



Stratégie de gestion de stocks dans un réseau collaboratif

Mémoire

RihabIslam Naoui

Maîtrise en génie mécanique
Maître ès sciences (M.Sc.)

Québec, Canada

© RihabIslam Naoui, 2016

Stratégie de gestion de stocks dans un réseau collaboratif

Mémoire

RihabIslam Naoui

Sous la direction de :

Daoud Ait-Kadi, directeur de recherche

Résumé

Le contenu de ce mémoire traite du problème de gestion des stocks dans un réseau constitué de plusieurs sites de stockage de produits. Chaque site i gère son stock de manière autonome pour satisfaire une demande déterministe sur un horizon donné. Un stock maximum S_i est tenu à chaque site i . Lorsque le point de commande s_i est atteint, une commande de taille Q_i est placée au centre de distribution qui alimente tous les sites. Q_i est telle que $Q_i = S_i - s_i$. La quantité Q_i est livrée dans un délai connu L_i . Si, à un instant donné, la demande D_i au site i excède la quantité en main, le site i fait appel à un ou à plusieurs autres sites du réseau pour le transfert d'une quantité X_{ji} ($j = 1, 2, \dots, n$). Ce transfert s'effectue selon un certain nombre de règles de jeu qui tiennent compte des coûts de transfert, de stockage, d'approvisionnement et de pénurie. Ce mémoire examine six principales contributions publiées dans la littérature pour évaluer les contributions d'un modèle collaboratif aux performances, en termes de coûts et de niveau de service, de chaque site du réseau. Cette investigation se limite à une configuration du réseau à deux échelons : un entrepôt central et n ($n > 2$) sites de stockage. Le cas des pièces de rechange, caractérisé par une demande aléatoire, est examiné dans trois chapitres de ce mémoire. Une autre application de ces stratégies à la collaboration entre n centres hospitaliers ($n > 2$) est également examinée dans ce travail.

Abstract

The content of this paper deals with the inventory management problem in a network of many consumer products storage locations. Each location autonomously manages its stock to satisfy a deterministic demand over a given horizon. A maximum quantity of stock S_i is held at each site i . When the reorder point s_i is reached, an order Q_i is placed to the distribution center which supplies all sites. Q_i is such that $Q_i = S_i - s_i$. The amount Q_i is delivered with a known lead-time L_i . If, at a given time, the D_i demand at location i exceeds the on-hand inventory, the location i uses one or more other network locations for a lateral transshipment of a quantity X_{ji} ($j = 1, 2, \dots, n$) from location j to location i . This lateral transshipment is made according to a number of rules that take into account transshipment cost, holding cost, replenishment cost and shortage cost. This thesis examines six key contributions published in the literature to assess the contributions of a collaborative model to performance, in terms of cost and service level, at each network location. This investigation is limited to a two-level network configuration: a central warehouse and n ($n > 2$) storage locations. The case of repairable spare parts, characterized by a random demand, is examined in three chapters of this memory. Another application of these strategies to collaboration between n hospitals ($n > 2$) is also examined in this work.

Table des matières

<i>Résumé</i>	<i>iii</i>
<i>Abstract</i>	<i>iv</i>
<i>Table des matières</i>	<i>v</i>
<i>Liste des tableaux</i>	<i>vii</i>
<i>Liste des figures</i>	<i>viii</i>
<i>Remerciements</i>	<i>ix</i>
<i>Introduction</i>	<i>1</i>
<i>Chapitre 1 : L'effet de la collaboration dans le cas d'un réseau constitué d'un entrepôt central et de deux sites de stockage</i>	<i>15</i>
1. Introduction	15
.....	16
2. Modèle mathématique	16
3. Résultats	23
4. Conclusions et perspectives	25
<i>Chapitre 2 : La collaboration dans le cas d'un entrepôt central et de trois sites de stockage</i>	<i>27</i>
1. Introduction	27
2. Modèle mathématique	28
3. Résultats	33
4. Conclusions et perspectives	40
<i>Chapitre 3 : La collaboration entre sites de stockage : application à la gestion des stocks des pièces de rechange dans un système à revue périodique</i>	<i>43</i>
1. Introduction	43
2. Modèle mathématique	44
3. Résultats	48
4. Conclusions et perspectives	50
<i>Chapitre 4 : Les décisions de stockage de pièces de rechange dans un réseau collaboratif constitué de plusieurs sites où le transfert latéral retardé est autorisé</i>	<i>52</i>
1. Introduction	52
2. Modélisation du problème	53
3. Résultats	60
4. Exemple d'application.....	62
5. Conclusions et perspectives	65
<i>Chapitre 5 : La collaboration entre les sites de stockage de pièces de rechange avec un délai de transfert latéral non-négligeable et un délai de transfert latéral retardé</i>	<i>66</i>
1. Introduction	66

2. Modélisation du problème.....	67
3. Résultats.....	79
4. Conclusions et perspectives	86
Chapitre 6 : Application de la simulation pour analyser l'effet de la collaboration entre les CLSCs.....	87
1. Introduction.....	87
2. Simulation.....	89
3. Résultats.....	96
4. Conclusions et perspectives	102
Conclusions	104
La bibliographie	106

Liste des tableaux

Tableau 1 : Toutes les possibilités de transfert entre les deux sites.....	19
Tableau 2 : Les paramètres du modèle [36]	23
Tableau 3 : Comparaison entre les solutions des trois modèles [36].....	24
Tableau 4 : Les paramètres du modèle [38]	34
Tableau 5 : Les solutions optimales selon les deux stratégies de transfert [38].....	34
Tableau 6 : Les paramètres du modèle [38]	36
Tableau 7 : L'effet de la collaboration [38]	36
Tableau 8 : Les paramètres du modèle [38]	38
Tableau 9 : Les solutions optimales selon la stratégie basée sur l'équilibre [38]	38
Tableau 10 : Les paramètres du modèle [38]	39
Tableau 11 : Les solutions optimales selon la stratégie basée sur l'équilibre [38]	39
Tableau 12 : L'importance de la similarité dans le groupe [38].....	40
Tableau 13 : Les résultats de la simulation [45]	49
Tableau 14 : Les paramètres et les résultats du modèle [40]	61
Tableau 15 : les différents paramètres utilisés dans l'exemple [40]	63
Tableau 16 : Comparaison des coûts dans les deux cas (sans collaboration ou avec collaboration) [40].....	64
Tableau 17 : Comparaison entre le DTB_i (downtime for backorders) approximatif et DTB_i exacte [42].....	80
Tableau 18 : Comparaison du nombre de pièces en pénurie dans les deux systèmes [42]	81
Tableau 19 : Évaluation de $DTLT_i$ (downtime caused by the non-zero lateral transshipment time) obtenu à partir du modèle à délai de transfert latéral nul [42].....	85
Tableau 20 : La quantité d'équipement stockée et la demande annuelle dans les centres locaux de services communautaires (CLSCs) [29]	94
Tableau 21 : Pourcentage de réduction du coût par rapport à la situation actuelle pour tous les CLSCs [29].....	97
Tableau 22 : L'écart type des coûts unitaires moyens des différents CLSCs [29].....	97
Tableau 23 : Le nombre de CLSCs qui ont obtenu un coût unitaire moyen plus élevé avec la collaboration par rapport à la situation actuelle [29].....	98
Tableau 24 : Coûts unitaires moyens pour tous les CLSCs [29]	99
Tableau 25 : Coûts unitaires moyens du CLSC 4 [29]	100
Tableau 26 : Coûts unitaires moyens du CLSC 7 [29]	100
Tableau 27 : Analyse des bénéfices de la collaboration [29]	101
Tableau 28 : Quantité d'équipements stockée dans chaque CLSC [29].....	102

Liste des figures

Figure 1 : Les systèmes à transactions continues (s,Q) et (s,S)	4
Figure 2 : Les systèmes à revue périodique (s,R) et (s,S,R)	5
Figure 3 : La stratégie à transaction continue $(S-I,S)$	6
Figure 4 : Système de stockage multi-échelons classique.....	8
Figure 5 : Système de distribution de stock multi-échelons avec collaboration.....	13
Figure 6 : Système de distribution de stock à deux-sites de stockage [36].....	16
Figure 7 : Réseau comportant un entrepôt et trois sites [38].....	28
Figure 8 : Système de distribution de stock à trois-sites de stockage [45].....	44
Figure 9 : Le diagramme des transitions [40].....	57
Figure 10 : La différence entre le cycle de réparation d'un équipement dans les deux cas (sans et avec collaboration) [42].....	67
Figure 11 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral négligeable et sans transfert latéral retardé [42].....	70
Figure 12 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral négligeable et avec un transfert latéral retardé [42].....	71
Figure 13 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral non-négligeable et avec un transfert latéral retardé [42].....	73
Figure 14 : Le modèle Markovien pour un stock agrégé avec un délai de transfert latéral égal à zéro [42].....	74
Figure 15 : Étape 1 et étape 2 du modèle [42].....	75
Figure 16 : Le modèle Markovien pour un stock agrégé (étape 2) [42].....	76
Figure 17 : t_{12min} pour une variété de valeur de λ et de c_d [42].....	84
Figure 18 : La distribution cumulative de la durée des commandes des équipements [29].....	94

Remerciements

Tout d'abord, je voudrais exprimer ma sincère gratitude envers mon professeur, Monsieur Daoud Ait-Kadi d'avoir accepté de superviser ce travail. Je tiens à le remercier pour son soutien, pour ses précieux conseils et pour sa patience tout au long de ma maîtrise.

Mes remerciement aux membres du jury Madame Nadia Lehoux et Monsieur Claver Diallo qui ont bien voulu examiner et enrichir aussi la première édition de ce mémoire.

Je voudrais saluer tous mes professeurs avec qui j'ai passé des années d'apprentissage et d'amélioration de mes compétences. Je remercie également tous les membres du « laboratoire de recherche sur l'entreprise manufacturière et ses réseaux » de l'université Laval pour les discussions agréables que nous avons partagées. Je dois aussi un grand merci à beaucoup de personnes que j'ai rencontré au Québec.

Enfin, je voudrais exprimer mes remerciements les plus sincères à ma famille, et surtout, je suis très reconnaissante à mes parents pour leurs encouragements et pour leur soutien tout au long de mes études. Je dédie aussi ce travail à mes deux sœurs qui étaient toujours avec moi dans les moments heureux et difficiles.

RihabIslam Naoui

Introduction

Pour faciliter la compréhension des diverses contributions traitées dans le cadre de ce mémoire, nous reviendrons, brièvement, sur les concepts de bases des modèles classiques de gestion des stocks dans le cas d'un réseau constitué d'un fournisseur et d'un ou plusieurs sites de consommation (les transferts latéraux ne sont pas considérés). Pour la plupart des modèles de base, on connaît, pour un horizon donné, la demande (connue ou aléatoire), le délai de réapprovisionnement, les coûts (commande, stockage, pénurie... etc.) et on cherche à déterminer quelle quantité à commander, quand la commander et quand faire l'inventaire?

Rappelons qu'un stock est une quantité physique de biens tenue dans un point de stockage (détaillant, magasin, entrepôt... etc.) pour répondre à une demande prévue. Un stock peut être défini comme étant: «une ressource utilisable, mais non employée ayant une certaine valeur économique» (Fred Hansman).

Les principales raisons d'être des stocks peuvent être, entre autres :

- Le délai de réapprovisionnement : c'est le temps qui s'écoule depuis le lancement d'une commande jusqu'à la réception de la marchandise commandée. Dans la plupart des cas, ce délai est non-négligeable. Il est parfois assez long. Il peut être aussi aléatoire et ce pour plusieurs raisons : grèves, catastrophes naturelles, défaillances, incendie, etc.
- Pour plusieurs produits, la demande est souvent assujettie à des fluctuations aléatoires. Un stock de protection, ou stock de sécurité est souvent prévu pour atténuer l'effet des fluctuations de la demande et du délai de réapprovisionnement.
- On a également recours au stock pour satisfaire des piques de demande (demande saisonnière) dans le cas où la capacité de production est inférieure au taux de demande.
- On parle aussi de stock en transit ou stock « pipeline » pour les quantités commandées et qui sont prises dans le système de transport et de livraison.

Coûts associés à la gestion des stocks

Les quatre principaux coûts considérés dans les modèles de gestion des stocks sont :

1. Coût de stockage: exprimé en $(\$/(\text{unité}/\text{période}))$. Ce coût est généralement difficile à évaluer. Il englobe les frais inhérents à la présence effective d'un bien en stock:
 - les intérêts sur le capital immobilisé ;
 - le salaire des magasiniers ;
 - le loyer ;
 - les assurances et les taxes ;
 - les pertes par détérioration ou vols éventuels ;
 - les frais de transport entre magasins ;
 - l'obsolescence (la désuétude).
2. Coût de passation de commande : exprimé en $(\$/\text{commande})$. Ce coût comprend :
 - la préparation de la commande ;
 - la préparation du bon de commande ;
 - le traitement de l'information ;
 - les frais de poste ;
 - la relance (ex. : téléphone)
 - l'autorisation de paiement des factures ;
 - la réception de la marchandise ;
 - la manutention ;
 - l'inspection.
3. Coût de mise en production (dans le cas où l'organisation produit et consomme en même temps). Ce coût comprend :
 - la préparation de la commande ;
 - le traitement des autres documents internes (ex. : bon de fabrication) ;
 - le temps de mise au point de la machinerie ;
 - la période d'apprentissage des employés pour passer de la fabrication d'un type d'articles à un autre ;
 - les pièces défectueuses produites durant la mise en route.
4. Coût de pénurie : d'une manière générale difficile à estimer. Ce coût est subdivisé en deux sous catégories : le coût de pénurie interne qui comprend les coûts liés à :
 - la main d'œuvre inoccupée ;

- la machinerie arrêtée ;
- la prime à l'achat pour accélérer l'arrivée des articles requis ;
- la perte possible de remise par quantité les heures de travail aux postes de travail précédant celui où il risque d'y avoir pénurie, afin de parer à l'insuffisance de quantité ;
- l'effet négatif sur le moral des employés ;
- les changements apportés à l'ordonnancement occasionnant des mises en route plus nombreuses ;
- les modifications de l'information dans les fichiers de données et particulièrement dans le plan directeur de production ;
- la création de goulots d'étranglement ;
- la perte de capacité de production ;
- l'augmentation du nombre de relances.

Et le coût de pénurie externe qui englobe :

- la perte des commandes présentes et futures;
- les clients n'ayant plus autant confiance dans les délais de livraison promis. Cette situation peut même mener à la perte de clients ;
- la sous-traitance nécessaire, pour produire à temps. Le profit de la commande allant en partie au sous-traitant et non plus en entier au fournisseur original ;
- les heures supplémentaires non rémunérées par le client ;
- les modes de livraison coûteux permettant de réduire les retards de livraison.

Les modèles de gestion des stocks

Plusieurs modèles mathématiques sont proposés dans la littérature. L'objectif étant de déterminer la quantité économique à commander, le point de commande, la fréquence des contrôles des stocks en main et le stock de sécurité dans le cas où la demande et le délai sont aléatoires. La plupart des modèles de base, dits classiques, sont des extensions du modèle de base de Wilson (taux de demande constant).

D'autres outils exploitant la simulation à événements discrets sont souvent utilisés pour visualiser l'évolution des stocks pour des configurations bien définies. Ces outils permettent de prendre en compte le caractère aléatoire de la demande, du délai de réapprovisionnement et les fluctuations des coûts.

Les stratégies de contrôle des stocks

Pour connaître l'état du stock en main, des stratégies de contrôle s'imposent. En général, ces contrôles sont effectués périodiquement ou après chaque transaction. Ces stratégies dépendent de l'importance de l'article, du délai de réapprovisionnement et des coûts encourus en cas de rupture de stock. Les principales stratégies utilisées se résument comme suit :

- Les systèmes à transactions continues : dans ces systèmes, l'inventaire est contrôlé de façon continue. Ils incluent deux stratégies, à savoir la stratégie (s,Q) et la stratégie (s,S). Selon la stratégie (s,Q), à chaque fois que le niveau du stock passe sous le point de commande s, une commande de taille fixe Q (appelée quantité économique à commander) est lancée pour réapprovisionner le stock. s et Q sont les deux variables de décision. Cette stratégie est utilisée dans le cas où les fluctuations de la demande sont significatives.

Pour la stratégie (s,S), lorsque le stock disponible atteint le point de commande s, une commande suffisamment importante est lancée pour ramener l'inventaire au niveau maximal S appelé aussi le niveau de remplètement. La quantité à commander est : $Q = S - s$. Dans cette stratégie les variables de décision sont s et S. La figure 1 illustre la dynamique des deux stratégies à transaction continue (s,Q) et (s,S).

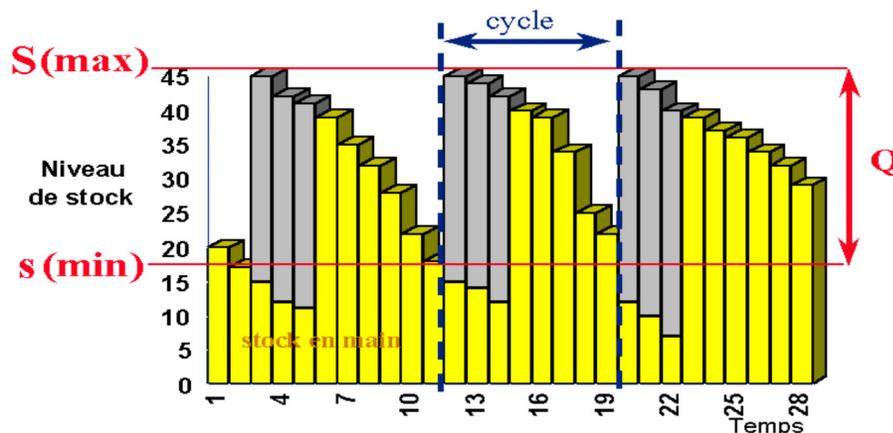


Figure 1 : Les systèmes à transactions continues (s,Q) et (s,S)

- Les systèmes à revue périodique : pour ces systèmes, l'inventaire est examiné de façon périodique à tous les $R, 2R, \dots, kR$ appelé période de revue. Ils comprennent également deux stratégies, la stratégie (S,R) et la stratégie (s,S,R) . Selon la stratégie (S,R) ou (R,S) , le contrôle est effectué aux instants $R, 2R, \dots, kR$. Lorsque la période de revue R est atteint, une commande Q est lancée pour ramener le stock au niveau maximal S . La quantité à commander est déterminée par la relation suivante : $Q = (S - \text{stock physique dans la période de revue } R)$. Dans cette stratégie, les variables de décision à optimiser sont S et R .

Pour la stratégie (s,S,R) , le niveau de stock est aussi contrôlé à toutes les périodes de revue R . Si le stock physique, dans la période R , dépasse le point de commande s , aucune commande n'est lancée. Si le niveau de stock physique, dans R , passe sous le seuil s , une commande nécessaire Q est lancée telle que : $Q = (S - \text{stock physique à } R)$ pour atteindre le niveau maximal S . Dans cette stratégie, les variables de décision à optimiser sont s, S et R . La figure 2 illustre la dynamique des deux stratégies à revue périodique (s,R) et (s,S,R) .

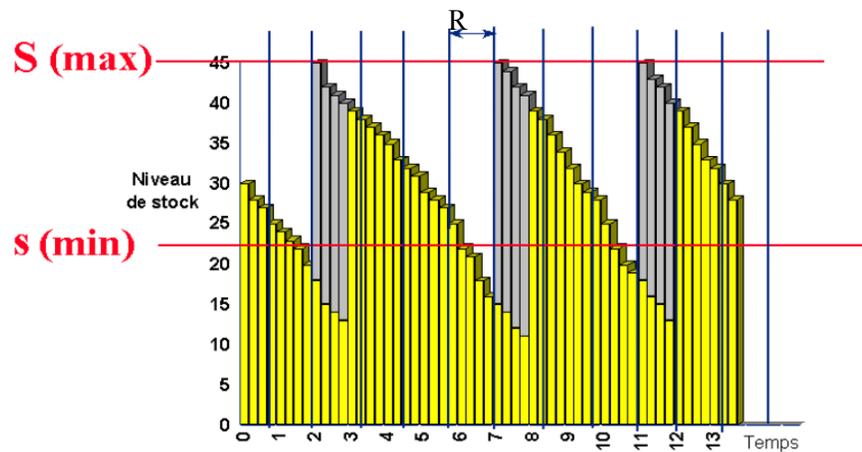


Figure 2 : Les systèmes à revue périodique (s,R) et (s,S,R)

- Les systèmes pour les articles à faible demande : ils comprennent la stratégie de stock de base à transaction continue $(S-1,S)$ où un stock de base de S unités est conservé et à chaque fois qu'un article est utilisé ou vendu, une commande est passée pour le remplacer. Cette stratégie est utilisée souvent pour contrôler le stock

de pièces de rechange puisque sa demande est souvent faible. La figure 3 illustre le fonctionnement de la stratégie à transaction continue (S-1,S).

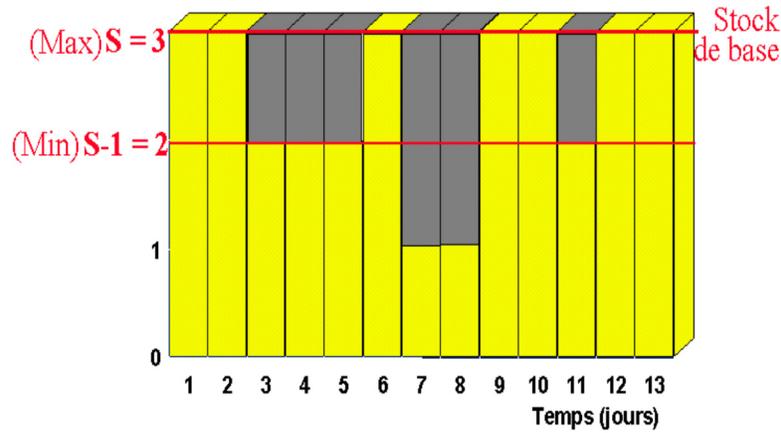


Figure 3 : La stratégie à transaction continue (S-1,S)

Problématique

Le stock met en évidence un paradoxe perçu comme un «mal nécessaire». D'une part, il est nécessaire d'avoir un stock physique dans l'entreprise pour satisfaire la demande attendue des clients. Parce que, face à une demande forte, une rupture de stock entraîne des retards dans la production ou les services livrés. Une telle situation mène à des coûts de pénurie très élevés et à une perte des clients non négligeable (insatisfaction des clients). D'autre part, face à une demande faible, le maintien d'une grande quantité de stock demande des coûts de stockage considérables, en particulier dans le cas des pièces de rechange. Par conséquent, le paradoxe est d'avoir besoin de stock, mais il n'est pas souhaitable d'avoir ce stock. C'est cette situation paradoxale qui rend la gestion de l'inventaire un problème difficile à contrôler dans le système de distribution des stocks malgré l'utilisation de toutes les stratégies de contrôle décrites dans la section précédente. Une gestion efficace de la chaîne d'approvisionnement est aujourd'hui reconnue comme un élément clé de la compétitivité et de la réussite dans la plupart des entreprises industrielles. Cependant, comme le réseau qui constitue la chaîne d'approvisionnement est généralement trop complexe pour analyser et optimiser à une grande échelle, il est souvent préférable de se concentrer sur de plus petites parties du système de manière à acquérir une compréhension complète de ses caractéristiques et de sa performance. Une partie qui attire plus l'attention

est le réseau de gestion de stock multi-échelons (voir figure 4). La figure 4 présente un exemple d'un système de stockage multi-échelon classique dans lequel une usine fabrique une quantité Q (avec $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$) et l'entrepose dans un entrepôt central qui à son tour va la distribuer à un certain nombre de sites suite à une passation de commande Q_i . Chaque site i ($i = 1, 2, \dots, n$) stocke une quantité S_i pour satisfaire les demandes attendues des clients D_i . Chaque composant d'un même échelon gère son stock de façon indépendante. Une telle attention est accordée à ce réseau à cause de sa complexité (incertitude de la demande, du délai de réapprovisionnement, etc) qui augmente de manière significative. La performance globale du réseau de stockage, que ce soit évaluée en termes économiques ou en termes de service à la clientèle, peut être considérablement améliorée si les sites (détaillants, points de vente, magasins) collaborent ensemble dans cet environnement aléatoire qui peut entraîner des coûts significatifs dans un ou plusieurs sites. La collaboration entre les sites est définie comme une coopération où les sites collaborateurs partagent leurs stocks en cas de besoin. Généralement, la collaboration est faite latéralement (dans un même échelon) d'un site qui possède un surplus de stock en main à un site qui fait face à une rupture dans son stock : ce qui est appelé en français le transfert latéral d'articles et en anglais lateral transshipment. La collaboration pourrait être un moyen efficace pour améliorer la performance logistique de l'entreprise sans aucune nécessité de coût supplémentaire. Comme le coût du transfert latéral d'articles entre les sites est généralement de beaucoup inférieur au coût de pénurie et au coût d'une livraison d'urgence à partir de l'entrepôt central, et le délai de transfert latéral est plus court que le délai de réapprovisionnement régulier, la collaboration pourrait donc réduire le coût total du système et améliorer le niveau de service pour les clients. Il existe deux types de collaboration : la collaboration en cas d'urgence et la collaboration préventive. L'objectif de la collaboration en cas d'urgence, qui est faite après la réception de la demande, est de répondre aux ruptures actuelles dans l'inventaire. Alors que la collaboration préventive, qui est faite avant la réception de la demande des clients, a pour objectif de réduire le risque d'avoir des ruptures de stocks dans le futur. La collaboration peut être aussi classée selon la quantité à transférer : il y a la collaboration complète où le site offre tout son stock disponible lorsqu'un autre site fait face à une rupture et la collaboration partielle où le site conserve une partie du stock pour couvrir une demande future. Dans tous les modèles

présentés dans ce mémoire, seulement la collaboration en cas d'urgence et complète va être traitée. La collaboration entre les sites est utilisée non seulement dans l'environnement typique de la distribution de produits manufacturés, mais aussi dans d'autres environnements, comme les établissements hospitaliers.

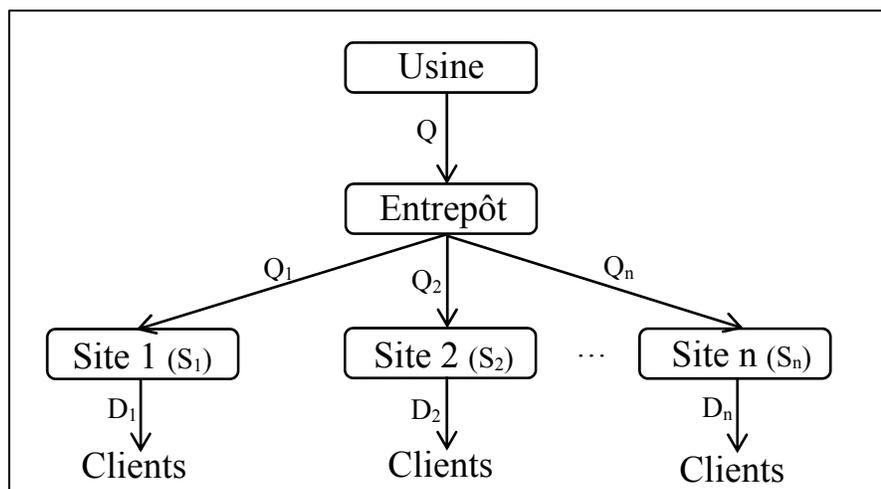


Figure 4 : Système de stockage multi-échelons classique

Plusieurs modèles quantitatifs d'aide à la décision sont proposés dans la littérature pour étudier l'impact du transfert latéral entre les sites. Ces modèles peuvent être classés suivant plusieurs caractéristiques : (1) la structure du réseau (2) le type de modèle d'optimisation. Dans les articles analysés [29] [36] [38] [40] [42] [45], il existe au moins six critères importants qui sont pris en considération lors d'une étude complète du sujet : (1) le nombre de collaborateurs dans le groupe, (2) le délai de réapprovisionnement à partir de l'entrepôt central, (3) le profil de la demande, (4) le temps (avant ou après la réception de la demande) et le but de la collaboration (d'urgence ou préventive), (5) la réparabilité des articles stockés et (6) les mesures de la performance (coût ou niveau de service). Les modèles proposés traitent de différentes architectures du réseau (mono ou multi-échelons) et des possibilités ou non des transferts latéraux entre les sites sur le même échelon. Gross [16], Das [10], Jönsson et Silver [17] et Diks et Kok [11] ont présenté les modèles où la collaboration préventive a lieu avant la réception de la demande dans le but d'avoir une meilleure répartition de stock disponible entre les différents collaborateurs. Das [10] a proposé une variante du problème de Gross qui permet le transfert latéral au milieu de la

période. Karamakar et Patel [19], Karmakar [20] et Robinson [31] ont proposé des modèles plus généraux de la gestion de répartition des inventaires dans un réseau multi-sites. Bien que leurs résultats soient d'un intérêt théorique, ils sont d'une faible utilité dans la gestion d'inventaire avec des règles simples et efficaces pour un contrôle opérationnel des réseaux comprenant plus que deux sites. Dans toutes les recherches citées précédemment, l'objectif commun était de déterminer la quantité optimale à commander et les règles de transfert latéral, qui minimisent le coût total de gestion. Au cours des dernières années, l'importance a été accordée à la maximisation du niveau de service. Plusieurs publications ont étudié les systèmes de gestion d'inventaire à revue périodique où la collaboration en cas d'urgence est permise. Les articles sont non-réparables et la demande par période est aléatoire suivant une distribution normale. La première contribution au problème du partage de stocks par le biais de collaboration en situation d'urgence entre deux sites est due à Krishnan et Rao [24]. Ces derniers ont trouvé le niveau de stock optimal en supposant que le délai de réapprovisionnement est négligeable voire nul et que tous les coûts dans chaque site sont identiques. Tagaras [36] a étendu le modèle de Krishnan et Rao à deux sites en permettant des coûts différents dans les deux sites et en ajoutant des contraintes de niveau de service. Robinson [32] a examiné le cas général de plusieurs sites ayant des coûts de gestion différents. Il a supposé que le délai de réapprovisionnement et de transfert latéral est égal à zéro. Robinson [32] a déterminé la quantité optimale à commander à chaque site. Cependant, le niveau de stock optimal peut être trouvé analytiquement que si les paramètres de coût sont égaux dans chaque site ou lorsqu'il y a seulement deux sites. Pour le cas général, Robinson [32] a proposé une heuristique en utilisant la méthode Monte Carlo. Archibald et al. [5] ont modifié le problème à deux sites en permettant la collaboration en cas d'urgence à tout moment durant une période, au lieu d'une seule fois à la fin de la période. Plusieurs transferts latéraux d'articles peuvent avoir lieu sans que la demande future ne soit connue. Une alternative est une commande d'urgence à partir de l'entrepôt central qui arrive aussi instantanément, mais qui coûte plus qu'un transfert latéral. Archibald et al. [5] ont dérivé la forme de la politique optimale de ce modèle. Le stock de base est commandé, tandis que la décision de placer une commande d'urgence de l'entrepôt ou d'utiliser le transfert latéral dépend des coûts, du temps restant de la période et de l'inventaire disponible dans le site alternatif. Relaxer l'hypothèse du délai de

réapprovisionnement de l'entrepôt central instantané complique considérablement l'analyse mathématique du réseau à cause des interrelations entre la demande, les quantités à transférer et le stock en transit. En particulier, si la stratégie de transfert optimale devrait prendre en compte, à la fois, le stock en main et le stock en commande, ce qui implique que l'espace d'état devrait être augmenté. En outre, la collaboration complète en supposant que le délai de réapprovisionnement est négligeable et dans le cas où les coûts dans les sites sont identiques, n'est pas nécessairement optimale quand le délai de réapprovisionnement est positif. Par conséquent, l'espace de décision est plus complexe et le modèle exact devient intraitable même dans le cas simple (deux sites). Tagaras et Cohen [37] ont eu recours à la simulation pour étudier le système d'inventaire avec un délai de réapprovisionnement non-négligeable et des coûts différents. Les auteurs concluent que la collaboration complète est moins coûteuse que la collaboration partielle. Ils ont aussi fourni des approximations pour le stock en main, le stock en pénurie et le stock transféré ainsi qu'une heuristique pour déterminer une solution quasi optimale du point de commande sous la collaboration complète.

La gestion de stock à faible demande, en particulier dans le contexte des pièces de rechange, a attiré l'attention depuis les travaux de Sherbrooke [33]. Les travaux dans ce contexte ont crû régulièrement avec les études qui proposent des méthodes spécialisées pour approximer et évaluer les mesures de performance, et aussi avec les études qui se concentrent sur les techniques d'optimisation qui cherchent le niveau optimal de stocks pour différents problèmes et plusieurs applications. Les recherches qui ont étudié le problème de gestion des stocks de pièces de rechange dans un réseau collaboratif peuvent être classées en deux courants de recherche : un premier courant, où les modèles développés ont été basés sur le modèle METRIC (multi-echelon technique for recoverable item control) et un deuxième courant, où les travaux ont été basés sur la théorie des files d'attente dans le cas de machines réparables. Lee [26], Axsäter [6], Alfredsson et Verrijdt [3], Grahovac et Chakravarty [15], Kukreja et al. [25], Wong et al. [40] ont développé leurs modèles en se basant sur le modèle METRIC de Sherbrooke [33], où la collaboration entre les sites de stockage est un moyen efficace pour résoudre le problème de stock de pièces de rechange. Ils ont intégré deux hypothèses de base : (1) une grande capacité de réparation, et (2) un processus de panne suivant la loi de poisson. En se basant sur le modèle METRIC, la

collaboration a été d'abord examinée par Lee [26] pour un groupe de sites. Dans le cas où un site, ne peut pas répondre à la demande des clients, une demande à un site voisin (généralement le plus proche du client) est placée. Si la pièce demandée est disponible dans le site voisin, elle sera transférée pour répondre à la demande du client, sinon une commande d'urgence, à partir de l'entrepôt central, sera lancée. Axsäter [6] a développé une méthode itérative pour calculer la probabilité de satisfaction des demandes dans les différents sites en supposant que le temps de réapprovisionnement suit une loi exponentielle. Dans une étude similaire, Wong et al. [40] ont proposé un modèle analytique pour calculer le nombre optimal de pièces de rechange dans un système à un seul item réparable stocké dans plusieurs hubs (sites) aériens dans lequel la collaboration complète entre les sites est autorisée. Xu Tian-liang [43] a proposé un modèle pour déterminer s'il est préférable d'utiliser ou non la collaboration en fonction du coût total moyen durant la période de revue. Erhan [13] a étudié le comportement d'un système de partage des inventaires en considérant le niveau de service basé sur le temps. D'autres modèles différents ont été proposés par Yanagi et Sasaki [44], Timmers [39] et Wong et al. [41][42] sont basés sur le modèle de réparation des machines dans une file d'attente. Par rapport au modèle METRIC, le modèle de réparation des machines dans une file d'attente est plus difficile à résoudre à cause principalement de l'étendu de l'espace d'états. Le modèle de réparation des machines dans une file d'attente permet d'obtenir des résultats exacts comparés au modèle METRIC. Différent des deux types de modèles mentionnés auparavant (METRIC et de file d'attente), Sherbrooke [34] a utilisé un modèle de simulation dans son étude. Dans la plupart des études, le délai de transfert d'articles entre les sites a été supposé négligeable. En réalité, une telle hypothèse n'est pas tout à fait réaliste, notamment dans le cas où le coût associé au temps d'inactivité consécutif à une rupture de stock est élevé. Dans certains cas, un temps supplémentaire peut être nécessaire à cause de l'indisponibilité d'un moyen de transport. Cela signifie qu'un temps d'arrêt supplémentaire doit être pris en considération dans le système. Dans les systèmes où le coût associé au temps d'arrêt est très élevé, négliger le temps d'arrêt supplémentaire peut engendrer des risques coûteux. Également, le transfert latéral retardé n'a pas été pris en compte dans la majorité des modèles. Un transfert d'articles retardé se produit lorsqu'un site reçoit une pièce à partir de l'atelier de réparation et son stock en main devient positif, alors qu'en même temps il existe

au moins un autre site dans le groupe de collaborateurs qui fait face à une rupture. Dans un tel cas, il serait raisonnable d'envoyer la pièce réparée au site ayant une rupture de stock. Autrement dit, le transfert retardé aura lieu lorsque le système fait face à des ruptures dans le stock et il est déclenché par une réparation complétée des pièces alors que le transfert «normal» se produit lorsqu'il n'existe aucune rupture dans le stock (dans tous les sites du groupe) et il est déclenché par la défaillance de la pièce. Alfredsson et Verrijdt [3] et Grahovac et Chakravarty [15] ont considéré dans leurs modèles que le délai de transfert d'articles entre les sites est non-négligeable mais ils n'ont pas pris en compte le transfert d'articles retardé. Leur approche consiste à utiliser le modèle où le délai de transfert est égal à zéro et de calculer le temps d'arrêt supplémentaire en multipliant directement le nombre moyen de transfert par le délai moyen de transfert. Wong et al. [40] ont considéré le transfert d'articles retardé dans leur modèle en supposant que le délai de transfert soit égal à zéro et ils ont montré que ce transfert retardé peut améliorer la performance du système. Sherbrooke [34] a également pris en compte le transfert retardé dans son modèle. Cependant, il a utilisé un modèle de simulation plutôt qu'un modèle analytique. Le travail de Yanagi et Sasaki [44] est une base du modèle développé par Wong et al. [42]. Dans leur modèle, ils ont considéré que le délai de transfert soit non-négligeable (exponentiel) et ils ont utilisé l'approche de décomposition à deux étapes pour résoudre le problème. Cependant, étant donné qu'ils ont examiné le problème en supposant qu'il y a seulement une capacité de réparation, le transfert retardé n'existe pas dans leur modèle. Par contre, Wong et al. [42] ont construit un modèle basé sur le modèle de réparation des machines dans une file d'attente, dans lequel les sources de demandes ont été supposées finies et l'hypothèse de la capacité de réparation limitée a été relaxée. La justification de ces hypothèses est basée sur les observations des auteurs. Dans de nombreuses organisations, le nombre de machines fonctionnelles est relativement faibles parce qu'elles ont besoin d'un énorme investissement. À partir de ce point de vue, l'hypothèse de sources infinies est discutable. En ce qui concerne la capacité de réparation, de nos jours, il est très courant d'avoir une grande flexibilité dans les travaux de réparation, par exemple en sous-traitant le travail de réparation lorsqu'un atelier de réparation est déjà occupé.

L'objectif de ce mémoire est : (1) d'étudier l'effet de la stratégie de gestion de stock dans un réseau collaboratif (voir figure 5), où chaque nœud peut s'approvisionner d'un même

fournisseur (Q_i) ou de nœuds voisins (X_{ij}) selon des règles bien définies pour répondre à la demande D_i , sur les paramètres de contrôle du système (quand et combien commander?). (2) examiner son impact sur le coût total du système et le niveau de service pour les clients tout en se basant sur des modèles proposés dans la littérature. Le contenu de ce mémoire est subdivisé en six chapitres :

Le premier chapitre examine l'effet de la collaboration dans un réseau formé d'un entrepôt central et de deux sites de stockage sur le coût total du système et sur le niveau de service pour les clients. Le deuxième chapitre examine l'impact de la collaboration dans un réseau formé d'un entrepôt central et de trois sites de stockage sur le coût total du système et sur le niveau de service pour les clients. Le troisième chapitre étudie s'il est avantageux d'utiliser la collaboration entre les sites de point de vue coût total dans le cas des pièces de rechange. Le quatrième chapitre étudie l'effet de la collaboration sur le nombre optimal de pièces de rechange dans le cas où le transfert latéral retardé est autorisé. Le cinquième chapitre examine l'effet de la collaboration entre les sites de stockage de pièces de rechange lorsque le délai de transfert latéral est non-négligeable et le transfert latéral retardé est permis. Le sixième chapitre expose une application de simulation pour analyser l'effet de la collaboration entre les hôpitaux sur les coûts du système.

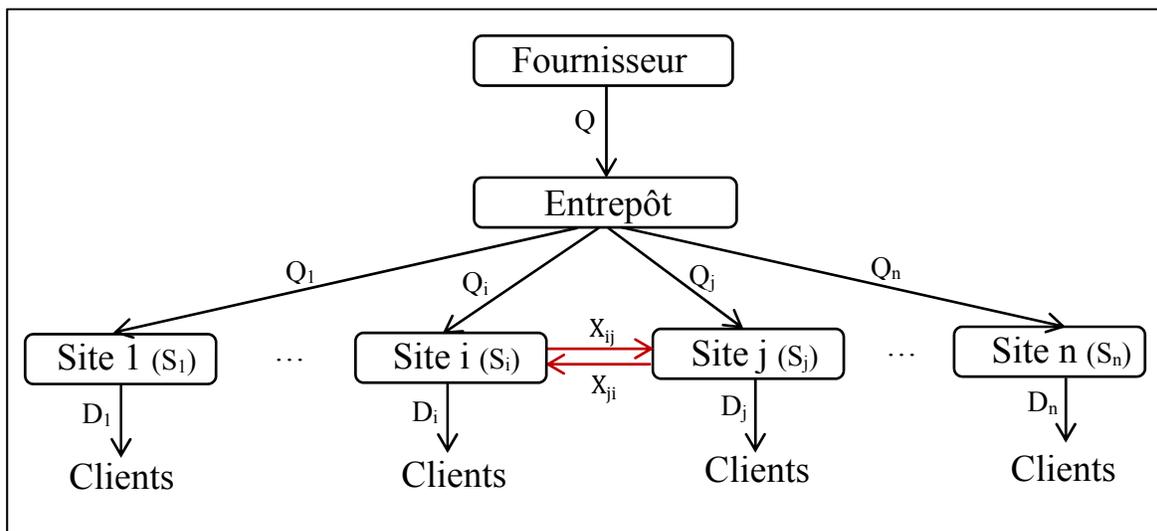


Figure 5 : Système de distribution de stock multi-échelons avec collaboration

Pour faciliter la lecture du mémoire, nous avons repris les notations adoptées dans les articles spécifiques au contenu de chaque chapitre. Dans le prochain chapitre, nous traitons

le modèle de partage des stocks dans un réseau constitué d'un entrepôt central et de deux sites de stockage.

Chapitre 1 : L'effet de la collaboration dans le cas d'un réseau constitué d'un entrepôt central et de deux sites de stockage

1. Introduction

L'amélioration du niveau de service pour les clients est devenue une préoccupation majeure dans la gestion des systèmes de distribution. Pour un réseau constitué de plusieurs sites, le déséquilibre dans les quantités stockées dans ces sites dû à une demande aléatoire est une problématique commune. Dans le cas où certains sites ont un surplus de stocks alors que d'autres font face à une rupture, la collaboration entre ces sites pourrait résoudre le problème et éviter toute pénurie. Dans ce chapitre, nous traitons du réseau illustré à la figure 6. Le réseau comporte un entrepôt et deux sites (site 1 et site 2) qui desservent la clientèle. D_1 et D_2 représentent, respectivement, les demandes du site 1 et du site 2. On suppose que la demande D_i ($i = 1,2$) au niveau du site i suit une distribution normale de moyenne μ_i et d'écart type σ_i (connus). Chaque site doit satisfaire la demande D_i des clients et fait appel, occasionnellement, au site voisin pour demander une quantité X_{ij} . Cette demande de X_{ij} se produit lorsque le site voisin ne dispose pas de suffisamment de stock pour satisfaire ses propres clients et que la quantité commandée à l'entrepôt central n'est pas encore livrée. X_{ij} est une variable aléatoire ayant pour fonction de densité $f_i(\cdot)$ et une fonction de distribution $F_i(\cdot)$. On exploitera les travaux de Krishnan et Rao [24] et de Tagaras [36] pour déterminer la quantité Q_i à commander par chaque site i ; ($i = 1,2$) et les transferts éventuels, X_{12} et X_{21} , entre les sites (X_{ij} = la quantité transférée du site i vers le site j). X_{ij} sera positive si le stock au site j est insuffisant pour satisfaire la demande. Cette analyse permet d'évaluer la collaboration en cas d'urgence à la fois au niveau des coûts que du niveau de service à la clientèle. Ce chapitre est organisé comme suit : La section 2 présente le modèle mathématique dans le cas de deux sites. La section 3 expose les résultats de cette étude numérique. La section 4 résume les conclusions les plus importantes de cette étude et les perspectives possibles pour des recherches futures.

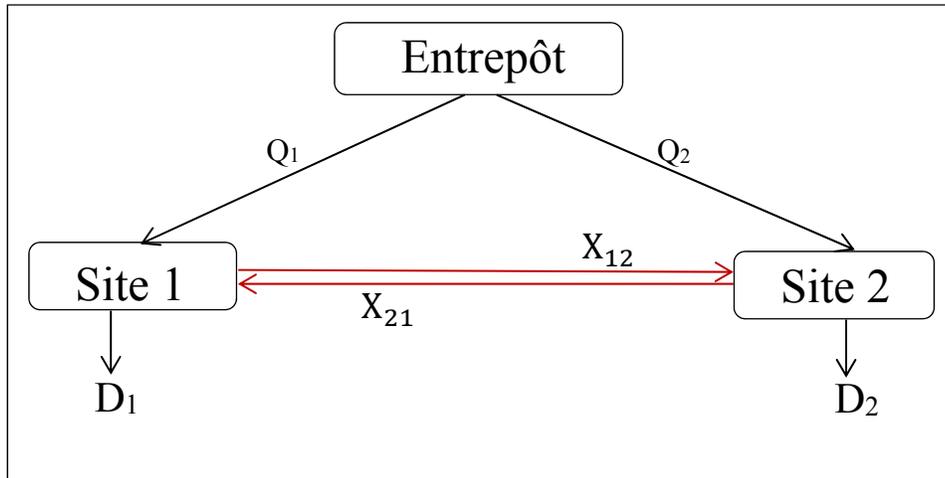


Figure 6 : Système de distribution de stock à deux-sites de stockage [36]

2. Modèle mathématique

Les hypothèses

- 1) La capacité de stockage de l'entrepôt central est infinie ;
- 2) Chaque site i ($i=1,2$) fait face à une demande aléatoire stationnaire indépendante des demandes des autres sites ;
- 3) Le système de contrôle des stocks est à revue périodique (S_i, R_i) ;
- 4) Au début de chaque cycle d'approvisionnement, une commande de taille Q_i est placée pour atteindre le niveau de stock S_i ;
- 5) Le délai de réapprovisionnement L_i à partir de l'entrepôt central est négligeable ;
- 6) Dans le cas où un site i manque de stock et le site j dispose d'un surplus, un transfert latéral de la quantité nécessaire aura lieu de j vers i comme un recours pour éviter la pénurie : c'est la collaboration en cas d'urgence. Sinon il peut effectuer une commande de taille Q_i à l'entrepôt central ;
- 7) La collaboration complète, où le site offre tout son stock disponible lorsqu'un autre site fait face à une rupture, est adoptée dans ce modèle ;
- 8) Le délai du transfert latéral entre les sites est négligeable (moins long que L_i) ;
- 9) Le coût variable de transfert latéral des stocks entre les deux sites est le même ;
- 10) Les coûts de commande et les coûts de stockage par période sont inégaux pour les deux sites ;

11) Le coût fixe de commande, à partir de l'entrepôt central, et le coût fixe de transfert latéral sont négligeables ;

12) Les articles non livrés (même après le transfert latéral) ne sont pas perdus et seront satisfaits durant la période suivante ;

Les notations utilisées dans ce chapitre sont les suivantes :

Paramètres:

c_i : le coût d'une commande pour le site i ; $i = 1, 2$

c_{hi} : le coût unitaire de stockage, par période, au site i

c_{pi} : le coût unitaire de pénurie au site i

c_{ij} : le coût variable de transfert latéral du site i au site j

$C(S)$: le coût total par période en fonction du niveau maximal du stock $S = (S_1, S_2)$

β_i^{BP} : la probabilité de satisfaction des clients au site i , avant le transfert latéral

β_i^{AP} : la probabilité de satisfaction des clients au site i , après le transfert latéral

P_i^{BP} : la probabilité de cycles sans pénurie dans une période au site i , avant le transfert latéral

P_i^{AP} : la probabilité de cycles sans pénurie dans une période au site i , après le transfert latéral

Variables de décision:

Q_i : la quantité commandée par chaque site i de l'entrepôt central

I_i^+ : le stock en main au site i , après le transfert latéral

I_i^- : le stock en pénurie au site i , après le transfert latéral

I_i : le stock net au site i , après le transfert latéral ($I_i = I_i^+ - I_i^-$)

X_{ij} : la quantité transférée du site i au site j

Le modèle mathématique sans contraintes de niveau de service

La fonction objectif :

L'objectif de ce modèle mathématique est de déterminer le niveau de stock optimal S_i des deux sites sans contraintes de niveau de service tout en minimisant le coût total du système qui englobe le coût de commande, le coût de transfert, le coût de stockage et le coût de pénurie [36] :

$$\min C(S) = \sum_{i=1}^2 \{c_i E(Q_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^2 c_{ij} E(X_{ij}) + c_{hi} E(I_i^+) + c_{pi} E(I_i^-)\} \quad (1)$$

$$\text{Avec } E(Q_i) = S_i - E(I_i) \quad (2)$$

$$E(I_i) = E(I_i^+) - E(I_i^-) \quad (3)$$

Les contraintes :

La contrainte de l'équilibre d'inventaire [36] : $I_i = S_i - D_i - X_{ij} + X_{ji}$; $\forall i, j$; $i \neq j$

Les contraintes de la stratégie de transfert latéral d'articles du site i au site j (voir tableau 1) [36]:

$$(1) \text{ Si } \forall i D_i \leq S_i \text{ alors } X_{ij} = X_{ji} = 0; \forall i, j; i \neq j$$

$$(2) \text{ Si } \forall i D_i \geq S_i \text{ alors } X_{ij} = X_{ji} = 0; \forall i, j; i \neq j$$

$$(3) \text{ Si } D_i < S_i \text{ et } D_j > S_j \text{ alors } X_{ij} = \min \{S_i - D_i, D_j - S_j\}; \forall i, j; i \neq j$$

Afin d'assurer qu'il n'est pas plus cher de commander une unité pour le site j que de la commander pour le site i et puis la transférer immédiatement au site j , l'inéquation triangulaire suivante doit être prise en compte [36] : $c_i - c_j + c_{ij} \geq 0$; $\forall i, j$; $i \neq j$

L'optimalité de la collaboration complète, où le transfert latéral d'articles aura lieu uniquement d'un site ayant un surplus de stock à un autre faisant face à une rupture jusqu'à ce que le surplus soit épuisé ou la pénurie imminente soit complètement écartée, est assurée si les conditions entre les paramètres de coût sont prises en compte [36] :

(1) $c_{hi} + c_{pj} - c_{ij} - (c_i - c_j) \geq 0$; $\forall i, j$; $i \neq j$; cette condition est pertinente lorsque le site i a un surplus alors que le site j fait face à une rupture.

(2) $c_{ij} + (c_i - c_j) - (c_{hi} - c_{hj}) \geq 0$; $\forall i, j$; $i \neq j$; cette condition est importante lorsque les deux sites i et j ont à la fois un surplus de stocks.

(3) $c_{ij} + (c_i - c_j) + (c_{pi} - c_{pj}) \geq 0$; $\forall i, j$; $i \neq j$; cette condition est pertinente lorsque les deux sites anticipent une pénurie avant le transfert latéral d'articles.

Tableau 1 : Toutes les possibilités de transfert entre les deux sites

Possibilités	I_1	I_2	X_{12}	X_{21}
1	> 0	> 0	$= 0$	$= 0$
2	< 0	< 0	$= 0$	$= 0$
3	> 0	$= 0$	> 0	$= 0$
4	$= 0$	> 0	$= 0$	> 0
5	$= 0$	< 0	> 0	$= 0$
6	< 0	$= 0$	$= 0$	> 0

Le tableau 1 présente toutes les réalisations de transfert latéral possibles entre les deux sites 1 et 2 : (1) si les deux sites disposent d'un surplus de stocks net ($I_1 > 0, I_2 > 0$), alors aucun transfert d'articles aura lieu entre les sites ($X_{ij} = X_{ji} = 0$). (2) De même si les deux sites font face à une rupture de stock ($I_1 < 0, I_2 < 0$), alors il n'y aura pas de collaboration entre les deux sites ($X_{ij} = X_{ji} = 0$) et ils sont obligés d'attendre la réception de la commande de l'entrepôt central. (3) Lorsque le site 1 dispose d'un surplus ($I_1 > 0$) alors que le site 2 fait face à une rupture, un transfert latéral d'article du site 1 vers le site 2 aura lieu ($X_{12} > 0$) pour éliminer complètement la pénurie dans le site 2 ($I_2 = 0$). (4) De même, lorsque le site 2 dispose d'un surplus ($I_2 > 0$) alors que le site 1 manque du stock, un transfert latéral d'article du site 2 vers le site 1 aura lieu ($X_{21} > 0$) pour éviter la rupture dans 1 ($I_1 = 0$). (5) Dans le cas où le site 1 a un surplus de stock ($I_1 = 0$) qui ne va pas suffisamment satisfaire les besoins du site 2 alors que le site 2 fait face à une rupture ($I_2 < 0$), un transfert latéral de 1 vers 2 aura lieu pour combler d'une manière partielle le manque existant dans 2 ($X_{12} > 0$). (6) De la même manière, si le site 1 a un stock inférieur à zéro ($I_1 < 0$) alors que le site 2 possède une quantité insuffisante pour combler ce qui manque dans le site 1 ($I_2 = 0$), tout le surplus du site 2 va être transféré au site 1 pour éliminer partiellement la quantité manquante ($X_{21} > 0$). À partir du tableau 1, les espérances mathématiques sont écrites dans le paragraphe qui suit.

L'espérance mathématique de transfert latéral est calculée comme suit [36]:

$$E(X_{ij}) = \int_{y_i=0}^{S_i} \left[\int_{y_j=S_i}^{S_i+S_j-y_i} (y_j - S_j) f_j(y_j) dy_j + \int_{y_j=S_i+S_j-y_i}^{\infty} (S_i - y_i) f_j(y_j) dy_j \right] f_i(y_i) dy_i$$

Le réarrangement des termes et l'intégration par partie de l'équation donnent [36] :

$$E(X_{ij}) = \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) [1 - F_j(S_i + S_j - y_i)] dy_i \quad (4)$$

De même, la quantité moyenne de stock en main après le transfert latéral est la suivante [36] :

$$E(I_i^+) = \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (5)$$

La quantité espérée de stock en pénurie est [36] :

$$E(I_i^-) = E(D_i) - S_i + \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i - \int_{y_j=0}^{S_j} F_j(y_j) dy_j + \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (6)$$

Avec une demande moyenne égale [36] : $E(D_i) = \int_{y_i=0}^{\infty} y_i f_i(y_i) dy_i$

En combinant les équations (3), (5) et (6), l'espérance mathématique du stock net (après le transfert latéral) est obtenu est comme suit [36] :

$$E(I_i) = S_i - E(D_i) - \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=0}^{S_j} F_j(y_j) dy_j + \int_{y_i=0}^{S_i} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i - \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_i(y_i) F_j(S_i + S_j - y_i) dy_i \quad (7)$$

Les valeurs du niveau de stock S_1 et S_2 qui minimisent le coût total du système $C(S)$ sont obtenues en posant que la dérivée de l'équation du coût égale à zéro, et cela est à cause de la non-linéarité de la fonction objectif :

$$\frac{\partial C(S)}{\partial S_i} = 0; \quad i=1,2$$

En utilisant la règle de différentiation de Leibnitz, on obtient [36] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(S)}{\partial S_i} = & (c_{hi} - c_i) \int_{y_j=S_j}^{S_i+S_j} F_i(S_i + S_j - y_i) f_j(y_j) dy_j + (c_i - c_{ji} + c_{pi}) \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_i) f_j(y_j) dy_j \\ & + (c_{hj} - c_j) \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + (c_j - c_{ij} + c_{pj}) \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i \\ & + (c_{ji} - c_{hi} - c_{pi} - 2c_i) F_i(S_i) F_j(S_j) + (c_i - c_j + c_{ij} + c_{pi} - c_{pj}) F_i(S_i) - c_{pj}; \quad i, j = 1, 2; \quad j \neq i \end{aligned}$$

Soit P_{12} la probabilité que $D_1 + D_2 \leq S_1 + S_2$ [36]. Alors

$$\begin{aligned} P_{12} = & \int_{y_i=0}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i = F_i(S_i) F_j(S_j) + \int_{y_i=S_i}^{S_i+S_j} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + \\ & \int_{y_j=S_j}^{S_i+S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j = \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j - F_i(S_i) F_j(S_j) \end{aligned} \quad (8)$$

En utilisant l'équation (8), le système des conditions du premier ordre peut être simplifié comme suit [36] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(S)}{\partial S_i} &= (c_{hj} + c_i - c_j - c_{ji} + c_{pj})P_{12} + (2c_j - 2c_i - c_{ij} + c_{ji} + c_{pj} - c_{pi} - c_{hj} + \\ &c_{hi}) \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i + (c_i - c_j + c_{ij} + c_{pi} + c_{pj})F_i(S_i) - c_{pi} = 0; \\ i, j &= 1, 2; j \neq i \end{aligned} \quad (9)$$

Lorsque les coûts c_i , c_{pi} et c_{hi} sont égaux dans les deux sites de stockage et $c_{12} = c_{21}$, les conditions de premier ordre sont réduites à celles de Krishnan et Rao [24].

Une vérification des conditions d'ordre plus élevé est nécessaire pour s'assurer que les solutions de l'équation (9) donnent le coût minimal de la fonction (1). En pratique, la solution de l'équation (9) est obtenue en utilisant des méthodes numériques. Dans ce modèle, la méthode de la sécante a été implémentée pour résoudre le système d'équations non linéaires et a fourni des solutions très efficaces dans un certain nombre d'exemples numériques.

Le modèle mathématique avec contraintes de niveau de service

Il est souvent difficile d'estimer avec précision les coûts de pénalités associés aux pénuries, c'est pour cette raison que les décideurs des systèmes de distribution d'inventaire essaient de minimiser les coûts tout en satisfaisant un minimum du niveau de service. Le c_{pi} dans la fonction objectif représente le coût de pénurie explicite, tandis que le niveau de service représente un coût de pénurie qui est additionnel, implicite et difficile à calculer (par exemple le coût associé la perte des clients). L'objectif de cette section est de réexaminer le modèle mathématique de minimisation des coûts après l'ajout de la contrainte de niveau de service (la satisfaction des clients). Le modèle mathématique avec contraintes peut être écrit comme suit :

La fonction objectif [36]:

$$\min C(S) = \sum_{i=1}^2 \{c_i E(Q_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^2 c_{ij} E(X_{ij}) + c_{hi} E(I_i^+) + c_{pi} E(I_i^-)\} \quad (10)$$

Les contraintes :

$$\text{La contrainte de niveau de service : } \beta_i^{AP} \geq \beta_i; \quad i, j = 1, 2$$

Puisque : $\beta_i^{AP} = 1 - E(I_i^-)/E(D_i)$, la contrainte peut être exprimée comme suit [36] :

$$g_i(S) = E(I_i^-) - (1 - \beta_i)E(D_i) \leq 0 \quad (11)$$

Soient λ_1 et λ_2 deux multiplicateurs de Lagrange, alors le point minimum S du problème sous contrainte doit satisfaire les conditions de Kuhn-Tucker [36] :

$$\left. \begin{array}{l} \partial C(S)/\partial S_i + \sum_{k=1}^2 \frac{\lambda_k \partial g_k(S)}{\partial S_i} = 0 \\ \lambda_i g_i(S) = 0 \\ \lambda_i \geq 0 \end{array} \right\} i=1,2 \quad (12)$$

Avec $\partial g_i(S)/\partial S_i = -1 + F_i(S_i)[1 - F_j(S_j)] + \int_{y_j=0}^{S_j} F_i(S_i + S_j - y_j) f_j(y_j) dy_j$

$\partial g_i(S)/\partial S_i = \int_{y_i=0}^{S_i} F_j(S_i + S_j - y_i) f_i(y_i) dy_i - F_i(S_i)$

Pour trouver une solution au système (12) composé de quatre équations à quatre inconnues, différentes combinaisons de contraintes actives (aucune, une ou deux) ont été définies, et les signes des multiplicateurs de Lagrange qui en résultent ont été vérifiées. Si une solution est faisable, une vérification dans les conditions du deuxième ordre est nécessaire pour assurer l'optimalité. La méthode de la sécante peut encore être utilisée pour résoudre le système des équations non-linéaires. Les résultats de cette étude vont être présentés dans la section qui suit.

L'effet de la collaboration sur le niveau de service

Le niveau de service est l'une des mesures de performances les plus importantes dans un système de distribution d'inventaire et plus précisément dans les sites de stockage. L'objectif principal de la collaboration est d'améliorer ce niveau de service par le transfert latéral d'articles d'un site ayant un surplus à un site faisant face à une rupture pour éviter la pénurie. Ce paragraphe vise à étudier l'effet de la collaboration entre deux sites sur les deux niveaux de service chez les clients, à savoir la probabilité de satisfaction des clients et la probabilité de cycles sans pénurie dans une période. Tagaras [36] a prouvé les trois propositions suivantes :

Sachant que les probabilités de satisfaction des clients avant et après la collaboration sont définies respectivement comme suit [36] :

$$\beta_i^{BP} = E(\min\{S_i, D_i\})/E(D_i) \quad (13)$$

$$\beta_i^{AP} = E(\min\{S_i + X_{ji} - X_{ij}, D_i\})/E(D_i) \quad (14)$$

Proposition 1 : La collaboration entre deux sites i et j augmente la probabilité de cycles sans pénuries dans le site i par la diminution marginale de la quantité transférée prévue de j vers i pour une augmentation d'une unité dans la quantité à commander pour le site i [36] :

$$P_i^{AP} = P_i^{BP} + |\partial E(X_{ji})/\partial S_i| \quad (15)$$

Proposition 2 : La collaboration entre les deux sites i et j augmente la probabilité de satisfaction des clients dans i en transférant la quantité nécessaire de j vers i par rapport à la demande prévue dans le site i [36] :

$$\beta_i^{AP} = \beta_i^{BP} + E(X_{ji})/E(D_i) \quad (16)$$

Proposition 3 : Cette proposition met en valeur l'importance de la collaboration entre les sites par rapport à l'indépendance dans la gestion d'inventaire. L'augmentation de l'une des deux quantités S_1 ou S_2 est suffisante pour améliorer le niveau de service dans les deux sites. Par conséquent, la probabilité de satisfaction des clients et la probabilité des cycles sans pénurie (après transfert latéral) dans les deux sites i et j ne diminuent pas en S_i .

3. Résultats

Les résultats de la section précédente vont être illustrés en se basant sur un exemple numérique dans lequel les coûts de commande et de stockage sont inégaux, reflétant différentes distances qui séparent les deux sites et l'entrepôt central, et par conséquent des coûts de transport différents. Tous les paramètres et les instances du modèle sont présentés dans le tableau 2 :

Tableau 2 : Les paramètres du modèle [36]

	μ_i, σ_i	c_i	c_{hi}	c_{pi}	c_{ij}
<i>Site 1</i>	150, 30	22	1.1	4	3
<i>Site 2</i>	200, 60	20	1	4	3

Tableau 3 : Comparaison entre les solutions des trois modèles [36]

	<i>Solutions optimales de la collaboration sans contrainte</i>		<i>Solutions optimales de la collaboration avec contraintes ($\beta=0.99$)</i>		<i>Solutions optimales sans collaboration</i>	
	<i>Site 1</i>	<i>Site 2</i>	<i>Site 1</i>	<i>Site 2</i>	<i>Site 1</i>	<i>Site 2</i>
S_i	150	261.7	157.3	275.5	173.7	250.8
$E(Q_i)$	142.1	207.9	143.8	206.2		
$E(I_i^+)$	10.8	57.3	15	71.3	27.4	57.4
$E(I_i^-)$	2.9	3.6	1.5	2	3.6	6.6
$E(X_{ij})$	1.2	9.1	1	7.2		
P_i^{BP}	0.5	0.848	0.596	0.896		
P_i^{AP}	0.863	0.881	0.922	0.927		
β_i^{BP}	0.920	0.976	0.942	0.985		
β_i^{AP}	0.981	0.982	0.990	0.990		
P_i^{NP}					0.784	0.8
β_i^{NP}					0.976	0.967
λ_i			3.15	3.08		
C	110.07		113.85		128.31	

Le tableau 3 présente les solutions optimales du modèle sans contrainte dans un réseau collaboratif, les solutions optimales du modèle avec contrainte (une satisfaction des clients minimale $\beta_i = 0.99$) dans un réseau collaboratif, et les solutions optimales du modèle en supposant que les deux sites sont indépendants et aucune collaboration aura lieu. Dans les solutions du dernier cas, la probabilité des cycles sans pénurie et la probabilité de satisfaction des clients sont notées par P_i^{NP} et β_i^{NP} respectivement. La solution du modèle sans contrainte montre que la collaboration améliore le niveau de service tout en diminuant le coût total. Comme le coût de commande et le coût de stockage sont plus élevés dans le site 1, la valeur optimale de S_1 est relativement faible, tandis que la valeur optimale de S_2 est encore plus élevée que S_1 dans le réseau où les sites sont indépendants. Cependant, la somme optimale $S_1 + S_2$ et le stock en main total sont inférieurs dans la solution où les sites collaborent. Dans le modèle avec contrainte, où $\beta_1 = \beta_2 = 0.99$ et les deux contraintes de niveau de service sont obligatoires, l'amélioration du niveau de service par rapport au modèle sans contrainte est atteinte par l'augmentation de S_1 et S_2 . Dans le modèle sans contrainte, une expérimentation supplémentaire a été réalisée pour étudier le comportement des valeurs optimales S_1 et S_2 et les niveaux de service après le transfert latéral. Comme prévu, P_i^{AP} et β_i^{AP} augmentent avec la diminution du c_{pi} et diminuent avec l'augmentation du c_{hi} . Une augmentation dans le coût de commande c_i en gardant c_j constant résulte en un faible niveau de service dans i et élevé dans j . Le transfert latéral améliore les niveaux de service dans les deux sites i et j malgré le coût élevé c_{ij} . Une augmentation dans la demande moyenne μ_i entraîne une légère augmentation dans la probabilité β_i^{AP} alors que les probabilités P_i^{AP} , P_j^{AP} et β_j^{AP} restent inchangées. Une variation de la demande σ_i plus large engendre une détérioration du niveau de service dans le site i et une amélioration simultanée beaucoup moins significative dans j , parce que dans ce cas, la quantité optimale en S est plus grande pour que le site j puisse encore aider le site i à travers la collaboration.

4. Conclusions et perspectives

Le contenu de ce chapitre est une étude de l'effet de la collaboration en cas d'urgence et complète entre deux sites de stockage sur le coût total du système et le niveau de service pour les clients. Le modèle mathématique de collaboration entre deux sites ayant des coûts différents a été formulé et résolu. La solution proposée consiste à déterminer les quantités

optimales à commander dans chaque site i . Les conclusions les plus importantes peuvent être résumées dans ce qui suit :

- Le partage de stocks entre les sites réduit considérablement le coût total du système ;
- La collaboration entre les sites améliore toujours les niveaux de service chez les clients, à savoir la probabilité des cycles sans pénurie et la probabilité de satisfaction des clients ;
- En général, l'effet positif de la collaboration est plus important lorsque le coût de transfert latéral diminue et la variation de la demande augmente.

Plusieurs extensions de ce modèle qui sont d'un intérêt particulier peuvent être considérées dans des recherches futures. Par exemple, le délai de réapprovisionnement non-négligeable n'a pas été pris en compte dans ce chapitre. De même, le cas du réseau plus large où le nombre de site dépasse le deux est aussi une extension très importante qui n'a pas été considérée. Ces deux extensions vont être examinées dans le chapitre qui suit.

Chapitre 2 : La collaboration dans le cas d'un entrepôt central et de trois sites de stockage

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous traitons le cas d'un réseau constitué d'un entrepôt central et de trois sites (voir figure 7). Cet entrepôt alimente les trois sites. Chaque commande est de taille Q_i pour répondre à la demande D_i des clients. On suppose que la demande D_i ($i = 1,2,3$) au niveau du site i suit une distribution normale de moyenne μ_i et d'écart type σ_i (connus). Les trois sites collaborent dans le cas d'insuffisance de stocks dans un ou deux sites en déplaçant la quantité nécessaire X_{ij} entre eux pour satisfaire la demande attendue des clients. Le contenu de ce chapitre est une analyse complète du modèle mathématique de Tagaras [38] pour déterminer la quantité Q_i à commander par chaque site i ; ($i = 1,2,3$) et les transferts éventuels X_{ij} entre les sites (X_{ij} = la quantité transférée du site i vers le site j). Le modèle est une extension des travaux précédents de Tagaras et Cohen [37] où la collaboration entre plus que deux sites est permise. Une telle extension introduit un élément de complication supplémentaire qui est la stratégie de transfert latéral d'articles dans les deux situations suivantes : (1) lorsqu'au moins un site fait face à une rupture de stock à la fin d'une période alors que deux ou plus autres sites ont un excédent de stock, (2) lorsque deux ou plusieurs sites sont confrontés à une insuffisance de stock et ils demandent la quantité manquante d'un seul site qui a un surplus. L'objectif de ce chapitre est d'étudier la performance d'un système de distribution constitué d'un entrepôt central et de trois sites et d'évaluer la collaboration en cas d'urgence à la fois au niveau des coûts que du niveau de service à la clientèle. Ce chapitre est organisé comme suit : La section 2 présente les hypothèses et les notations utilisées pour modéliser le problème d'un entrepôt central et des trois sites. La section 3 expose les résultats discutés de cette étude numérique. La section 4 est un résumé des principales conclusions tirées de cette recherche et des perspectives possibles pour des recherches futures.

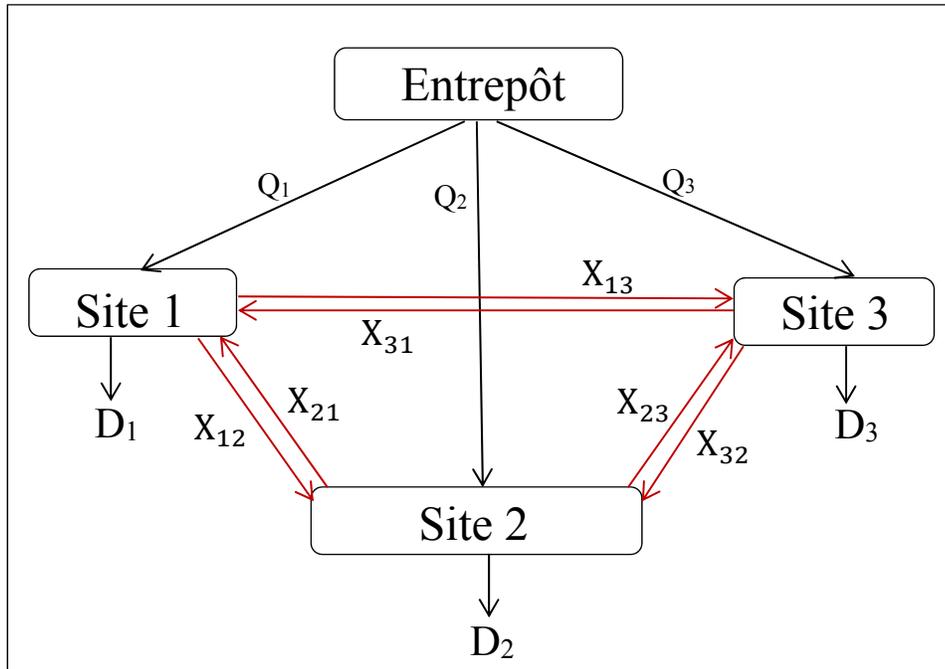


Figure 7 : Réseau comportant un entrepôt et trois sites [38]

2. Modèle mathématique

Les hypothèses

- 1) La capacité de stockage de l'entrepôt central est infinie ;
- 2) Chaque site i ($i=1,2,3$) fait face à une demande aléatoire stationnaire indépendante des demandes des autres sites ;
- 3) Le système de contrôle des stocks à chaque site i est à revue périodique (S_i, R_i) ;
- 4) Au début de chaque cycle d'approvisionnement, une commande de taille Q_i est placée pour atteindre le niveau de stock S_i ;
- 5) Le délai de réapprovisionnement de stock à partir de l'entrepôt central L_i est connu et non-négligeable ;
- 6) Dans le cas où un site i manque de stock et si le site voisin j dispose d'un surplus, un transfert latéral de la quantité nécessaire aura lieu de j vers i : c'est la collaboration en cas d'urgence. Sinon il peut effectuer une commande de taille Q_i à partir de l'entrepôt central ;
- 7) La collaboration complète, où le site offre tout son stock disponible lorsqu'un autre site fait face à une rupture, est utilisée dans ce modèle ;
- 8) Le délai du transfert latéral de stock entre les sites est négligeable (moins long que L_i);

- 9) Le coût de transfert latéral des stocks entre n'importe quels pairs de sites est le même ;
- 10) Les coûts de pénurie par période, les coûts de stockage par période et les coûts de transport de l'entrepôt sont les mêmes pour les trois sites ;
- 11) Les coûts fixes de commandes et de transfert latéral d'articles sont négligeables ;
- 12) Les articles non livrés (même après le transfert latéral) ne sont pas perdus et seront satisfaits durant la période suivante ;
- 13) Trois stratégies de transfert latéral d'articles sont traitées dans cette recherche : (1) la stratégie aléatoire (2) la stratégie selon le niveau de risque (3) la stratégie selon une règle de priorité. Ces stratégies vont être expliquées en plus de détail dans la section qui suit.

Les notations de ce chapitre sont les suivantes :

Paramètres:

I_i : le stock net au site i après la réception de la demande mais avant le transfert latéral d'articles entre les sites

L_i : le délai de réapprovisionnement de chaque site i à partir de l'entrepôt central

R_i : la période de revue

c_h : le coût de stockage par période dans chaque site i

c_p : le coût unitaire de pénurie par période dans chaque site i

c_t : le coût de transfert latéral d'articles entre deux sites

y : la demande durant $L_i + R_i$ période

$f(y)$: la fonction de densité associée à la demande

$\Phi(.)$: la distribution de probabilité (ou fonction de répartition)

β : le taux de satisfaction des clients (le niveau de service)

k_i : le facteur de sécurité

Variables de décision:

OH_i : le stock en main au site i ($i=1,2,3$) à la fin d'une période, après le transfert latéral

BO_i : la quantité en pénurie au site i ($i=1,2,3$) à la fin d'une période, après le transfert latéral

X_{ij} : la quantité transférée du site i au site j

La stratégie de transfert latéral d'articles entre les sites

Après avoir décidé que les sites vont complètement partager leurs stocks en cas d'un risque de pénurie, l'objectif de ce paragraphe est de déterminer comment ce risque peut être

partagé le plus efficacement possible dans le cas où un seul site a un manque de stocks tandis que les deux autres ont un excédent, ou deux sites manquent du stock et ils demandent la quantité nécessaire du troisième point qui a un surplus. Comme il peut y avoir deux expéditeurs ou deux récepteurs d'un surplus de stocks qui va être partagé entre eux, il est nécessaire de définir une stratégie de transfert latéral d'articles qui permettra de déterminer les voies et les quantités à transférer dans le cas d'une rupture dans le stock. Dans ce modèle, trois stratégies ont été proposées : la stratégie aléatoire (Random Policy), la stratégie selon le niveau de risque (Risk Balancing Policy) et la stratégie selon une règle de priorité (Priority Policy).

La stratégie aléatoire

- 1) Si le site k fait face à une rupture de stocks ($I_k < 0$) alors que i et j ont un surplus de stock en main ($I_i > 0$, $I_j > 0$), le site source qui transfère la quantité nécessaire pour éliminer tout ce qui manque au site k est choisi aléatoirement. Si son surplus est insuffisant pour combler la quantité manquante, l'autre site intervient pour satisfaire le manque restant. Soit i le site source choisi aléatoirement comme premier expéditeur, la stratégie peut être exprimée comme suit [38] :

$I_k < 0$ et $I_i > 0$, $I_j > 0$ le choix de la source (i et j) est aléatoire

si **$I_i \geq I_k^-$** Alors **$X_{ik} = I_k^-$ et $X_{jk} = 0$**

si **$I_i < I_k^-$** Alors **$X_{ik} = I_i$ et $X_{jk} = \min \{I_j, I_k^- + I_i\}$**

- 2) si i et j font face à une rupture de stocks ($I_i < 0$, $I_j < 0$) alors que k ($I_k > 0$) a un surplus de stock en main, le choix du site qui reçoit les articles est aussi aléatoire. k transfère la quantité nécessaire pour éliminer ce qui manque dans le premier site et s'il reste encore un excédent de stocks dans k , ce dernier transfère la quantité nécessaire au deuxième site. Indiquant par i le site destination choisi aléatoirement comme premier récepteur, la stratégie peut être exprimée comme suit [38] :

$I_i < 0$, $I_j < 0$ et $I_k > 0$ le choix de la destination (i et j) est aléatoire

si **$I_k \leq I_i^-$** Alors **$X_{ki} = I_k$ et $X_{kj} = 0$**

si **$I_k > I_i^-$** Alors **$X_{ki} = I_i^-$ et $X_{kj} = \min \{I_j^-, I_k + I_i^-\}$**

La stratégie selon le niveau de risque

Ce qui est différent dans cette stratégie est qu'elle est la seule qui prend en considération le risque de la rupture à la période qui suit. C'est-à-dire que même si le stock qui manque dans un site i peut être satisfait par un seul autre site, cette stratégie exige que la quantité manquante soit comblée à partir des deux autres collaborateurs, et ce pour équilibrer la probabilité de rupture de stock qui pourra exister dans la période suivante.

- 1) Si le site k fait face à une rupture de stocks ($I_k < 0$) alors que i et j ont un surplus de stock en main ($I_i > 0, I_j > 0$), la stratégie peut être [38] :

$$\begin{aligned} \text{Si } I_k < 0 \text{ et } I_i > 0, I_j > 0 \quad \text{Alors } X_{ik} + X_{jk} &= \min \{I_i + I_j, I_k^-\} \\ \text{Si } I_i + I_j + I_k &\leq 0 \quad \text{alors } X_{ik} = I_i, X_{jk} = I_j \\ \text{Si } I_i + I_j + I_k &> 0 \quad \text{alors } X_{ik} + X_{jk} = I_k^- & (1) \\ \text{Et } (I_i - X_{ik} + Q_i - \mu_i)/\sigma_i &= (I_j - X_{jk} + Q_j - \mu_j)/\sigma_j & (2) \end{aligned}$$

L'équation (1) permet d'éliminer le stock qui manque et l'équation (2) permet d'équilibrer la probabilité de la rupture dans i et j dans la période suivante.

- 2) Si i et j font face à une rupture de stocks ($I_i < 0, I_j < 0$) alors que k ($I_k > 0$) a un surplus de stock en main, la stratégie peut être exprimée comme suit [38] :

$$\begin{aligned} \text{Si } I_k > 0 \text{ et } I_i < 0, I_j < 0 \quad \text{Alors } X_{ki} + X_{kj} &= I_k \\ \text{Et } (I_i - X_{ki} + Q_i - \mu_i)/\sigma_i &= (I_j - X_{kj} + Q_j - \mu_j)/\sigma_j \end{aligned}$$

La stratégie selon une règle de priorité

- 1) Si le site k fait face à une rupture de stock ($I_k < 0$) alors que i et j ont un surplus de stock en main ($I_i > 0, I_j > 0$), le premier expéditeur de la quantité nécessaire pour éliminer tout ce qui manque dans k est celui qui a le maximum de stock en main entre i et j . Si la quantité est insuffisante pour satisfaire le manquant, l'autre site intervient pour éliminer le manque restant. Indiquant par i le site source choisi comme premier expéditeur, la stratégie peut être exprimée comme suit [38] :

$I_k < 0$ et $I_i > 0, I_j > 0$ le choix de la source (i ou j) est basé sur la quantité maximale de stock en main entre I_i et I_j

si $I_i > I_j$ et $I_i \geq I_k^-$ Alors $X_{ik} = I_k^-$ et $X_{jk} = 0$

si $I_i > I_j$ et $I_i < I_k^-$ Alors $X_{ik} = I_i$ et $X_{jk} = \min \{I_j, I_k^- + I_i\}$

- 2) si i et j font face à une rupture de stocks ($I_i < 0, I_j < 0$) alors que k ($I_k > 0$) a un surplus de stock en main, le choix du site qui reçoit les articles est basé sur la quantité maximale qui manque. k transfère la quantité nécessaire pour éliminer ce qui manque dans le premier site et, s'il reste encore un excédent de stocks dans k , le deuxième site reçoit la quantité nécessaire pour éliminer sa pénurie. Indiquant par i le site destination choisi comme premier récepteur, la stratégie peut être exprimée comme suit [38] :

$I_i < 0, I_j < 0$ et $I_k > 0$ le choix de la destination (i ou j) est basé sur la quantité maximale de stock en pénurie entre I_i et I_j

si $I_i^- < I_j^-$ et $I_k \leq I_i^-$ Alors $X_{ki} = I_k$ et $X_{kj} = 0$

si $I_i^- < I_j^-$ et $I_k > I_i^-$ Alors $X_{ki} = I_i^-$ et $X_{kj} = \min \{I_j^-, I_k + I_i^-\}$

La stratégie selon une règle de priorité peut être avantageuse ou non par rapport à la stratégie aléatoire, uniquement lorsque la moyenne et la variance de la demande, dans les trois sites sont similaires. Dans un tel cas cette stratégie peut être classée entre la stratégie aléatoire et la stratégie selon le niveau de risque en termes de sophistication et d'utilisation des informations disponibles.

Le modèle mathématique

Le coût total de ce système comprend le coût de stockage, le coût de pénurie et le coût de transfert latéral d'articles entre les sites. Le coût de transport à partir de l'entrepôt central a été négligé parce que la quantité à commander à chaque début de période est constante et ce coût est le même pour tous les sites. L'objectif de ce modèle mathématique est de déterminer le niveau de stock optimal S_i , dans les trois sites, qui minimise le coût total du système :

La fonction objectif [38] :

$$\min E(C) = \sum_{i=1}^3 \{c_h E(OH_i) + c_p E(BO_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^3 c_t E(X_{ij})\} \quad (1)$$

$$\text{Où } E(OH_i) = \int_{y=0}^{S_i} (S_i - y) f(y) dy$$

$$E(BO_i) = \int_{y=S_i}^{\infty} (y - S_i) f(y) dy$$

Les contraintes:

La quantité à commander [38]: $Q_i = D_i + (X_{ij} + X_{ik}) - (X_{ji} + X_{ki})$ avec $i \neq j \neq k$

La stratégie de transfert latéral d'articles : selon le niveau de risque [38]

1. Si $I_k < 0$ et $I_i > 0, I_j > 0$ Alors $X_{ik} + X_{jk} = \min \{I_i + I_j, -I_k\}$

$$\text{Et } (I_i - X_{ik} + Q_i - \mu_i) / \sigma_i = (I_j - X_{jk} + Q_j - \mu_j) / \sigma_j$$

2. Si $I_k > 0$ et $I_i < 0, I_j < 0$ Alors $X_{ki} + X_{kj} = I_k$

$$\text{Et } (I_i - X_{ki} + Q_i - \mu_i) / \sigma_i = (I_j - X_{kj} + Q_j - \mu_j) / \sigma_j$$

3. Résultats

L'objectif de ce modèle est de déterminer le niveau optimal du stock à chaque site S_1, S_2 et S_3 tout en minimisant le coût total du système $E(C)$. Toutefois, l'évaluation analytique du coût total pour des valeurs spécifiques de S_1, S_2 et S_3 est mathématiquement infaisable à cause des relations complexes entre la demande, le stock en transit et les quantités de stocks à transférer. Par conséquent, la méthode adoptée pour résoudre ce modèle est la simulation qui permet d'obtenir des estimations du coût total $E(C)$ pour S_1, S_2 et S_3 . En outre, pour déterminer la combinaison optimale de S_1, S_2 et S_3 , l'auteur a utilisé la recherche par grille (grid search).

Comparer les stratégies de transfert latéral : aléatoire ou selon le niveau de risque

Le tableau 4 présente un extrait de paramètres et d'instances utilisés pour comparer les deux stratégies (aléatoire et selon le niveau de risque).

Tableau 4 : Les paramètres du modèle [38]

EX	μ_1, σ_1	μ_2, σ_2	μ_3, σ_3	L_1, L_2, L_3	c_h	c_p	c_t
1	200, 75	200, 75	200, 75	1,1,1	1	4	1
2	200, 20	200, 20	200, 20	1,1,1	1	4	1
3	200, 75	200, 20	200, 20	1,1,1	1	4	1

Tableau 5 : Les solutions optimales selon les deux stratégies de transfert [38]

EX	Stratégie aléatoire		Stratégie selon le niveau de risque	
	S	E(C)	S	E(C)
1	1368	293,83	1367	290,83
2	1245	78,50	1244	77,70
3	1301	171,54	1300	170,82

Le tableau 5 résume les solutions optimales trouvées après avoir testé les deux stratégies de transfert latéral d'articles entre les sites, à savoir la stratégie aléatoire et la stratégie selon le niveau de risque. La stratégie selon une règle de priorité a également été testée, bien que les résultats n'aient pas été présentés pour des raisons d'économies de la présentation du papier. Le tableau 5 présente le coût total du système par période $E(C)$ et le niveau total de l'inventaire $S = S_1 + S_2 + S_3$ après la passation des commandes à l'entrepôt central au début de chaque période pour les deux stratégies. La stratégie selon le niveau de risque, qui est la plus complexe et la moins myope par rapport à la stratégie aléatoire, est la stratégie qui

donne le moindre coût et le moindre niveau de stock, mais ce gain ne dépasse jamais les 2%. Comme prévu, le gain de la stratégie selon une règle de priorité est inférieur à celui de la stratégie selon le niveau de risque et supérieur à celui de la stratégie aléatoire, mais les différences de coûts sont faibles (en moyenne le coût total, en utilisant la stratégie selon le niveau de risque, est d'environ 1% de moins que celui en utilisant la politique aléatoire et d'environ 0.5% de moins que celui en adoptant la stratégie selon une règle de priorité). Cette observation conduit à une première conclusion dans cette recherche, à savoir que la stratégie de transfert latéral d'articles entre les sites (aléatoire, selon le niveau de risque ou selon une règle de priorité) n'affecte pas la performance du système. Cela peut être expliqué comme suit. Le niveau de stock S_i est le seul paramètre qui détermine la performance du système à long terme en adoptant une collaboration complète, par contre la stratégie de transfert latéral affecte seulement la mécanique de redistribution de l'inventaire. Les résultats du choix de la stratégie sont limités aux périodes futures où la probabilité de pénuries sera faible. C'est pour cette raison que la stratégie selon le niveau de risque, qui est la seule qui prend en compte la période qui suit (elle ne prend pas en compte toutes les périodes qui suivent), est la meilleure mais pas avec une grande marge. À partir de cette conclusion, toutes les comparaisons et les discussions à venir vont être basées sur la stratégie selon le niveau de risque.

L'effet de la collaboration

Le tableau 6 présente un extrait de paramètres et d'instances testés pour voir l'effet de la collaboration sur le coût total du système et sur le niveau de service chez les clients.

Tableau 6 : Les paramètres du modèle [38]

EX	μ_1, σ_1	μ_2, σ_2	μ_3, σ_3	L_1, L_2, L_3	c_h	c_p	c_t
1	200, 75	200, 75	200, 75	1,1,1	1	4	1
2	200, 20	200, 20	200, 20	1,1,1	1	4	1
3	200, 75	200, 20	200, 20	1,1,1	1	4	1

Tableau 7 : L'effet de la collaboration [38]

	Sites indépendants			Réseau collaboratif		
EX	SS	β	E(C)	SS	β	E(C)
1	267	0,941	445,35	167	0,969	290,83
2	72	0,984	118,76	44	0,992	77,70
3	137	0,970	227,63	100	0,98	170,82

Le tableau 7 résume les solutions optimales trouvées après avoir comparé deux réseaux : un réseau où les sites gèrent leurs stocks de manière indépendante et un réseau où les sites collaborent ensemble. Le coût total du système E(C) dans un réseau de sites indépendants suivant un système de contrôle d'inventaire à revue périodique est calculé comme suit [38] :

$$E(C) = \sum_{i=1}^3 \{c_h E(OH_i) + c_p E(BO_i)\} \quad (2)$$

Où $E(OH_i) = \int_{y=0}^{S_i} (S_i - y) f(y) dy$

$$E(BO_i) = \int_{y=S_i}^{\infty} (y - S_i) f(y) dy$$

Le stock de sécurité SS est calculé comme suit [38] : $SS = \sum_{i=1}^3 k_i \sigma_i \sqrt{L_i + 1}$ (3)

Le facteur de sécurité k_i satisfait la condition suivante [38]: $\Phi(k_i) = \frac{c_p}{(c_p + c_h)}$ (4)

Et le taux de satisfaction des clients est calculé comme suit [38]: $\beta = 1 - \frac{\sum_{i=1}^3 E(BO_i)}{\sum_{i=1}^3 \mu_i}$ (5)

Les chiffres dans le tableau 7 révèlent l'effet considérable de la collaboration entre les sites en termes de coût total et de niveau de service β . Le niveau de service dans un réseau collaboratif est plus élevé par rapport au réseau de sites indépendants malgré la quantité de stock de sécurité important dans ce dernier.

La deuxième conclusion qui peut être tirée de cette recherche est que la collaboration entre les sites joue un rôle très important dans la réduction des coûts et l'amélioration du niveau de service pour les clients. La collaboration est moins avantageuse dans le cas où le coût de transfert latéral d'articles est élevé, le coût de pénurie est faible, le délai de réapprovisionnement de stocks est court et il y a une forte variation de la demande dans les sites. Cependant, même lorsque le coût de transfert latéral est très élevé et proche du coût de pénurie, la réduction due à la collaboration est de 5% qui est un pourcentage à ne pas négliger.

La variation du délai de réapprovisionnement

Le tableau 8 présente un extrait de paramètres et d'instances testés pour voir l'effet de la variation du délai de réapprovisionnement dans un réseau collaboratif sur le coût total du système $E(C)$.

Tableau 8 : Les paramètres du modèle [38]

EX	μ_1, σ_1	μ_2, σ_2	μ_3, σ_3	L_1, L_2, L_3	c_h	c_p	c_t
1	200, 75	200, 75	200, 75	1,1,1	1	4	1
2	200, 75	200, 75	200, 75	3,3,3	1	4	1

Tableau 9 : Les solutions optimales selon la stratégie basée sur l'équilibre [38]

	Stratégie selon le niveau de risque	
EX	S	E(C)
1	1367	290,83
2	2632	399,01

Le tableau 9 est un extrait qui résume les résultats trouvés : le niveau de stock des trois sites S ($S = S_1 + S_2 + S_3$) et le coût total du système E(C) en se basant sur la stratégie selon le niveau de risque. Les chiffres de ce tableau montrent qu'une augmentation dans le délai de réapprovisionnement L_i engendre une augmentation considérable dans le coût total du système. Une augmentation de L_i de 1 à 3 mène à une augmentation de 35% -40% dans le coût total du système.

La variation de la demande

Le tableau 10 est un extrait de paramètres et d'instances testés pour voir l'effet de la variation de la demande dans un réseau collaboratif sur le coût total du système E(C).

Tableau 10 : Les paramètres du modèle [38]

EX	μ_1, σ_1	μ_2, σ_2	μ_3, σ_3	L_1, L_2, L_3	c_h	c_p	c_t
1	200, 75	200, 75	200, 75	1,1,1	1	4	1
2	200, 20	200, 20	200, 20	1,1,1	1	4	1

Tableau 11 : Les solutions optimales selon la stratégie basée sur l'équilibre [38]

	Stratégie selon le niveau de risque	
EX	S	E(C)
1	1367	290,83
2	1244	77,70

Le tableau 11 présente les solutions optimales trouvées dans cette recherche: le niveau de stock des trois sites S et le coût total du système E(C) en se basant sur la stratégie selon le niveau de risque. Les chiffres de ce tableau montrent qu'une augmentation dans la variation de la demande σ_i cause une augmentation significative dans le coût total du système. Une conclusion analogue à celle qui précède est que le coût total du système augmente significativement à cause de la variation de la demande σ_i (de 20 à 75).

La similarité dans le groupe de collaborateurs

Le tableau 12 présente quelques instances testées pour voir l'effet de la similarité de la demande dans un même groupe de collaborateurs sur le coût total du système E(C). Dans les deux instances 1 et 2 les trois collaborateurs sont identiques de point de vue variation de la demande ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), et donc le coût total peut être divisé à parts égales entre eux dans

ce cas. Par exemple, le coût de chaque site avec un $\sigma_i = 75$ est $290.83/3=96.94$ et de même le coût de chaque site avec un $\sigma_i = 20$ est $77.70/3 = 25.90$. Ce groupe de collaborateurs est appelé similaire. En revanche, le groupe de l'instance 3 n'est pas similaire en terme de variation de la demande ($\sigma_1 = 75 > \sigma_2 = \sigma_3 = 20$). Le coût total de ce groupe est 170.82 qui est 14.84% plus élevé que la somme des coûts qui constituent les trois collaborateurs ayant des demandes similaires ($96.94 + 25.90 + 25.90 = 148.74$). Cela peut être expliqué par la large variation de la demande du collaborateur 1 qui domine le système.

Tableau 12 : L'importance de la similarité dans le groupe [38]

	EX	μ_1, σ_1	μ_2, σ_2	μ_3, σ_3	L_1, L_2, L_3	E(C) par i
Similaire	1	200, 75	200, 75	200, 75	1,1,1	$290,83/3 = \mathbf{96,94}$
	2	200, 20	200, 20	200, 20	1,1,1	$77,70/3 = \mathbf{25,90}$
Dissimilaire	3	200, 75	200, 20	200, 20	1,1,1	170,82 > $(96,94+25,90+25,90=$ 148,74 (14,84%))

La conclusion est que la performance économique du groupe de collaborateurs ne dépend pas seulement des caractéristiques de chaque site isolément, cela dépend aussi des caractéristiques de chaque site et sa relation avec les autres sites qui composent le groupe. En particulier, le groupe de collaborateurs qui ont la même demande présente des coûts inférieurs par rapport à un groupe avec différentes demandes, surtout quand les coûts de pénurie et de transfert latéral sont faibles. Cette conclusion devrait être prise en compte dans la formation des groupes de collaborateurs.

4. Conclusions et perspectives

Cette analyse a étudié l'effet du partage de stocks (la collaboration en cas d'urgence et complète) dans un réseau de distribution formé de trois sites sur le coût total du système et

sur le niveau de service pour les clients. Les conclusions les plus importantes peuvent être résumées dans ce qui suit :

- Le partage des risques d'insuffisance d'inventaire par le biais de collaboration entre les sites est un moyen efficace pour réduire le coût total du système et améliorer le niveau de service pour la clientèle ;
- La stratégie de transfert latéral d'articles entre les sites (aléatoire, selon le niveau de risque ou selon une règle de priorité) n'a aucun effet sur la performance du système;
- Le coût total du système augmente significativement avec l'augmentation du délai de réapprovisionnement L_i . Une augmentation de L_i de 1 à 3 mène à une augmentation de 35% - 40% dans le coût total du système;
- Le coût total du système augmente aussi à cause de la variation élevée de la demande σ_i ;
- Lors de la formation de groupes de collaborateurs dans un réseau plus large, une attention particulière devrait être accordée non seulement aux caractéristiques de chaque site isolément, mais aussi à la relation entre eux ;
- Les groupes de sites qui font face à une demande similaire surpassent de point de vue économie ceux qui ont des variations de demandes différentes ;
- Comparant les résultats de Tagaras et Cohen [37], où le nombre de collaborateurs est égal à deux, à ceux trouvés dans cette recherche pour les mêmes instances (la demande, les délais de réapprovisionnement et les coûts sont identiques). Il se trouve que le coût prévu par site dans le groupe de deux collaborateurs est d'environ $18\% \pm 20\%$ plus élevé que le coût prévu par site dans le groupe de trois. Cela signifie que plus le nombre de sites dans un groupe est grand plus les gains sont importants, parce que le partage de risque de la rupture est plus efficace lorsqu'il y a plus de sites qui partagent leurs inventaires et il y a plus de sources possibles de transfert latéral dans le cas d'une rupture de stock imminente.

Tous les résultats présentés dans ce chapitre sont évidemment valables que pour les hypothèses utilisées pour tester ce modèle. Il existe de nombreuses variantes de ce modèle qui présentent un intérêt pratique et constituent des sujets potentiels pour des recherches futures. Dans cette analyse, le cas du délai de transfert latéral d'articles entre les sites non-

négligeable n'a pas été traité. En outre, la seule stratégie de passation de commande était à revue périodique, les autres stratégies (à transactions continues) n'ont pas été prises en compte. L'inégalité des coûts dans les trois sites comme ce qui a été supposé dans le modèle à deux sites Tagaras [36] n'a pas aussi été considérée dans ce chapitre. La marchandise non livrée même après le transfert latéral sera arriérée et satisfaite durant la période suivante, ceci dit que le cas des ventes perdues n'a pas été couvert dans ce modèle. La dépendance entre les demandes est une autre hypothèse qui n'a pas été prise en considération dans le modèle. Le cas d'un réseau plus large, où le nombre de site dans un même groupe dépasse le trois et ce qui est très important pour pouvoir généraliser le modèle, est aussi parmi les hypothèses qui n'existent pas dans cette analyse. Toutes les hypothèses qui n'ont pas été couvertes dans ce modèle auraient pu changer (augmenter ou diminuer) le coût total du système et conduire à des décisions de stockage non-optimales.

Chapitre 3 : La collaboration entre sites de stockage : application à la gestion des stocks des pièces de rechange dans un système à revue périodique

1. Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la problématique des pièces de rechange dans trois sites de production ($i=1,2,3$) utilisant des équipements dont les caractéristiques opératoires se dégradent avec l'âge et à l'usage. Pour assurer une disponibilité maximale de ces équipements, le service de maintenance veille à ce que toutes les ressources (humaines et matérielles) pour le maintien des équipements en état d'opération soient disponibles au bon moment et au bon endroit. Les actions de maintenance peuvent être soit planifiées (le cas de la maintenance préventive) ou revêtir un caractère d'urgence si une défaillance imprévue se produit. Dans un cas comme dans l'autre, on a souvent besoin de pièces de rechange pour remplacer les composants défaillants par des composants en bon état (neufs ou reconditionnés). L'occurrence aléatoire des pannes fait en sorte que la demande en pièces de rechange est également aléatoire. On assume que cette demande suit une distribution normale de moyenne μ_i , et d'écart type σ_i . On suppose que le stockage ne dégrade pas les pièces stockées. Cette hypothèse n'est pas toujours respectée. Lorsque les clients sont dispersés sur une zone géographiquement étendue, il n'est pas toujours économique et viable de stocker toutes les pièces dans tous les sites de stockage. Une stratégie visant à alléger la pression sur l'inventaire est la collaboration entre les sites de stockage qui consiste à partager les quantités stockées entre eux en cas de besoin (un site ayant un surplus alors qu'un autre fait face à une rupture). Le modèle de ce chapitre est une extension de celui de Xu Tian-liang [43]. L'objectif est de déterminer s'il est avantageux ou non d'utiliser la collaboration entre les trois sites (voir figure 8) en fonction du coût total et du niveau de service. Ce chapitre est organisé comme suit : la section 2 décrit le modèle mathématique et les notations utilisées dans tout le chapitre. La section 3 présente le modèle de simulation utilisé pour évaluer l'effet de la collaboration entre les sites et expose une analyse des résultats. La section 4 est une synthèse des conclusions tirées et des futurs travaux de recherche possibles.

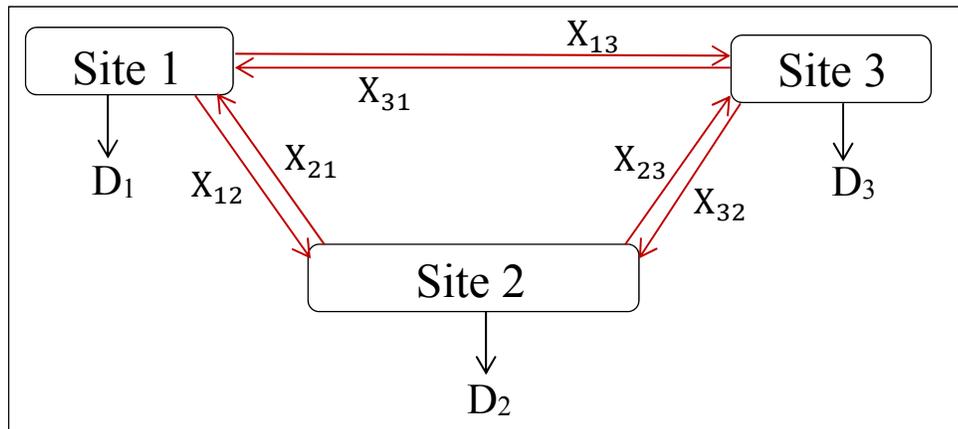


Figure 8 : Système de distribution de stock à trois-sites de stockage [45]

2. Modèle mathématique

Les hypothèses

- 1) La demande, à chaque site i ($i=1,2,3$), est aléatoire stationnaire indépendante des demandes des autres sites ;
- 2) Le système de contrôle des stocks est à revue périodique (R_i, S_i) ;
- 3) La distance entre le site et l'entrepôt central est très longue ce qui implique un long délai et un coût élevé de réapprovisionnement, par conséquent, le délai de réapprovisionnement de stock à partir de l'entrepôt central L est connu et non-négligeable ;
- 4) Dans le cas où un site i manque de stock et si le site voisin j dispose d'un surplus, un transfert latéral de la quantité nécessaire aura lieu de j vers i : c'est la collaboration en cas d'urgence. Sinon il peut effectuer une commande de taille Q_i à l'entrepôt central ;
- 5) Le délai du transfert latéral de stock entre les sites est supposé négligeable comparé à celui du réapprovisionnement de l'entrepôt central ;
- 6) La structure des coûts est la même dans chacun des sites.

Les notations utilisées dans ce chapitre sont les suivantes :

Indice:

j : instant de revue ($j=0 \dots J$)

Paramètres:

$I_{i,j}$: le stock net au site i à l'instant de la revue J , avant le transfert latéral d'articles

En_i : le coût de stockage prévu à la période de revue $(j, j+1)$ sans collaboration

Ens : le coût de pénurie prévu à la période de revue $(j, j+1)$ sans collaboration
 En : le coût total prévu à la période de revue $(j, j+1)$ sans collaboration
 Epi : le coût de stockage prévu à la période de revue $(j, j+1)$ avec collaboration
 Eps : le coût de pénurie prévu à la période de revue $(j, j+1)$ avec collaboration
 Ep : le coût total prévu à la période de revue $(j, j+1)$ avec collaboration
 c_h : le coût unitaire de stockage
 c_p : le coût unitaire de pénurie
 c_t : le coût unitaire de transfert latéral d'articles entre deux sites
 K : le facteur associé au niveau de service
 S_i : le stock de base dans chaque site i
 IC_j : le coût de stockage actuel durant la période $(j-1, j)$
 CC_j : le coût total des transferts latéraux à l'instant de revue j
 $D_{i,j}$: la quantité transférée au site i durant la période $(j-1, j)$
 $D_{i,L}$: la quantité transférée au site i durant le délai de réapprovisionnement
 SC_j : le coût total du système avant l'instant de revue j

Variables de décision:

$OH_{i,j}$: le stock en main au site i à l'instant de la revue j , après le transfert latéral
 $BO_{i,j}$: le nombre d'unités en pénurie au site i à l'instant de la revue j , avant le transfert latéral
 $X_{i,j}$: la quantité transférée du site i au site j à l'instant de la revue j

Le modèle mathématique

Deux modèles mathématiques sont examinés, un premier modèle sans transferts latéraux et un deuxième avec transferts latéraux, en calculant le coût total du système durant la période $(j, j+1)$. Si le coût du modèle avec collaboration est inférieur à celui sans collaboration, la stratégie de collaboration sera adoptée et la quantité stockée sera distribuée sur tous les sites.

Le modèle mathématique avec collaboration

La fonction objectif :

L'objectif de cette fonction est de minimiser le coût total du système (avec collaboration) durant la période de revue $(j, j+1)$, qui est la somme des trois coûts (le coût de stockage, le coût de pénurie et le coût de transfert latéral) [45] :

$$\mathbf{min Ep} = \mathbf{Epi} + \mathbf{Eps} + \mathbf{CC}_j \quad (1)$$

Selon Silver E. A. [35], à l'instant de revue j, le principe de reconfiguration d'un système d'inventaire pour minimiser les pénuries prévues durant la période de revue est d'affecter le coût total de stockage du système à chaque site en se basant sur sa demande moyenne et son écart type.

Le stock en main peut être calculé comme suit [45] :

$$\mathbf{OH}_{i,j} = \mu_i + \frac{\sigma_i}{\sum_{i=1}^n \sigma_i} [\sum_{i=1}^n \mathbf{I}_{i,j} - \sum_{i=1}^n \mu_i] \quad (2)$$

Supposant que, $\sum_{i=1}^n \mathbf{I}_{i,j} > \mathbf{0}$, (sinon aucun transfert aura lieu) alors $\mathbf{BO}_{i,j} = \mathbf{0}$. Le nombre prévu d'unité en pénurie de chaque site i peut être écrit comme suit [45] :

$$\mathbf{EL}_{i,j} = \sigma_i \cdot \mathbf{G} \left(\frac{\mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i}{\sigma_i} \right) \quad (3)$$

Avec $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{x}}^{\infty} (\mathbf{u} - \mathbf{x}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mathbf{u}^2}{2}} d\mathbf{u}$ (la fonction de pénurie)

La quantité transférée entre les sites peut être calculée en faisant la différence de la quantité d'inventaire avant et après la collaboration [45] :

$$\mathbf{X}_{i,j} = \mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{OH}_{i,j} \quad (4)$$

Si $\mathbf{X}_{i,j} > \mathbf{0}$, un transfert latéral du site i à un autre site a été effectué à l'instant de la revue j, et si $\mathbf{X}_{i,j} < \mathbf{0}$, une réception de pièces d'un autre site au moment de revue j. Le coût de stockage est exprimé comme suit [45] :

$$\mathbf{Epi} = c_h \sum_{i=1}^n \begin{cases} \frac{1}{2} [\mathbf{OH}_{i,j} + \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i] & \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i \geq \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} \mathbf{OH}_{i,j} \frac{\mathbf{OH}_{i,j}}{\mu_i} & \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i < \mathbf{0} \end{cases} \quad (5)$$

Après collaboration, le coût de pénurie prévu est calculé comme suit [45] :

$$\mathbf{Eps} = c_p \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{EL}_{i,j} = c_p \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot \mathbf{G} \left(\frac{\mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i}{\sigma_i} \right) \quad (6)$$

Le coût total des transferts latéraux à l'instant de revue j est [45] :

$$\mathbf{CC}_j = c_t \sum_{i=1}^n |\mathbf{X}_{i,j}| \quad (7)$$

Le modèle mathématique sans collaboration

La fonction objectif :

L'objectif de cette fonction est de minimiser le coût total du système (sans transferts latéraux) durant la période de revue (j, j+1), qui est la somme des deux coûts suivants [45] :

$$\mathbf{min En} = \mathbf{Eni} + \mathbf{Ens} \quad (8)$$

Parce que le transfert latéral des pièces entre les sites à l'instant de revue j n'est pas autorisé dans ce modèle, le stock en main est : $\mathbf{OH}_{i,j} = \mathbf{I}_{i,j}$. Cependant, certains sites peuvent faire face à une rupture de stock, alors le nombre de pénurie de chaque site i peut être écrit comme suit : $\mathbf{BO}_{i,j} = (-\mathbf{I}_{i,j})^+$. Dans la stratégie sans collaboration, la quantité transférée entre sites devrait être égale à zéro ($\mathbf{X}_{i,j} = \mathbf{0}$). Le coût de stockage durant la période de revue $(j, j+1)$ peut être calculé comme suit [45] :

$$\mathbf{Epi} = c_h \sum_{i=1}^n \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{OH}_{i,j} = \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} [\mathbf{OH}_{i,j} + \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i] & \mathbf{OH}_{i,j} > \mathbf{0}, \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i \geq \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} \mathbf{OH}_{i,j} \frac{\mathbf{OH}_{i,j}}{\mu_i} & \mathbf{OH}_{i,j} > \mathbf{0}, \mathbf{OH}_{i,j} - \mu_i < \mathbf{0} \end{cases} \quad (9)$$

Le coût de pénurie durant la période de revue $(j, j+1)$ est exprimé comme suit [45] :

$$\mathbf{Ens} = c_p \cdot [\sum_{i=1}^n \mathbf{EL}_i + \sum_{i=1}^n \mathbf{BO}_{i,j}] = c_p \cdot [\sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot G\left(\frac{\mathbf{I}_{i,j} - \mu_i}{\sigma_i}\right) + \sum_{i=1}^n \mathbf{BO}_{i,j}] \quad (10)$$

Le calcul du coût total du système

Dans cette étape, le coût total du système sera calculé. Au début de l'instant de revue $j = 0$, le stock dans chaque site est : $\mathbf{I}_{i,0} = \mathbf{S}_i - \mathbf{D}_{i,L}$. Vu que la collaboration n'aura pas lieu au début de l'instant de revue, le stock en main est : $\mathbf{OH}_{i,0} = \mathbf{I}_{i,0}$. Puis, la décision d'adopter la stratégie de collaboration ou non sera prise à partir de l'instant $j=1$. Si $\mathbf{Ep} < \mathbf{En}$, les sites collaborent ensemble, sinon aucune collaboration n'aura lieu.

Le stock dans le site i dans chaque instant de revue, avant que la décision soit prise peut être écrit comme suit [45] :

$$\mathbf{I}_{i,j} = \mathbf{OH}_{i,j-1} - \mathbf{X}_{i,j-1} - \mathbf{D}_{i,j}, \quad j=1, \dots, m \quad (11)$$

Le coût de stockage durant la période $(j-1, j)$ est formulé comme suit [45] :

$$\mathbf{IC}_j = c_h \sum_{i=1}^n \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{OH}_{i,j} = \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} [\mathbf{OH}_{i,j} + \mathbf{OH}_{i,j} - \mathbf{D}_{i,j}] & \mathbf{OH}_{i,j} > \mathbf{0}, \mathbf{OH}_{i,j} - \mathbf{D}_{i,L+j} \geq \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} \mathbf{OH}_{i,j} \frac{\mathbf{OH}_{i,j}}{\mathbf{D}_{i,j}} & \text{Sinon} \end{cases} \quad (12)$$

Par conséquent, le coût total du système est le suivant [45] :

$$\mathbf{SC}_j = \mathbf{SC}_{j-1} + \mathbf{IC}_j + c_t \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_{i,j} + c_p \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{BO}_{i,j} \quad (13)$$

3. Résultats

Les résultats présentés ont été, selon les auteurs, obtenus par simulation pour évaluer l'efficacité de la collaboration dans un système d'inventaire formé de trois sites ayant des paramètres égaux. Pour étudier le comportement du système et du coût total, une variation dans les paramètres du système a été effectuée. Les paramètres sont les suivants : la variance de la demande σ , le délai de réapprovisionnement L , le coefficient du niveau de service et le ratio des coûts c_p/c_t . Pour chaque paramètre, le test de simulation a été fait dix fois pour obtenir les résultats du tableau suivant :

Tableau 13 : Les résultats de la simulation [45]

<i>Paramètres</i>	<i>exp</i>	μ	σ	<i>L</i>	<i>K</i>	c_h	c_p	c_t	<i>Coût total sans collaboration</i>	<i>Coût total avec collaboration</i>	<i>Pourcentage de gain (%)</i>
<i>Modèle de base</i>		20	7.5	20	0.84	1	10	1	948769.4	916559	3.395
<i>Changer σ</i>	1	20	3.5	20	0.84	1	10	1	701788.1	693813.9	1.136
	2	20	10.5	20	0.84	1	10	1	1631282	1527698	6.350
<i>Changer L</i>	3	20	7.5	10	0.84	1	10	1	68671.6	664856.3	3.189
	4	20	7.5	30	0.84	1	10	1	1052943	1013688	3.728
<i>Changer K</i>	5	20	7.5	20	0.68	1	10	1	784825.2	715891.2	8.783
	6	20	7.5	20	1.65	1	10	1	1030409	1004194	2.544
<i>Changer c_p/c_t</i>	7	20	7.5	20	0.84	1	40	5	959095.2	937408.1	2.261
	8	20	7.5	30	0.84	1	80	8	1169647	1136760	2.812
	9	20	7.5	20	0.84	1	60	4	1073095.2	1020342	4.916
	10	20	7.5	30	0.84	1	10	8	987243.1	986344.3	0.091

La colonne du coût total avec collaboration montre l'efficacité de la collaboration en termes de gain (voir le pourcentage de gain). Cependant, les avantages de la collaboration peuvent être affectés par les paramètres suivants :

L'écart-type σ : la mise en œuvre de la collaboration dans système d'inventaire est fortement liée à la fluctuation de la demande. Si la demande dans un site est connue et déterminée ($\sigma = 0$), par conséquent, il n'est pas nécessaire d'adopter la stratégie de collaboration. Les chiffres du tableau révèlent qu'en augmentant σ , la fluctuation de la demande devient forte et les gains de la collaboration sont importants.

Le délai de réapprovisionnement L : le délai de réapprovisionnement est déterminé sans considérer la stratégie de collaboration parce que le système est à revue périodique. C'est pour cette raison qu'avec un délai de réapprovisionnement plus long, la période de revue devient plus courte, conduisant à des faibles opportunités de collaboration. Par conséquent, les gains entraînés par la stratégie de collaboration deviennent faibles.

Le facteur associé au niveau de service K : avec un niveau de service plus élevé (K soit plus grand) et un stock de sécurité plus important, les chances de la rupture de stock seront faibles. Avec un K plus petit, le stock de sécurité va baisser ce qui mène à plus de risques de rupture. C'est pour cela, que plus de coûts sont économisés à travers la collaboration.

Le ratio c_p/c_t : c_p et c_t sont les facteurs principaux qui influencent la prise de décision. En général, plus la valeur du ratio c_p/c_t est grande, plus les gains de la collaboration sont importants (dans l'exemple 9, le gain est de 4.916% alors que dans l'exemple 10, il est de 0.091%). Cependant, une augmentation simultanée dans les valeurs de c_p et c_t entraîne une augmentation du coût total du système et une réduction dans les gains (voir les deux exemples 8 et 9). Le rôle de la collaboration sera donc sans importance, lorsque le coût de transfert latéral entre les sites devient très élevé.

4. Conclusions et perspectives

Ce chapitre a étudié l'effet de la collaboration entre trois sites de pièces de rechange adoptant un système de gestion d'inventaire à revue périodique. Cette étude s'est basée sur le calcul du coût total du système pour pouvoir déterminer si la collaboration est une stratégie avantageuse ou non. Ce chapitre a aussi examiné les facteurs pertinents qui peuvent influencer le comportement du système (la variance σ , le délai de réapprovisionnement L , le coefficient du niveau de service K , et le ratio c_p/c_t). Une synthèse des points importants de cette analyse est la suivante :

- Les résultats présentés dans cette étude montrent que le partage de stocks entre les sites mène toujours à des réductions non négligeables du coût total du système ;
- Une forte fluctuation de la demande entraîne une augmentation dans le coût total du système mais les gains de la collaboration sont très grands ;
- La collaboration est moins significative avec un délai de réapprovisionnement plus long;
- Le partage de stocks entre les sites garanti un niveau de service élevé pour les clients (moins de pénurie) et plus d'économie dans les coûts (moins de stock de sécurité);
- Dans le cas où le coût de transfert latéral très élevé, il est désavantageux d'adopter la stratégie de collaboration entre les sites;

Dans ce chapitre, il existe plusieurs hypothèses qui n'ont pas été prises en compte :

- D'autres stratégies de commande (à transaction continue);
- Des paramètres (des coûts) inégaux dans les trois sites;
- Le délai de transfert latéral non-négligeable entre les sites;
- Un réseau plus grand (plus que trois sites).

Chapitre 4 : Les décisions de stockage de pièces de rechange dans un réseau collaboratif constitué de plusieurs sites où le transfert latéral retardé est autorisé

1. Introduction

Ce chapitre traite du problème de stock de pièces de rechange réparables dans les compagnies aériennes. Une compagnie aérienne conserve généralement un magasin central de pièces dans sa base principale. Elle garde également des plus petits magasins dans d'autres aéroports où les avions ont régulièrement un nombre prévu d'atterrissages et de décollages. Généralement, un atterrissage d'un avion dans un hub aérien (site) est suivi d'une inspection technique avant le prochain départ. Lors de l'inspection, l'état des pièces critiques est vérifié en se basant sur un ensemble de normes de sécurité. Lorsque l'état d'une pièce est non conforme aux normes, la pièce défectueuse doit être remplacée par une autre fonctionnelle. Si la pièce requise pour le remplacement n'est pas disponible dans le hub aérien, l'avion ne peut pas décoller et reste en attente d'une pièce fonctionnelle envoyée à partir de la base principale ou d'autres hubs aériens. Avoir le nombre nécessaire de pièces dans les hubs aériens a deux avantages : tout d'abord, il va augmenter la probabilité de remplacement de la pièce défectueuse à temps pour un départ ponctuel. Ceci est très important, comme les retards et les annulations de vols sont très coûteux et responsables de l'insatisfaction des clients (un niveau de service faible). Deuxièmement, le coût de transfert des pièces est réduit. D'autre part, étant donné que les pièces de rechange critiques sont très coûteuses, le maintien d'un nombre excessif de pièces de rechange augmente considérablement le coût de stockage. L'occurrence aléatoire des pannes fait en sorte que la demande en pièces de rechange est également aléatoire et faible suivant une distribution de poisson de moyenne λ . L'objectif de ce chapitre est de présenter un modèle analytique qui permet de déterminer le niveau du stock de pièces de rechange optimal, dans le cas où la collaboration entre les hubs aériens de différentes compagnies aériennes est autorisée, tout en minimisant le coût total du système. Le modèle est une extension des précédents modèles intégrant le transfert latéral retardé à côté du transfert latéral «normal». Ce chapitre est organisé comme suit. La prochaine section présente les hypothèses du modèle, les notations utilisées tout au long de ce chapitre et la technique de modélisation.

La section 3 présente un exemple d'application et les résultats trouvés. La section 4 présente les conclusions et les perspectives de recherche.

2. Modélisation du problème

Les hypothèses

- 1) Chaque compagnie offre un service de transport pour un nombre d'itinéraires donné. Un itinéraire est défini comme un tour qui permet de visiter un certain nombre de hubs aériens tout en supposant que l'itinéraire commence et se termine toujours à la base principale de la compagnie. En outre, un hub peut être visité plus d'une fois dans un seul itinéraire ;
- 2) La demande vient d'un nombre de source infini ;
- 3) Chaque compagnie stocke un nombre de pièces de rechange dans ses hubs. Le stock contient un seul type d'item réparable ;
- 4) Le système de contrôle des stocks est à transaction continue (S-1,S) : chaque fois qu'une pièce est consommée, elle est immédiatement commandée ;
- 5) Lorsqu'une pièce tombe en panne dans un hub, elle devrait être remplacée par une autre fonctionnelle à partir du stock en main (si disponible). Si ce n'est pas le cas, elle peut être envoyée à partir d'un autre hub k , où k est le plus proche voisin ayant un stock positif (c'est la collaboration en cas d'urgence) ;
- 6) La collaboration complète est autorisée dans ce modèle. Cela signifie qu'un site offre tout son stock en main lorsqu'un autre site est en rupture de stock ;
- 7) Si aucun hub ne dispose d'un stock en main, la pièce reste en attente jusqu'à ce que le hub concerné ou un autre hub de réseau en obtienne au moins une ;
- 8) La pièce en panne peut être réparée dans le hub dans le cas où le problème est mineur. Cependant, pour des problèmes sérieux, elle doit être envoyée à sa base principale ou à un atelier de réparation spécialisé. Une fois réparée, la pièce fonctionnelle sera envoyée au hub d'origine (dans le cas où il n'y avait pas de transfert latéral entre les hubs) ou au hub «prêteur» (dans le cas où il y a eu lieu de transfert latéral) ;
- 9) Le transfert latéral retardé entre les hubs est autorisé dans ce modèle. Ce transfert se produit lorsqu'un site reçoit une pièce à partir de l'atelier de réparation et son stock en main devient positif, alors qu'en même temps il existe au moins un autre site

dans le groupe de collaborateurs qui fait face à une rupture. Dans un tel cas, il serait raisonnable d'envoyer la pièce réparée au site ayant une rupture de stock ;

- 10) La durée de vie d'une pièce suit une distribution exponentielle ;
- 11) Le temps de réparation suit également une distribution exponentielle ;
- 12) Le système dispose d'une grande capacité de réparation. De nos jours, il existe une grande flexibilité dans les travaux de réparation, par exemple en sous-traitant un travail de réparation lorsqu'un atelier de réparation particulier atteint sa capacité ;
- 13) Le temps d'expédition de la pièce de l'atelier de réparation à un hub j est négligeable ;
- 14) Le coût d'expédition de l'atelier de réparation à un hub j est inclus dans le coût de réparation ;
- 15) La possibilité de panne ou d'achèvement de la réparation durant le transfert de la pièce est supposée négligeable. Dans la plupart des cas le délai de transfert latéral est considérablement faible par rapport au temps qui sépare deux pannes ou deux réparations.

Les notations utilisées dans ce chapitre sont les suivantes :

Indice:

$I = (1, \dots, N)$: ensemble de compagnies

$J = (1, \dots, M)$: ensemble des hubs

Paramètres:

R_i : le nombre d'itinéraires servis par la compagnie i

A_i^r : le nombre d'arcs pour un itinéraire r d'une compagnie i

P_i^r : le nombre d'avions qui sert l'itinéraire r de la compagnie i

d_{gh} : la distance qui sépare le hub g du hub h ($g \in J, h \in J, d_{gg} = 0, d_{gh} = d_{hg}$)

$\overline{D}_i^{k,r}$: la taille du k ième arc à un itinéraire r de la compagnie i

$E_i^{k,r}$: le dernier hub du k ième arc à un itinéraire r de la compagnie i

$S^0 = \sum_{j=1}^M S_j$: le stock de pièces de rechange agrégé

λ : le taux de panne d'une pièce (la demande)

λ_j : le taux de demande au hub j

$\lambda^0 = \sum_{j=1}^M \lambda_j$: le taux de demande agrégé

λ_{gh} : le taux de transfert latéral du hub g au hub h

g_j : le taux de demande au hub j lorsque le stock est positif

h_j : le taux de demande au hub j lorsque le stock est nul ou négatif

$\frac{1}{\mu}$: le temps moyen de réparation. Le temps de répartition suit une distribution exponentielle de moyenne égale à $\frac{1}{\mu}$

ρ_x : la probabilité que le stock, dans un contexte agrégé, soit égal à x pièces en pénurie, ($x < 0$)

π_x^j : la probabilité que le stock au hub j soit égal à x unités

β_j : la probabilité que la demande au hub j soit satisfaite par le stock en main

α_j : la probabilité que la demande au hub j soit satisfaite par le transfert latéral entre hubs

θ : la probabilité que la demande ne soit pas satisfaite (pièces en pénurie)

B_j : le nombre prévu de pièces en pénurie au hub j

CT_j : le coût prévu de transfert latéral de pièces envoyé à un hub j

c_H : le coût de stockage

c_W : le coût du temps d'arrêt

c_T : le coût de transport pour le transfert latéral

Variables de décision:

S_j : le niveau maximal du stock de pièces de rechange au hub j

W_j : le temps d'arrêt total prévu au hub j

T_j : le nombre prévu de transferts latéraux de pièces effectué au hub j

Le modèle

L'objectif du modèle de ce chapitre est de déterminer le nombre optimal de pièces de rechange à stocker dans les hubs tout en minimisant le coût total du système et en améliorant le niveau de service.

Processus d'allocation de la demande

Sachant que le taux de panne d'une pièce est λ et que le nombre d'avions servant l'itinéraire r est P_i^r , le taux de la demande dans un itinéraire r d'une compagnie i peut être calculé comme $P_i^r \lambda$. L'objectif de cette section est de montrer comment allouer le taux de la demande d'un itinéraire au taux de la demande d'un hub (pour tous les hubs appartenant à

l'itinéraire). Pour les pièces dont le taux de panne utilise le temps de bon fonctionnement comme unité de temps (par exemple les heures de vol pour les avions), une panne peut se produire dans l'un des arcs A_i^r de l'itinéraire. Comme le taux de panne est supposé être distribué selon une loi de Poisson, la probabilité d'observer une panne dans un arc est proportionnelle à la longueur de cet arc quel que soit le temps écoulé depuis la dernière panne. Il a été supposé que la panne qui se produit dans un arc est traitée comme une demande dans un dernier hub de l'arc correspondant. Par conséquent, la demande du hub destination dans le k ième arc de l'itinéraire r de la compagnie i peut être écrit comme suit [40]:

$$\lambda_{E_i^{k,r}} = \frac{D_i^{k,r}}{\sum_{k=1}^{A_i^r} D_i^{k,r}} P_i^r \lambda \quad (1)$$

Certains hubs sont des hubs destination de plus d'un arc d'un même itinéraire ou de différents itinéraires. Dans un tel cas, les demandes qui sont de différents arcs doivent être additionnées pour former la demande totale de ces hubs.

Les mesures de performance

Le modèle analysé est une extension du modèle d'Axsäter [6]. Au lieu de modéliser le problème comme un système à deux échelons, il a été modélisé comme un système à un seul échelon, qui se compose de plusieurs hubs et d'une base principale traitée comme un de ces hubs. En outre, certaines modifications ont été apportées vu que le transfert latéral retardé a été considéré dans cette étude. Le niveau d'inventaire dans un contexte agrégé (groupe de sites) et dans un contexte individuel (pour chaque hub) a été considéré. L'objectif est de déterminer pour chaque hub, le taux de la demande qui va être satisfaite immédiatement par le stock β_j , qui va être satisfaite par le transfert latéral α_j , ou qui va être en pénurie θ . Évidemment $\beta_j + \alpha_j + \theta = 1$.

Pour le niveau de stock agrégé, les demandes et les stocks dans tous les hubs sont agrégés et traités comme si ils se produisent dans un seul hub. Soit ρ_x la probabilité que le stock dans un groupe soit égal à x unités. L'application du théorème de Palm [33] donne :

$$\rho_{S^0-m} = \frac{(\lambda^0/\mu)^m}{m!} e^{-\lambda^0/\mu}, \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Lorsque le transfert latéral retardé est autorisé, il n'est pas possible d'avoir un état où les hubs ont un stock positif alors qu'en même temps d'autres hubs font face à des pénuries.

Cela signifie qu'une demande est insatisfaite que lorsque le stock dans tout le groupe est nul ou négatif. Par conséquent, θ peut être exprimé comme suit [40] :

$$\theta = \sum_{x=0}^{\infty} \rho_{-x} \quad (3)$$

Il faut noter que dans le modèle d'Axsäter, l'expression ci-dessus est considérée comme une borne supérieure de θ . Cela revient au fait que lorsqu'il n'y a aucun transfert latéral retardé et même si le stock net dans le groupe est nul ou négatif, certains hubs pourraient avoir un stock positif et la demande pourrait être satisfaite sans rupture (voir figure 9).

Pour le niveau d'inventaire dans chaque hub, il faut considérer le taux de la demande dans le hub lorsque le stock est positif et lorsqu'il ne l'est pas. Le processus de la demande dans chaque hub peut être aussi analysé comme un système M/M/ ∞ . Le diagramme d'état-transition de ce système est présenté dans la figure 9.

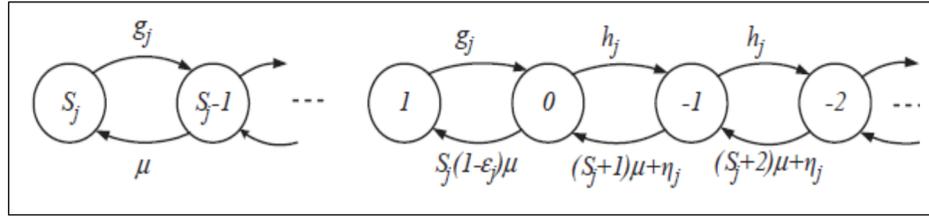


Figure 9 : Le diagramme des transitions [40]

Dans la figure 9, g_j et h_j sont les taux de demande lorsque le stock est positif et nul ou négatif respectivement. Lorsque le hub possède un stock positif, il fait face à sa demande normale et à la demande provenant des autres hubs suite à des sollicitations pour des transferts latéraux.

$$g_j = \lambda_j + \sum_{k \in J, k \neq j} \lambda_{jk} \quad [40] \quad (4)$$

Kukreja et al. [25] ont développé une approximation de la règle de «plus proche voisin» qui est utilisée à la place de la règle aléatoire. Leur approximation est utilisée dans cette étude. Prenant l'exemple de trois hubs où la distance entre eux est : $d_{12} < d_{32}$ et $d_{13} > d_{23}$. Alors pour calculer le taux de la demande dans chaque hub, l'approximation peut être écrite comme suit [40] :

$$\begin{aligned} \lambda_{12} &= \alpha_2 \lambda_2 / (\beta_1 + \beta_3 - \beta_1 \beta_3) \\ \lambda_{13} &= \alpha_3 \lambda_3 (1 - \beta_2) / (\beta_1 + \beta_2 - \beta_1 \beta_2) \end{aligned} \quad (5)$$

Lorsque le hub possède un stock nul ou négatif, la seule demande est la demande en pénurie [40] :

$$\mathbf{h}_j = \boldsymbol{\theta}\lambda_j / (1 - \beta_j) \quad (6)$$

Pour modéliser le transfert latéral retardé, deux paramètres ε_j et η_j , sont introduits. ε_j est la probabilité que le transfert latéral retardé soit envoyé du hub j , et η_j est le taux du transfert latéral retardé envoyé au hub j . La règle du plus proche voisin est encore utilisée pour le transfert latéral retardé. Supposant que $d_{12} < d_{23} < d_{13}$. Alors, lorsque le hub 1, qui a un stock nul, reçoit une pièce de l'atelier de réparation, cette pièce est transférée avec une probabilité égale [40] :

$$\varepsilon_1 = 1 - \beta_2 - \pi_0^2 + (1 - \beta_3 - \pi_0^3)\pi_0^2 \quad (7)$$

Cette équation signifie que la pièce reçue par le hub 1 va être transférée au hub 2 si ce dernier fait face à une rupture de stock ou elle va être transférée au hub 3 si 3 fait face à une rupture et en même temps le hub 2 a un stock nul. Dans l'autre cas où le hub 1 fait face à des pénuries, il peut recevoir un transfert latéral retardé à partir de 2 ou 3. Si le hub 3 va transférer la pièce, la condition que, aucune pénurie dans le hub 2 ne soit trouvée, doit être vérifiée. Le taux de transfert latéral retardé reçu par 1 peut être exprimé comme suit [40] :

$$\eta_1 = \pi_0^2 S_2 \mu + \pi_0^2 \pi_0^3 S_3 \mu \quad (8)$$

Les équations (3), (5), (7) et (8) mettent en évidence la différence entre le modèle de cette étude et celui d'Axsäter [6]. L'application de la méthode «flow in-flow out» au diagramme de la figure 9 donne [40] :

$$\pi_{S_j - m}^j = \pi_0^j (1 - \varepsilon_j) \frac{S_j!}{m!} \left(\frac{\mu}{g_j}\right)^{S_j - m}, \quad m = 0, 1, \dots, S_j - 1 \quad (9)$$

$$\pi_{S_j - m}^j = \pi_0^j \frac{h_j^{m - S_j}}{\prod_{p=m}^{S_j+1} (p\mu + \eta_j)}, \quad m = S_{j+1}, S_{j+2}, \dots \quad (10)$$

$$\text{Où } \pi_0^j = \left((1 - \varepsilon_j) \sum_{m=0}^{S_j-1} \frac{S_j!}{m!} \left(\frac{\mu}{g_j}\right)^{S_j - m} + \sum_{m=S_j+1}^{\infty} \frac{h_j^{m - S_j}}{\prod_{p=m}^{S_j+1} (p\mu + \eta_j)} + 1 \right)^{-1} \quad (11)$$

En outre, la probabilité β_j peut-être écrite comme [40] :

$$\beta_j = \sum_{x=1}^{S_j} \pi_x^j \quad (12)$$

Pour résoudre les probabilités stationnaires de (9)-(11), une procédure itérative a été utilisée. L'algorithme [40] est le suivant :

Étape 1. Obtenir θ en utilisant l'équation (3).

Étape 2. Fixer $t=0$. Choisir les valeurs initiales $\beta_j^{(t)}$ ($j=1, 2, \dots, M$).

Étape 3. Pour la valeur courante de t , fixer $u = 0$. Choisir les valeurs initiales $\pi_0^{j(u)}$ ($j=1, 2, \dots, M$).

Étape 4. Pour la valeur courante de u , résoudre les probabilités stationnaires de (10)-(12) et obtenir les nouvelles valeurs de $\pi_0^{j(u+1)}$.

Étape 5. Si toutes les différences relatives aux u ième et $(u+1)$ ième valeurs de π_0^j sont inférieures à une certaine tolérance prescrite, soit 10^{-6} , alors aller à l'étape 6. Sinon, remplacer u par $u+1$ et retourner à l'étape 4.

Étape 6. Utilisant les dernières probabilités stationnaires obtenues dans l'étape 4, calculer les nouvelles valeurs de $\beta_j^{(t+1)}$ en utilisant l'équation (12).

Étape 7. Si toutes différences relatives aux t ième et $(t+1)$ ième valeurs de β_j sont inférieures à une certaine tolérance prescrite, soit 10^{-6} , alors arrêter l'itération et prendre les dernières valeurs comme valeurs vraies. Sinon, remplacer t par $t+1$ et retourner à l'étape 3.

Maintenant, le calcul de certaines mesures de performance va être décrit. Le nombre prévu de pièces en pénurie dans le niveau agrégé peut être exprimé comme [40]: $\mathbf{B}^0 =$

$$\sum_{x=0}^{\infty} x \rho_{-x}.$$

La contribution de chaque hub dans le nombre de pièces en pénurie agrégé est calculée en fonction du rapport entre le taux de la demande dans chaque hub et le taux de la demande agrégé (total). Par conséquent, $\mathbf{B}_j = (\lambda_j / \lambda^0) \mathbf{B}^0$ [40]. Le temps d'arrêt prévu qui se produit dans un hub j peut être simplement obtenu à partir de [40]: $\mathbf{W}_j = t \mathbf{B}_j$, où t est le nombre d'unités de temps considéré. Le nombre prévu de transferts latéraux envoyés au hub j peut être obtenu par $\mathbf{T}_j = t \alpha_j \lambda_j$ [40].

Modélisation des décisions de stockage

L'objectif du modèle est de déterminer le niveau de stock optimal dans chaque hub qui minimise le coût total du système (la somme du coût de stockage, coût d'arrêt de la pièce et coût de transfert latéral entre les hubs). La fonction objectif du problème peut être exprimée comme suit [40] :

$$\min \sum_{j=1}^M (c_H \mathbf{S}_j + c_W \mathbf{W}_j + \mathbf{C} \mathbf{T}_j) \quad (13)$$

CT_j inclut le coût du temps d'arrêt et le coût de transport pour les transferts latéraux. Par exemple, pour un problème de trois hubs où $d_{12} < d_{13}$, le coût de transfert prévu pour le hub 1 peut être approximatif à [40] : $CT_1 \approx (c_T + c_W) \frac{d_{21}\beta_2 + d_{31}(1-\beta_2)\beta_3}{\beta_2 + \beta_3 - \beta_2\beta_3} T_1$ (14)

Pour résoudre (13), une heuristique similaire à celle de Kukreja et al. [24] a été utilisée. Ce qui diffère légèrement dans cette heuristique est que le coût de temps d'arrêt est inclut dans le coût total. Pour tenir en compte le risque causé par le temps d'arrêt, ils ont ajouté une contrainte de niveau de service minimum. L'idée générale de l'heuristique utilisée dans cette étude est de résoudre le problème en deux étapes. La première étape consiste à déterminer le stock approximatif dans le niveau agrégé tout en minimisant la somme des coûts de stockage et de temps d'arrêt. Dans le cas où la collaboration et le transfert latéral retardé sont permis, et en outre, les coûts sont uniformes pour tous les hubs, cet objectif ne dépend pas de la façon dont les pièces sont allouées entre les hubs. Dans la deuxième étape, l'allocation de stock entre les hubs va en effet affecter le coût de transfert latéral. La solution initiale de la deuxième étape est obtenue en distribuant le stock total du système sur les hubs en se basant sur leurs taux de demandes respectives. Un certain nombre de perturbations de la solution initiale a été effectué pour trouver la meilleure solution.

3. Résultats

Pour évaluer la méthode approximative proposée, cette technique a été appliquée pour un nombre de hubs allant de 3 et 8. Le modèle multidimensionnel de réparation des machines dans une file d'attente et la simulation ont été utilisés pour obtenir les solutions. Le premier a été utilisé pour $M = 3$ ou 4 alors que la deuxième a été utilisée pour des problèmes plus grands ($M = 5-8$). Trois mesures de performance, à savoir le niveau de service (**1-0**), le temps d'arrêt total prévu et le nombre prévu de transferts latéraux, ont été calculés et comparés. Le tableau 14 présente tous les paramètres (avec un paramètre en commun $\mu = 0.02$) nécessaires pour tester le problème et tous les résultats trouvés. Dans le tableau la méthode 1 désigne la méthode approximative proposée et la méthode 2 désigne le modèle multidimensionnel de réparation des machines dans une file d'attente pour $M = 3-4$ et la simulation pour $M = 5-8$.

Tableau 14 : Les paramètres et les résultats du modèle [40]

M	λ_j^a	S_j	$1-\theta$		W_j^b		T_j^c	
			<i>Méthode 1</i>	<i>Méthode 2</i>	<i>Méthode 1</i>	<i>Méthode 2</i>	<i>Méthode 1</i>	<i>Méthode 2</i>
3	0.030	3	0.9182	0.9203	8.2849	7.5110	1.7557	1.7334
	0.024	2			6.6279	6.2377	2.21881	2.3478
	0.020	2			5.5233	5.7317	1.2079	1.4303
4	0.020	2	0.9349	0.9365	4.6650	4.3812	1.6854	1.6854
	0.016	2			3.7320	3.3700	1.2015	1.1965
	0.012	1			2.7990	2.9092	1.6450	1.6329
	0.008	1			1.8660	1.8199	1.0356	1.0030
5	0.020	2	0.08675	0.8691	9.4747	8.9277	1.8933	2.0055
	0.018	2			8.5273	8.4710	1.8505	1.8933
	0.016	1			7.5798	7.8277	2.3631	2.5546
	0.016	1			7.5798	7.2954	2.6742	2.7913
	0.014	1			6.6323	6.9623	1.9202	2.0605
6	0.020	2	0.9382	0.9365	3.5393	3.2957	2.0397	1.8993
	0.018	2			3.1854	3.0684	2.2499	2.1816
	0.016	2			2.8315	2.7567	1.0333	1.3137
	0.016	1			2.8315	2.9447	2.8004	2.9470
	0.014	1			2.4775	2.7305	2.5449	2.5598
	0.014	1			2.4775	2.4866	2.4355	2.4355
7	0.024	3	0.9841	0.9842	0.8309	0.7990	1.4366	1.2158
	0.020	2			0.6924	0.6110	2.4156	2.2141
	0.016	2			0.5539	0.5295	1.0652	1.2474
	0.016	2			0.5539	0.5262	1.4871	1.7048
	0.014	1			0.4847	0.5350	2.5968	2.5819
	0.014	1			0.4847	0.4810	2.5791	2.6449

	0.012	1			0.4155	0.3933	1.7489	2.0509
8	0.030	3	0.9810	0.9811	1.1058	1.0276	2.4136	2.1216
	0.024	3			0.8846	0.7489	1.8264	1.8103
	0.024	2			0.8846	0.8250	2.9773	3.1327
	0.020	2			0.7372	0.6944	2.3137	2.5527
	0.018	2			0.6635	0.6332	1.7601	1.8612
	0.016	1			0.5897	0.5927	3.0260	3.1830
	0.016	1			0.5897	0.5920	2.8921	3.0300
	0.014	1			0.5160	0.5279	2.6194	2.6194

Dans le tableau 14 'a' représente l'unité de temps pour λ_j qui est jours⁻¹, 'b' représente le temps d'arrêt prévu par année (jour/année), $W_j = 365B_j$ et 'c' représente le nombre prévu de transferts latéraux par année, $T_j = 365\alpha_j\lambda$.

La précision des solutions de l'approximation proposée est satisfaisante. Les niveaux de service obtenus par l'approximation proposée est proche de ceux obtenus par les méthodes de référence. L'écart entre eux est très proche de zéro (l'écart maximal est de 0.02%). Pour le temps d'arrêt prévu et le nombre prévu de transferts latéraux, les écarts sont plus élevés. L'approximation proposée donne encore des chiffres exacts des performances du système dans chaque hub. Les pourcentages moyens de déviations sont 5.45% pour le temps d'arrêt prévu et 6.25% pour le nombre prévu de transferts latéraux. En outre, la méthode proposée réduit considérablement le temps de calcul et l'espace mémoire nécessaires. Par exemple, le dernier problème du tableau ($M = 8$) a été résolu par la méthode proposée en 25 secondes alors que la méthode de simulation a nécessitées plus de 2 heures pour le résoudre.

4. Exemple d'application

Dans cette section un exemple numérique va être exposé pour obtenir une meilleure compréhension du modèle. Un système multi-hubs dans l'industrie de transport aérien a été utilisé dans cet exemple. Deux compagnies aériennes ($N = 2$) ont été considérées. Le tableau 15 présente les différents paramètres de ces deux compagnies.

Tableau 15 : les différents paramètres utilisés dans l'exemple [40]

<i>Paramètres</i>	<i>Compagnie aérienne 1</i>	<i>Compagnie aérienne 2</i>
Nombre de routes R_i	2	2
Nombre d'avions dans chaque route P_i^r	$P_1^1 = 15$ $P_1^2 = 10$	$P_2^1 = 10$ $P_2^2 = 8$
Itinéraire des routes μ	Itinéraire 1: 1-2-3-2-1 Itinéraire 2: 1-4-5-4-1	Itinéraire 1: 6-7-1-7-6 Itinéraire 2: 6-8-2-8-6
Taux de panne λ (jour)	0.002	0.002
Taux de réparation (jour)	0.02	0.02
Coût de stockage c_H (\$/unité/année)	10000	10000
Coût de temps d'arrêt c_w (jour)	5000	5000
Coût de transfert c_T (\$/heure de vol)	500	500

$$\text{Matrice de distance (heures de vol)} : D = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & 2 & 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 5 & 6 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 0 & 4 & 6 & 8 & 7 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 3 & 6 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 0 & 5 & 3 & 8 \\ 5 & 6 & 8 & 6 & 5 & 0 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 7 & 3 & 3 & 2 & 0 & 8 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 8 & 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Détermination de l'allocation de la demande

Dans cette étape, un exemple de détermination du taux de la demande pour chaque hub dans le premier itinéraire de la compagnie 1 va être exposé. Le taux de la demande de l'itinéraire 1 est égal à $P_1^1 \lambda = 15 * 0.002 = 0.03$. Comme le nombre d'arc de cet itinéraire est égal à $A_1^1 = 4$ (1-2 ; 2-3; 3-2 et 2-1), la distance totale parcourue en un cycle de vol est $d_{12} + d_{23} + d_{32} + d_{21} = 12$ heures. En appliquant l'équation 1, λ_1 est calculé comme suit : $\lambda_1 = \frac{3}{12} * 0.03 = 0.0075$, $\lambda_2 = 0.015$ et $\lambda_2 = 0.0075$. Comme certains

hubs sont des hubs destination de plus qu'un arc d'un même itinéraire ou de différents itinéraires. Dans un tel cas, les demandes qui sont de différents arcs doivent être additionnées pour former la demande totale de ces hubs. Par conséquent le résultat final est $\lambda_1 = 0.0165$, $\lambda_2 = 0.0186$, $\lambda_3 = 0.0075$, $\lambda_4 = 0.01$, $\lambda_5 = 0.006$, $\lambda_6 = 0.0094$, $\lambda_7 = 0.01$, $\lambda_8 = 0.008$.

Détermination du nombre de pièces de rechange optimal

Étape 1 : dans cette étape, le problème est traité comme étant un problème à un seul hub et l'objectif est de trouver le niveau de stock du système S^{0*} qui minimise la somme des coûts (coût de stockage et coût de temps d'arrêt). La demande utilisée dans ce problème est une demande agrégée, $\lambda^0 = \sum_{j=1}^M \lambda_j = 0.086$. Par conséquent, il est simple de montrer que le nombre optimal de stock dans le système est $S^{0*} = 10$.

Étape 2 : dans la deuxième étape, le stock du système obtenu dans la première étape va être distribué sur tous les hubs en se basant sur leurs taux de demande respective. Cela donne la solution initiale suivante $S_1 = 2$; $S_2 = 2$; $S_3 = 1$; $S_4 = 1$; $S_5 = 1$; $S_6 = 1$; $S_7 = 1$; $S_8 = 1$ et un coût total de **123830\$**.

Tableau 16 : Comparaison des coûts dans les deux cas (sans collaboration ou avec collaboration) [40]

	<i>Solution optimale</i>	<i>Coût total</i>
Sans collaboration	Compagnie 1 : $S_1 = 2$; $S_2 = 2$; $S_3 = 1$; $S_4 = 1$; $S_5 = 1$	92614
	Compagnie 2 : $S_1 = 1$; $S_2 = 1$; $S_6 = 1$; $S_7 = 2$; $S_8 = 1$	75483
Avec collaboration	$S_1 = 2$; $S_2 = 2$; $S_3 = 1$; $S_4 = 1$; $S_5 = 1$; $S_6 = 1$; $S_7 = 1$; $S_8 = 1$	123830

Il est intéressant de montrer les avantages économiques qui résultent de la collaboration entre les deux compagnies aériennes. Le tableau 16 montre une comparaison de la performance du coût total lorsque les deux compagnies travaillent d'une façon indépendante et lorsqu'elles collaborent ensemble. Il a été démontré qu'un gain total significatif de **44267\$ (26.3%)** est atteint lorsque les deux compagnies partagent leurs stocks de pièces de rechange.

5. Conclusions et perspectives

Le contenu de ce chapitre a étudié une solution développée pour analyser la collaboration dans un système de gestion de stock de pièces de rechange réparables formé de plusieurs hubs (sites). La situation implique un certain nombre de compagnies et de hubs où la collaboration en cas d'urgence et complète est permise. Le modèle vise à déterminer le nombre optimal de pièces de rechange à stocker dans chaque hub. La solution proposée a prouvé que la collaboration joue un rôle très important dans la réduction du coût total du système. En plus, cette solution donne des résultats étroitement proches de ceux obtenus en utilisant les modèles de file d'attente ou la méthode de simulation. En outre, cette solution est efficace de point de vue calcul et peut être utilisée pour analyser une variété de problèmes qui impliquent de nombreux compagnies et hubs. Cependant, de plus amples recherches sont nécessaires pour trouver la règle optimale pour le transfert latéral normal et le transfert latéral retardé. En plus de la proximité, certains autres critères pourraient donner une meilleure performance au système.

Chapitre 5 : La collaboration entre les sites de stockage de pièces de rechange avec un délai de transfert latéral non-négligeable et un délai de transfert latéral retardé

1. Introduction

Les industries à équipements de haute intensité, telles que les compagnies aériennes, les centrales nucléaires et les usines de fabrication qui utilisent des machines complexes, sont souvent confrontées à des difficultés pour maintenir une haute performance du système tout en contrôlant leurs coûts de stockage. Un type important de composants dans ces industries est appelé les articles réparables. Ces articles sont assujettis à des pannes rares et aléatoires, et lorsqu'une panne a lieu, l'équipement défectueux sera retiré, remplacé par un autre équipement utilisable pris du stock en main et envoyé à l'atelier de réparation. Lorsque la réparation sera terminée, l'équipement sera stocké dans l'entrepôt pour une utilisation future (voir figure 10). Dans ce chapitre, on s'intéresse à la problématique de pièces de rechange dans deux sites ($i=1,2$). Chaque site i fait face à une demande aléatoire faible (pièces en panne) qui suit une distribution de poisson de moyenne λ . D'une part, un stock de pièces de rechange insuffisant peut conduire à un coût excessif de temps d'arrêt. D'autre part, garder un nombre excessif de pièces de rechange augmente considérablement le coût de stockage. L'objectif de ce chapitre est de déterminer le nombre optimal de pièce de rechange dans le stock, où le transfert latéral entre les sites est permis en cas d'urgence, qui assure une meilleure performance du système à un moindre coût. Ce chapitre est organisé comme suit : la prochaine section introduit le problème, présente les hypothèses et les notations utilisées dans le modèle et décrit la technique de modélisation. La section 3 expose les résultats de quelques expériences numériques. La section dernière résume les conclusions tirées et suggère des directions pour des recherches futures.

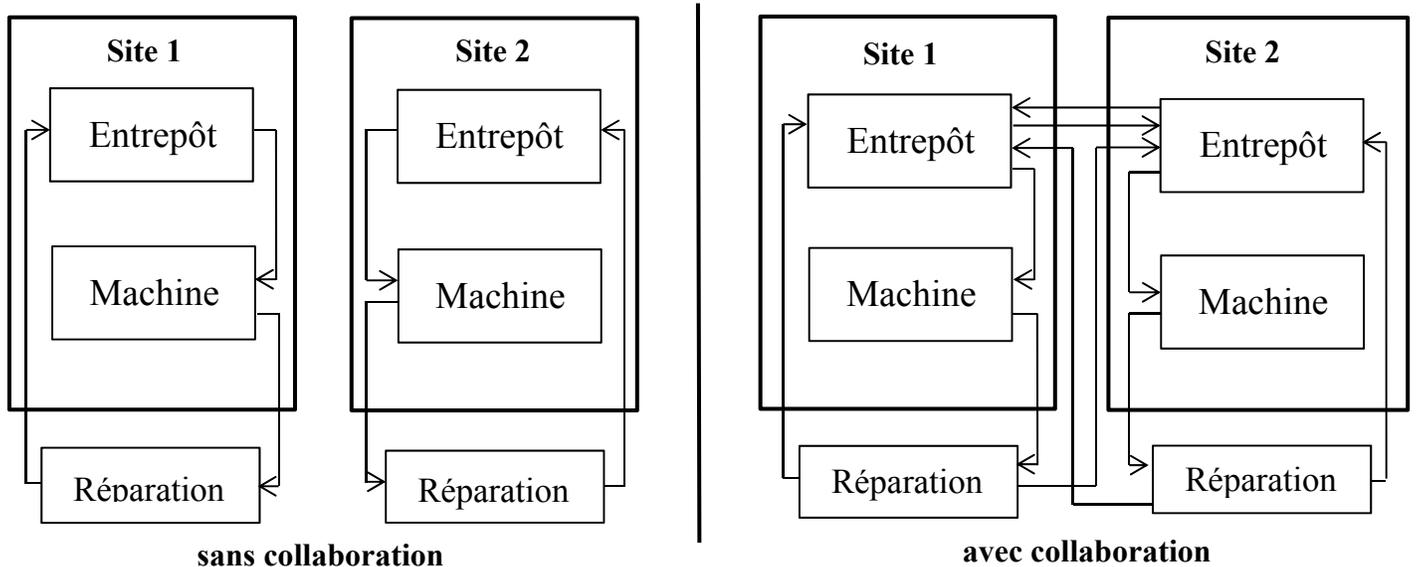


Figure 10 : La différence entre le cycle de réparation d'un équipement dans les deux cas (sans et avec collaboration) [42]

2. Modélisation du problème

Les hypothèses

- 1) La demande vient d'un nombre de sources fini ;
- 2) Le système de contrôle des stocks est à transaction continue (S-1,S) ;
- 3) Lorsqu'une pièce d'un site i tombe en panne, elle devrait être remplacée par une autre fonctionnelle à partir du stock en main (si disponible). Si ce n'est pas le cas, elle peut être envoyée à partir d'un site j , où j est le plus proche voisin ayant un stock positif : c'est la collaboration en cas d'urgence ;
- 4) La collaboration complète est adoptée dans ce modèle, cela signifie qu'un site offre tout son stock en main lorsqu'un autre site est en rupture de stock ;
- 5) Si aucun site ne dispose d'un stock en main, la pièce reste en attente jusqu'à ce qu'un site possède un stock positif ;
- 6) La pièce en panne est envoyée à un atelier de réparation spécialisé. Après avoir complété la réparation, la pièce fonctionnelle sera envoyée au site d'origine (dans le cas où il n'y avait pas de transfert latéral entre les sites) ou au site «prêteur» (dans le cas où il y avait de transfert latéral entre les sites) ;
- 7) Le transfert latéral retardé entre les sites est autorisé dans ce modèle ;

- 8) Le temps de défaillance suit une distribution exponentielle ;
- 9) Le temps de réparation suit également une distribution exponentielle. Le nombre de capacités de réparation est grand, cela veut dire qu'aucune file d'attente n'aura lieu et deux délais de réparation successifs sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées ;
- 10) Le temps d'expédition de la pièce de l'atelier de réparation à un site i est négligeable et déjà inclus dans le délai de réparation ;
- 11) Le délai du transfert latéral de stock entre les sites est exponentiellement distribué et $t_{ij}=t_{ji}$ (non-négligeable);
- 12) La possibilité de panne ou d'achèvement de la réparation durant le transport de la pièce est supposée négligée parce que dans la plupart des cas le délai de transfert latéral est considérablement faible par rapport aux temps qui séparent deux pannes ou deux réparations.

Les notations utilisées dans ce chapitre sont les suivantes :

Paramètres:

m_i : les machines fonctionnelles

λ : le taux de panne d'une pièce

μ : le taux de réparation d'une pièce

x_i : le niveau de stock dans chaque site i

ρ_y : la probabilité stationnaire du système dans le cas où le niveau de stock dans un contexte agrégé (groupe de sites) est égale à y

SL : le taux de satisfaction des clients, qui représente le pourcentage des demandes satisfaites sans ruptures

t_{ij} : le temps moyen de transport entre les sites

c_h : le coût unitaire de stockage

c_d : le coût d'arrêt unitaire

c_t : le coût de transfert latéral de pièces entre les sites

Variables de décision:

s_i : le nombre de pièces de rechange stocké dans un site i

ELT_{ij} : le nombre de transfert latéral prévu d'un site i à un site j

$ETDT_i$: le temps d'arrêt total pour un site i

DTB_i : le temps d'arrêt total prévu causé par les ruptures de stocks

DTLT_i : le temps d'arrêt total prévu causé par le délai de transfert latéral entre sites

Le modèle

L'objectif de ce chapitre est de trouver une méthode efficace qui permet de déterminer les mesures de performance les plus importants, compte tenu d'une stratégie de stockage $s = (s_1, s_2, \dots, s_N)$. Dans cette section, trois modèles vont être étudiés pour trois systèmes différents : un premier modèle de base pour un système ayant un délai de transfert latéral négligeable et ne considérant pas le transfert latéral retardé entre les sites, un deuxième modèle pour un système ayant un délai de transfert latéral négligeable et considérant le transfert latéral retardé, et un dernier modèle pour un système ayant un délai de transfert latéral non-négligeable et prenant en compte le transfert latéral retardé.

Le modèle avec un délai de transfert latéral négligeable et sans transfert latéral retardé

Le problème de ce chapitre peut être modélisé comme un problème Markovien à N-dimensions. Soit l'état $x = (x_1, \dots, x_N)$ et $-m_i \leq x_i \leq s_i$ (un $x_i < 0$ représente le nombre de pénuries dans un site i). Soient $x_{i+} = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+1}, \dots, x_N)$ et $x_{i-} = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_N)$. Soit $x = (x_1, \dots, x_N)$ l'état actuel du système. Toutes les transitions du modèle Markovien sont comme suit [42]:

Transition 1 : Une panne se produit dans un site i où $x_i > 0$, l'état de transition est $x \rightarrow x_{i-}$ et le taux de transition est $m_i \lambda$.

Transition 2 : Une panne se produit dans un site i où $-m_i < x_i \leq 0$ et il existe au moins un autre site qui a un stock positif, l'état de transition est $x \rightarrow x_j$ où j est le plus proche voisin de i ayant un stock positif et le taux de transition est $(m_i + x_i) \lambda$.

Transition 3 : Une panne se produit dans un site i où $-m_i < x_i \leq 0$ et il n'existe aucun site ayant un stock positif, l'état de transition est $x \rightarrow x_{i-}$ et le taux de transition est $(m_i + x_i) \lambda$.

Transition 4 : Une pièce appartenant à un site i est réparée où $x_i < s_i$, l'état de transition est $x \rightarrow x_{i+}$ et le taux de transition est $(s_i - x_i) \mu$.

La figure 11 présente un exemple du modèle de Markov où il existe deux sites ($N=2$). Le site 1 possède trois machines fonctionnelles ($m_1 = 3$) et deux pièces de rechanges ($s_1 = 2$) alors que le site 2 a deux machines fonctionnelles ($m_2 = 2$) et une seule pièce de rechange ($s_2 = 1$).

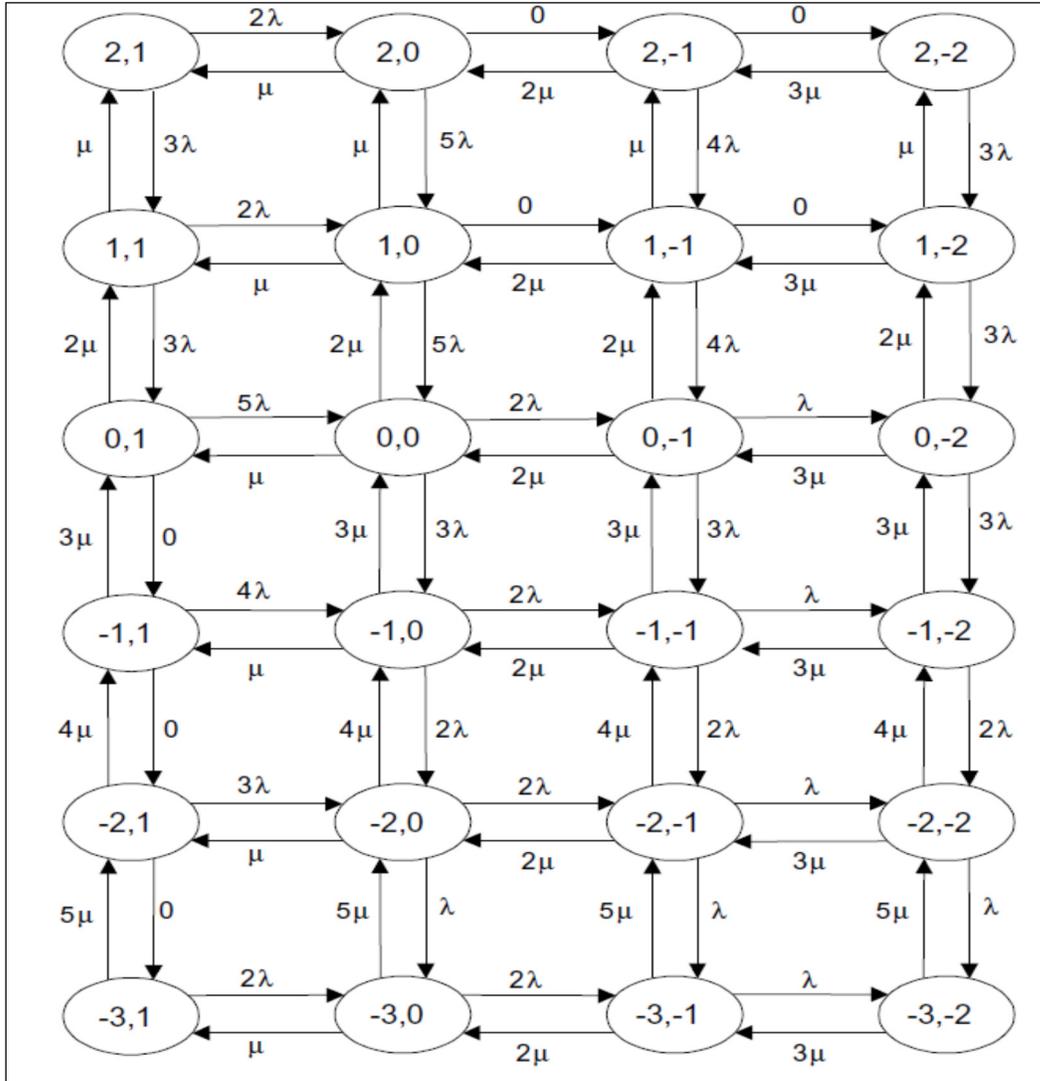


Figure 11 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral négligeable et sans transfert latéral retardé [42]

Le modèle avec un délai de transfert latéral négligeable et avec transfert latéral retardé

Un transfert latéral retardé se produit lorsqu'un site avec un stock nul reçoit une pièce réparée de l'atelier de réparation et son stock devient positif alors qu'en même temps il existe au moins un autre site faisant face à une rupture. Dans un tel cas, la pièce réparée est directement envoyée au site qui manque du stock. Par conséquent, une rupture peut avoir lieu seulement lorsqu'il n'y a aucun site dans le groupe qui possède un stock positif. Suivant toutes les transitions du modèle précédent, quelques modifications vont être décrites dans ce qui suit [42] :

Transition 2 : Une panne se produit dans un site i où $x_i = 0$ et il existe au moins un autre site qui a un stock positif, l'état de transition est $x \rightarrow x_j$ où j est le plus proche voisin de i ayant un stock positif et le taux de transition est $m_i \lambda$.

Transition 4 : Une pièce appartenant à un site i est réparée où $0 \leq x_i \leq s_i$ et il n'y a aucun site faisant face à une rupture, l'état de transition est $x \rightarrow x_{i+}$ et le taux de transition est $(s_i - x_i) \mu$.

Transition 5 (ajoutée) : Une pièce qui appartient à un site i est réparée où $x_i = 0$ et au moins un autre site manque de stock, l'état de transition est $x \rightarrow x_{j+}$ où j est le site le plus proche de i qui fait face à une rupture de stock et le taux de transition est $(s_i - x_i) \mu$. Cette transition représente le transfert latéral retardé.

Utilisant le même exemple du cas précédent, la figure 12 présente tous les états et transitions lorsque le transfert latéral retardé a été considéré.

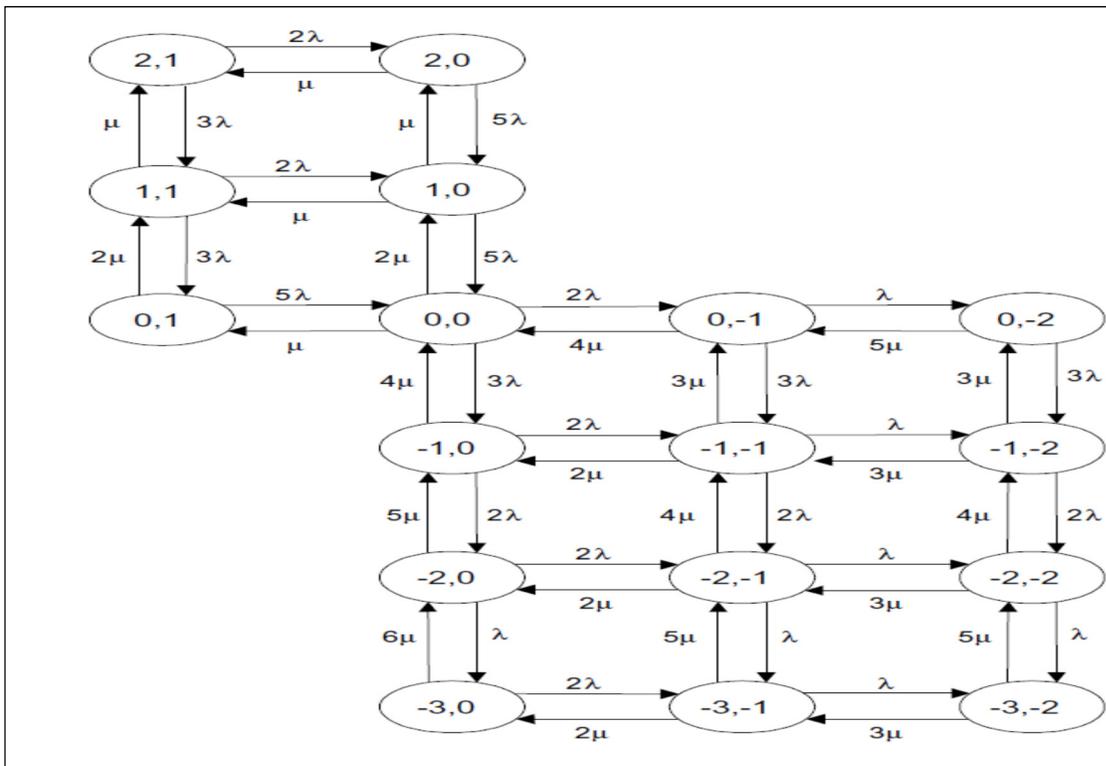


Figure 12 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral négligeable et avec un transfert latéral retardé [42]

Le modèle avec un délai de transfert latéral non-négligeable et avec un transfert latéral retardé

Pour modéliser le retard causé par le délai de transfert latéral non-négligeable, le taux de la transition 2 doit être changé. Une pièce est envoyée de j à i lorsqu'une panne se produit à i où $x_i = 0$ et j est le plus proche site de i ayant un stock positif. Comme t_{ij} est le délai de transport moyen pour le transfert latéral entre les sites, la transition $x \rightarrow x_j$ aura comme taux $\frac{m_i \lambda}{1 + m_i \lambda t_{ij}}$ [42]. Ce taux de transition donne le temps moyen de stockage de la pièce (en attente d'une pièce fonctionnelle) de [42] : $\frac{1}{m_i \lambda} + t_{ij}$ qui présente la somme du temps de panne et du temps de transport de la pièce. Le temps d'arrêt supplémentaire a été seulement considéré pour le transfert latéral «normal» de la pièce et non pas pour le transfert latéral retardé, parce qu'il a été supposé que le transfert latéral retardé d'une pièce se fait directement de l'atelier de réparation au site qui a une rupture sans passer par le site «prêteur». La figure 13 montre tous les états et transitions dans le cas où le délai de transfert latéral non-négligeable et le transfert latéral retardé sont considérés en même temps.

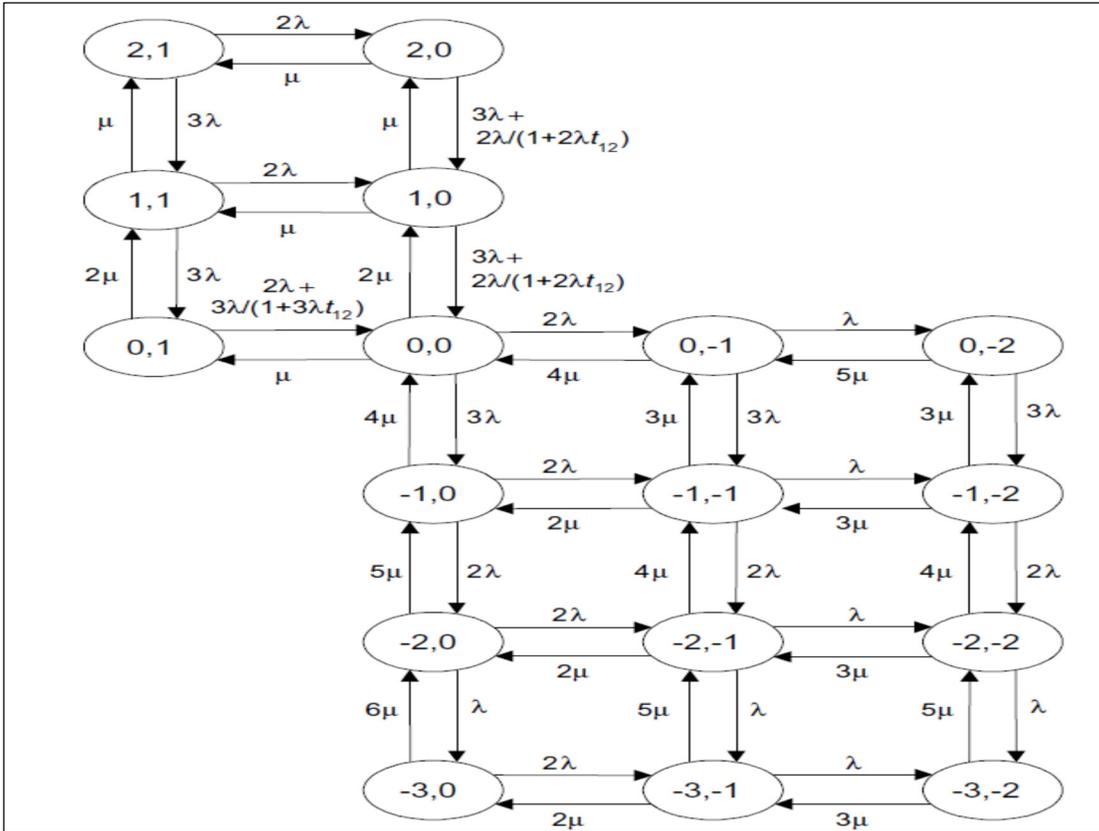


Figure 13 : Le modèle Markovien avec un délai de transfert latéral non-négligeable et avec un transfert latéral retardé [42]

Une méthode d'approximation pour obtenir les mesures de performance

Les sections précédentes ont montré qu'il n'est pas difficile de formuler le problème comme un modèle Markovien multidimensionnel. Cependant, le nombre d'états dans le modèle augmente avec l'augmentation du nombre de sites, de machines fonctionnelles ou de pièces de rechange. Cela peut rendre le problème insoluble. Dans Wong et al. [40], les auteurs ont développé une méthode d'approximation pour le problème où le délai de transfert latéral est négligeable et les sources de panne sont infinies. L'idée de base de la méthode est de traiter la situation de stock dans un groupe (stock agrégé) et dans chaque site à part (stock individuel). Dans la situation de stock agrégé, les demandes et les stocks de tous les sites sont rassemblés et traités comme étant dans un seul site afin d'avoir une chaîne de Markov unidimensionnel. Les paramètres agrégés sont : $\mathbf{s}^0 = \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i$ [42] et $\mathbf{m}^0 = \sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i$ [42]. Le modèle Markovien dans la situation agrégée où le délai de transfert

latéral est négligeable et les sources de panne sont infinies est représenté dans la figure suivante :

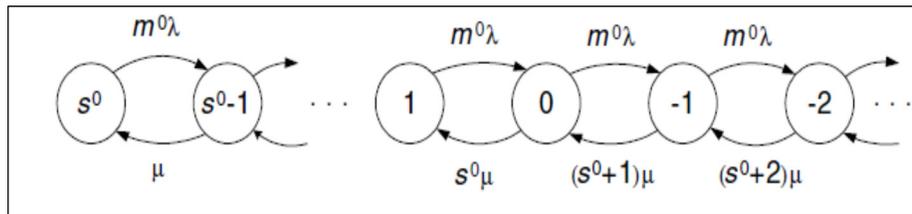


Figure 14 : Le modèle Markovien pour un stock agrégé avec un délai de transfert latéral égal à zéro [42]

Lorsque le transfert latéral retardé est permis, il ne sera pas possible d'avoir un état où quelques sites possèdent un stock positif et en même temps d'autres sites ont encore des insuffisances dans leurs stocks. Cela veut dire qu'une demande est arriérée seulement que lorsque le stock dans tout le groupe est égale zéro ou négatif. Par conséquent, le niveau de service du système (satisfaction des demandes) est obtenu à partir de cette équation [42] :

$$SL = 1 - \sum_{y=-\infty}^0 \rho_y \quad (1)$$

Et le nombre de pièces en pénurie est [42] :

$$B^0 = - \sum_{y=-\infty}^0 y \rho_y \quad (2)$$

Le paramètre ELT_i est obtenu en résolvant le problème du stock dans la situation individuelle. Dans le système où le délai de transfert latéral est non-négligeable et les sources de pannes sont finies, le modèle Markovien de la figure 14 n'est plus valide. C'est pour cela qu'une nouvelle méthode d'approximation est requise. La méthode de Yanagi et Sasaki [44] a été adoptée dans cette recherche. Cette méthode consiste à décomposer le problème en deux étapes. La première étape comporte tous les états avec un stock nul ou positif. Parmi les états de la première étape, l'état $0 = (0, \dots, 0)$ qui représente qu'aucune pièce est disponible dans le stock, et cet état est un état composé qui comporte tous les états de l'étape 2. Dans la deuxième étape, tous les états possèdent un stock négatif. Dans la première étape, tous les taux de transition partant de l'état 0 ne peuvent être déterminés que si la probabilité conditionnelle, qu'aucune rupture peut se produire dans n'importe quel site

étant donné qu'aucune pièce de rechange est disponible dans n'importe quel site, soit connue. C'est pour cette raison que la deuxième étape doit être résolue avant la première étape. Les prochaines sections décrivent les solutions des deux étapes. La figure 15 présente les deux étapes du modèle.

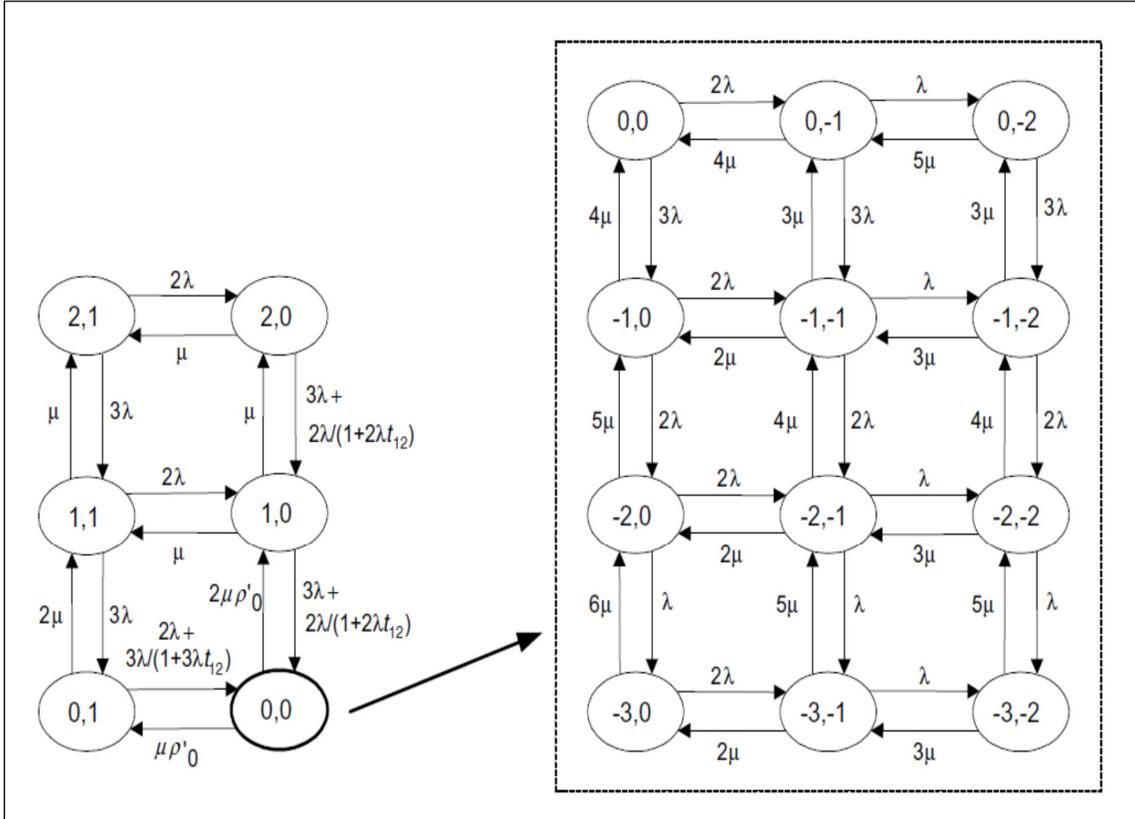


Figure 15 : Étape 1 et étape 2 du modèle [42]

La solution pour la deuxième étape

Dans la deuxième étape, les demandes et les stocks de tous les sites peuvent être rassemblés et traités comme si se produisant dans un seul site puisque le délai de transfert latéral retardé est égale à zéro. Par conséquent, sachant qu'il existe aucun site ayant un stock positif dans l'étape 1, le modèle Markovien pour la situation du stock agrégé dans l'étape 2 est représenté dans la figure 16. Soit ρ'_y la probabilité conditionnelle que le stock dans le groupe soit y ($-m^0 \leq y \leq 0$) sachant qu'il n'existe aucune pièce disponible. Les équations suivantes sont dérivées à partir du modèle de la figure 16 :

$$\rho'_{s^0-k} = \frac{m^0! s^0!}{(m^0 + s^0 - k)! k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k-s^0} \rho'_0,$$

$$\text{avec } k = s^0 + 1, s^0 + 2, \dots, s^0 + m^0 \quad [42] \quad (3)$$

$$\text{Où } \rho'_0 = \left(\mathbf{1} + \sum_{k=s^0+1}^{s^0+m^0} \frac{m^0!s^0!}{(m^0+s^0-k)!k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k-s^0} \right)^{-1} \quad [42] \quad (4)$$

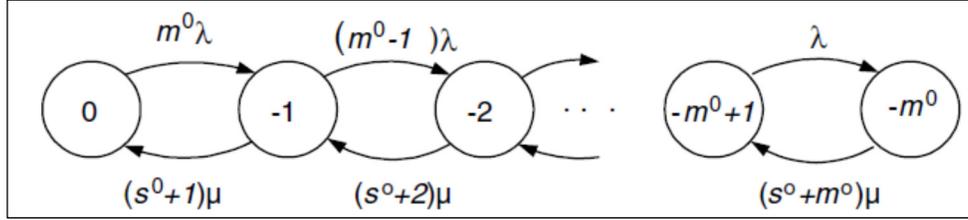


Figure 16 : Le modèle Markovien pour un stock agrégé (étape 2) [42]

En utilisant l'équation (3), ρ'_0 , qui représente la probabilité conditionnelle pour qu'aucune rupture ne se produise à un site i étant donné qu'aucune pièce ne soit disponible, est obtenu. Cette probabilité est importante pour déterminer tous les taux de transition partant de l'état 0 dans la première étape. Le nombre prévu de pièces en pénurie (conditionnel à l'état 0 dans l'étape 1) est le suivant [42] :

$$B^{0'} = - \sum_{y=-m^0}^0 y \rho'_y \quad (5)$$

La valeur inconditionnelle B^0 peut être obtenue après avoir résolu le problème dans son étape 1 et avoir obtenu la probabilité stationnaire de l'état 0.

Dans le cas où tous les sites ont le même coût unitaire du temps d'arrêt, l'estimation du nombre de pièces en pénurie dans chaque site n'est pas requise. Dans un tel cas, le nombre prévu de pièces en pénurie dans la situation du stock agrégé est suffisant pour calculer le coût total du temps d'arrêt dans le système. Cependant, dans le cas où les coûts unitaires sont différents dans les sites, il est nécessaire de déterminer le nombre prévu de pièces en pénurie dans chaque site. Les équations (3) et (4) donnent les probabilités exactes de l'état stationnaire agrégé. Pour estimer le nombre de pièces en pénurie dans chaque site, il faut déterminer les probabilités de tous les états individuels au sein de l'état agrégé, ce qui signifie qu'il faut déterminer les probabilités de tous les états de la deuxième étape. Plusieurs techniques existent pour estimer les probabilités qui sont utilisables lorsque le problème de Markov possède un grand état d'espace. Dans ce chapitre la méthode d'Albright et Soni [2] est appliquée puisqu'elle a bien fonctionné dans la résolution des

problèmes de Markov multidimensionnels. Soit \hat{p}_x la probabilité stationnaire de l'état x dans la deuxième étape obtenue en appliquant la méthode d'approximation d'Albright et Soni [2]. Toutes les probabilités obtenues sont ensuite ajustées de telle sorte que pour chaque état agrégé, la somme des probabilités de tous les états individuels au sein de l'état agrégé est égale à la probabilité exacte de l'état agrégé. Pour chaque stock agrégé y ($-m^0 \leq y \leq 0$), soit X_y l'ensemble contenant tous les états x de la deuxième étape tel que $\sum_{i=1}^N x_i = y$ et soit π'_x la probabilité ajustée de l'état x . Pour chaque $x \in X_y$, l'ajustement est fait comme suit [42]:

$$\pi'_x = \frac{\hat{p}_x}{\sum_{x \in X_y} \hat{p}_x} \rho'_y \quad (6)$$

Par conséquent, le nombre (conditionnel) prévu de pièces en pénurie dans le site i est déterminé comme suit [42] :

$$B'_i = - \sum_{x \in X^-} x_i \pi'_x \quad (7)$$

Où X^- représente l'ensemble de tous les états de l'étape 2. La valeur inconditionnelle B_i peut être déterminée après avoir résolu le problème dans son étape 1 et avoir obtenu la probabilité stationnaire de l'état 0.

La solution pour la première étape

Dans l'étape 1, tous les taux de transitions (sauf ceux partant de l'état 0) sont les mêmes que ceux du modèle original. La transition à partir de 0 se produit que lorsqu'aucune rupture n'a lieu à n'importe quel site. C'est pour cela, que dans le modèle original tous les taux de transitions depuis 0 doivent être multipliés par ρ'_0 . La taille du modèle Markovien dans l'étape 1 est très petite parce qu'en général le nombre de pièces est petit comparé au le nombre de machines fonctionnelles. C'est pour cette raison, la méthode conventionnelle de la résolution des équations linéaires simultanées associée au modèle peut être utilisée pour obtenir les probabilités stationnaires de l'étape 1. Après avoir résolu la première étape du modèle, toutes les mesures de performance stables peuvent être déterminées. Soit π_x la probabilité qui représente l'état stable de l'état x dans l'étape 1. Pour calculer le niveau de service (satisfaction des clients), l'équation 1 doit être modifiée puisqu'il existe une source de panne finie. Pour tous les états agrégés de l'étape 1, les taux de demande sont constants

et égalent à $m^0\lambda$. Cependant, pour les états agrégés de l'étape 2, les taux de demande dépendent du nombre de machines fonctionnelles. La nouvelle expression pour calculer le niveau de service du système est la suivante [42]:

$$SL = \frac{m^0(1-\pi_0)}{m^0(1-\pi_0) + \pi_0 \sum_{y=-m^0}^0 (m^0+y)\rho_y^l} \quad (8)$$

Le nombre prévu de pièces en pénurie dans la situation de stock agrégé peut être déterminé à partir de cette équation $B^0 = \pi_0 B^{0'}$. Également, le nombre prévu de pièces en pénurie dans chaque site i peut être obtenu à partir de cette équation $B_i = \pi_0 B_i'$. Suivant la formule de Little, le temps d'attente prévu pour chaque panne dans le système (le temps d'attente pour un transfert latéral entre les sites non inclus) est donné par $\frac{B^0}{\lambda}$ où $\bar{\lambda}$ représente le taux de demande effectif. Par conséquent, pour chaque unité de temps, le temps d'arrêt total causé par les ruptures de stock est égal au nombre de pièces en pénurie. Pour chaque site i , le temps d'arrêt total causé par les ruptures est obtenu à partir de cette équation [42]:

$$DTB_i = B_i \quad (9)$$

Ce paragraphe illustre la procédure pour calculer le nombre prévu de transfert latéral de pièces d'un site i à un autre j (par unité de temps), ELT_{ij} . Supposant que le nombre de sites est égale à trois et $t_{12} < t_{32}$ et $t_{13} > t_{23}$. ELT_{12} est déterminé par [42]:

$$ELT_{12} = m_2 \lambda \sum_{x \in X_{12}} \pi_x \quad (10)$$

où X_{12} est l'ensemble contenant tous les états avec $x_2 = 0$ et $x_1 > 0$. Pour calculer ELT_{32} , d'abord il faut définir X_{32} comme un ensemble de tous les états avec $x_2 = 0$, $x_1 = 0$ et $x_3 > 0$. Ensuite, ELT_{32} peut être déterminé à partir de cette équation [42] :

$$ELT_{32} = m_2 \lambda \sum_{x \in X_{32}} \pi_x \quad (11)$$

Par conséquent, pour chaque unité de temps, le temps d'arrêt prévu (en unité de temps) pour chaque site i causé par le temps de transfert latéral de pièces non-négligeable est calculé comme suit [42] :

$$DTLT_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N ELT_{ji} t_{ji} \quad (12)$$

À partir de (9) et (12), le temps d'arrêt total (en unité de temps) dans un site i est égale à [42] :

$$ETDT_i = DTB_i + DTLT_i \quad (13)$$

3. Résultats

Dans cette section, les résultats de l'expérimentation numérique vont être présentés. Dans une première partie, l'évaluation de la précision du modèle va être élaborée. Par la suite, les avantages du transfert latéral retardé vont être exposés. Et finalement, le risque potentiel qui peut être causé par l'hypothèse du délai de transfert latéral négligeable va être discuté.

L'évaluation de la méthode d'approximation

Pour montrer la précision du modèle, un ensemble de 18 problèmes a été considéré, dans lequel le nombre de sites varie entre 2 et 5 et avec un taux de panne $\lambda=0.002$ et un taux de réparation $\mu=0.02$. Dans ce modèle, seulement le DTB_i qui est approximatif, les autres paramètres de sortie sont calculés de manière exacte. Une comparaison est faite entre les valeurs approximatives de DTB_i et ses valeurs exactes obtenues en résolvant l'ensemble des équations linéaires du système de Markov dans l'étape 2. Le tableau 17 est un extrait des paramètres utilisés et des résultats trouvés.

Tableau 17 : Comparaison entre le DTB_i (downtime for backorders) approximatif et DTB_i exacte [42]

N (sites)	#	(m_1, m_2, \dots, m_N)	(s_1, s_2, \dots, s_N)	DTB_i	
				Approximation	Exacte
2 $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	1	(6,5)	(2,1)	0.0162/0.0144	0.0163/0.0143
	2	(8,6)	(2,2)	0.0099/0.0074	0.0099/0.0074
	3	(10,8)	(3,2)	0.0071/0.0060	0.0071/0.0059
	4	(15,10)	(4,3)	0.0033/0.0022	0.0033/0.0022
	5	(20,15)	(4,4)	0.0080/0.0060	0.0080/0.0060
	6	(30,30)	(5,5)	0.0365/0.0365	0.0365/0.0365
5 $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1.5 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2 & 0 & 3.5 & 1 \\ 3 & 2.5 & 3.5 & 0 & 0.5 \\ 2 & 1.5 & 1 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$	7	(6,5,5,4,4)	(2,2,1,1,1)	0.0011/0.0009/ 0.0009/0.0007/ 0.006	0.0011/0.0008 /0.0008/0.000 8/0.0007
	8	(8,7,6,5,4)	(2,2,2,1,1)	0.0013/0.0012/ 0.0011/0.0009/ 0.0007	0.0013/0.0012 /0.0010/0.001 0/0.0007
	9	(10,9,8,7,6)	(2,2,2,1,1)	0.0078/0.0070/ 0.0065/0.0061/ 0.0046	0.0079/0.0068 /0.0064/0.006 4/0.0045

Les résultats indiquent que les valeurs obtenues par la méthode d'approximation sont assez proches des valeurs exactes. L'erreur moyenne relative est de 3.7%, avec un minimum d'erreur égale à zéro (dans quelques cas où le nombre de sites est égal à 2) et avec un

maximum d'erreur de 10.3% (problème 7). En outre, la méthode proposée permet de résoudre les problèmes très rapidement. Pour le plus grand problème, elle ne prend que 9 secondes pour le résoudre.

Les avantages du transfert latéral retardé

Dans un système où le transfert latéral retardé est autorisé, il n'existe aucun état dans lequel un ou plusieurs sites ont un stock positif alors qu'en même temps il y a un ou plusieurs sites faisant face à des ruptures. De tels états se trouvent dans un système sans transfert latéral retardé. C'est clair que le transfert latéral retardé peut réduire le nombre prévu de pièces en pénurie dans le système. Dans ce paragraphe, les avantages du transfert latéral retardé vont être exposés. Les mêmes paramètres du tableau 16 vont être utilisés pour comparer le nombre de pièces en pénurie B^0 dans le système avec et sans considération du transfert latéral retardé. Le tableau 18 présente les résultats des problèmes testés.

Tableau 18 : Comparaison du nombre de pièces en pénurie dans les deux systèmes [42]

<i>Problème</i>	B^0		<i>Réduction</i>
	<i>Sans transfert latéral retardé</i>	<i>Avec transfert latéral retardé</i>	
1	0.0412	0.0305	0.0107 (25.9%)
2	0.0235	0.0173	0.0062 (26.4%)
3	0.0179	0.0130	0.0049 (27.4%)
4	0.0076	0.0055	0.0021 (27.6%)
5	0.0187	0.0139	0.0048 (25.6%)
6	0.0907	0.0738	0.0169 (18.6%)
7	0.0082	0.0043	0.0039 (47.6%)
8	0.0128	0.0051	0.0077 (60.1%)
9	0.0485	0.0322	0.0163 (33.6%)

Les résultats indiquent que l'existence du transfert latéral retardé peut considérablement réduire le nombre prévu de pièces en pénurie dans le système. La réduction moyenne absolue est de 0.0135. La réduction moyenne relative est de 34.5% avec un minimum de réduction égal à 18.6% (problème 6) et un maximum de réduction égal à 60.1% (problème 8). Comme B^0 indique également la perte totale causée par le temps d'arrêt, si les paramètres λ et μ indiquent les taux journaliers dans ces exemples, le transfert latéral retardé peut réduire le temps d'arrêt total avec une moyenne de 4.9275 jours ($=0.0135*365$) par année. Dans un système où le coût d'arrêt est élevé, cette réduction signifie une économie non négligeable.

Un délai de transfert latéral négligeable versus un délai de transfert latéral non-négligeable

Dans ce paragraphe, deux problèmes vont être discutés : le premier est lié à la validité de la supposition du délai instantané (égal à zéro) du transfert latéral entre les sites, ce qui a été fait dans la plupart des recherches examinées précédemment. Conformément aux attentes, dans les systèmes où le coût d'arrêt est très élevé et/ou le délai de transfert latéral est non-négligeable, en supposant qu'un délai de transfert latéral instantané peut conduire à des stratégies de stockages non-optimales. C'est pour cela, il pourrait être intéressant d'examiner dans quelles conditions les solutions optimales du modèle où le délai de transfert latéral est nul restent optimales pour un problème où le délai est non-négligeable. Le deuxième problème à traiter dans ce paragraphe est lié à la précision de la méthode de calcul du temps d'arrêt supplémentaire en utilisant le modèle où le délai de transfert latéral est nul (qui a été fait en multipliant le nombre prévu de transfert latéral par le délai moyen de transfert latéral). Pour bien analyser ces deux problèmes, un exemple de deux sites collaborateurs va être utilisé. À partir du modèle de Markov présenté dans la section précédente, il est clair que pour les paramètres fixes m_i et s_i ($i=1, \dots, N$), la probabilité stationnaire de tous les états est contrôlée par le ratio $\frac{\lambda}{\mu}$. Toutes les mesures de performance, à l'exception du nombre prévu de transfert latéral, sont dépendantes des probabilités stationnaires obtenues. Cela veut dire que tous les systèmes ayant le même ratio $\frac{\lambda}{\mu}$ auront le même SL_i et DTB_i pour chaque site i . Cependant, le ELT_i dépend du taux de la demande $m_i\lambda$ en plus du ratio $\frac{\lambda}{\mu}$. Plus la valeur du $m_i\lambda$ est grande, plus le ELT_i l'est aussi.

La différence entre le modèle avec un délai de transfert latéral négligeable et un modèle avec un délai non-négligeable se présente dans le taux de transition du transfert latéral entre les sites (transition 2). Dans le modèle où le délai de transfert latéral est nul, si une panne se produit dans un site i où $x_i=0$ et k est le site le plus proche de i qui a un stock positif, le taux de transition est de $m_i\lambda$. Par contre, dans le modèle où le délai de transfert latéral est non-négligeable, le taux de transition est remplacé par $\frac{m_i\lambda}{1+m_i\lambda t_{ki}}$ [42]. Par conséquent, les deux modèles vont donner les mêmes solutions si la valeur de $m_i\lambda t_{ki}$ est relativement petite. Un autre paramètre très important est le coût d'arrêt unitaire où l'optimalité obtenue en utilisant un délai de transfert latéral négligeable est en effet très sensible à ce coût. Lié au premier problème, il pourrait être intéressant de trouver les valeurs de t_{ki} pour une variété de valeur de λ de telle sorte que l'utilisation du modèle avec un délai de transfert latéral nul donne toujours une solution optimale au problème d'origine. Pour tester l'exemple de deux sites, les paramètres suivants ont été utilisés : $m_1 = 30$, $m_2 = 25$, $\frac{\lambda}{\mu} = 0.1$, $c_t = 1000$ et $c_h = 10000$. L'objectif du modèle est trouver les variables de décision optimales s_1 et s_2 qui minimisent le coût total annuel TC et de trouver le délai de transfert latéral t_{12min} minimal de telle sorte que la solution optimale obtenue en utilisant le modèle avec un délai de transfert latéral nul n'est pas optimale pour le problème d'origine. La fonction objectif peut être écrit comme suit [42] :

$$TC = c_h \sum_{i=1}^2 s_i + 365 \left(c_d \sum_{i=1}^2 ETD T_i + c_t \sum_{i=1}^2 ELT_i \right) \quad (14)$$

La figure 17 présente les valeurs de t_{12min} pour plusieurs valeurs de λ et de c_d . Cette figure montre qu'une valeur particulière de t_{12} peut être considérée comme petite dans une situation mais pas dans une autre. Une attention particulière devrait être accordée aux c_d et λ . Pour les valeurs de c_d utilisées dans la figure 17, le délai de transfert latéral d'un jour est négligeable lorsque $\lambda < 0.005$. Cependant, pour $\lambda > 0.005$, il faut être plus attentif. Dans cet exemple, pour $c_d > 1300$, un jour n'est plus négligeable lorsque $\lambda > 0.005$.

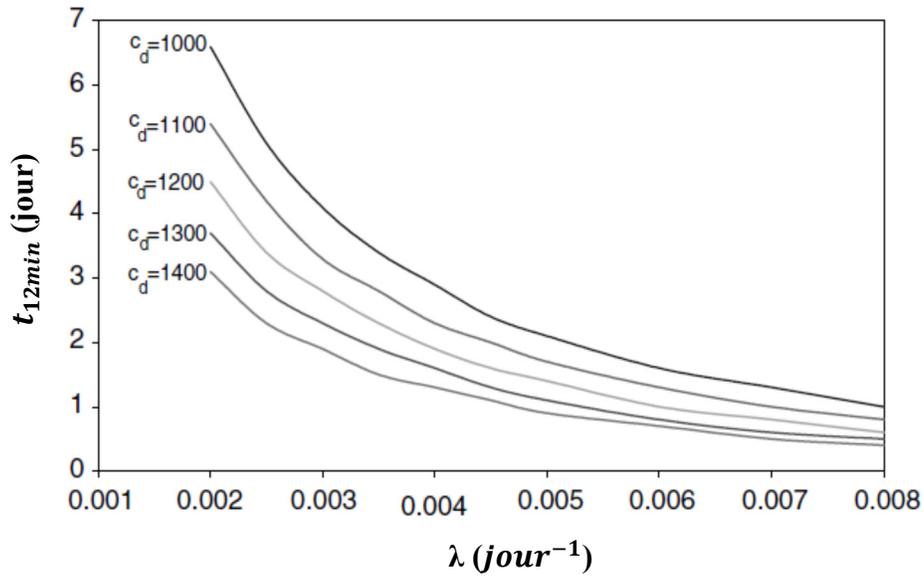


Figure 17 : t_{12min} pour une variété de valeur de λ et de c_d [42]

Pour le deuxième problème, qui permet d'évaluer la précision de la méthode qui estime le temps d'arrêt supplémentaire en multipliant directement le nombre de transfert latéral obtenu dans le modèle à délai nul par le délai moyen de transfert latéral, le même exemple vu précédemment va être utilisé. Le temps d'arrêt supplémentaire obtenu par une telle méthode est comparé avec celui obtenu par la méthode d'approximation pour différentes valeurs de λt_{12} .

Tableau 19 : Évaluation de $DTLT_i$ (downtime caused by the non-zero lateral transshipment time) obtenu à partir du modèle à délai de transfert latéral nul [42]

λt_{12}	$DTLT_1 + DTLT_2$ (jours)	
	<i>Délai de transfert nul</i>	<i>Délai de transfert non-négligeable</i>
0.002	2.3751	2.3598
0.004	4.7502	4.6892
0.006	7.1253	6.9889
0.008	9.5004	8.8123
0.010	11.8755	11.5013
0.012	14.2506	13.7152
0.014	16.6257	15.9015
0.016	19.0008	18.0607
0.018	21.3759	20.1934
0.020	23.7510	22.3000
0.022	26.1261	24.3810
0.024	28.5012	26.4370

Les résultats du tableau 19 indiquent que la méthode d'approximation qui utilise le modèle avec un délai de transfert latéral nul est assez précise. Pour cet exemple, les écarts sont inférieurs à 5% pour $\lambda t_{12} < 0.014$ (la valeur approximative surestime la valeur exacte). Cependant, pour une valeur de λt_{12} plus grande, les écarts sont plus élevés. Par conséquent,

une attention particulière devrait être accordée lorsque la valeur de λt_{12} est relativement grande et le coût d'arrêt unitaire est assez élevé.

4. Conclusions et perspectives

Le contenu de ce chapitre a examiné une méthode d'approximation pour un problème de gestion de stock de pièces réparables dans un réseau collaboratif. En particulier, le délai de transfert latéral non-négligeable et le transfert latéral retardé ont été considérés dans le modèle. Les résultats de calcul de la méthode d'approximation sont assez précis et efficaces. En outre, le transfert latéral retardé joue un rôle important dans la réduction significative du nombre prévu de pièces en pénurie. Le modèle a prouvé aussi que l'hypothèse de délai de transfert latéral instantané (égal à zéro) peut entraîner des risques et conduire à des décisions de stockage non optimales. Cette hypothèse peut être valide que dans des situations où le transfert latéral entre les sites se fait d'une façon très rapide, mais une attention particulière doit être accordée lorsque le coût d'arrêt unitaire est considérablement élevé. En plus de la règle de proximité telle que celle utilisée dans cette étude, certaines règles alternatives peuvent être appliquées pour les deux types de transfert latéral: le transfert latéral «normal» et pour le transfert latéral retardé. D'autres recherches sont nécessaires pour trouver la règle optimale.

Chapitre 6 : Application de la simulation pour analyser l'effet de la collaboration entre les CLSCs

1. Introduction

Bien qu'il ait été prouvé qu'il est possible de réduire le risque de pénuries en partageant les ressources de plusieurs sites en les mettant dans un seul site en commun, ce type de centralisation peut être difficile à réaliser dans la pratique. En effet, bien que certains sites soient conscients de l'effet positif du partage de leurs ressources, ils croient qu'ils seront pénalisés par ce processus. Ce fut le cas de certains centres locaux de services communautaires (CLSC) de la ville de Montréal, qui avaient l'intention de partager leurs équipements et leurs aides techniques pour le secteur de services de soin à domicile. Dans la province de Québec (Canada), les centres locaux de services communautaires fournissent à la communauté des services de première ligne en matière de santé. Après un virage vers les soins ambulatoires par le réseau de la santé du Québec, les CLSC jouent désormais un rôle principal dans la fourniture des services à domicile (pour les personnes âgées ou handicapées). Ils sont responsables de l'évaluation et de la distribution des services à la population de leurs zones respectives souffrant d'une incapacité chronique ou temporaire. Ils le font par l'intermédiaire de leurs services de maintien à domicile qui recommandent souvent l'utilisation des équipements et des aides telles que des lits électriques, des matelas thérapeutiques, des lève-patients, des fauteuils roulants, des sièges et des tabourets de bain. L'île de Montréal possède 29 CLSCs dont chacun est utilisé pour gérer ses propres services de maintien à domicile de façon indépendante. Cette structure décentralisée signifie que chaque CLSC avait son propre stock d'équipements, dont il était responsable de sa gestion. En outre, une étude sur les procédés appliqués par les différents départements de service de maintien à domicile a révélé que l'efficacité de la gestion et de la qualité de service diffèrent considérablement d'une région à l'autre. La possibilité de partager le stock d'équipements a donc été considérée comme un moyen d'économie d'argent et de standardisation de la qualité des soins. Dans la province de Québec, et en particulier à Montréal, l'idée de services de partage de stock n'est pas nouvelle. Les institutions de santé, sous la pression budgétaire considérable, ont besoin de rationaliser leurs dépenses tout en maintenant leurs services à la communauté. Les CLSCs ne font pas exception à ce

dilemme. Les plans visant à rationaliser le Centre Régional de la Santé de Montréal et le Conseil des Services Sociaux ont encouragé un certain nombre de CLSCs à adopter une attitude proactive au partage de leurs services. Dans de nombreux secteurs, des initiatives conjointes ont été lancées et les CLSCs ont commencé à considérer la possibilité de partager leurs équipements et leurs services de maintien à domicile. Dans la région de Montréal, des études préliminaires et quelques tentatives très partielles de partage des aides techniques ont été effectuées par des groupes de CLSCs contigus. Certains de ces projets ont réussi, mais aucun a donné lieu à un partage de stocks d'équipements important. Cela revient en grande partie à la résistance à l'intégration qui était considérable. Certains CLSCs avaient peur de perdre leur indépendance, tandis que d'autres ont craint que leurs niveaux de service à la communauté diminueraient. Une réticence a également été générée par une crainte que la gestion centralisée et le partage des équipements conduiraient à une répartition inéquitable des coûts entre les CLSCs collaboratifs. En dépit de tous ces obstacles, sept CLSCs de la région de Montréal ont lancé une initiative visant à collaborer en partageant leurs activités d'aide technique. Les CLSCs en question étaient géographiquement contigües, mais diffèrent considérablement en termes de taille et de profil sociodémographique. Néanmoins, ils ont choisi de participer au processus d'étude et de demander des soumissions en vue d'identifier un sous-traitant capable de prendre en charge la gestion de leurs stocks d'équipement respectifs avant de les mettre en commun pour former un stock d'équipements unique. Certains des gestionnaires de services de maintien à domicile étaient préoccupés qu'ils paieraient le prix du processus de partage. En outre, les collaborateurs craignaient que leurs tailles (que ce soit grande ou petite) imposerait un fardeau injuste pour eux en termes de coûts de la gestion des équipements, ou que l'équipement ne serait jamais disponible quand ils en avaient besoin. Face à cette réticence, la méthode de simulation était clairement d'intérêt, comme elle fournirait aux gestionnaires de CLSCs des informations sur la validité du processus de partage. En effet, en simulant le fonctionnement du système, l'approche permet aux participants d'analyser les impacts spécifiques des différentes formes de partage des ressources dans chacun des CLSCs avant que de véritables changements soient apportés. Par conséquent, la simulation a été utilisée pour calmer les craintes de ces CLSCs et ainsi pour leur permettre d'accepter le partage des ressources. L'objectif de ce chapitre est de montrer comment un outil tel que

la simulation peut prouver aux gestionnaires l'importance de la collaboration en présentant les impacts généraux et individuels des différentes formes de partage des ressources dans différents scénarios de demande. Ce chapitre est organisé comme suit. La deuxième partie présente un aperçu des principales recherches en simulation dans le domaine des soins de santé et les différentes méthodes de partage considérées. Les étapes du processus de simulation et les résultats obtenus utilisant AutoMod sont décrits dans la troisième partie. Enfin, la conclusion examine l'impact de la simulation sur la réalisation du projet de partage des ressources.

2. Simulation

La simulation et le secteur de la santé

Au cours des dernières années, un certain nombre de chercheurs ont utilisé la simulation dans le secteur de la santé [18]. Des recherches récentes peuvent être divisées en trois catégories principales. La première de ces catégories contient la recherche qui a utilisé la simulation pour planifier la capacité des ressources (le nombre de lits de soins intensifs [30], la capacité globale d'une unité de soins intensifs [21], le nombre de lits d'urgence [4], le nombre de salles d'urgence [28]). La deuxième catégorie contient des recherches visant à évaluer les règles de fonctionnement (les règles de réservation de lit [22], les règles de commande d'une salle d'opération [14], les règles de commande de rendez-vous dynamique pour une clinique externe [23]). La troisième et dernière catégorie comprend la recherche qui analyse une série de décisions prises par une seule organisation. Il comprend le travail de Badri et Hollingsworth [8], qui ont appliqué la simulation pour identifier le nombre de médecins nécessaires pour travailler sur chaque quart de travail, les catégories de patients à traiter et les règles de priorité à appliquer. Également, le travail d'intérêt de Mejia et al. [27], qui ont utilisé la simulation pour analyser divers scénarios de capacité et des méthodes de fonctionnement pour les équipes de sages-femmes dans un centre de maternité. Dans les trois catégories, la simulation a été utilisée pour évaluer les décisions touchant une seule organisation. En effet, comme souligné par Jun et al. [18], pratiquement aucun travail n'a été fait sur des simulations de systèmes impliquant plusieurs organisations. Dans la recherche décrite dans ce chapitre, la simulation est appliquée selon l'idée proposée par Eldabi et al. [12], qui a supposé que, au lieu d'être considérée comme un outil utilisé pour

définir une solution optimale, la simulation doit être considérée comme un outil qui aide les utilisateurs à comprendre les problèmes et favorise des débats rigoureux entre les décideurs.

Les méthodes de collaboration et la simulation

Du point de vue théorique, certains auteurs, y compris Tagaras [38], ont déjà montré que la collaboration entre les sites en partageant leurs stocks aide à réduire les pénuries tout en maintenant le même niveau d'inventaire. Dans le cas des CLSCs considérés dans cette étude, il n'y a pas de pénurie parce que tout manque de ressources est immédiatement surmonté par la location. Cependant, les locations sont plus chères que l'utilisation des ressources internes (du CLSC ou du groupe). Par conséquent, la collaboration complète est l'option qui produirait le plus faible coût global, car elle permettrait de réduire la nécessité aux locations. En outre, une étude préliminaire a montré que l'impact sur le coût de transport serait négligeable en raison de la proximité physique des CLSCs. Néanmoins, les gestionnaires de CLSCs ne connaissaient pas l'ampleur de la réduction du coût qui serait générée par le partage des ressources. En outre, comme mentionné précédemment, certains CLSCs avaient peur d'être pénalisés individuellement du bénéfice du groupe. Par conséquent, pour analyser le problème d'une façon entière, il est nécessaire de définir les coûts à prendre en compte pour chaque CLSC individuellement.

Soient :

a_{ij}^b : le coût administratif de l'utilisation d'un CLSC i appartenant à un CLSC j ;

a^r : le coût administratif associé à la location d'équipement;

u^b : le coût hebdomadaire d'usure associé à l'utilisation de l'équipement;

u^r : le coût hebdomadaire de location d'équipement;

f : le coût général annuel associé à la propriété de l'équipement par un CLSL;

d_i : le nombre annuel de clients de CLSC i qui présentent une demande d'équipement;

n_{ij}^b : le nombre annuel de fois que le CLSC i utilise l'équipement appartenant au CLSC j ;

t_{ji}^b : le temps annuel total pour lequel CLSC j utilise l'équipement appartenant au CLSC i (exprimé en semaines);

n_i^r : le nombre de fois annuel que l'équipement soit loué par CLSC i ;

t_i^r : le temps annuel total pour lequel CLSC i loue l'équipement (exprimé en semaines);

e_i : le montant total de stockage de l'équipement par CLSC i ;

Étant donné que a_{ii}^b , n_{ii}^b et t_{ii}^b représentent l'utilisation de CLSC i de l'équipement qui lui appartient, le coût total annuel pour les CLSC i peut être exprimé comme suit [29] :

$$c_i = fe_i + \sum_j a_{ij}^b n_{ij}^b + \sum_j u^b t_{ji}^b + a^r n_i^r + u^r t_i^r$$

Le coût total d'un CLSC est donc défini comme la somme du coût du stockage de l'équipement appartenant à ce CLSC, plus les coûts administratifs liés à l'utilisation de l'équipement partagé, plus le coût de l'usure de l'équipement qui appartient à ce CLSC et qui est utilisé par le groupe, plus le coût administratif des locations et le coût d'utilisation de l'équipement loué.

Pour des raisons de comparaison, puisque le coût total dépend du niveau de la demande des CLSCs, et puisque la demande peut varier considérablement d'un CLSC à l'autre, il est intéressant de calculer le coût unitaire moyen (u_i), qui est défini comme le rapport du coût total et de la demande [29]:

$$(u_i = c_i/d_i)$$

En plus d'analyser la collaboration complète entre les sept CLSCs, différentes et moins complètes formes de collaboration ont été également testées selon certaines règles. Trois règles de fonctionnement ont été considérées dans cette étude. Pour la première règle, un CLSC rend son équipement disponible à d'autres CLSCs seulement lorsqu'il a un pourcentage minimum de stock en main total ($stmin$). Les deuxième et troisième règles étaient préoccupées par l'équilibre d'un CLSC, défini comme la différence entre la quantité d'équipements qui lui appartient et celle utilisée par d'autres CLSCs et la quantité d'équipement appartenant à d'autres CLSCs et celle utilisée par le premier CLSC pour servir les bénéficiaires dans sa propre zone. Lorsque cet équilibre est positif, le résultat est une contribution, et lorsqu'il est négatif, le résultat est une dette. Selon la deuxième règle, un CLSC rend disponible son équipement pour les autres CLSCs que lorsque le rapport entre sa contribution et la quantité d'équipements dans son stock est inférieure à un pourcentage maximum acceptable ($comax$). Selon la troisième règle, un CLSC qui veut utiliser l'équipement appartenant à un autre CLSC doit avoir un ratio entre sa dette et la quantité d'équipements détenue inférieur à un pourcentage maximum acceptable ($demax$).

Dans le projet de simulation décrit dans ce chapitre, l'objectif est de comparer les résultats de la situation actuelle avec les résultats de la collaboration basés sur des valeurs

paramétriques *stmin*, *comax* et *demax*, et basés sur différents scénarios de demande. Pour chaque type de collaboration, les objectifs sont les suivants: de calculer la réduction des coûts par rapport à la situation actuelle pour tous les CLSCs; de voir si certains CLSCs seraient pire que dans la situation actuelle; et de voir si les CLSCs ont des coûts unitaires moyens similaires.

Les étapes du processus de simulation

Les principales étapes du processus de simulation vont être décrites dans ce qui suit :

Définition du problème

Cette étape consiste à définir les scénarios à tester, en établissant les objectifs et les principes de la modélisation (tels que le niveau de détail, les limites du système), et à élaborer les critères de performances. Aux fins de l'analyse, il a été décidé de simuler la collaboration pour un seul type d'équipement, considéré comme représentatif de tous les équipements utilisés par les CLSCs. Les scénarios de la demande utilisés sont les suivants [29] :

- La demande actuelle;
- La demande actuelle plus 10%;
- La demande actuelle plus 20%; et
- La demande actuelle plus 30%;

Les scénarii de la collaboration sont [29] :

- Option 1 : la situation actuelle ($stmin = \infty$, $comax = 0\%$ et $demax = 0\%$).
- Option 2 : la collaboration complète ($stmin = 0\%$, $comax = 100\%$ et $demax = \infty$).
- Option 3 : la collaboration avec $stmin = 10\%$, $comax = 100\%$ et $demax = \infty$.
- Option 4 : la collaboration avec $stmin = 0\%$, $comax = 10\%$ et $demax = \infty$.
- Option 5 : la collaboration avec $stmin = 0\%$, $comax = 100\%$ et $demax = 10\%$.
- Option 6 : la collaboration avec $stmin = 10\%$, $comax = 10\%$ et $demax = 10\%$.

Les critères choisis pour évaluer chaque scénario de collaboration sont [29] :

- Critère utilisé pour évaluer la réduction des coûts : le pourcentage de réduction des coûts pour tous les CLSCs (critère principal).
- Critère utilisé pour évaluer si certains CLSCs seraient pire que dans la situation actuelle : le nombre de CLSCs qui ont obtenu un coût unitaire moyen plus élevé en utilisant la collaboration (critère secondaire).

- Critère utilisé pour évaluer la similarité des coûts unitaires moyens des CLSCs : l'écart type des coûts unitaires moyens des différents CLSCs (critère secondaire).

Collecte de données

Un grand nombre de données ont été requis pour effectuer cette étude [29] :

- (1) La quantité d'équipements stockés dans chaque CLSC (voir tableau 20).
- (2) Le taux de réception de commandes à partir de chaque CLSC : le temps entre deux commandes est modélisé par une distribution exponentielle avec des paramètres spécifiques à chaque CLSC et défini en se basant sur des données passées réelles (voir tableau 20).
- (3) La durée pendant laquelle l'équipement est utilisé : la durée est modélisée par la distribution représentée dans la figure 18, qui a été établie en se basant sur des données passées réelles.
- (4) Les coûts unitaires
 - le coût administratif de l'utilisation d'un équipement appartenant à un CLSC (49.50\$);
 - le coût administratif de l'utilisation de l'équipement loué (69.85\$);
 - le coût hebdomadaire d'usure associé à l'utilisation de l'équipement appartenant à un CLSC (0.28\$);
 - le coût hebdomadaire facturé suite à l'utilisation d'équipement loué (4.69\$ par semaine);
 - le coût général annuel associé à la propriété de l'équipement par un CLSL (14.50\$);

Tableau 20 : La quantité d'équipement stockée et la demande annuelle dans les centres locaux de services communautaires (CLSCs) [29]

<i>CLSC</i>	<i>La quantité d'équipement</i>	<i>La demande annuelle actuelle d_i</i>
<i>1</i>	60	160
<i>2</i>	25	80
<i>3</i>	44	130
<i>4</i>	38	80
<i>5</i>	52	140
<i>6</i>	23	60
<i>7</i>	84	300
<i>Total</i>	326	950

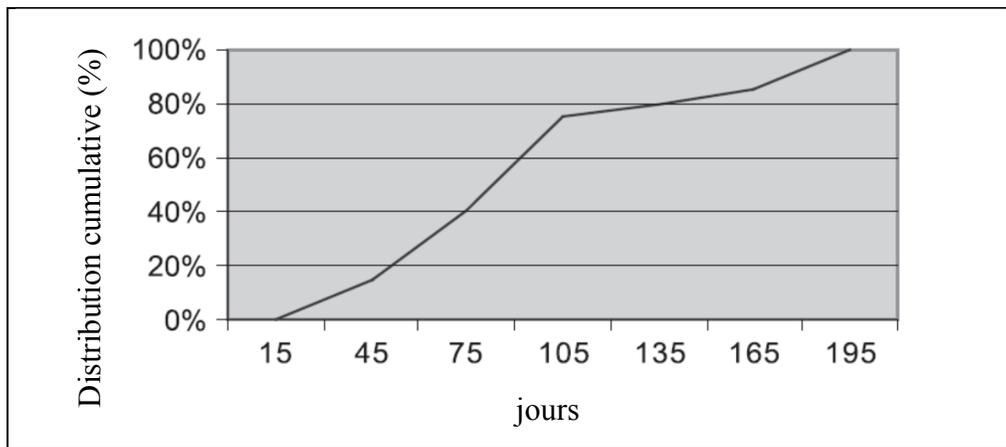


Figure 18 : La distribution cumulative de la durée des commandes des équipements [29]

Modélisation

Chaque CLSC a été modélisé en utilisant la même méthode, mais avec paramètres différents correspondant à sa propre situation. Le modèle fonctionne de la manière suivante. Les commandes arrivent selon un certain taux. Lorsqu'une commande est reçue :

- le système vérifie si le CLSC a l'équipement en stock, dans un tel cas l'équipement est utilisé pour une période aléatoire.
- si aucun équipement n'est disponible, le système vérifie si le CLSC satisfait la condition du niveau de dette maximum acceptable (*demax*) et si au moins un autre CLSC satisfait les deux conditions suivantes : un minimum de stock (*stmin*) et une contribution maximum acceptable (*comax*).
- si c'est le cas, l'équipement est utilisé pour une période aléatoire. Si plusieurs CLSCs satisfont les conditions, une liste de priorité est l'élément décisif.
- sinon, l'équipement est loué de l'extérieur.

La liste de priorité n'a pas d'impact sur le coût global du système, mais elle a un impact non-négligeable sur la répartition des coûts entre les différents CLSCs. Différentes listes ont été testées dans des simulations préliminaires. Pour cette analyse, la liste qui place les CLSCs dans un ordre décroissant selon leurs taux d'utilisation de l'équipement réduit le risque que le CLSC soit pénalisé par la collaboration. L'idée est la suivante : étant donné que les CLSCs avec une considérable surcapacité ont rarement besoin d'emprunter des équipements d'autres CLSCs, il est préférable de faire appel aux équipements des autres CLSCs dès que possible. Cela permet d'éviter une situation dans laquelle les équipements des CLSCs avec une importante surcapacité d'être utilisés de manière intensive sans aucun bénéfice pour ces CLSCs. En d'autres termes, lorsque le choix existe, il est préférable d'emprunter un équipement d'un CLSC qui lui-même a souvent besoin d'emprunter, que d'emprunter d'un qui emprunte rarement, puisque ce dernier est plus susceptible d'être pénalisé en conséquence.

Programmation

AutoMod [9], un logiciel de simulation basé sur des événements, a été utilisé pour développer le modèle de cette recherche. Il a été utilisé dans le passé principalement pour modéliser des systèmes de manutention complexes, mais il dispose désormais d'un éventail d'applications beaucoup plus large.

Validation

Les coûts simulés de chaque CLSC dans la situation actuelle et avec le niveau actuel de la demande ont été comparés avec des coûts réels récents. Cette comparaison permet de garantir que les données et les paramètres utilisés dans le modèle de l'ordinateur soient d'un reflet précis et exact de la situation réelle.

3. Résultats

Les tableaux 21, 22 et 23 exposent les résultats des simulations basées sur les indicateurs de performance choisis. Le tableau 21 présente les pourcentages de réduction des coûts des différentes options par rapport à la situation actuelle pour tous les CLSCs. Il est clair et comme prévu que l'option 2 qui est la moins contraignante est la seule qui produit les plus importantes réductions de coûts. Cette réduction est modeste (d'environ 2%) pour le scénario de la demande actuelle et plus significative pour des scénarios de demandes plus élevés (entre 5% et 10%). Les options 3 et 4 sont les deux autres qui produisent les plus importantes réductions des coûts. Le tableau 22 montre que les options 2, 3 et 4 sont aussi ceux qui produisent les meilleurs résultats en termes d'écart type des coûts unitaires moyens des CLSCs. Malheureusement, pour les scénarios de demande les plus élevés, l'un des CLSCs (CLSC 4) est pire dans les trois options (2, 3 et 4) que dans la situation actuelle (voir tableau 22).

Tableau 21 : Pourcentage de réduction du coût par rapport à la situation actuelle pour tous les CLSCs [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
<i>Option 2</i>	2.10%	4.66%	7.89%	9.93%
<i>Option 3</i>	2.10%	4.64%	7.30%	7.71%
<i>Option 4</i>	2.08%	4.43%	6.43%	6.84%
<i>Option 5</i>	1.53%	2.90%	4.19%	5.17%
<i>Option 6</i>	1.52%	2.80%	3.57%	4.12%

Tableau 22 : L'écart type des coûts unitaires moyens des différents CLSCs [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	0.97\$	1.88\$	3.04\$	4.17\$
<i>Option 2</i>	0.83\$	0.79\$	0.84\$	0.97\$
<i>Option 3</i>	0.84\$	0.83\$	0.79\$	0.74\$
<i>Option 4</i>	0.84\$	0.74\$	0.34\$	0.65\$
<i>Option 5</i>	0.68\$	0.70\$	1.41\$	2.49\$
<i>Option 6</i>	0.68\$	0.68\$	1.44\$	2.44\$

Tableau 23 : Le nombre de CLSCs qui ont obtenu un coût unitaire moyen plus élevé avec la collaboration par rapport à la situation actuelle [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	0	0	0	0
<i>Option 2</i>	0	0	1	1
<i>Option 3</i>	0	1	1	1
<i>Option 4</i>	0	1	1	1
<i>Option 5</i>	0	0	0	0
<i>Option 6</i>	0	0	0	1

Les tableaux 24, 25 et 26 montrent que les réductions des coûts unitaires moyens des CLSCs par rapport à la situation actuelle ne sont pas réparties de façon égale, indépendamment de l'option considérée. D'une manière générale, pour toutes les options de collaboration, les CLSCs peuvent être divisés en trois groupes :

- Les grands gagnants : CLSCs 2 et 7;
- Les gagnants marginaux : CLSCs 1, 3, 5 et 6;
- Le perdant neutre ou marginal : CLSC 4.

Contrairement à la conviction intuitive de certains gestionnaires de CLSC, le niveau de surcapacité et non pas la taille du CLSC est le principal critère qui favorise ou pénalise les CLSCs. En effet, comme présenté dans le tableau 27, les CLSCs qui bénéficient plus en termes de réductions des coûts sont ceux qui possèdent les niveaux de surcapacité les plus bas (ou les niveaux d'utilisation les plus élevés), tandis que les autres CLSCs bénéficient moins du processus de collaboration. Ceci est expliqué par le fait que les CLSCs avec une surcapacité significative n'ont presque jamais besoin d'emprunter un équipement d'autres CLSCs. Les règles proposées dans différentes options minimisent l'utilisation par d'autres

CLSCs de l'équipement appartenant à des CLSCs qui ont une surcapacité importante, mais elles ne changent pas le fait que ce dernier groupe ait presque jamais besoins à des équipements d'autres CLSCs. C'est pour cette raison que ce dernier groupe ne bénéficie pas du processus de collaboration mais au contraire il sera soumis à ses inconvénients (telle que l'augmentation des coûts de l'usure de l'équipement). Certains CLSCs qui ont acheté des équipements dans le passé afin éviter d'être obligés de louer ont maintenant de très grands niveaux de surcapacité. Ici, la collecte de données a révélé anormalement la grande quantité d'inventaire stockée par certains CLSCs, une telle situation génère un fardeau financier similaire à la situation actuelle.

Tableau 24 : Coûts unitaires moyens pour tous les CLSCs [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	59.36\$	60.49\$	62.29\$	64.64\$
<i>Option 2</i>	58.12\$	57.67\$	57.38\$	58.20\$
<i>Option 3</i>	58.12\$	57.68\$	57.75\$	59.63\$
<i>Option 4</i>	58.12\$	57.81\$	58.29\$	60.19\$
<i>Option 5</i>	58.45\$	58.73\$	59.68\$	61.27\$
<i>Option 6</i>	58.46\$	58.79\$	60.07\$	61.95\$

Tableau 25 : Coûts unitaires moyens du CLSC 4 [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	60.04\$	59.47\$	59.03\$	58.88\$
<i>Option 2</i>	60.03\$	59.43\$	59.14\$	60.32\$
<i>Option 3</i>	60.03\$	59.48\$	59.43\$	60.32\$
<i>Option 4</i>	60.03\$	59.51\$	59.18\$	59.18\$
<i>Option 5</i>	60.03\$	59.43\$	58.90\$	58.67\$
<i>Option 6</i>	60.03\$	59.43\$	58.90\$	59.08\$

Tableau 26 : Coûts unitaires moyens du CLSC 7 [29]

	<i>Demande actuelle</i>	<i>Demande + 10%</i>	<i>Demande + 20%</i>	<i>Demande + 30%</i>
<i>Option 1</i>	59.53\$	62.39\$	66.07\$	70.01\$
<i>Option 2</i>	57.18\$	56.68\$	56.28\$	57.01\$
<i>Option 3</i>	57.15\$	56.64\$	56.72\$	59.21\$
<i>Option 4</i>	57.19\$	56.96\$	58.00\$	60.99\$
<i>Option 5</i>	57.73\$	58.88\$	61.35\$	64.73\$
<i>Option 6</i>	57.72\$	58.92\$	61.64\$	65.12\$

Tableau 27 : Analyse des bénéfices de la collaboration [29]

	<i>CLSC 7</i>	<i>CLSC 2</i>	<i>CLSC 3</i>	<i>CLSC 5</i>	<i>CLSC 1</i>	<i>CLSC 6</i>	<i>CLSC 4</i>
<i>Taux de l'utilisation de la capacité (actuelle)</i>	89.53%	80.22%	74.07%	67.49%	66.85%	65.40%	52.78%
<i>Quantité d'équipements</i>	84	25	44	52	60	23	38
<i>Coût unitaire moyen (option 1- demande actuelle + 20%)</i>	66.07\$	66.45\$	66.45\$	59.14\$	58.65\$	61.44\$	59.03\$
<i>Coût unitaire moyen (option 2- demande actuelle + 20%)</i>	56.28\$	56.96\$	56.96\$	58.08\$	57.95\$	57.83\$	59.14\$

La simulation a révélé que la collaboration illimitée (complète) (option 2) a généré la plus grande réduction des coûts par rapport aux autres formes de collaboration. La réduction est significative lorsque la demande se situe à un niveau entre 20% et 30% plus élevé que la demande actuelle, ce qui présente un scénario réaliste d'une année en avant, et presque inévitable dans les années à venir si le vieillissement de la population est pris en compte. La simulation a également montré qu'aucune des règles testées ne permettrait aux CLSCs avec une grande quantité d'inventaire de bénéficier significativement de la collaboration. En se basant sur ces observations, les gestionnaires des CLSCs ont opté pour la collaboration illimitée (complète). Cependant, ils ont également décidé de chercher des mécanismes qui produiraient des bénéfices pour les CLSCs qui ont une surcapacité d'équipements significative. Une possibilité, digne d'une considération sérieuse, serait les ventes des équipements inter-CLSC afin d'obtenir une répartition plus uniforme de la surcapacité (ou une compensation financière équivalente). Le tableau 28 présente les niveaux d'inventaire ajustés obtenus en distribuant les équipements proportionnellement à la demande de chaque CLSC. Les modifications apportées à la quantité des stocks d'équipements ne changeraient

pas le coût total de l'option 2, mais distribueraient tout simplement les bénéfices de la collaboration de façon plus égale entre les CLSCs. Malgré que certaines conditions doivent encore être mises en place, y compris les prix des équipements pour les ventes inter-CLSC et les ajustements de la taille de l'inventaire en fonction des variations de la demande, le processus de collaboration est maintenant physiquement complet. Le résultat est que, bien que l'aspect monétaire de compensation n'a pas encore été spécifié, tous les équipements sont maintenant stockés dans le même lieu et sont partagés par les CLSCs participants.

Tableau 28 : Quantité d'équipements stockée dans chaque CLSC [29]

<i>CLSC</i>	<i>Avant ajustement</i>	<i>Après ajustement</i>
<i>1</i>	60	55
<i>2</i>	25	27
<i>3</i>	44	45
<i>4</i>	38	27
<i>5</i>	52	48
<i>6</i>	23	21
<i>7</i>	84	103
<i>Total</i>	326	326

4. Conclusions et perspectives

L'expérience décrite dans ce chapitre montre que la simulation peut être très utile dans la négociation des ententes entre les partenaires, en fournissant des informations précises pour les discussions et les réflexions. Dans le cas étudié dans ce chapitre, la simulation a permis de surmonter la résistance au changement, non seulement en quantifiant les avantages

globaux de la collaboration, mais aussi en identifiant les véritables perdants potentiels, qui ne sont pas les CLSCs les plus petits ou les plus grands comme certains gestionnaires pensent, mais les CLSCs avec une surcapacité d'équipements significative. Cette découverte a conduit à la définition des termes plus appropriés, pour permettre à tous les collaborateurs de bénéficier du processus de façon équitable. Enfin, la simulation a révélé que des niveaux de surcapacité similaires sont beaucoup plus efficaces que des règles de stock minimum, de contribution maximum ou de dette maximum dans la production d'une réduction globale des coûts sans pénaliser l'un des collaborateurs dans le processus de collaboration.

Conclusions

Dans ce mémoire, nous nous sommes penchés sur un problème de gestion des stocks dans un réseau comportant un fournisseur et plusieurs sites de distribution. Chaque site i s'approvisionne à partir d'un entrepôt central pour répondre à une demande aléatoire D_i dont la distribution de probabilité est supposée connue (par exemple une loi normale, une loi de poisson...etc). Selon la stratégie de contrôle adoptée, chaque site reçoit, de l'entrepôt central, une quantité Q_i pour satisfaire la demande. Au besoin, le site i peut faire appel à un des sites les plus proches pour une quantité y_i (également aléatoire et dont la distribution de probabilité est connue). Les modèles examinés dans ce mémoire traitent de configurations à deux échelons comportant un entrepôt central et n sites de distributions ($n > 2$). Ces modèles prennent en compte les coûts de passation de commande, de stockage, de pénurie et de transfert latéral entre les sites. Pour chaque configuration considérée, les variables de décision sont : la quantité à commander Q_i , le point de commande s_i ou les instants R_i de contrôle du niveau physique du stock et enfin le stock maximal S_i et les quantités optimales X_{ij} de transfert du site i vers le site j . L'étude de ces modèles a permis de comprendre et de maîtriser le processus de modélisation et d'optimisation, de valider la contribution des transferts latéraux sur les coûts et sur le niveau de service et d'appliquer ces approches à la gestion des pièces de rechange. Les résultats publiés dans la littérature et repris dans le mémoire indiquent que la collaboration entre les sites de distributions contribue à la réduction des coûts du système et à l'amélioration du niveau de service pour les clients.

Perspectives

Dans ce mémoire plusieurs variantes de modèle n'ont pas été traitées qui sont d'une grande importance dans la pratique :

Les domaines d'application

Ces modèles peuvent être exploités avantageusement, pour la conception et l'exploitation de réseaux de distribution, aux réseaux de télécommunications (pour les pièces de rechange), dans l'exploitation minière, dans la maintenance d'équipements de production et de distribution d'électricité...etc

Le nombre de sites

La plupart des recherches examinées ont appliqué la collaboration sur des réseaux dont le nombre de sites est petit. Cependant, pour mieux se rapprocher du monde réel, il serait intéressant d'appliquer cette stratégie sur un réseau de distribution dans lequel le nombre de sites de stockage est beaucoup plus grand pour pouvoir généraliser les conclusions tirées.

Les stratégies de contrôle de stock

Dans le cas où la demande est forte, la seule stratégie de passation des commandes adoptée était à revue périodique. D'autres stratégies de contrôle tel que la stratégie à transaction continue aurait peut-être changé la décision de stockage.

L'inégalité des coûts

L'inégalité des coûts dans le cas de trois sites n'a pas été considérée dans aucun des modèles examinés. Une telle considération aurait changé le coût total du système.

La règle de transfert latéral

Dans le cas où le délai de transfert est non-négligeable et le transfert retardé est considéré, en plus de la règle de proximité utilisée dans les chapitres 4 et 5, certaines règles alternatives peuvent être appliquées pour les deux types de transfert latéral. Donc, de plus amples recherches sont nécessaires pour trouver la règle optimale.

La bibliographie

- [1] Ait-Kadi D., La fiabilité des systèmes : cours gradués, Université Laval.
- [2] Albright, S.C., Soni, A., “An approximation to the stationary distribution of a multidimensional Markov process”, IIE Transactions, 1988, 20 (1), 111-118.
- [3] Alfredsson, P., Verrijdt, J., “Modeling emergency supply flexibility in a two-echelon inventory system”, Management Science, 1999, 45 (10), 1416-1431.
- [4] Altinel, I.K. and Ulas, E., “Simulation modeling for emergency bed requirement planning”, Annals of Operations Research, 1996, Vol. 67, pp. 183-210.
- [5] Archibald TW, Sassen SAE, Thomas LC., “An optimal policy for a two depot inventory problem with stock transfer”, Management Science, 1997, 43:173-183.
- [6] Axsäter S., “Modelling emergency lateral transshipments in inventory systems”. Management Science, 1990, 36:1329-1338.
- [7] Axsäter S., “Evaluation of unidirectional lateral transshipments and substitutions in inventory systems,” European Journal of Operational Research, 2003, 149, pp.438- 447.
- [8] Badri, M.A. and Hollingsworth, J., “A simulation model for scheduling in the emergency room”, International Journal of Operation and Production Management, 1993, Vol. 13 No. 3, pp. 13-24.
- [9] Banks, J., 2000, Getting Started with Automod, AutoSimulations Inc.
- [10] Das C. “Supply and redistribution rules for two-location inventory systems: one period analysis”, Management Science, 1975, 21:765-776.
- [11] Diks EB, de Kok AG., “Controlling a divergent two-echelon network with transshipments using the consistent appropriate share rationing policy”, International Journal of Production and Economics, 1996, 45:369-379.
- [12] Eldabi, T., Paul, R.J. and Taylor, S.J., “Computer simulation in healthcare decision Making”, Computers & Industrial Engineering, 1999, Vol. 37 No. 1/2, pp. 235-238.
- [13] Erhan Kutanoglu, “Insights into inventory sharing in service parts logistics systems with time-based service levels,” Computers & Industrial Engineering Volume 54, Issue 3, April 2008, pp.341-358.
- [14] Fitzpatrick, K.E., Baker, J.R. and Dave, D.S., “An application of computer simulation to improve scheduling of hospital operating room facilities in the United

States”, *International Journal of Computer Application Technology*, 1993, Vol. 6, pp. 215-24.

[15] Grahovac, J., Chakravarty, A., “Sharing and lateral transshipment of inventory in a supply chain with expensive low-demand items”, *Management Science*, 2001, 47 (10), 579-594.

[16] Gross D., “Centralized inventory control in multi-location supply systems”, In: Scarf HE, Gilford DM, Shelly MW, editors. *Multistage Inventory Models and Techniques*. Stanford University Press, Stanford, CA, 1963, pp. 47-84.

[17] Jönsson H, Silver EA., “Analysis of a two-echelon inventory control system with complete redistribution”, *Management Science*, 1987, 33:215-227.

[18] Jun, J.B., Jacobson, S.H. and Swisher, J.R., “Application of discrete-event simulation in health care clinics: a survey”, *The Journal of the Operational Research Society*, 1999, Vol.50 No.2, pp. 109-123.

[19] Karmarkar, U. S. and Palel, N. R., “The One-Period N-location Distribution Problem”, *Naval Research Logistics Quarterly*, 1977, Vol. 24 , pp. 559-575.

[20] Karmakar, U. S., “Convex/Stochastic Programming and Multi-location Inventory problems”, *Naval Research Logistics Quarterly*, 1979, Vol. 26, pp.1-19.

[21] Kim, S.-C., Horowitz, I., Young, K.K. and Buckley, T.A., “Analysis of capacity management of the intensive care unit in a hospital”, *European Journal of Operational Research*, 1999, Vol. 115 No. 1, pp. 36-46.

[22] Kim, S.-C., Horowitz, I., Young, K.K. and Buckley, T.A., “Flexible bed allocation and performance in the intensive care unit”, *Journal of Operations Management*, 2000, Vol. 18 No. 4, pp. 427-443.

[23] Klassen, K.J. and Rohleder, T.R., “Scheduling outpatient appointments in a dynamic environment”, *Journal of Operations Management*, 1996, Vol. 14, pp. 83-101.

[24] Krishnan KS, Rao VRK., “Inventory control in N warehouses”, *Journal of Industrial Engineering*, 1965, 16, 212-215.

[25] Kukreja, A., Schmidt, C.P., Miller, D.M., “Stocking decisions for low-usage items in a multi-location inventory system”, *Management Science*, 2001, 47, 1371-1383.

[26] Lee, H. L, “A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments,” *Management Science*, 1987, 33, pp.1302-1316.

- [27] Mejia, A., Shirazi, R., Beech, R. and Balmer, D., "Planning midwifery services to deliver continuity of care", *The Journal of the Operational Research Society*, 1998, Vol. 49 No. 1, pp. 33-41.
- [28] Olson, E. and Dux, L.E., "Computer model targets best route for expanding hospital surgicenter", *Industrial Engineering*, 1994, Vol. 26, pp. 24-26.
- [29] Pasin, F., Jobin, M.H., and Cordeau, J.F., "An application of simulation to analyse resource sharing among health-care organisations", *International Journal of Operations & Production Management*, 2002, Vol. 22 No. 4, pp. 381-393.
- [30] Ridge, J.C., Jones, S.K., Nielsen, M.S. and Shahani, A.K., "Capacity planning for intensive care units", *European Journal of Operational Research*, 1998, Vol. 105 No. 2, pp. 346-355.
- [31] Robinson, L. W., "Optimal and Approximate Policies in Multi-period Multi-location Inventory Models with Transshipment", Working Paper, 1985.
- [32] Robinson LW., "Optimal and approximate policies in multi-period, multi-location inventory models with transshipments", *Operations Research*, 1990, 38:278-295.
- [33] Sherbrooke, C. C., "METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control," *Operations Research*, 1968, 16, pp.122-141.
- [34] Sherbrooke CC., "Multi-echelon inventory systems with lateral supply", *Naval Research Logistics*, 1992, 39:29-40.
- [35] Silver, E. A. and Peterson, R., "Decision Systems for inventory Management and Production Planning," 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1985.
- [36] Tagaras G., "Effects of pooling on the optimization and service levels of two-location inventory systems", *IIE Transactions*, 1989, 21:250-257.
- [37] Tagaras G, Cohen MA., "Pooling in two-location inventory systems with non-negligible replenishment lead times", *Management Science*, 1992, 38:1067-1083.
- [38] Tagaras G., "Pooling in multi-location periodic inventory distribution systems", *Omega, The International Journal of Management Science*, 1999, 38, pp.39-59.
- [39] Timmers, B., "Pooling van repareerbare wisselstukken tussen luchtvaartmaatschappijen", Centrum voor Industrieel Beleid, K.U. Leuven Master thesis, 1999.

[40] Wong, H., Cattrysse, D., Van Oudheusden, D., “Stocking decisions for repairable spare parts pooling in a multi-hub system”, Working paper, Centre for Industrial Management, K.U. Leuven, 2002.

[41] Wong, H., Cattrysse, D., Van Oudheusden, D., “An approximation method for the problem of pooling in a repairable-item inventory system”, Proceeding of ORBEL 16, FUSL Brussels, 2002a, pp. 75-76.

[42] Wong, H., Cattrysse, D., & Van Oudheusden, D., “Inventory pooling of repairable spare parts with non-zero lateral transshipment time and delayed lateral transshipments”, European Journal of Operational Research, 2005, 165, pp. 207-218.

[43] Xu Tian-liang, Luo Shang-yuan, “The Expected Total Cost Method of Lateral Transshipment in A Cross-docking System with Stochastic Demand”, Industrial Engineering and Management, 2004, 1, pp.27-31.

[44] Yanagi, S., Sasaki, M., “An approximation method for the problem of a repairable-item inventory system with lateral supply”, IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry, 1992 3, 305-314.

[45] Yong Dai, “Service parts inventory pooling based on periodic review model”, International Conference on Services Science, Management and Engineering, 2009.