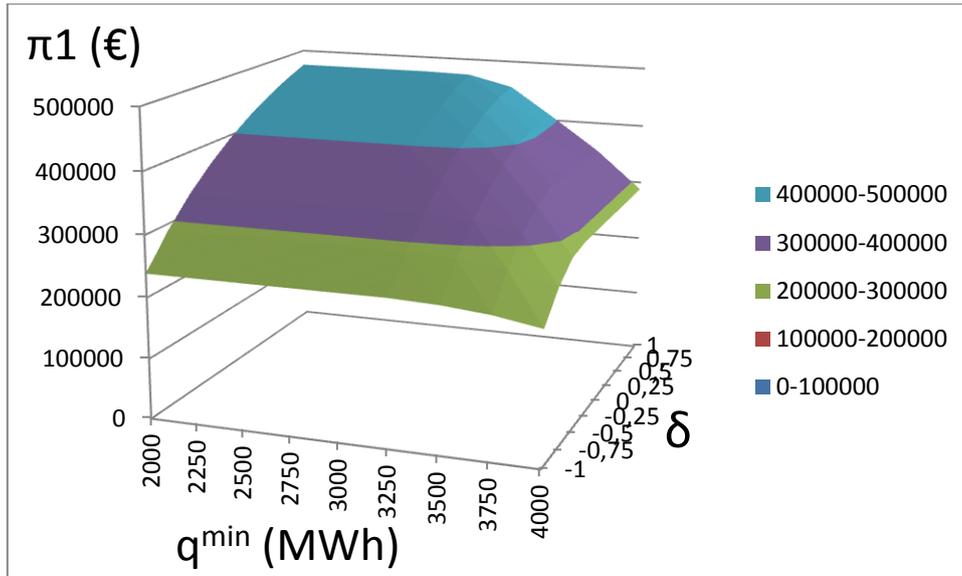


Figura 4.15 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el productor 1 del caso homogéneo B.

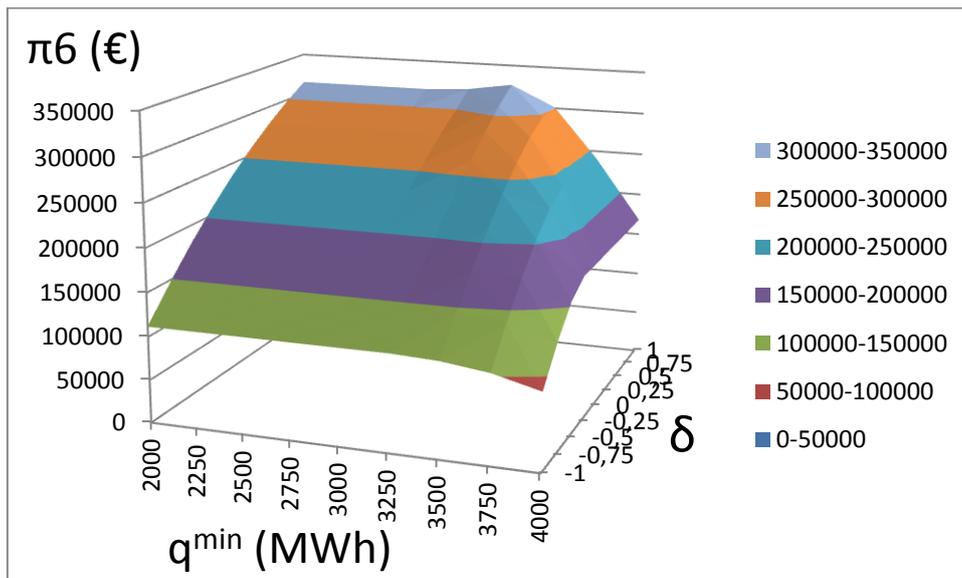


Figura 4.16 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el productor 6 del caso homogéneo B.

4.2.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima

En este caso imponemos que $q_i^{\max} = 4500$ MWh y $q_i^{\min} = 3600$ MWh para todos los productores

4.2.3.1 Cantidad productor 1 (barato) vs cantidad productor 6 (caro)

En las siguientes gráficas, Figuras 4.17 y 4.18, se observa que cuando el productor 1 (barato) es competitivo, alcanza el máximo en su producción permitida (q_i^{max}), mientras que en el caso de productor tipo cartel alcanza su producción mínima (q_i^{min}), debido a que al tener menores costes tiene mayor capacidad de maniobra para subir o bajar su producción.

Por el contrario se observa que el productor 6 (caro), para los mismos valores de q_i^{max} y q_i^{min} , siempre produce al valor mínimo. Esto se debe a que al tener unos costes de producción mayores produce a su capacidad mínima para reducirlos y por tanto maximizar su beneficio.

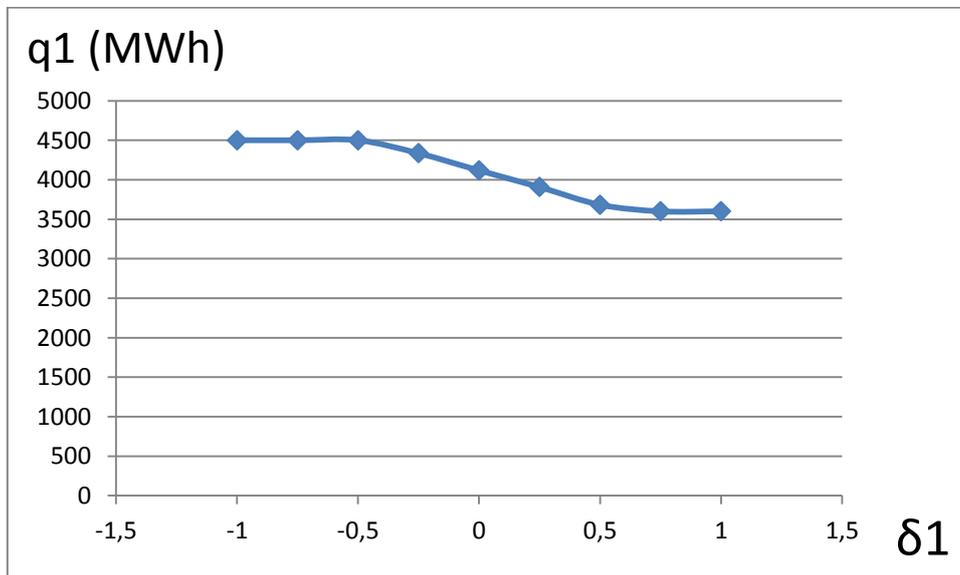


Figura 4.17 Cantidad producida por el productor 1 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

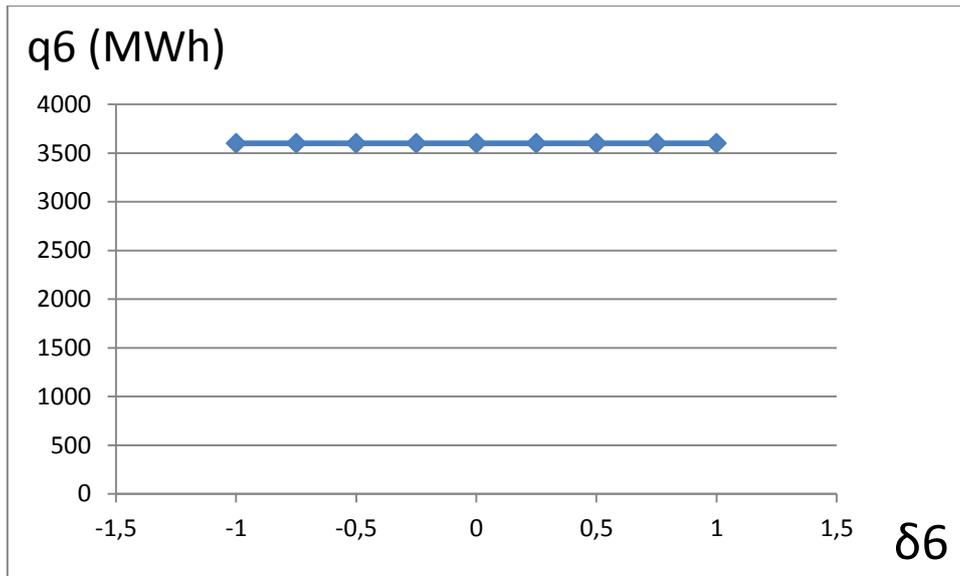


Figura 4.18 Cantidad producida por el productor 6 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.2.3.2 Precio

La variación del precio con respecto a δ se representa en la Figura 4.19. Vemos que, al igual que en el caso Homogéneo A, cuando alcanzan todos los productores su producción mínima el precio se maximiza. En este caso lo interesante es que el precio no se ha estabilizado en un mínimo, lo que es debido a que todos los productores no han alcanzado la producción máxima (q_i^{max}).

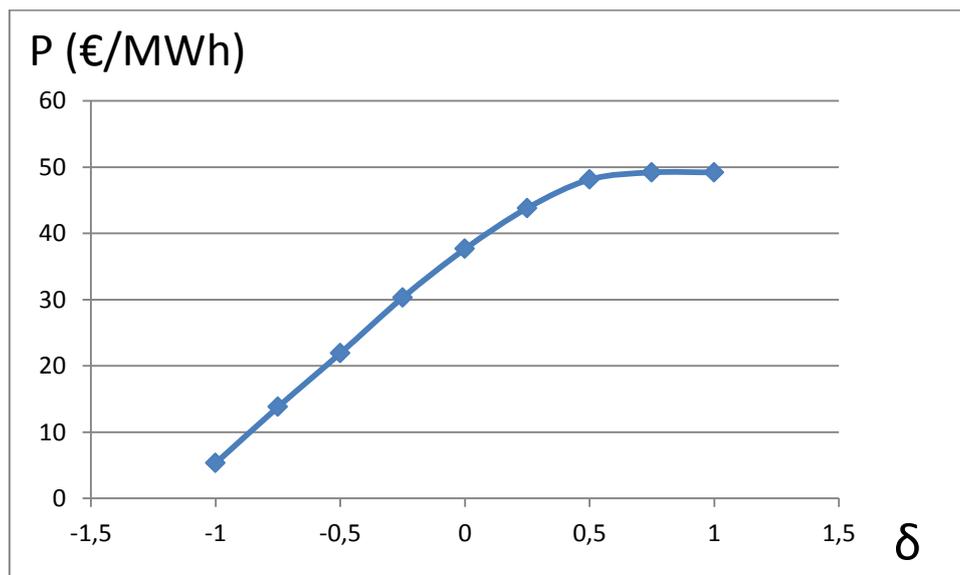


Figura 4.19 Precio frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.2.3.3 Beneficio social

En la Figura 4.20 se observa que el mínimo se ha estabilizado cuando la producción es mínima y cuando el productor es menos competitivo, lo que es normal, porque cuanto menos competitivo es un productor menor es la utilidad que obtienen los consumidores. También vemos que en la zona más competitiva no está muy estabilizada por la misma causa que en el caso del precio, es decir, todos los productores no han alcanzado el valor de la producción máxima.

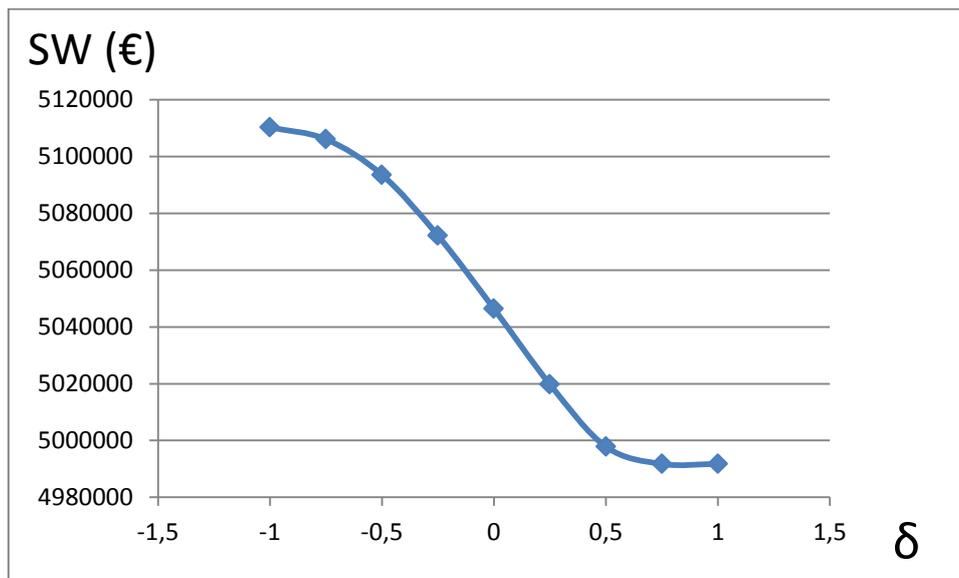


Figura 4.20 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.2.3.4 Beneficio productor 1 (barato) vs beneficio productor 6 (caro)

En las Figuras 4.21 y 4.22 vemos que el beneficio del productor 1 (barato) es siempre mayor que el del productor 6 (caro) puesto que produce mayores cantidades a menor coste. El beneficio es mayor a medida que el productor se hace menos competitivo.

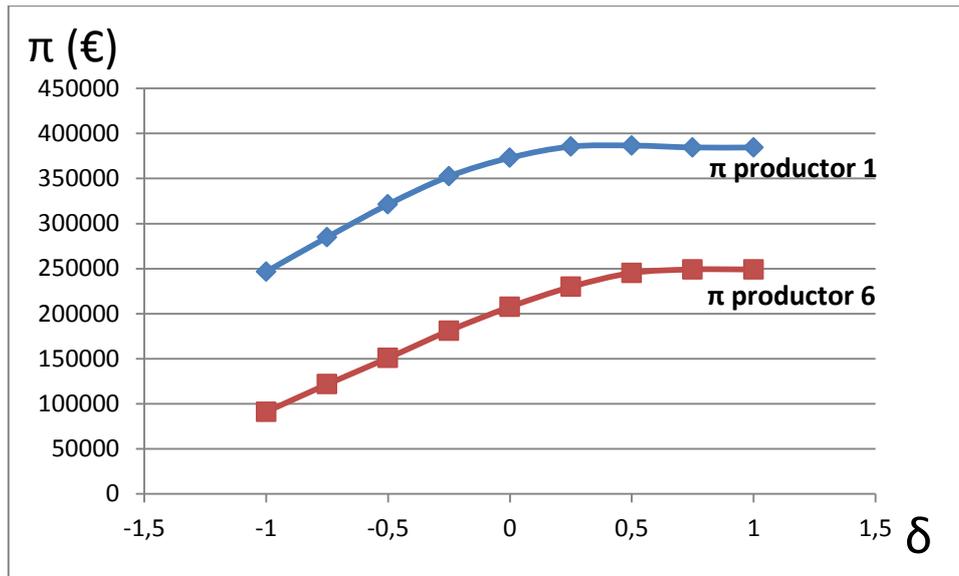


Figura 4.21 Beneficio de los productores 1 y 6 frente al parámetro δ para el caso homogéneo B con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

La conclusión que podemos obtener de este apartado es que cuando productores con distinta función de costes tienen limitadas la capacidad máxima y mínima de producción, los más baratos pueden variar su producción de la máxima a la mínima, mientras que los más caros se pueden ver obligados a producir siempre a capacidad mínima para minimizar sus costes de producción. También observamos que tanto el precio como el beneficio están limitados al máximo mientras que el mínimo no está limitado, y esto se debe a que algunos productores no alcanzan la capacidad máxima de producción.

4.3 Caso heterogéneo

En este último caso los parámetros a , b y c permanecen con los mismos valores para cada productor que en el caso homogéneo B.

A diferencia que en el caso homogéneo B, δ permanecerá constante para todos los productores menos para el productor 3 (será el que se estudie), que irá variando en cada iteración. En concreto:

	Productor 1	Productor 2	Productor 4	Productor 5	Productor 6
δ	0.3	1	-0.5	-0.25	0.4

Los valores de γ y β permanecen constantes e iguales a 330 €/MWh y 0.013 €/MWh² respectivamente.

4.3.1 Impacto de la capacidad máxima

En este caso todos los productores, excepto el productor 3 (productor estudiado), tendrán capacidad máxima de producción $q_i^{max} = 4500$ MWh y una capacidad mínima de producción $q_i^{min} = 3500$ MWh. El productor 3 variará su capacidad máxima desde 2000 a 4000 MWh en intervalos de 250 MWh para cada iteración y no tendrá límite de producción mínima.

4.3.1.1 Cantidad

En la siguiente gráfica, la Figura 4.22, se representa la producción del productor 3 frente a las variaciones en los valores de δ y de la capacidad máxima de producción, se observa que cuando el productor es competitivo siempre produce a capacidad máxima (q_3^{max}), mientras que cuando el productor tiende a ser de tipo cartel, su producción no llega al máximo, ya que se ha estabilizado y siempre producirá esa cantidad (producción óptima) aunque siga aumentando el valor de la restricción de capacidad máxima.

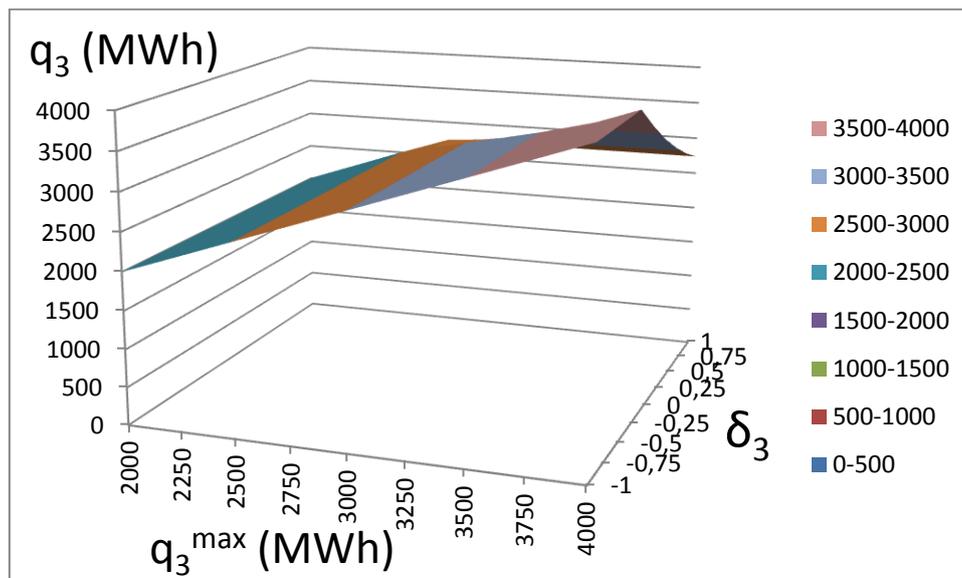


Figura 4.22 Cantidad producida frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.1.2 Precio

En la Figura 4.23 vemos que el precio del mercado disminuye a medida que aumenta la capacidad máxima de producción. También es menor cuanto más competitivo es el productor, ya que su producción es mayor (como ya hemos visto en la figura 4.22). Al igual que en el caso de la producción, vemos que en la zona de productores de tipo cartel el precio también se estabiliza cuando la producción se ha estabilizado debido a que ha alcanzado su producción óptima.

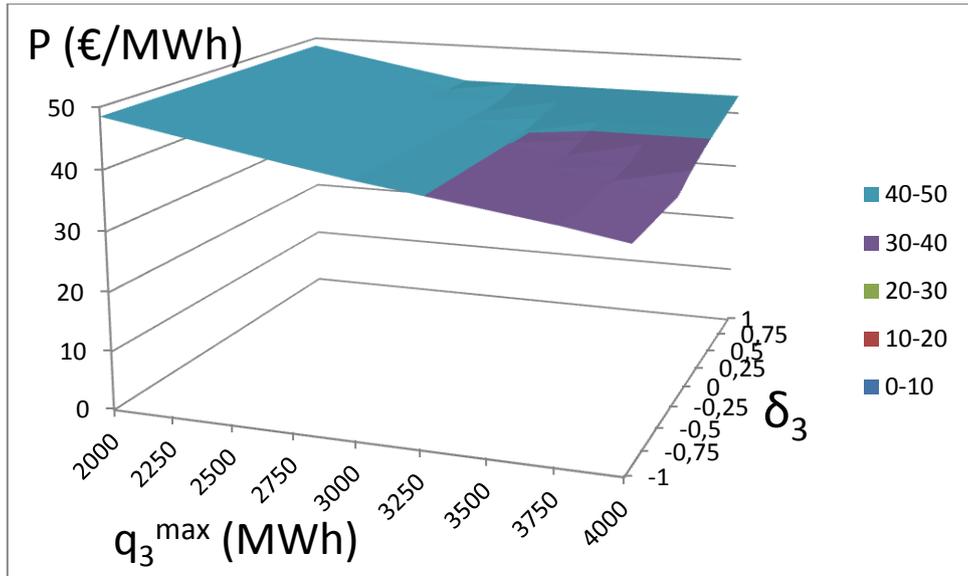


Figura 4.23 Precio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.1.3 Beneficio social

En el caso del beneficio social, en la Figura 4.24, vemos que ocurre algo parecido al caso de la producción, aumenta a medida que aumenta la capacidad máxima de producción mientras disminuye cuantos menos competitivo se vuelve el productor.

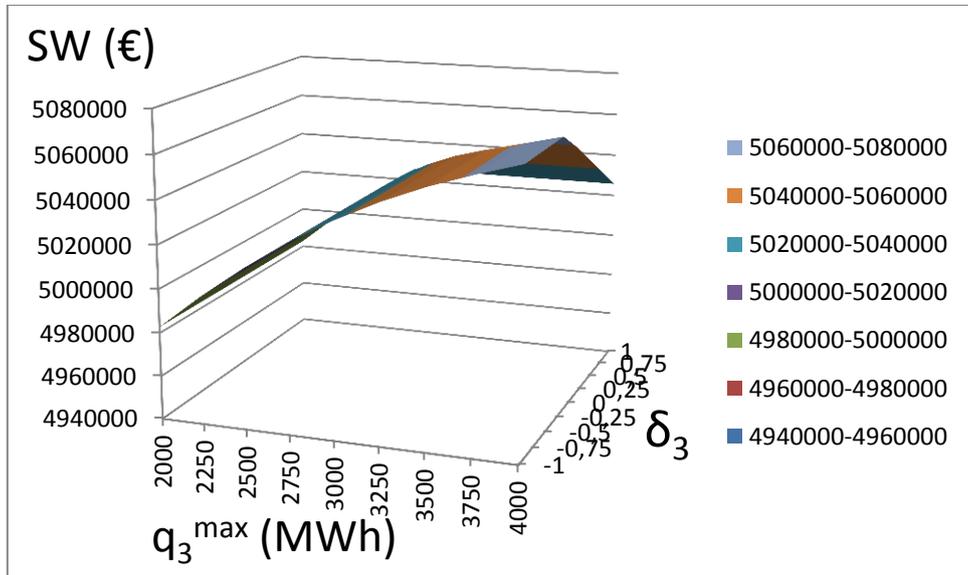


Figura 4.24 Beneficio social frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.1.4 Beneficio

En la Figura 4.25, en lo referente al beneficio, vemos que aumenta a medida que aumenta la capacidad máxima de producción. Este caso es especial porque a diferencia que en el caso Homogéneo A y el caso Homogéneo B el beneficio es mayor a medida que el productor es más competitivo, que es lo contrario que ocurría en los anteriores casos. Así vemos que para un productor no es siempre óptimo comportarse como un productor tipo cartel. Estos resultados están en la línea de los obtenidos en la Ref. [7].

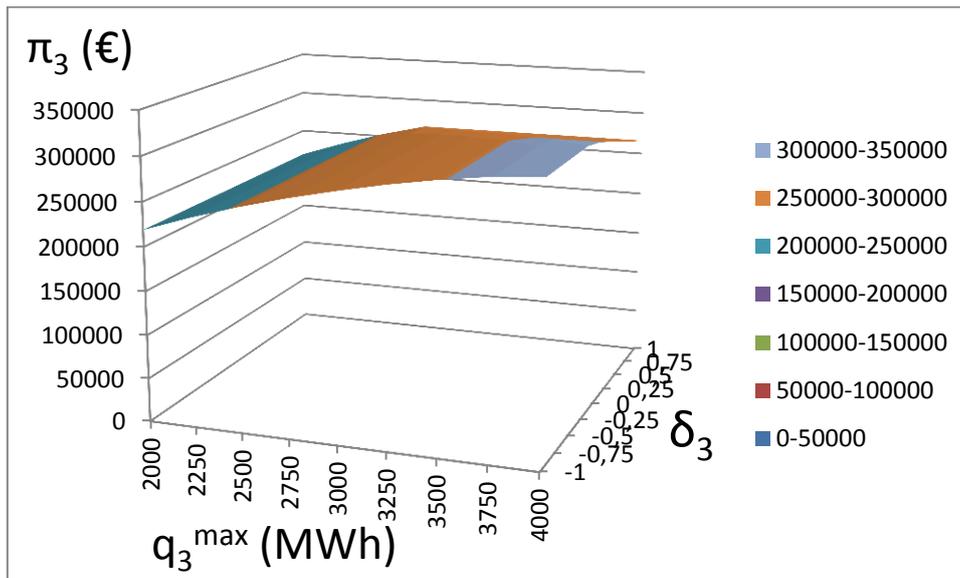


Figura 4.25 Beneficio frente a la capacidad máxima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.2 Impacto de la capacidad mínima

Al igual que en el caso del impacto de q_i^{max} para el caso heterogéneo fijaremos la capacidad máxima de producción en $q_i^{max} = 4500$ MWh y la capacidad mínima de producción en $q_i^{min} = 3500$ MWh para todos los productores menos para el productor 3. El productor de estudio tendrá capacidad mínima que variará desde 2000 a 4000 MWh en intervalos de 250 MWh para cada iteración y no tendrá límite de producción máxima.

4.3.2.1 Cantidad

En la Figura 4.26, en lo referente a la cantidad producida por el productor de estudio, vemos que siempre produce a una cantidad fija mucho mayor que q_3^{min} para todos los valores que toma la capacidad mínima de producción. Por el contrario si el productor es de tipo cartel, produce a la capacidad mínima de producción permitida.

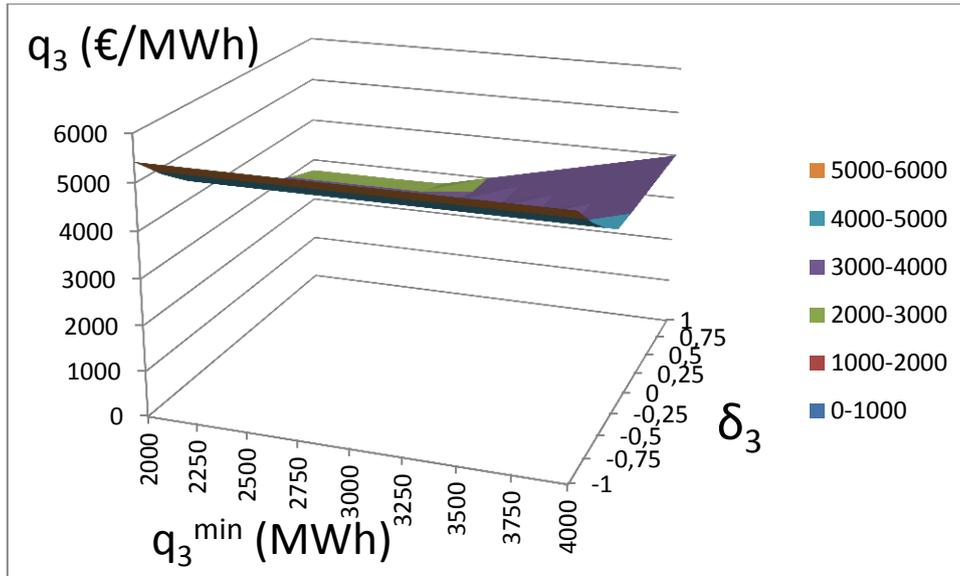


Figura 4.26 Cantidad producida frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.2.2 Precio

En la Figura 4.27, cuando el productor es más competitivo no varía el precio, debido a que como ya se ha visto en el caso de la producción ésta tampoco variaba. Por el contrario cuando el producto se aproxima más a un productor de tipo cartel, el precio disminuye a medida que aumenta su capacidad mínima de producción.

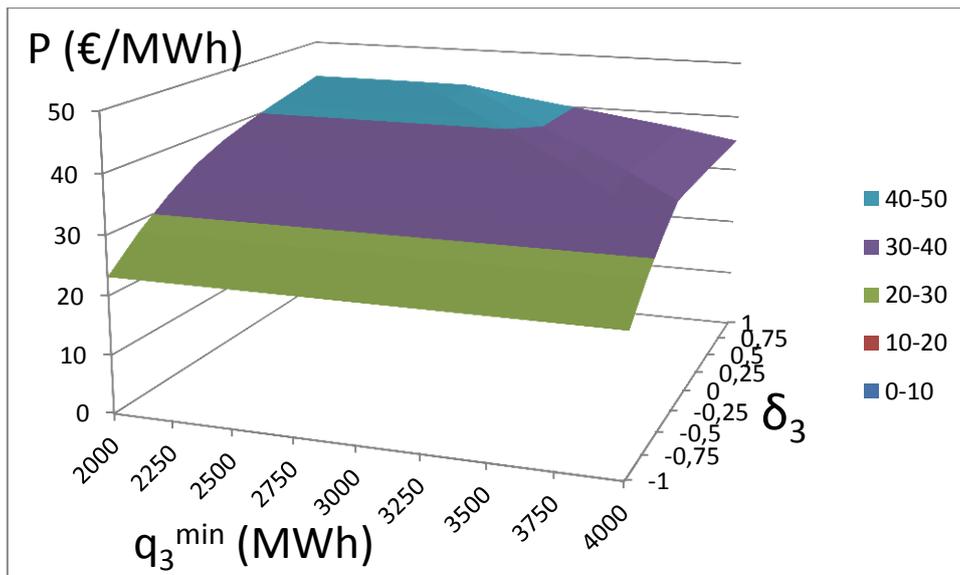


Figura 4.27 Precio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.2.3 Beneficio social

En la Figura 4.28 el beneficio social se comporta de la misma manera que la producción, manteniéndose constante cuando el productor es competitivo y aumentando (pero siempre teniendo un valor menor que cuando el productor es competitivo) cuando el productor se aproxima a un productor tipo cartel.

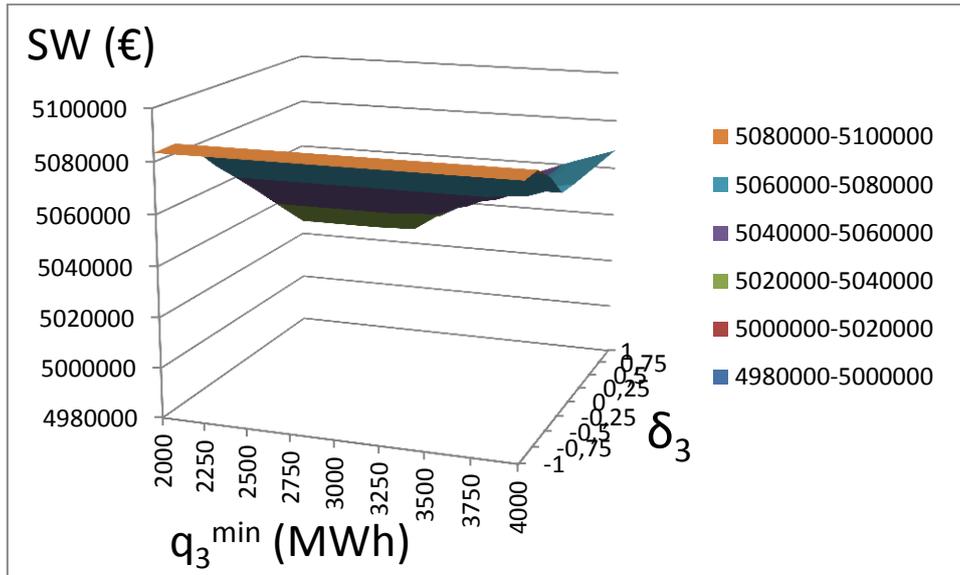


Figura 4.28 Beneficio social frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

4.3.2.4 Beneficio

En la Figura 4.29 vemos que cuando el productor es competitivo ($\delta=1$) el beneficio es mínimo y constante para todos los valores de q_i^{min} . Si $0 < \delta < 1$ el beneficio aumenta, siendo mayor cuando $\delta=0$ donde alcanza el máximo. Para el caso en el que $0 > \delta > -1$ el beneficio aumenta a medida que aumenta el valor de capacidad mínima de producción.

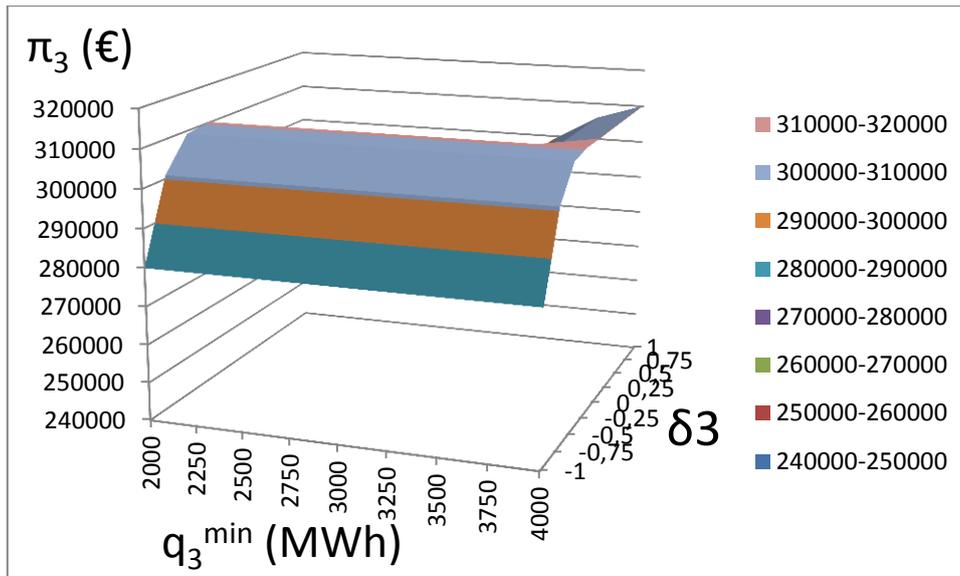


Figura 4.29 Beneficio frente a la capacidad mínima y el parámetro δ para el caso heterogéneo.

La principal conclusión que se puede obtener de este apartado es que, a diferencia del resto de casos de estudio, los productores de tipo cartel no obtienen el máximo beneficio. En este caso el beneficio máximo es obtenido por un productor con un $\delta=0$, es decir, este productor tiene un comportamiento competitivo intermedio.

4.3.3 Impacto combinado de la capacidad máxima y mínima

En este caso fijaremos la capacidad máxima de producción $q_i^{max} = 4500$ MWh y la capacidad mínima de producción $q_i^{min} = 3500$ MWh para todos los productores y analizaremos los resultados del mercado para el productor 3.

4.3.3.1 Cantidad

En la Figura 4.30 vemos que cuando el productor es más competitivo alcanza la capacidad máxima de producción, mientras que cuando su comportamiento se aproxima más a la de un productor de tipo cartel, alcanza la capacidad de producción mínima. Esto es debido a que el productor de tipo cartel quiere producir menos para que aumenten los precios.

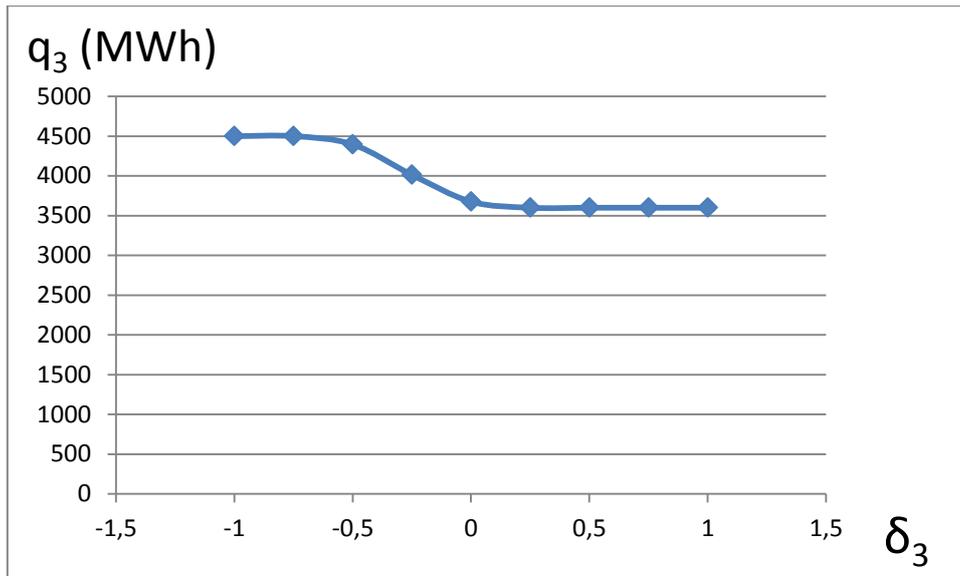


Figura 4.30 Cantidad producida frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.3.3.2 Precio

En la Figura 4.31 observamos que el precio es inversamente proporcional al caso de la producción, alcanzado su máximo cuando la producción es mínima y llegando a su mínimo cuando la producción es máxima. Es creciente a medida que aumenta el valor del parámetro δ .

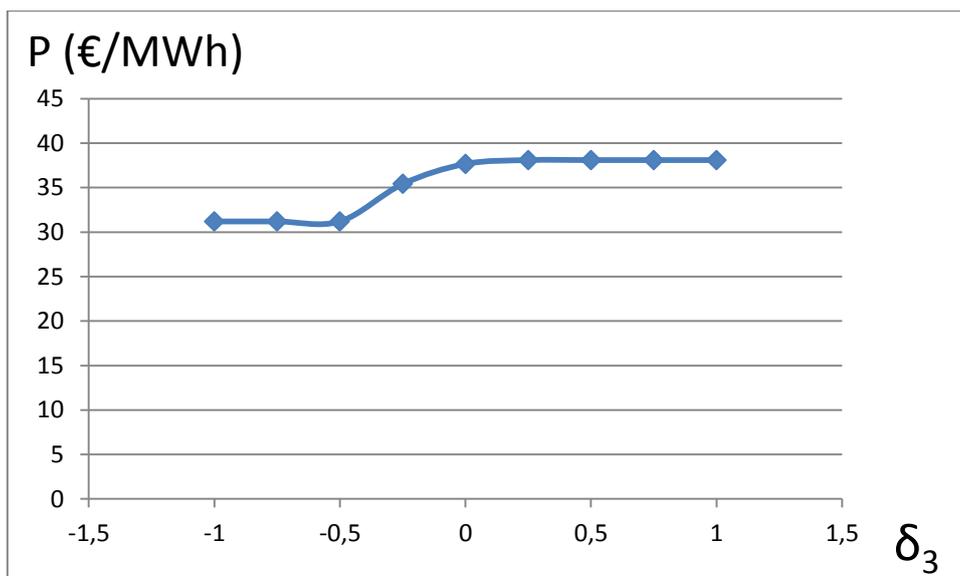


Figura 4.31 Precio frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.3.3.3 Beneficio social

El beneficio social en la Figura 4.32 se comporta de la misma manera que la producción, es decir es máximo cuando la producción es máxima y mínima cuando la producción también lo es.

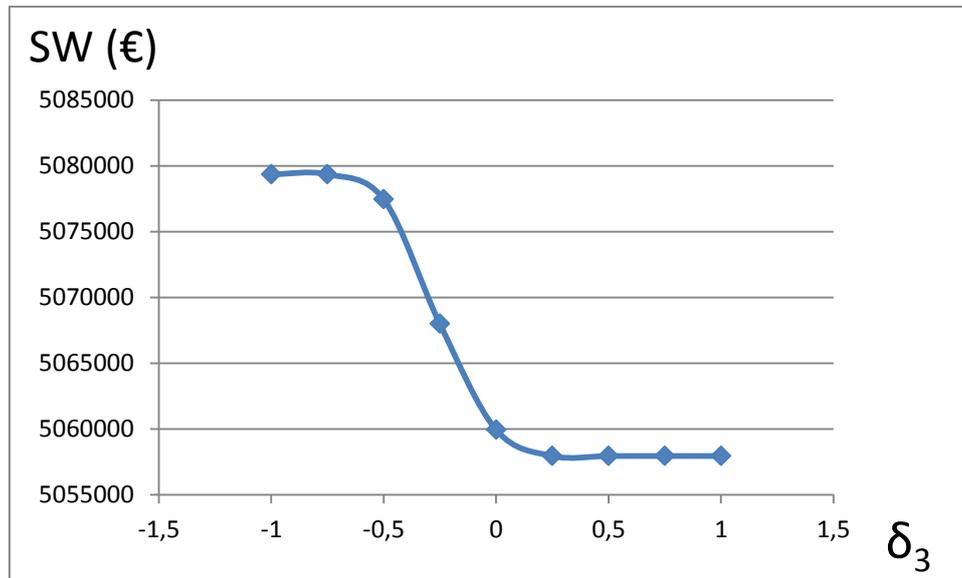


Figura 4.32 Beneficio social frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

4.3.3.4 Beneficio

Viendo la Figura 4.33 se observa que este caso es interesante porque el beneficio no alcanza su máximo ni cuando el productor es competitivo ($\delta=-1$), ni cuando el productor es de tipo cartel ($\delta=1$). Así vemos que no es estrictamente necesario que el productor sea competitivo ni de tipo cartel para que su beneficio se maximice. Alcanza su mínimo cuando el productor es de tipo cartel. Estos resultados se aproximan a los obtenidos en el artículo de C. Ruiz, et al. [7].

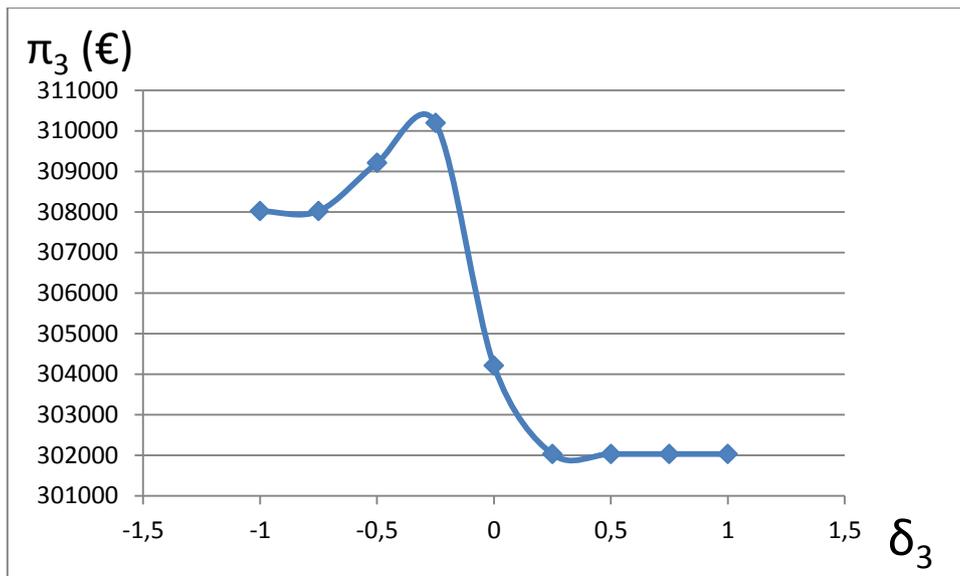


Figura 4.33 Beneficio frente al parámetro δ para el caso heterogéneo con impacto combinado de la capacidad máxima y mínima.

5 CONCLUSIONES

5.1 Resumen

En este estudio hemos analizado un mercado oligopólico de energía eléctrica con productores basados en variaciones conjeturales.

Para ello hemos formulado matemáticamente el problema de optimización del beneficio para cada uno de los productores y calculado el equilibrio del mercado a través de la resolución conjunta de las condiciones de optimalidad KKT.

El análisis de diferentes configuraciones del mercado se ha realizado mediante simulaciones numéricas usando el software de optimización GAMS. Como resultados del mercado, hemos obtenido el valor de las cantidades producidas, el precio, el beneficio social y el beneficio de cada productor dependiendo del valor del parámetro δ y de las restricciones de producción máxima y mínima para cada uno de los casos de estudio.

En concreto, hemos estudiado tres casos diferentes que se diferencian en el valor que toman los diferentes parámetros que actúan en la resolución del problema.

Los casos estudiados son:

- a) Caso homogéneo A: En este caso los valores de los parámetros a_i , b_i y c_i son iguales para todos los productores. A lo largo de este estudio hemos ido variando el valor de δ y el de la restricción de capacidad máxima, mínima o ambas.
- b) Caso homogéneo B: Para este caso los valores a_i , b_i y c_i son diferentes para cada uno de los productores. Al igual que en el caso homogéneo A también hemos ido variando a lo largo del estudio el valor de δ y el de la restricción de capacidad máxima, mínima o ambas.
- c) Caso heterogéneo: En este caso los valores de a_i , b_i y c_i son iguales que en el caso homogéneo B. Lo que varía en este caso es el valor de δ para un solo productor representativo.

5.2 Conclusiones

Las principales conclusiones obtenidas tras la realización de este trabajo son:

1. Cuanto más ajustadas son las restricciones de capacidad máxima (menor capacidad de producción), se perjudica en mayor medida al beneficio social

debido a que se produce menos y aumentan los precios. Este efecto es más notable cuanto más competitivo es el mercado.

2. La restricción de capacidad mínima provoca un aumento del beneficio social, sobre todo cuando el mercado es menos competitivo, debido a que los productores se ven obligados a producir más y por tanto disminuyen los precios.
3. Al limitar tanto la capacidad máxima de producción como la capacidad mínima, se pueden limitar los precios, el beneficio social y el beneficio.
4. Cuando productores con distinta función de costes tienen limitadas la capacidad máxima y mínima de producción, los más baratos pueden variar su producción de la máxima a la mínima, mientras que los más caros se pueden ver obligados a producir siempre a capacidad mínima para minimizar sus costes de producción. Tanto el precio como el beneficio están limitados al máximo mientras que el mínimo no está limitado, y esto se debe a que algunos productores no alcanzan la capacidad máxima de producción.
5. En un mercado heterogéneo en el que los productores tienen diferentes tipos de comportamientos competitivos, ser menos competitivo no implica obtener mayores beneficios, a diferencia de lo observado para el caso homogéneo.

5.3 Trabajo futuro

Entre las posibles líneas de trabajo futuro que se pueden desarrollar a partir de este trabajo podemos destacar:

1. Estudio sobre el impacto de los costes de generación y de la elasticidad de la demanda sobre el equilibrio de mercado.
2. Extender el mercado a uno con restricciones de red y precios nodales.
3. Modelado de productores renovables a través de optimización estocástica.
4. Inclusión en el problema de optimización de cada productor de restricciones técnicas inter-temporales como, tiempos mínimos de arranque y parada, rampas máximas de gradientes de producción o condiciones de ingresos mínimos.
5. Considerar la integración de los productores en una red de distribución "Smart Grid" con alta penetración de vehículos eléctricos y generadores renovables.

6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Comisión Nacional de Energía de España, <http://www.cne.es/>.
- [2] Operador del Mercado Eléctrico de Energía, <http://www.omie.es/>.
- [3] Red Eléctrica Española, <http://www.ree.es/>.
- [4] H. R. Varian. *Microeconomic Analysis*, 3rd ed.. W. W. Norton & Company, New York. 1992.
- [5] A. Mas-Colell, M. D. Whinston, J. R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press. New York, 1995.
- [6] W. Nicholson. C. M. Snyder, *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*. 9th ed., Thomson Learning, Boston, 2007.
- [7] C. Ruiz, A. J. Conejo, R. Arcos, Some analytical results on conjectural variation models for short-term electricity markets, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Univ. Castilla-La Mancha, 2009.
- [8] GAMS, <http://www.gams.com/>.
- [9] PATH, <http://gams.com/docs/pdf/path.pdf>
- [10] F. S. Oliveira, C. Ruiz, A. J. Conejo, Contract design and supply chain coordination in the electricity industry.
- [11] J. B. Cardell, C. C. Hitt, W. W. Hogan, Market power and strategic interaction in electricity networks, *Resour. Energy Econ.* 19 (Marzo(1-2)) (1997) 109-137.
- [12] W. Jing-Yuan, Y. Smeers, Spatial oligopolistic electricity models with Cournot generators and regulated transmission prices, *Oper. Res.* 47 (Enero(1)) (1999) 102-112.
- [13] B. F. Hobbs, Linear complementarity models of Nash-Cournot competition in bilateral and POOLCO power markets, *IEEE Trans. Power Syst.* 16 (Mayo(2)) (2001) 194-202.
- [14] A. S. Chuang, F. Wu, P. Varaiya, A game-theoretic model for generation expansion planning: problem formulation and numerical comparisons, *IEEE Trans. Power Syst.* 16 (Noviembre(4)) (2001) 885-891.
- [15] L. B. Cunningham, R. Baldick, M. L. Baughman, An empirical study of applied game theory: transmission constrained Cournot behavior, *IEEE Trans. Power Syst.* 17 (Febrero(1)) (2002) 166-172.

- [16] C.J. Day, B.F. Hobbs, J.-S. Pang, Oligopolistic competition in power networks: a conjectured supply function approach, *IEEE Trans. Power Syst.* 17 (Agosto(3)) (2002) 597-607.
- [17] R. Baldick, Electricity market equilibrium models: the effect of parameterization, *IEEE Trans. Power Syst.* 17 (Noviembre(4)) (2002) 1170-1176.
- [18] C. Metzler, B. F. Hobbs, J. S. Pang, Nash-Cournot equilibria in power markets on a linearized DC network with arbitrage: formulations and properties. *Networks Spatial Econ.* 3 Junio(2)) (2003) 123-150.
- [19] D. Chattopadhyay, Multicommodity spatial Cournot model for generator bidding analysis, *IEEE Trans. Power Syst.* 19 (Febrero(1)) (2004) 267-275.
- [20] V. P. Gountis, A. G. Bakirtzis, Efficient determination of Cournot equilibria in electricity markets, *IEEE Trans. Power Syst.* 19 (Noviembre(4)) (2004) 1837-1844.
- [21] B. F. Hobbs, J. S. Pang, Nash-Cournot equilibria in electric power markets with piecewise linear demand functions and joint constraints, *Oper. Res.* 55 (Enero (1)) (2007) 113-127.
- [22] J. Valenzuela, M. Mazumdar, Cournot prices considering generator availability and demand uncertainty, *IEEE Trans. Power Syst.* 22 (Febrero(1)) (2007) 116-125.
- [23] H. Chen, X. Wang. Strategic behavior and equilibrium in experimental oligopolistic electricity markets, *IEEE Trans. Power Syst.* 22 (Noviembre(4)) (2007) 1707-1716.
- [24] E. Hasan, F. D. Galiana, A. J. Conejo, Electricity markets cleared by merit order. Part I. Finding the market outcomes supported by pure strategy Nash equilibria, *IEEE Trans. Power Syst.*, in press.
- [25] E. Hasan, F. D. Galiana, Electricity markets cleared by merit order. Part II. Strategic offers and market power, *IEEE Trans. Power Syst.*, in press.
- [26] CABRAL L.M.B., Conjectural variations as a reduced form, *Econ. Lett.*, 1995, 49, (4), pp. 397-607.
- [27] SONG Y., Ni Y., WEN F., HOU Z., WU F.F., Conjectural variation based bidding strategy in spot markets: fundamentals and comparison with classical game theoretical bidding strategies, *Electric Power Syst. Res.*, 2003, 67, (1), pp. 45-71.
- [28] SONG Y., Ni Y., WEN F., HOU Z., WU F.F., Conjectural variation based learning model of strategic in spot markets, *Electr. Power Energy Syst.*, 2004, 26, (10), pp. 797-804.