

DOMINIC COUTURE

**MODÉLISATION ET OPTIMISATION D'UN
VÉHICULE HYPERSONIQUE**

Comparaison entre un véhicule de type SSRéacteur et SSCRéacteur

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures et postdoctorales de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en Génie Mécanique
pour l'obtention du grade de Maître ès science (M. Sc.)

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
FACULTÉ DES SCIENCES ET GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2013

Résumé

Les essais expérimentaux pour des écoulements hypersoniques sont extrêmement dispendieux dans les coûts des installations et d'opérations. Par contre, la meilleure façon de contourner ce problème est l'utilisation de simulation numérique pour représenter des systèmes complexes. Cependant, la simulation numérique est encore à ces débuts et il reste beaucoup de travail à accomplir pour bien comprendre la physique de la mécanique des fluides. Ainsi, la plupart des scientifiques n'ont pas le choix de se retourner vers des modèles analytiques plus simples, afin de résoudre des problèmes complexes.

Ce mémoire traite d'une méthode semi-analytique et semi-numérique afin de caractériser la modélisation, l'analyse et l'optimisation d'un véhicule hypersonique, utilisant un système de propulsion de type superstatoréacteur (SSRéacteur) ou superstatoréacteur à combustion induite par ondes de choc (SSCRéacteur), pour une mission donnée. Chaque véhicule hypersonique est un surfeur d'ondes (anglais : waverider) en 2D et qui est composé d'un modèle d'entrée d'air, de mixage et de réaction air/carburant, de chambre de combustion, de tuyère, d'aérodynamique externe et de masse. Ainsi, tous ces sous-systèmes utilisent un écoulement à propriétés constantes et/ou variables en fonction de la température et ils sont interreliés dans le but d'analyser les performances du véhicule global. Par l'emploi d'un processus d'optimisation, les performances des véhicules sont évaluées pour une convergence sur une masse déterminée (430 kg) et sur un équilibre des forces en X et Y en fonction d'une mission donnée (Mach 7 à 20). La synthèse des résultats obtenus convient que pour les paramètres de la mission définie, les deux configurations ont des portées similaires, et que le SSCRéacteur a un fort potentiel avec l'utilisation de la détonation comme processus de combustion. Ces résultats donnent une bonne approximation des performances plausibles de deux configurations génériques de SSRéacteur et de SSCRéacteur.

Cette étude multidisciplinaire démontre bien que des études complémentaires sont requises pour l'obtention de propriétés optimales (l'impulsion spécifique et la portée) pour chaque concept et ceci à chacune des conditions de vol. Néanmoins, le concept du SSCRéacteur demeure toujours très prometteur pour les années futures.

Abstract

The Hypersonic flows experimental tests are extremely expensive in terms of facilities and their operation. The best way to circumvent this problem is to use numerical simulations to represent complex systems. However, numerical simulations are still in development and much work remains to be done in understanding the physics of fluid mechanics. Therefore, most scientists have no choice other than turning to simpler analytical models to solve complex problems.

This thesis is an analysis, characterization, and optimization of a hypersonic vehicle, using scramjet or shcramjet propulsion, through the use of a semi-analytical and semi-numerical methods for a given mission. Each vehicle is a 2D hypersonic waverider and is composed of an intake, air/fuel mixing and reaction, nozzle, aerodynamics, and mass models. Therefore, all of these sub-systems use constant and/or variable (based on temperature) flow properties and are interconnected to analyze the overall vehicle performance. Based on an optimization process, the vehicle performance is obtained for a fixed mass (430 kg), a balance of forces in the X and Y dimensions, and a given mission (Mach 7 to 20). The results suggest, in this particular analysis, that both configurations have similar ranges, and that the shcramjet has high potential when using combustion as a detonation process. These results give a good approximation of the plausible performance of generic scramjet and shcramjet configurations.

This multidisciplinary analysis shows that supplementary studies are required to obtain optimal properties (specific impulse and range). Furthermore, these studies must be applied for each configuration and for variable flight conditions. However, the shcramjet concept is quite a promising technology for years to come.

Avant-propos

Premièrement, j'aimerais exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, Professeur Alain deChamplain, pour son support, ses idées et ses recommandations. Je le remercie spécialement pour son encouragement tout au long de mon projet de recherche. Sa présence a rendu ce projet dynamique et flexible au développement de nouvelles idées.

Deuxièmement, j'aimerais aussi exprimer ma gratitude à mon codirecteur de thèse, Robert Stowe, du RDDC Valcartier, pour sa confiance, ses idées, son appui et l'intérêt qu'il a porté envers mon sujet. Je le remercie spécialement pour sa vision et l'orientation de ce projet qui m'ont donné l'opportunité de faire mes preuves dans le milieu de la recherche. Aussi, je souhaite remercier alphabétiquement Nicolas Hamel, Paul Harris, Pierre Gosselin et Rocco Farinaccio pour leur soutien continu tout au long de mon projet d'étude.

Troisièmement, je suis également très reconnaissant envers le groupe de recherche TNO, spécialement Jean-Luc P.A. Moerel et Wouter H.C. Halswijk, pour leurs appuis et l'accessibilité à leurs recherches qui ont fortement inspiré cette étude.

Finalement, je tiens à remercier mes collègues de laboratoire Jimmy Verreault et Stéphane Mailhot pour les discussions sur la propulsion, leur présence et leur bonne humeur.

L'imagination est plus importante que le savoir.
Albert Einstein

Table des matières

Résumé.....	i
Abstract	ii
Avant-propos.....	iii
Table des matières.....	v
Liste des abréviations et symboles.....	vii
Liste des tableaux.....	xii
Liste des figures	xiii
Chapitre 1	1
1.1 – Introduction.....	1
1.2 – Définition de la problématique	6
1.3 – Méthodologie	8
Chapitre 2 – Théorie	10
2.1 – Revue de la dynamique des gaz	10
2.1.1 – Gaz parfait.....	11
2.1.2 – Écoulement isentropique.....	12
2.1.3 – Ondes de choc obliques en 2D.....	13
2.1.4 – Ondes de compression ou d’expansion en 2D	15
2.1.5 – Méthode des caractéristiques en 2D.....	16
2.1.6 – Forces visqueuses en 2D.....	22
2.1.7 – Mélange entre deux fluides.....	24
2.2 – Revue du processus de mixage Air/Carburant.....	28
2.2.1 – Dérivation de la croissance du rendement de mixage.....	30
2.2.2 – L’interaction du mixage à travers une onde de choc	50
2.3 – Processus de réaction	55
2.4 – Revue du processus de combustion	58
2.4.1 – Combustion à l’équilibre.....	58
2.4.2 – Combustion par onde de détonation oblique CJ	60
Chapitre 3 – Modélisation du véhicule	63
3.1 – Modèle de propulsion.....	64
3.1.1 – Système de compression.....	66
3.1.2 – Modèle de Mixage et de Réaction Air/Carburant	85
3.1.3 – Chambre de combustion.....	92
3.1.4 – Tuyère de sortie.....	106
3.2 – Modèle d’aérodynamique	114
3.2.1 – Modèle d’aérodynamique externe.....	114
3.2.2 – Modèle des ailes/ailettes	120
3.3 – Modèle de masse.....	122
3.4 – Paramètres de performance.....	127
3.4.1 – L’évaluation du bilan des forces	127

3.4.2 – L'évaluation des paramètres de performance	132
Chapitre 4 – Calibration & Validations	134
4.1 – Validation du modèle de propulsion	134
4.1.1 – Validation du Système de compression	134
4.1.2 – Mixage	137
4.1.4 – Système d'expansion.....	143
4.2 – Aérodynamique	148
4.3 – Véhicule Global	150
4.3.1 – Véhicule SSRéacteur.....	150
4.3.2 – Véhicule SSCRéacteur	157
Chapitre 5 – Processus d'optimisation.....	160
5.1 – Paramètres d'optimisation.....	160
5.1.1 – Le facteur d'échelle F_S	161
5.1.2 – Le rapport d'équivalence ϕ	161
5.1.3 – L'angle d'attaque α	162
5.2 – Processus d'optimisation.....	163
5.3 – Instabilité de la solution	166
Chapitre 6 – Définition de la mission	168
6.1 – Critères de Mission	169
6.2 – Modélisation générique des véhicules	170
6.3 – Évaluation et optimisation des véhicules génériques.....	175
Chapitre 7 – Résultats et Discussions	176
7.1 – Convergence des résultats.....	176
7.2 – Résultats et discussion de la mission	181
7.2.1 – Optimisation.....	181
7.2.2 – Performances.....	188
7.2.3 – Géométries	207
7.3 – Discussions.....	211
Chapitre 8 – Conclusion et Recommandations	215
8.1 – Conclusions.....	215
8.2 – Recommandations	216
Bibliographies	219
Annexe A – Propriétés Chimiques et Thermodynamiques.....	222
Annexe B – SDOM (Fichier d'entrée).....	224
B – 1 Fichier d'entrée de la mission du véhicule SSRéacteur	224
B – 2 Fichier d'entrée de la mission du véhicule SSCRéacteur.....	227
Annexe C – Matériel	230
Annexe D – Article AIAA	231

Liste des abréviations et symboles

Symboles Romains

a	—	Vitesse du son	[m/s]
A	—	Aire	[m ²]
c	—	Concentration molaire	[mol/ cm ³]
c_f	—	Coefficient de friction	[-]
c_p	—	Capacité calorifique à pression constante	[J/(kg·K)]
Ccs	—	Vitesse du son des produits de combustion de la détonation	[m/s]
D	—	Diffusivité massique	[m ² /s]
Dcs	—	Vitesse de propagation de la détonation	[m/s]
E	—	Erreur Englobée	[-]
E	—	Énergie	[J]
E_a	—	Énergie d'activation	[J]
f	—	Rapport Carburant/Air	[-]
f_{st}	—	Rapport Carburant/Air Stœchiométrique	[-]
F	—	Force	[N]
F_{NET}	—	Poussée nette générée	[N]
G	—	Énergie de Gibbs	[J]
h	—	Enthalpie statique	[J]
H	—	Hauteur	[m]
H_p	—	Hauteur de pénétration	[m]
H_t	—	Enthalpie totale	[J]
ΔH_f	—	Enthalpie de formation	[J]
I_{sp}	—	Impulsion spécifique	[m/s]
T_{sp}	—	Poussée spécifique	[m/s]
L	—	Longueur ou Largeur	[m]
Ma	—	Nombre de Mach	[-]
m	—	Masse	[kg]
\dot{m}	—	Débit massique	[kg/s]
\dot{m}_f	—	Débit massique du carburant	[kg/s]
M	—	Masse moléculaire	[kg/mol]
n	—	nombre de mol	[mol]
p	—	Pression	[Pa]
q	—	Pression dynamique	[Pa]
Q	—	Chaleur ou Transfert de chaleur	[J]
r	—	ratio des vitesses initiales des fluides	[-]

R	—	Distance totale parcourue	[m]
R	—	Constante des gaz	[kJ/(mol·K)]
\bar{R}	—	Constante universelle des gaz (8,314 kJ/(kmol·K))	[kJ/(kmol·K)]
Re	—	Nombre de Reynolds	[-]
R_V	—	Fraction du volume du réservoir de carburant par rapport au véhicule entier	[-]
s	—	ratio des densités initiales des fluides	[-]
s	—	Entropie spécifique	[J/(kg·K)]
S	—	Entropie	[J/K]
S	—	Surface	[m ²]
Sc	—	Nombre de Schmidt	[-]
t	—	Temps	[s]
t_R	—	Temps de résidence	[s]
t_{REACT}	—	temps de réaction	[s]
t_V	—	Temps de vol	[s]
T	—	Température	[K]
T_{sp}	—	Poussée spécifique	[m/s ²]
u, v, w	—	Composante de vitesse	[m/s]
U	—	Module de vitesse	[m/s]
v	—	Volume spécifique	[m ³]
v_{REAC}	—	Vitesse de réaction de la concentration molaire	[mol/(s·cm ³)]
V	—	Volume	[m ³]
V_1, V_2, V_3	—	Paramètre d'optimisation 1, 2 et 3	[-]
x, y, z	—	Composante de position	[m]
X_{tr}	—	Position de transition	[m]
W	—	Travail	[J]
Y	—	Toutes les espèces chimiques d'un mélange	[-]

Symboles Grecs

α	—	Angle d'attaque ou Angle de Mach	[deg]
$\bar{\alpha}$	—	Angle de Mach moyen	[deg]
β	—	Angle de l'onde de choc	[deg]
δ	—	Angle de déflexion	[deg]
δ	—	Amplitude de la couche de cisaillement	[m]
δ_m	—	Amplitude de la couche de mixage	[m]
ε_m	—	Coefficient structural	[-]
ν	—	Angle de Prandtl-Mayer	[deg]
ν	—	Coefficients stœchiométriques	[-]
ν	—	viscosité cinétique	[m ² /s]
μ	—	viscosité	[Pa·s]
ϕ	—	Rapport d'équivalence	[-]
η_C	—	Rendement de la chambre de combustion	[-]
η_M	—	Rendement de mixage	[-]
η_R	—	Rendement de réaction	[-]
η_ϕ	—	Rendement du rapport d'équivalence	[-]
η_{m_f}	—	Rendement de mixage du carburant	[-]
$\eta_{m_{O_2}}$	—	Rendement de mixage de l'oxygène	[-]
κ	—	Ratio de la chaleur spécifique	[-]
λ	—	Caractéristiques	[-]
θ	—	Angle de la paroi	[deg]
ρ	—	Densité	[kg/m ³]
τ_w	—	Force de cisaillement qui agit sur la surface mouillée	[N]
χ	—	Fraction massique	[-]

Indices

<i>A</i>	—	Air
<i>brulé</i>	—	Qui a réagi
<i>C</i>	—	Convection
<i>D</i>	—	Traînée
<i>Det</i>	—	Détonation
<i>f</i>	—	Carburant
<i>H₂</i>	—	Dihydrogène
<i>HC</i>	—	Hydrocarbure
<i>I</i>	—	Inerte
<i>Int</i>	—	Interface
<i>Inj</i>	—	Injection
<i>L</i>	—	Portance
<i>L</i>	—	Régime laminaire
<i>m</i>	—	Mixé
<i>M</i>	—	Modèle quelconque
<i>MV</i>	—	Modèle de véhicule
<i>MP</i>	—	Modèle de propulsion
<i>ME</i>	—	Modèle d'entrée d'air
<i>MC</i>	—	Modèle de chambre de combustion
<i>MT</i>	—	Modèle de système d'expansion ou de tuyère
<i>MA</i>	—	Modèle d'aérodynamique
<i>MAE</i>	—	Modèle d'aérodynamique externe
<i>MAA</i>	—	Modèle d'ailes et d'ailettes
<i>MM</i>	—	Modèle de masse
<i>MIN</i>	—	Minimum
<i>MAX</i>	—	Maximum
<i>n</i>	—	Composante normale
<i>o</i>	—	Condition de stagnation
<i>O₂</i>	—	Dioxygène
<i>P</i>	—	Pression
<i>rel</i>	—	Relatif
<i>R</i>	—	Réagi
<i>t</i>	—	Composante tangentielle
<i>T</i>	—	Régime turbulent
<i>T</i>	—	Poussée
<i>v</i>	—	Composante visqueuse
<i>V</i>	—	Véhicule
<i>w</i>	—	Composante près de la paroi
<i>W</i>	—	Poids

Indices de positionnement

xy	—	Position quelconque à la paroi
1	—	Propriétés initiales avant un processus
2	—	Propriétés finales après le processus
1	—	Propriétés du fluide 1
2	—	Propriétés du fluide 2
3	—	Propriétés finales après le mélange entre deux fluides
∞	—	Station infinie ou condition atmosphérique <ul style="list-style-type: none">▪ Propriété à la condition de vol
2	—	Station 2 <ul style="list-style-type: none">▪ Propriétés à la sortie de l'entrée d'air▪ Propriétés à l'entrée de la chambre de combustion
4	—	Station 4 <ul style="list-style-type: none">▪ Propriétés à la sortie de la chambre de combustion▪ Propriétés à l'entrée de la tuyère
e	—	Station de sortie <ul style="list-style-type: none">▪ Propriétés à la sortie de la tuyère

Exposants

Det	—	Détonation
I	—	Inerte ou espèce qui ne peut réagir
$Isen$	—	Processus isentropique
P	—	Onde de choc principale
R	—	Onde de choc de redressement
R	—	Réactif ou espèce qui pourrait réagir
S	—	Onde de choc secondaire
'	—	Indice de référence

Acronymes

MFN	—	Mécanique des fluides numérique (Computational Fluid Dynamics - CFD)
RDDC	—	Recherche et développement pour la défense du Canada
SRéacteur	—	Statoréacteur (Ramjet)
SSRéacteur	—	Super-statoréacteur (Scramjet)
SSCRéacteur	—	Super-statoréacteur avec combustion induite par onde de choc oblique et/ou par détonation oblique stable (Shcramjet)
TNO	—	Organisation Néerlandaise pour la recherche scientifique appliquée (Toegepast-Natuurwetenschappelijk Onderzoek)

Liste des tableaux

Tableau 4-1 : Propriétés du système de compression initiales et finales de l'exemple 5.1 et du système de compression de SDOM.....	136
Tableau 4-2 : Toutes les propriétés des trois cas de validation Cas 1 : Parent - Cas 2 : Wang - Cas 3 : Martens.....	138
Tableau 4-3 : Résultats obtenus par les modèles TNO et SDOM pour le véhicule à Mach 6	153
Tableau 4-4 : Résultats obtenus par les modèles TNO et SDOM pour le véhicule à Mach 8	155
Tableau 4-5 : Propriétés des véhicules SSC Réacteurs à Mach 9 et 11 obtenues par S. Brandstetter (UTIAS) et par SDOM.....	158

Liste des figures

Figure 1-1 : Impulsion spécifique en fonction du nombre de Mach de vol pour différents moteurs aérobies [1]	2
Figure 1-2 : Schéma d'un turboréacteur [3].....	2
Figure 1-3 : Schéma d'un statoréacteur (SRéacteur)[4].....	3
Figure 1-4 : Schéma d'un superstatoréacteur (SSRéacteur)	3
Figure 1-5 : Schéma d'un super-statoréacteur par onde de détonation (SSCRéacteur).....	4
Figure 2-1 : Schéma d'une onde de choc oblique concave	13
Figure 2-2 : Schéma d'une onde d'expansion convexe.....	15
Figure 2-3 : Schéma de la caractéristique comme une ligne de Mach à un point dans un écoulement	16
Figure 2-4 : Approximation d'un fan d'expansion continue (incrément infinitésimal) (A) par un fan d'expansion discret (B)	18
Figure 2-5 : Processus itératif pour la détermination d'un point milieu	19
Figure 2-6 : Le point d'intersection 4 entre deux caractéristiques	19
Figure 2-7 : Processus itératif pour la détermination d'un point sur un mur.....	20
Figure 2-8 : Le point 2 d'une caractéristique pour déterminer propriétés au point 4	20
Figure 2-9 : Processus itératif pour la détermination inverse d'un point sur un mur.....	21
Figure 2-10 : Le point d'intersection 2 entre deux caractéristiques pour déterminer propriétés au point 4	21
Figure 2-11 : Schéma de la couche de mixage turbulente d'un écoulement supersonique.....	31
Figure 2-12 : Schéma de la couche de mixage moléculaire turbulente avec la fraction massique d'oxygène réagie.....	31
Figure 2-13: Profil de vitesse du fluide et de la vitesse du son. (a) Plan de référence stationnaire; (b) Plan de référence convectif, avec la caractérisation de la perturbation.....	34
Figure 2-14 : Schéma de la croissance de l'épaisseur de la couche de cisaillement versus celle du mixage moléculaire turbulent	38
Figure 2- 15 : La couche de cisaillement turbulente avec (A) Structure stationnaire de référence et (B) Structure convective de référence avec le tracé des lignes de courant...39	39
Figure 2-16 : Graphique du ratio de l'épaisseur de la couche de cisaillement compressible sur incompressible pour différentes conditions initiales de vitesse et de densité en fonction de Ma_c	43
Figure 2-17 : Le ratio de mixage en fonction du log du ratio des densités.....	44
Figure 2-18 : Le ratio de mixage en fonction du nombre de Reynolds	45
Figure 2-19 : Le ratio de mixage en fonction du nombre de Mach convectif	46
Figure 2-20 : Schéma de l'interaction entre l'injection de carburant et une onde de choc oblique	51
Figure 2-21 : Schématisation d'une onde de détonation oblique	60
Figure 2-22 : La déviation de l'écoulement et du vecteur de vitesse associée à une onde de détonation idéalisée.	62
Figure 3-1 : Schéma de la modulation du véhicule design	63
Figure 3-2 : Configuration générique de type SSRéacteur	64
Figure 3-3 : Configuration générique de type SSCRéacteur	64
Figure 3-4 : Schéma des modules constituant le modèle de propulsion	65

Figure 3-5 : Schéma du modèle de l'entrée d'air.....	68
Figure 3-6 : Schéma du modèle de l'entrée d'air générique.....	68
Figure 3-7 : Schéma de la géométrie pour la génération de l'onde de choc principale.....	69
Figure 3-8 : Schéma de la géométrie pour la génération de l'onde de choc secondaire.....	71
Figure 3-9 : Schéma représentatif de la géométrie pour déterminer l'onde de choc de redressement à l'entrée de la chambre de combustion.....	73
Figure 3-10 : Schéma représentatif de la géométrie pour déterminer la position initiale de la chambre de combustion.....	75
Figure 3-11 : Schéma représentatif pour la détermination de l'onde de choc de réflexion..	76
Figure 3-12 : Configuration standard de l'entrée d'air du SSRéacteur.....	77
Figure 3-13 : Rapport de pression versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur.....	78
Figure 3-14 : Température à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur.....	78
Figure 3-15 : Nombre de Mach à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol en fonction de la configuration SSRéacteur.....	79
Figure 3-16 : Débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur.....	80
Figure 3-17 : Configuration standard de l'entrée d'air du SSCRéacteur.....	81
Figure 3-18 : Rapport de pression versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur.....	82
Figure 3-19 : Température à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol en fonction du modèle d'implantation du SSCRéacteur.....	82
Figure 3-20 : Nombre de Mach à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur.....	83
Figure 3-21 : Débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur.....	83
Figure 3-22 : Schéma du modèle de mixage.....	86
Figure 3-23 : Schéma d'une entrée d'air suivie de la chambre de combustion et leurs longueurs respectives.....	87
Figure 3-24 : Configuration standard du mixage du SSRéacteur.....	88
Figure 3-25 : Configuration standard du mixage du SSCRéacteur.....	90
Figure 3-26 : Schéma du modèle de la chambre de combustion.....	93
Figure 3-27 : Schéma du modèle de la chambre de combustion à pression constante.....	95
Figure 3-28 : Schéma de la chambre de combustion à pression constante.....	95
Figure 3-29 : Schéma de la chambre de combustion par détonation.....	99
Figure 3-30 : Schéma de la chambre de combustion par détonation.....	99
Figure 3-31 : Schéma représentatif de la fonction pour déterminer l'aire de sortie de la chambre de combustion par détonation par rapport à l'angle relatif.....	103
Figure 3-32 : Configuration standard de la chambre de combustion à pression constante.....	104
Figure 3-33 : Configuration standard de la chambre de combustion par détonation.....	105
Figure 3-34 : Schéma de la tuyère supersonique à supersonique.....	107
Figure 3-35 : Schéma des trois zones d'influence de la tuyère.....	108
Figure 3-36 : Schéma de l'initialisation du maillage.....	108
Figure 3-37 : Schéma de la région centrale du maillage.....	109
Figure 3-38 : Procédure numérique de la région centrale du maillage.....	110
Figure 3-39 : Schéma de la région transitoire du maillage.....	111
Figure 3-40 : Procédure numérique de la région transitoire du maillage.....	111

Figure 3-41 : La géométrie de la tuyère versus le nombre de Mach à la sortie de la chambre de combustion.....	112
Figure 3-42 : La géométrie du système d'expansion versus la pression de la sortie de la chambre de combustion	113
Figure 3-43 : Schéma des points d'intersection de la tuyère.....	113
Figure 3-44 : Schéma du modèle d'aérodynamique externe.....	114
Figure 3-45 : Schéma du modèle de l'aérodynamique externe	115
Figure 3-46 : Schéma du modèle de l'aérodynamique externe	116
Figure 3-47 : Schéma de l'initialisation de la géométrie de l'aérodynamique.....	116
Figure 3-48 : Procédure pour déterminer la direction de l'écoulement sur la paroi du véhicule.....	117
Figure 3-49 : Représentation de la traînée de bout de queue (de culot).....	118
Figure 3-50 : Schéma des ailes et ailettes du véhicule	120
Figure 3-51 : Schéma du modèle de masse	122
Figure 3-52 : Schéma des quatre points d'interaction entre les géométries interne et externe.....	123
Figure 3-53 : Schéma de l'évaluation triangulaire de la masse	124
Figure 3-54 : Schéma des quatre forces agissant sur le véhicule	127
Figure 4-1 : Représentation du système de compression à deux ondes de choc de l'exemple 5.1 du livre « Hypersonic Airbreathing Propulsion », dont les dimensions sont en pied et les angles en degré.	134
Figure 4-2 : Représentation du système de compression à deux ondes de choc utilisé pour l'initialisation de la procédure de la section 3.1.1.....	135
Figure 4-3 : Géométrie du cas 1	139
Figure 4-4 : Résultats du cas 1	139
Figure 4-5 : Géométrie du cas 2	140
Figure 4-6 : Résultats du cas 2	140
Figure 4-7 : Géométrie du cas 3	141
Figure 4-8 : Résultats du cas 3	142
Figure 4-9 : Représentation du système d'expansion symétrique en 2D pour l'initialisation de la procédure de la section 3.1.4.	143
Figure 4-10 : Comparaison de la Pression au mur de la tuyère en fonction de la position en X pour les résultats d'IMPNS et de SDOM.....	144
Figure 4-11 : Comparaison du nombre de Mach de la tuyère en fonction de la position du plan de sortie en Y pour les résultats d'IMPNS et de SDOM.....	144
Figure 4-12 : Distribution du nombre de Mach à l'intérieur du système d'expansion	145
Figure 4-13 : Ombroscopie de l'intérieur du système d'expansion du résultat d'IMPNS ...	146
Figure 4-14 : Ombroscopie de l'intérieur du système d'expansion avec les caractéristiques et les perturbations du résultat d'IMPNS	146
Figure 4-15 : La configuration géométrique du SSRéacteur (<i>waverider</i>) de TNO	148
Figure 4-16 : Représentation du <i>waverider</i> en 2D pour l'initialisation de la procédure de la section 3.2.	149
Figure 4-17 : Rapport Portance/Traînée versus l'angle d'attaque pour les résultats de TNO et de SDOM.....	149
Figure 4-18 : Représentation du surfeur d'ondes en 2D pour la comparaison entre les modèles de TNO et de SDOM.....	150
Figure 4-19 : Schéma de l'entrée d'air utilisé dans le modèle de SDOM pour permettre la comparaison avec le modèle de TNO.....	151
Figure 4-20 : Géométrie de SDOM à partir des mêmes paramètres d'optimisation que ceux de TNO pour Mach 6	152

Figure 4-21 : Géométrie de SDOM optimisé pour Mach 6.....	152
Figure 4-22 : Géométrie de SDOM à partir des mêmes paramètres d'optimisation que ceux de TNO pour Mach 8.....	154
Figure 4-23 : Géométrie de SDOM du SSRéacteur optimisé pour Mach 8.....	154
Figure 4-24: Les géométries superposées des configurations SSRéacteur à Mach 9 et 11 de l'étude de Stefan Brandstetter [37]	157
Figure 4-25 : La géométrie de la configuration SSRéacteur à Mach 9 obtenue par le modèle SDOM	157
Figure 4-26 : La géométrie de la configuration SSRéacteur à Mach 11 obtenue par le modèle SDOM	157
Figure 5-1 : Schéma de l'influence du facteur d'échelle.....	161
Figure 5-2 : Schéma de l'influence du rapport d'équivalence.....	162
Figure 5-3 : Schéma de l'influence de l'angle d'attaque.....	162
Figure 5-4 : Schéma de la grille du processus d'optimisation	163
Figure 5-5 : Schéma de la procédure de convergence pour l'optimisation	165
Figure 6-1 : Schéma du SSRéacteur générique.....	170
Figure 6-2 : Schéma du SSRéacteur générique.....	170
Figure 7-1 : Erreur globale de l'équation 5.1 de chaque véhicule optimisé de l'étude de performance pour les configurations SSRéacteur et SSRéacteur.	176
Figure 7-2 : Le facteur d'échelle optimal versus le nombre de Mach de vol.....	177
Figure 7-3 : L'erreur en % de la masse du véhicule versus le nombre de Mach de vol.....	177
Figure 7-4 : Le rapport d'équivalence optimal versus le nombre de Mach de vol.....	178
Figure 7-5 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en X versus le nombre de Mach de vol	178
Figure 7-6 : L'angle d'attaque optimal versus le nombre de Mach de vol	179
Figure 7-7 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en Y versus le nombre de Mach de vol.....	179
Figure 7-8 : Erreur globale (équation 5.1) de chaque véhicule optimisé ayant une erreur inférieure à 1.0% de l'étude de performance pour les configurations SSRéacteur et SSRéacteur.....	181
Figure 7-9 : Le facteur d'échelle optimal versus le nombre de Mach de vol.....	182
Figure 7-10 : L'erreur en pourcentage de la masse du véhicule versus le nombre de Mach de vol.....	182
Figure 7-11 : Le rapport d'équivalence optimal (ϕ) versus le nombre de Mach de vol	184
Figure 7-12 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en X versus le nombre de Mach de vol	184
Figure 7-13 : L'angle d'attaque optimal versus le nombre de Mach de vol.....	186
Figure 7-14 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en Y versus le nombre de Mach de vol.....	186
Figure 7-15 : Le débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol	188
Figure 7-16 : Le débit massique de carburant versus le nombre de Mach de vol	188
Figure 7-17 : Température en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol.....	189
Figure 7-18 : Température totale en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol.....	190
Figure 7-19 : Rapport de la pression en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol.....	190
Figure 7-20 : Rapport de la pression totale en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol.....	191

Figure 7-21 : Nombre de Mach en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol.....	191
Figure 7-22 : Rapport de pression à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	192
Figure 7-23 : Rapport de pression totale à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	192
Figure 7-24 : Rapport de pression totale à travers l'entrée d'air et la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	193
Figure 7-25 : Pression de la sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	193
Figure 7-26 : Température de sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	194
Figure 7-27 : Température totale de sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	195
Figure 7-28 : Nombre de Mach à la sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	196
Figure 7-29 : Rapport du nombre de Mach à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	196
Figure 7-30 : Rapport d'équivalence réagi dans la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	197
Figure 7-31 : Rendement global de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	198
Figure 7-32 : Rendement de mixage de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	199
Figure 7-33 : Rendement de réaction de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol.....	199
Figure 7-34 : La poussée globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol.....	200
Figure 7-35 : La traînée globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol.....	201
Figure 7-36 : La portance globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol.....	202
Figure 7-37 : Le poids du véhicule global versus le nombre de Mach de vol.....	202
Figure 7-38 : Rapport de la portance/traînée du véhicule global versus le nombre de Mach de vol.....	203
Figure 7-39 : La portée maximale des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol.....	204
Figure 7-40 : Le temps de vol des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol.....	204
Figure 7-41 : L'impulsion spécifique des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol.....	206
Figure 7-42 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSRéacteur à différents nombres de Mach de vol.....	207
Figure 7-43 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSRéacteur à différents nombres de Mach de vol (Suite).....	208
Figure 7-44 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSCRéacteur à différents nombres de Mach de vol.....	209
Figure 7-45 : Rendement global de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol pour différentes longueurs de chambre de combustion d'un SSRéacteur.....	211
Figure 7-46 : Portée maximale du véhicule versus le nombre de Mach de vol pour différentes longueurs de chambre de combustion d'un SSRéacteur.....	212

Chapitre 1

1.1 – Introduction

À partir de la devise « Toujours plus haut, plus vite, plus fort ! », il devient facile de comprendre l'évolution des moteurs aérobies. Leurs évolutions sont de plus en plus à la limite des frontières de la physique connue et viennent principalement plus du domaine de l'ingénierie que de la recherche fondamentale. Du point de vue du domaine de l'ingénierie, l'évolution se fait plutôt en suivant une philosophie d'optimisation des performances et des frais d'exploitation. Cette philosophie appliquée aux moteurs aérobies a permis l'émergence de différents propulseurs, comme les turboréacteurs, les statoréacteurs (SRéacteurs) et les superstatoréacteurs (SSRéacteurs). Chacun de ces propulseurs utilise une technologie différente pour optimiser leur performance selon une plage d'opération bien déterminée. Un bon indicateur de cette performance pour un véhicule est sans aucun doute l'impulsion spécifique (I_{sp}), qui se définit comme le ratio de la poussée nette générée (F_{NET}) sur le débit massique de carburant (m_f) :

$$I_{sp} = \frac{F_{NET}}{m_f} \quad (1.1)$$

Par analogie, cet indicateur ressemble à l'indice d'économie d'une voiture, comme la distance parcourue par litre de carburant par exemple. Cependant, il représente la force nette du véhicule produit par unité de carburant. Ainsi, pour une haute valeur de l'impulsion spécifique, la poussée nécessaire pour propulser le véhicule nécessite moins de carburant. La figure 1-1 permet de représenter les performances et les plages d'opération de chacun des moteurs aérobies pour l'hydrogène et les hydrocarbures en fonction de leur impulsion spécifique.

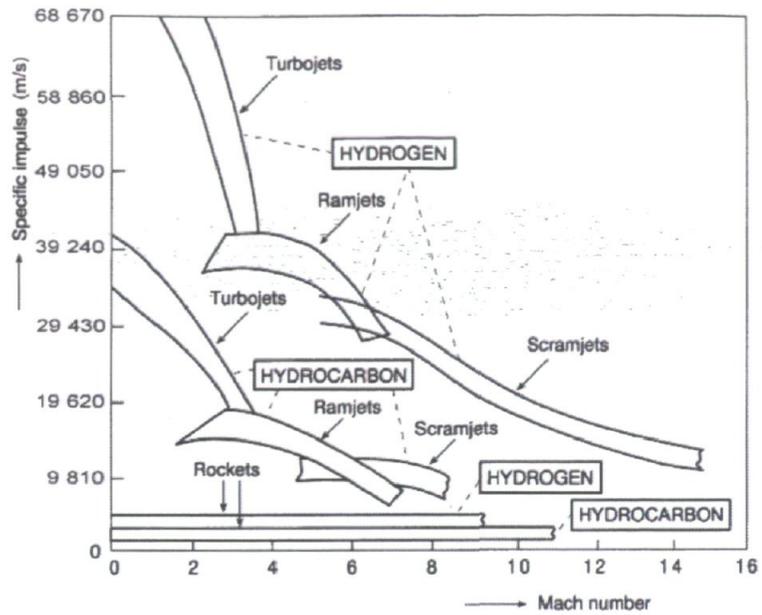


Figure 1-1 : Impulsion spécifique en fonction du nombre de Mach de vol pour différents moteurs aérobie [1]

À partir d'un sommaire de l'étude de Van Wie [2], cette section présente une courte description de quelques moteurs aérobie spécifiant leurs provenances et leurs plages d'opération. Pour un turbopropulseur conventionnel (Figure 1-2), le mécanisme de compression de l'air atmosphérique est produit par un compresseur situé entre l'entrée d'air et la chambre de combustion. Ce compresseur est actionné par un couplage direct avec la turbine.

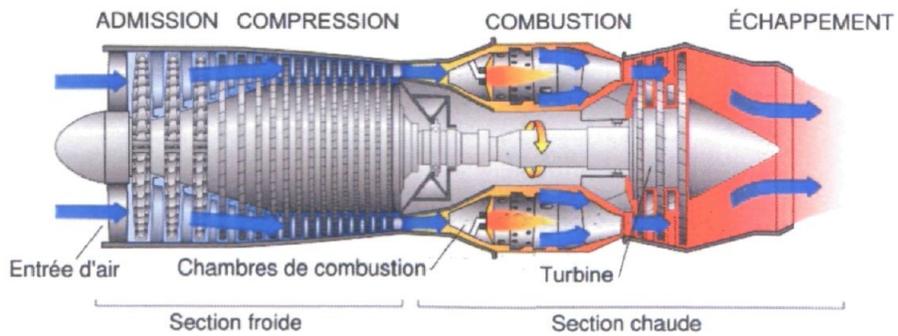


Figure 1-2 : Schéma d'un turboréacteur [3]

Du côté de sa performance, son rendement maximal s'observe en dessous de Mach 4. Cette limite est principalement due à la résistance thermique des aubes de la turbine qui ne peuvent excéder une température supérieure à 1 800 K. Cependant, pour atteindre des vitesses plus élevées, le mécanisme de compression, du turbopropulseur soutenu par une turbine, devient moins efficace et obsolète. Ainsi, nous observons l'émergence du cycle du statoréacteur (SRéacteur) (Figure 1-3).

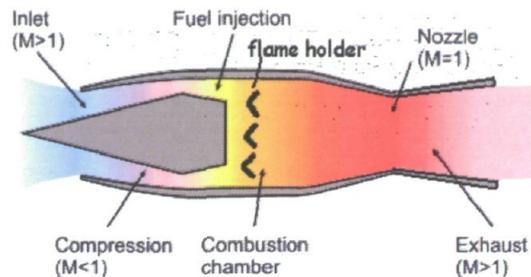


Figure 1-3 : Schéma d'un statoréacteur (SRéacteur)[4]

Ce principe permet la compression en captant l'air atmosphérique et en réduisant la vitesse d'un écoulement supersonique à un régime subsonique par l'intermédiaire d'une onde de choc droite. Ce processus de diffusion, par l'intermédiaire de l'entrée d'air, réduit la vitesse de l'air et offre donc des conditions propices à la combustion. De la sorte, le statoréacteur obtient une efficacité élevée qui se confine entre Mach 4 et 7. Au-delà de cette vitesse, les pertes associées par la décélération de l'écoulement supersonique, à un régime subsonique dans l'entrée d'air, deviennent trop importantes et rendent le statoréacteur inefficace. Ainsi, nous observons encore une fois l'émergence d'un autre cycle, soit le superstatoréacteur (SSRéacteur)(Figure 1-4).

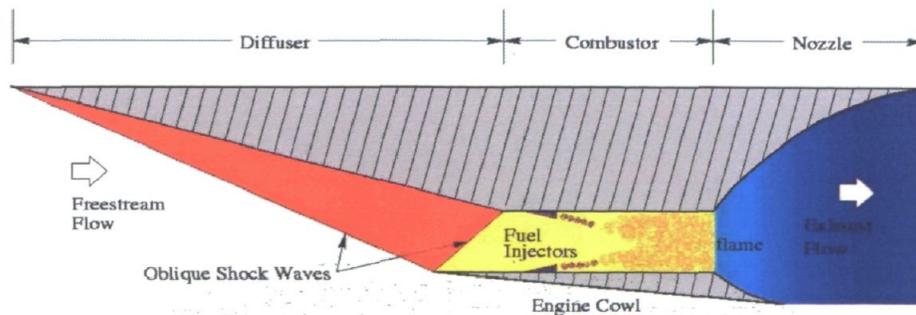


Figure 1-4 : Schéma d'un superstatoréacteur (SSRéacteur)

Le cycle du superstatoréacteur utilise une entrée d'air semblable au statoréacteur pour la compression. Cependant, l'écoulement interne de la chambre de combustion est maintenu à un régime supersonique. Sans les pertes dues à la décélération de l'écoulement interne, ce concept permet une efficacité maximum pour Mach 7 et plus. Néanmoins, plus la vitesse augmente, plus la réaction chimique du mélange air/carburant éprouve de la difficulté à réagir dans la chambre de combustion. Ces difficultés peuvent facilement s'observer par l'intermédiaire des temps de résidence et de réaction. Ainsi, lorsque le temps de résidence devient trop petit, le carburant n'a pas le temps de se mélanger et de brûler et par conséquent, il est tout simplement éjecté à la sortie du véhicule. Pour les superstatoréacteurs, ces temps deviennent rapidement des facteurs très limitatifs en fonction du type de carburant utilisé. Ce concept est théoriquement limité à Mach 12 pour les hydrocarbures et à Mach 25 pour l'hydrogène.

Dans l'étude des véhicules hypersoniques, un autre concept, similaire au SSRéacteur conventionnel, semble très prometteur, même s'il a reçu peu d'attention par la communauté scientifique. Il s'agit du super-statoréacteur à combustion induite par onde de choc ou par détonation (SSCRéacteur) (Figure 1-5).

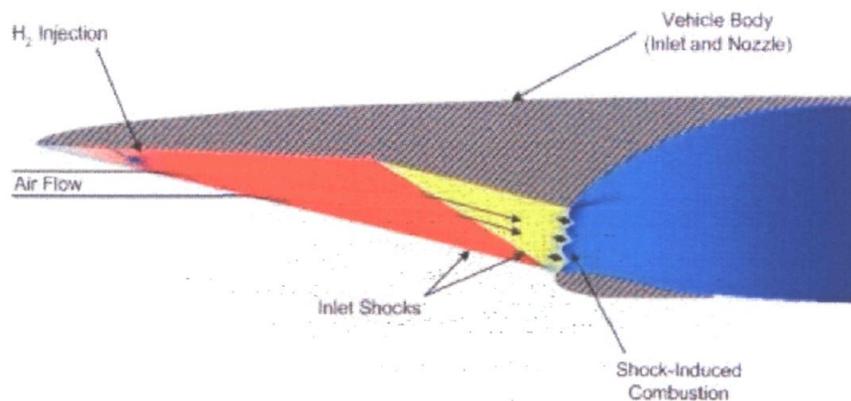


Figure 1-5 : Schéma d'un super-statoréacteur par onde de détonation (SSCRéacteur) [6]

Plusieurs études précédentes [7-9] ont démontré la faisabilité du SSCRéacteur. La principale particularité du SSCRéacteur est de découpler l'injection de carburant avec le processus de combustion. Pour ce faire, le carburant est injecté, par exemple, au nez du véhicule contrairement à l'entrée de la chambre de combustion et ceci a pour but d'augmenter considérablement la distance de mixage air/carburant. En plus, le SSCRéacteur utilise un système de compression à une ou plusieurs ondes de choc pour augmenter/favoriser le mixage, la pression et la température du mélange. À partir de ce point, le mélange air/carburant arrive à la chambre de combustion et dans celle-ci, la combustion induite et/ou la détonation oblique augmente la pression et la température. La poussée est ainsi produite par l'intermédiaire des parois de la chambre de combustion et de la tuyère. Ainsi, pour une longueur de mixage accrue et l'emploi de la combustion induite et/ou de la détonation, ce nouveau concept permet de réduire significativement la longueur de la chambre de combustion, la masse et la traînée du véhicule. À ce jour, les études sur le concept du SSCRéacteur sont encore à leurs balbutiements. La physique et la dynamique de ce type de véhicule requièrent de plus ample expérimentation et modélisation pour la résolution de ce problème complexe. Dans ce sens, cette étude propose une modélisation générique du SSCRéacteur dans le but d'en faire des études comparatives et d'ordre de grandeur par rapport au SSRéacteur.

Au cours du développement de cette étude, un article préliminaire [10] a été publié sur la comparaison entre les concepts du SSRéacteur et du SSCRéacteur. Cet article en annexe D souligne bien que les deux concepts sont comparables et que le rendement de combustion nécessite définitivement un modèle plus complet qu'une simple valeur constante. Ainsi, cette étude présente la suite logique de l'article préliminaire par une meilleure définition et modélisation des deux concepts.

1.2 – Définition de la problématique

Avec les nouvelles avancées informatiques, la philosophie reliée à la recherche expérimentale marque un moment décisif. De la sorte, il est de moins en moins nécessaire d'avoir recours à des expérimentations coûteuses pour observer et comprendre le comportement de la mécanique des fluides. Nous avons maintenant accès à des outils pour générer, évaluer et résoudre des systèmes numériques complexes représentant le plus fidèlement possibles les cas réels.

L'une de ces pratiques est la modélisation et l'évaluation des performances des véhicules hypersoniques de type SSRéacteur et SSCRéacteur. La modélisation consiste en la génération d'une multitude de modèles qui représente les principaux phénomènes physiques des véhicules hypersoniques et ceci, dans le but d'en faire des prédictions. À partir de ces prédictions, l'évaluation des performances devient ainsi plausible pour des configurations virtuelles. Les prédictions peuvent se baser sur plusieurs différentes idéologies et méthodologies, certains aiment mieux les modèles analytiques, cependant, plusieurs ont opté pour les simulations par mécanique des fluides numériques MFN (anglais : Computational Fluid Dynamics - CFD), et quelques autres modèles se distinguent avec les modèles hybrides.

Les modèles de performances analytiques sont habituellement très simples, approximatifs et rapides à calculer. De cette façon, leurs simplicités les rendent peu réalistes à la caractérisation globale d'un véhicule, mais ils nous permettent d'observer les ordres de grandeur du système. Wittenberg [11] propose une démarche intéressante de l'écoulement interne d'un SRéacteur et d'un SSRéacteur par l'utilisation de la loi des gaz parfaits et des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie. À partir de ces travaux, Moerel et Halswijk [12][13] ont modélisé les véhicules hypersoniques de type SRéacteur et SSRéacteur. Par l'intermédiaire de quelques constantes, par exemple, le rendement de l'entrée d'air, de la chambre de combustion, de la tuyère, etc., ils parviennent ainsi à produire une étude paramétrique des systèmes du véhicule. Du côté du SSCRéacteur, Dudebout [14] obtient quelques résultats analytiques des rendements thermiques et de propulsion pour un intervalle de Mach 8 à 24.

Les modèles de performances par MFN peuvent être extrêmement précis et par contre longs à calculer. Leurs champs d'études sont habituellement très spécifiques et demandent un haut raffinement dans leurs solutions. Cependant, leurs temps de calcul sont si considérables qu'il est encore quasi impensable aujourd'hui d'utiliser cette méthodologie dans la conception automatique par processus itératif des véhicules hypersoniques. Cependant, quelques chercheurs dont, Wu [15], ont fait quelques avancées dans cette direction. Généralement, les études traitent d'un cas particulier et ne proposent pas de courbe de performance pour une large gamme de conditions d'opération du véhicule. Par exemple, Parent [7], Wang [8], Martens [9] et Alexander [16] ont fait quelques simulations numériques du SSRéacteur pour différentes injections et géométries.

Les méthodes hybrides, soit l'encapsulation de méthodes analytiques, empiriques et/ou numériques, sont un bon compromis entre les deux autres méthodes précédentes. Elles permettent d'obtenir une bonne approximation de la solution et ceci avec des temps de calcul raisonnables. Quelques scientifiques tels que Smart [17], Starky et Lewis [18], Ferguson [19-20], Linday [21], Kliche [22] et Apdin [23] ont travaillé sur la modélisation hybride permettant le couplage des méthodes analytiques et numériques de différents types de modèles, comme l'entrée d'air, la chambre de combustion, la tuyère, la géométrie du véhicule, l'aérodynamique du véhicule et l'optimisation de la condition de vol. Cependant, ces études sont spécifiques et ne donnent pas nécessairement toutes les données sur le système de performances du véhicule global pour différent nombre de Mach. Par contre, quelques méthodologies utilisées seraient facilement adaptables pour le faire.

Cette étude, basée sur des travaux précédents, tente de modéliser un véhicule de type SSRéacteur et SSRéacteur à géométrie variable et de comparer leurs performances pour différentes vitesses de croisière. Le propos du présent travail peut aussi être exprimé par la citation suivante :

Avec une modélisation adéquate du SSRéacteur et du SSRéacteur au point de conception, évaluer et comparer leurs performances en fonction du nombre de Mach de croisière pour des missions identiques et ceci en respectant l'équilibre des forces pour des véhicules de même masse et en gardant la majorité des critères de conception constants.

1.3 – Méthodologie

La méthodologie utilisée (pour la prédiction, l'analyse et la comparaison des performances entre les configurations SSRéacteur et SSCRéacteur) peut être divisée en 8 parties distinctes incluant l'introduction et la conclusion:

- **Introduction** : Ce chapitre présente une revue des principaux types de propulseurs et de leurs méthodologies de modélisation, une description de la problématique et un survol de la méthodologie employée.
- **Théorie** : Ce chapitre présente une revue de la théorie fondamentale de cette étude:
 - Revue fondamentale de la dynamique des gaz pour des écoulements 2D : loi des gaz parfaits, écoulement isentropique, les ondes de choc, les ondes d'expansion, la méthode des caractéristiques, les forces visqueuses et le mélange homogène de deux fluides supersoniques.
 - Revue fondamentale du processus de mixage du mélange air/carburant: l'augmentation du mixage moléculaire par la turbulence, par les ondes de choc obliques et par les vortex axiaux.
 - Revue fondamentale du processus de réaction du mélange air/carburant: l'évaluation du temps de réaction par rapport au temps de résidence et d'allumage.
 - Revue fondamentale de la combustion : la combustion à l'équilibre et la combustion par ondes de détonation obliques de type Chapman-Jouguet.
- **Modélisation du véhicule** : Ce chapitre présente la théorie, le design et l'implantation de la modélisation des différents modèles d'un véhicule de type SSRéacteur et SSCRéacteur:
 - Modèle de propulsion comprenant un système de compression, un modèle de mixage et de réaction du mélange air/carburant, un modèle de la chambre de combustion et un système d'expansion.

- Modèle d'aérodynamique comprenant un modèle d'aérodynamique externe et un modèle des ailes/ailettes.
 - Modèle de masse comprenant l'évaluation de la géométrie finale par l'intersection de la géométrie interne et externe et l'évaluation de la masse par une intégration triangulaire.
 - Paramètres de performance comprenant l'évaluation du bilan des forces et l'évaluation des paramètres de performance.
- **Validations** : Ce chapitre présente la validation des modèles de propulsion et de l'aérodynamique externe. En plus, ce chapitre propose la validation du véhicule global pour chacun des types de propulsion (SSRéacteur et SSCRéacteur).
 - **Processus d'optimisation** : Ce chapitre présente le modèle d'optimisation pour permettre la convergence sur l'équilibre des forces et sur la masse spécifique du véhicule par l'intermédiaire de trois variables : le facteur d'échelle, le rapport d'équivalence et l'angle d'attaque.
 - **Définition de la mission** : Ce chapitre présente la définition des objectifs, les paramètres de modélisation et l'initialisation de la mission permettant la comparaison entre le véhicule SSRéacteur et SSCRéacteur.
 - **Résultats et Discussions** : Ce chapitre présente les résultats, les discussions sur la comparaison entre le SSRéacteur et le SSCRéacteur à partir de la mission définie.
 - **Conclusions et Recommandations** : Ce chapitre présente un sommaire et des quelques points importants de l'étude. En plus, cette section exprime quelques conclusions, propositions et recommandations tirées du domaine de cette étude.

Chapitre 2 – Théorie

La conception d'un modèle hybride (semi-analytique, semi-numérique et semi-empirique) d'un véhicule supersonique/hypersonique nécessite une bonne compréhension de tous les phénomènes impliqués. Le plus difficile dans ce type de modélisation est de représenter et d'estimer les principaux phénomènes dans un modèle simple avec une ou plusieurs équations simples et rapides à calculer. Autrement, le modèle devient extrêmement instable, nécessite de grandes ressources matérielles et les temps de calcul deviennent interminables. Ainsi, les quatre sous-sections suivantes proposent une revue de la théorie utilisée au cours de cette étude avec des suppositions acceptables et reconnues, afin de simplifier la physique du problème.

2.1 – Revue de la dynamique des gaz

La dynamique des gaz est une science qui tire son origine d'une science plus générale, soit la mécanique des fluides. Ainsi, la dynamique des gaz décrit principalement les causes et les effets d'un fluide compressible pour un écoulement subsonique aussi bien que supersonique. Un écoulement supersonique survient lorsque la vitesse du fluide est plus rapide que sa vitesse du son ($a = \sqrt{\gamma RT}$).

Ce sous-chapitre traite des principes et concepts fondamentaux de la dynamique des gaz pour l'usage éventuel des formulations analytiques qui en découlent [24]. L'analyse de la dynamique des gaz est basée sur l'interrelation des quatre lois fondamentales de la physique suivantes:

1. Loi de conservation de la masse

$$\int_V \frac{\delta \rho}{\delta t} dV + \int_A \rho V \cdot dA = 0 \quad (2.1.1)$$

2. La deuxième loi de mouvement de Newton (Conservation de quantité de mouvement)

$$F = \int_V (\rho V)_t dV + \int_A V (\rho V \cdot dA) = 0 \quad (2.1.2)$$

3. La première loi de thermodynamique (Conservation d'énergie)

$$dE = \delta Q - \delta W \quad (2.1.3)$$

4. La deuxième loi de thermodynamique (Irréversibilité)

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (2.1.4)$$

Ces lois sont indépendantes des unes des autres et ainsi, permettent la caractérisation d'un écoulement supersonique et des phénomènes qui y sont reliés.

2.1.1 – Gaz parfait

Il est démontré expérimentalement que des systèmes homogènes composés d'une seule espèce chimique avec une masse moléculaire (M), une pression (p), un volume spécifique (v) et une température (T) sont représentés par [24]:

$$R \equiv \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{pv}{T} \right) = \text{Constante} \quad (2.1.5)$$

où R est la constante de l'espèce chimique gazeuse concernée. Avec la supposition que la valeur de la constante du gaz ne change pas ou très peu pour des légères variations de pression et de température, l'équation d'un gaz parfait, pour la plupart des fluides, devient :

$$p = \rho RT \quad (2.1.6)$$

où R , la constante du gaz, est le ratio entre la constante universelle des gaz \bar{R} et la masse moléculaire M :

$$R = \frac{\bar{R}}{M} \quad (2.1.7)$$

2.1.2 – Écoulement isentropique

Un écoulement isentropique est défini comme un écoulement complètement réversible et adiabatique dans lequel l'entropie du système demeure toujours constante. La réversibilité se définit comme étant un phénomène sans perte d'énergie. Ainsi, la diffusion et le transfert thermique sont des processus permis pourvu qu'il soit possible de récupérer l'énergie.

Pour un écoulement isentropique donc réversible et adiabatique, le concept de condition totale apparaît en combinant la propriété enthalpie et l'énergie cinétique. Sous la forme sans dimension, les relations entre les propriétés statiques et totales sont essentiellement en fonction du nombre de Mach (Ma) et du ratio des chaleurs spécifiques (κ) au point d'intérêt de l'écoulement [24]:

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \quad (2.1.8)$$

$$\frac{p_o}{p} = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (2.1.9)$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(\frac{p_o}{p}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (2.1.10)$$

2.1.3 – Ondes de choc obliques en 2D

Une onde de choc oblique est formée lorsqu'un écoulement supersonique et rectiligne subit une déviation causée par la présence d'un coin pointu ou aigu inférieur à 90° (paroi concave) sans friction (Figure 2-1). Ce phénomène amène une discontinuité infinitésimale entre le milieu avant et après le changement de direction de l'écoulement.

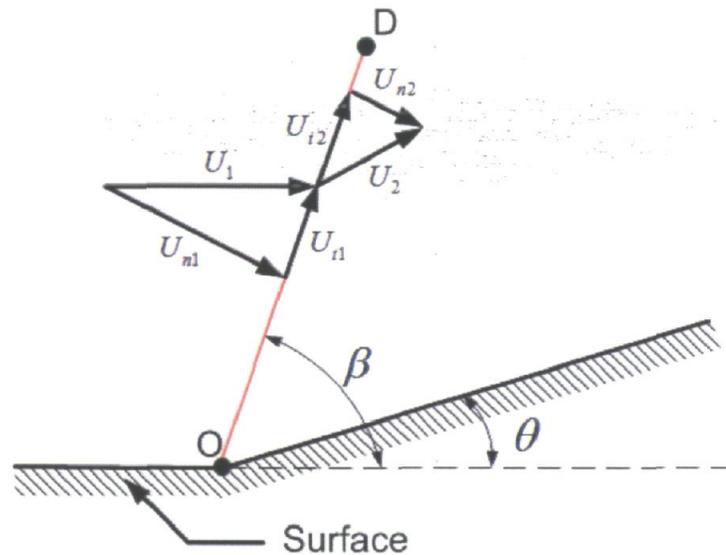


Figure 2-1 : Schéma d'une onde de choc oblique concave

La caractérisation d'une onde de choc oblique se fait à partir des quatre lois fondamentales de la mécanique des fluides, de quelques simplifications et d'une relation géométrique, soit [24]:

Conservation de la masse :

$$\rho_1 U_{1n} = \rho_2 U_{2n} \quad (2.1.11)$$

Conservation de la quantité de mouvement:

$$p_1 + \rho_1 U_{1n}^2 = p_2 + \rho_2 U_{2n}^2 \quad (2.1.12)$$

$$U_{2t} = U_{1t} \quad (2.1.13)$$

Conservation de l'énergie :

$$h_1 + \frac{U_{1n}^2}{2} = h_2 + \frac{U_{2n}^2}{2} \quad (2.1.14)$$

L'équation d'état pour un gaz parfait :

$$p = \rho RT \quad (2.1.15)$$

Les indices (n) et (t) sont des composantes normales et tangentielles par rapport à l'onde de choc. À partir des composantes de vitesse normales de l'onde de choc, il est possible de retrouver ses caractéristiques. Par exemple, la relation géométrique permet de relier l'angle de l'onde de choc à l'angle de la paroi [24] :

$$\tan(\theta) = \frac{2 \cot(\beta)(\text{Ma}_{n1}^2 - 1)}{\text{Ma}_{n1}^2(\kappa + \cos(2\beta)) + 2} \quad (2.1.16)$$

En plus, avec le système d'équations (2.1.11) à (2.1.16), les propriétés derrière l'onde de choc peuvent être déterminées par [24]:

$$U_2 = \sqrt{\frac{U_1^2 \sin^2(\beta) \tan^2(-\beta + \theta)}{\tan^2(\beta)} + U_1^2 \cos^2(\beta)} \quad (2.1.17)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\kappa \text{Ma}_{n1}^2}{\kappa + 1} - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \quad (2.1.18)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\kappa + 1)\text{Ma}_{n1}^2}{(\kappa - 1)\text{Ma}_{n1}^2 + 2} \quad (2.1.19)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)\text{Ma}_{n1}^2\right) \left(\frac{2\kappa \text{Ma}_{n1}^2}{\kappa - 1} - 1\right) (2\kappa - 2)}{(\kappa + 1)^2 \text{Ma}_{n1}^2} \quad (2.1.20)$$

2.1.4 – Ondes de compression ou d'expansion en 2D

Une onde de compression ou d'expansion est formée lorsqu'un écoulement supersonique subit une faible déviation concave (moins que 90°) ou convexe (plus que 180°) causée sur une paroi sans friction et un coin (Figure 2-2). Ce phénomène est isentropique entre le milieu avant et après le changement de direction de l'écoulement et il est gouverné par les équations de Prandtl-Mayer [24].

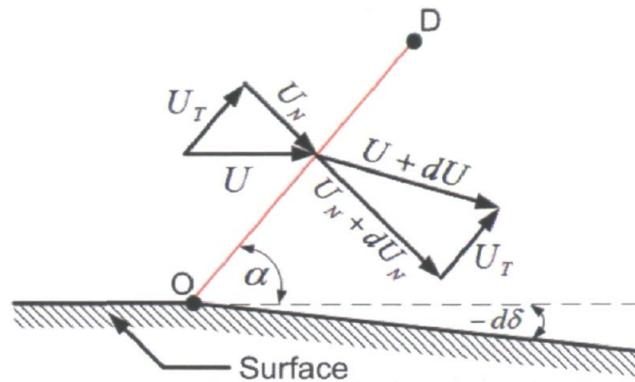


Figure 2-2 : Schéma d'une onde d'expansion convexe

Sur la figure 2-2, le segment OD est considéré comme une ligne de Mach droite qui tourne l'écoulement d'un angle de déflexion ($-d\delta$) et ce qui produit une accélération du fluide de (U) à ($U+dU$). La caractérisation d'une onde d'expansion est réalisée par l'emploi des composantes tangentes et normales de la vitesse et de quelques simplifications afin d'obtenir l'équation suivante :

$$d\delta = \frac{-\sqrt{\text{Ma}^2 - 1}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \text{Ma}^2} \frac{d\text{Ma}}{\text{Ma}} \quad (2.1.21)$$

L'intégration de l'équation 2.1.21 devient sa forme finale :

$$\delta = \nu_2 - \nu_1 = \left[\sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}} (\text{Ma}^2 - 1) - \tan^{-1} \sqrt{\text{Ma}^2 - 1} \right]_{\text{Ma}_1}^{\text{Ma}_2} \quad (2.1.22)$$

Dans le cas où les valeurs de δ , de κ et de ν_1 sont connues, le terme Ma^2 est déterminé par calcul itératif. Ainsi, les propriétés après l'onde d'expansion sont déterminées par les relations isentropiques (2.1.8) à (2.1.10).

2.1.5 – Méthode des caractéristiques en 2D

La méthode des caractéristiques est la technique numérique la plus précise pour résoudre les équations hyperboliques en dérivées partielles appliquées à l'étude des écoulements 2D supersoniques non tournants. Pour ce faire, une procédure numérique complète a été développée par Zucrow et Hoffman [24] pour résoudre l'intégralité de l'écoulement, contraint ou pas, par des parois solides.

Le concept de la méthode des caractéristiques peut être introduit de plusieurs façons. Cependant, d'un point de vue typiquement physique, la caractéristique est définie comme le chemin de la propagation d'une perturbation physique. Ainsi, dans un écoulement supersonique, la caractéristique (C) est définie par la ligne de Mach sur la figure 2-3.

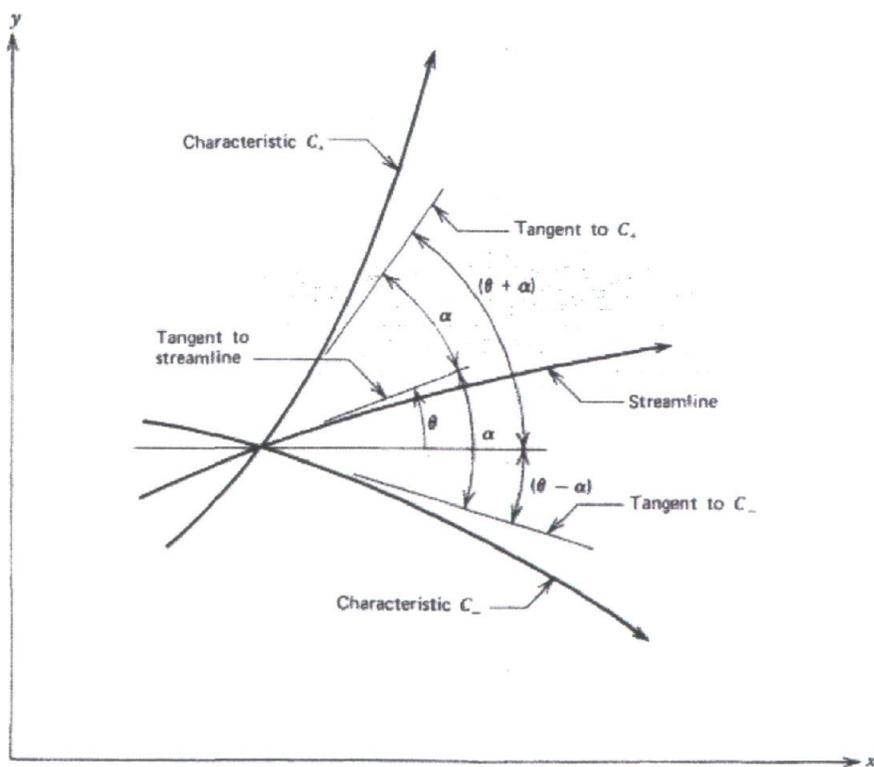


Figure 2-3 : Schéma de la caractéristique comme une ligne de Mach à un point dans un écoulement [24]

La méthode des caractéristiques repose sur deux équations fondamentales, soit l'équation de la caractéristique (2.1.23) et l'équation de compatibilité (2.1.24) :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (2.1.23)$$

$$(u^2 - a^2)du_{\pm} + [2uv - (u^2 - a^2)\lambda_{\pm}] dv_{\pm} = 0 \quad (2.1.24)$$

où λ est la caractéristique et α est l'angle de Mach.

À partir de ces deux équations, il est maintenant possible de bâtir les quatre procédures permettant la création de maillages à partir de la méthode des caractéristiques, contrainte ou pas, par des parois solides :

- 2.1.5.1 - Détermination d'une ou des caractéristiques par rapport à un mur convexe
- 2.1.5.2 - Détermination d'un point milieu
- 2.1.5.3 - Détermination d'un point sur un mur
- 2.1.5.4 - Détermination inverse d'un point sur un mur

Ces outils sont la base dans la génération d'un maillage en deux dimensions pour une multitude d'applications diverses, tels la génération de maillage pour l'étude des systèmes de compression, des chambres de combustion (sans réaction dans ce cas), de l'aérodynamique externe et du système d'expansion (constitué d'une tuyère avec ses accessoires). Cependant, cette étude utilise la méthode des caractéristiques seulement dans la construction d'une tuyère de type supersonique à supersonique. Ainsi, la sous-section suivante propose un sommaire de chacune des quatre procédures utilisées au cours de cette étude.

2.1.5.1 - Détermination d'une ou des caractéristiques par rapport à un mur convexe

La détermination d'une ou des caractéristiques par rapport à un mur convexe (180° et plus) est sensiblement le même problème que de déterminer une onde d'expansion selon la théorie de la section 2.1.4. Cependant, la principale différence est dans la manière de poser le problème et dans ce cas, la ligne de Mach représente un fan d'expansion composé d'une multitude d'ondes d'expansion plus faibles, mais qui représente la déviation totale, comme le démontre la figure suivante :

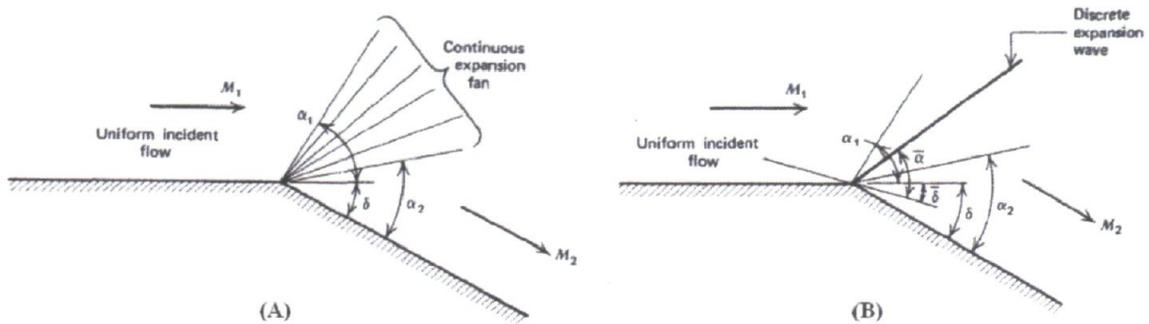


Figure 2-4 : Approximation d'un fan d'expansion continue (incrément infinitésimal) (A) par un fan d'expansion discret (B) [24]

Pour déterminer la valeur de la caractéristique à partir de l'équation 2.1.23, il suffit d'évaluer la valeur de l'angle de Mach (α) qui est rattachée à la ligne de Mach. Ainsi, pour chaque variation discrète de la paroi ($\Delta\delta_i$), l'angle de Mach moyen ($\bar{\alpha}_i$) devient [24] :

$$\bar{\alpha}_i = \sin^{-1} \left(\frac{2}{Ma_i + Ma_{i+1}} \right) \quad (2.1.25)$$

où Ma_{i+1} est le nombre de Mach déterminé par une onde d'expansion après une déviation de $\Delta\delta_i$ selon la théorie de la section 2.1.4. Par la suite, la valeur de l'angle de Mach (α_i) est obtenue en réajustant le référentiel relatif en absolu de l'angle de Mach moyen ($\bar{\alpha}_i$). De la sorte, pour chaque variation $\Delta\delta_i$, la procédure se répète jusqu'à la valeur de la déviation totale de la paroi (δ).

2.1.5.2 - Détermination d'un point milieu

Cette section est celle qui permet de trouver les propriétés du fluide et le point d'intersection entre deux caractéristiques. Cette fonction est un processus itératif (Figure 2-5) qui converge vers la position du point 4 (Figure 2-6), selon l'équation de la caractéristique (2.1.23) et l'équation de compatibilité (2.1.24) pour un écoulement 2D supersonique non tournant [24].

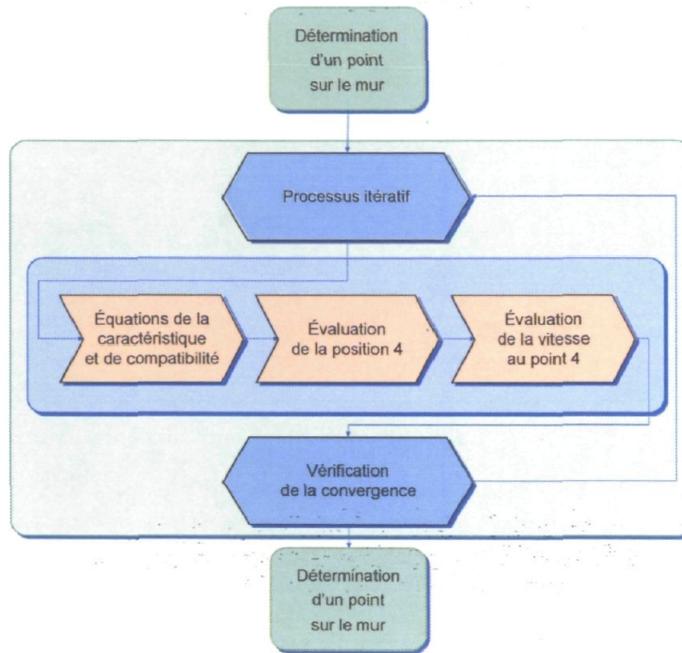


Figure 2-5 : Processus itératif pour la détermination d'un point milieu

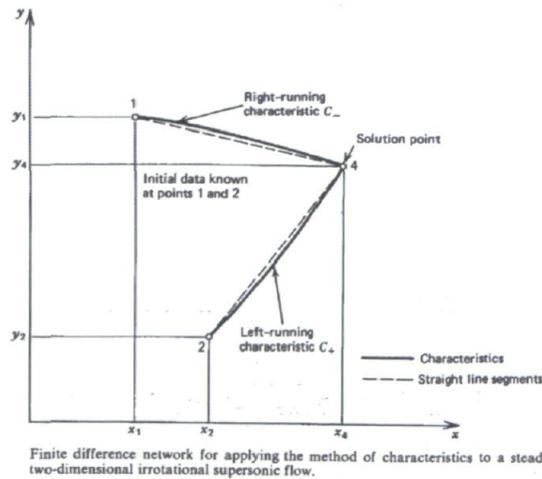


Figure 2-6 : Le point d'intersection 4 entre deux caractéristiques [24]

2.1.5.3 - Détermination d'un point sur un mur

Cette section est celle qui trouve les propriétés du fluide et la position du point 4 sur le mur en fonction des propriétés du point 2. Cette fonction est un processus itératif (Figure 2-7) qui converge vers la position du point 4 (Figure 2-8), selon l'équation de la caractéristique (2.1.23) et l'équation de compatibilité (2.1.24) pour un écoulement 2D supersonique non tournant [24].

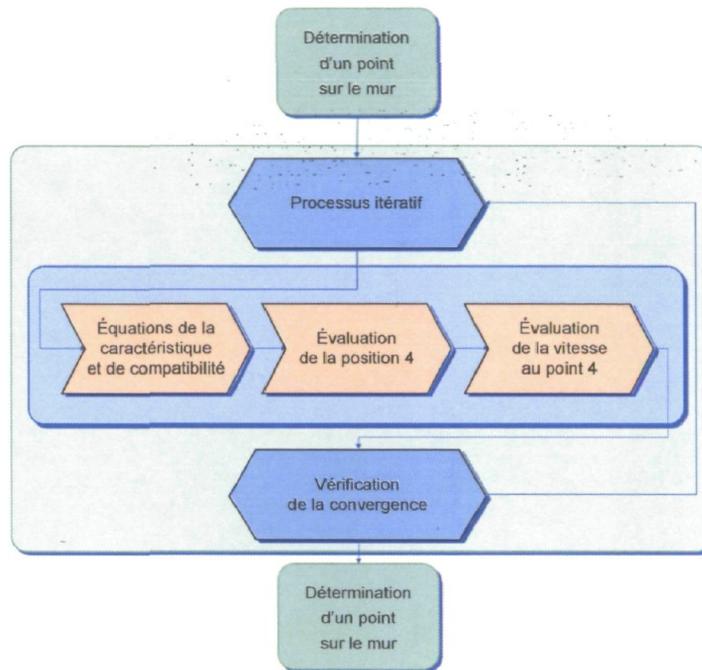


Figure 2-7 : Processus itératif pour la détermination d'un point sur un mur

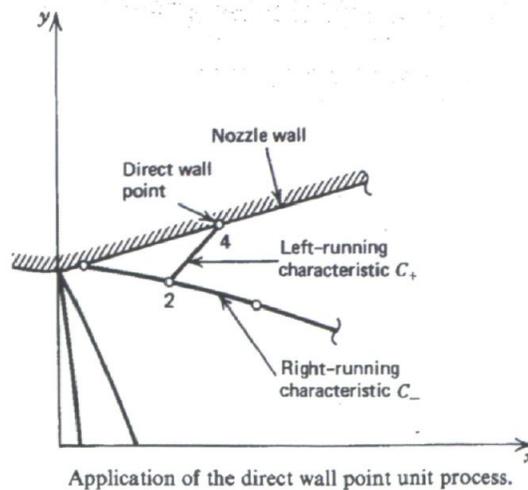


Figure 2-8 : Le point 2 d'une caractéristique pour déterminer propriétés au point 4 [24]

2.1.5.4 - Détermination inverse d'un point sur un mur

Cette section est celle qui trouve les propriétés du fluide au point 4 (prédéterminer) en fonction des propriétés du point 2. Cette fonction est un processus itératif (figure 2-9) qui converge vers la position du point 2 et des propriétés du point 4 (figure 2-10), selon l'équation de la caractéristique (2.1.23) et l'équation de compatibilité (2.1.24) pour un écoulement 2D supersonique non tournant [24].

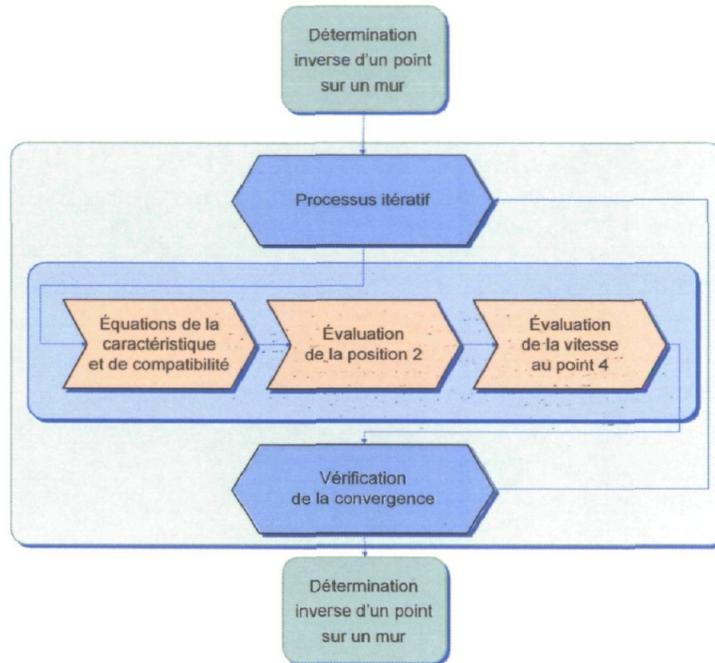


Figure 2-9 : Processus itératif pour la détermination inverse d'un point sur un mur

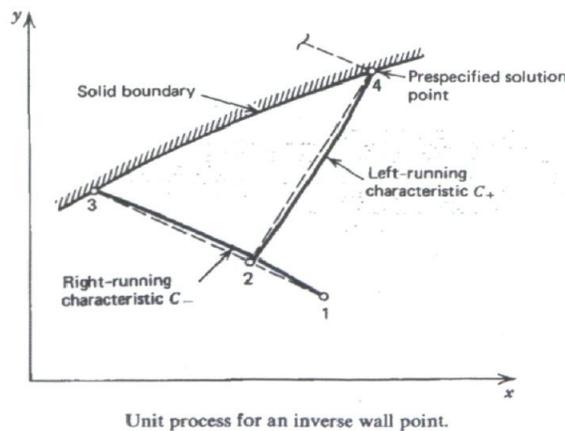


Figure 2-10 : Le point d'intersection 2 entre deux caractéristiques pour déterminer propriétés au point 4 [24]

2.1.6 – Forces visqueuses en 2D

Pour permettre l'évaluation des forces de friction d'une paroi dans un écoulement supersonique, l'approximation la plus fréquemment employée [12,13,19,20,21,23] est l'utilisation des coefficients de friction. Ces coefficients sont obtenus de la théorie décrivant une couche limite tout le long de la surface mouillée de la paroi. Ainsi, le coefficient de friction prend la forme suivante [13] :

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{\tau_w}{q} \quad (2.1.26)$$

où τ_w est la force de cisaillement qui agit sur la surface mouillée et $q = 1/2 \rho U^2$ est la pression dynamique de l'écoulement juste à l'extérieur de la couche limite. Dans le cas d'un écoulement laminaire 2D, le coefficient de friction peut être représenté à partir d'une relation empirique et devient [13] :

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{\text{Re}_x} \left(\frac{T'_L}{T} \right)^{0.12}} \quad (2.1.27)$$

où Re_x est le nombre de Reynolds ($\text{Re}_x = \rho u x / \mu$) qui est fonction de la position x à partir du début de la couche limite utilisant les propriétés juste à l'extérieur de la couche limite, T'_L est la température laminaire de référence et T est la température juste à l'extérieur de la couche limite. La définition de la température laminaire de référence provient d'une autre corrélation empirique, soit [13] :

$$\frac{T'_L}{T} = 1 + 0.032 \text{Ma}^2 + 0.58 \left(\frac{T_{Lw}}{T} - 1 \right) \quad (2.1.28)$$

où Ma est le nombre de Mach juste à l'extérieur de la couche limite et T_{Lw} est la température laminaire au mur. Dans le cas d'un écoulement turbulent 2D, le coefficient de friction devient [13] :

$$c_f = \frac{0.0592}{\sqrt[5]{\text{Re}_x} \left(\frac{T'_L}{T} \right)^{0.648}} \quad (2.1.29)$$

où T'_T est la température turbulente de référence. La définition de la température turbulente de référence provient elle aussi d'une corrélation empirique, soit [13] :

$$\frac{T'_T}{T} = 1 + 0.035 \text{Ma}^2 + 0.45 \left(\frac{T_{T_w}}{T} - 1 \right) \quad (2.1.30)$$

où T_{T_w} est la température turbulente au mur. La transition entre le régime laminaire et transitoire est prédite à partir d'une relation semi-empirique pour un nombre de Reynolds basé sur la position de transition (X_{tr}) mesuré à partir du début de la couche limite [13] :

$$\log_{10}(\text{Re}_{X_{tr}}) = 6.421 e^{(1.20910^{-4} \cdot \text{Ma}^{2.641})} \quad (2.1.31)$$

Ainsi, la force visqueuse (F_v) sur la paroi devient l'intégration de la force de cisaillement sur la surface totale (S) [13] :

$$F_v = F_{v,L} + F_{v,T} = \int_S \tau_w dS = \int_S q c_f dS \quad (2.1.32)$$

où $F_{v,L}$ est la force visqueuse laminaire et $F_{v,T}$ est la force visqueuse turbulente. Dans le cas d'un écoulement 3D avec une largeur fixe de L_y , l'équation 2.1.32 devient pour le cas laminaire et turbulent :

$$F_{v,L} = q L_y \int_x c_f dx = q L_y \int_x \frac{0.664}{\sqrt{\text{Re}_x} \left(\frac{T'_T}{T} \right)^{0.12}} dx = \left[\frac{2 \cdot 0.664 q L_y}{\left(\frac{T'_T}{T} \right)^{0.12}} \sqrt{\text{Re}_x} \left[\frac{\mu}{\rho u} \right] \right]_{X_1}^{X_2} \quad (2.1.33)$$

$$F_{v,T} = q L_y \int_x c_f dx = q L_y \int_x \frac{0.0592}{\sqrt[5]{\text{Re}_x} \left(\frac{T'_T}{T} \right)^{0.648}} dx = \left[\frac{5/4 \cdot 0.0592 q L_y}{\left(\frac{T'_T}{T} \right)^{0.648}} (\text{Re}_x)^{4/5} \left[\frac{\mu}{\rho u} \right] \right]_{X_2}^{X_3} \quad (2.1.34)$$

où $X_1 < X_{tr}$, $X_2 = X_{tr}$ et $X_3 > X_{tr}$. Ainsi, X_1 et X_3 sont les positions initiales et finales respectivement sur la paroi. Ainsi, selon la valeur de X_{tr} de l'équation 2.1.31, l'écoulement près de la paroi peut être inclusivement laminaire ($X_3 < X_{tr}$) ou turbulent ($X_{tr} < X_1$) ou bien les deux ($X_1 < X_{tr} < X_3$).

2.1.7 – Mélange entre deux fluides

Dans un écoulement supersonique, la rencontre entre deux fluides peut produire une multitude de phénomènes complexes (ondes de choc, onde d'expansion, une ligne de glissement, etc.), ce qui peut rendre extrêmement difficile sa modélisation. Pour simplifier ce problème et du même coup obtenir une relation générale simple d'un mélange homogène entre deux fluides, le système d'équations présenté néglige tous ces phénomènes et ainsi, les trois lois fondamentales de la mécanique des fluides pour le mélange entre deux fluides (indices 1 et 2) deviennent pour le mélange final (indice 3) :

Conservation de la masse :

$$m_3 = m_1 + m_2 \quad (2.1.35)$$

$$m_3 = \rho_3 A_3 U_3 \quad (2.1.36)$$

Conservation de la quantité de mouvement:

$$A_3 p_3 + m_3 U_3 = (A_1 p_1 + m_1 U_1 \cos(\theta_1)) + (A_2 p_2 + m_2 U_2 \cos(\theta_2)) \quad (2.1.37)$$

Conservation de l'énergie :

$$E = m_3 H_{t3} = m_1 \left(h_1(T_1) + \frac{U_1^2}{2} \right) + m_2 \left(h_2(T_2) + \frac{U_2^2}{2} \right) \quad (2.1.38)$$

$$H_{t3} = \left(h_3(T_3) + \frac{U_3^2}{2} \right) \quad (2.1.39)$$

De plus, en supposant que les deux fluides et le mélange final sont des gaz parfaits, l'équation des gaz parfaits permet la résolution du système d'équations présenté. Ainsi, l'équation d'état pour le mélange final devient pour un gaz parfait :

$$p_3 = \rho_3 R_3 T_3 \quad (2.1.40)$$

De la sorte, la résolution de ce système d'équations requiert la connaissance de toutes les propriétés des deux fluides (indices 1 et 2) et d'au moins une des propriétés du mélange finale (indice 3), soit A_3, p_3, T_3, ρ_3 ou U_3 . Par une méthode de résolution semblable à celle employée par Mayer [51], le système d'équations peut se résoudre de cinq façons différentes, soit en imposant l'aire de sortie, ou la pression, ou la température, ou la densité, ou la vitesse du mélange finale. Les sous-sections suivantes présentent deux des cinq méthodes possibles pour résoudre le système d'équations précédent, soit à section déterminée (A_3) et à pression déterminée (p_3). Il est à noter que seulement les deux méthodes présentées seront employées dans cette étude.

2.1.7.1 - Mélange dans une section constante ou déterminée

La résolution du système d'équations (2.1.35 à 2.1.40) par l'emploi d'une section constante ou déterminée se fait en cinq étapes :

1. Initialisation de l'aire de la section de sortie (A_3) :

$$A_3 = \begin{cases} A_3 & \rightarrow \text{Section Déterminée} \\ A_1 + A_2 & \rightarrow \text{Section Constante} \end{cases} \quad (2.1.41a)$$

2. Détermination du débit massique (m_3) :

$$m_3 = m_1 + m_2 \quad (2.1.41b)$$

3. Détermination de l'enthalpie totale (H_3) :

$$H_{t3} = \frac{m_1 \left(h_1(T_1) + \frac{U_1^2}{2} \right) + m_2 \left(h_2(T_2) + \frac{U_2^2}{2} \right)}{m_3} \quad (2.1.41c)$$

4. Détermination de la constante du gaz (R_3) en fonction de la moyenne massique des constantes de chaque gaz des deux autres fluides:

$$R_3 = \frac{m_1 R_1 + m_2 R_2}{m_3} \quad (2.1.41d)$$

5. Utilisation d'un processus itératif sur la température (T_3) pour permettre la convergence sur le débit massique (m_3) du mélange:

I. Initialisation de la température (T_3)

II. Détermination de la vitesse du mélange (U_3) :

$$U_3 = \sqrt{2(H_{t3} - h_3(T_3))} \quad (2.1.41e)$$

III. Détermination de la pression (p_3) :

$$p_3 = \frac{(A_1 p_1 + m_1 U_1 \cos(\theta_1)) + (A_2 p_2 + m_2 U_2 \cos(\theta_2)) - m_3 U_3}{A_3} \quad (2.1.41f)$$

IV. Détermination de la densité (ρ_3) :

$$\rho_3 = \frac{p_3}{R_3 T_3} \quad (2.1.41g)$$

V. Détermination du débit massique de l'itération (m_3^*) :

$$m_3^* = \rho_3 A_3 U_3 \quad (2.1.41h)$$

VI. Si $m_3^* \neq m_3$, poser une nouvelle température T_3 et refaire une autre itération.

Si $m_3^* = m_3$, la convergence de l'optimisation est atteinte et fin du processus itératif.

2.1.7.2 - Mélange à pression constante ou déterminée

La résolution du système d'équations (2.1.35 à 2.1.40) par l'emploi d'une pression constante ou déterminée se fait en cinq étapes :

1. Initialisation de la pression du mélange (p_3):

$$p_3 = \begin{cases} p_3 & \rightarrow \text{Pression déterminée} \\ p_1 = p_2 & \rightarrow \text{Pression constante} \end{cases} \quad (2.1.42a)$$

2. Détermination du débit massique du mélange (m_3) :

$$m_3 = m_1 + m_2 \quad (2.1.42b)$$

3. Détermination de l'enthalpie totale (H_3):

$$H_{i3} = \frac{m_1 \left(h_1(T_1) + \frac{U_1^2}{2} \right) + m_2 \left(h_2(T_2) + \frac{U_2^2}{2} \right)}{m_3} \quad (2.1.42c)$$

4. Déterminer la constante du gaz en fonction de la moyenne massique des constantes de chaque gaz des deux fluides:

$$R_3 = \frac{m_1 R_1 + m_2 R_2}{m_3} \quad (2.1.42d)$$

5. Utilisation d'un processus itératif sur la température (T_3) pour permettre une convergence sur le débit massique (m_3) du mélange :

I. Initialisation de la température (T_3)

II. Détermination de la vitesse du mélange (U_3) :

$$U_3 = \sqrt{2(H_{i3} - h_3(T_3))} \quad (2.1.42e)$$

III. Détermination de la section de sortie (A_3) :

$$A_3 = \frac{(A_1 p_1 + m_1 U_1 \cos(\theta_1)) + (A_2 p_2 + m_2 U_2 \cos(\theta_2)) - m_3 U_3}{p_3} \quad (2.1.42f)$$

IV. Détermination de la densité (ρ_3):

$$\rho_3 = \frac{p_3}{R_3 T_3} \quad (2.1.42g)$$

V. Détermination du débit massique par itération (m_3^*) :

$$m_3^* = \rho_3 A_3 U_3 \quad (2.1.42h)$$

VI. Si $m_3^* \neq m_3$, poser une nouvelle température T_3 et refaire une autre itération.

Si $m_3^* = m_3$, la convergence de l'optimisation est atteinte et fin du processus itératif.

2.2 – Revue du processus de mixage Air/Carburant

Cette section présente le modèle analytique et semi-empirique du rendement de mixage air/carburant dans un écoulement compressible supersonique avec ou sans la présence d'onde de choc. Ce modèle est générique avec une dépendance à la condition de vol, au type d'injection du carburant, à la géométrie (l'entrée d'air, chambre de combustion) et à la présence des ondes de choc obliques.

Il existe une multitude de paramètres de performance qui peuvent être utilisés pour caractériser le rendement de mixage. Cependant, dans le cadre de cette étude, un seul de ces paramètres permet une implantation simple et une comparaison convenable entre un modèle analytique et les données expérimentales et/ou numériques. Ce paramètre, le rendement de mixage basé sur le carburant ($\eta_m = \eta_{m_f}$), est défini comme le ratio du débit massique du carburant qui est déjà mixé au niveau moléculaire (m_f^m) sur le débit massique total du carburant (m_f) :

$$\eta_{m_f} = \frac{m_f^m}{m_f} \quad (2.2.1)$$

Cette forme est très utile pour caractériser la quantité de carburant mélangée dans la chambre de combustion. Par contre, cette définition est beaucoup moins fréquente dans le milieu des simulations numériques, où l'on préfère le rendement de mixage basé sur l'air ou l'oxygène [7,8,9,23]. Ainsi, pour permettre la calibration de ce futur modèle à l'aide de la MFN, le rendement de mixage sera plutôt basé sur l'oxygène ($\eta_{m_{O_2}}$) au lieu du carburant.

Ainsi, en supposant que la fraction du carburant déjà mixé au niveau moléculaire s'est faite uniquement avec une fraction de l'oxygène présente dans l'air et ce dans une proportion stœchiométrique du mélange air-carburant [qu'une fraction de l'oxygène dans l'air s'est également mixé au niveau moléculaire, à la fraction du carburant en une réaction stœchiométrique air-carburant], l'équation 2.2.1 se simplifie donc :

$$\eta_{m_f} = \frac{m_f^m}{m_f} = \frac{f_{st} m_A^m}{f m_A} = \frac{m_A^m}{\phi m_A} = \frac{1}{\phi} \left[\frac{4.32 \cdot m_{O_2}^m}{4.32 \cdot m_{O_2}} \right] = \frac{\eta_{m_{O_2}}}{\phi} \quad (2.2.2)$$

où f est le ratio des débits massiques du carburant et de l'air ($f = m_f/m_A$), f_{st} est le ratio stœchiométrique de la réaction entre le carburant et l'air ($f_{st} = m_f^m/m_A^m$), ϕ est le rapport d'équivalence ($\phi = f/f_{st}$) et le nombre « 4.32 » est le rapport entre le débit massique de l'air sur le débit massique de sa composition en oxygène pour de l'air standardisé ($m_A/m_{O_2} = 4.32$ ou $m_A^R/m_{O_2}^R = 4.32$). Ainsi, l'équation 2.2.2 permet d'observer que seul le rapport d'équivalence permet la conversion entre les deux bases. De la sorte, au chapitre 4, le modèle de mixage sera calibré et validé par le rendement de mixage basé sur l'oxygène et il sera basé, dans cette étude, sur le carburant par l'intermédiaire de l'équation 2.2.2.

Le rendement de mixage basé sur l'oxygène se définit par le ratio du débit massique de l'oxygène qui pourrait réagir si le mélange est allumé à la position d'intérêt X ($m_{O_2}^m(x)$) sur le débit massique total d'oxygène de l'entrée d'air, (m_{O_2}). Ce débit massique d'oxygène réactif peut aussi s'exprimer par l'intégration du débit massique d'oxygène sur le profil de la fraction massique d'oxygène réactif ($\chi_{O_2}^m$) dans un plan X perpendiculaire à la direction de l'écoulement, soit [7,8,9,23] :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) = \frac{m_{O_2}^m(x)}{m_{O_2}} = \frac{\int \chi_{O_2}^m dm}{m_{O_2}} \quad (2.2.3a)$$

où :

$$\chi_{O_2}^m = \begin{cases} \chi_{O_2} & \text{si } \phi \geq 1 \\ \chi_f/f_{st} & \text{si } \phi < 1 \end{cases} \quad (2.2.3b)$$

Toutefois, la définition précédente (2.2.3) est une formulation largement utilisée dans le domaine de la MFN et non dans le cas d'un modèle analytique. Donc, le modèle analytique de mixage sera reformulé à partir de la théorie fondamentale des couches de mélange. À ce point, il est important de prendre note que dans le contexte des réactions chimiques et de la combustion, seul le mixage air/carburant à l'échelle moléculaire peut contribuer à la formation des produits de combustion et de leurs chaleurs dégagées. Donc, les sections suivantes proposent une multitude de simplifications considérée acceptable pour caractériser les principaux phénomènes du mixage moléculaire air/carburant et ainsi obtenir une formulation analytique 1D du rendement de mixage basé sur l'oxygène.

Tout d'abord, les principaux phénomènes qui réagissent ou favorisent le rendement de mixage moléculaire sont :

- La turbulence qui peut augmenter le mixage moléculaire
- Les ondes de choc obliques qui peuvent augmenter le mixage moléculaire
- Les vortex axiaux générés qui peuvent augmenter le mixage moléculaire

Ces trois phénomènes, à première vue indépendants, sont dépendants les uns des autres par des liens plus ou moins complexes. Par conséquent, dans l'optique de généraliser et de simplifier la modélisation, le modèle de rendement de mixage analytique sera basé sur la configuration d'un jet de carburant libre dans l'air et non sur une rampe d'injection. Cette simplification a pour but de réduire la dépendance du modèle aux vortex axiaux générés par le type d'injecteur et par la géométrie de la rampe d'injection. De la sorte, le mixage moléculaire sera simplifié et modélisé en dérivant la croissance du rendement de mixage à partir de la théorie de la turbulence entre deux couches de fluide parallèles, tout en assurant son interaction à travers une onde de choc oblique et en calibrant des constantes du modèle analytique pour tenir compte, en particulier, des vortex axiaux générés.

2.2.1 – Dérivation de la croissance du rendement de mixage

La couche de mixage turbulente d'un écoulement supersonique est reconnue pour être autosemblable [26]. Le terme autosemblable, appliqué à notre cas, se définit par la similitude des détails des structures internes et des profils des propriétés perpendiculaires à la direction de l'écoulement (profil en Y). En plus, ces similarités s'observent tout au long de l'interface entre les deux fluides et ainsi, le profil de vitesse dans la couche de mixage peut être considéré comme autosemblable, comme le démontre la figure 2-11 :

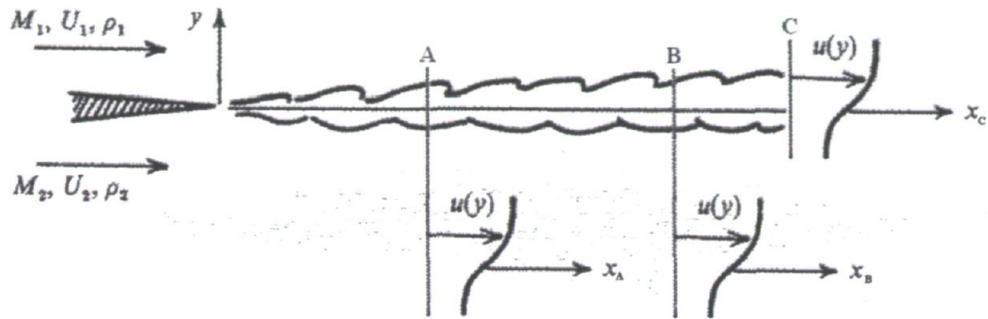


Figure 2-11 : Schéma de la couche de mélange turbulente d'un écoulement supersonique [28]

Wilcox [30] représente la caractéristique de similarité par une équation qui normalise le profil en Y par l'amplitude de la couche de mélange $\delta_m(x)$:

$$U(x, y) = u_o(x)F(y / \delta_m(x)) \quad (2.2.4)$$

L'équation 2.2.4 démontre bien que deux profils de vitesse, mesurés à deux positions différentes, ont la même forme quand ils sont représentés par $U(x, y)/u_o(x)$ en fonction de la variable de similarité $y/\delta_m(x)$. De plus, le profil vitesse autosemblable induit inévitablement des profils de densité et de fraction massique de l'oxygène réagie autosemblables. Ces profils induits deviennent ainsi confinés dans une enveloppe à l'intérieur de la couche de mélange, comme le démontre la figure suivante :

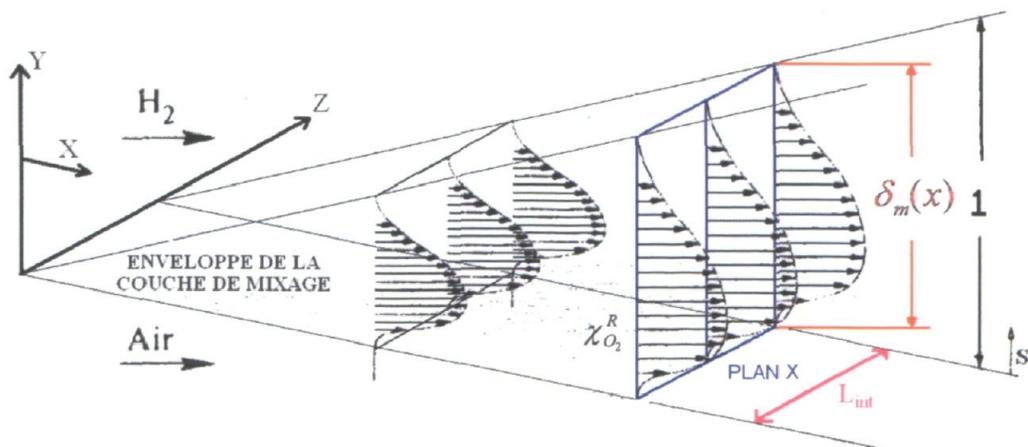


Figure 2-12 : Schéma de la couche de mélange moléculaire turbulente avec la fraction massique d'oxygène réagie, $\chi_{O_2}^m$ [7]

La figure 2-12 propose un système de coordonnées X - S - Z au lieu du conventionnel X - Y - Z et représente deux plans de profil autosemblables des fractions massiques de l'oxygène. Sur cette figure, l'axe des X représente la direction de l'écoulement composé des deux fluides, l'axe S représente l'amplitude de l'enveloppe de la couche de mixage non dimensionnel par rapport à l'amplitude de la couche de mixage $\delta_m(x)$ et l'axe de Z représente la largeur de l'interface entre les deux fluides. En plus, pour n'importe quelle position en X , les coordonnées $S=0$ et $S=1$ représentent les limites de l'enveloppe de la couche de mixage. Comme expliqué préalablement, la fraction massique de l'oxygène réagie est dite autosemblable, car elle est, sans aucun doute une fonction des fractions massiques de l'oxygène et/ou du carburant et comme les profils des fractions massiques de l'oxygène et du carburant sont autosemblables, nous pouvons conclure que les fractions massiques de l'oxygène et du carburant réagies sont elles aussi autosemblables. À partir de ce point, Parent [7] propose une dérivation sommaire de la croissance du rendement de mixage. Cependant, cette étude vise une forme plus globale et complète. Ainsi, à partir de la définition de l'équation 2.2.3, le rendement de mixage basé sur l'oxygène, dans son nouveau système de coordonnées (X - S - Z) se fait par l'intermédiaire de plusieurs transformations. D'abord, l'intégration du débit massique d'oxygène devient selon l'équation de continuité :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) = \frac{\int \chi_{O_2}^m dm_{O_2}}{m_{O_2}} = \frac{\int \chi_{O_2}^m d(\rho_{O_2} A_{O_2} U_{O_2})}{m_{O_2}} \quad (2.2.4a)$$

Comme l'intégration se fait sur la section A_{O_2} pour une position X fixée, l'équation 2.2.4a devient :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) = \frac{\int \chi_{O_2}^m d(\rho_{O_2} A_{O_2} U_{O_2})}{m_{O_2}} = \frac{\left[\int \int \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} dz dy \right]_x}{m_{O_2}} \quad (2.2.4b)$$

Avec la supposition que nous sommes à la recherche d'un modèle analytique 1D et pour simplifier le problème, la largeur de l'interface L_{int} entre les deux fluides peut être

considérée constante et indépendante du plan XY (voir figure 2-12). Ainsi, l'équation 2.2.4b, où l'intégration sur Z égale la largeur de l'interface $\left(L_{Int} \approx \int_z dz\right)$, devient :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) = \frac{\left[\int_y \int_z \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} dz dy \right]_x}{m_{O_2}} \approx \frac{L_{Int} \left[\int_{y_1}^{y_2} \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} dy \right]_x}{m_{O_2}} \quad (2.2.4c)$$

En plus, comme le profil des fractions massiques est autosemblable et confiné à l'intérieur de l'enveloppe de la couche de mixage, l'incrément dy de l'équation 2.2.4c pourra s'écrire dans son nouveau système de coordonnées :

$$dy|_x \approx \delta_m|_x ds \quad (2.2.4d)$$

où les bornes $y_1 = 0$ et $y_2 = \delta_m|_x$ deviennent, dans le système de coordonnée S , $s_1 = 0$ et $s_2 = 1$, et $\delta_m|_x$ représente l'amplitude de la couche de mixage moléculaire compressible à la position X et qui est indépendante du système de coordonnées S . L'équation 2.2.4c prend maintenant la forme suivante :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) \approx \frac{L_{Int} \left[\int_{y_1}^{y_2} \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} dy \right]_x}{m_{O_2}} \approx \frac{L_{Int} \left[\delta_m \int_0^1 \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} ds \right]_x}{m_{O_2}} \quad (2.2.4e)$$

Il est évident que lorsque la couche de mixage traverse une onde de choc, la densité de l'air et du carburant augmente. Ainsi, le terme de densité (ρ_{O_2}) de l'équation 2.2.4 ne sera apparemment pas constant tout le long de l'axe des X . Cependant, en normalisant la densité avec celle de l'air initial, l'équation 2.2.4e s'écrit :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) \approx \frac{L_{Int} \left[\delta_m \int_0^1 \chi_{O_2}^m \rho_{O_2} U_{O_2} ds \right]_x}{m_{O_2}} \approx \frac{L_{Int} \rho_A \left[\delta_m \int_0^1 \chi_{O_2}^m \frac{\rho_{O_2}}{\rho_A} U_{O_2} ds \right]_x}{m_{O_2}} \quad (2.2.4f)$$

Par la même méthodologie utilisée par Parent [7] et dans un but de simplifier l'équation 2.2.4f, nous pouvons présumer a priori que les vitesses de l'écoulement d'air et d'hydrogène à l'intérieur de la couche limite ne sont pas altérées par un processus de

compression. Cette hypothèse est une bonne approximation qui provient en partie du fait que la région de cisaillement dans la couche est potentiellement dominée par des instabilités subsoniques [28]. Ces instabilités prennent place dans la zone subsonique à l'interface des deux fluides, comme le démontre la figure 2-13 qui présente la distribution de la vitesse du fluide et de la vitesse du son représentée dans un plan de référence stationnaire et convectif.

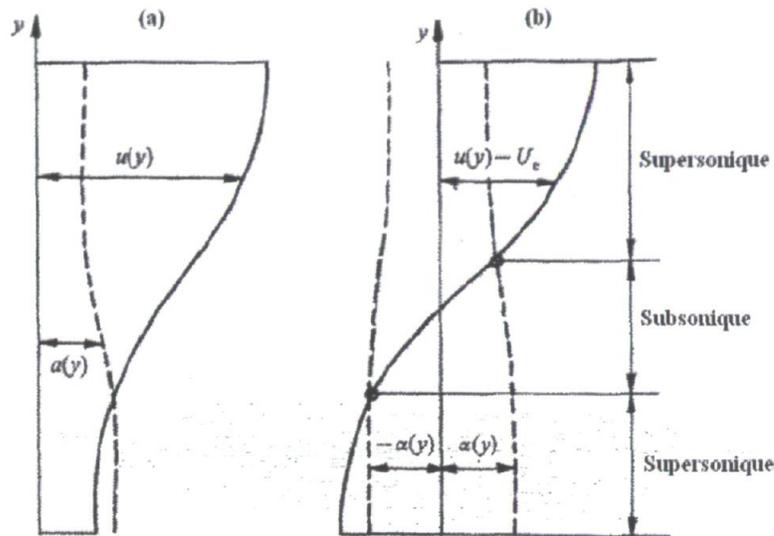


Figure 2-13: Profil de vitesse du fluide et de la vitesse du son.
 (a) Plan de référence stationnaire; (b) Plan de référence convectif,
 avec la caractérisation de la perturbation [28]

Ces instabilités proviennent de la région subsonique qui est située près du centre de la couche de mixage, dont la vitesse locale, relative à la vitesse convective, est subsonique. Il est évident que cette sous-couche devrait décroître avec une augmentation du nombre de Mach convectif, mais elle ne disparaîtra jamais. Ainsi, la couche de cisaillement compressible est toujours ancrée dans la région subsonique et alors, la sous-couche subsonique est potentiellement dominée par les instabilités de types subsoniques qui sont significatives. De la sorte, dans un régime subsonique, nous pouvons estimer que l'influence du processus de compression est négligeable sur la vitesse de l'air et de l'hydrogène, contrairement dans le cas d'un régime supersonique. En second lieu, nous pouvons supposer que le ratio de densité, qui augmente à travers un processus de compression, est approximativement le même pour l'écoulement d'air (l'oxygène) et

d'hydrogène [7]. Cette hypothèse vise à proposer que l'air et le carburant subissent la même contrainte du point de vue du ratio des pressions à travers le processus de compression, soit :

$$\left. \frac{p_2}{p_1} \right|_A \approx \left. \frac{p_2}{p_1} \right|_f \quad (2.2.4g)$$

Déoulant de l'hypothèse que l'air et le carburant subissent la même contrainte, on peut supposer que l'écoulement principal subit approximativement la même contrainte puisqu'il est essentiellement constitué d'air. Cette supposition sera reprise à la section 2.2.2 et elle servira de base pour caractériser l'augmentation de mixage alors que l'écoulement subit une compression en traversant une onde de choc. Ainsi, en substituant le terme de pression par la loi des gaz parfaits et la relation de la vitesse du son, l'équation 2.2.4g devient :

$$\left. \frac{p_2}{p_1} \right|_A = \left. \frac{\rho_2 R_2 T_2}{\rho_1 R_1 T_1} \right|_A = \left. \frac{\rho_2 \left(\frac{a_2^2}{\kappa_2} \right)}{\rho_1 \left(\frac{a_1^2}{\kappa_1} \right)} \right|_A \approx \left. \frac{p_2}{p_1} \right|_f = \left. \frac{\rho_2 R_2 T_2}{\rho_1 R_1 T_1} \right|_f = \left. \frac{\rho_2 \left(\frac{a_2^2}{\kappa_2} \right)}{\rho_1 \left(\frac{a_1^2}{\kappa_1} \right)} \right|_f \quad (2.2.4h)$$

À partir de la proposition précédente que l'écoulement est potentiellement dominé par les instabilités de types subsoniques, nous pouvons présumer que les ratios $(a_2^2 / \kappa_2) / (a_1^2 / \kappa_1)$ pour l'air et le carburant sont approximativement égaux à 1 telle que présenté à la référence [7]. Ainsi, nous obtenons que les ratios de densités soient approximativement égaux, soit :

$$\left. \frac{\rho_2}{\rho_1} \right|_A \approx \left. \frac{\rho_2}{\rho_1} \right|_f \quad (2.2.4i)$$

De la sorte, en incluant les deux hypothèses précédentes en plus des profils autosemblables des vitesses, des densités et des fractions massiques de l'oxygène réagie, nous pouvons conclure que l'intégration dans l'équation 2.2.4f peut être considérée constante pour la couche de mixage à travers un processus de compression, soit :

$$\int_0^1 \chi_{O_2}^m \frac{\rho_{O_2}}{\rho_A} U_{O_2} ds \approx \text{constante} \quad (2.2.4j)$$

Parent [7] démontre par l'emploi de simulations numériques le bien-fondé de cette hypothèse basée sur les deux suppositions précédentes. Toujours encore dans le but de simplifier, le débit massique d'oxygène (m_{O_2}) est aussi proportionnel au débit massique d'air (m_A) :

$$m_A = 4.32 \cdot m_{O_2} \rightarrow m_{O_2} \sim m_A \quad (2.2.4k)$$

Comme le rendement de mixage basé sur l'oxygène, ainsi l'équation 2.2.4f peut s'écrire proportionnel à :

$$\eta_{m_{O_2}}(x) \sim \frac{L_{Int} \rho_A [\delta_m]_x}{m_A} \quad (2.2.5)$$

Il est intéressant d'observer que l'équation 2.2.5 ne dépend pas de la position X , par contre, δ_m a une valeur fixe pour chaque position X . Pour contrer ce problème, la forme dérivée de l'équation 2.2.5 permet la représentation de la croissance du rendement de mixage ($d\eta_{m_{O_2}}/dx$) en fonction de la croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente ($d\delta_m/dx$), soit :

$$\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \sim \left[\frac{L_{Int} \rho_A}{m_A} \right] \frac{d}{dx} \delta_m \quad (2.2.6)$$

Cette forme est très pratique, car la croissance de la couche de mixage est très bien documentée et en plus, la forme finale du rendement de mixage n'est qu'une simple équation linéaire à intégrer. Les sections suivantes proposent une méthodologie en deux temps soit : (A) la détermination du terme de croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente entre l'air et le carburant et (B) la détermination de la forme finale de l'équation du rendement de mixage basé sur l'oxygène et le carburant.

A) La croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente

Le mixage de deux fluides dans un écoulement turbulent peut améliorer considérablement les processus et les phénomènes internes. En plus, leurs espèces sont facilement transportées par la turbulence pour produire une distribution uniforme comparée à leurs états initiaux. Cependant, ce processus, souvent appelé mixage, ne tient pas compte du fait que les espèces transportées sont mixées sur une échelle moléculaire ou pas. Ainsi, cette étude différenciera la turbulence à l'échelle non moléculaire dans la couche de cisaillement turbulente et celle de l'échelle moléculaire dans la couche de mixage moléculaire turbulente. L'importance du mixage à l'échelle moléculaire est la clé du modèle. Elle permet de quantifier la portion du mélange air/carburant qui peut réagir à l'intérieur de la chambre de combustion et ultimement, à l'échelle moléculaire, le gaz mixé peut être considéré comme un gaz prémélangé.

Tout d'abord, la théorie suivante est sujette à quelques restrictions, car comme cette étude est limitée au mixage de la couche de cisaillement turbulente et formée entre deux écoulements 2D uniformes libres avec des vitesses et des densités différentes, elle nécessite un haut nombre de Reynolds, soit :

$$\text{Re} \equiv \frac{\delta \Delta U}{\nu} > 10^4 \quad (2.2.7)$$

où $\delta = \delta(x)$ est l'ampleur transversale locale de la région de la couche de cisaillement, $\Delta U = U_1 - U_2$ est la différence de vitesse entre les deux fluides à travers la couche de cisaillement, et ν est la viscosité cinématique. En plus, l'étude regarde exclusivement pour le mixage entre deux gaz et pour la plupart des gaz, les deux coefficients du nombre de Schmidt sont approximativement égaux. Ainsi, le nombre de Schmidt devient près de l'unité et peut être résumé par :

$$\text{Sc} \equiv \frac{\nu}{D} \approx 1 \quad (2.2.8)$$

où D est la diffusivité massique contribuant au mixage des espèces par diffusion. Le nombre de Schmidt (Sc) est un nombre sans dimension qui représente le rapport entre la quantité de mouvement et la diffusion, et ce rapport après simplification, nous donne le

rapport de la viscosité cinétique sur la diffusivité massique. Ainsi, dans notre cas, l'écoulement maintient en équilibre les forces visqueuses et de transfert de masse qui interviennent simultanément.

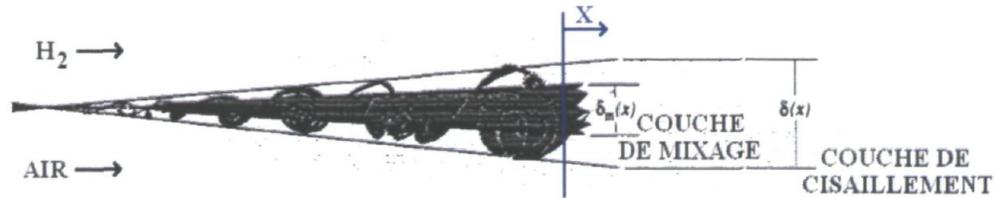


Figure 2-14 : Schéma de la croissance de l'épaisseur de la couche de cisaillement versus celle du mixage moléculaire turbulent [26]

À partir de ces restrictions, la croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente δ_m/x est représentée à la figure 2-14 et définie par l'équation suivante :

$$\frac{\delta_m}{x} = \frac{\delta}{x} \times \frac{\delta_m}{\delta} \quad (2.2.9)$$

où δ/x est la croissance de la couche de cisaillement et δ_m/δ est le ratio de mixage. Ainsi, dans le but de caractériser la valeur de la croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente, nous allons caractériser d'abord (A-I) la croissance de la couche de cisaillement et ensuite (A-II) le terme du ratio de mixage.

A-I) La croissance de la couche de cisaillement δ/x

À un haut nombre de Reynolds et pour un nombre de Schmidt unitaire, la croissance de la couche de cisaillement est un paramètre significatif à évaluer. Ce paramètre définit l'angle de l'enveloppe de la région turbulente de mixage qui confine le mixage moléculaire de l'écoulement. Par conséquent, la croissance de la couche de cisaillement δ/x représente l'amplitude normalisée de la région du fluide mixé dans la couche de cisaillement. La détermination d'une relation pour la croissance de la couche de cisaillement a recourt à la théorie des écoulements incompressibles (A-I-1) et compressibles (A-I-2) [29].

A-I-1) Écoulement incompressible

Dans un écoulement incompressible turbulent, la découverte de larges structures organisées et la réalisation du concept idéal d'un système de coordonnées se déplaçant avec les structures ont permis la description des feuilles tourbillonnaires à l'intérieur de la couche de cisaillement turbulente, comme le démontre la figure 2-15 suivante :

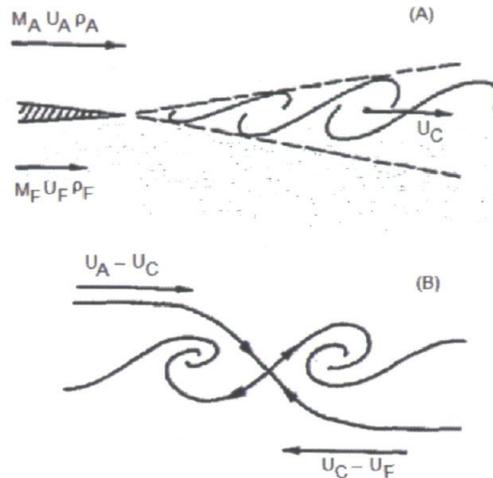


Figure 2- 15 : La couche de cisaillement turbulente avec (A) Structure stationnaire de référence et (B) Structure convective de référence avec le tracé des lignes de courant [28]

Cette figure schématise la vitesse de référence, la vitesse convective U_c , des tourbillons de la couche de cisaillement turbulente et d'un point d'arrêt entre une paire adjacente de structures tourbillonnaires. À partir de ce concept, la croissance de la couche de cisaillement devient simplement proportionnelle à la variation de vitesse $\Delta U = U_1 - U_2$ par rapport à la vitesse de référence U_c et de la sorte, se synthétise ainsi :

$$\frac{\delta}{x} \sim \frac{\Delta U}{U_c} = \frac{U_1 - U_2}{U_c} \quad (2.2.10)$$

où U_c est la vitesse convective des structures à grande échelle dans la couche de cisaillement et devient borné par :

$$U_2 < U_c < U_1 \quad (2.2.11)$$

La détermination de la vitesse convective U_c se fait à partir de la notion de condition d'arrêt et du bilan de masse. Ainsi, l'équation de continuité pour un écoulement incompressible avec une aire constante nous donne une vitesse égale, ce qui permet de simplifier le terme d'énergie cinétique dans l'équation de condition d'arrêt pour obtenir que les pressions totales soient essentiellement égales ($p_{o1} \approx p_{o2}$) ainsi que les pressions ($p_1 \approx p_2$), ce qui devient pour un écoulement incompressible l'équation de Bernoulli :

$$p_{o1} = p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 (U_1 - U_c)^2 \approx p_{o2} = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 (U_c - U_2)^2 \quad (2.2.12)$$

Ainsi,

$$\frac{U_1 - U_c}{U_c - U_2} \approx \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (2.2.13)$$

En plus, à travers plusieurs études expérimentales, il est démontré que δ/x de la couche de cisaillement est tributaire de quelques paramètres non dimensionnels en fonction des propriétés des deux fluides,

$$r \equiv \frac{U_2}{U_1} \quad s \equiv \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (2.2.14)$$

où r et s sont les ratios des vitesses et des densités initiales des fluides respectivement. Avec ces nombres non dimensionnels, l'équation 2.2.13 devient :

$$\frac{U_c}{U_1} \approx \frac{1 + r s^{1/2}}{1 + s^{1/2}} \quad (2.2.15)$$

Avec la substitution de 2.2.15 dans 2.2.10, l'équation de la croissance de la couche de cisaillement turbulente incompressible devient :

$$\frac{\delta}{x} \sim \frac{\Delta U}{U_c} = \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{1+r s^{1/2}} \quad (2.2.16)$$

Brown [27] a vérifié expérimentalement la relation 2.2.16 pour déterminer la dépendance de la croissance de la couche de cisaillement en fonction du ratio des vitesses r dans un écoulement incompressible avec un ratio des densités s égal à 1. Ainsi, il en est venu à la conclusion que :

$$\frac{\delta}{x}(r) \approx C_\delta \frac{1-r}{1+r} \quad (2.2.17)$$

où le coefficient C_δ est pris indépendamment des ratios des vitesses r et sa valeur est constante. Ensuite, la dépendance de la densité a aussi été évaluée par plusieurs expérimentations. La principale déduction est que la croissance de la couche limite devient asymétrique pour chaque fluide dont le ratio des densités est différent de 1. Pour évaluer cette observation, Dimotakis [26], basé sur des géométries fondamentales permettant de supposer la similitude des profils de vitesses, propose une expression empirique d'un point de vue temporelle et spatiale pour déterminer la dépendance de la croissance spatiale de la couche de cisaillement en fonction des ratios des vitesses et des densités dans un écoulement incompressible :

$$\frac{\delta}{x}(r,s) \approx C_\delta \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} \quad (2.2.18)$$

Le coefficient C_δ est pris indépendamment des ratios des vitesses r et des densités s . Ainsi, le facteur, qui multiplie les accolades, décrit le taux de croissance de la couche de cisaillement temporelle (celui développé à l'équation 2.2.16) et le facteur dans les accolades décrit le taux de croissance de la partie spatiale (développé empiriquement).

A-I-2) Écoulement compressible

Dans un écoulement compressible turbulent, la croissance de la couche de cisaillement peut être estimée similairement au résultat de l'écoulement incompressible turbulent du point de vue d'un écoulement supersonique isentropique. Donc, l'équation de continuité avec la condition d'arrêt donne une pression totale relativement constante ($p_{o1} \approx p_{o2}$) et une pression aussi relativement constante ($p_1 \approx p_2$), ce qui devient pour un écoulement compressible :

$$\frac{p_{o1}}{p_1} = \left[1 + \frac{\kappa_1 - 1}{2} \text{Ma}_{c1} \right]^{\frac{\kappa_1}{\kappa_1 - 1}} \approx \frac{p_{o2}}{p_2} = \left[1 + \frac{\kappa_2 - 1}{2} \text{Ma}_{c2} \right]^{\frac{\kappa_2}{\kappa_2 - 1}} \quad (2.2.19)$$

où les nombres de Mach convectifs sont :

$$\text{Ma}_{c1} = \frac{U_1 - U_c}{a_1} \quad \text{Ma}_{c2} = \frac{U_2 - U_c}{a_2} \quad \text{Ma}_c = \frac{U_1 - U_2}{a_1 + a_2} \quad (2.2.20)$$

où a_1 et a_2 sont la vitesse du son de chaque fluide. Ainsi, pour des valeurs de Ma_{c1} et Ma_{c2} qui ne sont pas très grandes et, κ_1 et κ_2 qui ne sont pas très différentes, l'équation 2.2.19 peut être simplifiée par :

$$\frac{\text{Ma}_{c1}}{\text{Ma}_{c2}} \approx \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \quad (2.2.21)$$

En plus, utilisant la loi des gaz parfaits avec la définition de la vitesse du son,

$$p_1 = \rho_1 R_1 T_1 = \frac{\rho_1 a_1^2}{\kappa_1} \approx p_2 = \rho_2 R_2 T_2 = \frac{\rho_2 a_2^2}{\kappa_2} \quad (2.2.22)$$

L'équation 2.2.21 devient :

$$\frac{\text{Ma}_{c1}}{\text{Ma}_{c2}} \approx \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \approx \frac{a_2}{a_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (2.2.23)$$

Ainsi, l'équation 2.2.23 avec la définition du nombre de Mach convectif (Ma_{c1}) et les nombres non dimensionnels (r, s), nous obtenons l'équation 2.2.24 qui devient exactement la même forme que pour un écoulement incompressible turbulent de l'équation 2.2.15 :

$$\frac{U_c}{U_1} \approx \frac{1 + r s^{1/2}}{1 + s^{1/2}} \quad (2.2.24)$$

Par raisonnement, nous constatons que la croissance de la couche de cisaillement turbulent compressible est exactement proportionnelle à celle d'un écoulement incompressible. En plus, les effets de compressibilité sont aussi très bien documentés et démontrent que la croissance de la couche de cisaillement d'un écoulement 2D compressible décroît en fonction d'une augmentation du nombre de Mach convectif de l'écoulement. Les travaux de Dimotakis [26] et de Papamoschou et Roshko [28] permettent d'observer que la croissance de la couche de cisaillement compressible, quand elle est normalisée par l'estimé de la

croissance de la couche de cisaillement incompressible aux mêmes ratios des vitesses et des densités, est très bien représentée en une seule fonction, celle de l'estimé isentropique du nombre de Mach convectif Ma_c , comme le démontre la figure 2-16 et l'équation 2.2.25 qui représente la courbe lissée des données expérimentales.

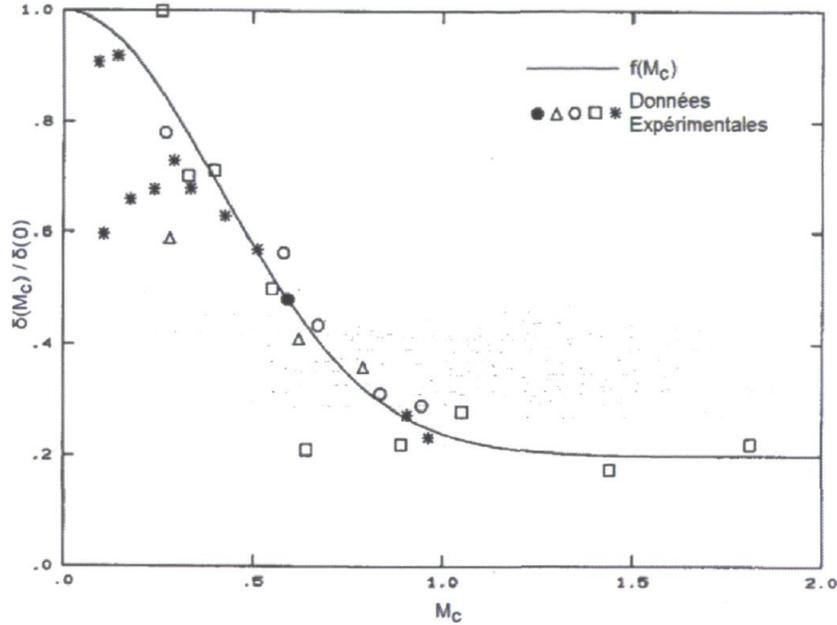


Figure 2-16 : Graphique du ratio de l'épaisseur de la couche de cisaillement compressible sur incompressible pour différentes conditions initiales de vitesse et de densité en fonction de Ma_c [26]

$$\frac{\frac{\delta}{x}[r, s; Ma_c]}{\frac{\delta}{x}[r, s; Ma_c \rightarrow 0]} \approx f(Ma_c) = 0.2 + 0.8 e^{-3(Ma_c)^2} \quad (2.2.25)$$

Cette relation est une estimation empirique de l'effet de la compressibilité, qui tend à une valeur asymptotique de 0.2 pour $Ma_c \rightarrow \infty$. En plus, la figure 2-16 suggère que le nombre de Mach convectif n'a pas besoin d'être très grand pour observer l'effet de la compressibilité du fluide, soit essentiellement pour $0 < Ma_c < 1$. Ainsi, l'équation 2.2.18 de la croissance de la couche de cisaillement en fonction des ratios des vitesses et des densités dans un écoulement incompressible devient pour un écoulement compressible:

$$\frac{\delta}{x}(r, s) \approx C_\delta \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} f(Ma_c) \quad (2.2.26)$$

A-II) Le ratio de mixage δ_m/δ

À un haut nombre de Reynolds, il est démontré expérimentalement qu'une fraction substantielle du fluide, à l'intérieur de la couche de cisaillement, est mélangée à l'échelle moléculaire. Ainsi, le terme du ratio de mixage représente la fraction de la couche de cisaillement qui a subi le mixage moléculaire. Pour ce faire, cette étude propose une brève description du ratio de mixage en fonction du ratio de densité (A-II-1), du nombre de Reynolds (A-II-2) et du nombre de Mach convectif (A-II-3). Cette description est principalement basée sur un sommaire de résultats expérimentaux.

A-II-1) Dépendance du ratio des densités

Dans le but d'observer la dépendance du ratio de densité sur le ratio de mixage, Dimotakis [26], à partir de données de gaz à basse température, a produit le graphique suivant (Figure 2-17) avec une légère correction sur les données pour prendre en compte la dilatation des gaz.

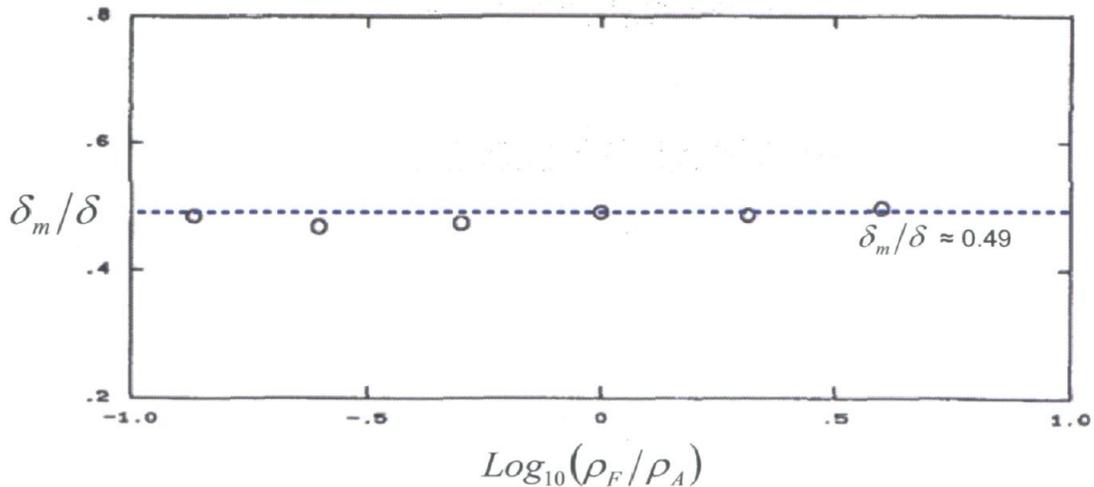


Figure 2-17 : Le ratio de mixage en fonction du log du ratio des densités [26]

Sur cette figure, il est significatif que le ratio de mixage trouvé soit essentiellement indépendant du ratio des densités, même si la composition du fluide mixé dépend fortement de ce ratio. Ainsi, nous pouvons conclure que la fraction de fluide mixé, en fonction du ratio des densités, demeure constante, soit :

$$\delta_m/\delta|_r \approx 0.49 \quad (2.2.27)$$

A-II-2) Dépendance du nombre de Reynolds

Dans le but d'observer la dépendance du nombre de Reynolds sur le ratio de mixage, Rossmann [29], à partir de données de gaz à basse température, a produit le graphique suivant :

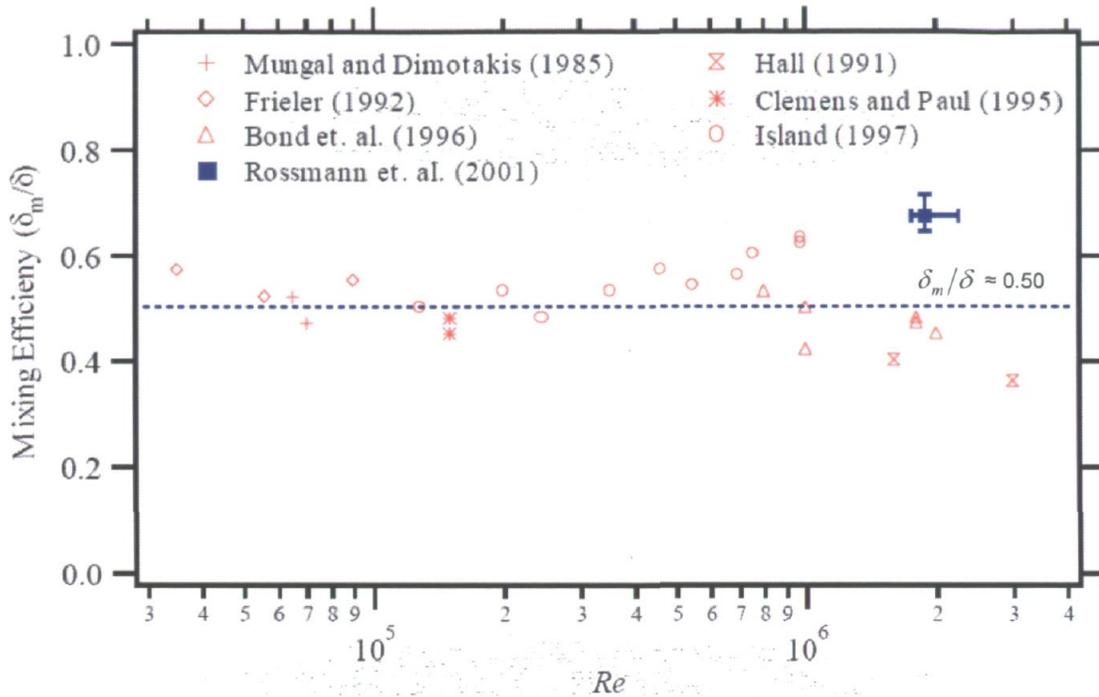


Figure 2-18 : Le ratio de mixage en fonction du nombre de Reynolds [29]

Sur cette figure, il est significatif que le ratio de mixage trouvé soit légèrement dépendant du nombre de Reynolds. La tendance de ces résultats serait une fonction légèrement linéaire décroissante. Ainsi, la fraction de fluide mixé à partir de ces données peut prendre la forme suivante :

$$\delta_m / \delta |_{Re} \approx C_1 + C_2 \times Re \quad (2.2.28)$$

où C_1 est la constante à l'axe des Y et C_2 est la pente de la fonction linéaire. Cette pente devient relativement négligeable, soit d'environ 20% du ratio de mixage entre un Re de 10^4 à 10^7 et l'équation 2.2.28 peut être résumé par une valeur constante,

$$\delta_m / \delta |_{Re} \approx 0.50 \quad (2.2.29)$$

A-II-3) Dépendance du nombre de Mach convectif

Dans le but d'observer la dépendance du nombre de Mach convectif sur le ratio de mixage, Rossmann [29], à partir de données de gaz à basse température, a produit le graphique suivant :

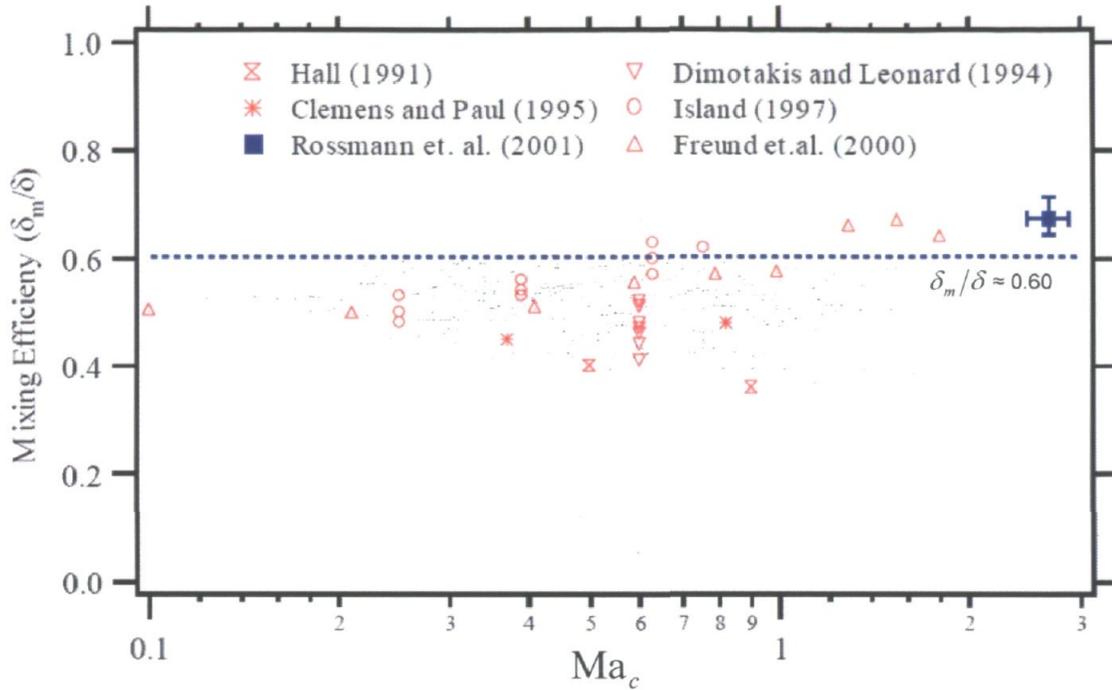


Figure 2-19 : Le ratio de mixage en fonction du nombre de Mach convectif [29]

Sur cette figure, il est significatif que le ratio de mixage trouvé soit légèrement dépendant du nombre de Mach convectif. La tendance de ces résultats serait une fonction légèrement linéaire croissante. Ainsi, la fraction de fluide mixé à partir de ces données peut prendre la forme :

$$\delta_m/\delta|_{Ma_c} \approx C_1 + C_2 \times Ma_c \quad (2.2.30)$$

où C_1 est la constante à l'axe des Y et C_2 est la pente de la fonction linéaire. Cette pente devient relativement négligeable, soit d'environ 20% du ratio de mixage entre un nombre de Mach convectif de 0.1 à 3.0 et l'équation 2.2.30 peut être représentée par une valeur constante,

$$\delta_m/\delta|_{Ma_c} \approx 0.60 \quad (2.2.31)$$

En conclusion, le ratio de mixage est relativement constant en fonction du ratio des densités, du nombre de Reynolds et du nombre de Mach convectif. De la sorte, la croissance de la couche de mixage peut être calculée proportionnelle à la croissance de la couche de cisaillement et ainsi l'équation 2.2.9 devient :

$$\frac{\delta_m}{x} \sim \frac{\delta}{x} \quad (2.2.32)$$

Sa forme finale de la croissance de la couche de mixage moléculaire turbulente compressible devient :

$$\frac{d}{dx} \delta_m \approx \frac{\delta_m}{x} (r, s) \sim \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} f(\text{Ma}_c) \quad (2.2.33)$$

Cette définition sera substituée dans l'équation 2.2.6.

B) L'équation du rendement de mixage

Après avoir déterminé la croissance de la couche de mixage, la forme finale de la croissance du rendement de mixage basé sur l'oxygène devient :

$$\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \sim \left[\frac{L_{int} \rho_A}{m_A} \right] \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} f(\text{Ma}_c) \quad (2.2.34a)$$

$$\text{où :} \quad \text{pour } U_A > U_f : \quad r \equiv \frac{U_f}{U_A} \quad s \equiv \frac{\rho_f}{\rho_A} \quad (2.2.34b)$$

$$\text{pour } U_f > U_A : \quad r \equiv \frac{U_A}{U_f} \quad s \equiv \frac{\rho_A}{\rho_f} \quad (2.2.34c)$$

L'équation 2.2.34 nécessite quelques modifications afin de pouvoir l'intégrer dans un modèle analytique. Tout d'abord, elle requiert une constante de proportionnalité (C_p) qui représente tous les paramètres constants de l'écoulement.

Avant la détermination de la constante de proportionnalité, l'équation 2.2.34 peut être modifiée pour la rendre fonction des vortex axiaux générés par le type de rampe d'injection (C_A), les propriétés de l'entrée d'air (ρ_A, m_A), les propriétés de l'injection

($\phi, f_{st}, m_f, L_{int}$), le rendement de l'injecteur (η_{inj}) et la constante de conversion des unités (C_C). Pour ce faire, le terme $\frac{L_{int}\rho_A}{m_A}$ de l'équation 2.2.34 subira quelques modifications.

D'abord, le débit massique de l'air m_A devient une fonction des propriétés de l'injecteur, soit :

$$\frac{L_{int}\rho_A}{m_A} = \frac{L_{int}\rho_A\phi f_{st}}{m_f} = \phi f_{st} \left[\frac{L_{int}}{A_f} \right] \left[\frac{\rho_A}{\rho_f U_f} \right] \quad (2.2.35)$$

Dans le cas d'un injecteur circulaire de diamètre D_{inj} , le ratio de la longueur de l'interface et l'aire de l'injecteur peut se simplifier par :

$$\frac{L_{int}}{A_f} = \frac{\pi D_{inj}}{\left[\frac{\pi D_{inj}^2}{4} \right]} = \frac{4}{D_{inj}} \quad (2.2.36)$$

Cette simplification est très utile pour caractériser l'injecteur avec un seul paramètre. Cependant, il serait préférable d'obtenir une formulation finale plus générale. Ainsi, en intégrant la modification apportée par l'équation 2.2.35 avec les nouvelles constantes C_C et C_A dans l'équation 2.2.34, elle devient :

$$\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} = C_C C_A \phi f_{st} \left[\frac{L_{int}}{A_f} \right] \left[\frac{\rho_A}{\rho_f U_f} \right] \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} f(\text{Ma}_c) \quad (2.2.40)$$

De plus en regroupant les constantes,

$$C_P = C_C C_A \phi f_{st} \quad (2.2.41)$$

L'équation 2.2.40 devient fonction des paramètres constants (C_P):

$$\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} = C_P \left[\frac{L_{int}}{A_f} \right] \left[\frac{\rho_A}{\rho_f U_f} \right] \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{(1+s^{1/2}r)} \left\{ 1 - \frac{(1-s^{1/2})/(1+s^{1/2})}{1+2.9(1+r)/(1-r)} \right\} f(\text{Ma}_c) \quad (2.2.42)$$

À partir des observations de Parent [7], nous avons posé l'hypothèse, dans l'équation 2.2.41, que le rendement de mixage basé sur l'oxygène (par l'intermédiaire de C_p) est proportionnel à la présence des vortex axiaux (C_A). En plus, dans le but de simplifier l'expression de C_p , la constante C_A est standardisée en fonction d'un cas simple (une injection libre) et les propriétés des rampes d'injection sont caractérisés à l'aide d'un rendement d'injection (η_{inj}). Ce rendement donnera en partie la contribution des vortex axiaux générés. Finalement en regroupant les constantes en la seule constante C_{STD} , C_p devient :

$$C_p = C_{STD} \eta_{inj} \phi f_{st} \quad (2.2.43)$$

Avec l'intégration de l'équation 2.2.42 et la définition de la constante de l'équation 2.2.43, la forme finale du modèle 1D analytique du rendement de mixage basée sur l'oxygène en fonction de X devient une simple fonction du premier ordre (linéaire), soit :

$$\eta_{m_{O_2}} = \left[\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \right] (X - X_i) + \eta_{m_{O_2} X_i} \quad (2.2.44)$$

où la forme générale complète basée sur le carburant, pour un écoulement de deux gaz compressible (air/carburant) 1D, devient :

$$\eta_{m_f} = \frac{\eta_{m_{O_2}}}{\phi} = \left[\left(\frac{1}{\phi} \right) \frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \right] (X - X_i) + \eta_{m_f X_i} \quad (2.2.45)$$

2.2.2 – L'interaction du mixage à travers une onde de choc

L'équation 2.2.44 ou 2.2.45 du rendement de mixage ne peut être utilisée pour prédire l'augmentation du rendement de mixage à travers une onde de choc. Cependant, Parent [7] propose une méthodologie qui fournit un paramètre pouvant s'ajouter à l'équation du rendement de mixage et permet la prédiction partielle de l'interaction bénéfique entre la couche limite de mixage et une onde de choc. Ainsi, la limitation de cette méthodologie provient en partie du fait que le cisaillement entre l'air et le carburant découlant de vortex axiaux générés par le passage de l'écoulement à travers l'onde de choc oblique, ne peut être évalué simplement par une équation. Néanmoins, si on peut prédire la tendance de la croissance du rendement de mixage, découlant de la génération des vortex axiaux, par les tendances des propriétés de l'écoulement, le résultat obtenu par l'équation 2.2.44 (le rendement basé sur l'oxygène) en le comparant aux cas de validation de la section 2.2.3 donnera un bon aperçu de la contribution des vortex axiaux par l'intermédiaire du rendement de l'injecteur (η_{inj}). En conséquence, cette section propose une méthodologie pour caractériser la variation de la croissance du rendement de mixage à travers une onde de choc oblique sans les effets de cisaillement à l'interface air carburant dus aux vortex axiaux.

Pour commencer, il est important de mentionner que l'équation 2.2.44 ou 2.2.45 n'est pas valide à travers un processus de compression et peut seulement être appliqué dans une région de l'écoulement, où il n'y a pas de discontinuité. Sans quoi, toutes les hypothèses faites pour obtenir l'équation 2.2.4 ne sont pas nécessairement valides. Cette explication devient claire lorsque l'écoulement observé est traversé par une discontinuité de pression causée par une onde de choc. Cependant, si nous évaluons chaque côté de l'onde de choc séparément comme deux écoulements distincts, les équations 2.2.4a à 2.2.4k deviennent, de cette façon, valides pour chacun des écoulements et le pont entre les deux devient simplement une condition de continuité (expliqué préalablement à la section 2.2.1).

De telle sorte que la méthodologie utilisée, pour évaluer le rendement de mixage à travers un processus de compression par onde de choc oblique, se définit en trois étapes :

- A) La détermination du rendement de mixage avant l'onde de choc
- B) La continuité des propriétés de l'écoulement à l'onde de choc
- C) La détermination du rendement de mixage après l'onde de choc

A) La détermination du rendement de mixage avant l'onde de choc

La détermination du rendement de mixage avant l'onde de choc se fait simplement par l'application du modèle de rendement de mixage (équation 2.2.44 ou 2.2.45) avec les propriétés de l'entrée d'air et celles de l'injection. Cependant, pour augmenter la précision du modèle, il est important de bien évaluer la position à laquelle le carburant rencontre l'onde de choc oblique (X_{choc}) (Figure 2-20).

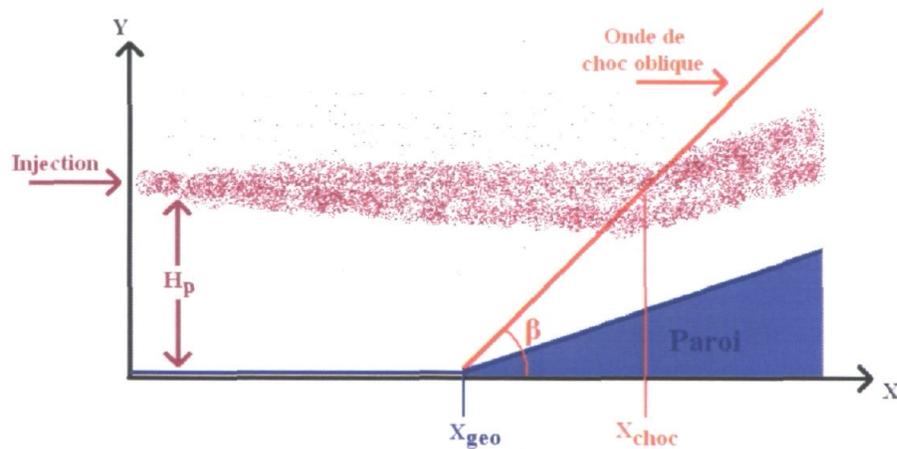


Figure 2-20 : Schéma de l'interaction entre l'injection de carburant et une onde de choc oblique

Pour ce faire, nous apportons une correction à la position initiale de l'onde de choc sur la géométrie (X_{geo}) en fonction de l'angle de l'onde de choc oblique (β). Cette correction étant un facteur relatif à la position de l'interaction moyenne entre le choc et le carburant (f_{choc}) et de la hauteur de pénétration ou de la hauteur de l'injecteur (H_p). Ainsi en accord avec la figure 2-20, la relation devient :

$$X_{choc} = X_{geo} + \frac{H_p}{\tan(\beta)} \times f_{choc} \quad (2.2.46)$$

L'angle de l'onde de choc oblique (β) est déterminé par l'angle de la paroi (δ) et par les relations des ondes de choc obliques de la section 2.1.3, en supposant seulement la compression de l'air. Cette approche néglige la présence du carburant dans l'écoulement, qui est plutôt fondé sur le fait que $m_A \gg m_f$. Ainsi, le rendement de mixage avant l'onde de choc ($\eta_{m_{O_2}}$) de l'équation 2.2.44 (par exemple), en supposant une injection à $X_0=0$ et un mixage initial à cette position de $\eta_{m_{O_2} X_0} = 0$, devient :

$$\left(\eta_{m_{O_2}}\right)_1 = \left[\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}}\right](X_{choc} - 0) + 0 = \left[\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}}\right](X_{choc}) \quad (2.2.47)$$

où $\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}}$ est évalué à partir des conditions initiales de l'entrée d'air et de l'injection.

B) La continuité des propriétés de l'écoulement à l'onde de choc

La continuité des propriétés de l'écoulement à l'onde de choc se fait en deux étapes, soit par le calcul séparé des propriétés de l'air et du carburant après l'onde de choc. Préalablement, le calcul des propriétés d'air après l'onde de choc utilise la même supposition précédente, qui néglige la présence du carburant dans l'écoulement. Ainsi, la compression de l'air est déterminée par l'angle de la paroi (δ) et par les relations des ondes de choc obliques de la section 2.1.3. En second lieu, le calcul des propriétés du carburant après l'onde de choc utilise un procédé totalement différent. Afin de respecter la continuité (expliqué préalablement), les propriétés du carburant après l'onde de choc sont évaluées par l'intermédiaire du même ratio de pression de l'air obtenu durant l'étape précédente. Comme l'écoulement est principalement constitué d'air, on peut considérer que le carburant gazeux subit approximativement la même variation de pression. Ainsi, la procédure consiste à évaluer les propriétés du carburant subissant le même ratio de pression que l'air à travers l'onde de choc. Pour ce faire, la relation suivante permet l'évaluation de l'angle de

déviaton du carburant (β_f) en fonction du ratio de pression de l'air $\left. \frac{p_2}{p_1} \right|_A$ et des propriétés initiales du carburant [24]:

$$\left. \frac{p_2}{p_1} \right|_A = \left. \frac{p_2}{p_1} \right|_f = 1 + \left(\frac{2\kappa_f}{\kappa_f + 1} \right) (\text{Ma}_f^2 \sin^2(\beta_f) - 1) \quad (2.2.48)$$

où β_f devient :

$$\beta_f = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{\kappa_f + 1}{2\kappa_f} \right) \left(\left. \frac{p_2}{p_1} \right|_A - 1 \right) + 1 \right]}{\text{Ma}_f^2}} \quad (2.2.49)$$

À partir de cet angle de déviation, les propriétés du carburant après l'onde de choc sont déterminées avec la théorie géométrique des ondes de choc obliques de la section 2.1.3. En plus, par la continuité de la masse avant et après l'onde de choc et en supposant toujours une injection circulaire, le diamètre de l'interface, bref le diamètre d'injecteur virtuel $(D_{inj})_2$ après l'onde de choc, devient :

$$m_f = (m_f)_2 = (\rho_f A_f U_f)_2 = \left(\rho_f \left[\frac{\pi D_{inj}^2}{4} \right] U_f \right)_2 \quad (2.2.50)$$

où l'indice 2 représente les propriétés obtenues après l'onde de choc et ainsi, $(D_{inj})_2$ devient :

$$(D_{inj})_2 = \left(\sqrt{\frac{4m_f}{\pi \rho_f U_f}} \right)_2 \quad (2.2.51)$$

Dans le cas général, l'équation 2.2.50 devient :

$$(A_f)_2 = \left(\frac{m_f}{\rho_f U_f} \right)_2 \quad (2.2.52)$$

Ainsi, ce paramètre permet d'observer la compression du jet après l'onde de choc le long de l'axe des Y ou dans un axe non dimensionnel le long de l'axe S qui joue un rôle important à l'interface entre l'air et le carburant.

C) La détermination du rendement de mixage après l'onde de choc

La détermination du rendement de mixage après l'onde de choc se fait simplement par l'application du modèle de rendement de mixage (équation 2.2.44 ou 2.2.45), mais cette fois-ci avec les propriétés calculées de l'air et du carburant de l'étape précédente (B). De cette façon, l'équation du rendement de mixage après l'onde de choc $(\eta_{m_{O_2}})_2$ en fonction de X et de l'équation 2.2.44, en supposant une interaction carburant choc à X_{choc} et un mixage initial à cette position de $\eta_{m_{O_2} X_{choc}} = (\eta_{m_{O_2}})_1$, devient :

$$(\eta_{m_{O_2}})_2 = \left[\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \right] (X - X_{choc}) + (\eta_{m_{O_2}})_1 \quad (2.2.52)$$

où $\frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}}$ est évaluée à partir des conditions après l'onde de choc et avec le diamètre ou l'aire d'interface, soit $(D_{inj})_2$ ou $(A_f)_2$.

2.3 – Processus de réaction

Cette section présente le modèle analytique et semi-empirique du rendement de réaction air/carburant dans un écoulement compressible supersonique en fonction d'un temps de résidence. Ce modèle est générique avec une dépendance au type de carburant, aux propriétés à la sortie de l'entrée d'air et à la longueur de la chambre de combustion.

Dans le cas de cette étude, le carburant considéré est un hydrocarbure principalement utilisé pour les différents types de propulseurs, soit le JP-10 sous forme gazeuse. Il existe une multitude d'études pour la caractérisation de la décomposition thermique (anglais : cracking), le temps d'allumage ou de la combustion du JP-10 [34,39,40,44-49]. Cependant, le modèle de réaction recherché doit être simple et prendre en considération le processus global de la combustion du carburant avec l'air en fonction des propriétés de l'entrée d'air et d'une chambre de combustion spécifique. Ainsi, le paramètre de performance du processus de réaction (η_{R_f}) sera défini, tout comme celui du mixage (section 2.2), par le ratio du débit massique du carburant qui peut allumer (m_f^R) sur le débit massique total du carburant mixé (m_f^m) :

$$\eta_{R_f} = \frac{m_f^R}{m_f^m} \quad (2.3.1)$$

Cette forme est très utile pour caractériser la quantité de carburant réagie dans la chambre de combustion. En plus, elle se combine très bien avec le rendement de mixage et permet rapidement de déterminer la quantité de carburant consommée dans la chambre de combustion. Ainsi, l'équation du rendement global de la chambre de combustion (η_C) devient :

$$\eta_C = \eta_{\phi_f} \eta_{R_f} \eta_{m_f} = \eta_{\phi_f} \frac{m_f^R}{m_f} \quad (2.3.2)$$

où le rendement η_{ϕ_f} est le rendement du rapport d'équivalence qui prend en considération les effets 3D de la réaction et de la combustion du carburant.

Pour simplifier la combustion entre le carburant et le comburant, la réaction chimique est représentée par un processus irréversible en une étape, qui prend place dans la couche de mélange turbulent moléculaire et devient [34] :



où ν_f et ν_{O_2} sont les coefficients stœchiométriques du carburant et de l'oxygène respectivement. Ainsi, la vitesse de réaction (ν_{REAC}) de l'équation (2.3.3) peut être exprimée en fonction de la concentration molaire du carburant [34] :

$$\nu_{REAC} = \rho^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{O_2}}{\bar{m}_f \bar{m}_{O_2}} \right] C_w e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (2.3.4)$$

où χ_f , \bar{m}_f , χ_{O_2} et \bar{m}_{O_2} représentent les fractions massiques et les poids moléculaires du carburant et de l'oxygène respectivement, où ρ et T sont la densité et la température de l'entrée d'air respectivement, où \bar{R} est la constante universelle des gaz et où C_w et E_a sont respectivement le facteur de fréquence et l'énergie d'activation; tous ces paramètres servent donc à caractériser le processus global cinétique chimique. Pour que cette réaction prenne place et que l'on soit capable d'évaluer le rendement de réaction, le temps d'allumage et le temps de résidence et le temps de réaction doivent être considérés pour des chambres à combustion supersonique. L'une des méthodes pour évaluer le temps d'allumage est de se baser sur le délai requis pour constater l'apparition d'un pique d'émissions de radicaux dans les produits de combustion. Alors, le temps d'allumage prend la forme [40] :

$$t_A = C_1^A p^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T}} \quad (2.3.5)$$

où p et T sont la pression en atmosphère et la température en kelvin de l'entrée d'air respectivement et C_1^A , C_2^A et C_3^A sont les constantes qui définissent ce pique d'émissions des radicaux spécifiques. Le temps de résidence est principalement défini par la durée que le mélange air/carburant se retrouve dans la chambre de combustion.

Ainsi, en négligeant la variation de la vitesse dans la chambre de combustion, le temps de résidence devient :

$$t_R = \frac{L_{MC}}{V} \quad (2.3.6)$$

où V est la vitesse à la sortie de l'entrée d'air et L_{MC} est la longueur de la chambre de combustion. Donc, le temps de réaction devient la différence entre le temps de résidence et d'allumage, soit :

$$t_{REACT} = \begin{cases} 0 & \text{si } t_{REACT} < 0 \\ t_R - t_A & \text{si } t_{REACT} \geq 0 \end{cases} \quad (2.3.7)$$

Ainsi, à partir du temps et de la vitesse de réaction, le rendement de réaction devient basé sur la concentration de carburant réagi par rapport à la concentration initiale:

$$\eta_{Rf} = \frac{m_f^R(x)}{m_f} = \begin{cases} \frac{v_{REACT} t_{REACT}}{c} & \text{si } \eta_{Rf} \leq 1 \\ 1 & \text{si } \eta_{Rf} > 1 \end{cases} \quad (2.3.8)$$

où $c = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}$ est la concentration molaire d'un mélange à partir de la loi des gaz parfaits en fonction des conditions de l'entrée d'air.

2.4 – Revue du processus de combustion

Cette section présente le processus de combustion utilisée pour obtenir les produits de combustion d'une réaction à l'équilibre et d'une réaction induite par une onde de détonation. Pour ce faire, cette étude utilise un logiciel développé par la NASA : CEA (Chemical Equilibrium and Application programs) [31,32]. Au cours des années, ce logiciel est devenu une référence en matière de calcul numérique réactif utilisant un algorithme de résolution basé sur la minimisation de l'énergie de Gibbs; il est grandement utilisé dans des applications de calcul de réaction à l'équilibre.

2.4.1 – Combustion à l'équilibre

La combustion à l'équilibre est habituellement obtenue par deux différentes formulations, soit par l'emploi de constantes d'équilibre ou bien par la minimisation de l'énergie libre de Gibbs. Cette section propose un sommaire du fondement de la méthodologie de la minimisation de l'énergie libre de Gibbs. Cette méthode a l'avantage de pouvoir traiter chaque espèce de façon indépendante les unes des autres et sans devoir spécifier toutes les réactions a priori, comme il est requis dans le cas des constantes d'équilibre.

Pour atteindre la condition d'équilibre, cette méthode converge sur la minimisation de Gibbs, qui est sans aucun doute la plus facile à converger du fait de sa dépendance sur la température et la pression pour caractériser son état thermodynamique. Ainsi, pour un mélange de N_e espèces, l'énergie de Gibbs par kilogramme de mélange g est donnée par :

$$g = \sum_{j=1}^{N_e} \mu_j n_j \quad (2.4.1)$$

où n_j est le nombre de kilogramme-moles de l'espèce j par kilogramme de mélange et le potentiel chimique par kilogramme-mol de l'espèce j est défini par :

$$\mu_j = \left(\frac{\partial g}{\partial n_j} \right)_{T,P,n_{i \neq j}} \quad (2.4.2)$$

La condition pour obtenir l'équilibre chimique est la minimisation de l'énergie libre. Cette minimisation est habituellement sujet a quelques contraintes, à titre d'exemple, la contrainte du bilan de masse :

$$\sum_{j=1}^{N_e} a_{ij} n_j - b_i^o = 0 \quad (i = 1, \dots,) \quad (2.4.3a)$$

$$b_i - b_i^o = 0 \quad (i = 1, \dots,) \quad (2.4.3b)$$

où les coefficients stœchiométriques a_{ij} sont le nombre de kilogramme-atomes de l'élément i par kilogramme-mol de l'espèce j , l'index est le nombre d'éléments chimiques, b_i^o est le nombre assigné de kilogramme-atomes de l'élément i par kilogramme de tous les réactants, et

$$b_i = \sum_{j=1}^{N_e} a_{ij} n_j \quad (i = 1, \dots,) \quad (2.4.4)$$

est le nombre de kilogramme-atomes de l'élément i par kilogramme de mixture. Ainsi, le bilan l'énergie de Gibbs par kilogramme G devient :

$$G = g + \sum_{i=1} \lambda_i (b_i - b_i^o) \quad (2.4.5)$$

où λ_i sont les multiplieurs Lagrangiens. De la sorte, la condition pour obtenir l'équilibre devient :

$$\delta G = \sum_{j=1}^{N_e} \left(\mu_j + \sum_{i=1} \lambda_i a_{ij} \right) \delta n_j + \sum_{i=1} (b_i - b_i^o) \delta \lambda_i = 0 \quad (2.4.6)$$

Comme le traitement des variables δn_j et $\delta \lambda_i$ est indépendant, l'équation précédente devient deux équations plus simples à minimiser :

$$\mu_j + \sum_{i=1} \lambda_i a_{ij} = 0 \quad (j = 1, \dots, N_e) \quad (2.4.7)$$

$$b_i - b_i^o = 0 \quad (i = 1, \dots,) \quad (2.4.8)$$

Ainsi, la minimisation de l'énergie de Gibbs consiste à tendre vers 0 le terme δG de l'équation 2.4.6 ou tout simplement sa forme abrégée des équations 2.4.7 et 2.4.8.

Cependant, cette méthode numérique est confrontée à un système d'équations non linéaires et nécessite une procédure itérative pour permettre sa convergence [31,32].

2.4.2 – Combustion par onde de détonation oblique CJ

La détonation se produit par le passage de l'écoulement d'air et du carburant à travers une onde de choc qui amène une augmentation de température et de pression pouvant induire un allumage spontané du mélange air-carburant si les proportions du mélange sont adéquates. Ainsi, on fait appel à la théorie développée par Chapman-Jouguet pour calculer les changements de propriétés et la réaction qui en découle. Une onde de détonation de type Chapman-Jouguet est reconnue pour produire la réaction la plus efficace. Les ondes de détonation (Figure 2-21) produisent des interactions complexes entre une onde de choc oblique et la détonation d'un mélange air/carburant. Ainsi, leur modélisation peut devenir rapidement difficile.

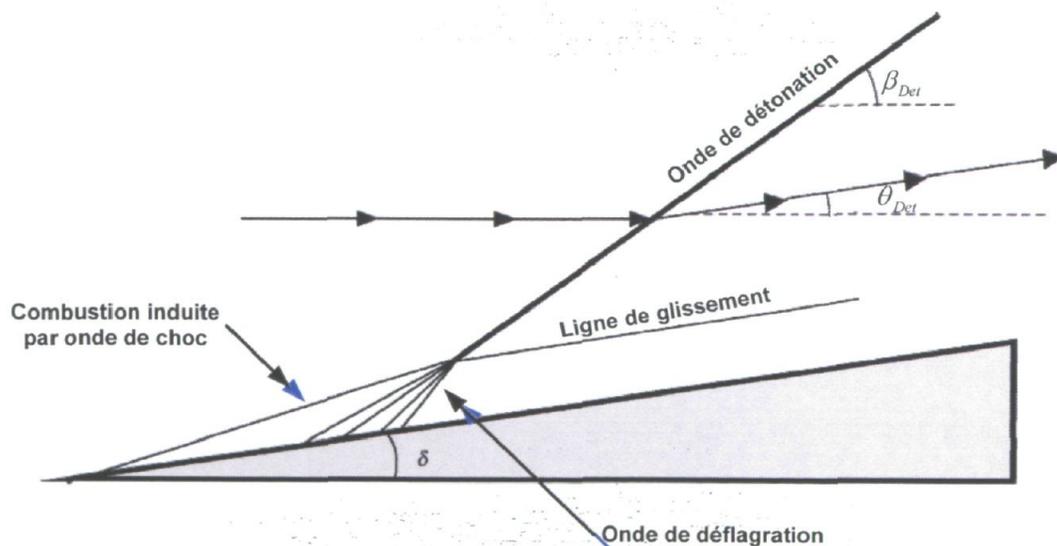


Figure 2-21 : Schématisation d'une onde de détonation oblique

Une bonne pratique, pour simplifier le problème, est de négliger l'onde de choc oblique, l'onde de déflagration et la ligne de glissement derrière le processus. Ainsi, cette section présente l'idéalisation du processus de combustion par onde de détonation de type CJ en

deux sections, soit la détermination des propriétés derrière une onde de détonation normale et les relations géométriques pour obtenir une onde de détonation oblique.

Premièrement, les propriétés derrière une onde de détonation normale sont déterminées en trois étapes, soit l'estimation initiale de la pression et de la température de détonation, l'amélioration de l'estimation par l'emploi d'une formule de récurrence et la détermination de la solution finale par l'intermédiaire d'une procédure itérative de type Newton-Raphson. Ces trois étapes sont décrites dans les références de CEA [31,32]. En plus, l'idéalisation d'une onde de détonation s'apparente légèrement à la théorie des ondes de choc, soit les équations 2.1.11 à 2.1.15 qui représentent la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie. Par contre, la théorie des ondes de détonation nécessite une contrainte supplémentaire, soit que la composante de vitesse normale après l'onde reste toujours égale à la vitesse du son des produits de combustion :

$$u_{2n} = a_2 \quad (2.4.9)$$

Ainsi, les trois équations de conservation se réduisent à deux et deviennent :

$$\frac{p_1}{p_2} = 1 - \kappa \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \quad (2.4.10)$$

$$H_2 = H_1 + \frac{R\kappa T_2}{2\text{Ma}_2} \left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (2.4.11)$$

Après la réalisation de la procédure numérique en trois étapes citée plus haut, la solution nous renseigne sur les propriétés de la détonation, comme la vitesse de propagation de la détonation D_{cs} et sur la vitesse du son $C_{cs} \equiv a_2$ des produits de combustion.

Deuxièmement, les relations géométriques, pour obtenir une onde de détonation oblique, sont obtenues de façon similaire à une onde de choc oblique.

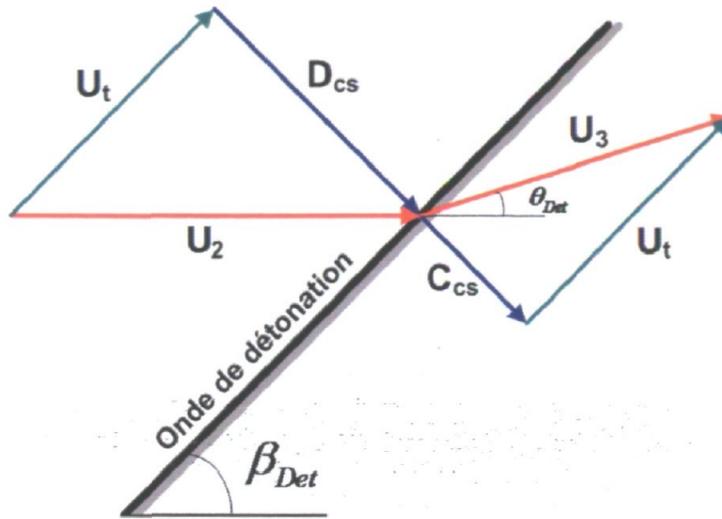


Figure 2-22 : La déviation de l'écoulement et du vecteur de vitesse associée à une onde de détonation idéalisée.

À l'aide de la figure 2-22, l'angle de l'onde de détonation est :

$$\beta_{Det} = \sin^{-1} \left[\frac{D_{cs}}{U_2} \right] \quad (2.4.12)$$

Et l'angle de la paroi après la détonation devient :

$$\theta_{Det} = D_{cs} - \tan^{-1} \left[\frac{C_{cs}}{\sqrt{U_2^2 - D_{cs}^2}} \right] \quad (2.4.13)$$

Et le module de vitesse devient:

$$U_3 = \sqrt{U_2^2 - D_{cs}^2 + C_{cs}^2} \quad (2.4.14)$$

Chapitre 3 – Modélisation du véhicule

La modélisation du véhicule hypersonique repose sur la modulation indépendante de toutes les parties qui le constituent. Cette pratique largement utilisée [12,13,15,17-23] permet de représenter le plus simplement la physique et les phénomènes chimiques qui gouvernent le vol d'un véhicule supersonique/hypersonique à une configuration *on-design* (point de conception). En plus, ces modèles utilisent diverses méthodes analytiques, numériques et semi-empiriques pour la caractérisation de l'ensemble du véhicule. Donc, pour réduire l'étendue de cette étude, chaque véhicule modélisé sera considéré comme un surfeur d'ondes (*waverider*) en 2D défini par une multitude de modèles et de sous-modèles pour générer la géométrie et les écoulements internes et externes du véhicule. Ainsi, tous ces modules sont résolus interactivement les uns par rapport aux autres pour fournir les performances globales du véhicule. Les quatre principaux modules, qui constituent un véhicule, sont le modèle de propulsion, d'aérodynamique, de masse alors que le quatrième module est prévu pour l'évaluation des paramètres de performances, comme le démontre la figure 3-1.

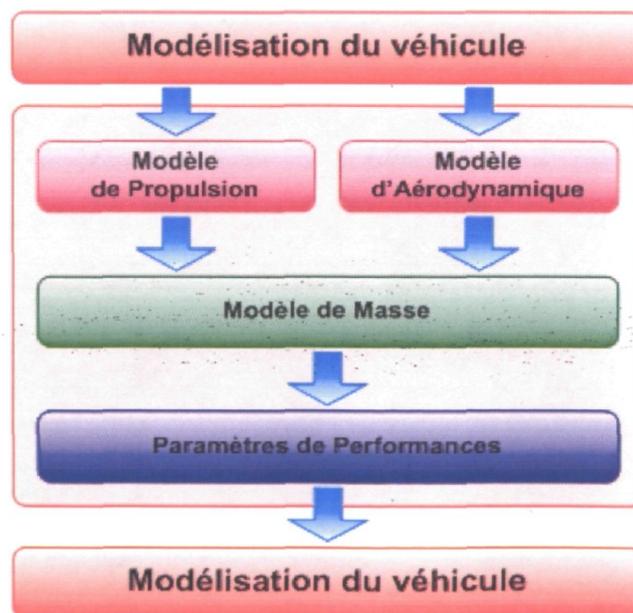


Figure 3-1 : Schéma de la modulation du véhicule design

Ces quatre modèles sont indépendants les uns des autres dans leur fonctionnement interne. Par contre, ils interagissent les uns avec les autres pour fournir les données nécessaires à leur initialisation et leur opération.



Figure 3-2 : Configuration générique de type SSRéacteur

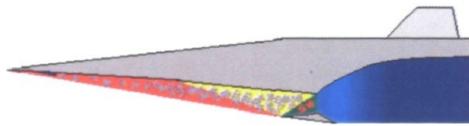


Figure 3-3 : Configuration générique de type SSCRéacteur

Afin de permettre l'évaluation entre les véhicules de type SSRéacteur et SSCRéacteur, il est important de mentionner que les deux configurations utilisent des conceptions différentes (Figure 3-2 et 3-3 respectivement) qui sont expliquées au chapitre 5. Cependant, tous les modèles dans le présent chapitre sont génériques et/ou proposent différents sous-modèles pour répondre à divers types d'implantation.

3.1 – Modèle de propulsion

Le modèle de propulsion est le module le plus complexe pour définir les paramètres de fonctionnement du propulseur. Il est principalement défini par toutes les composantes internes du véhicule qui décrivent la géométrie et les échanges de masse et d'énergie générant les forces internes, comme la poussée et la portance. Il se compose principalement de quatre sous-modèles, soit le modèle d'entrée d'air, de mixage air/carburant, de la chambre de combustion et de la tuyère, comme le montre la figure suivante :

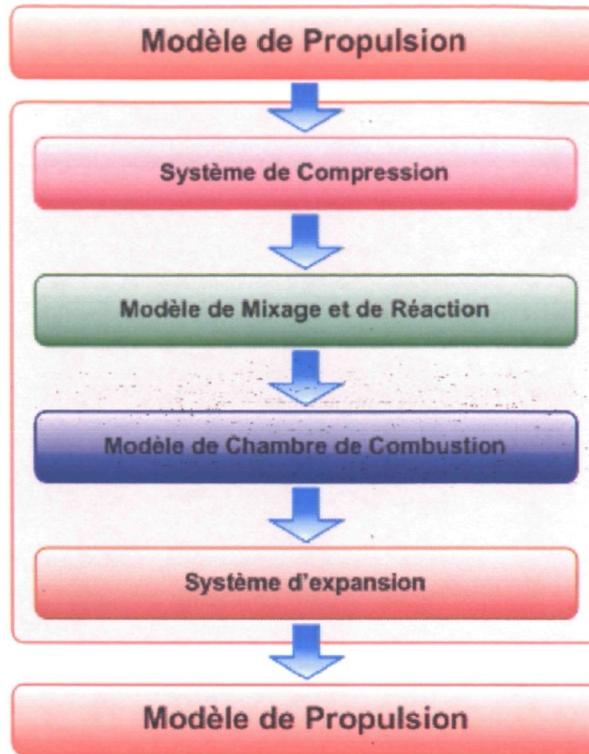


Figure 3-4 : Schéma des modules constituant le modèle de propulsion

Cette sous-section présente chaque sous-modèle dans leur description de l'écoulement interne et aussi dans la génération de la paroi interne. Cependant, l'encapsulation de ces quatre sous-modèles, afin de produire les forces résultantes du groupe de propulsion, est définie dans la section 3.4, soit *Paramètres de performance*.

3.1.1 – Système de compression

L'analyse du système de propulsion pour tous les véhicules aérobies commence par un système ou par des composantes de compression. La principale raison est sans aucun doute le contrôle du passage de l'écoulement externe vers l'intérieur du véhicule. La compression est faite par des composantes passives permettant de diminuer la vitesse de l'air pour en augmenter sa pression et sa température. Cette compression utilise les ondes de choc et/ou les ondes d'expansion. Cependant, leur analyse devient remarquablement complexe dans l'étude de tous les phénomènes pour des configurations *on-design* et *off-design*. Les principaux phénomènes à prendre en considération sont les pertes thermiques à la paroi, les débordements de l'entrée d'air, les décollements des couches limites et les phénomènes de dissociation des gaz à des températures élevées.

La géométrie présentée pour la compression dans cette étude, suggère une entrée d'air *on-design* bâtie uniquement avec des ondes de choc obliques. De la sorte, pour une série d'ondes de choc, l'écoulement externe à pression atmosphérique sera compressé pour obtenir un écoulement interne avec un rendement de compression maximum et une augmentation minimale de l'entropie. Ces particularités peuvent avoir un impact direct sur les performances globales du véhicule en réduisant les pertes aérodynamiques de l'entrée d'air au minimum tout en donnant une poussée résultante maximale. Dans le but de simplifier la conception, les parois de l'entrée d'air seront considérées adiabatiques (sans transfert de chaleur) et la configuration finale sera toujours *on-design* pour éviter les effets indésirables du débordement. En plus, pour éviter des phénomènes indésirables durant la compression, tels que la dissociation des gaz et le décollement des couches limites, Heiser et Pratt [33] proposent de limiter la compression à la sortie de l'entrée d'air, à un intervalle de température maximum entre 1 440 K à 1 670 K et la force de chaque onde de choc à un ratio du nombre de Mach, amont sur aval de l'onde de choc, plus petit que 0.898 et 0.762 pour un écoulement laminaire et turbulent respectivement. Cependant, pour simplifier la résolution du système de compression, la limitation du ratio du nombre de Mach ne sera pas prise en compte. Cette simplification favorise grandement le processus d'optimisation du chapitre 5. Ainsi, seul la limite de la compression à la sortie de l'entrée d'air sera prise en

compte par les limitations proposées par les études de TNO [12,13] pour le SSRéacteur et par l'étude de l'UTIAS [37] pour le SSCRéacteur à la section 3.1.1.2. À partir de ces particularités, la génération de la géométrie pour la compression peut alors être idéalisée par quelques hypothèses :

- L'écoulement interne est uniquement composé d'air standard à la concentration des espèces fixées. En plus, il est considéré et évalué en 2D (extrapolé en 3D pour une largeur constante), adiabatique, non visqueux, en régime permanent et sans interaction avec la couche limite.
- Le fluide est considéré comme un gaz parfait avec un rapport constant des chaleurs massiques κ .
- Dans le cas d'une injection de carburant dans l'entrée d'air, les effets du carburant sont négligés par rapport à l'écoulement principal (combustion spontanée ou induite dans la couche limite, les pertes de charge, etc.).
- Toutes les ondes de choc obliques sont idéales et conformes aux équations analytiques du chapitre 2.

3.1.1.1 – Design

Le design de la géométrie pour la compression repose sur une méthodologie générique qui permet la génération d'une multitude de possibilités d'entrée d'air *on-design*. Cette méthodologie permet la génération d'entrée d'air avec ou sans onde de choc secondaire et/ou de réflexion en tenant compte de l'application. Il réside principalement en cinq étapes distinctes, comme le montrent les deux figures suivantes :

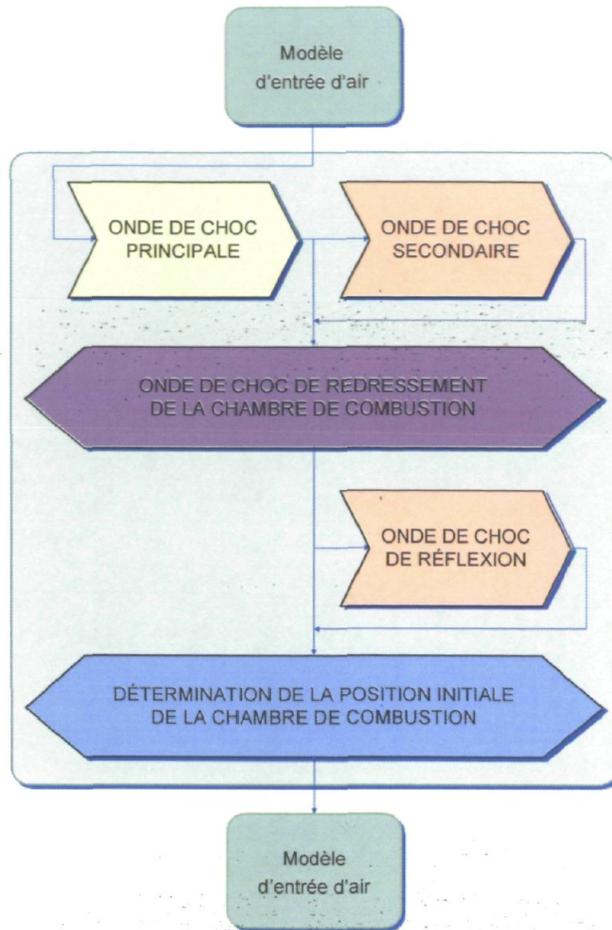


Figure 3-5 : Schéma du modèle de l'entrée d'air

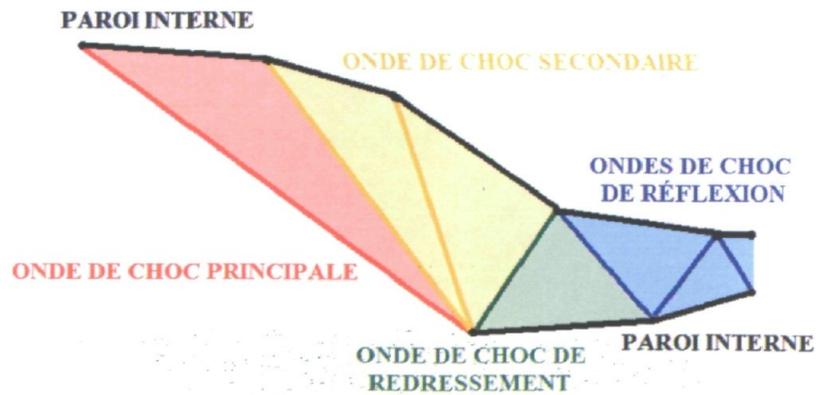


Figure 3-6 : Schéma du modèle de l'entrée d'air générique

1) La détermination de l'onde de choc principale

Pour commencer, l'onde de choc principale provient obligatoirement du nez du véhicule P1 en fendant l'écoulement d'air non perturbé du milieu ambiant. Pour générer une compression *on-design* sans débordement, l'onde de choc principale produite doit forcément rejoindre exactement le bord d'attaque de la plus partie inférieure de l'entrée d'air (voir le point P2 de la figure 3-7).

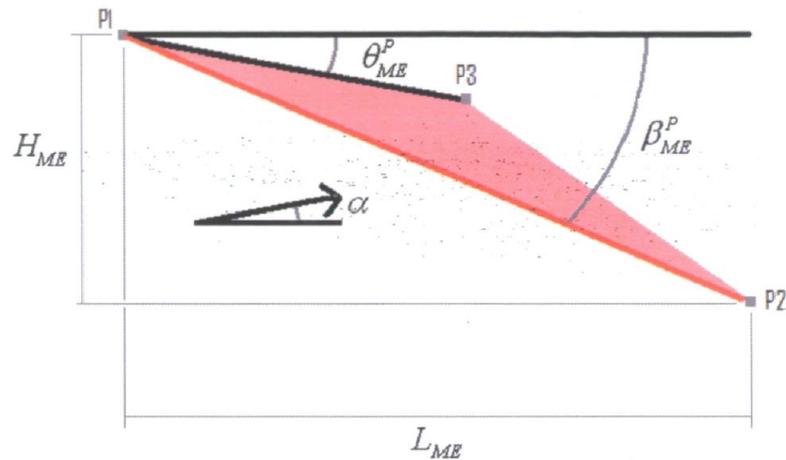


Figure 3-7 : Schéma de la géométrie pour la génération de l'onde de choc principale

Dans le cas où les dimensions de l'entrée d'air, hauteur H_{ME} et largeur L_{ME} , sont fixées par le concepteur dans le référentiel du véhicule qui ne dépend pas de l'angle d'attaque, la stratégie de conception consiste à évaluer l'angle θ_{ME}^P du premier segment de la paroi interne reliant P1 à P3 pour que l'onde de choc oblique principale s'établisse entre P1 à P2 formant alors l'angle β_{ME}^P , une fonction analytique établit le lien entre les deux angles. Ainsi, l'angle β_{ME}^P est obtenu par la relation suivante en fonction de l'angle d'attaque α :

$$\beta_{ME}^P = \tan^{-1}\left(\frac{H_{ME}}{L_{ME}}\right) + \alpha \quad (3.1.1)$$

De la sorte, la détermination de l'angle θ_{ME}^P se résout en évaluant l'angle de la paroi interne qui produit une onde de choc oblique avec un angle β_{ME}^P pour la condition particulière du vol. Par l'emploi de la théorie des ondes de choc obliques de la section 2.1.3, l'angle θ_{ME}^P est obtenu et sa valeur fixe la direction du premier segment de l'entrée d'air.

Une fois l'onde de choc principale fixée entre la paroi inférieure (P2 de la figure 3-7) et supérieure (nez P1), il devient possible de faire l'évaluation du débit massique de l'air entrant dans le système de propulsion. En régime permanent, ce débit massique d'air sera constant à toute section de la géométrie interne et il devient une fonction de l'angle de l'onde de choc principale (β_{ME}^P) et de la dimension de l'entrée d'air (hauteur H_{ME} , largeur L_{ME} et profondeur W_{ME}):

$$m_A = (m_{ME})_A = \left[W_{ME} \sin(\beta_{ME}^P) \sqrt{H_{ME}^2 + L_{ME}^2} \right] \rho_{FS} U_{FS} \quad (3.1.2)$$

2) La détermination d'une onde de choc secondaire

Après la détermination de la direction du premier segment et des propriétés de l'écoulement derrière l'onde de choc, la conception de l'entrée d'air peut utiliser des ondes de choc obliques secondaires pour augmenter la température et la pression. Ces ondes de plus faibles intensités ont la particularité d'avoir des pertes aérodynamiques minimales. Pour une entrée d'air *on-design*, leur génération doit suivre la méthodologie implantée pour définir l'onde de choc principale. Cependant, la position initiale de l'onde de choc secondaire X_{ME}^S est fixée par le concepteur sur le premier segment de l'entrée d'air, soit par une position, un angle de la paroi ou bien par l'angle de l'onde de choc. À partir de cette donnée, l'onde de choc secondaire doit elle aussi rejoindre le bord d'attaque de la paroi inférieure de l'entrée d'air (voir P2 de la figure 3-8).

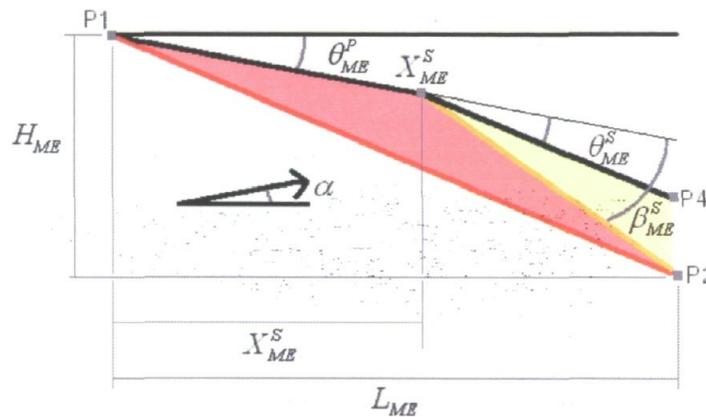


Figure 3-8 : Schéma de la géométrie pour la génération de l'onde de choc secondaire

La stratégie de conception consiste, encore une fois, à évaluer l'angle θ_{ME}^S du premier segment de sa paroi interne pour que l'onde de choc oblique secondaire d'un angle β_{ME}^S relie les deux extrémités X_{ME}^S à P2. Ainsi, l'angle β_{ME}^S est obtenu par la relation suivante en fonction de l'angle de la paroi du premier segment θ_{ME}^P et de la position X_{ME}^S :

$$\beta_{ME}^S = \tan^{-1} \left(\frac{H_{ME} - X_{ME}^S \tan(\theta_{ME}^P)}{L_{ME} - X_{ME}^S} \right) - \theta_{ME}^P \quad (3.1.3)$$

Comme préalablement, la détermination de l'angle θ_{ME}^S se résout en évaluant l'angle de la paroi interne à partir du premier segment qui produit une onde de choc oblique avec un angle β_{ME}^S pour les propriétés derrière l'onde de choc principale. Par l'emploi de la théorie des ondes de choc obliques de la section 2.3.1, l'angle θ_{ME}^S est obtenu et sa valeur fixe le deuxième segment de l'entrée d'air. Cette méthodologie peut être répétée plusieurs fois dans la mesure que les positions et les propriétés de l'onde secondaire soient remplacées par celles de l'onde de choc secondaire précédente. Cependant, la limite de cette technique provient de la plus petite variation de l'angle de la paroi permettant la production d'une onde de choc oblique. Dans le cas où les angles sont inférieurs à la limite, la perturbation devient plutôt une compression isentropique qui peut être résolue par les équations de Prandtl-Mayer du chapitre 2. Toutefois, la superposition d'ondes de choc obliques et de perturbation de Prandtl-Mayer rendent difficiles la production générique d'une compression *on-design* sans effet de débordement. Par conséquent, la méthodologie présentée dans cette étude traitera exclusivement des ondes de choc obliques.

3) La détermination de l'onde de choc de redressement de la chambre de combustion

Une fois l'écoulement externe de l'entrée d'air défini, avec ou sans onde de choc secondaire, cette méthodologie utilise une onde de choc (oblique) de redressement pour démarquer la séparation entre l'écoulement externe et interne du système de propulsion. Cette onde est habituellement de forte intensité (perte importante), car elle redresse l'écoulement interne à la direction de vol par rapport au véhicule. Ainsi, la valeur générale de l'angle de redressement est l'opposé de la sommation des déviations de la compression externe de l'entrée d'air. Cependant, comme cet angle influe beaucoup sur la direction de la chambre de combustion et par le fait même sur la direction du système d'expansion, il est préférable que le concepteur du système de compression puisse fixer l'angle de la première paroi interne θ_{ME}^R . De telle sorte, qu'il obtienne une variable supplémentaire dans le contrôle des forces internes du système de propulsion (portance, traînée et poussée), ce qui favorise le processus d'optimisation sur l'équilibre des forces du véhicule présenté au chapitre 5.

Pour une entrée d'air *on-design*, la génération de cette onde de choc doit obligatoirement se faire sur le bord d'attaque de la paroi inférieure de l'entrée d'air (voir le P2 de la figure 3-9).

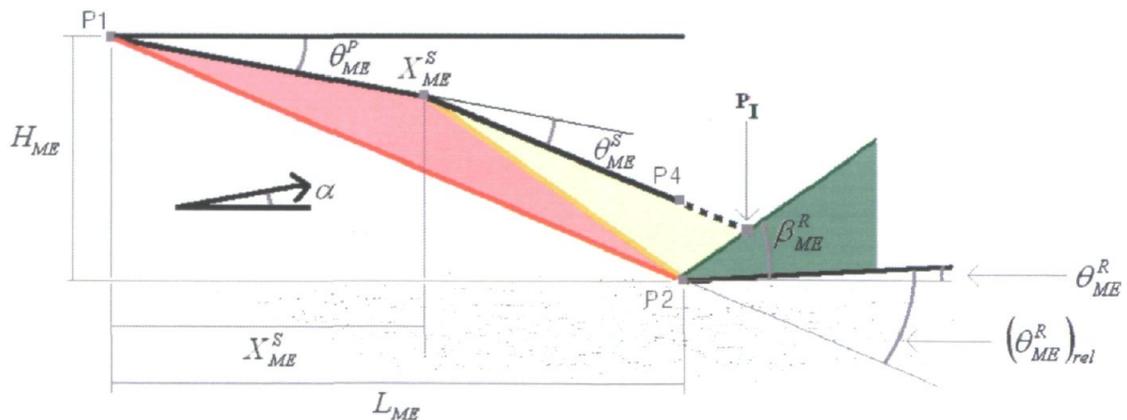


Figure 3-9 : Schéma représentatif de la géométrie pour déterminer l'onde de choc de redressement à l'entrée de la chambre de combustion

La stratégie, pour déterminer l'angle de l'onde de redressement β_{ME}^R , consiste à évaluer l'angle relatif $(\theta_{ME}^R)_{rel}$ par rapport à l'angle de la déviation du fluide de la zone précédente

$(\theta_{ME}^P + \sum \theta_{ME}^S)$ et l'angle de la première paroi interne θ_{ME}^R . Dans le cas où il y a une onde secondaire, $(\theta_{ME}^R)_{rel}$ est obtenue par la relation suivante :

$$(\theta_{ME}^R)_{rel} = [\theta_{ME}^P + \theta_{ME}^S] + \theta_{ME}^R \quad (3.1.4)$$

La détermination de l'angle β_{ME}^R se résout en évaluant l'angle de l'onde de choc relatif à l'angle de la paroi θ_{ME}^R . Par l'emploi de la théorie des ondes de choc obliques du chapitre 2, l'angle $(\beta_{ME}^R)_{rel}$ est obtenu et sa valeur absolue β_{ME}^R devient :

$$\beta_{ME}^R = (\beta_{ME}^R)_{rel} - (\theta_{ME}^R)_{rel} + \theta_{ME}^R \quad (3.1.5)$$

Il s'en suit que l'écoulement interne est conditionné pour la chambre de combustion. Cependant, pour une compression *on-design*, l'onde de choc de redressement doit rejoindre correctement la paroi interne supérieure.

4) La détermination de la position initiale de la chambre de combustion

Pour établir la position initiale de la chambre de combustion, il s'agit de déterminer l'intersection entre la paroi de l'entrée d'air externe et l'onde de choc de redressement. Cette intersection (point P_I de la figure 3-10) est obtenue par des relations géométriques simples. En plus, pour produire une entrée d'air sans onde de choc de réflexion, l'angle de la paroi interne doit obligatoirement avoir la direction du fluide à cette position et dans ce cas, l'angle doit être égal à l'angle de la paroi de redressement θ_{ME}^R . De la sorte, l'écoulement derrière l'onde de redressement est revenu parallèle aux parois.

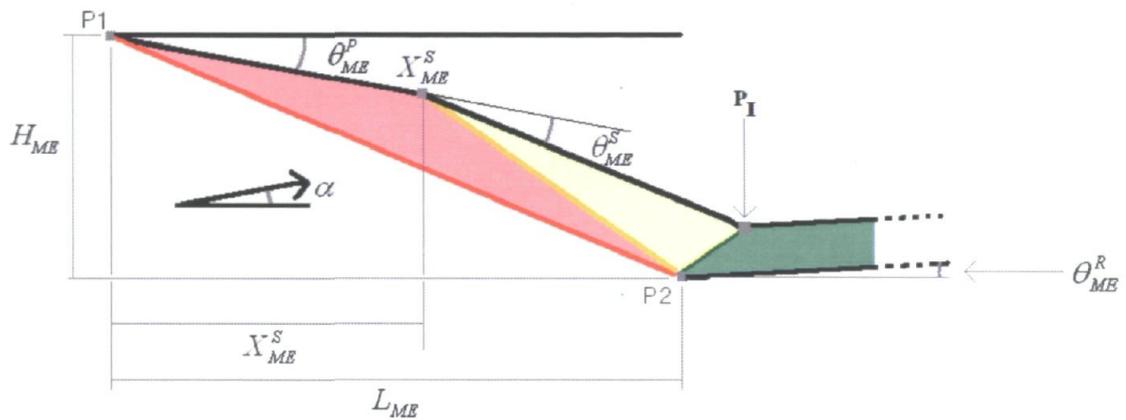


Figure 3-10 : Schéma représentatif de la géométrie pour déterminer la position initiale de la chambre de combustion

5) La détermination d'une ou des ondes de choc de réflexion

Dans certaines applications, la compression induite par l'entrée d'air et l'onde de redressement ne sont pas suffisantes pour assurer une bonne efficacité au système de propulsion puisque la vitesse de l'air est encore trop élevée et il faut compresser davantage pour récupérer davantage en pression. Dans ce cas, il est possible d'augmenter la compression en générant une autre onde de choc oblique après l'onde de redressement. Pour une entrée d'air *on-design*, la génération de cette onde supplémentaire doit suivre une méthodologie bien précise. Cette méthodologie consiste à changer l'orientation de la paroi après l'onde de redressement et l'évaluation de l'angle ($\theta_{ME}^{Réflexion}$) se fait entre l'onde de choc de redressement et la paroi précédente (figure 3-11). La résolution mathématique est semblable aux deux étapes combinées pour déterminer l'onde de choc de redressement avant la chambre de combustion et ensuite pour déterminer la position initiale de la chambre de combustion. Cette méthodologie peut être répétée plusieurs fois pourvu que la position et les propriétés de l'onde secondaire soient remplacées par celles de l'onde de choc précédente. Cependant, la limite de cette technique provient, elle aussi, de la plus petite variation de l'angle de la paroi permettant la production d'une onde de choc oblique (expliquer préalablement).

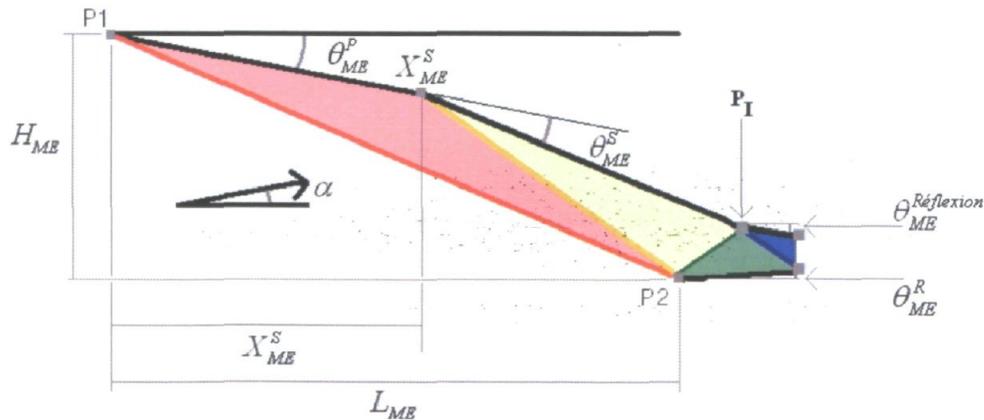


Figure 3-11 : Schéma représentatif pour la détermination de l'onde de choc de réflexion

3.1.1.2 – Implantation

Dans cette étude, deux modèles d'entrée d'air sont étudiés, l'un pour le SSRéacteur et l'autre pour le SSCRéacteur. Pour chacun de ces véhicules, l'entrée doit tenir compte des particularités de l'injection du carburant et du type de chambre de combustion utilisé.

A) SSRéacteur (Scramjet)

Pour le véhicule SSRéacteur, la configuration utilise une chambre de combustion à pression constante. Ainsi, l'entrée d'air doit être conçue pour obtenir une pression statique optimale sans trop avoir de perte aérodynamique. Alors, le modèle choisi est une configuration simple et standard de deux ondes de choc obliques (onde de choc principal et de redressement), comme le démontre la figure suivante :

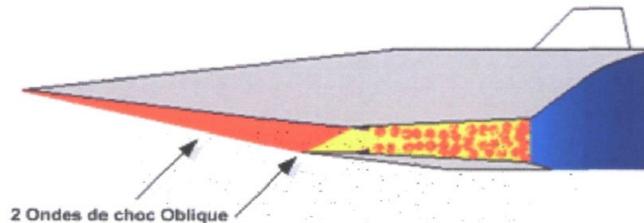


Figure 3-12 : Configuration standard de l'entrée d'air du SSRéacteur

Dans le but d'obtenir le rapport de compression maximum entre la condition atmosphérique et la sortie de l'entrée d'air, ce modèle utilise une optimisation sur les dimensions de l'entrée d'air (hauteur H_{ME} , largeur L_{ME}) pour converger sur le rapport de pression maximale possible en considérant deux limites. La première limite est sur la température maximale permise (conservatrice) à la sortie de l'entrée d'air pour éviter tous les effets de dissociation, soit de 1 440 K selon Heiser et Pratt [35]. La deuxième est essentiellement d'avoir un nombre de Mach plus grand que 1 à l'entrée de la chambre de combustion, car le SSRéacteur doit inévitablement être supersonique en tout temps (limite posée à un nombre de Mach de 1.5 pour éviter un nombre de Mach subsonique dans la chambre de combustion). À partir du modèle générique du SSRéacteur à deux ondes de choc et de l'optimisation précédente (incluant les deux limites), la tendance du rapport de pression

versus le nombre de Mach de vol, pour la même condition atmosphérique et pour une longueur d'entrée d'air ($L_{ME} = 1.0 \text{ m}$) fixé, est présentée par la figure suivante :

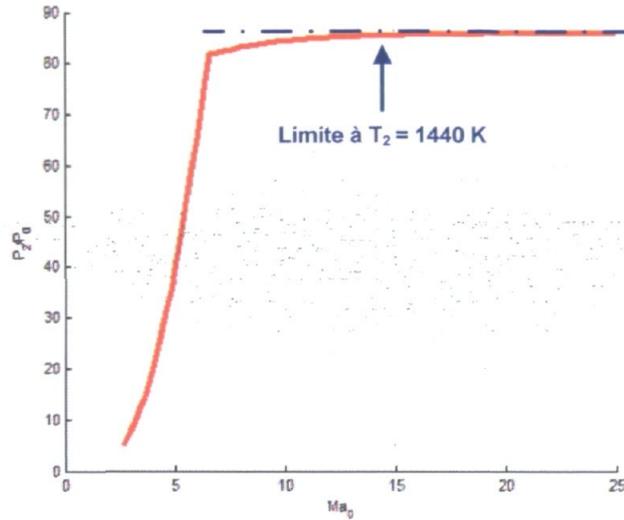


Figure 3-13 : Rapport de pression versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur

Les deux limites imposées aux résultats de la figure 3-13 s'observent facilement à partir du graphique de la température, soit :

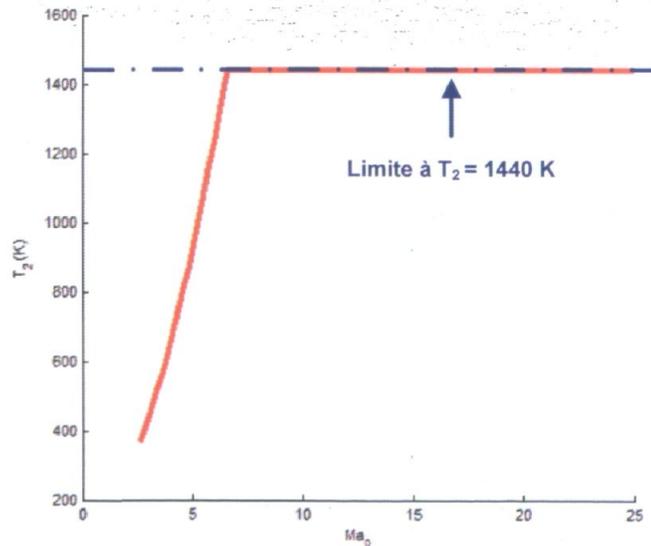


Figure 3-14 : Température à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur

Ainsi, le plateau de la courbe du rapport de pression (figure 3-13) est principalement dû à la limite maximale de 1 440 K imposée pour la température et à la limite minimale de 1,5 pour le nombre de Mach; ces deux limites identifient clairement que le SSRéacteur n'est pas très efficace pour de bas nombres de Mach. Sur la figure 3-15, la tendance linéaire du nombre de Mach en sortie est comparable au modèle employé par TNO [12,13]. En effet, pour représenter la compression à l'intérieur de l'entrée d'air et identifier le nombre de Mach à l'entrée de la chambre de combustion, le modèle d'entrée d'air simple de TNO utilise une pente de 0.4 multipliée par le nombre de Mach de vol. Ainsi, les limites du système de compression de cette étude sont comparables aux études antérieures.

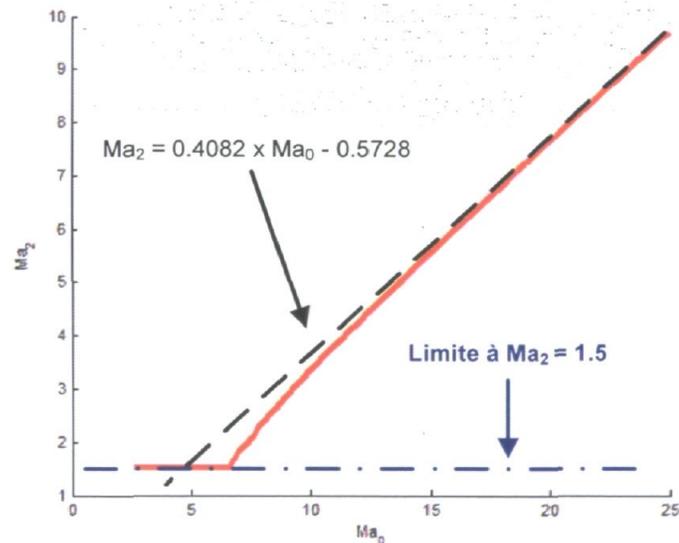


Figure 3-15 : Nombre de Mach à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol en fonction de la configuration SSRéacteur

Cependant, il est important de se rappeler que dans cette étude, la géométrie de l'entrée d'air varie en fonction de l'optimisation pour maximiser le rapport de pression. Par conséquent, le débit d'air peut changer appréciablement, comme il est démontré à la figure suivante :

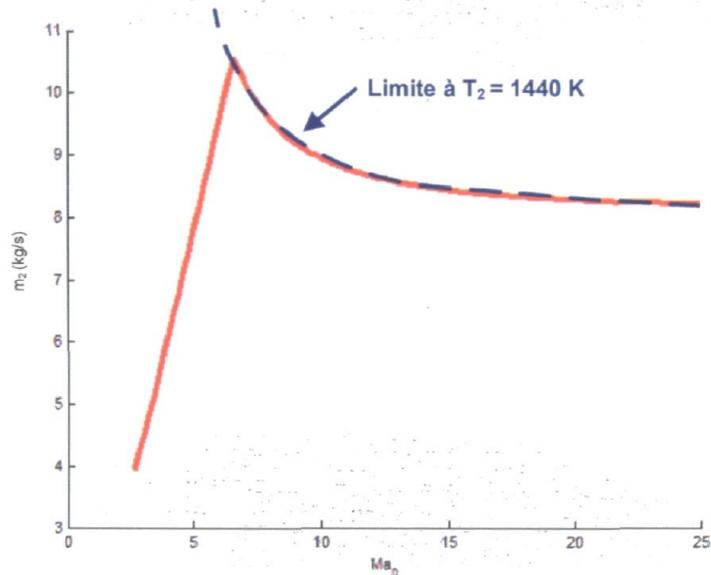


Figure 3-16 : Débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSRéacteur

Cette variation du débit d'air a un effet majeur sur les performances du système de propulsion. Une relation simple peut démontrer l'importance du débit massique de l'air, où la poussée générée F_T est directement proportionnelle au débit massique de l'entrée d'air m_A [35] :

$$F_T = m_A [(1+f)U_e - U_\infty] + (p_e - p_\infty)A_e \quad (3.1.6)$$

Cependant, dans l'évaluation des performances globales d'un véhicule complet, ce facteur peut devenir négligeable par rapport à tous les autres facteurs que doit gérer le processus d'optimisation, et qui seront vus d'ailleurs plus en détail au chapitre 5. En plus, pour valider analytiquement la méthodologie générique de l'entrée d'air du SSRéacteur, le chapitre 4 présente un cas de validation tiré de Heiser et Pratt [35].

B) SSCRéacteur (Scramjet)

Contrairement à la chambre de combustion à pression constante du SSRéacteur, le véhicule SSCRéacteur utilise une onde de détonation oblique stable comme processus de combustion. Ce processus de combustion permet un taux de compression supplémentaire du mélange air/carburant et ainsi, le design de l'entrée d'air peut fonctionner avec un rapport de compression plus faible par rapport au SSRéacteur. En plus, la particularité du SSCRéacteur est que son injection de carburant se positionne au nez du véhicule. Cette caractéristique amène une limite supplémentaire à ce système, soit la température maximale permise pour éviter l'auto-allumage du mélange air/carburant. Dans le cas des hydrocarbures, une étude de l'*University of Toronto Institute for Aerospace Studies (UTIAS)* [37] suggère de limiter la compression de l'entrée d'air à une température inférieure à 750 K pour prévenir l'auto-allumage dans son écoulement principal. Il est à noter que ce design de l'entrée d'air ne tient pas compte des interactions de l'auto-allumage du carburant dans les couches limites. À partir de ces considérations, le modèle d'entrée d'air choisi est une configuration simple et standard à deux ondes de choc obliques (ondes de choc principal et secondaire), comme le montre la figure suivante :

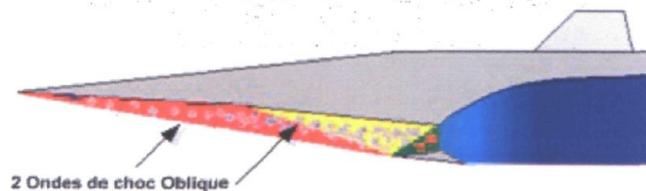


Figure 3-17 : Configuration standard de l'entrée d'air du SSCRéacteur

De la sorte, le système de compression du SSCRéacteur est obtenu avec la même méthodologie du SSRéacteur. Ainsi, à partir du modèle générique du SSCRéacteur à deux ondes de choc et de l'optimisation précédente (incluant les deux limites), la tendance du rapport de pression versus le nombre de Mach de vol, pour la même condition atmosphérique et pour une longueur d'entrée d'air ($L_{ME} = 1.5 \text{ m}$) fixée, est présentée à la figure suivante :

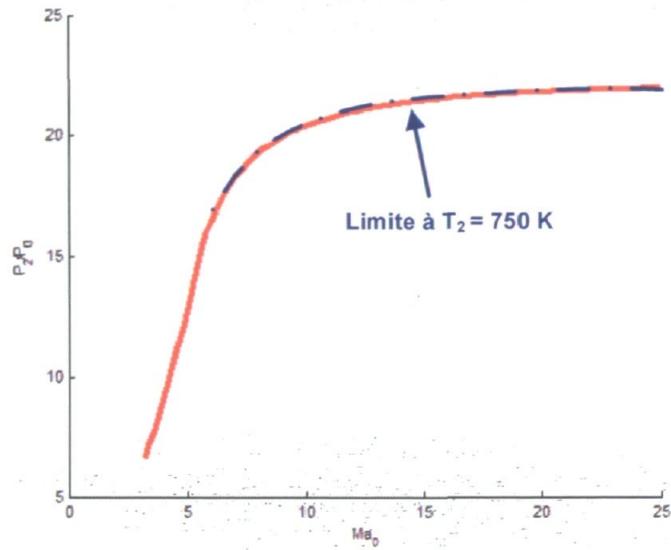


Figure 3-18 : Rapport de pression versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur

Les deux limites imposées aux résultats de la figure 3-18 s'observent facilement à partir des deux graphiques suivants, soit :

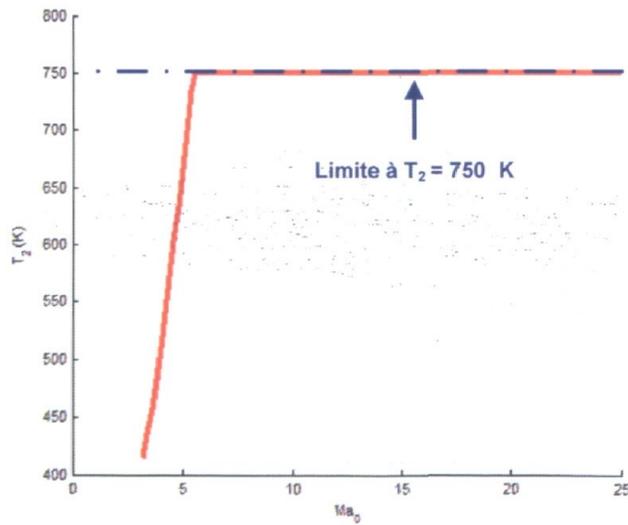


Figure 3-19 : Température à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol en fonction du modèle d'implantation du SSCRéacteur

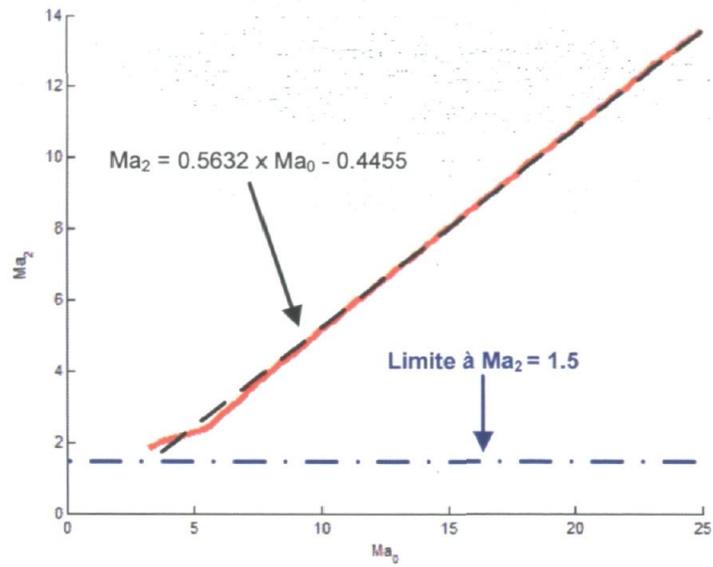


Figure 3-20 : Nombre de Mach à la sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur

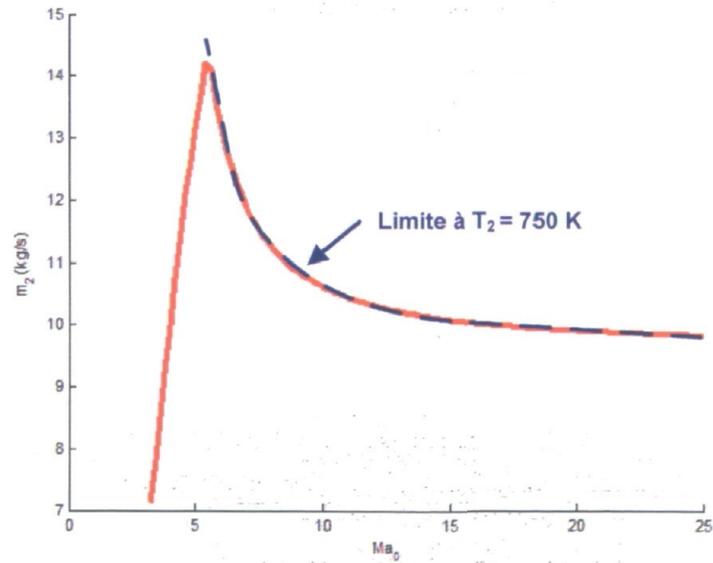


Figure 3-21 : Débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol pour la configuration SSCRéacteur

Ainsi, le plateau de la courbe du rapport de pression (figure 3-18) est principalement dû à la limite supérieure imposée par la température à 750 K et la limite inférieure du nombre de Mach identifie clairement que le SSCRéacteur (figure 3-20) n'est pas très efficace pour un faible nombre de Mach, car son débit massique chute rapidement. En plus, la validation de ce type d'entrée d'air est essentiellement la même que pour le SSRéacteur. Néanmoins, au chapitre 4, une étude de Brandstetter [37] présente un cas de validation numérique (MFN) intéressant pour la configuration SSCRéacteur légèrement différente de celle présentée ici.

3.1.2 – Modèle de Mixage et de Réaction Air/Carburant

Le mixage et la réaction air/carburant sont les secondes composantes à analyser pour le système de propulsion puisqu'elles jouent un rôle majeur sur les performances globales du véhicule. Un mauvais mixage air/carburant revient à dire que le mélange n'est pas propice à la combustion et que le carburant est tout simplement évacué par la tuyère. À ce point, il est important de prendre en considération la différence entre le mélange air/carburant mixé et réagi. Le mélange mixé est défini par le brassage de l'air et du carburant à une échelle moléculaire produisant un mélange quasi homogène et prêt à la combustion. Dans le cas du mélange réagi, il est défini comme le mélange mixé qui a réagi ou qui va réagir en fonction des vitesses de réaction du mélange mixé dans un temps fixe. Ainsi, le modèle de mixage ne prend pas en compte le temps de réaction du mélange air/carburant qui est mixé au niveau moléculaire. De la sorte, les modèles de mixage et de réaction dans cette étude sont employés indépendamment. Ainsi, pour toute la portion air/carburant au niveau moléculaire qui a été mixée, il y aura une portion air/carburant réagi qui s'appliquera à cette valeur. Cependant, cette supposition n'est pas complètement valide dans le cas où les deux modèles nécessitent une discrétisation séquentielle et une dépendance l'un par rapport à l'autre en fonction de la position de la chambre de combustion. Néanmoins, une extension de cette étude sur cette interaction sera nécessaire pour prendre en compte ce phénomène. À partir de ces deux modèles, il sera possible d'évaluer le rendement de combustion global η_c qui sera présenté à la section suivante.

3.1.2.1 - Design

Pour commencer, le modèle de mixage air/carburant est basé sur la théorie développée à la section 2.2 et celui de réaction à la section 2.3. Ils se définissent comme étant des modèles semi-analytiques et ils permettent les calculs des rendements de mixage et de réaction air/carburant dans un écoulement compressible supersonique. Le modèle de mixage peut prendre en considération la présence des ondes de choc tandis que le modèle de réaction ne s'applique que sur la portion mixée du carburant avec l'écoulement d'air. La schématisation de ce modèle est principalement basée sur l'identification des longueurs de mixage et des discontinuités causées par les ondes de choc obliques pour l'écoulement à l'intérieur de

l'entrée d'air et de la chambre de combustion et sur l'application du rendement de réaction, comme le montre la figure 3-22.

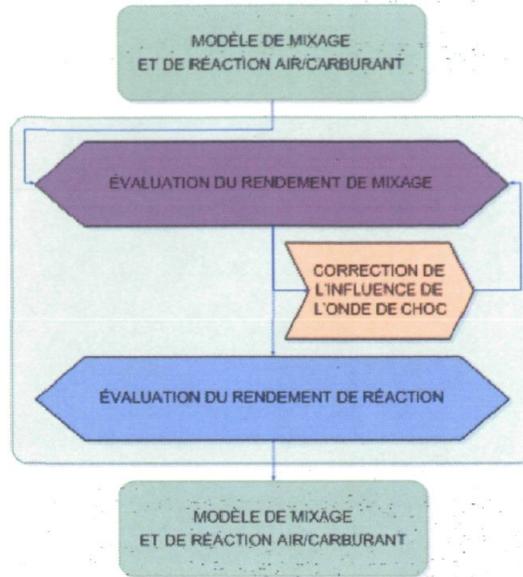


Figure 3-22 : Schéma du modèle de mixage

L'évaluation du rendement de mixage est donnée par l'équation (2.2.45) de la section 2.2.1 :

$$\eta_{m_f} = \frac{\eta_{m_{O_2}}}{\phi} = \left[\left(\frac{1}{\phi} \right) \frac{d}{dx} \eta_{m_{O_2}} \right] (X - X_i) + \eta_{m_f X_i} \quad (2.2.45)$$

La correction de l'influence de l'onde de choc est définie par la méthodologie présentée à la section 2.2.2, où l'évaluation du rendement de réaction est donnée par l'équation (2.3.8) de la section 2.3 :

$$\eta_{R_f} = \frac{m_f^R(x)}{m_f} = \begin{cases} \frac{v_{REACT} t_{REACT}}{c} & \text{si } \eta_{R_f} \leq 1 \\ 1 & \text{si } \eta_{R_f} > 1 \end{cases} \quad (2.3.8)$$

De plus, selon la position d'injection, à l'intérieur de l'entrée d'air ou bien à l'entrée de la chambre de combustion, le modèle de mixage prend en compte la présence des ondes de choc obliques et ensuite le modèle de réaction s'applique. Le modèle s'applique pour la géométrie du modèle d'entrée d'air déjà établie et il faut que la longueur de la chambre de

combustion L_{MC} ait été préalablement initialisée par le concepteur. De la sorte, la figure 3-23 présente un schéma pour l'évaluation des rendements de mixage et de réaction:

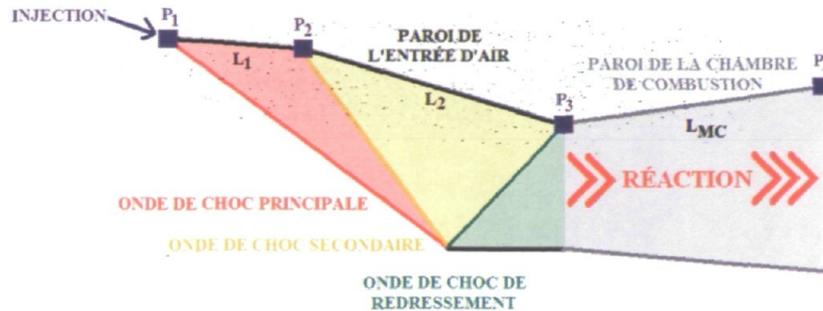


Figure 3-23 : Schéma d'une entrée d'air suivie de la chambre de combustion et leurs longueurs respectives

À partir de la figure 3-23 et supposant que l'injection du carburant se fait au début de l'entrée d'air au point P_1 derrière l'onde de choc principale, la solution générale du rendement de mixage à partir de l'équation 2.2.45 devient :

$$\eta_m = [\eta_m]_{L_1} + [\eta_m]_{L_2} + [\eta_m]_{L_{MC}} \quad (3.1.7)$$

où $[\eta_m]_{L_1}$ représente le rendement de mixage évalué aux propriétés de l'écoulement interne derrière l'onde de choc principale avec une longueur de mixage L_1 , $[\eta_m]_{L_2}$ représente le rendement de mixage évalué aux propriétés de l'écoulement interne derrière l'onde de choc secondaire avec la correction de l'influence de l'onde de choc secondaire et avec une longueur de mixage L_2 , et $[\eta_m]_{L_{MC}}$ représente le rendement de mixage évalué aux propriétés de l'écoulement interne derrière l'onde de choc de redressement avec la correction de l'influence d'une onde de choc de redressement et avec une longueur de mixage L_{MC} . Il est important de mentionner que nous négligeons la variation des propriétés causée par le processus de combustion entre les points 3 et 4 dans le but de simplifier le problème. Dans le cas du rendement de réaction, il s'applique essentiellement sur la distance L_{MC} où l'autoallumage du prémélange devrait se faire si le temps de résidence le permet. En plus, les propriétés à l'entrée de la chambre de combustion permettent de fixer le temps d'allumage et la vitesse de réaction par rapport à la concentration molaire du carburant.

Ainsi, la dépendance des paramètres d'influence sur le rendement de réaction s'exprime par l'équation suivante :

$$\eta_R = f(L_{MC}, \text{Modèle d'entrée d'air, Carburant}) \quad (3.1.8)$$

3.1.2.2 – Implantation

Dans cette étude, les modèles de mixage et de réaction employés pour le SSRéacteur et le SSCRéacteur sont identiques, soit par la méthodologie, la validation et la calibration employées aux sections 2.2 et 2.3. Cependant, pour chaque véhicule, le modèle doit tenir compte des particularités de l'injection, de la configuration de l'entrée d'air et du type de chambre de combustion utilisé.

A) SSRéacteur

Pour le véhicule SSRéacteur, le carburant est immédiatement injecté après l'onde de choc de redressement et par le fait même, à l'entrée de la chambre de combustion qui est considérée à pression constante. Ainsi, le modèle de mixage est initialisé avec les propriétés de l'écoulement derrière l'onde de redressement et la longueur de la chambre de combustion, comme le montre la figure suivante :

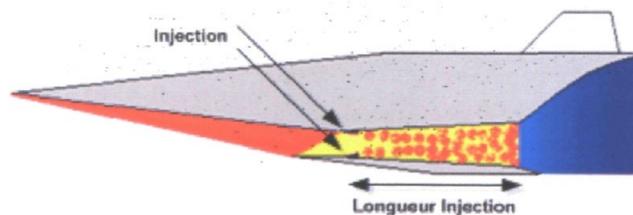


Figure 3-24 : Configuration standard du mixage du SSRéacteur

À partir de l'optimisation sur les dimensions de l'entrée d'air (hauteur H_{ME} et largeur L_{ME}) du SSRéacteur de la section 3.1.1, l'estimation du temps d'allumage (t_A), de la vitesse de réaction (v_{REAC}) et de la longueur de la chambre de combustion minimum pour obtenir le rendement de réaction de 100% ($L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%}$) devient possible. À ce point, la vitesse de réaction doit tenir compte de l'accroissement de la température tout le long de la chambre de combustion. Pour simplifier ces calculs en une équation en une dimension, il devient

nécessaire d'émettre l'hypothèse d'une température moyenne entre l'entrée et la sortie de la chambre de combustion. Ainsi, le temps d'allumage (t_A), la vitesse de réaction (v_{REAC}) et la longueur de la chambre de combustion ($L_{MC}|_{\eta_{RF}=100\%}$) du SSRéacteur deviennent pour le JP-10 gazeux à une vitesse de vol de Mach 10 :

Propriétés à la sortie de l'entrée d'air :

$$T_2 = 1440 \text{ K} \quad p_2 = 93744 \text{ Pa} \quad V_2 = 2.28e3 \text{ m/s} \quad \rho_2 = 0.2268 \text{ kg/m}^3$$

Propriétés à la sortie de la chambre de combustion :

$$T_4 = 2100 \text{ K} \quad p_4 = 93744 \text{ Pa}$$

Propriétés moyennées dans la chambre de combustion sans réaction :

$$T_{2-4} = 1770 \text{ K} \quad p_{2-4} = 93744 \text{ Pa} \quad \rho_{2-4} = 0.1845 \text{ kg/m}^3$$

À partir de l'équation 2.3.5 et des constantes définies en annexe A, le temps d'allumage (t_A) devient :

$$t_A = C_1^A p^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T}} = C_1^A \left(\frac{p_2}{101325} \right)^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T_2}} = 2.50e-8 \left(\frac{93744}{101325} \right)^{-0.044} e^{\frac{12450}{1440}} = 1.43e-4 \text{ seconde}$$

À partir de l'équation 2.3.4 et des constantes définies en annexe A, la vitesse de réaction (v_{REAC}) devient :

$$v_{REAC} = \rho^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{o_2}}{\bar{m}_f \bar{m}_{o_2}} \right] C_w e^{\frac{-Ea}{RT}} = \rho_{2-4}^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{o_2}}{\bar{m}_f \bar{m}_{o_2}} \right] C_w e^{\frac{-Ea}{RT_{2-4}}}$$

$$v_{REAC} = (0.1845)^2 \left[\frac{0.0657 \cdot 0.2162}{0.136 \cdot 0.032} \right] (6.3e10) e^{\frac{-186900}{(8.314)(1770)}} = 2.14e4 \text{ mol/(s} \cdot \text{m}^3)$$

À partir des équations 2.3.6, 2.3.7 et 2.3.8, longueur de la chambre de combustion ($L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%}$) devient :

$$\eta_{Rf} = \frac{v_{REAC} t_{REAC}}{c} = \frac{v_{REAC} (t_R - t_A)}{c} = \frac{v_{REAC} \left(\frac{L_{MC}}{V_2} - t_A \right)}{\frac{P_2}{RT_2}} = 100\%$$

$$L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%} = V_2 \left(\frac{\frac{P_2}{RT_2}}{v_{REAC}} + t_A \right) = 2.28e3 \left(\frac{93744}{\frac{8.31 \cdot 1440}{2.14e4}} + 1.43e-4 \right) = 1.16 \text{ m}$$

B) SSCRéacteur

Contrairement au modèle de mixage du SSRéacteur, le véhicule SSCRéacteur utilise une procédure plus complexe pour la détermination du mixage, comme le montre la figure suivante :

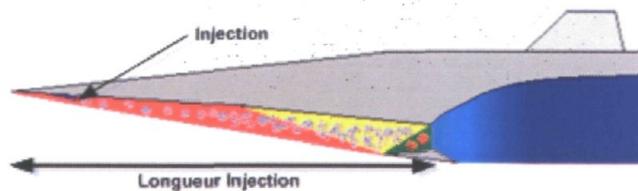


Figure 3-25 : Configuration standard du mixage du SSCRéacteur

Tout d'abord, l'injection de carburant est localisée directement derrière l'onde de choc principale au nez du véhicule. Ainsi, le modèle de mixage est initialisé par les propriétés de l'écoulement derrière l'onde principale et par la longueur de la paroi entre l'injection et la position de l'onde secondaire. Par la suite, le modèle de mixage prend en considération l'influence de l'onde secondaire sur le mixage et l'évalue en fonction de l'addition des longueurs de paroi entre l'onde secondaire et l'onde de détonation. Il est important de mentionner que ce modèle de mixage néglige l'influence de l'accroissement du mixage à travers la détonation. La principale raison est de simplifier la méthodologie du modèle de mixage qui nécessiterait une boucle d'optimisation supplémentaire complexe entre la

géométrie de l'entrée d'air, la géométrie de la chambre de combustion, le mixage et la détonation. Cependant, du fait que la paroi derrière la détonation est habituellement petite par rapport à la longueur de mixage du SSCRéacteur, l'approximation en la négligeant semble tout à fait raisonnable. Dans le cas du SSCRéacteur, le rendement de réaction ne peut être évalué par la même procédure employée pour le cas du SSRéacteur. La présence de l'onde de détonation dans le processus de combustion provoque une discontinuité entre les propriétés de l'entrée d'air optimisée qui sont fixées à 750 K et celles derrière l'onde de détonation. Ainsi, en supposant que la détonation est stable et avec un rapport d'équivalence près de 1, la température vue par le carburant qui va réagir devient très près de celle de la détonation qui tourne autour de 2 800 K pour les propriétés prédéfinies de l'entrée d'air du SSCRéacteur. À partir de l'optimisation sur les dimensions de l'entrée d'air (hauteur H_{ME} , largeur L_{ME}) du SSCRéacteur de la section 3.1.1, l'estimation du temps d'allumage (t_A), de la vitesse de réaction (v_{REAC}) et de la longueur de la chambre de combustion minimum pour obtenir la réaction air/carburant complète ($L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%}$) devient :

Propriétés après la détonation oblique :

$$T_2 = 2822 \text{ K} \quad p_2 = 184090 \text{ Pa} \quad V_2 = 2.66e3 \text{ m/s} \quad \rho_2 = 0.2185 \text{ kg/m}^3$$

À partir de l'équation 2.3.5 et des constantes définies en annexe A :

$$t_A = C_1^A p^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T}} = C_1^A \left(\frac{p_2}{101325} \right)^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T_2}} = 2.50e-8 \left(\frac{184090}{101325} \right)^{-0.044} e^{\frac{12450}{2822}} = 2.01e-6 \text{ seconde}$$

À partir de l'équation 2.3.4 et des constantes définies en annexe A :

$$v_{REAC} = \rho^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{o_s}}{\bar{m}_f \bar{m}_{o_2}} \right] C_w e^{\frac{-Ea}{RT}} = \rho_2^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{o_s}}{\bar{m}_f \bar{m}_{o_2}} \right] C_w e^{\frac{-Ea}{RT_2}}$$

$$v_{REAC} = (0.2185)^2 \left[\frac{0.0657 \cdot 0.2162}{0.136 \cdot 0.032} \right] (6.3e10) e^{\frac{-186900}{(8.314)(2822)}} = 3.41e6 \text{ mol}/(\text{s} \cdot \text{m}^3)$$

À partir des équations 2.3.6, 2.3.7 et 2.3.8, longueur de la chambre de combustion ($L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%}$) devient :

$$L_{MC}|_{\eta_{Rf}=100\%} = V_2 \left(\frac{\frac{P_2}{RT_2}}{v_{REAC}} + t_A \right) = 2.66e3 \left(\frac{184090}{\frac{8.31 \cdot 2822}{3.41e6}} + 2.01e-6 \right) = 0.011 \text{ m}$$

À ce point, la longueur de la chambre de combustion du SSCRéacteur est près de 100 fois plus petite que celle du SSRéacteur. En effet, le temps de réaction du SSCRéacteur peut être considéré comme instantané et devient ainsi un facteur minime dans l'évaluation des performances de la chambre de combustion.

3.1.3 – Chambre de combustion

La chambre de combustion est la troisième composante du système de propulsion à analyser. La chambre de combustion est la composante la plus active du point de vue où l'énergie du carburant est délibérément dégagée dans l'écoulement circulant dans la chambre de combustion. En plus, leurs constructions sont en apparence simples par rapport à l'utilisation de géométries de base telles que le tube ou la conduite rectangulaire. Cependant, leurs analyses deviennent inévitablement très complexes pour établir leur configuration avec les opérations *on-design* et *off-design*. Les principaux phénomènes, qui peuvent être observés, sont les pertes de quantité de mouvement et de chaleur, les interactions et les décollements des couches limites, les phénomènes d'écoulement amorcés avec ou sans effet thermique, ainsi que les phénomènes de réaction chimique et de dissociation des gaz.

3.1.3.1 - Design

Dans la littérature, il existe une multitude d'études sur la modélisation d'une chambre de combustion ([1,6-8,12-13,15,18-24,35-37]). Cependant, la présente étude englobe principalement deux processus de combustion bien différents, soit la combustion à l'équilibre à pression constante et la combustion par onde de détonation, comme le montre la schématisation de la chambre de combustion à la figure 3-26 :

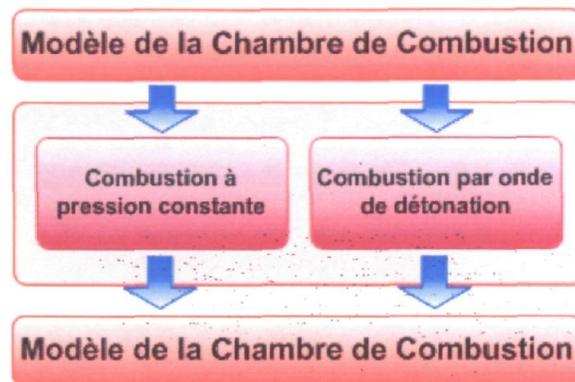


Figure 3-26 : Schéma du modèle de la chambre de combustion

Dans un but de simplifier l'analyse et la géométrie de la chambre de combustion, ce modèle repose sur quelques hypothèses :

- La chambre de combustion est un système 1D, à l'équilibre, adiabatique, non visqueux, en régime permanent et sans interaction de la couche limite. En plus, le processus de combustion est conforme à la théorie de la section 2.4.
- Le mélange air/carburant est un mélange homogène en fonction du rapport d'équivalence Φ .
- Le rendement de la chambre de combustion est représenté par le ratio du débit massique de carburant total brûlé sur le débit de carburant total injecté:

$$\eta_c = \frac{(m_{brulé})_f}{m_f} = \eta_\phi \eta_R \eta_m \quad (3.1.9)$$

- L'air et le carburant sont des gaz parfaits et leurs rapports des chaleurs spécifiques (κ_A et κ_f) respectifs sont fonction de leurs températures.
- Dans le cas d'une combustion par détonation, l'onde de détonation est oblique avec la notion de gaz parfait et par le fait même, conforme à la théorie de la section 2.4.

À partir de ces hypothèses, la construction de la chambre de combustion devient une méthodologie simple, stable et générique.

3.1.3.1.1 - Chambre de combustion à pression constante

La chambre de combustion à pression constante est l'une des techniques largement utilisées dans la conception de chambre de combustion pour les véhicules supersoniques. Cette technique revient à considérer un écoulement non visqueux où tous les processus internes se produisent délibérément à pression constante tout le long de la chambre de combustion, soit:

$$P_2 = P_f = P_4 = P = \text{cte} \quad (3.1.10)$$

Cette hypothèse est intéressante du point de vue pratique puisqu'elle offre plusieurs avantages. Ces avantages sont sommairement dans la réduction des pertes de pression (gradient de pression négligeable) et dans la conception d'un banc d'essai plus simple et moins coûteux (faible augmentation des forces de pression sur les parois). En plus, du point de vue analytique, cette hypothèse permet une simplification fort utile du bilan de conservation de la quantité de mouvement par l'annulation des forces de pression sur tout le système (figure 3-28).

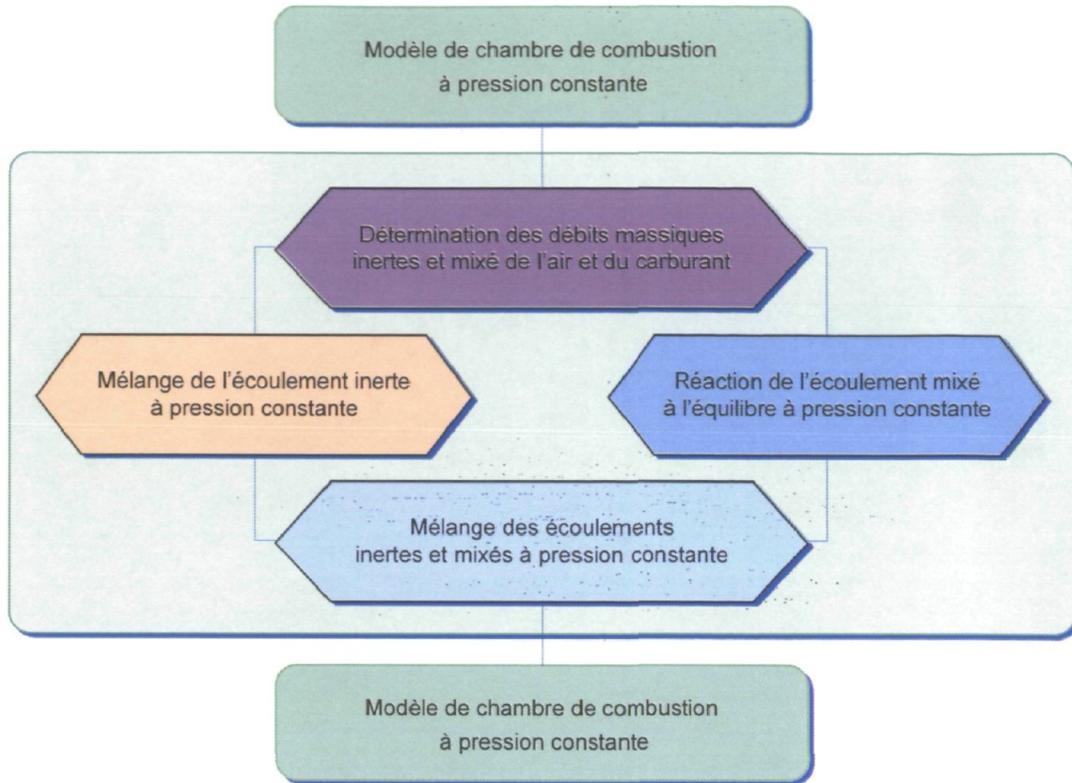


Figure 3-27 : Schéma du modèle de la chambre de combustion à pression constante

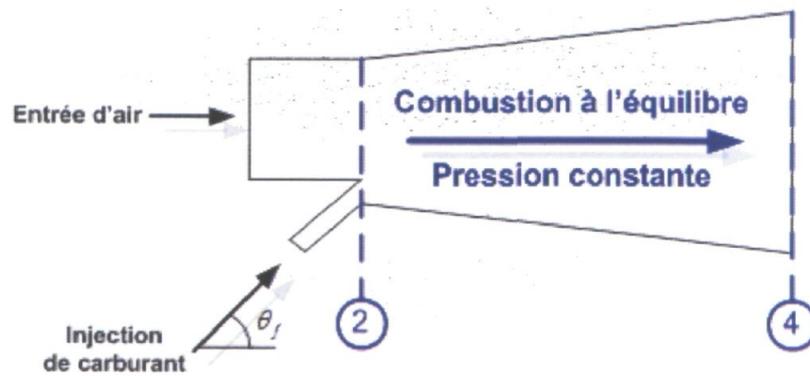


Figure 3-28 : Schéma de la chambre de combustion à pression constante

Le design et les propriétés de la chambre de combustion sont obtenus par une résolution de l'écoulement en trois couches distinctes et par l'unification de ces trois couches au plan de sortie. Ces trois couches sont la couche d'air non réagi, de carburant non réagi et des produits de combustion. Cependant, dans cette étude, les trois couches deviennent plutôt deux écoulements distincts soit l'inerte (l'air et le carburant non réagi) et le réagi (produits de combustion) tel que le montre la figure 3-27. Elles sont déterminées, soit par l'emploi des rendements de mixage, de réaction et de combustion ou par les bilans de la conversation de masse, d'énergie et de quantité de mouvement ou bien encore, par la combustion à l'équilibre décrit au chapitre 2. Pour finir, le plan de sortie de la chambre de combustion unifie les deux écoulements par la détermination de la température d'équilibre, où les fractions massiques de chaque espèce sont conservées (gelées). Ainsi, le design et les propriétés de la chambre de combustion sont évalués à l'aide de la procédure suivante :

1. Résolution du bilan de conservation de masse pour en déterminer les débits massiques réagis et inertes de l'air (m_2^R, m_2^I), du carburant (m_f^R, m_f^I) et du mélange (m^R, m^I) et le débit massique à la sortie de la chambre de combustion (m_4):

$$m_f^R = \begin{cases} \eta_{mix} \eta_{\Phi} m_f & \text{si } \frac{m_f}{m_2} \leq f_{st} \\ \eta_{mix} \eta_{\Phi} f_{st} m_2 & \text{si } \frac{m_f}{m_2} > f_{st} \end{cases} \quad (3.1.11)$$

$$m_2^R = \frac{m_f^R}{f_{st}} \quad (3.1.12)$$

$$m^R = m_2^R + m_f^R \quad (3.1.13)$$

$$m_f^I = m_f - m_f^R \quad (3.1.14)$$

$$m_2^I = m_2 - m_2^R \quad (3.1.15)$$

$$m^I = m_2^I + m_f^I \quad (3.1.16)$$

$$m_4 = m_2 + m_f = m^I + m^R \quad (3.1.17)$$

2. Évaluation des mélanges réagis et inerte de l'air et du carburant par la théorie de la section 2.1.7. Ces mélanges sont évalués en fonction de la pression de la chambre de combustion p et de l'angle d'injection du carburant θ_f :

$$\text{Inerte} \Rightarrow \text{Mélange}(p, m_2^I, m_f^I, \theta_f) \rightarrow h^I, T^I, p^I, U^I, A^I \quad (3.1.18)$$

$$\text{Réagi} \Rightarrow \text{Mélange}(p, m_2^R, m_f^R, \theta_f) \rightarrow h^R, T^R, p^R, U^R, A^R \quad (3.1.19)$$

3. Évaluation des produits de combustion de la couche de mélange réagi. Cette étape se fait par l'intermédiaire d'une réaction chimique à l'équilibre, décrit à la section 2.4. Cette réaction est réalisée par le programme CEA [31,32] de la NASA et permet la caractérisation des fractions massiques des produits de combustion de la couche de mélange réagi avec comme hypothèse un rapport d'équivalence toujours de 1 (équation 3.1.20). Il est à noter que le rapport d'équivalence $\phi_{Det} = (m_f^R / m_2^R) / f_{st} = 1$ est appliqué seulement pour le processus de détonation et qu'il ne représente pas le rapport d'équivalence du mélange air/carburant de la chambre de combustion.

$$(h^R, p, Y_{REACTANT}^R) \xrightarrow{\text{NASA CEA CODE}} Y_{PRODUIT}^R \quad (3.1.20)$$

4. Évaluation du mélange de la chambre de combustion par la théorie de la section 2.1.7. Ce mélange est évalué en fonction de la pression de la chambre de combustion p et par rapport au mélange réagi et inerte :

$$\text{Chambre de combustion} \Rightarrow \text{Mélange}(p, m^R, m^I) \rightarrow h_4, T_4, p_4, U_4, A_4 \quad (3.1.21)$$

3.1.3.1.2 - Chambre de combustion avec onde de détonation

La chambre de combustion avec onde de détonation n'est pas une idée récente pour les véhicules supersoniques. Cependant, elle a repris de l'importance depuis quelques années pour ces avantages. Sommairement, ces avantages reposent sur des différences majeures avec les chambres de combustion standards. Du point de vue théorique, la détonation permet la libération quasi instantanée de l'énergie du carburant dans l'écoulement. Ceci vient du fait que la zone réactive de la détonation, le front d'onde, est très petite par rapport à de longues chambres de combustion conventionnelles (voir la section 3.1.2). Ainsi, l'énergie est rapidement transférée à l'écoulement sur une courte distance, contrairement à un processus plutôt constant et graduel. En plus, les autres avantages observés sont une forte augmentation de la pression et une augmentation rapide de la vitesse derrière l'onde de détonation par rapport aux chambres de combustion standards. Théoriquement, la détonation devrait être plus propice et efficace dans le développement de nouveau système de propulsion. Néanmoins, la recherche dans ce domaine est sans aucun doute à ces premiers balbutiements et cette étude a pour but la caractérisation de ce mode de propulsion par détonation.

Le design et les propriétés de la chambre de combustion par détonation sont obtenus par une résolution de l'écoulement en trois couches distinctes et par l'unification de ces couches au plan de sortie (Figure 3-30).

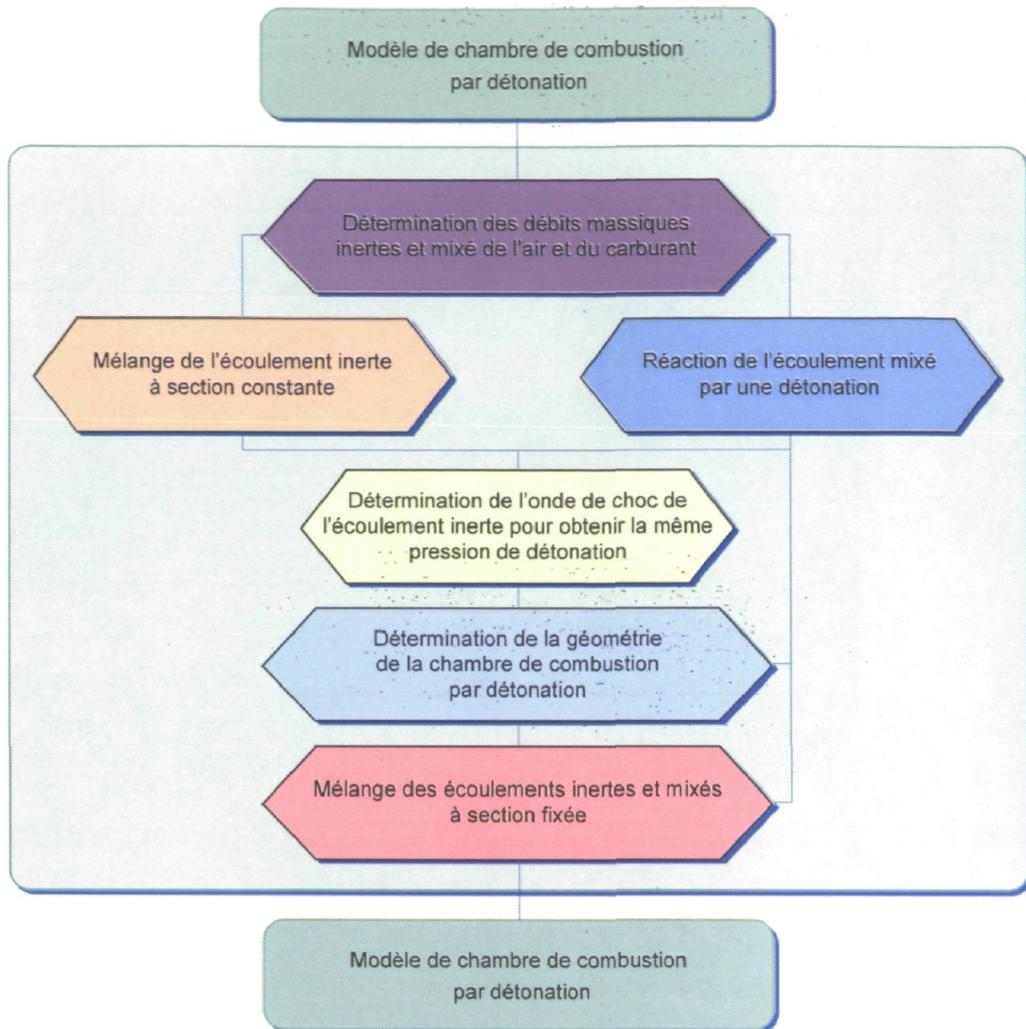


Figure 3-29 : Schéma de la chambre de combustion par détonation

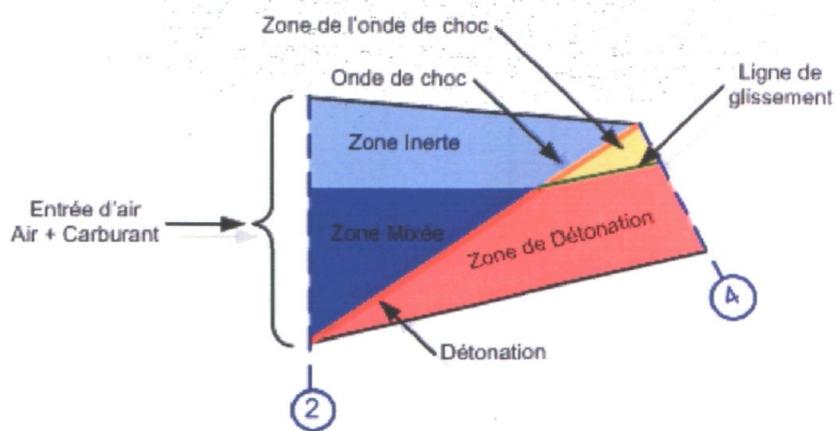


Figure 3-30 : Schéma de la chambre de combustion par détonation

Ces trois couches sont la couche d'air non réagi, de carburant non réagi et des produits de combustion. Cependant, dans cette étude, les trois couches deviennent plutôt deux écoulements distincts soit l'inerte et le réagi (figures 3-29 et 3-30). Ils sont déterminés soit par l'emploi des rendements de mixage, de réaction et de combustion ou les bilans de conservation de masse, d'énergie et de quantité de mouvement ou bien par la théorie des détonations de type Chapman-Jouguet décrit à la section 2.4. Pour finir, le plan de sortie de la chambre de combustion unifie les deux écoulements par la détermination de la température à l'équilibre, où les fractions massiques de chaque espèce sont conservées (gelées). Ainsi, le design et les propriétés de la chambre de combustion sont évalués à l'aide de la procédure analytique et numérique suivante :

1. Résolution du bilan de conservation de masse pour en déterminer les débits massiques réagis et inertes de l'air (m_2^R, m_2^I), du carburant (m_f^R, m_f^I) et du mélange (m^R, m^I) et le débit massique à la sortie de la chambre de combustion (m_4):

$$m_f^R = \begin{cases} \eta_{mix} \eta_{\Phi} m_f & \text{si } \frac{m_f}{m_2} \leq f_{st} \\ \eta_{mix} \eta_{\Phi} f_{st} m_2 & \text{si } \frac{m_f}{m_2} > f_{st} \end{cases} \quad (3.1.22)$$

$$m_2^R = \frac{m_f^R}{f_{st}} \quad (3.1.23)$$

$$m^R = m_2^R + m_f^R \quad (3.1.24)$$

$$m_f^I = m_f - m_f^R \quad (3.1.25)$$

$$m_2^I = m_2 - m_2^R \quad (3.1.26)$$

$$m^I = m_2^I + m_f^I \quad (3.1.27)$$

$$m_4 = m_2 + m_f = m^I + m^R \quad (3.1.28)$$

2. Évaluation du mélange inerte de l'air et du carburant par la théorie de la section 2.1.7. Ce mélange est évalué en fonction de la section constante instantanée de la chambre de combustion :

$$\text{Inerte} \Rightarrow \text{Mélange}(m_2^I, m_f^I) \rightarrow h^I, T^I, p^I, U^I \quad (3.1.29)$$

3. Détermination des propriétés de l'onde de détonation normale. Cette étape se fait par l'intermédiaire d'une réaction chimique par détonation, décrite à la section 2.3. Ce calcul de réaction à l'équilibre est réalisé avec le programme CEA [31,32] de la NASA et permet la caractérisation d'une onde de détonation normale de type Chapman-Jouguet pour la couche de mélange réagi avec comme hypothèse un rapport d'équivalence toujours de 1:

$$\left(p_A, T_A, T_f, Y_{\text{REACTANT}}^R \right)_2 \xrightarrow{\text{NASA CEA CODE}} Y_{\text{PRODUIT}}^R, D_{cs}, C_{cs}, \dots \quad (3.1.30)$$

4. Pour produire ce type de chambre de combustion, l'écoulement à la fin de l'entrée d'air doit avoir préalablement les conditions nécessaires pour créer une onde de détonation. Avec la théorie de la section 2.4.2, cette étape consiste à vérifier s'il est possible d'obtenir une onde de détonation oblique à partir des résultats de l'étape précédente. La vérification est faite pour voir si la vitesse du mélange U_{MIX} est supérieure à la vitesse de l'onde de détonation normale D_{cs} calculée :

Si $U_{MIX} > D_{cs}$, l'onde de détonation oblique existe.

Si $U_{MIX} < D_{cs}$, l'onde de détonation oblique est physiquement impossible.

Dans le cas où l'onde de détonation est impossible, la configuration SSCRéacteur est rejetée et une modification de l'entrée d'air ou de la condition de vol est nécessaire pour poursuivre.

5. Dans le cas où le débit massique inerte (m^I) est non nul, la pression de l'écoulement inerte (p^I) doit inévitablement être la même que celle de la détonation (p^R) sans quoi la détonation serait non valide et la mécanique des fluides ne serait pas respectée. De la sorte, l'écoulement inerte subit ainsi une onde de choc pour rétablir la pression entre la zone devant et derrière la détonation. Par la théorie de la section 2.1.3, cette étape consiste en un processus itératif à la recherche de l'onde de choc qui obtient la pression de détonation (p^R) pour fixer les propriétés de l'écoulement inerte :

$$\text{Inerte} \Rightarrow \text{Onde de choc}(m^I, p_r) \rightarrow T^I, p^I, U^I, \dots \quad (3.1.31)$$

6. Détermination de l'angle de l'onde de détonation oblique β_{Det} et de l'angle de la paroi de la chambre de combustion θ_{MC} . Ces angles proviennent des manipulations des équations géométriques des détonations obliques de la section 2.4.2 par rapport à l'angle du fluide à la fin de l'entrée d'air θ_{ME}^{Sortie} et deviennent :

$$\beta_{Det} = \theta_{ME}^{Sortie} + \sin^{-1} \left[\frac{D_{cs}}{U_{MIX}} \right] \quad (3.1.32)$$

$$\theta_{MC}^{Detonation} = \theta_{ME}^{Sortie} + \theta_{MC} = D_{cs} - \tan^{-1} \left[\frac{C_{cs}}{\sqrt{U_{MIX}^2 - D_{cs}^2}} \right] \quad (3.1.33)$$

7. Évaluation du mélange de la chambre de combustion par la théorie de la section 2.1.7. Ce mélange est évalué en fonction de la pression obtenue par la détonation. Ainsi, la pression de sortie de la chambre de combustion devient égale à celle de la détonation ($P_4 = P_{Det}$) et les propriétés du plan de sortie deviennent par rapport au mélange réagi et inerte :

$$\text{Chambre de combustion} \Rightarrow \text{Mélange}(P_4, m^R, m^I) \rightarrow h_4, T_4, A_4, U_4, \dots \quad (3.1.34)$$

8. Convergence sur l'angle de l'onde de détonation et sur l'angle de l'onde de choc relatif moyen ($\beta_{relatif}$) par rapport à l'aire de sortie (A_4) obtenue de la chambre de combustion. Cette étape détermine la géométrie finale de la chambre de combustion par l'emploi de l'intersection de la paroi de la chambre de combustion et l'angle relatif moyen ($\beta_{relatif}$). Cet angle apparaît seulement lorsque le débit massique inerte (m') est plus grand que 0, sans quoi $\beta_{relatif} = \beta_{Det}$. Ainsi, la position finale de la chambre de combustion provient de l'addition de l'onde de la détonation (écoulement réagi) avec l'onde de choc (écoulement inerte) qui rencontre l'angle de la paroi de l'entrée d'air (figure 3-31). Cette intersection (point P_D) est obtenue par des relations géométriques simples et par la variation itérative de l'angle $\beta_{Relatif}$ pour converger sur l'aire de sortie (A_4).

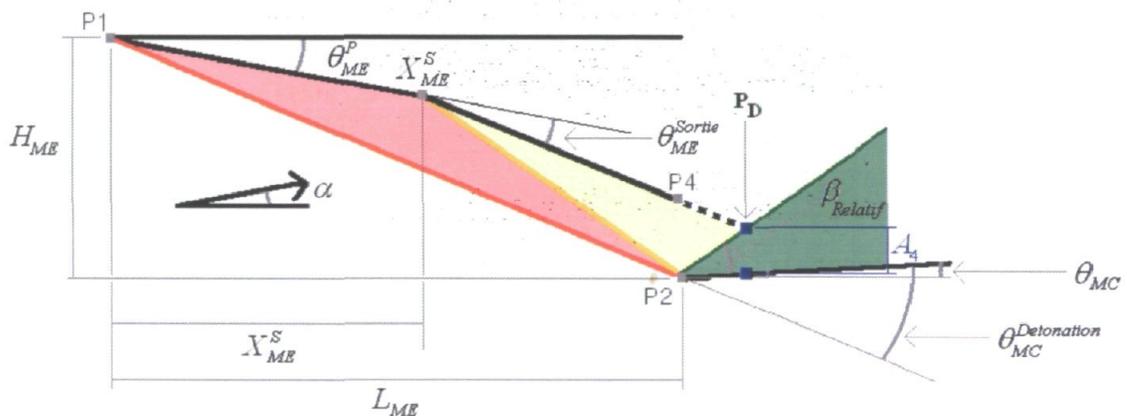


Figure 3-31 : Schéma représentatif de la fonction pour déterminer l'aire de sortie de la chambre de combustion par détonation par rapport à l'angle relatif

En plus, dans la construction d'une chambre de combustion par détonation sans onde de choc de réflexion indésirable, l'angle de la paroi interne après la détonation doit obligatoirement avoir la même direction que les produits de combustion de la détonation. Ainsi, l'angle de la paroi de la chambre de combustion devient égal à $\theta_{MC}^{Detonation}$ et l'écoulement derrière la détonation reste uniforme.

3.1.3.2 – Implantation

Dans cette étude, deux modèles de chambre de combustion sont étudiés, l'une pour le SSRéacteur et l'autre pour le SSCRéacteur. Pour chaque véhicule, la chambre de combustion doit tenir compte des particularités de l'injection du carburant et du type de processus de combustion utilisé.

A) SSRéacteur

Pour le véhicule SSRéacteur, la configuration utilise une chambre de combustion à pression constante. Ainsi, la pression de l'entrée d'air détermine la pression qui restera constante dans la chambre de combustion jusqu'à la tuyère de sortie supersonique. L'implantation de ce type de chambre de combustion est relativement simple puisque la géométrie provient d'une extrapolation en 3D d'un système en 1D. De la sorte, ce modèle relie l'entrée d'air à la tuyère de sortie par une conduite rectangulaire dans la même direction que l'écoulement initial (angle du fluide de l'entrée d'air), comme le montre la figure suivante :

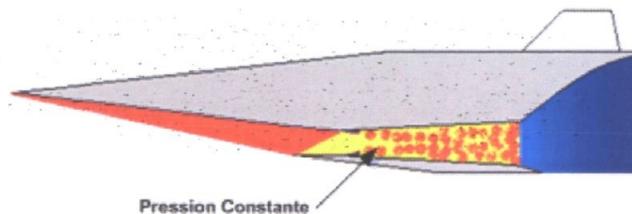


Figure 3-32 : Configuration standard de la chambre de combustion à pression constante

En fonction des propriétés de l'entrée d'air définies précédemment pour le SSRéacteur, la valeur de la température de flamme maximale ($\phi = 1$) pour un calcul à l'équilibre du JP-10 gazeux par CEA [31,32] tourne autour de 2 700 K.

B) SSCRéacteur

D'un concept différent à la chambre de combustion à pression constante du SSRéacteur, le véhicule SSCRéacteur utilise une détonation oblique stable comme processus de combustion. Ainsi, à partir des conditions de l'entrée d'air fixe, si le module vitesse est suffisant pour produire une onde de détonation, la pression à l'intérieur de la chambre de combustion augmentera significativement jusqu'à la tuyère supersonique. L'implantation de ce type de chambre de combustion est relativement simple puisque la géométrie provient d'une extrapolation en 3D d'un système en 2D obtenue de l'interaction de l'onde de détonation ou de l'angle relatif de la paroi. De la sorte, ce modèle relie l'entrée d'air à la tuyère par une conduite rectangulaire dans la direction de l'écoulement derrière la détonation, comme le montre la figure suivante :

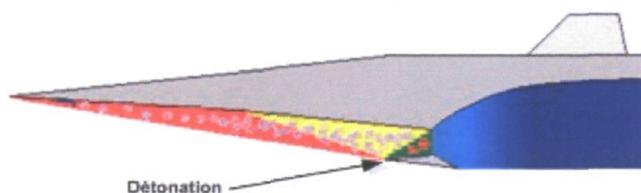


Figure 3-33 : Configuration standard de la chambre de combustion par détonation

En fonction des propriétés de l'entrée d'air définies précédemment pour le SSCRéacteur, la valeur de la température de flamme maximale ($\phi=1$) pour une détonation normale du JP-10 gazeux par CEA [31,32] tourne autour de 2 800 K.

Dans le cas de cette étude, la chambre de combustion incluant une portion de la tuyère du SSCRéacteur requiert une longueur minimum pour développer la structure cellulaire de la détonation. Basé sur la figure 7-44, la distance moyenne obtenue entre l'onde de détonation et la partie inférieure tronquée de la tuyère est d'environ 500 mm. Ainsi, pour une longueur d'environ 80 mm (60 mm à 100 mm) pour une cellule de détonation (JP-10/Air) [52][53], la structure cellulaire de la détonation sera composée d'un minimum de 6 cellules consécutives pour supporter une onde de détonation. De la sorte, cette étude suppose que l'onde de détonation est possible en tout temps.

3.1.4 – Tuyère de sortie

L'analyse du système de propulsion se termine inévitablement par une composante permettant l'expansion des gaz pour donner le plus grand changement de vitesse possible. Sa principale fonction est de produire une accélération des produits brûlés provenant de la chambre de combustion à partir de sa pression jusqu'à la pression atmosphérique. Cette accélération doit se faire préférentiellement dans la direction désirée (optimiser la poussée et la portance) de façon à minimiser l'augmentation de l'entropie. De la sorte, la configuration du système d'expansion est la dernière partie essentielle pour le système de propulsion. Une mauvaise configuration de celle-ci aura un impact majeur sur les performances globales du véhicule. Ainsi, les facteurs, comme la longueur et la méthode d'expansion des gaz de combustion, demandent une attention très particulière pour la détermination du rendement et de la masse de la tuyère.

Cette composante est essentiellement la région où l'énergie à l'intérieur du fluide est transférée en énergie cinétique et mécanique. Elle a pour but de modifier les propriétés du fluide pour les ramener aux conditions atmosphériques. En plus, dans l'étude des véhicules supersoniques de type SSRéacteur et SSCRéacteur, la tuyère n'est pas une tuyère conventionnelle avec un écoulement interne de subsonique à supersonique, mais bien de supersonique à supersonique. Cette spécificité nécessite une méthodologie de conception bien différente pour permettre l'expansion des gaz dans un régime entièrement supersonique.

En plus, dans un but de simplifier l'analyse et la géométrie, cette tuyère repose sur quelques hypothèses :

- La tuyère est un système 2D à expansion isentropique, non tournant, adiabatique, non visqueux, en régime permanent et sans interaction de la couche limite. De la sorte, la tuyère ne contient pas de modèle de correction de la couche limite et sa conception est conforme à la théorie sur les ondes d'expansion et sur la méthode des caractéristiques de la section 2.1.

- Le fluide est composé des produits de combustion homogènes provenant de la chambre de combustion où les fractions massiques de chaque espèce sont conservées (gelées). Ainsi, le fluide ne subit aucun effet du carburant non brûlé. L'écoulement est aussi considéré comme un gaz parfait et avec un κ constant.

3.1.4.1 - Design

Tout d'abord, cette étude utilise une méthode hybride de conception tuyère fortement inspirée de la méthodologie employée par Zucrow M. et Hoffman J. D. [24] et Heiser W, H., Pratt D. T [35] pour obtenir une expansion des gaz, comme le montre la figure suivante :

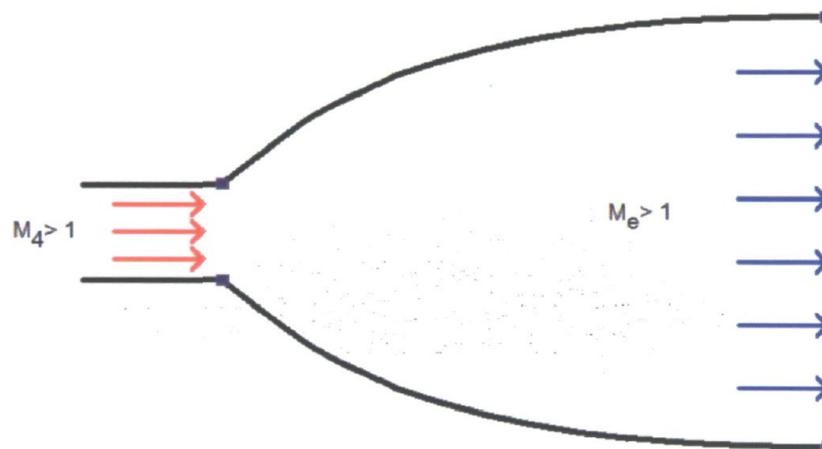


Figure 3-34 : Schéma de la tuyère supersonique à supersonique

La méthode hybride permet la création d'un maillage d'une tuyère asymétrique avec un écoulement supersonique à supersonique. Pour ce faire, la méthodologie fabrique un maillage, à l'aide de la méthode des caractéristiques décrite à la section 2.1, qui peut s'exprimer en trois procédures interreliées distinctes:

1. Initialisation du maillage
2. Création de la région centrale du maillage
3. Création de la région transitoire du maillage

Ainsi, les sous-sections suivantes décrivent sommairement la méthodologie et la figure 3-35 présente les zones d'influence de chaque procédure utilisée.

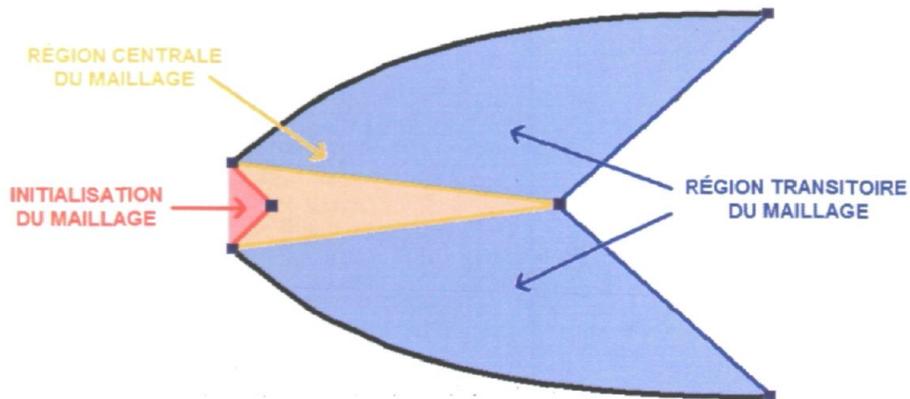


Figure 3-35 : Schéma des trois zones d'influence de la tuyère

1 - Initialisation du maillage

L'initialisation du système d'expansion d'un écoulement supersonique à supersonique repose essentiellement sur les ondes d'expansion de Prandtl-Mayer. Dans ce cas, l'écoulement n'est pas amorcé et le régime de l'écoulement est entièrement supersonique. Cette étape de l'initialisation du maillage a recours à la procédure *Détermination d'une ou des caractéristiques par rapport à un mur convexe* de la section 2.1.5. Cette étape vise à déterminer les caractéristiques initiales formées ($\alpha_{MT}^1, \alpha_{MT}^2$) par l'expansion des gaz entre deux murs convexes ($\theta_{MT}^1, \theta_{MT}^2$), comme le montre la figure suivante :

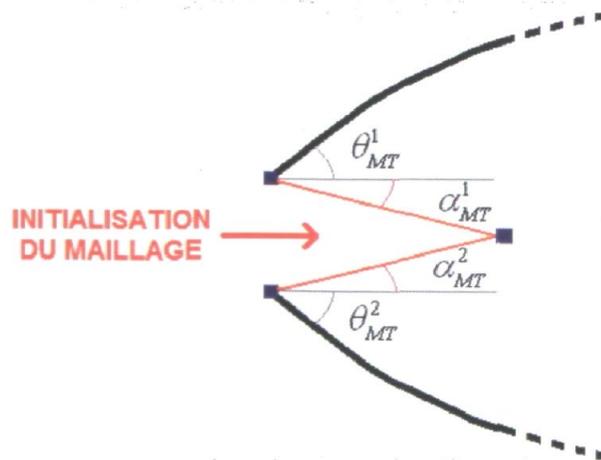


Figure 3-36 : Schéma de l'initialisation du maillage

La procédure est initialisée par l'écoulement à la sortie de la chambre de combustion et par la présence des deux murs convexes. Ces conditions produisent deux fans d'expansion (mur du haut et du bas) par rapport aux angles des murs convexes. Cependant, cette procédure prend en compte seulement les deux premières caractéristiques du fan et ainsi, ce dernier sera traité à la section suivante.

2 - Création de la région centrale du maillage

La région centrale du maillage provient de l'interaction entre les caractéristiques produites par les fans d'expansion. Le fan est créé par la discrétisation de l'angle de la paroi convexe et par l'évaluation des caractéristiques pour chacun de ces angles. La création du maillage en 2D de la région centrale (Figure 3-37) a recours à plusieurs étapes numériques, qui interagissent avec une multitude de sous-procédures imbriquées provenant de la section 2.1.5.

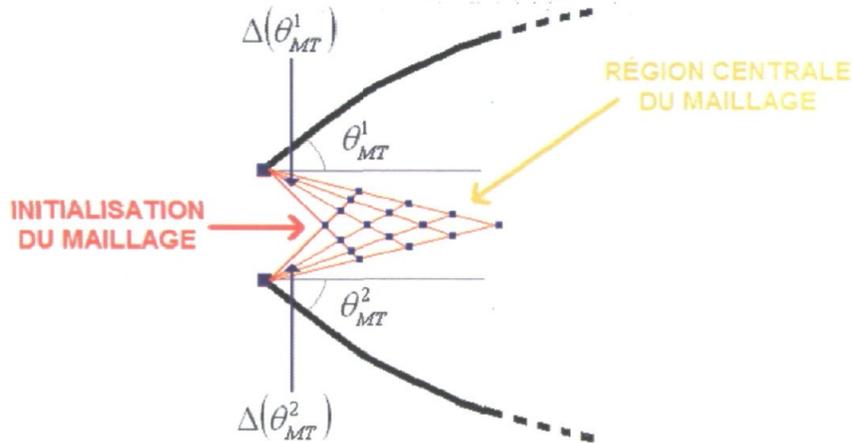


Figure 3-37 : Schéma de la région centrale du maillage

La figure suivante présente la procédure numérique utilisée par chaque discrétisation des angles d'expansion ($\Delta(\theta_{MT}^1), \Delta(\theta_{MT}^2)$), comme le montre la figure suivante :

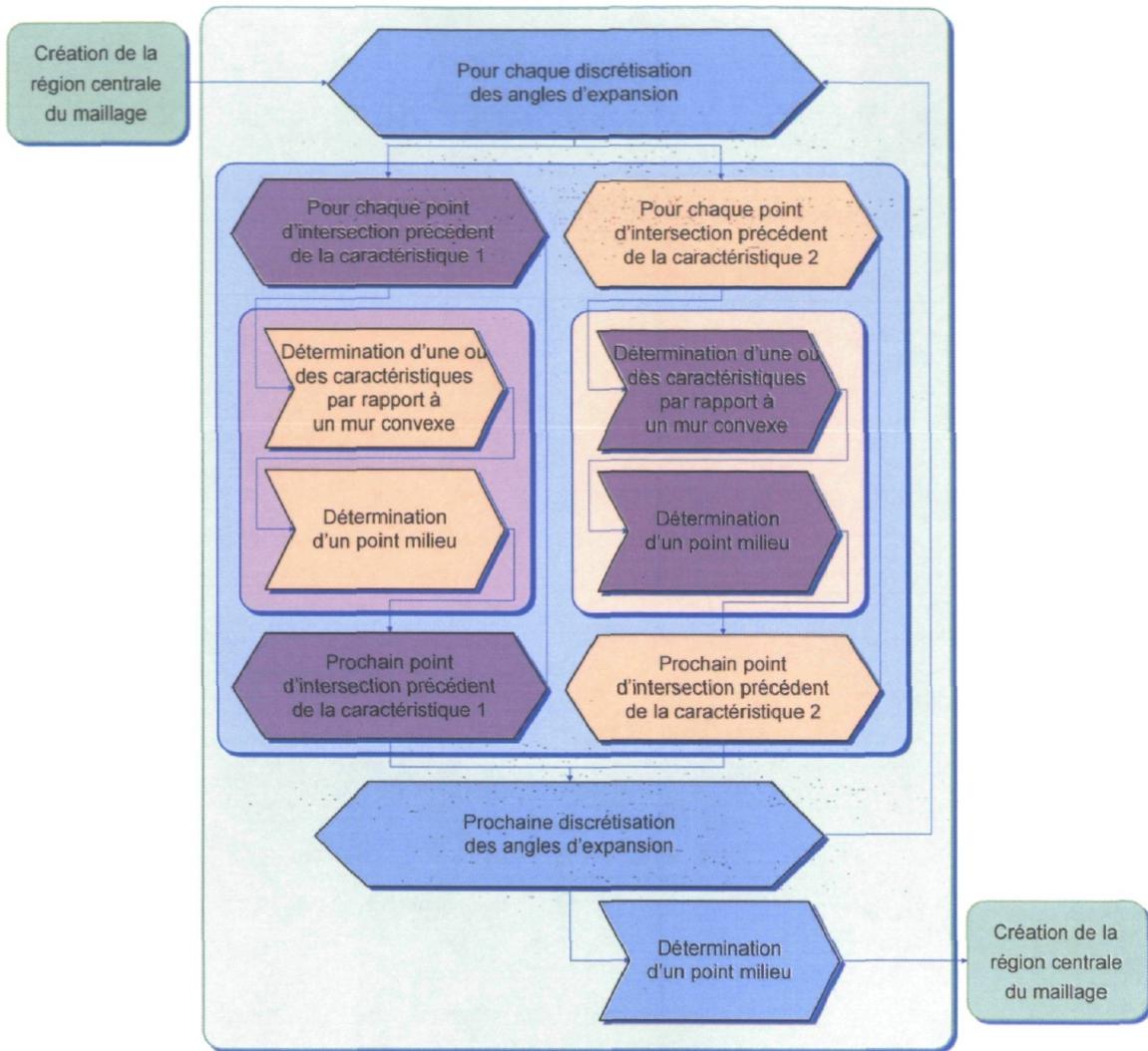


Figure 3-38 : Procédure numérique de la région centrale du maillage

Ainsi, la production de ce maillage n'est dépendante que des angles d'expansion de la tuyère et non de sa géométrie. Alors, la procédure suivante finalise la géométrie de la tuyère.

3 - Création de la région transitoire du maillage

Cette étape est celle qui détermine la forme finale de la tuyère. Cette géométrie finale est construite de façon à éviter la production d'onde de choc indésirable pour obtenir une expansion pleinement isentropique. Ainsi, la création de la région transitoire du maillage a

elle aussi recours à la section 2.1.5. Cette étape consiste à déterminer le redressement de l'écoulement par l'intermédiaire de la paroi, comme le montre la figure 3-39.

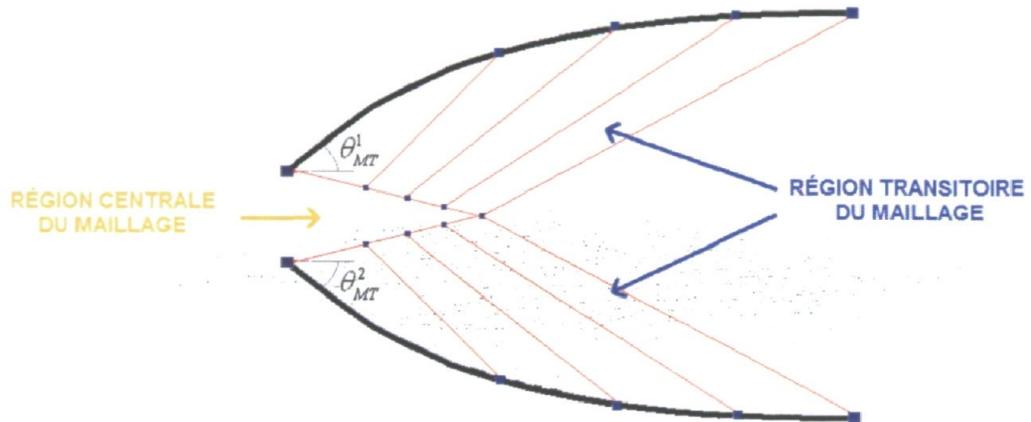


Figure 3-39 : Schéma de la région transitoire du maillage

Pour ce faire, cette étape utilise une procédure numérique qui interagit avec une multitude de sous-procédures imbriquées, tel que représenté à la figure 3-40.

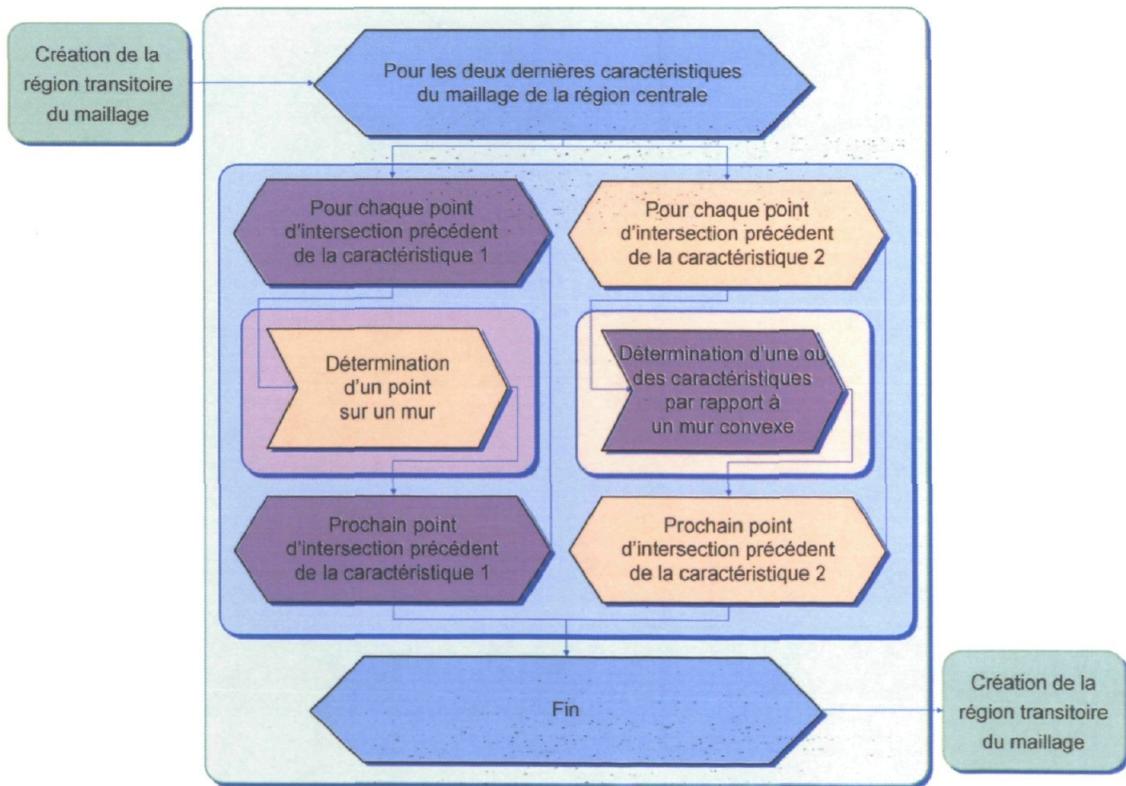


Figure 3-40 : Procédure numérique de la région transitoire du maillage

3.1.4.2 – Implantation

Dans cette étude, les deux configurations étudiées, SSRéacteur et SSCRéacteur, utilisent la même tuyère et la variation de leurs géométries repose exclusivement sur les propriétés des gaz brûlés à la sortie de la chambre de combustion.

A) SSRéacteur et B) SSCRéacteur

Pour chacun des véhicules, la configuration de la tuyère utilise la méthodologie développée à la section précédente. Ce modèle de tuyère est conçu dans tous les cas pour détendre les gaz de la chambre de combustion jusqu'à la pression atmosphérique. Ainsi, plus la vitesse et la pression sont élevées pour les produits de combustion, plus on observe de variation dans la géométrie de la tuyère. Les figures 3-41 et 3-42 montrent la relation entre la géométrie de la tuyère versus l'augmentation du nombre de Mach et la pression:

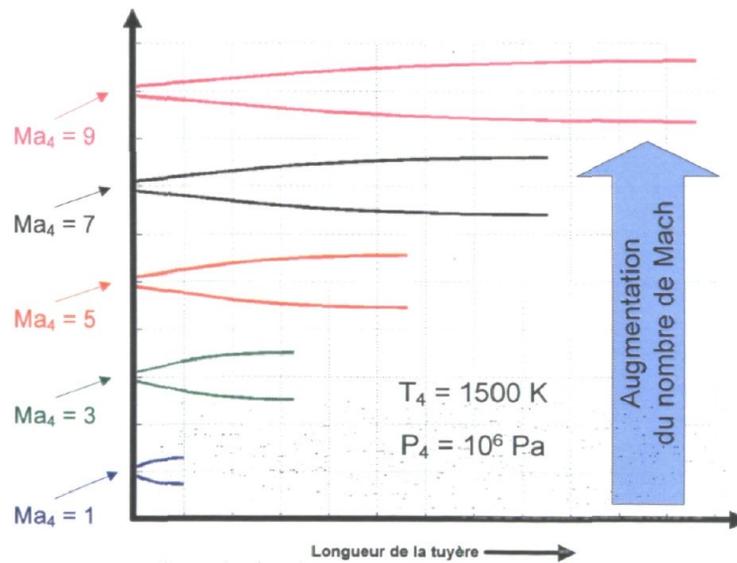


Figure 3-41 : La géométrie de la tuyère versus le nombre de Mach à la sortie de la chambre de combustion

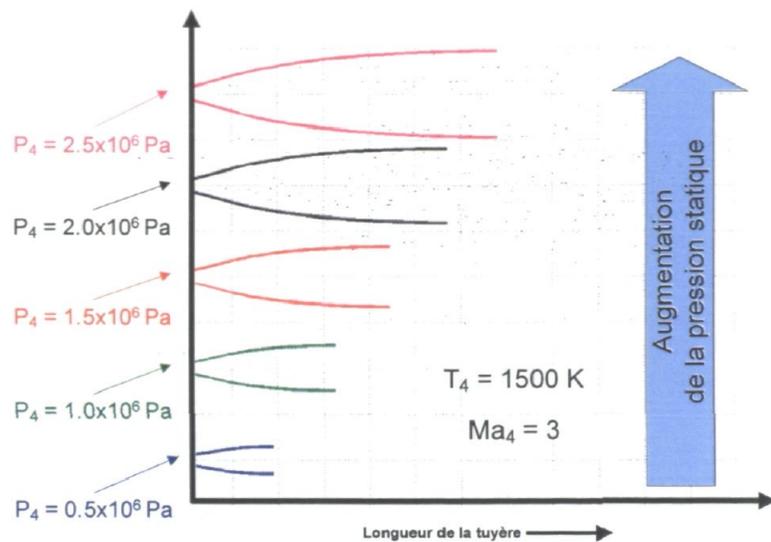


Figure 3-42 : La géométrie du système d'expansion versus la pression de la sortie de la chambre de combustion

Un point important à mentionner est la forme définitive de la tuyère qui est tronquée à l'intersection avec l'enveloppe de l'aérodynamique (géométrie externe). Cette forme définitive est une tuyère asymétrique dans laquelle habituellement la partie inférieure est plus courte que celle supérieure, comme le montre la figure suivante :

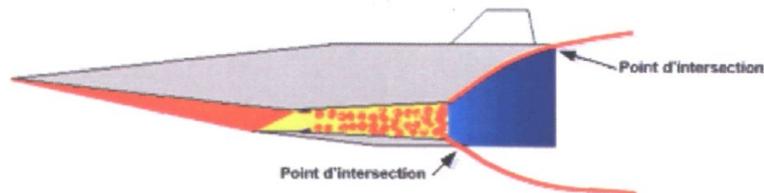


Figure 3-43 : Schéma des points d'intersection de la tuyère

Cette configuration a pour but d'avoir une réduction de la masse structurelle et une augmentation significative de la portance du véhicule. Cependant, la poussée générée par la tuyère tronquée subit elle aussi une réduction significative. Ainsi, un juste équilibre de la géométrie de la tuyère est requis pour permettre l'équilibre des forces du véhicule. Le processus d'optimisation du chapitre 5 permettra d'obtenir cet équilibre.

3.2 – Modèle d'aérodynamique

Le modèle d'aérodynamique est le module qui évalue tous les phénomènes externes du véhicule servant à définir la géométrie et les forces externes. Il se compose de deux sous-modèles qui idéalisent l'écoulement externe par une série d'ondes de choc obliques ou d'expansion. Ils idéalisent également les ailes et ailettes du véhicule, soit le modèle d'aérodynamique externe et des ailes/ailettes, comme le montre la figure 3-44.

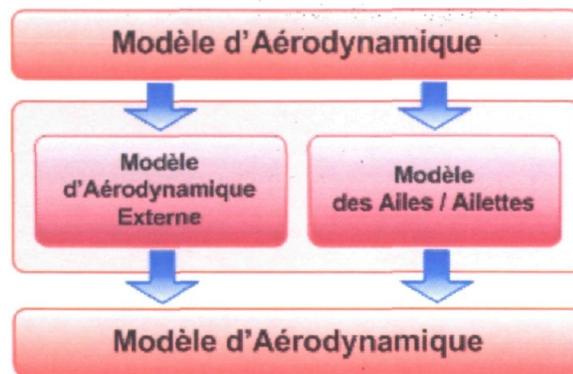


Figure 3-44 : Schéma du modèle d'aérodynamique externe

Cette section présente la méthodologie de génération de la paroi externe et d'évaluation de l'écoulement externe. Cependant, la sommation des forces résultantes évaluées dans ces sous-sections sera définie seulement à la section 3.4, soit *Paramètres de performance*.

3.2.1 – Modèle d'aérodynamique externe

Le modèle d'aérodynamique externe comporte une seule composante, par contre, ce modèle joue un rôle important sur les performances globales du système. Sa principale fonction est d'évaluer l'écoulement externe autour du véhicule à partir des conditions atmosphériques pour une vitesse de vol spécifiée. Or, une mauvaise configuration de l'aérodynamique externe peut provoquer des pertes d'efficacité par de fortes traînées agissant sur les surfaces du véhicule. Cependant, la géométrie externe doit tenir compte du fait qu'il faut un volume minimum pour permettre l'intégration de toutes les composantes internes nécessaires à la réalisation d'un véhicule réel. Par exemple, l'une des contraintes est d'obtenir un réservoir de carburant suffisamment grand pour compléter la mission demandée.

Ce modèle d'aérodynamique externe utilise une méthodologie simple par l'intermédiaire d'une série d'ondes de choc obliques et d'ondes d'expansion pour l'évaluation des propriétés à la surface des parois. Tout d'abord, dans un but de simplifier la méthodologie, ce modèle repose sur quelques hypothèses :

- L'air est un gaz parfait, la concentration des espèces est fixée et κ est constant.
- L'écoulement externe est un système en 2D (sans les effets 3D), adiabatique, non visqueux, en régime permanent et sans interaction avec la couche limite.
- Toutes les ondes de choc obliques et d'expansion sont idéales et conformes à la théorie de la section 2.1.

3.2.1.1 – Design

Le design de l'aérodynamique externe doit essentiellement tenir compte de l'évaluation des forces sur le corps du véhicule. Ainsi, la configuration de l'aérodynamique externe est déterminée à l'aide d'une méthodologie générique en trois étapes, comme le montrent les figures 3-45 et 3-46:

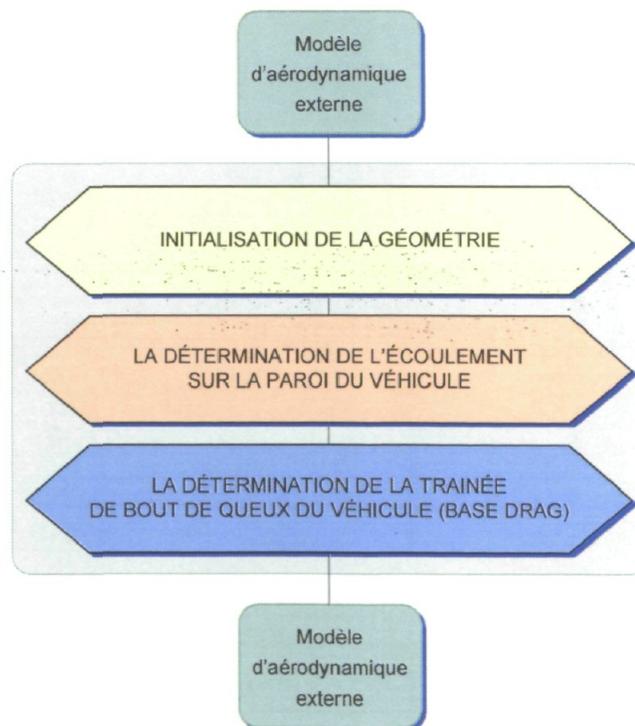


Figure 3-45 : Schéma du modèle de l'aérodynamique externe

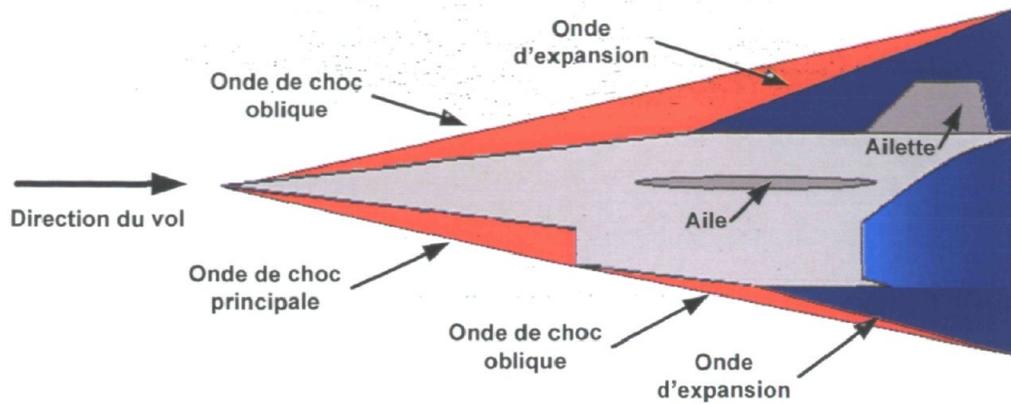


Figure 3-46 : Schéma du modèle de l'aérodynamique externe

Cette méthodologie permet la génération de l'aérodynamique externe en fonction d'un à plusieurs segments de paroi pour les surfaces inférieures et supérieures. Les sous-sections suivantes décrivent chaque procédure utilisée.

1 - Initialisation de la géométrie

La géométrie du véhicule est définie par une multitude de segments linéaires déterminés par le concepteur. La longueur de ces segments est fonction de la dimension de l'entrée d'air et dans la même optique, la longueur doit offrir un volume suffisamment grand pour que la géométrie du groupe de propulsion puisse y prendre place. Ainsi, le véhicule est défini par une enveloppe (une série de points) dans laquelle toutes les composantes internes sont incluses, comme le montre la figure 3-47.

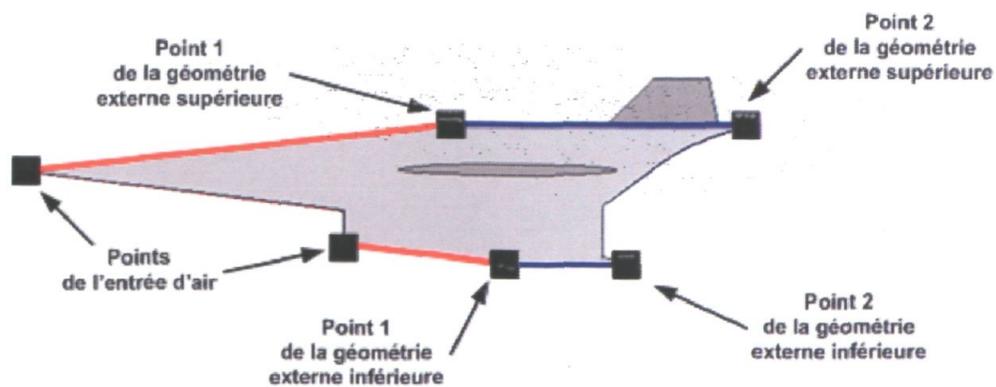


Figure 3-47 : Schéma de l'initialisation de la géométrie de l'aérodynamique

La géométrie finale du véhicule sera définie par le modèle de masse à la section 3.3. Ce modèle produira l'intersection entre la géométrie interne du groupe propulsion et la géométrie pour l'aérodynamique externe. Ainsi, ce modèle est générique pour tous les types de géométries internes et externes.

2 - La détermination de l'écoulement sur les parois externes du véhicule

La détermination de l'écoulement sur les surfaces externes du véhicule se fait par l'interaction des ondes de choc obliques et d'expansion. La procédure consiste à évaluer l'angle de la paroi en fonction de la direction initiale de l'écoulement pour en déterminer si nous sommes en présence d'une onde de choc oblique ou bien d'une onde d'expansion, comme le montre la figure suivante :

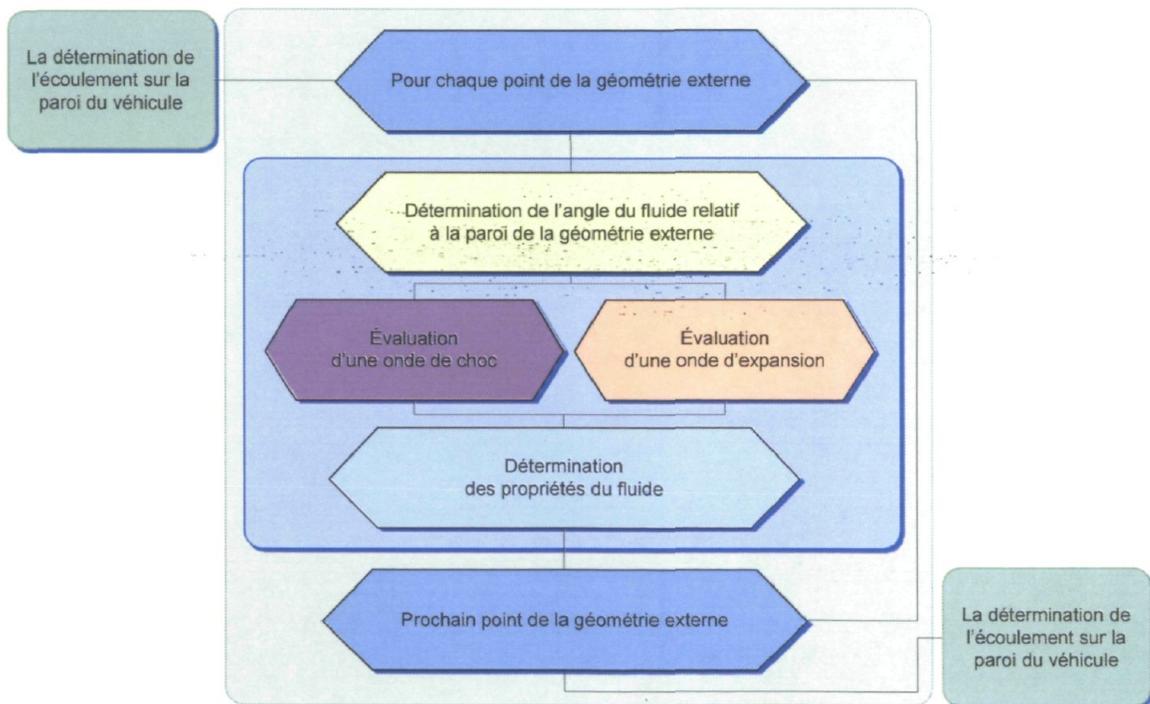


Figure 3-48 : Procédure pour déterminer la direction de l'écoulement sur la paroi du véhicule

Ainsi, si l'angle relatif de la paroi est positif entre la direction de l'écoulement et l'angle du segment, une onde de choc sera générée (figure 2-1) et dans le cas contraire, une onde d'expansion sera générée (figure 2-2).

3 - La détermination de la traînée de culot du véhicule (Base Drag)

La traînée de culot du véhicule se produit lorsqu'il n'y a pas d'intersection entre la géométrie de l'aérodynamique externe et celle du groupe de propulsion. Dans ce cas, le véhicule est complété par un segment droit pour relier les surfaces inférieures et supérieures. L'analyse de ce type de traînée est un processus habituellement complexe et très dépendant des propriétés des écoulements de chaque côté du culot du véhicule, comme le montre la figure suivante :

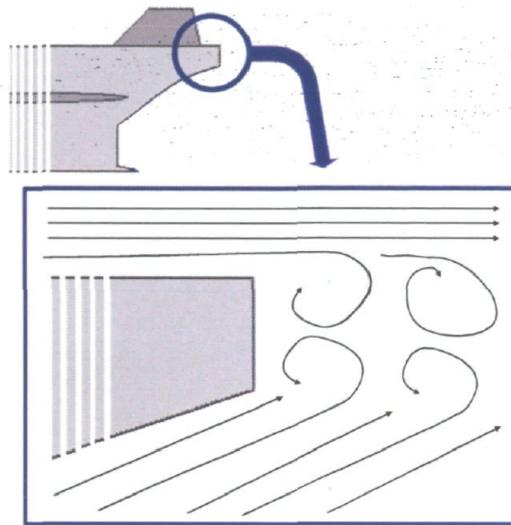


Figure 3-49 : Représentation de la traînée de bout de queue (de culot).

Pour simplifier l'analyse, cette étude repose sur une évaluation de la traînée en déterminant la force de pression sur ce segment. Dans le pire des cas, comme cette section est habituellement une zone de recirculation entre deux écoulements à haute vitesse, la pression à cet endroit tend vers zéro dans un repère absolu. Donc, nous pouvons considérer que la pression sur ce segment est nulle. Ainsi, la force de pression à cet endroit dans un repère relatif à la pression ambiante devient la force de traînée maximale observée. De la sorte, les configurations, avec une forte traînée de culot, deviennent inévitablement moins performantes que celles avec une intersection entre la géométrie interne et externe. Les équations du modèle de la traînée de culot du véhicule (équations 3.4.11 à 3.4.12) sont présentées à la section 3.4.1.

3.2.1.2 - Implantation

Dans cette étude, les deux configurations étudiées, SSRéacteur et SSCRéacteur, utilisent la même technique d'évaluation des forces aérodynamiques et leurs variantes dans la géométrie reposent exclusivement sur les enveloppes optimales pour chaque type de chambre de combustion.

A) SSRéacteur et B) SSCRéacteur

Pour chacun des véhicules, l'évaluation de l'aérodynamique externe utilise la méthodologie développée dans la section précédente. Ce modèle est désigné dans tous les cas pour des écoulements attachés à la paroi sans interaction et d'effet des couches limites. Cette configuration a pour but d'être simple et rapide à calculer. Cet avantage est inévitablement utile dans une boucle d'optimisation qui peut facilement prendre des heures de calculs supplémentaires dues à un modèle trop complexe. Les équations du modèle d'aérodynamique (équations 3.4.7 à 3.4.8 et 3.4.18 à 3.4.23) sont présentées à la section 3.4.1. Dans le but de valider la méthodologie servant à l'évaluation de l'aérodynamique externe, le chapitre 4 présente la comparaison de ce modèle avec un autre modèle développé par TNO, soit un modèle comparable pour des écoulements supersoniques/hypersoniques.

3.2.2 – Modèle des ailes/ailettes

Le modèle des ailes et des ailettes est une composante essentielle au modèle d'aérodynamique et il joue un rôle important sur la génération de la portance et sur la stabilisation du vol. Or, une mauvaise configuration des ailes et des ailettes peut provoquer des pertes d'efficacité dues à des fortes traînées et par ces circonstances, rendre l'équilibre des forces difficiles. Cependant, la géométrie des ailes et des ailettes est habituellement standardisée et la présente étude utilise justement une de ces formes standards retrouvées en référence [12,13]. Ainsi, la figure 3-50 montre la configuration standardisée des ailes et des ailettes utilisées :

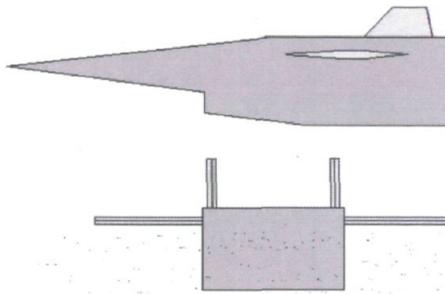


Figure 3-50 : Schéma des ailes et ailettes du véhicule

3.2.2.1 - Design

La modélisation des ailes et des ailettes sont très similaires avec l'hypothèse que le vol du véhicule est toujours droit et uniforme. Dans le cas des ailes, la modélisation consiste à définir les forces de portance L et de traînée D séparément par l'intermédiaire des coefficients de portance C_L et de traînée C_D [12,13] :

$$C_L = C_N \cos(\alpha) \quad (3.2.1)$$

$$C_D = C_{D_0} + C_N \sin(\alpha) \quad (3.2.2)$$

où C_N est le coefficient de pression normale sur l'aile et C_{D_0} est le coefficient de traînée à un angle d'attaque de zéro. Ainsi, avec une relation semi-empirique basée sur la théorie linéaire et de l'impact newtonien, C_N devient [12,13] :

$$C_N = \frac{4 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}{\sqrt{\text{Ma}^2 - 1}} + 2 \sin^2(\alpha) \quad (3.2.3)$$

Aussi, avec une relation semi-empirique et un angle d'attaque de zéro, C_{D_0} devient [12,13] :

$$C_{D_0} = \frac{5.3 \left(\frac{t}{c}\right)^2}{\sqrt{\text{Ma}^2 - 1}} \quad (3.2.4)$$

De la sorte, les forces de portance L et de traînée D deviennent :

$$L = q_A S_{Aile} C_L \quad (3.2.5)$$

$$D = q_A S_{Aile} C_D \quad (3.2.6)$$

où $q_A = \frac{1}{2} \rho_A U_A^2$ est la pression dynamique de la condition de vol.

Dans le cas des ailettes, la modélisation est semblable. Cependant, la force de portance des ailettes est toujours nulle due à son orientation perpendiculaire à la direction de la gravité et la force de traînée devient toujours égale à C_{D_0} due à son indépendance à α . Ainsi, les équations 3.2.1 et 3.2.2 pour les ailettes deviennent :

$$C_L = 0 \quad (3.2.7)$$

$$C_D = C_{D_0} \quad (3.2.8)$$

3.2.2.2 - Implantation

Dans cette étude, les deux configurations étudiées, SSRéacteur et SSCRéacteur, utilisent le même modèle d'aile et d'ailette. Leurs géométries (dimensions) sont aussi identiques afin d'éliminer quelques variables dans le processus de comparaison. Les équations du modèle d'aile et d'ailette (équations 3.4.9 à 3.4.10) sont présentées à la section 3.4.1. Cependant, une étude plus approfondie sur les positions et les dimensions des ailes et ailettes permettrait de faciliter l'équilibre des forces et des moments.

3.3 – Modèle de masse

Le modèle de masse est la composante qui relie le groupe de propulsion et d'aérodynamique. Ses principales fonctions sont de déterminer la géométrie finale et d'évaluer la masse du véhicule. Grâce à celle-ci, le véhicule devient un tout et l'évaluation des paramètres de performance devient ainsi possible. Il est important de noter que le modèle de masse se base exclusivement sur le volume du véhicule. À partir de ce volume, il devient alors plus réaliste de concevoir un véhicule et d'en évaluer le volume maximum du réservoir de carburant. Ainsi, par l'intermédiaire des volumes et des densités des composantes internes, la masse du véhicule entier est déterminée.

3.3.1 - Design

L'évaluation du modèle de masse se fait en deux étapes, soit l'évaluation de la géométrie finale et l'évaluation de la masse, comme le montre la figure suivante :

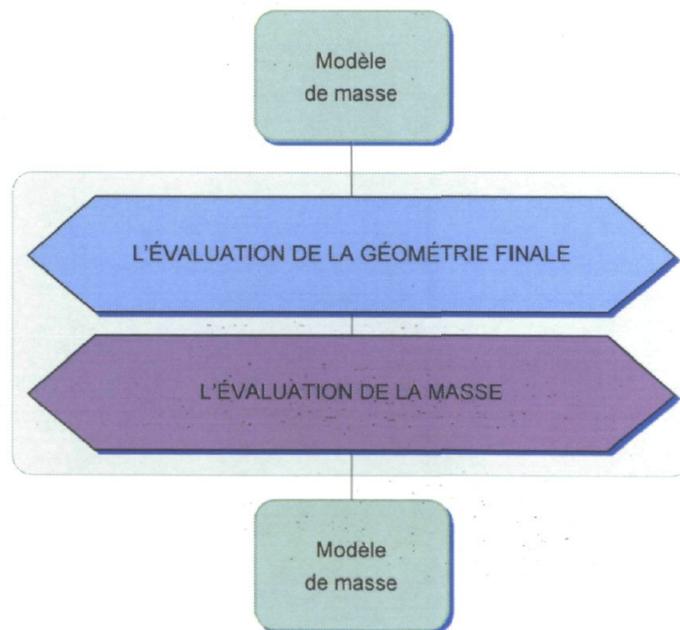


Figure 3-51 : Schéma du modèle de masse

Cette méthodologie est générique et permet l'évaluation de la masse à partir des volumes pour tous les types de véhicule. Les sous-sections suivantes décrivent chaque procédure utilisée.

1 - L'évaluation de la géométrie finale

L'évaluation de la géométrie finale se fait par l'interaction entre la géométrie interne du groupe de propulsion et l'aérodynamique externe. La procédure consiste à trouver les points d'intersection entre la géométrie interne et l'enveloppe de la géométrie externe, comme le montre la figure suivante :

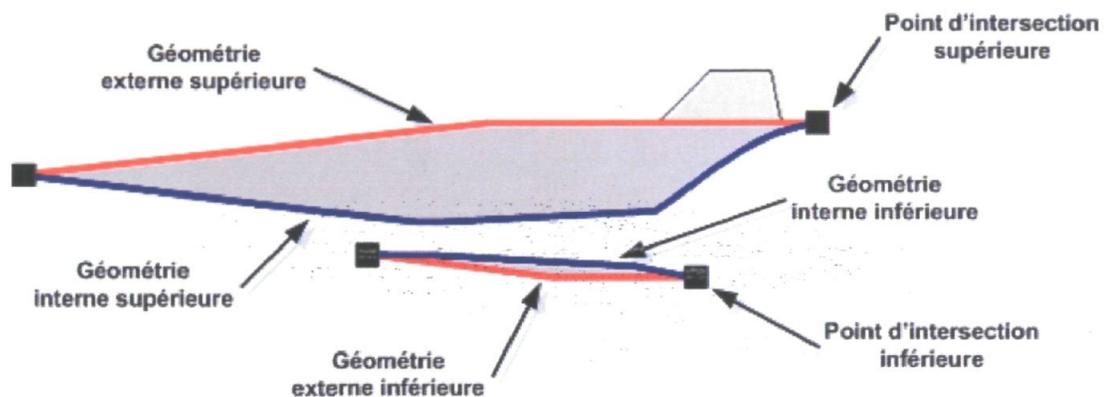


Figure 3-52 : Schéma des quatre points d'interaction entre les géométries interne et externe

Ces intersections se situent à quatre points différents sur le véhicule, soit deux points pour l'entrée d'air et deux points pour la tuyère. Il est à noter que si la géométrie interne ne croise pas la géométrie externe à la sortie de la tuyère, avant la longueur maximale déterminée par le concepteur, le véhicule est complété par un segment droit qui relie l'interne et l'externe. Ainsi, le véhicule sera construit avec un culot et il devra prendre en considération la traînée de culot tel que discuté à la section d'aérodynamique précédente (section 3.2.1).

2 - L'évaluation de la masse

Une fois que la géométrie est établie, l'évaluation de la masse se fait par la détermination du volume multiplié par la densité considérée constante pour le matériau choisi. Le volume est déterminé par une intégration de tous les triangles qui compose la géométrie finale. Ces triangles proviennent des deux points définissant un segment de la paroi jusqu'à un point milieu d'un volume fermé. Dans le cas des surfeurs d'ondes (*waveriders*), chaque véhicule est en tout temps composé de deux sous-volumes, comme le montre la figure suivante :

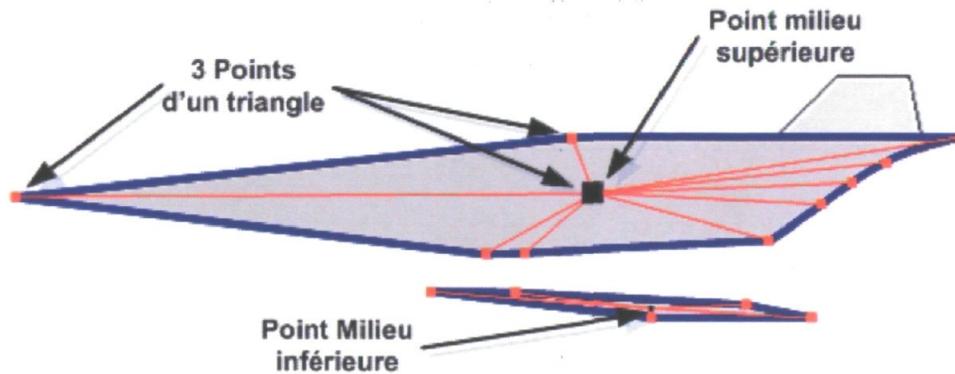


Figure 3-53 : Schéma de l'évaluation triangulaire de la masse

Ainsi, le volume total devient la sommation des deux sous-volumes qui intègre l'aire de chaque triangle multiplié par la largeur du véhicule.

$$V_{Vehicule} = V_1 + V_2 = [L_V \sum A_{i Triangle}]_1 + [L_V \sum A_{i Triangle}]_2 \quad (3.3.1)$$

où L_V est la largeur de véhicule et $A_{i Triangle}$ est l'aire du triangle i défini par :

$$A_{i Triangle} = \left| \frac{1}{2} (x_1 y_2 + x_3 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_1 - x_1 y_3) \right|_{i Triangle} \quad (3.3.2)$$

En plus, le centre de gravité X et Y du véhicule devient :

$$X_{G Vehicule} = \frac{\sum A_{i Triangle} \cdot X_{Gi Triangle}}{\sum A_{i Triangle}} \quad (3.3.4)$$

$$Y_{G_{Vehicule}} = \frac{\sum A_{iTriangle} \cdot Y_{GiTriangle}}{\sum A_{iTriangle}} \quad (3.3.5)$$

où $X_{Gi Triangle}$ et $Y_{Gi Triangle}$ est la position du centre de gravité du triangle i défini par :

$$X_{Gi Triangle} = \left| \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \right|_{Gi Triangle} \quad (3.3.6)$$

$$Y_{Gi Triangle} = \left| \frac{1}{3} \cdot (y_1 + y_2 + y_3) \right|_{Gi Triangle} \quad (3.3.7)$$

Ainsi, la masse du véhicule est déterminée par la densité moyenne du véhicule ρ_V en considérant une fraction du volume du réservoir de carburant par rapport au véhicule entier R_V , la densité du carburant ρ_f et la densité de la structure du véhicule ρ_S :

$$M_V = V_V \rho_V = V_V (R_V \rho_f + (1 - R_V) \rho_S) \quad (3.3.8)$$

Finalement, la masse totale du carburant peut être évaluée par la relation suivante :

$$M_f = R_V \rho_f V_{Vehicule} \quad (3.3.9)$$

3.3.2 – Implantation

Dans cette étude, les deux configurations étudiées, SSRéacteur et SSCRéacteur, utilisent le même modèle de masse. Leurs géométries sont quasi identiques et de mêmes masses. La détermination de la masse repose essentiellement sur deux suppositions soit : la valeur de la fraction du volume du réservoir de carburant par rapport au véhicule entier R_V et la valeur de la densité de la structure du véhicule ρ_S . Selon Moerel et Halswijk [12,13], leurs recherches ont permis d'identifier deux constantes comparables soit : le rendement structural qui nous renseigne sur la masse du carburant par rapport à la masse totale et la densité moyenne du véhicule entier. Ils ont donné à ces deux variables des valeurs réalistes permettant la caractérisation des véhicules SRéacteur et SSRéacteur. Selon leur supposition, le coefficient structural ε_m^{TNO} devient :

$$\varepsilon_m^{TNO} = \frac{M_f}{M_V} \approx 0.1 \quad (3.3.10)$$

et la densité moyenne du véhicule à :

$$\rho_V = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad (3.3.12)$$

La compatibilité entre le modèle de masse de TNO [12,13] et celui présenté dans la présente étude, nécessite quelques hypothèses. Tout d'abord, le modèle de masse de TNO ne soustrait pas le volume de la géométrie interne (l'entrée d'air, la chambre de combustion et la tuyère) dans la détermination du volume du véhicule. Ainsi, le volume du véhicule de cette étude correspond à environ 76 % du volume total de celui de TNO [12,13]. Cette supposition augmente inévitablement la densité du véhicule à $\rho_V = 1316 \text{ kg/m}^3$. À partir de ce fait, la fraction du volume du réservoir et la densité structurale deviennent pour un hydrocarbure standard ($\rho_f \approx 820 \text{ kg/m}^3$ [1]) :

$$R_V = \varepsilon_m^{TNO} \frac{\rho_V}{\rho_f} \approx 0.1 \frac{1316}{820} \approx 0.16 \quad (3.3.13)$$

$$\rho_S = \frac{\rho_V - R_V \rho_f}{1 - R_V} \approx \frac{1316 - 0.16 * 820}{1 - 0.16} \approx 1410 \approx 1400 \text{ kg/m}^3 \quad (3.3.14)$$

De la sorte, chaque véhicule utilisera la même standardisation. En plus, ces valeurs sont validées au chapitre 4 pour les deux cas de validation dans lesquels, les valeurs de ρ_S et de R_V peuvent facilement être estimées par les résultats des équations (3.3.13) et (3.3.14). Dans le cas du JP-10 gazeux ($\rho_f \approx 940 \text{ kg/m}^3$ [50]), les valeurs de ρ_S et de R_V deviennent, pour le même ε_m^{TNO} , approximativement égales à :

$$R_V = \varepsilon_m^{TNO} \frac{\rho_V}{\rho_f} \approx 0.1 \frac{1316}{940} \approx 0.14 \quad (3.3.15)$$

$$\rho_S = \frac{\rho_V - R_V \rho_f}{1 - R_V} \approx \frac{1316 - 0.14 * 940}{1 - 0.14} \approx 1377 \text{ kg/m}^3 \quad (3.3.16)$$

Ces deux valeurs seront utilisées pour tous les véhicules générés durant cette étude, à l'exception des cas de validation avec des hydrocarbures standards.

3.4 – Paramètres de performance

Le processus d'évaluation des paramètres de performance est le dernier module pour compléter la modélisation du véhicule. Il consiste à unifier tous les modèles précédents par l'intermédiaire d'une intégration des quatre forces, soit la poussée, la traînée, la portance et le poids, comme le montre la figure suivante :

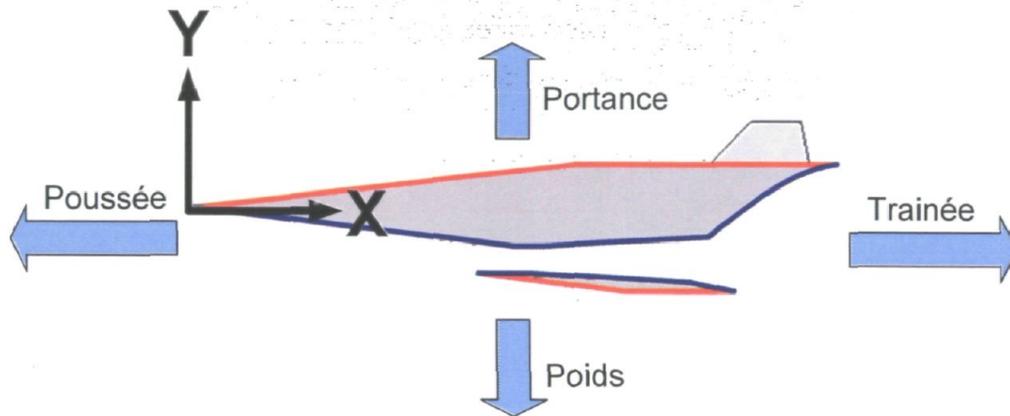


Figure 3-54 : Schéma des quatre forces agissant sur le véhicule

À partir de ces quatre forces avec un référentiel situé au nez du véhicule, la modélisation du véhicule sera complétée et l'évaluation des paramètres de performance du véhicule deviendra possible. Ainsi, la poussée et le poids sont établis comme des forces négatives tandis que c'est l'inverse pour la traînée et la portance. Les deux sections suivantes expliquent les étapes pour l'évaluation du bilan de forces et des paramètres de performance.

3.4.1 – L'évaluation du bilan des forces

L'évaluation du bilan des forces consiste à intégrer toutes les forces agissant sur les parois du véhicule. Tous les véhicules sont définis en 2D avec une profondeur de L_y constante et ainsi, le bilan de forces n'agit que sur le plan XY et la composante Z est la projection de ce plan par rapport à L_y . De la sorte, le référentiel absolu des forces en X est par rapport à la direction de vol et le référentiel absolu des forces en Y est par rapport à l'opposé de la direction de la gravité, comme le démontre la figure 3-54 et devient :

$$\sum F_x = F_D - F_T \quad (3.4.1)$$

$$\sum F_y = F_L - F_W \quad (3.4.2)$$

où F_D , F_T , F_L et F_W sont les forces de traînée, de poussée, de portance et de poids respectivement. Le poids F_W est déterminé par la masse du véhicule M_V multipliée par la constante gravitationnelle g :

$$F_W = g M_V \quad (3.4.3)$$

où la masse de véhicule M_V provient du modèle de masse de la section 3.3. Dans le cas des forces F_D , F_T et F_L , leurs définitions proviennent de l'interaction des modèles précédents, soit :

$$F_D = F_x^{MA} \quad (3.4.4)$$

$$F_T = F_x^{MP} \quad (3.4.5)$$

$$F_L = F_y^{MA} + F_y^{MP} \quad (3.4.6)$$

où F_x^{MA} , F_y^{MA} , F_x^{MP} et F_y^{MP} représentent l'intégration des forces en X et Y des groupes d'aérodynamique et de propulsion respectivement. Le bilan de l'intégration des forces du groupe d'aérodynamique basé sur la théorie de la section 3.2.1 devient :

$$F_x^{MA} = \sum [F_x^{MAE} + F_x^{MAA} + F_x^{MTQ}] \quad (3.4.7)$$

$$F_y^{MA} = \sum [F_y^{MAE} + F_y^{MAA} + F_y^{MTQ}] \quad (3.4.8)$$

où F_x^{MAE} , F_y^{MAE} , F_x^{MAA} , F_y^{MAA} , F_x^{MTQ} et F_y^{MTQ} sont respectivement les forces dans les directions X et Y du modèle d'aérodynamique externe, du modèle des ailes et ailettes et de la traînée de culot du véhicule. Les forces du modèle d'aérodynamique externe sont déterminées par la sommation des forces de chacune de ses surfaces et la force d'un de ses surfaces dépend des propriétés du fluide. Cette méthodologie sera présentée à la fin de cette

section. Les forces du modèle des ailes et des ailettes sont déterminées à partir des équations de la section 3.2.2. Ainsi, les composantes F_x^{MAA} et F_y^{MAA} deviennent :

$$F_x^{MAA} = \sum_{N^{MAA}}^i [(D)_i] \quad (3.4.9)$$

$$F_y^{MAA} = \sum_{N^{MAA}}^i [(L)_i] \quad (3.4.10)$$

où N^{MAA} représente le nombre des ailes et ailettes, i représente un aile ou une ailette et où $(L)_i$ et $(D)_i$ représentent la forces de portance et de traînée pour une aile ou une ailette. Dans cette étude, la traînée de culot est estimée par une pression absolue de 0 Pa avec aucune friction à la paroi tel qu'expliqué à la section 3.2.1. Ainsi, la force de traînée devient maximale et sa valeur devient zéro dans le référentiel absolu, soit :

$$F_x^{MTQ} = \int_{S^{MTQ}} P_x^{MTQ} dS = \int_{S^{MTQ}} 0 dS = 0 \quad (3.4.11)$$

$$F_y^{MTQ} = \int_{S^{MTQ}} P_y^{MTQ} dS = \int_{S^{MTQ}} 0 dS = 0 \quad (3.4.12)$$

De la même manière, le bilan des forces du groupe de propulsion devient :

$$F_x^{MP} = \sum [F_x^{ME} + F_x^{MC} + F_x^{MT} + F_x^{Inj}] \quad (3.4.13)$$

$$F_y^{MP} = \sum [F_y^{ME} + F_y^{MC} + F_y^{MT} + F_y^{Inj}] \quad (3.4.14)$$

où F_x^{ME} , F_y^{ME} , F_x^{MC} , F_y^{MC} , F_x^{MT} , F_y^{MT} , F_x^{Inj} et F_y^{Inj} sont respectivement les forces dans les directions X et Y du modèle de l'entrée d'air, du modèle de la chambre de combustion, du modèle de tuyère et de l'injection. Les forces du groupe de propulsion, à l'exception de l'injection, sont déterminées par la sommation des forces de chacune de ses surfaces et la force d'un de ses surfaces dépend des propriétés du fluide. Cette méthodologie sera présentée à la fin de cette section. Les forces résultantes de l'injection (F_x^{Inj} et F_y^{Inj}) deviennent une force relative entre la pression d'injection P_{inj} et la pression de l'écoulement

P_{xy} et une force de la quantité de mouvement à la position de l'injecteur en fonction de l'angle d'injection θ^{Inj} par rapport à la direction de vol α et de l'angle de la paroi θ_{xy} :

$$F^{Inj} = A_{Inj}(P_{Inj} - P_{xy}) + m_f U_f \quad (3.4.15)$$

$$F_x^{Inj} = F^{Inj}(\theta^{Inj}(\alpha, \theta_{xy})) \quad (3.4.16)$$

$$F_y^{Inj} = F^{Inj}(\theta^{Inj}(\alpha, \theta_{xy})) \quad (3.4.17)$$

La détermination de chacune des forces en X et Y de chaque modèle développé utilise une définition séparée, mais complémentaire de la force à la paroi pour toutes les surfaces du véhicule. De la sorte, toutes les forces sont représentées par la sommation de la composante de pression F_p et de celle visqueuse F_v :

$$F^M = F(p, v) = F_p^M + F_v^M \quad (3.4.18)$$

où p est la pression et v est la force visqueuse. Ainsi, les forces F_x et F_y de chaque modèle sont définies par la sommation des forces de pression F_p et visqueuse F_v par rapport à l'angle relatif ζ_i entre l'angle absolu de la paroi θ_i et l'angle d'attaque α :

$$\zeta_i = \theta_i - \alpha \quad (3.4.19)$$

$$F_x^M = \sum_{S^M}^i [(F_p^M)_i \sin(\zeta_i) + (F_v^M)_i \cos(\zeta_i)] \quad (3.4.20)$$

$$F_y^M = \sum_{S^M}^i [(F_p^M)_i \cos(\zeta_i) + (F_v^M)_i \sin(\zeta_i)] \quad (3.4.21)$$

où S^M représente la surface de la géométrie de chaque modèle, i représente un segment de la surface S^M et où $(F_p^M)_i$ et $(F_v^M)_i$ représentent les forces de pression et de friction sur un segment i de la surface S^M . Il est à noter que les forces $(F_p^M)_i$ et $(F_v^M)_i$ prennent aussi en considération les parois des côtés internes ou externes (Les parois dans la direction Z , soit la paroi perpendiculaire à la direction de vol et de la gravité).

Pour chacun des segments i de la surface S^M , les forces $(F_p^M)_i$ et $(F_v^M)_i$ sont définies par deux méthodes différentes. Premièrement, $(F_p^M)_i$ est la force de pression d'un segment de la surface du modèle et elle est évaluée par la multiplication de la surface par la pression :

$$(F_p^M)_i = S_i p_i = (L_i L_v) p_i \quad (3.4.22)$$

où S_i , L_i et p_i représentent respectivement la surface, la longueur et la pression absolue du segment i du modèle, et où, L_v est la largeur du véhicule. Deuxièmement, $(F_v^M)_i$ est la force de friction d'un segment i du modèle et elle est déterminée par la théorie de la section 2.1.6 en fonction de son régime laminaire ou turbulent de l'écoulement près de la surface :

$$(F_v^M)_i = f(F_{v,L}, F_{v,T}) \quad (3.4.23)$$

3.4.2 – L'évaluation des paramètres de performance

Les paramètres de performance consistent à observer les propriétés globales du véhicule. Dans cette étude, les véhicules seront évalués et comparés à partir de ces paramètres. Ces paramètres en apparence simples prennent en considération toutes les influences de tous les modèles. La détermination du temps de vol t_V est une équation simple qui évalue le temps en fonction de la masse de carburant par rapport au débit massique de carburant :

$$t_V = \frac{M_f}{m_f} \quad (3.4.24)$$

Cependant, la valeur du débit massique de carburant consommé est obtenue par une procédure complexe qui prend en considération le processus d'optimisation et tous les modèles qui ont servi à générer la géométrie ou à opérer le véhicule en vol. À partir de cette valeur, la distance maximale parcourue par le véhicule peut s'exprimer par la relation suivante :

$$R = \frac{M_f}{m_f} U_V = t_V U_V \quad (3.4.25)$$

Cette relation suppose que la vitesse du véhicule U_V et que le débit de carburant m_f sont constants durant tout le vol. Cependant, en réalité, comme la masse de carburant diminue en fonction du temps, ceci implique que le véhicule devient de plus en plus léger et qu'il gagne en altitude en fonction du temps. Cette fluctuation d'altitude (de masse) est négligée pour cette étude, car son analyse demandera un processus complexe d'interaction entre les performances du véhicule et la mécanique de vol. Ainsi, cette étude ne tient pas compte de ce comportement de la même manière que le modèle de TNO [12,13].

Un autre paramètre important dans l'évaluation des performances d'un véhicule supersonique est son impulsion spécifique qui a été présentée au chapitre 1. Ce critère est un bon indicateur pour identifier son économie par rapport à la consommation de carburant, soit :

$$I_{sp} = \frac{F_{Net}}{g m_f} \quad (1.1)$$

où F_{Net} représente la force de poussée nette du véhicule. Dans le cadre de cette étude, la force de poussée nette F_{Net} est représentée par l'intégration de toutes les forces en X du groupe de propulsion, soit F_T . Cependant, selon la géométrie finale tronquée de la tuyère, F_T n'est que la composante parallèle à la direction de vol et non le module de la force de poussée nette F_{Net} du groupe de propulsion. Ainsi, la force de poussée nette F_{Net} de cette étude représente plutôt la force nécessaire pour combattre la traînée globale du véhicule et ceci tout en respectant l'équilibre entre la portance et le poids en fonction du processus d'optimisation du chapitre 5. Néanmoins, la relation suivante donne une approximation, quoique sous-évaluée, de la composante de l'impulsion spécifique qui agit dans la direction de vol du véhicule :

$$I_{sp} = \frac{F_{Net}}{g m_f} \approx \frac{F_T}{g m_f} \left(\begin{array}{l} \text{Dans la} \\ \text{direction} \\ \text{du véhicule} \end{array} \right) \quad (3.4.26)$$

Ainsi, pour cette étude, il devient impossible de comparer directement la valeur de l'équation (1.1) et (3.4.26), car la géométrie du véhicule a des répercussions directes sur la force de poussée nette générée.

Chapitre 4 – Calibration & Validations

Le chapitre 4 présente la calibration et/ou la validation du modèle hybride (semi-analytique, semi-numérique et semi-empirique) d'un véhicule supersonique/hypersonique. Cette étape est cruciale pour établir une base de comparaison et un niveau de confiance de cette étude par rapport aux études antérieurement qui sont tirés de différentes sources. De la sorte, les principaux modèles du véhicule seront calibrés et/ou validés indépendamment des uns des autres et les configurations complètes du SSRéacteur et du SSCRéacteur seront comparées à des exemples semblables pour établir une base de comparaison.

4.1 – Validation du modèle de propulsion

Le modèle de propulsion sera calibré et/ou validé avec le système de compression, le modèle de mixage et du système de compression. Les autres modèles, comme le modèle de réaction et de chambre de combustion, ne requièrent pas de validation en soi, car ils proviennent directement des équations théoriques du chapitre 2. Néanmoins, ces modèles seront pris en considération à l'intérieur de la validation des configurations complètes du SSRéacteur et du SSCRéacteur de section 4.3.

4.1.1 – Validation du Système de compression

Le système de compression peut être validé par la reproduction de l'exemple 5.1 du livre « Hypersonic Airbreathing Propulsion » [35]. Cet exemple propose un système de compression représenté par la figure suivante :

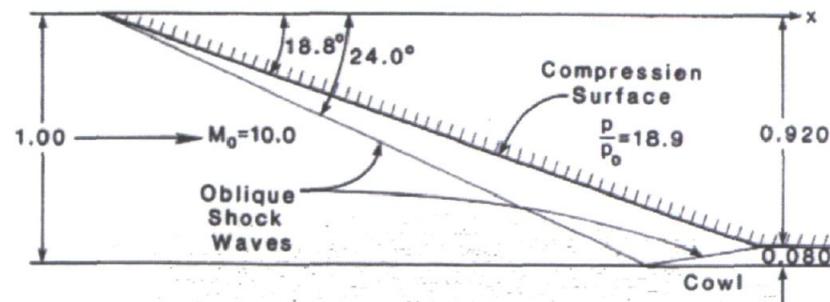


Figure 4-1 : Représentation du système de compression à deux ondes de choc de l'exemple 5.1 du livre « Hypersonic Airbreathing Propulsion » [35], dont les dimensions sont en pied et les angles en degré.

Ce système permet la compression d'un écoulement supersonique adiabatique et non visqueux par l'emploi de deux ondes de choc obliques. De la sorte, ce système ne prend pas en compte les forces de friction et les pertes thermiques dues au transfert de chaleur entre l'écoulement et la paroi. Ainsi, ce cas de validation permet la comparaison de propriétés obtenues par l'exemple 5.1 [35] et par le modèle générique décrit à la section 3.1.1.

Ce cas de validation se décrit principalement par un écoulement supersonique à Mach 10 qui rencontre un système de compression en 2D, dont l'angle de la paroi du nez est 18.8° et l'angle de la sortie est de 0° par rapport à un angle d'attaque de 0° . La figure 4-2 représente et complète la figure 4-1 dans le système international :

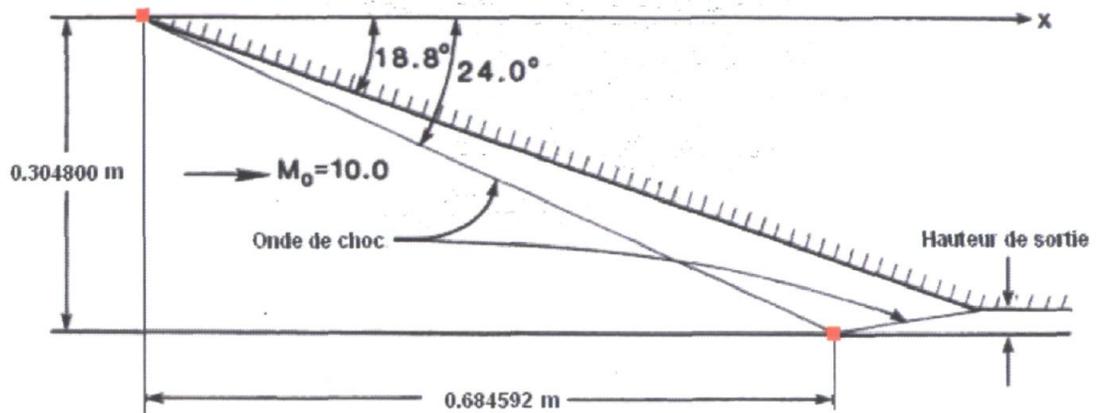


Figure 4-2 : Représentation du système de compression à deux ondes de choc utilisé pour l'initialisation de la procédure de la section 3.1.1.

Le tableau 4-1 présente les résultats obtenus par l'exemple 5.1 et par le modèle générique pour les propriétés de la condition de vol (Indice 0) et celles de la sortie du système de compression (Indice 2).

Tableau 4-1 : Propriétés du système de compression initiales et finales de l'exemple 5.1 [35] et du système de compression de SDOM

Propriété	Modèle de l'exemple 5.1	SDOM Modèle générique
Ma_0 (-)	10.0	10.0
T_0 (K)	222	222
p_0 (Pa)	479	479
κ_c (-)	1.36	1.36
R_c ((m/s) ² /K)	287.0	287.0
A_0 (m ²)	0.092 9	0.092 9
U_0 (m/s)	2 940	2 943.6
m_0 (kg/s)	2.05	2.056
T_2 (K)	1 560	1 555
p_2 (Pa)	51 200	51 480
U_2 (m/s)	2 400	2 402.8
Hauteur de sortie (m)	0.0243 84	0.0243 44

Les résultats du tableau 4-1 présentent une concordance quasi exacte entre les propriétés obtenues par les deux modèles. Les minimales différences entre les résultats s'expliquent principalement par les nombres arrondis des valeurs de l'auteur de l'exemple 5.1 [35]. Néanmoins, le cas de validation du système de compression générique démontre bien que le modèle de la section 3.1.1 est valide pour des configurations à deux ondes de choc utilisées pour cette étude.

4.1.2 – Mixage

Dans le cadre de cette étude, le rendement de mixage est basé sur le carburant afin de faciliter son implantation à l'intérieur du modèle de la chambre de combustion. Ainsi, à partir des études des rendements de mixage basé sur l'oxygène, le modèle de mixage sera calibré et validé par l'emploi des équations 2.2.44 et 2.2.52 et par l'intermédiaire de la relation 2.2.2. Trois différents cas sont étudiés qui proviennent d'études de MFN existantes [7,8,9]. Bien que les cas soient très différents les uns des autres, ils seront chacun modélisés par l'intermédiaire de la même standardisation qui se fera par rapport à l'un des modèles.

La standardisation du modèle analytique de rendement de mixage est basée sur le premier cas. Ce cas provient d'une étude comparative de Parent [7] qui tente d'observer la tendance de la croissance du rendement de mixage. La particularité de ce cas réside principalement dans son absence de vortex axial dû à un film de carburant (jet libre) dans un écoulement d'air qui traverse une onde de choc oblique. Ainsi, ce cas sera le modèle de calibration qui déterminera la valeur de la constante standard (C_{STD}) et fixera la valeur du rendement d'injection (η_{inj}) à 100%. De la sorte, les configurations les plus efficaces, à celle de la calibration, auront une valeur supérieure à 100% et les autres seront inférieures. Ainsi, la valeur du rendement d'injection variera en fonction de la géométrie de l'injection et de la rampe d'injection. En plus, il est important de mentionner que pour certains types d'injection, nous pouvons observer une zone de transition, directement à la sortie de l'injecteur, avant que le rendement de mixage tende vers un taux de croissance constant. Cette zone provient du fait que le carburant n'est pas entièrement et automatiquement parallèle à la direction de l'écoulement d'air à la sortie de l'injecteur. Ainsi, un meilleur taux de croissance du rendement de mixage provient de la quantité de mouvement du carburant à pénétrer l'écoulement d'air et ceci, jusqu'à ce que l'écoulement des deux fluides devienne parallèle. La modélisation de ce phénomène, soit la pénétration du carburant, sera calibrée par la variable du rendement de mixage initiale ($\eta_{m_{O_2} X_i}$). Le tableau 4-2 présente toutes les variables nécessaires à l'initialisation des équations 2.2.44 et 2.2.52 pour l'obtention de la calibration des paramètres des trois cas étudiés et de la validation du modèle analytique de rendement de mixage basé sur l'oxygène.

Tableau 4-2 : Toutes les propriétés des trois cas de validation
 Cas 1 : Parent [7] - Cas 2 : Wang [8] - Cas 3 : Martens [9]

		Cas 1	Cas 2	Cas 3
Propriétés de l'air		Air	Air	Air
Constante du gaz	R	287.0	287.0	287.0
Gamma	κ	1.4	1.4	1.4
Pression	P Pa	4 758	23 235	4 758
Densité	ρ kg/m ³	0.036	0.104	0.036
Température	T K	462	777	462
Vitesse	U m/s	3 328	2 158	3 331
Vitesse du son	a m/s	430	551	431
Mach	Ma	7.72	3.92	7.73
Propriétés du carburant		H ₂	CH ₄	H ₂
Constante du gaz	R	4160	518.3	4 160
Gamma	κ	1.384	1.300	1.384
Pression	P Pa	4 758	23 235	4 758
Température	T K	243	221	243
Vitesse	U m/s	5 257	2 228	5 257
Densité	ρ kg/m ³	0.004 7	0.202 9	0.004 7
Vitesse du son	a m/s	1 180	390	1 180
Mach	Ma	4.445 9	5.72	4.445 9
Débit massique	m kg/s	0.009 9	0.045 2	0.002 5
Propriétés de l'injection				
Constante Standard	C_{STD}	180.0	180.0	180.0
Ratio stœchiométrique	f_{st}	0.029 2	0.058	0.029 2
Rapport d'équivalence	ϕ	0.68	1.28	0.82
Rendement de l'injection	η_{inj}	1.00	9.5	0.7
Largueur de l'interface	L_{int} m	0.08	0.05	0.05
Aire de l'injecteur	A_{inj} m ²	4.00E-04	1.00E-04	1.00E-04
Rendement de mixage de l'injection	$\eta_{m_{O_2 X_i}}$	0.00	0.04	0.03
Propriétés de la géométrie				
Position initiale	X_i m	0.00	0.35	0.275
Position du choc oblique	X_{choc} m	0.39	1.115	0.737
Hauteur de l'injection	H_p m	0.04	0.1	0.02
Angle de la paroi	θ degré	12	12	6
Facteur du choc	f_{choc}	0.5	0.25	0.25

Le premier cas est un modèle qui provient de la thèse de doctorat de Parent [7]. Cet exemple est le cas le plus simple d'une injection libre d'hydrogène, soit un film de carburant à l'intérieur d'un écoulement supersonique avec la présence d'une onde de choc oblique (Figure 4-3). Ce cas permet la standardisation de la constante C_{STD} , dont la valeur a été évaluée à 180.0. La figure 4-4 présente la superposition du rendement de mixage basé sur l'oxygène avec le modèle analytique aux données numériques de Parent [7] obtenues par calculs de MFN.

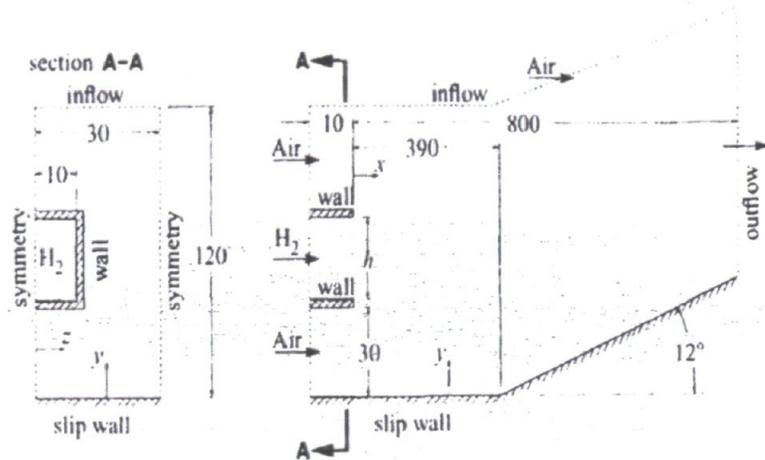


Figure 4-3 : Géométrie du cas 1 [7]

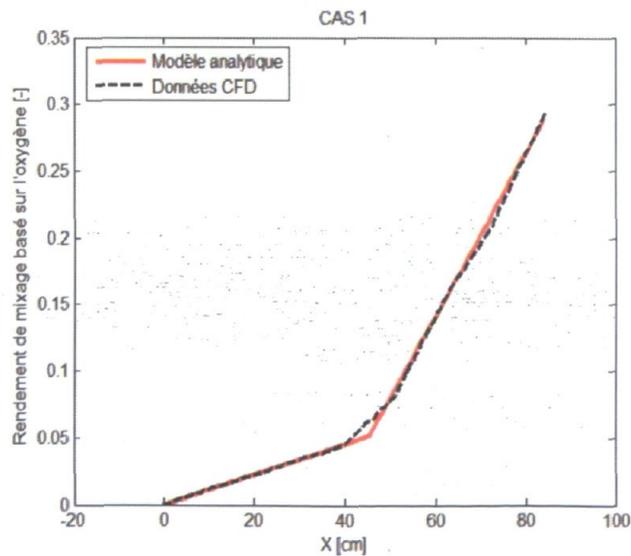


Figure 4-4 : Résultats du cas 1 [7]

Sur la figure 4-4, nous observons que le modèle analytique, et dans ce cas la calibration, représente très bien le cas simple par la tendance du rendement de mixage et la position de l'onde de choc.

Pour le deuxième cas, il provient du mémoire de Wang [8]. Cet exemple est le cas le plus complexe d'une rampe d'injection pour le méthane à l'intérieur d'un écoulement supersonique avec la présence d'une première onde de choc oblique et une deuxième onde de choc qui provoque la combustion du carburant (Figure 4-5). Cependant, nous nous intéressons seulement à la première onde de choc et uniquement celle-là sera modélisée telle que présentée à la figure 4-6 :

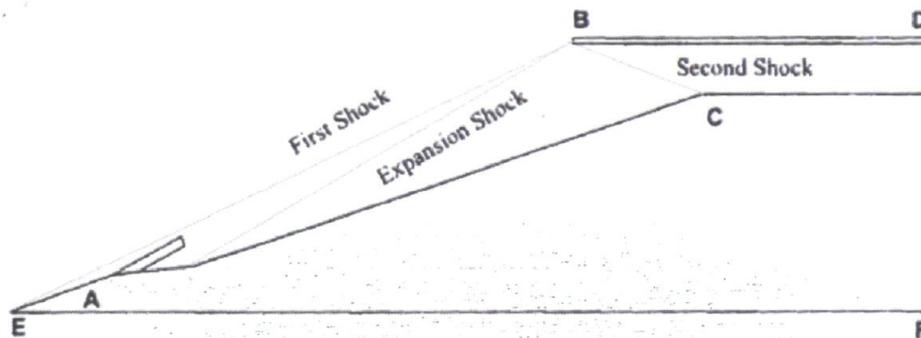


Figure 4-5 : Géométrie du cas 2 [8]

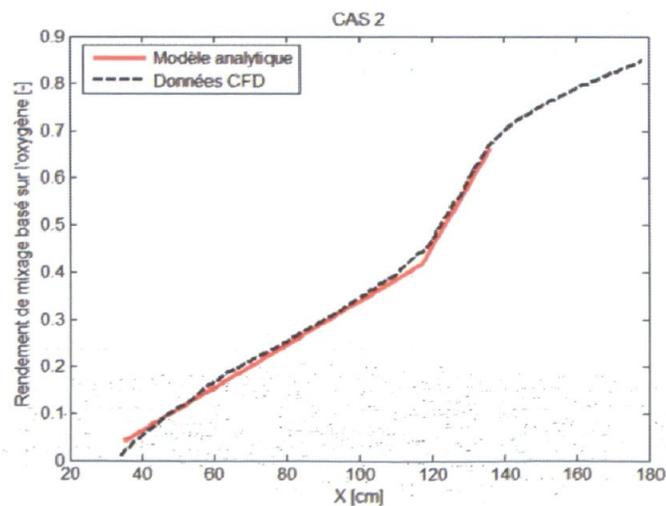


Figure 4-6 : Résultats du cas 2 [8]

Comme ce cas est plus complexe que le premier, principalement par la présence d'une zone de transition à l'injecteur, de la génération des vortex axiaux par le passage de l'air autour de l'injecteur et du jet de carburant à travers l'onde de choc, il en résulte un rendement de mixage initial ($\eta_{m_{O_2, X_i}}$) supérieur de 4.0 % et un rendement d'injection (η_{inj}) 9.5 fois plus élevé que les valeurs obtenues de la calibration initiale. Ces valeurs ont été obtenues par essai et erreur en utilisant les constantes employées de la calibration du modèle de mixage. Avec l'utilisation de ces constantes présentées dans le tableau 4-2 du cas 2, le modèle analytique correspond très bien aux données numériques.

Le troisième cas est un modèle qui provient du mémoire de Martens [9]. Cet exemple est, lui aussi, un cas plus complexe d'une injection d'hydrogène à l'intérieur d'un écoulement supersonique avec la présence d'une rampe d'injection avec le carburant passant à travers une première onde de choc oblique et une deuxième onde de choc qui provoque la combustion du carburant (Figure 4-8). Cependant, ici aussi, nous nous intéressons seulement à la première onde de choc et uniquement celle-ci aussi sera modélisée, comme le démontre la figure 4-7 :

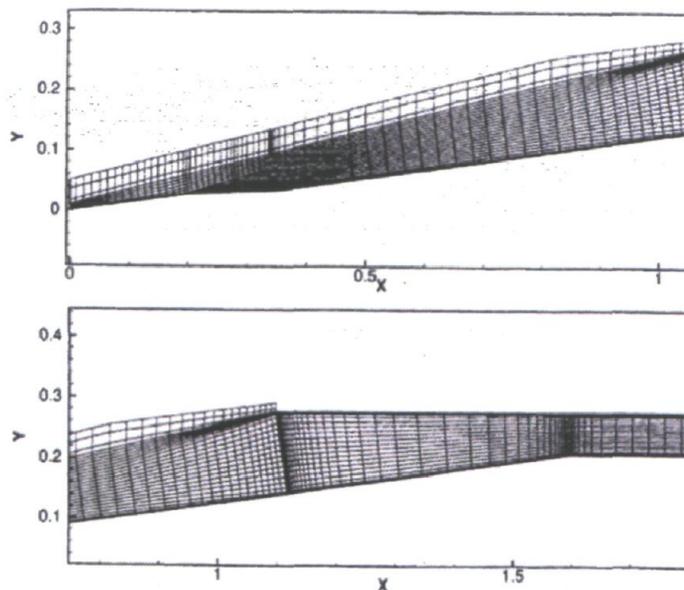


Figure 4-7 : Géométrie du cas 3 [9]

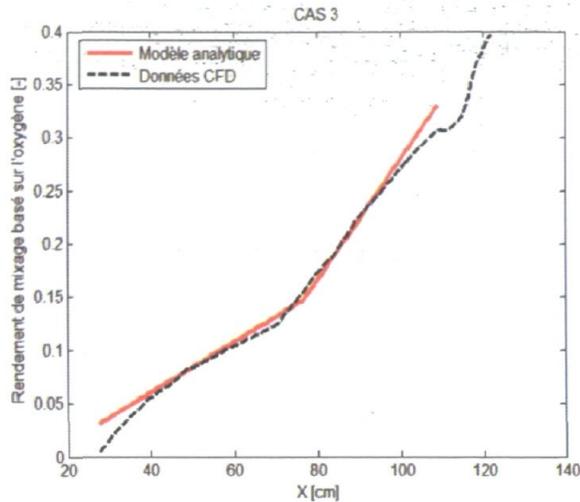


Figure 4-8 : Résultats du cas 3 [9]

Nous observons aussi sur la figure 4-7 la présence d'une zone de transition à l'injecteur et de vortex axiaux. Dans ce cas, le modèle nécessite un rendement de mélange initial ($\eta_{m_{O_2 X_i}}$) supérieur de 3.0 % et un rendement d'injection (η_{inj}) 0.7 fois la valeur de la calibration. Ces valeurs ont elles aussi été obtenues par essai et erreur en utilisant les constantes employées de la calibration du modèle de mélange présentées dans le tableau 4-2 du cas 3. Avec le rajustement des constantes, le modèle analytique correspond très bien aux données numériques.

La modélisation d'un modèle de mélange air/carburant avec ou sans onde de choc oblique donne une très bonne approximation du rendement de mélange en fonction du type de carburant, de la distance et de la position des ondes de choc pour les trois cas traités. Cependant, la standardisation des modèles est très complexe dans l'évaluation d'un modèle de mélange analytique 1D uniforme pour tous les types d'injecteur et de rampe d'injection. Par contre, les constantes η_{inj} et $\eta_{m_{O_2 X_i}}$ peuvent facilement être modifiées pour correspondre à des problèmes différents par rapport au modèle standard. De la sorte, cette calibration permet de fixer et de représenter physiquement l'équation du rendement de mélange sur une base à partir des études antérieures, sans quoi cette équation ne serait qu'une simple tendance du rendement de mélange.

4.1.4 –Système d’expansion

Le système d’expansion peut être validé par l’analyse numérique de l’écoulement supersonique interne de la géométrie générée par le système d’expansion de la section 3.1.4. Par l’emploi du solveur IMPNS [42,43], l’analyse numérique du fluide résout spatialement (Space-marching) les équations de Navier-Stokes parabolisées dans le but d’en prédire l’écoulement supersonique à l’intérieur de la géométrie du système d’expansion.

Ce cas de validation se décrit principalement par un écoulement supersonique adiabatique et non visqueux (Mach 4, 1.0 MPa, 1 500 K) qui rencontre un système d’expansion symétrique en 2D, dont les angles d’expansion sont de 8°, comme le montre la figure suivante :

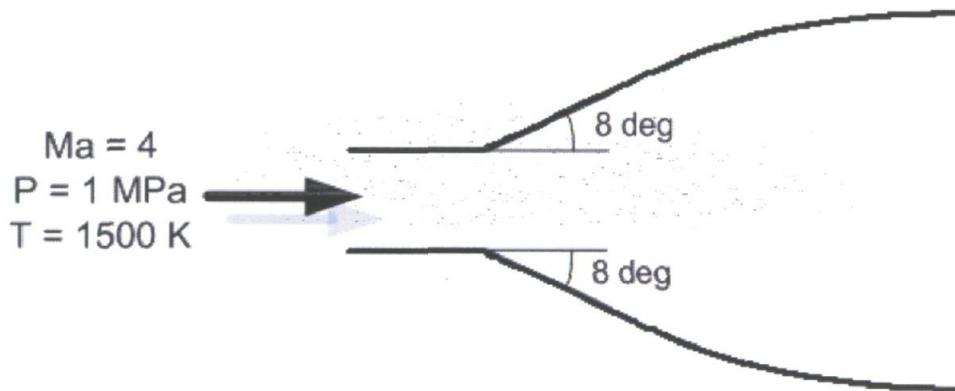


Figure 4-9 : Représentation du système d’expansion symétrique en 2D pour l’initialisation de la procédure de la section 3.1.4.

Les figures 4-10 et 4-11 présentent les résultats obtenus du solveur IMPNS par rapport à ceux du modèle générique (SDOM) pour la pression à la paroi et du nombre de Mach de sortie respectivement :

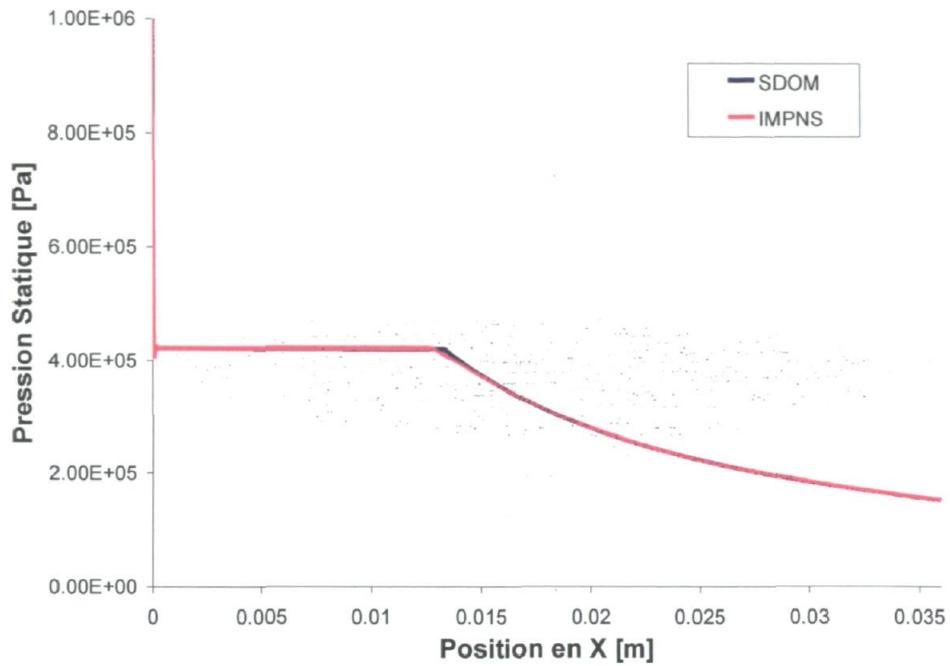


Figure 4-10 : Comparaison de la Pression au mur de la tuyère en fonction de la position en X pour les résultats d'IMPNS et de SDOM

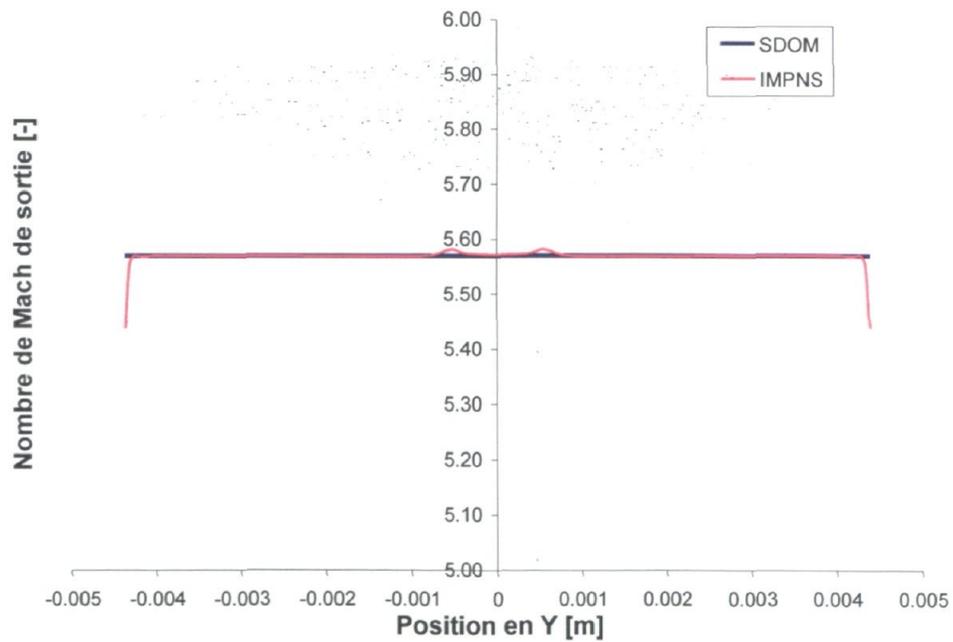


Figure 4-11 : Comparaison du nombre de Mach de la tuyère en fonction de la position du plan de sortie en Y pour les résultats d'IMPNS et de SDOM

Les résultats des figures 4-10 et 4-11 présentent une concordance quasi exacte entre les propriétés obtenues par les deux modèles. La distribution du nombre de Mach à l'intérieur du système d'expansion vient corroborer cette observation, comme le démontre la figure 4-12 suivante :

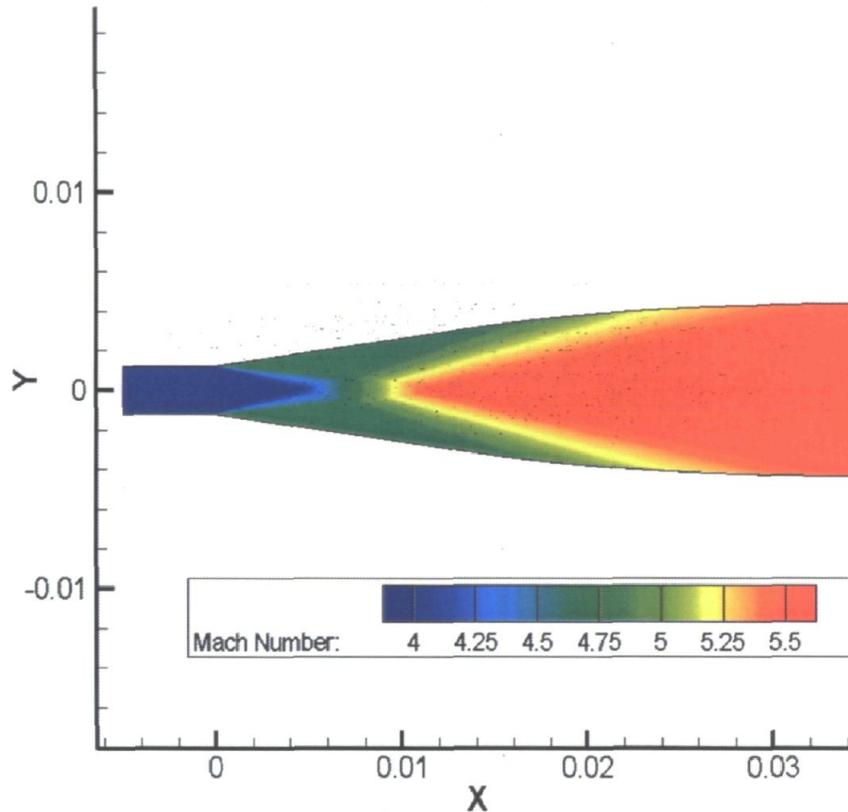


Figure 4-12 : Distribution du nombre de Mach à l'intérieur du système d'expansion

Néanmoins, la figure 4-11 présente quelques minimales fluctuations du nombre de Mach près des parois et au centre de l'écoulement. Ces fluctuations peuvent facilement s'expliquer par la présence des caractéristiques et par la génération de petites perturbations aux angles d'expansion comme le démontre l'ombroscopie du résultat d'IMPNS (figure 4-13):

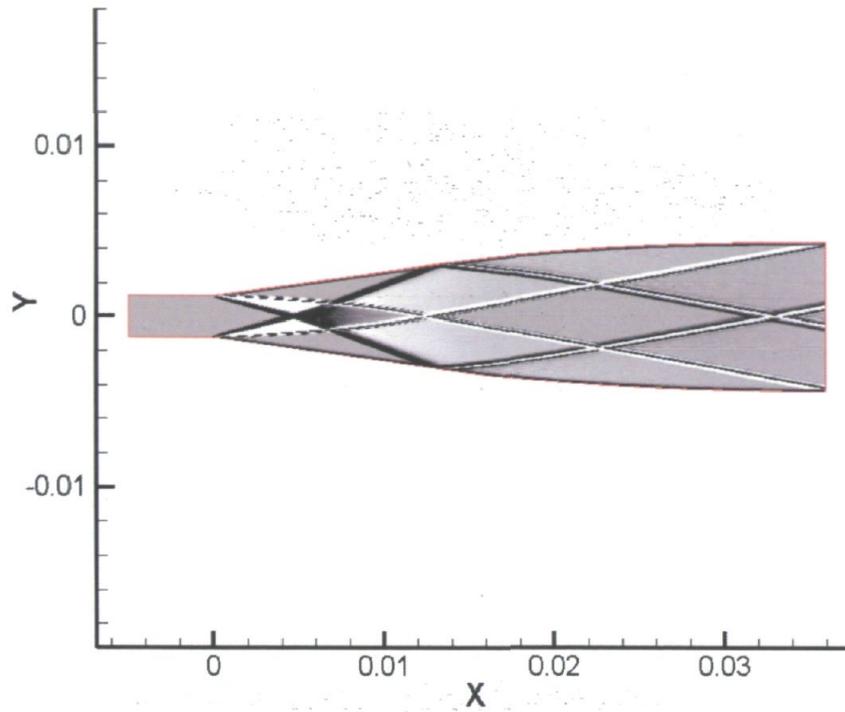


Figure 4-13 : Ombroscopie de l'intérieur du système d'expansion du résultat d'IMPNS

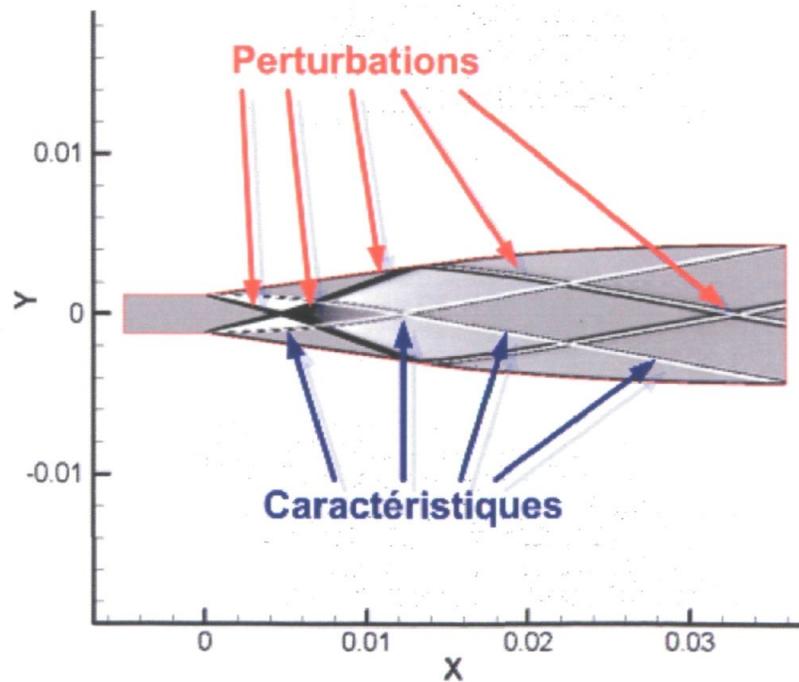


Figure 4-14 : Ombroscopie de l'intérieur du système d'expansion avec les caractéristiques et les perturbations du résultat d'IMPNS

Le principe de l'ombroscopie consiste à utiliser les variations spatiales de l'indice optique comme traceur de la dépendance spatiale du champ de température [42,43]. Ainsi, l'ombroscopie permet l'observation des caractéristiques et des perturbations internes du système d'expansion (Figure 4-14). Les caractéristiques s'aperçoivent facilement lorsque l'on compare les figures 3-35 à 3-39 avec la figure 4-14. Les perturbations proviennent essentiellement d'erreurs numériques du solveur IMPNS qui a quelques difficultés avec les angles expansion dû à un maillage trop grossier. Toutefois, il est important de mentionner que l'ombroscopie amplifie beaucoup l'importance de la perturbation. Néanmoins, le cas de validation du système d'expansion générique démontre bien que le modèle générique de la section 3.1.4 est valable pour des expansions supersoniques à supersoniques.

4.2 – Aérodynamique

Le modèle aérodynamique peut être validé par la reproduction de la courbe du rapport de la portance sur la traînée versus l'angle d'attaque obtenu par Moerel J.L.P.A et Halswijk W.H.C [12,13]. Ce cas de validation propose l'évaluation et la comparaison du rapport des forces de portance sur les forces de traînée externes d'un surfeur d'ondes SSRéacteur en 2D défini par la figure 4-15 suivante :

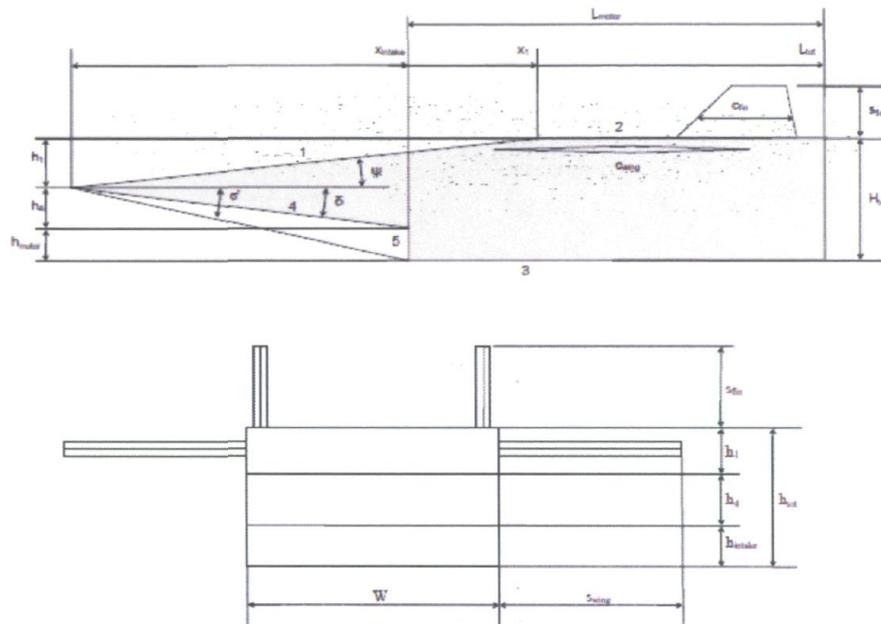


Figure 4-15 : La configuration géométrique du SSRéacteur (*waverider*) de TNO [12][13]

Selon l'étude de Moerel J.L.P.A et Halswijk W.H.C [12,13], la figure 4-15 n'est que la configuration générique dans l'analyse d'une étude de performance complète. Ainsi, le vrai cas de validation se décrit principalement par l'évaluation des forces de pression et visqueuses sur la géométrie externe d'un surfeur d'ondes en deux dimensions à une vitesse de vol de Mach 8, comme le montre la figure 4-16 suivante :

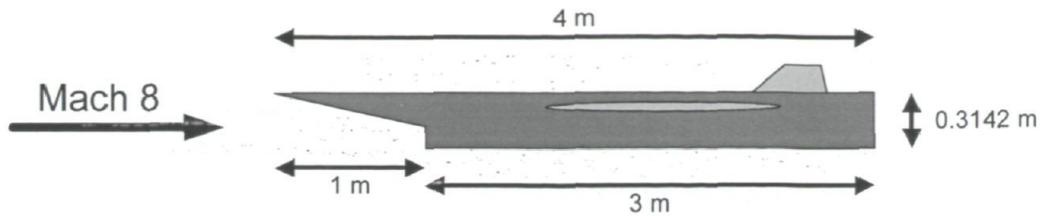


Figure 4-16 : Représentation du *waverider* en 2D pour l'initialisation de la procédure de la section 3.2.

La figure 4-16 présente les résultats obtenus du modèle de TNO [12,13] par rapport à ceux du modèle générique (SDOM) pour le rapport de la portance sur la traînée du véhicule externe :

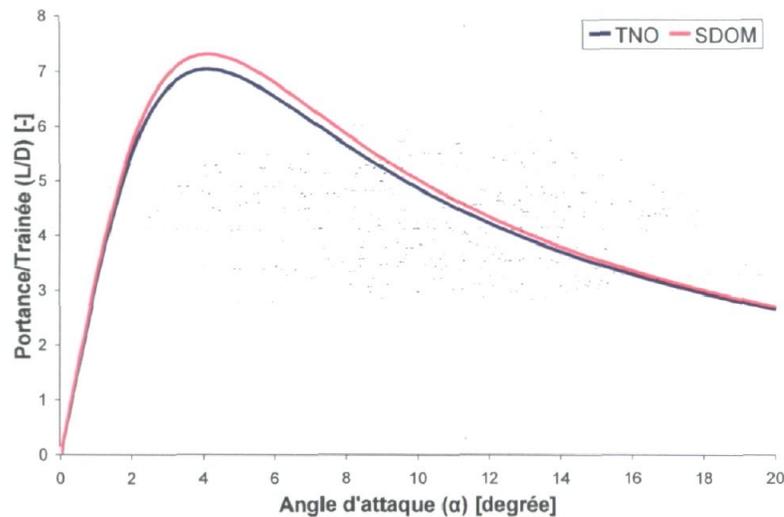


Figure 4-17 : Rapport Portance/Traînée versus l'angle d'attaque pour les résultats de TNO et de SDOM

Les courbes de la figure 4-17 présentent une correspondance à 4% près entre les propriétés obtenues par les deux modèles. Les minimales différences entre les résultats s'expliquent principalement par un modèle légèrement différent dans la détermination des forces sur les murs de côté et par l'utilisation d'une base de données thermodynamiques différente pour les propriétés de l'air. Néanmoins, le cas de validation de l'aérodynamique générique démontre bien que le modèle générique est valide pour des configurations semblables au cas de validation.

4.3 – Véhicule Global

Les véhicules globaux de type SSRéacteur et SSCRéacteur seront validés à partir de deux exemples tirés de la littérature pour des missions spécifiques.

4.3.1 – Véhicule SSRéacteur

Le véhicule global de type SSRéacteur peut être validé par la reproduction de deux résultats obtenus par Moerel J.L.P.A et Halswijk W.H.C [12,13]. Ainsi, ces cas de validation proposent l'évaluation et la comparaison des propriétés globales d'un véhicule de types SSRéacteur pour des vitesses de vol de Mach 6 et 8, comme le montre la figure suivante :

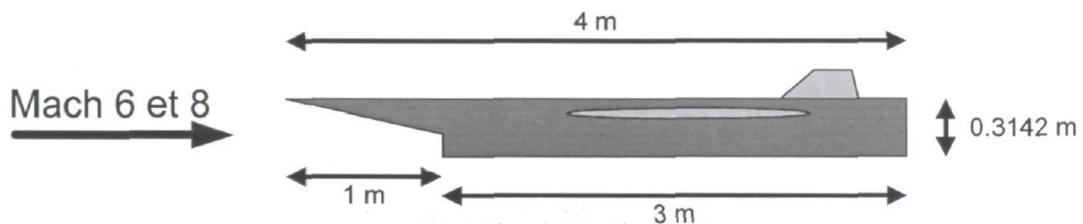


Figure 4-18 : Représentation du surfeur d'ondes en 2D pour la comparaison entre les modèles de TNO et de SDOM

Selon l'étude de Moerel J.L.P.A et Halswijk W.H.C [12,13], la géométrie du surfeur d'ondes (figure 4-18) n'est qu'une enveloppe aérodynamique où la géométrie interne (système de propulsion) n'est qu'une représentation virtuelle. Ainsi, le plus grand défi pour cette comparaison, entre le modèle générique et celui de TNO, est de réussir à représenter une géométrie interne (entrée d'air, chambre de combustion et tuyère de sortie) dans le modèle générique comparable aux propriétés fixées au modèle de TNO. Pour ce faire, le modèle d'entrée générique doit obtenir une compression comparable avec la même température et le même nombre de Mach à la fin de l'entrée d'air. De la sorte, le modèle d'entrée d'air est défini par une série d'ondes de choc obliques (5) et est représenté à la figure 4-19 suivante :

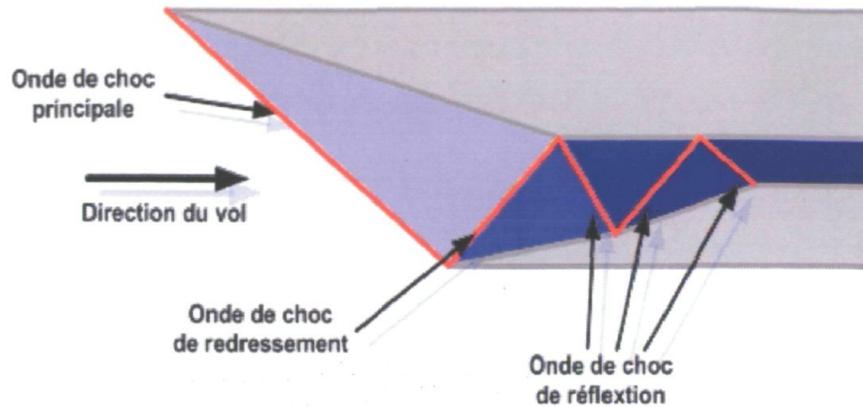


Figure 4-19 : Schéma de l'entrée d'air utilisé dans le modèle de SDOM pour permettre la comparaison avec le modèle de TNO

Cette configuration a pour but de permettre une compression réaliste afin d'obtenir les mêmes propriétés à la sortie de système de compression et de diriger l'écoulement interne près de la demi-hauteur du véhicule afin d'obtenir une configuration complète de la tuyère de sortie. En plus, il n'y a pas de spécification dans le type de chambre de combustion du modèle de TNO. Ainsi, le modèle générique utilisera une chambre de combustion à pression constante avec les mêmes valeurs de rendement de la chambre de combustion ($\eta_C = 80\%$). Ensuite, pour permettre une comparaison équivalente, la tuyère doit avoir la même aire de sortie, soit la hauteur totale du véhicule. À partir de ces spécifications de la géométrie interne, la masse du véhicule est déterminée par l'intersection de la géométrie interne et externe. La détermination de la masse nécessite de connaître la valeur de la fraction du volume du réservoir de carburant par rapport au véhicule R_V et la valeur de la densité de la structure du véhicule ρ_S (voir section 3.3.2). Dans le cas où cette étude de comparaison porte sur les résultats obtenus par un équilibre des forces en X et Y et par une convergence sur la masse de 430 kg, les valeurs de R_V et de ρ_S sont obtenues pour obtenir un volume comparable à ceux des résultats de TNO. Ainsi, pour la configuration à Mach 6 et un volume de $0.327\ 544\ \text{m}^3$, $R_V = 0.160$ et $\rho_S = 1406.7\ \text{kg/m}^2$ et pour la configuration à Mach 8 et un volume de $0.331\ 158\ \text{m}^3$, $R_V = 0.158$ et $\rho_S = 1388.5\ \text{kg/m}^2$.

Pour des conditions et des missions semblables, les figures suivantes 4-20 à 4-23 et les tableaux 4-3 présentent les résultats obtenus du modèle générique (SDOM) et de celui de TNO [12,13] :

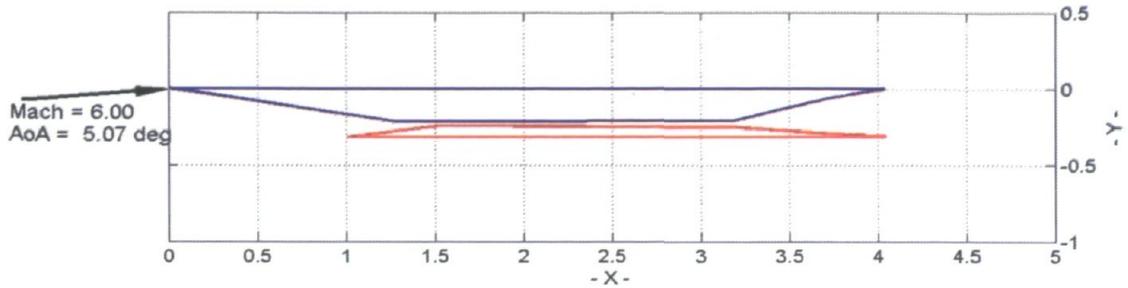


Figure 4-20 : Géométrie de SDOM à partir des mêmes paramètres d'optimisation que ceux de TNO pour Mach 6

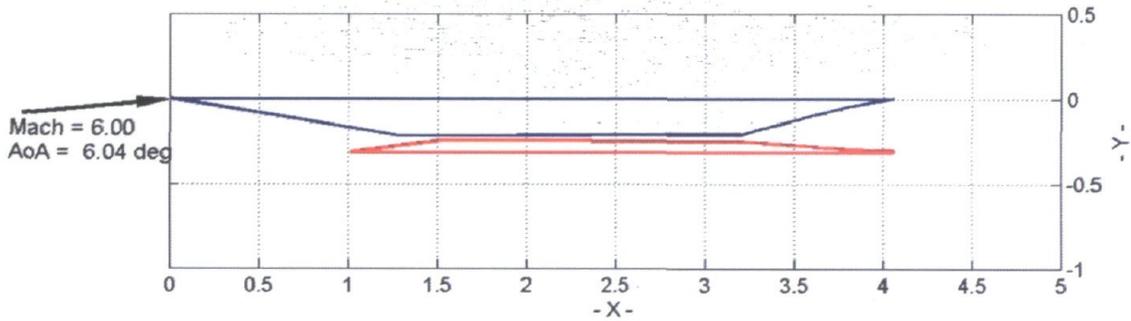


Figure 4-21 : Géométrie de SDOM optimisé pour Mach 6

Tableau 4-3 : Résultats obtenus par les modèles
TNO et SDOM pour le véhicule à Mach 6

Propriétés	SSRéacteur TNO	SSRéacteur SDOM	
	Optimisé	Identique	Optimisé
α (deg)	5.07	5.07	6.04
ϕ (-)	0.366 2	0.366 2	0.463 8
V_0 (m/s)	1 810.8	1 811.3	1811.3
M_V (kg)	430.0	429.33	430.0
M_f (kg)	43.0	42.9	43.0
m_A (kg/s)	5.332	5.287	5.525
m_f (kg/s)	0.132 8	0.131 9	0.1305
κ_2 (-)	1.40	1.40	1.40
T_2 (K)	1 127.7	1128.8	1153.2
Ma_2 (-)	1.80	1.80	1.75
TO_2 (K)	1 858.5	1862.7	1862.7
PO_2 (Pa)	277 260	752692	717218
T_4 (K)	1 982.2	1629.8	1624.2
Ma_4 (Pa)	1.357 7	1.522	1.500
κ_4 (-)	1.40	1.29	1.29
TO_4 (K)	2 713.0	2176.4	2155.3
PO_4 (Pa)	144 730	474689	472211
T [Poussée] (N)	517.9	597.6	551.5
D [Traînée] (N)	517.9	427.2	551.4
L [Portance] (N)	4 218.3	3326.8	4218.5
W [Poids] (N)	4 218.3	4211.7	4218.3
I_{sp} (m/s)	4485.52	4527.31	4227.42
Erreur I_{sp} (%)	-----	0.9	5.9
R [Portée] (km)	586.3	589.1	596.8
Erreur Portée (%)	-----	0.5	1.8

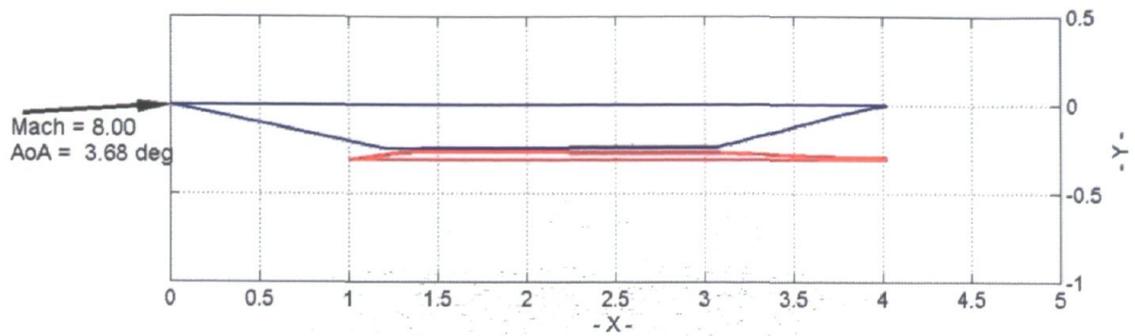


Figure 4-22 : Géométrie de SDOM à partir des mêmes paramètres d'optimisation que ceux de TNO pour Mach 8

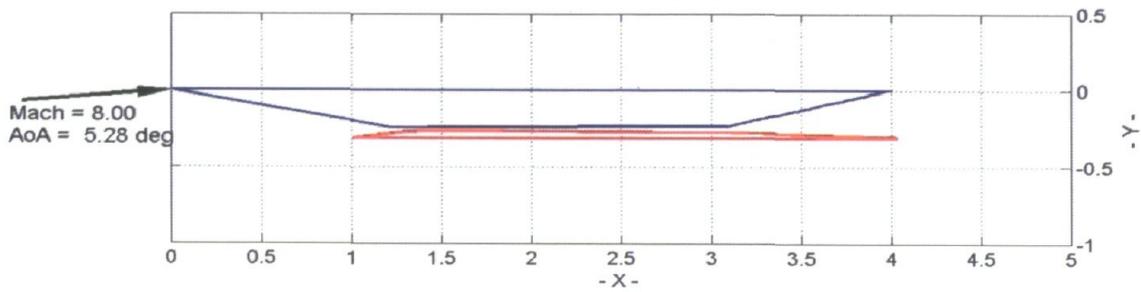


Figure 4-23 : Géométrie de SDOM du SSRéacteur optimisé pour Mach 8

Tableau 4-4 : Résultats obtenus par les modèles
TNO et SDOM pour le véhicule à Mach 8

Propriétés	SSRéacteur TNO	SSRéacteur SDOM	
	Optimisé	Identique	Optimisé
α (deg)	3.68	3.68	5.28
ϕ (-)	0.736 7	0.736 7	0.625 9
V_0 (m/s)	2 414.4	2 415.1	2 415.1
M_V (kg)	430.0	429.84	430.0
M_f (kg)	43.0	42.98	43.0
m_A (kg/s)	6.624 9	6.600 9	7.09
m_f (kg/s)	0.331 9	0.331 5	0.302 6
κ_2 (-)	1.40	1.40	1.40
T_2 (K)	1 453.4	1 452.3	1 509.5
Ma_2 (-)	2.40	2.40	2.32
TO_2 (K)	3 127.7	3 135.2	3 135.3
PO_2 (Pa)	639 300	2 302 717	2 075 897
T_4 (K)	3 076.8	2 219.4	2 154.9
Ma_4 (Pa)	1.649 5	1.964 8	1.97
κ_4 (-)	1.40	1.26	1.27
TO_4 (K)	4 751.1	3 351.9	3 279.2
PO_4 (Pa)	200 070	1 125 239	1 167 214
T [Poussée] (N)	525.6	902.6	625.2
D [Traînée] (N)	525.6	406.34	625.2
L [Portance] (N)	4 218.3	2 135.6	4 218.2
W [Poids] (N)	4 218.3	4 216.8	4 218.2
I_{sp} (m/s)	1785.42	2722.28	2065.97
Erreur I_{sp} (%)	-----	41.6	14.6
R [Portée] (km)	312.8	313.3	343.2
Erreur Portée (%)	-----	0.2	9.3

Les tableaux 4-3 et 4-4 présentent les résultats obtenus pour le modèle de TNO avec la comparaison des résultats du modèle générique utilisant les mêmes paramètres d'optimisation de TNO. La comparaison indique que les deux modèles nécessitent des paramètres différents pour obtenir l'équilibre des forces en X et Y et pour permettre la convergence de la masse à 430 kg. Néanmoins, la comparaison entre les résultats optimisés des deux modèles démontre que les configurations obtiennent une erreur relative en pourcentage d'environ de 5.9% et de 14.6% sur l'impulsion spécifique et de 1.8% et de 9.3% sur la portée maximale pour les vitesses de vol de Mach 6 et 8 respectivement. Ceci implique que les deux modèles sont sensiblement comparables par rapport à leurs différences majeures dans leurs processus d'analyse. L'erreur entre les deux modèles est principalement due à l'utilisation de modèles simples 1D et de constantes de rendement pour l'étude du système de TNO. En plus, l'optimisation du modèle de SDOM produit de légères modifications des propriétés fixées pour permettre leurs comparaisons. Comme par exemple, le nombre de Mach de la sortie de l'entrée est à 1.75 au lieu de 1.80 et de 1.97 au lieu de 1.65 pour les vitesses de vol de Mach 6 et 8 respectivement. Ces différences produisent un effet non négligeable sur les performances globales. Toutefois, les différences majeures dans la conception des deux modèles et leurs erreurs relatives inférieures à 15 % peuvent nous suggérer que les deux modèles sont comparables du point de vue où leurs simplicités de conception emploient quelques fois des fonctions 1D. Ainsi, le cas de validation du véhicule SSRéacteur démontre bien que le modèle générique (SDOM) est sensiblement comparable et valide pour des configurations semblables au modèle de TNO [12,13].

4.3.2 – Véhicule SSCRéacteur

Le modèle du véhicule SSCRéacteur peut être validé par une reproduction des véhicules d'une étude de Stefan Brandstetter [37]. Cette étude repose sur une analyse en MFN non visqueux (La résolution des équations d'Euler) de deux configurations SSCRéacteur à des vitesses de vol à Mach 9 et 11. Pour permettre une comparaison équivalente, la reproduction de cette étude utilise exactement les mêmes dimensions géométriques et les mêmes propriétés initiales pour chacun de deux véhicules développés par Stefan Brandstetter [37]. En plus, le modèle générique doit négliger les forces visqueuses. Ainsi, les dimensions géométriques sont obtenues à partir de la figure 4-24 suivante :

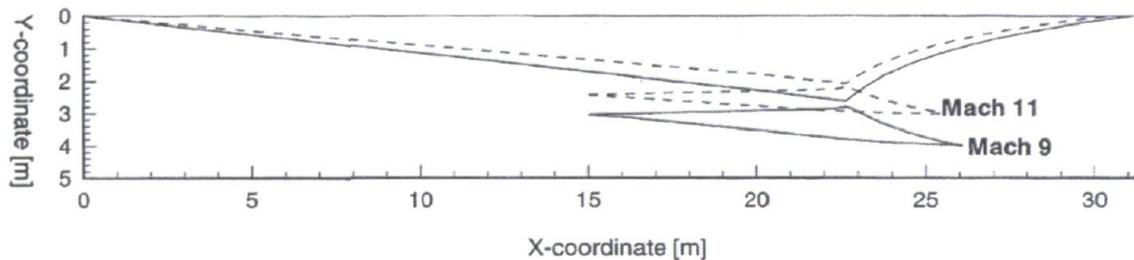


Figure 4-24: Les géométries superposées des configurations SSCRéacteur à Mach 9 et 11 de l'étude de Stefan Brandstetter [37]

Les figures 4-25 et 4.26 suivantes et le tableau 4-5 présentent les résultats obtenus des modèles génériques et de Stefan Brandstetter [37].

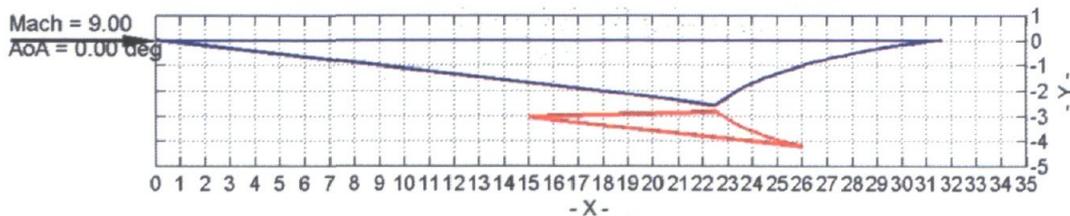


Figure 4-25 : La géométrie de la configuration SSCRéacteur à Mach 9 obtenue par le modèle SDOM

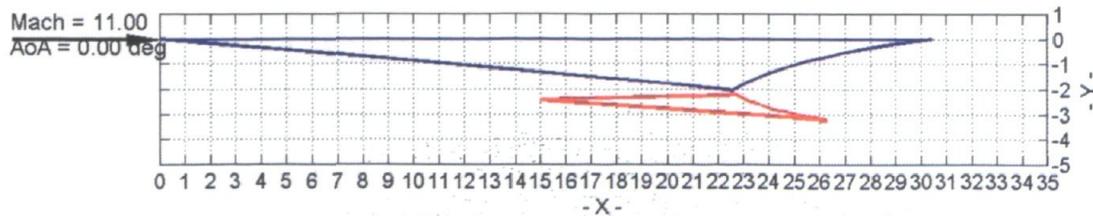


Figure 4-26 : La géométrie de la configuration SSCRéacteur à Mach 11 obtenue par le modèle SDOM

Tableau 4-5 : Propriétés des véhicules SSCRéacteurs à Mach 9 et 11 obtenues par S. Brandstetter (UTIAS) [37] et par SDOM

Propriétés	SSCRéacteur Mach 9		SSCRéacteur Mach 11	
	UTIAS	SDOM	UTIAS	SDOM
T_2 (K)	740	757	---*	758
P_2 (Pa)	4.6e4	4.65e4	---*	3.00e4
T_4 (K)	2 965	2 865	---*	2 829
P_4 (Pa)	4.05e5	3.40e5	---*	2.17e5
I_{sp} (m/s)	7200	6887	5847	5700
Erreur I_{sp} (%)	4.5		2.5	
T_{sp} (m/s)	4836	4611	3924	3816
Erreur T_{sp} (%)	4.8		2.8	

* = Données Inconnues

Pour permettre la comparaison entre le modèle générique (SDOM) et les résultats obtenus par l'emploi de la MFN, le tableau 4-5 présente un sommaire des propriétés internes des véhicules, soit la ligne de courant centrale de l'écoulement interne de l'étude de S. Brandstetter [37]. Pour commencer, nous observons que les propriétés à la fin de l'entrée d'air sont comparables, ce qui implique que le modèle générique de l'entrée d'air est valide par rapport à la MFN. Ainsi, pour permettre la comparaison entre les deux modèles, nous avons utilisé deux paramètres de performances employées par l'UTIAS, soit l'impulsion spécifique (4.1) et la poussée spécifique (4.2):

$$I_{sp} = \frac{F_{NET}}{m_f} \quad (4.1)$$

$$T_{sp} = \frac{F_{NET}}{m_A} \quad (4.2)$$

À partir de ces paramètres, les différences entre les propriétés d'UTIAS et de SDOM par rapport à leurs erreurs relatives sont à plus ou moins 5% près. Ces erreurs relatives peuvent s'expliquer de plusieurs façons. Néanmoins, comme le modèle SDOM est sans aucun doute plus simple que le modèle de MFN employé dans l'étude de l'UTIAS, le fait de comparer les résultats entre les deux modèles nécessiterait une valeur moyenne du maillage (un plan) dans le cas de la MFN. Ainsi, à titre d'exemple, la température moyenne derrière l'onde de détonation (T_4) serait entre 2 800 et 2 965K (soit les deux températures à la surface) et d'une valeur dans les environs de 2 883 K. En plus, cette différence de la température de la chambre de combustion d'environ 100 K peut s'expliquer en partie par le type d'hydrocarbure utilisé qui est légèrement différent pour les deux simulations. Dans le cas du modèle générique, l'hydrocarbure utilisé est du Jet-A ($C_{12}H_{23}$) contrairement à du $C_{12}H_{25}$ de l'étude de l'UTIAS qui ne fait pas partie de la base de données de CEA [31,32]. Ainsi, malgré leurs formules chimiques comparables, le changement de carburant peut jouer un rôle de plus au moins 5%. Toutefois, les deux cas de validation du véhicule SSCRéacteur démontrent bien à 5% près que le modèle générique est valide et comparable pour des configurations semblables au modèle de l'UTIAS [37].

Chapitre 5 – Processus d’optimisation

Il existe plusieurs stratégies pour optimiser et tenter de converger une série de modèles analytiques et/ou numériques qui sont discontinues, mais en forte interaction les unes avec les autres. Cependant, dans le cas où ces modèles contiennent de nombreuses discontinuités, les processus d’optimisation utilisables ne sont pas fréquents. Un modèle discontinu est un système d’équations analytiques et/ou numériques qui ne se résout pas pour des paramètres donnés. Par exemple, une opération mathématique (une valeur divisée par zéro) ou bien par l’obtention d’un comportement non physique après une vérification. Dans notre cas, le véhicule hypersonique à optimiser (la construction et l’évaluation de l’équilibre des forces et de la masse) n’est en aucun cas une fonction analytique et/ou numérique simple. En plus, son évaluation est un processus extrêmement discontinu par chacune des limites physiques imposées et/ou des interactions entre les modèles. Ainsi, le processus d’optimisation employé pour cette étude doit être robuste (doit toujours permettre la convergence si elle existe) et en plus, doit avoir des temps de calcul raisonnables. De la sorte, la stratégie employée pour l’optimisation est la minimisation de l’erreur globale par la réduction d’intervalle simultanée de chacune des variables.

5.1 – Paramètres d’optimisation

Dans le cas de cette étude, un processus d’optimisation est employé pour permettre l’équilibre des forces en X et Y afin d’obtenir la convergence sur une masse spécifique. Ainsi, à partir d’une multitude de configurations, le processus d’optimisation tente de converger par la minimisation des erreurs englobées, soit par la recherche du zéro, dans l’équation suivante :

$$E = \sqrt{\underbrace{(F_T - F_D)^2}_{\text{Forces en } X} + \underbrace{(F_L - F_W)^2}_{\text{Forces en } Y} + \underbrace{(430 - M_v)^2}_{\text{Masse de 430 kg}}} \quad (5.1)$$

Par le fait même, la solution obtenue est une configuration qui obtient ou s’approche le plus possible de tous les critères de la mission de vol du véhicule. Pour ce faire, le processus se sert de trois principaux paramètres qui influent sur la définition des erreurs de l’équation

(5.1), soit le facteur d'échelle F_s , le rapport d'équivalence ϕ et l'angle d'attaque α . Les sous-sections suivantes présentent chacun de ces paramètres selon leurs définitions et leurs impacts sur l'équilibre des forces et/ou de la masse du véhicule.

5.1.1 – Le facteur d'échelle F_s

Le facteur d'échelle F_s est un paramètre qui permet de réduire ou d'agrandir toutes les dimensions physiques du véhicule par la multiplication d'un facteur constant, comme le montre la figure suivante :

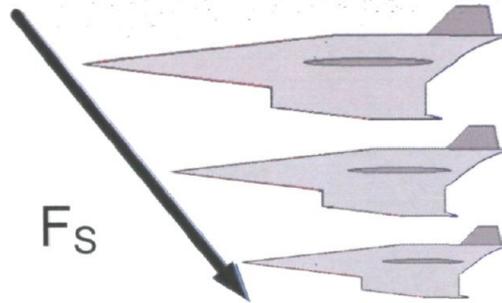


Figure 5-1 : Schéma de l'influence du facteur d'échelle

Ainsi, avec une augmentation du facteur d'échelle, le volume du véhicule augmente. Par conséquent, comme le modèle de masse emploie une densité constante pour la détermination de la masse, ce facteur a une influence directe sur la masse du véhicule. De la sorte, la variation du facteur d'échelle permet d'obtenir la convergence de la masse du véhicule à une valeur fixée par les paramètres de la mission de vol.

5.1.2 – Le rapport d'équivalence ϕ

Le rapport d'équivalence ϕ est un paramètre qui permet de varier le débit massique de carburant en lien avec son rapport stœchiométrique et les débits d'air à l'entrée du véhicule et de carburant sortant de l'injecteur. Ainsi, la variation de ce paramètre permet la diminution ou l'augmentation du débit de carburant qui produit une diminution ou hausse de la poussée du groupe de propulsion, comme le montre la figure 5-2 suivante :

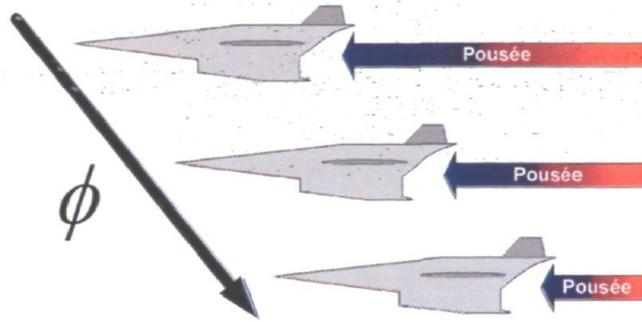


Figure 5-2 : Schéma de l'influence du rapport d'équivalence

De la sorte, la variation du rapport d'équivalence permet la convergence entre la poussée et la traînée du véhicule qui sont fixes pour une condition de vol et une géométrie déterminée dans les paramètres de la mission.

5.1.3 – L'angle d'attaque α

Le paramètre angle d'attaque α consiste à varier l'angle de tangage (*pitch*) du véhicule. La diminution ou l'augmentation de l'angle d'attaque produit une baisse ou hausse de la portance, comme le montre la figure suivante :

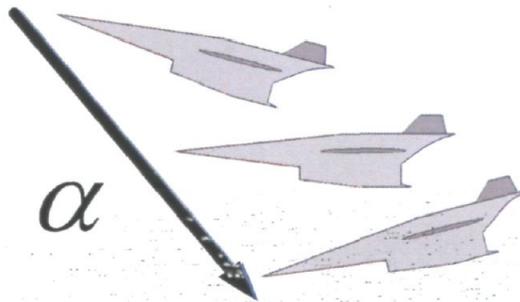


Figure 5-3 : Schéma de l'influence de l'angle d'attaque

Ainsi, la variation de l'angle d'attaque permet la convergence entre la portance et le poids du véhicule qui sont fixes pour une géométrie déterminée dans les paramètres de la mission.

5.2 – Processus d'optimisation

Dans le cas de la présente étude, le processus d'optimisation employé converge la solution en minimisant l'erreur pour équilibrer les forces et/ou la masse du véhicule (équation 5.1). Ainsi, une grille à N dimensions est générée où chaque point est une configuration différente de véhicule par l'incrément de l'un de ces paramètres d'optimisation de la section 5.1 et cette convergence est produite par la réduction des limites de la grille en fonction de la solution minimale évaluée.

La génération d'une grille de valeurs est la technique la plus flexible et surtout la plus robuste pour l'évaluation d'un système numérique extrêmement discontinu. La méthodologie consiste à générer une grille de véhicules à partir des trois variables à optimiser, soit (V_1) le facteur d'échelle F_s , (V_2) le rapport d'équivalence ϕ et (V_3) l'angle d'attaque α , comme le montre la figure 5-4 suivante :

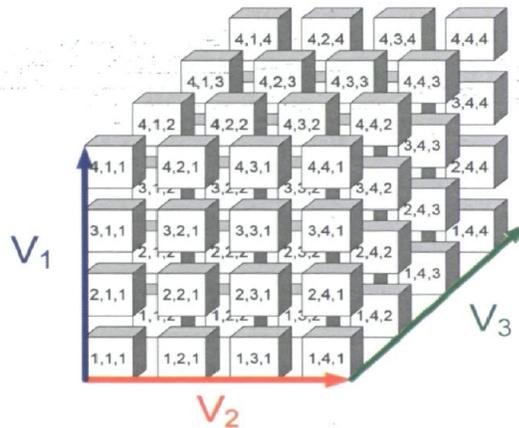


Figure 5-4 : Schéma de la grille du processus d'optimisation

La figure 5-4 nous présente l'exemple d'une grille 4 x 4 x 4 dans laquelle chaque variable a été discrétisée par quatre valeurs différentes entre les limites fixées. Ainsi, la grille contient 64 cellules où chaque cellule représente un véhicule supersonique distinct avec des valeurs spécifiques pour les trois paramètres d'optimisation. Les valeurs de chaque paramètre d'optimisation d'une cellule sont obtenues par une interpolation linéaire entre leurs valeurs minimales et maximales et par leurs nombres de discrétisations préalablement déterminés, soit :

$$[V_1]_i = \frac{([V_1]_{MAX} - [V_1]_{MIN})i}{[N_1]} + [V_1]_{MIN} \quad (5.2a)$$

$$[V_2]_j = \frac{([V_2]_{MAX} - [V_2]_{MIN})j}{[N_2]} + [V_2]_{MIN} \quad (5.2b)$$

$$[V_3]_k = \frac{([V_3]_{MAX} - [V_3]_{MIN})k}{[N_3]} + [V_3]_{MIN} \quad (5.2c)$$

où $i \in [0, N_1]$, $j \in [0, N_2]$ et $k \in [0, N_3]$. De la sorte, à partir des équations (5.2), le maillage pour l'optimisation est initialisé et prêt pour l'évaluation des cellules. L'étape suivante consiste à évaluer chaque cellule du maillage et à déterminer l'erreur sur l'équilibre des forces et/ou de la masse du véhicule de l'équation (5.1). Ainsi, chaque cellule contient des valeurs différentes des paramètres d'optimisation pour initialiser et évaluer le modèle du véhicule défini. Une fois l'évaluation de toutes les cellules terminées, le processus d'optimisation par minimisation de l'erreur consiste à rechercher l'erreur minimum de l'équation (5.1) à l'intérieur de la grille et d'en identifier les valeurs des paramètres d'optimisation ($[V_1]^{E_{Min}}$, $[V_2]^{E_{Min}}$, $[V_3]^{E_{Min}}$).

La convergence vers la solution recherchée est obtenue par la réduction simultanée des limites minimales et maximales de chaque paramètre d'optimisation. Ainsi, à partir de l'identification des valeurs de la première minimisation, la réduction des bornes est obtenue par le remplacement de leurs valeurs par celles des cellules voisines, soit :

$$d[V_1] = \frac{([V_1]_{MAX} - [V_1]_{MIN})}{[N_1]} \quad (5.3a)$$

$$[V_1]_{MIN} = [V_1]^{E_{Min}} - d[V_1] \quad (5.3b)$$

$$[V_1]_{MAX} = [V_1]^{E_{Min}} + d[V_1] \quad (5.3c)$$

où $d[V_1]$ est l'incrément de chaque paramètre d'optimisation obtenu en fonction de la discrétisation spécifique. Pour les variables 2 et 3, les mêmes équations (5.2) s'appliquent pour la réduction des limites. De la sorte, la répétition de ces étapes permet la convergence du système d'équations par la réduction des bornes de chaque paramètre d'optimisation

sans tenir compte des discontinuités. La figure 5-5 présente un exemple à trois itérations de la procédure numérique utilisée pour la convergence du processus d'optimisation :

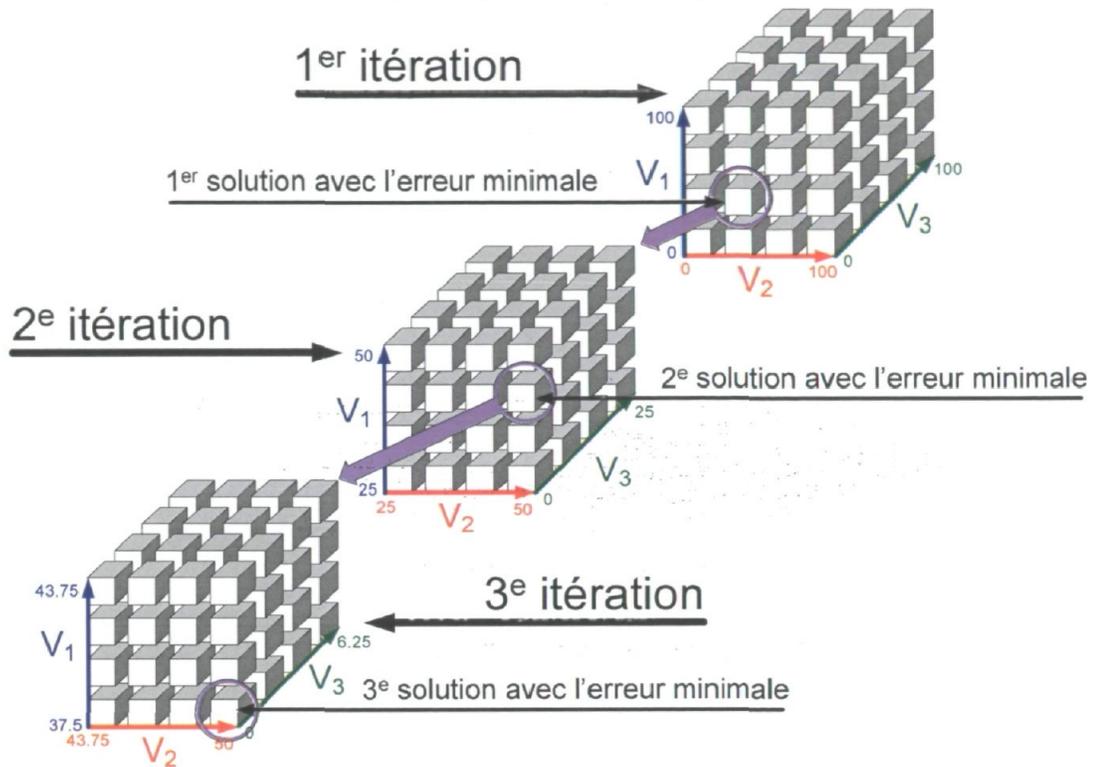


Figure 5-5 : Schéma de la procédure de convergence pour l'optimisation

Avec un nombre de discrétisations très grand, la convergence de la solution nécessitera que peu d'itérations, mais le nombre de cellules à évaluer devient rapidement énorme. Ainsi, en fonction du système à évaluer, il existe un nombre de discrétisations idéales pour réduire le nombre de systèmes (cellules) à évaluer et du même coup les temps de calcul. En plus, il est important de mentionner que cette technique est extrêmement robuste (permet presque toujours la convergence d'un système numérique complexe). Toutefois, pour des systèmes numériques plus simples (une variable, une fonction sans discontinuité, etc.), il existe sans aucun doute des méthodologies de convergence plus efficace du point de vue de la réduction des temps de calcul. Néanmoins, cette technique est largement recommandée dans le cours de cette étude.

5.3 – Instabilité de la solution

La minimisation de l'erreur de l'équation (5.1) par un processus d'optimisation semble facilement accessible par la variation des trois paramètres d'optimisation définis à la section précédente. Néanmoins, l'optimisation d'un véhicule pour atteindre l'équilibre des forces et de la masse du véhicule est un processus complexe, instable et extrêmement discontinu par chacune des limites physiques imposées des modèles définis et/ou de leurs interactions.

La complexité de l'optimisation s'explique en partie par l'observation des effets secondaires des paramètres d'optimisation sur l'équilibre des forces du véhicule. De la sorte, des fluctuations de l'angle d'attaque, qui agissent principalement sur les forces en Y , peuvent réduire ou augmenter la traînée du véhicule et ainsi provoquer une instabilité de l'équilibre des forces en X . En plus, ces fluctuations de l'angle d'attaque ont même une dépendance sur la génération de la poussée par l'augmentation ou la réduction du débit massique d'air dans l'entrée d'air. Ainsi, des effets secondaires sur le rapport d'équivalence sont aussi perceptibles. De la sorte, des fluctuations du rapport d'équivalence, qui agissent principalement sur les forces en X , peuvent réduire ou augmenter la portance du véhicule et ainsi provoquer une instabilité de l'équilibre des forces en Y . En plus, ces fluctuations du rapport d'équivalence ont même une dépendance sur la masse du véhicule par la modification du volume du véhicule découlant des variations de la géométrie interne. De la sorte, les effets secondaires, en plus de tous ceux non cités, sur les paramètres d'optimisation rendent difficiles l'optimisation sur l'équilibre des forces et/ou de la masse du véhicule.

L'instabilité de l'optimisation est perceptible lorsque la convergence n'est pas atteinte et/ou lorsque la solution converge vers une solution locale et non globale (nuage de solution plausible). La principale cause de cette instabilité est l'obtention d'une erreur minimale lors d'une itération du processus d'optimisation qui désoriente la convergence vers une solution locale (atteint le critère de convergence) ou virtuelle locale (n'atteint pas le critère de convergence). Cette désorientation a tendance à produire des fluctuations dans les paramètres d'optimisation ou dans la solution finale qui ressemble à des pics et/ou des marches d'escalier (Figures 7-2 ,7-4 et 7-6). Pour contrer ces fluctuations, il est nécessaire

d'augmenter le nombre de discrétisations de chaque paramètre d'optimisation. Toutefois, cette pratique augmente de beaucoup le temps de calcul, ce qui peut devenir rapidement un facteur important.

Les discontinuités sont observées par chacune des limites physiques imposées des modèles définis et/ou de leurs interactions. La plupart des limites physiques sont énumérées dans chacun des modèles au chapitre 3. Pour les interactions entre les modèles, les contraintes sont plutôt de l'ordre des géométries que dans l'évaluation des écoulements internes ou externes. Néanmoins, à chaque fois qu'une cellule (un véhicule supersonique) du processus d'optimisation est évaluée et qu'une discontinuité apparaît, le processus de minimisation (qui recherche l'erreur minimale) rejette sa candidature de la grille potentielle des cellules qui pourraient contenir la solution globale. Ainsi, la discontinuité n'a aucun effet sur le processus d'optimisation et la prochaine itération peut suivre son cours jusqu'au critère de convergence demandé.

Chapitre 6 – Définition de la mission

Au chapitre 1, la problématique de cette étude a été définie comme étant l'étude des performances d'un véhicule de type SSRéacteur et SSCRéacteur dans le but de les comparer. Pour ce faire, la définition de la mission doit permettre une évaluation appropriée des deux types de configuration. Cependant, il est extrêmement difficile et même impossible de définir un design de véhicule identique pour comparer les performances entre un SSRéacteur et SSCRéacteur. Néanmoins, la définition de la mission suivante tente de produire des véhicules dans le but de les comparer selon des paramètres bien définis.

La mission, pour les deux configurations, consiste à évaluer la portée maximale, soit la plus grande distance parcourue, pour un véhicule pour une gamme de nombres de Mach supérieure à 7, avec une géométrie plausible et un équilibre des forces en X et Y respecté pour chaque véhicule. À première vue, cette mission nécessite une multitude de configurations bien différentes les unes des autres, en fonction du nombre de Mach, dans le but d'observer les performances maximales des deux types de véhicule. Le parallèle peut être facilement observable dans la vie de tous les jours. Par exemple, on ne construit pas un avion de la même façon pour des applications à basses vitesses (avions de loisirs ou commerciaux) comparativement à ceux à hautes vitesses (avions militaires). Cependant, dans le but de ne pas tomber dans une étude d'ingénierie complexe et de simplifier le problème pour développer un outil de recherche, la mission évaluera les performances de chaque véhicule avec une géométrie qui proviendra d'une modélisation générique en fonction du type de propulsion et du nombre de Mach de vol. À ce point, il est important de mentionner que de la sorte, la portée de cette étude se réduit à l'analyse et à la compréhension de la gamme des résultats obtenus par rapport aux concepts de base étudiés du SSRéacteur et du SSCRéacteur. Cependant, une étude plus approfondie de la géométrie (l'aérodynamique externe et la propulsion interne) pour une gamme de nombres de Mach de vol est sans aucun doute nécessaire pour l'évaluation et la détermination des limites inférieures et supérieures des performances de chacun des concepts. Néanmoins, le logiciel SDOM développé pour cette étude permettra, entre autres, la possibilité de faire ces futures analyses qui se retrouvent plus au point de vue de l'ingénierie que de la recherche. En plus,

les résultats obtenus de cette mission ne sont qu'une petite partie d'une large étude visant l'étude de performance et la comparaison d'un véhicule de type SSRéacteur ou SSCRéacteur, car la recherche sur ces sujets n'est qu'à leurs balbutiements. Toutefois, la présente étude permet l'observation des phénomènes et des performances internes et externes des véhicules et ce qui offre de plus, une comparaison intéressante dans ce contexte bien ciblé.

6.1 – Critères de Mission

Le thème général de la mission est principalement dans l'évaluation de la portée maximale des véhicules supersoniques de type SSRéacteur et SSCRéacteur. Cependant, ce thème nécessite quelques lignes directrices afin de préciser l'orientation de l'étude et de permettre la comparaison de ces deux types de véhicules SSRéacteur et SSCRéacteur par rapport à des critères objectifs. Alors, les véhicules sont évalués en fonction des paramètres de mission suivants :

- avoir une vitesse de croisière supérieure à Mach 7
- voler à des conditions atmosphériques pour une altitude de 30 km
- utiliser un carburant hydrocarbure (JP-10 gazeux)
- avoir la même masse globale soit 430 kg
- avoir la même quantité de carburant soit 43 kg (10% de la masse)
- avoir une géométrie interne similaire par rapport à son type de propulsion
- avoir une géométrie externe comparable par rapport aux deux types de propulsion
- avoir la même distance entre le nez du véhicule et la sortie de la chambre de combustion

Note : Ce critère permet la justification d'une longueur de mixage comparable entre les deux types de propulsion. Autrement, la différence entre les géométries de l'entrée d'air et de la chambre de combustion ne pourrait pas être comparée de façon appropriée.

À partir de ces critères, l'étude permettra l'observation des performances de deux véhicules comparables avec la même quantité d'énergie. Néanmoins, comme il existe très peu ou pas de SSRéacteurs et de SSCRéacteurs opérationnels et/ou expérimentaux, les restrictions précédentes peuvent facilement varier de la réalité. Par exemple, aucune étude, à ce jour, ne

peut déterminer une bonne approximation de la quantité de carburant que peut apporter un véhicule de type SSRéacteur. Ainsi, la portée maximale peut sans aucun doute être inférieure ou supérieure à celle du SSRéacteur, si la quantité de carburant diffère. De la sorte, la portée de cette étude se réduit à toutes les contraintes fixées pour la simplification du problème.

6.2 – Modélisation générique des véhicules

Au chapitre 3, toute la modélisation générique d'un véhicule de type SSRéacteur et SSRéacteur a été présentée. En plus, certains des modèles proposent quelques contraintes nécessaires à la modélisation et/ou à la justification de la physique des phénomènes et/ou interactions pour un véhicule supersonique. Ainsi, le but de cette section est de présenter un résumé des critères de chaque modèle et de l'initialisation de la modélisation générique des véhicules pour des nombres de Mach supérieurs à 7. Toutes les informations liées à cette section sont en étroite relation avec les fichiers d'entrée nécessaires à l'initialisation du logiciel SDOM de l'annexe E et F.

La modélisation générique des véhicules de type SSRéacteur et SSRéacteur est schématisée par la coupe du plan milieu des deux configurations suivantes (Figures 6-1 et 6-2) :

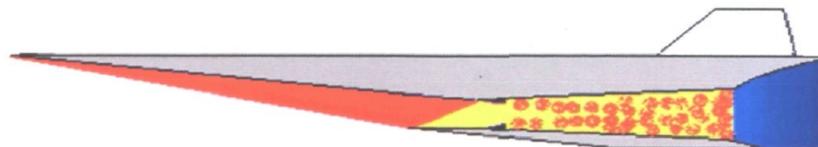


Figure 6-1 : Schéma du SSRéacteur générique

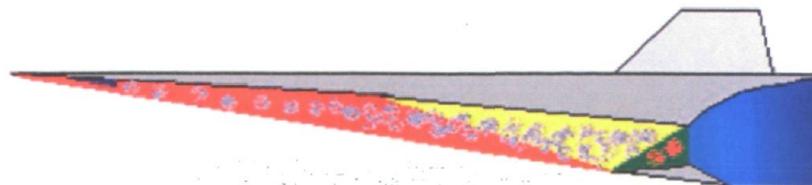


Figure 6-2 : Schéma du SSRéacteur générique

Condition atmosphérique :

Chacun des véhicules observe la même condition atmosphérique à une altitude de 30 km.

- Température 226.65 K
- Pression 1 171.8 Pa
- Ratio de la chaleur spécifique 1.4
- Composition du fluide Air (100 %)

Modèle de propulsion :

Tous les véhicules ont la même largeur de 0.40 m. En plus, la largeur à l'intérieur du système de propulsion est elle aussi de 0.40 m. Ce qui implique que les parois sont d'une épaisseur nulle. Cependant, la présence de ces parois est prise en compte du point de vue de l'intégration des forces de pression et de friction appliquées sur celles-ci.

- Largeur Interne du véhicule : 0.4 m
- Largeur Externe du véhicule : 0.4 m

Modèle d'entrée d'air :

Dans le cas des entrées d'air, les deux configurations diffèrent légèrement. Pour un SSRéacteur, l'entrée d'air nécessite une longueur supérieure pour favoriser le mixage. Ainsi, en fixant la longueur maximale entre le nez du véhicule et la sortie de la chambre de combustion à 1.8 m et en supposant que la longueur maximale de la chambre de combustion est de 0.8 m pour le SSRéacteur et de 0.30 m pour le SSCRéacteur, les longueurs des entrées d'air deviennent de 1.0 m pour le SSRéacteur et de 1.50 m pour le SSCRéacteur. En plus, le SSCRéacteur doit respecter une température maximale de 750 K et un nombre de Mach minimal de 1.2 à la fin de l'entrée d'air, afin d'éviter l'autoallumage du carburant et de permettre la présence d'une onde de détonation oblique. Pour le SSRéacteur, ces mêmes limites sont fixées à 1 440 K et à un nombre de Mach minimum de 1.1. À partir de ces valeurs, la hauteur de l'entrée d'air sera obtenue afin de produire une onde de choc de redressement à un angle de 0° pour le SSRéacteur et une onde de choc secondaire à 1 m du nez du véhicule pour le SSCRéacteur.

- SSRéacteur : Longueur de l'entrée d'air 1.0 m
- SSRéacteur : Température maximale de l'entrée d'air 1 440 K
- SSRéacteur : Nombre de Mach minimal de l'entrée d'air 1.1 Ma
- SSRéacteur : Angle du choc de redressement 0 deg

- SS CRéacteur : Longueur de l'entrée d'air 1.5 m
- SS CRéacteur : Température maximale de l'entrée d'air 750 K
- SS CRéacteur : Nombre de Mach minimal de l'entrée d'air 1.2 Ma
- SS CRéacteur : Position du choc secondaire du nez du véhicule 1.0 m

Modèle de mixage Air/Carburant et l'injection du carburant:

Le mixage air/carburant et l'injection sont les mêmes pour les deux configurations qui utilisent les valeurs obtenues par la standardisation. Cependant, la position de l'injection du SS CRéacteur est au nez du véhicule et celle du SSRéacteur est à l'entrée de la chambre de combustion. Les paramètres d'injection du carburant sont :

- La hauteur de pénétration 0.05 m
- Le rendement de l'injecteur 9.5 fois le cas test
- Le nombre d'injecteur 1
- La constante de mixage 180.0
- Le mixage initial à l'injecteur 4 %
- Le facteur de correction de la position du mélange par rapport au choc 0.25
- SSRéacteur : position de l'injection Chambre de combustion
- SS CRéacteur : position de l'injection Nez du véhicule
- Angle de l'injection 5.0°
- Température de l'injection 750 K
- Nombre de Mach de l'injection 3
- Pression de l'injection Pression de l'entrée d'air
- Type de carburant JP-10 gazeux (100%)
- Densité du carburant 940 kg/m³

Modèle de la chambre de combustion :

Dans le cas de la chambre de combustion, les deux configurations diffèrent. Le SSRéacteur utilise une chambre de combustion à pression constante d'une longueur de 0.8 m et le SSRéacteur utilise une chambre de combustion avec autoallumage du prémélange par onde de détonation. En plus, pour le SSRéacteur, le rendement de réaction est déterminé à partir des constantes de réaction du JP-10 (gazeux). Dans le cas du SSRéacteur, la température atteinte près de la détonation permet l'autoallumage quasi instantané du mélange air/carburant et ainsi son rendement de réaction est supposé toujours à 100%. Les paramètres de départ pour la configuration de la chambre de combustion sont :

- SSRéacteur : Combustion à l'équilibre Pression constante
- SSRéacteur : Longueur de la chambre de combustion 0.8 m
- SSRéacteur : Rendement de Réaction du JP-10 gazeux
 - Constante de vitesse de réaction 6.30e16
 - Energie d'activation 186.9e3
 - Constante d'allumage A 2.5e-8
 - Constante d'allumage B -0.044
 - Constante d'allumage C 12 450.0
- SSRéacteur : Combustion par détonation détonation CJ
- SSRéacteur : Longueur de la chambre de combustion 0.3 m (Maximum)
- SSRéacteur : Rendement de réaction 100 %

Modèle de la tuyère :

Les deux configurations utilisent le même modèle tuyère. Les géométries d'expansion sont développées pour produire un profil de vitesses pleinement uniforme à la sortie. Cependant, l'intersection avec le groupe de propulsion produit habituellement des géométries de tuyère extrêmement tronquées. Ainsi, pour la création de la tuyère, la pression de sortie de la tuyère est fixée à environ 4 fois celles de la pression ambiante. Ce processus a pour but d'améliorer et/ou de maximiser la poussée produite. Ces paramètres pour fixer sa géométrie de départ sont les suivants :

- Pression de sortie de la tuyère suggérée 5 000 Pa
- Angle d'expansion supérieur 20°
- Angle d'expansion inférieur -10°
- Précision de la tuyère (Nombre de fans d'expansion) 50 points d'expansion
- Angle d'expansion supérieur 20°

Modèle de l'aérodynamique :

Les deux configurations utilisent une enveloppe aérodynamique (la géométrie externe) comparable. Il est important de mentionner que ce critère permet approximativement la même génération des forces de traînée sur les véhicules. Cependant, la différence entre les deux types provient de la longueur de la chambre de combustion. Toutefois, les véhicules sont construits pour que la longueur maximale admissible ne dépasse pas les 4 m. Ainsi, l'enveloppe supérieure des véhicules est complètement plate afin de réduire la traînée générée. Pour ce qui est de l'enveloppe inférieure, les véhicules diffèrent quelque peu avec la partie inférieure de la géométrie légèrement plus haute pour le SSRéacteur. En plus, les deux configurations utilisent exactement le même modèle d'ailes et d'ailettes pour l'augmentation de la portance et de la stabilité. Les paramètres fixes du modèle de l'aérodynamique externe sont :

- Longueur maximale des véhicules est de 4.0 m
- Enveloppe supérieure est caractérisée par un segment droit dont l'angle est à 0°
- SSRéacteur : Enveloppe inférieure est caractérisée par un segment de 0.25 m avec un angle de -10° et d'un autre segment droit avec un angle de 0°
- SSCRéacteur : Enveloppe inférieure est caractérisée par un segment de 0,20 m avec un angle de -10° et d'un autre segment droit avec un angle de 0°

Modèle de masse :

Les deux configurations utilisent exactement le même modèle de masse, soit une densité structurale de $1\,377\text{ kg/m}^3$ et une fraction du volume du réservoir pour le carburant par rapport au volume total du véhicule de 0.14. Cette supposition prend en considération que les deux véhicules sont construits de la même façon (les mêmes composantes internes). Les paramètres fixes du modèle de masse sont les suivants :

- Densité structurale $1\,377\text{ kg/m}^3$
- La fraction du volume du réservoir 0.14

6.3 – Évaluation et optimisation des véhicules génériques

Pour l'évaluation des performances des véhicules pour une gamme supérieures à Mach 7, la technique consiste en :

L'évaluation des performances des véhicules optimisés pour des incréments de Mach 0.1 entre Mach 7 et 20.

Chaque véhicule optimisé provient d'une optimisation de la mécanique de vol, soit l'équilibre des forces en X (Traînée = Poussée) et en Y (Poids = Portance), et de la convergence de la masse totale de chaque véhicule à 430 kg. La fonction à minimiser pour chaque véhicule est :

$$E = \sqrt{\underbrace{(F_T - F_p)^2}_{\text{Forces en } X} + \underbrace{(F_L - F_w)^2}_{\text{Forces en } Y} + \underbrace{(430 - M_v)^2}_{\text{Masse de 430 kg}}} \quad (5.1)$$

Ainsi, les bornes des variables permettant de minimiser l'erreur sont :

- Le facteur d'échelle (F_s) qui varie de 0.4 à 2.6
- Le rapport d'équivalence (ϕ) qui varie de 0.01 à 3.5
- L'angle d'attaque (α) qui varie de -5 à 10°

Pour la présente étude, il est aussi important de mentionner que l'évaluation d'une gamme de véhicules à partir d'une modélisation générique est extrêmement instable, habituellement causée par des discontinuités (solution impossible) provoquées par un ou plusieurs modèles ou bien par la convergence sur une solution locale au lieu de globale (nuage de possibilités). Ainsi, il est fréquent que l'optimisation n'obtienne pas de solution ou que le niveau de convergence demandé ne soit pas atteint dans un nombre d'itérations raisonnable. Par conséquent, les données seront filtrées en post-traitement afin d'obtenir seulement les solutions ayant une convergence inférieure à 1.0 %. Cette limite de 1% provient principalement de la précision de l'union des différents modèles. Par exemple, les chiffres significatifs du logiciel utilisé pour les calculs de thermodynamique (CEA) ne sont pas suffisants pour obtenir une meilleure convergence.

Chapitre 7 – Résultats et Discussions

L'évaluation des performances, proposée aux chapitres 5 et 6, implique plusieurs phénomènes physiques avec des interactions et discontinuités entre les modèles qui peuvent rendre difficiles la compréhension des résultats obtenus. Néanmoins, cette section propose une analyse détaillée sur les géométries et sur les propriétés des véhicules du point de vue de leurs provenances et de leurs causes. Toutefois, il est important de se rappeler que la portée de cette étude s'applique exclusivement à la mission proposée précédemment. Cependant, quelques observations indépendantes de la mission peuvent être soulignées en comparaison même si elles relèvent plus de la différence entre les deux types de propulsion.

7.1 – Convergence des résultats

Dans le cas de la présente étude, la convergence des calculs nécessite un post-traitement dans le but d'analyser seulement les résultats ayant atteint un certain seuil de convergence. Dans cette étude, le seuil demandé pour l'arrêt du processus d'optimisation est de 1.0 % d'une unité d'erreur globale expliquée à la section 6.3. Ainsi, la figure suivante représente l'erreur globale en pourcentage définie par l'équation (5.1) :

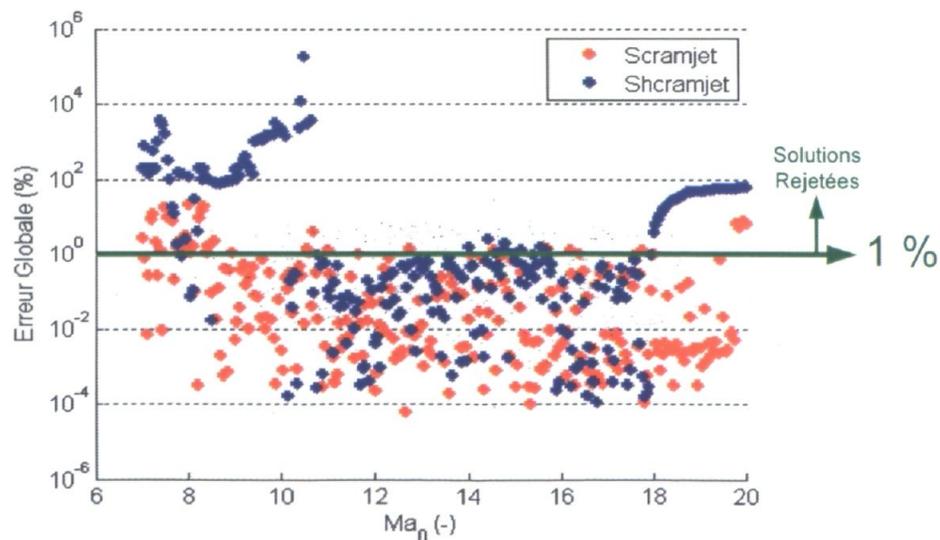


Figure 7-1 : Erreur globale de l'équation 5.1 de chaque véhicule optimisé de l'étude de performance pour les configurations SSRéacteur et SSCRéacteur.

Les résultats obtenus démontrent bien que l'équilibre des forces et de la masse est atteint majoritairement avec une erreur globale inférieure à 1.0%. Cependant, les quelques véhicules rejetés démontrent bien l'instabilité du processus d'optimisation de la modélisation générique. Les figures 7-2 à 7-7 suivantes présentent les trois paramètres d'optimisation avec les erreurs sur l'équilibre des forces et de la masse pour toutes les solutions :

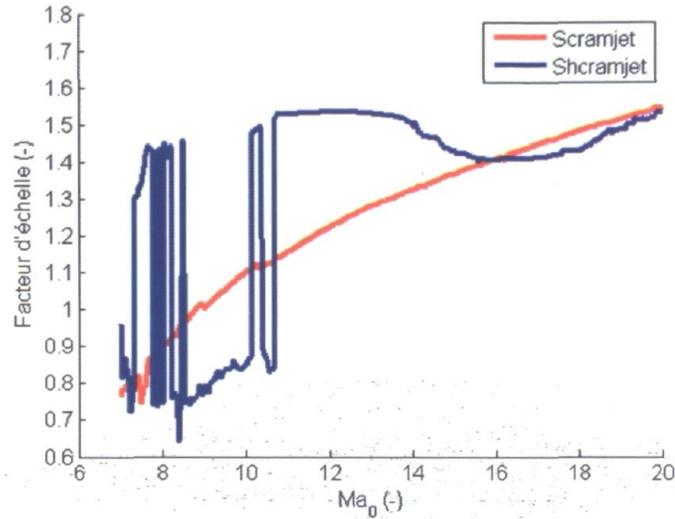


Figure 7-2 : Le facteur d'échelle optimal versus le nombre de Mach de vol

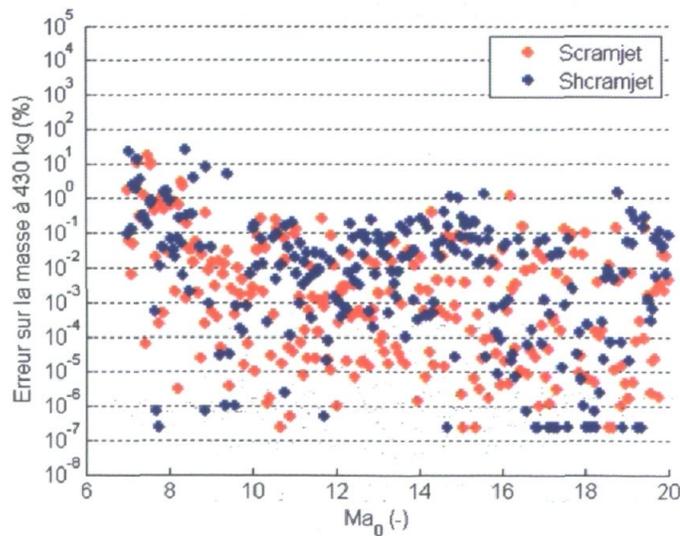


Figure 7-3 : L'erreur en pourcentage de la masse du véhicule versus le nombre de Mach de vol

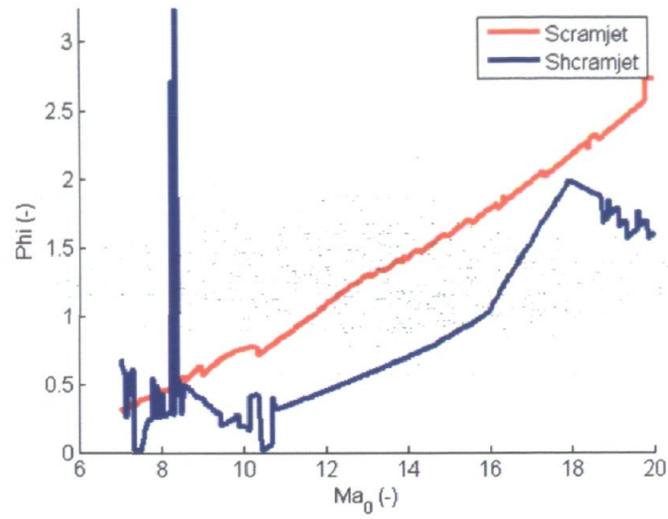


Figure 7-4 : Le rapport d'équivalence optimal versus le nombre de Mach de vol

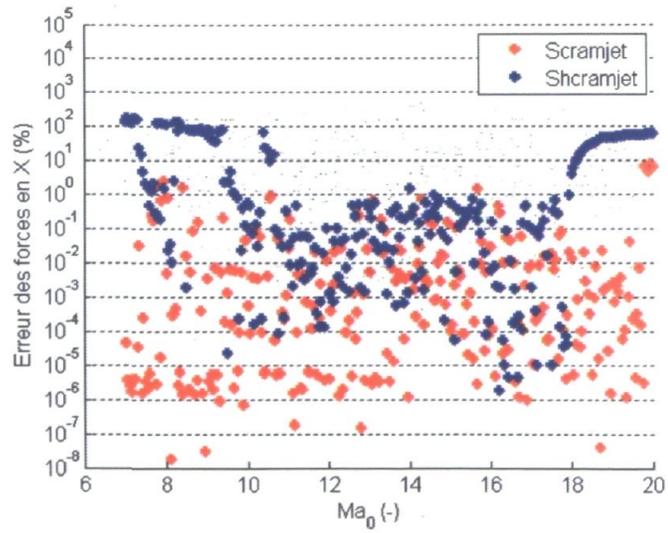


Figure 7-5 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en X versus le nombre de Mach de vol

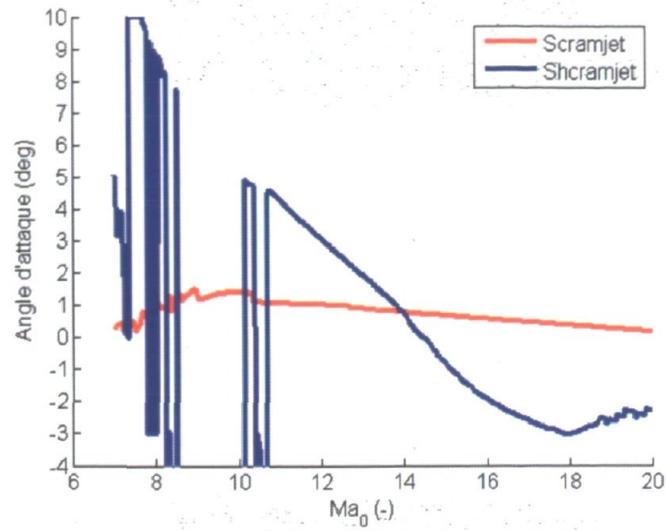


Figure 7-6 : L'angle d'attaque optimal versus le nombre de Mach de vol

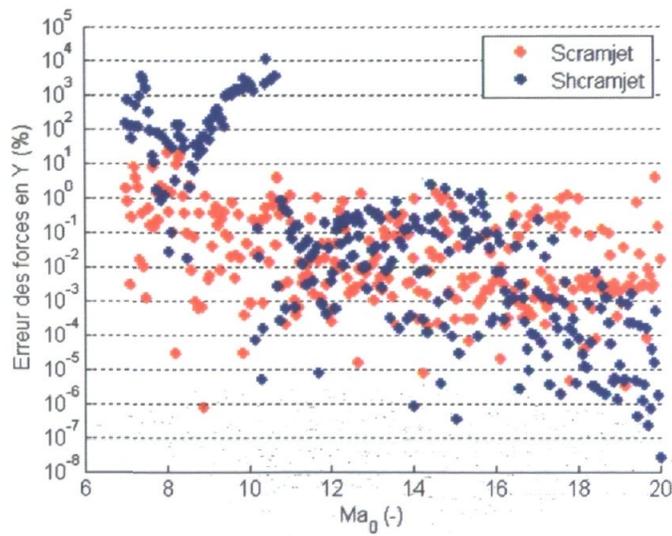


Figure 7-7 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en Y versus le nombre de Mach de vol

Sur les figures 7-2 et 7-3, nous pouvons observer que la convergence de la masse par l'emploi du facteur d'échelle atteint assez facilement le critère minimal de 1%. Cependant, pour l'équilibre des forces en X , les figures 7-4 et 7-5 suggèrent que la configuration SSRéacteur n'obtient aucun équilibre, où l'erreur est toujours supérieure à 1 %, pour des vitesses supérieures à Mach 18, contrairement au SSRéacteur. La principale raison de cette observation s'explique par la limite du modèle du SSRéacteur (design générique choisi) et non par l'instabilité du processus de convergence. Pour ce qui est des résultats inférieurs à Mach 11, les figures 7-6 et 7-7 donnent un bon aperçu de l'instabilité de la configuration SSRéacteur par rapport à l'équilibre des forces en Y . En effet, la configuration générique SSRéacteur est si instable que la convergence de l'angle d'attaque est un processus quasi impossible. Ainsi, juste à partir de ces figures, la configuration SSRéacteur est plausible pour la gamme de nombres de Mach entre 7 et 20, contrairement au SSRéacteur qui est plutôt stable entre Mach 11 et 18. Néanmoins, la section suivante commentera plus en détail ces limites. Pour l'instant, les figures 7-1 à 7-7 présentent l'instabilité du processus de convergence qui n'atteint pas toujours le critère demandé de 0.01% comme paramètre d'optimisation. Il est à noter que la valeur utilisée durant le processus de convergence est 100 fois plus petite que le seuil de convergence demandé (1.0 %). Ainsi, cette instabilité est principalement causée par l'obtention d'une convergence locale ou virtuelle et par la relation complexe entre les paramètres d'optimisation et l'erreur sur l'équilibre des forces et de la masse. Ce problème de convergence (expliqué au chapitre 5) nécessitera une plus grande discrétisation de la grille de véhicules afin de favoriser l'obtention du critère de convergence demandé. Néanmoins, ils existent et restent présentement suffisamment de solutions pour chacun des deux types de propulseur pour procéder à une analyse détaillée et valable pour cette étude de performance.

7.2 – Résultats et discussion de la mission

Les résultats de la mission du chapitre 6 seront présentés en trois sections distinctes, soit l'optimisation, les performances et les géométries.

7.2.1 – Optimisation

Après le rejet des solutions avec plus de 1.0% d'erreur globale de la figure 7-1, la figure 7-8 présente la gamme de solutions admissibles dans l'étude de la mission définie. À ce point, il est important de mentionner que le rejet des solutions provoque un lissage des résultats qui suggère le potentiel des configurations génériques étudiées. Néanmoins, la section 7.1 démontre bien les fluctuations importantes que le processus d'optimisation a subies pour les extrêmes de la gamme des nombres de Mach de cette étude. Ainsi, cette première sélection peut nous aider à nous renseigner sur la gamme du nombre de Mach de vol admissibles (limites inférieure et supérieure) des véhicules génériques définis.

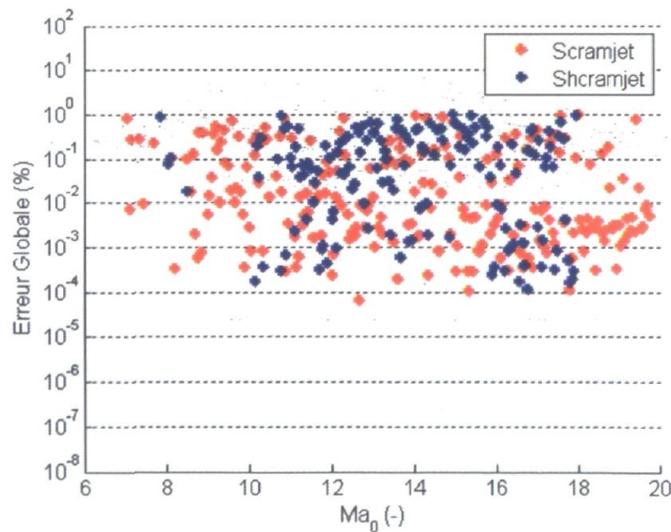


Figure 7-8 : Erreur globale (équation 5.1) de chaque véhicule optimisé ayant une erreur inférieure à 1.0% de l'étude de performance pour les configurations SSRéacteur et SSCRéacteur.

De la sorte, la figure 7-8 nous indique que la configuration SSRéacteur étudiée est plausible à partir de Mach 7 à 20 et que le SSCRéacteur est plutôt plausible entre Mach 8 à 18.

Facteur d'échelle

Le facteur d'échelle est la première variable d'optimisation qui a un grand impact sur la convergence de la masse du véhicule à 430 kg. Les figures suivantes montrent le facteur d'échelle et son erreur en pourcentage sur la masse (Masse = 430 kg) en fonction du nombre de Mach de vol:

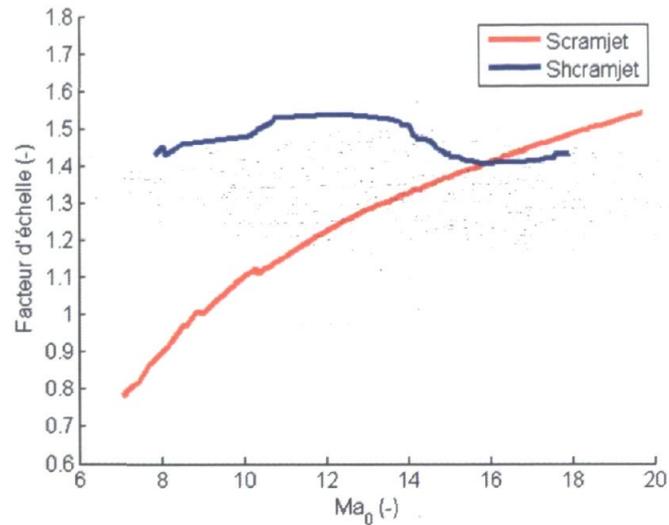


Figure 7-9 : Le facteur d'échelle optimal versus le nombre de Mach de vol

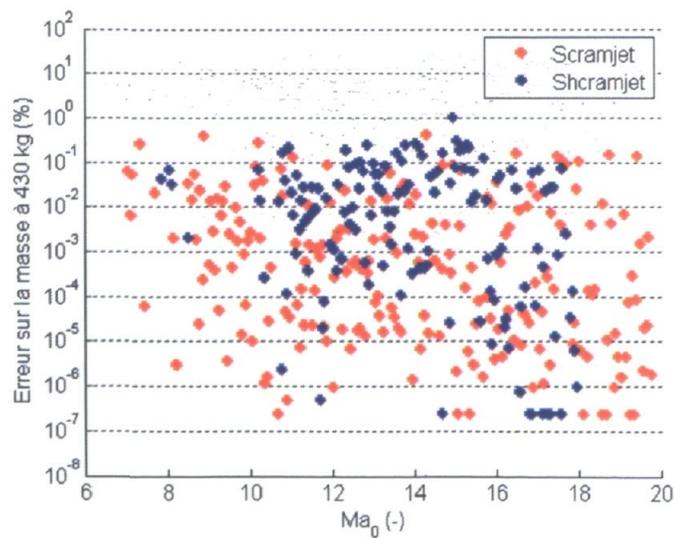


Figure 7-10 : L'erreur en pourcentage de la masse du véhicule versus le nombre de Mach de vol

Le facteur d'échelle nous renseigne, en quelque sorte, sur le volume nécessaire, c'est-à-dire le volume de la boîte pouvant contenir le véhicule, pour obtenir une masse égale à 430 kg. Comme le design générique est défini à un facteur d'échelle de 1, nous pouvons conclure que les configurations SSCRéacteurs sont nécessairement plus volumineuses que les SSRéacteurs pour les nombres de Mach de vol inférieurs à 15. Ainsi, les véhicules SSRéacteurs sont plus compacts que les SSCRéacteurs pour une même configuration. Cependant, pour Mach 15 et plus, les géométries ont sensiblement le même facteur et donc requièrent un volume comparable pour chacune des géométries. Une information intéressante de la figure 7-9 est que la gamme de configurations SSCRéacteur est manifestement plutôt stable/constante, entre un facteur d'échelle de 1.4 et de 1.5, en comparaison avec des configurations SSRéacteurs qui exigent une augmentation du facteur d'échelle avec l'augmentation du nombre de Mach. Cette particularité a un côté pratique du point de vue des dimensions des plateformes de lancement qui peuvent être réutilisables pour une large gamme du nombre de Mach de vol par rapport à celles du SSRéacteur qui nécessiteraient une optimisation en fonction du point de conception.

Rapport d'équivalence

Le rapport d'équivalence (ϕ) est la deuxième variable d'optimisation qui a un fort impact sur l'équilibre de forces en X . Les figures 7-11 et 7-12 suivantes montrent le rapport d'équivalence et l'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en X (Traînée = Poussée) en fonction du nombre de Mach de vol :

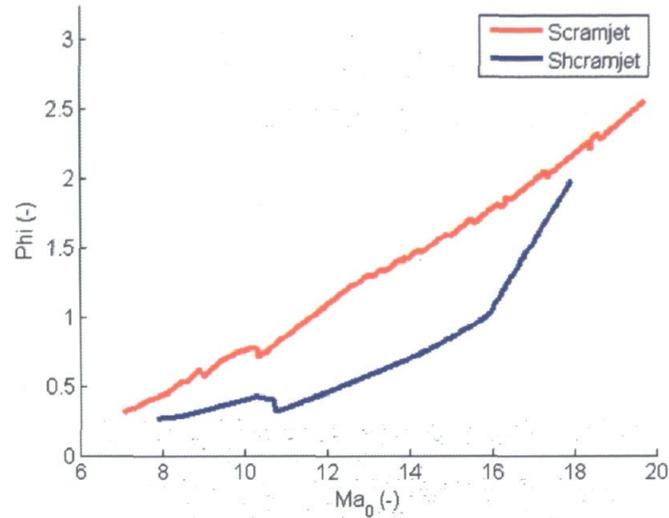


Figure 7-11 : Le rapport d'équivalence optimal (ϕ) versus le nombre de Mach de vol

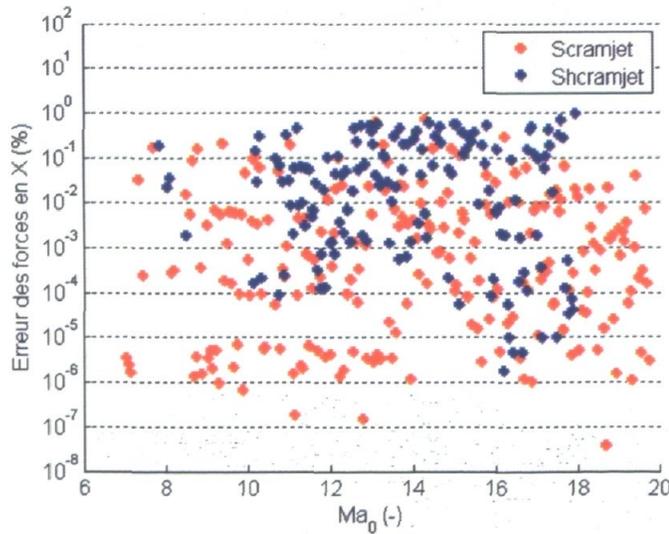


Figure 7-12 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en X versus le nombre de Mach de vol

La figure 7-11 nous renseigne sur le rapport d'équivalence nécessaire pour établir l'équilibre entre la poussée et la traînée du véhicule entier. À ce point, il faut prendre en considération que les courbes présentées sont le rapport d'équivalence injecté dans le système de propulsion et que seule une partie du carburant est mélangée à l'air et donc réagit en fonction des conditions de mixage et de réaction des véhicules génériques étudiés. Le rendement de combustion définissant ce critère sera développé à la section suivante. Les limites de chacune des configurations peuvent aussi être observées en limitant l'injection de carburant. Ainsi, si nous limitons le rapport d'équivalence de l'injection à la valeur maximale de $\phi = 1$, nous observons que le SSRéacteur devient ainsi limité en vitesse autour de Mach 12 et autour de Mach 16 pour le SSCRéacteur. Ainsi, pour un hydrocarbure, le véhicule SSRéacteur n'est plus viable pour des vitesses supérieures à Mach 12 et devient cohérent avec l'analyse des limites des véhicules SSRéacteur de Wittenberg [1]. Néanmoins, la définition des limites de chacune des deux configurations est le produit d'une multitude d'interactions complexes qui sera présenté à la section 7.3.

Angle d'attaque

L'angle d'attaque est la troisième variable d'optimisation qui a un fort impact sur l'équilibre de forces en Y . Les figures 7-13 et 7-14 suivantes montrent l'angle d'attaque et l'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en Y (Portance = Poids) en fonction du nombre de Mach de vol :

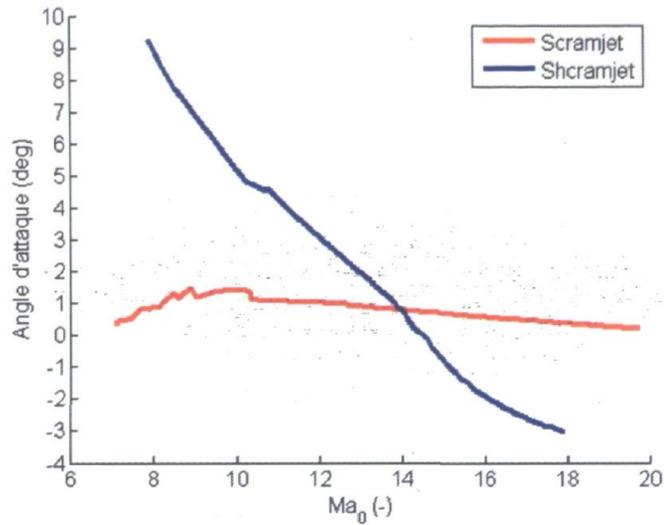


Figure 7-13 : L'angle d'attaque optimal versus le nombre de Mach de vol

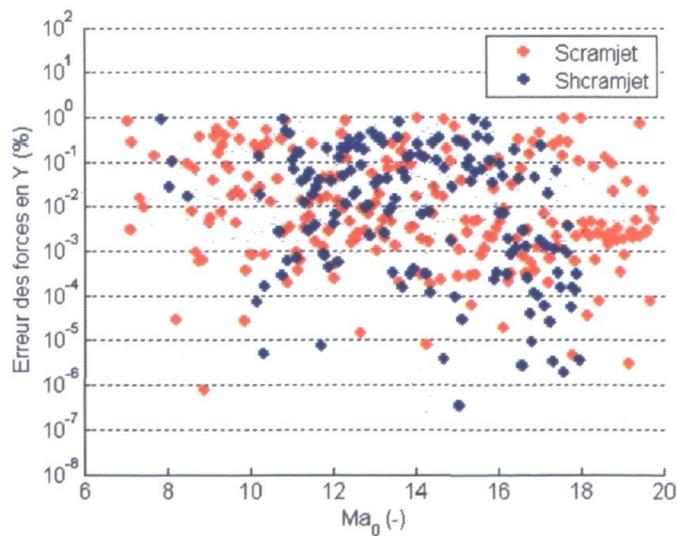


Figure 7-14 : L'erreur en pourcentage de l'équilibre des forces en Y versus le nombre de Mach de vol

À première vue, la figure 7-14 nous montre que l'équilibre des forces en Y est bel et bien respecté pour la plage des solutions acceptées. Cependant, il faut prendre en considération que les configurations SSCRéacteurs nécessitent une variation importante de l'angle d'attaque (Figure 7-13) entre -4 et 7 degrés pour permettre le taux de convergence de 1.0% demandé. L'angle d'attaque négatif nous indique que la configuration du SSCRéacteur tire la majeure partie de sa portance par l'intermédiaire de la tuyère tronquée. Les géométries présentées de la section 7.2.3 démontrent cet effet. Aussi, ces extrêmes nous indiquent qu'il est difficile d'utiliser une configuration générique pour toutes les conditions de vol. Ainsi, une bonne observation à faire est qu'il est préférable de concevoir le design du SSCRéacteur manuellement pour chaque condition de vol. Une approche générique ne supporte pas très bien une large gamme de condition de vol pour maximiser les performances du véhicule qui dépendent fortement de la géométrie. En plus, il est important de mentionner que l'équilibre des moments par rapport à l'angle d'attaque n'est pas traité dans l'optimisation des forces, ce qui implique que le système de guidage et de surface de contrôle risque d'être hautement sollicité pour permettre un vol rectiligne à bas et à haut nombre de Mach. Ainsi, pour ne pas que le véhicule parte en vrille, nous pouvons présumer que les configurations du SSCRéacteur avec un angle d'attaque très bas (près de -3°) ou très haut (près de 7°) ne sont pas fonctionnelles; du moins il faudrait une étude plus approfondie de l'interaction entre le système de guidage et l'équilibre des forces sur le véhicule. Par contre, dans le cas des configurations du SSRéacteur, l'angle d'attaque est sensiblement plus stable entre 0 à 2° . Ainsi, les moments sur le véhicule risquent de ne pas être trop importants et peuvent être réglés par un système de guidage adéquat. À ce point, la configuration générique du SSRéacteur semble beaucoup plus stable que celle du SSCRéacteur pour la gamme des nombres de Mach de vol étudiée.

7.2.2 – Performances

Débit massique d'air et de carburant

Le débit massique d'air à l'intérieur du système de propulsion varie beaucoup en fonction des dimensions de l'entrée d'air et de l'angle d'attaque. Pour les deux configurations étudiées, leurs différences du point de vue du design de l'entrée d'air permettent au SSCRéacteur d'opérer avec un plus grand débit d'air, comme le démontre la figure 7-15.

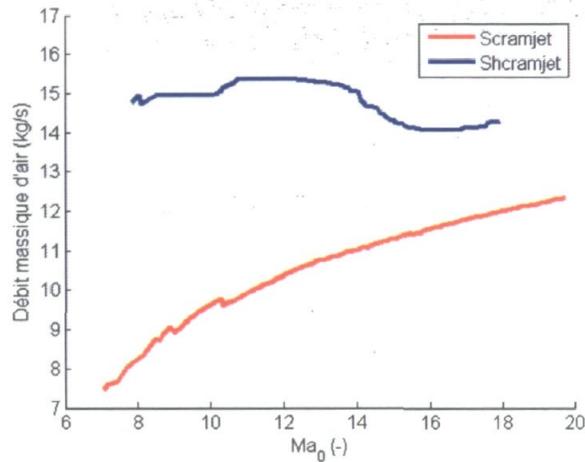


Figure 7-15 : Le débit massique d'air versus le nombre de Mach de vol

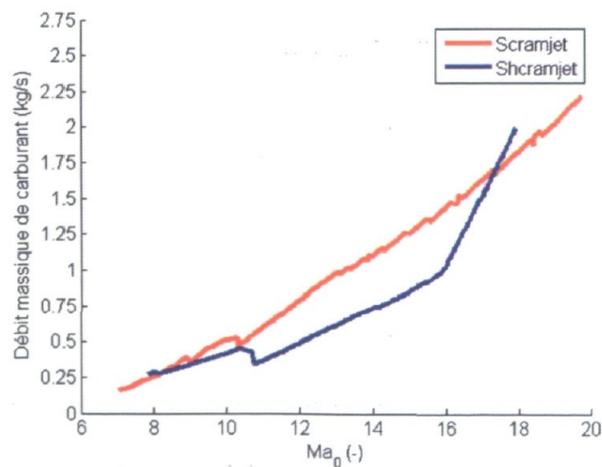


Figure 7-16 : Le débit massique de carburant versus le nombre de Mach de vol

Cette particularité permet, entre autres, au SSCRéacteur la possibilité de générer une plus grande poussée pour la configuration générique définie, comme le démontre l'équation (3.1.6). En plus, le plus grand débit d'air du SSCRéacteur permet d'obtenir des rapports d'équivalence inférieurs au SSRéacteur (Figure 7-15). En addition, le débit massique du SSCRéacteur est plutôt stable dans les environs de 15 kg d'air par seconde contrairement à la tendance croissante du SSRéacteur. Ce qui implique que la configuration générique du SSCRéacteur n'est pas vraiment optimisée puisque l'entrée d'air est trop importante par rapport à la quantité d'air nécessaire pour obtenir un ϕ réagi égale à 1. De la sorte, une trop grande prise d'air produit inévitablement une traînée supplémentaire pour un véhicule qui est supposé être conçu au point de conception optimal (*on-design*). Une future étude plus approfondie sur le dimensionnement de l'entrée d'air est requise.

Entrée d'air

Pour chacun des deux concepts, les entrées d'air ont été conçues pour obtenir une température maximale de 1 440 K pour le SSRéacteur et de 750 K pour le SSCRéacteur, comme le démontre la figure 7-17 à leur entrée respective de la chambre de combustion:

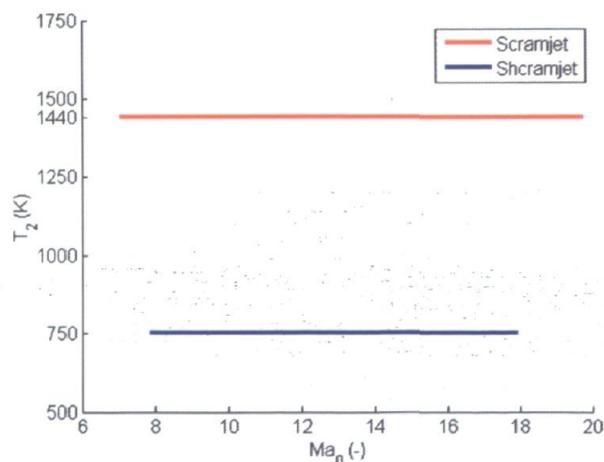


Figure 7-17 : Température en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol

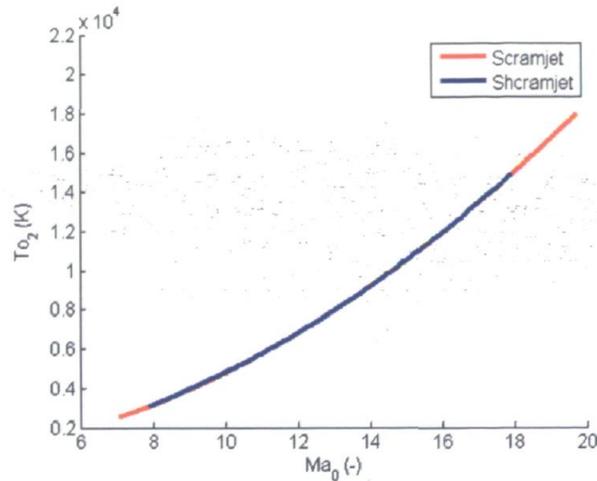


Figure 7-18 : Température totale en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol

Dans tous les cas, la conception de l'entrée d'air est adiabatique (Figure 7-18) et a atteint leurs températures maximales permises selon le type de configuration (Figure 7-17). Ainsi, cette limite de la température implique que le rapport de pression de l'entrée d'air du SSRéacteur est environ 4 fois supérieur au SSCRéacteur (Figure 7-19). Cependant, la perte de pression totale associée à cette compression est 2 fois plus importante pour le SSRéacteur. Cette perte provient principalement par la série d'ondes de choc de plus forte intensité (Figure 7-20).

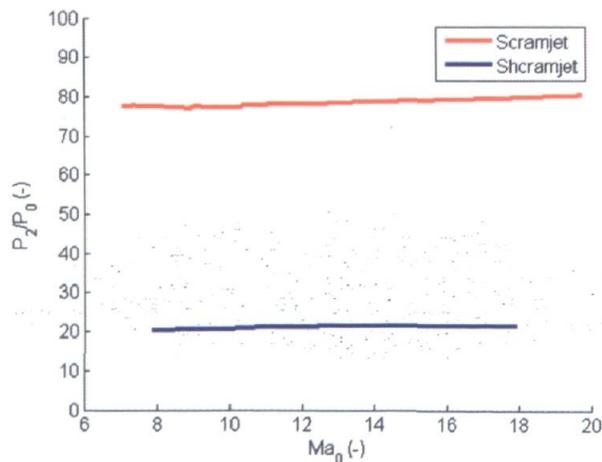


Figure 7-19 : Rapport de la pression en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol

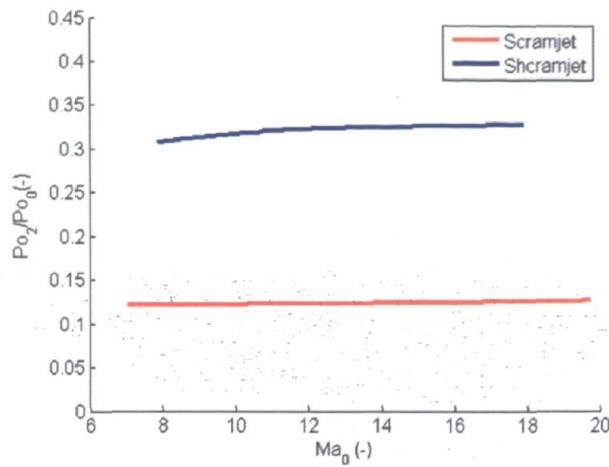


Figure 7-20 : Rapport de la pression totale en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol

En plus, cette compression supérieure pour le SSRéacteur réduit considérablement son nombre de Mach en sortie de l'entrée d'air d'un facteur d'environ 1.5 par rapport au SSCRéacteur (Figure 7-21).

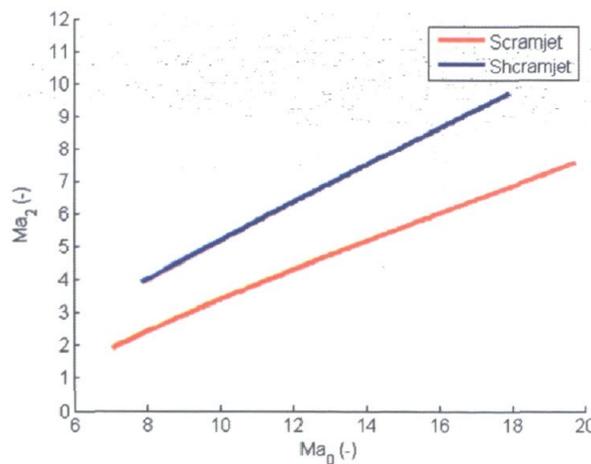


Figure 7-21 : Nombre de Mach en sortie de l'entrée d'air versus le nombre de Mach de vol

Toutefois, les deux configurations permettent de maintenir la combustion en supersonique (supérieur à Mach 1) par une réaction à l'équilibre ou par une onde de détonation.

Chambre de combustion

La chambre de combustion permet l'observation des principales différences entre les deux types de configuration. Pour le SSCRéacteur, la combustion par détonation permet une augmentation importante (7 fois) de pression à travers la chambre de combustion, contrairement à la pression constante de la configuration SSRéacteur, comme le démontre la figure 7-22 avec le rapport de pression à travers la chambre de combustion.

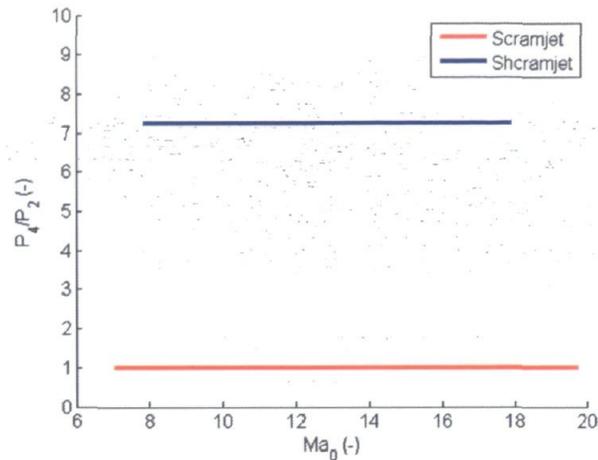


Figure 7-22 : Rapport de pression à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

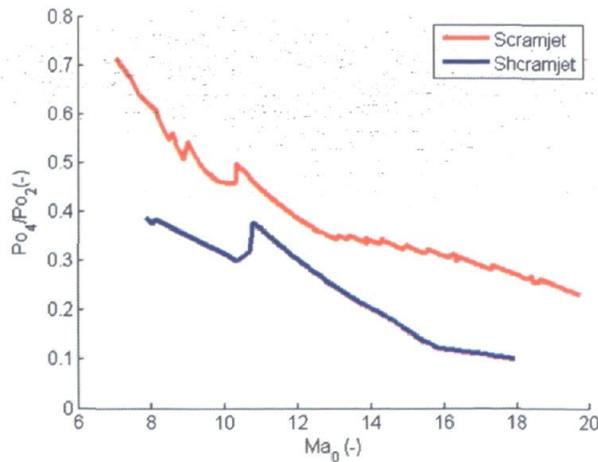


Figure 7-23 : Rapport de pression totale à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Cependant, cette augmentation de pression produit une perte de pression totale plus importante dans la chambre de combustion pour le SSCRéacteur que le SSRéacteur (figure 7-23). Toutefois, lorsque nous observons ces pertes par rapport à la pression totale de vol, soit entre la condition atmosphérique et celle à la sortie de la chambre de combustion, le SSCRéacteur indique une meilleure récupération du rapport de la pression totale comme le démontre la figure 7-24.

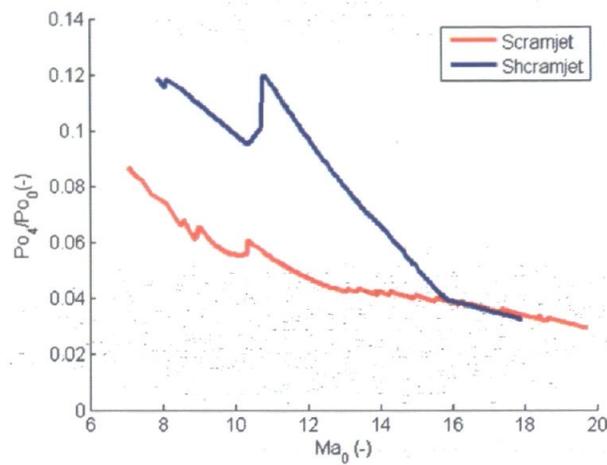


Figure 7-24 : Rapport de pression totale à travers l'entrée d'air et la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

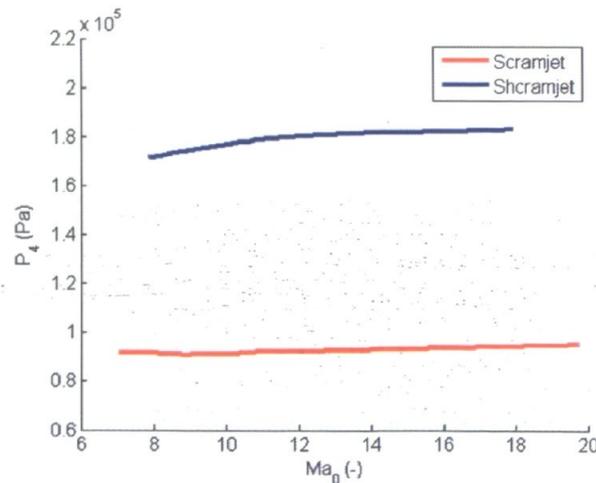


Figure 7-25 : Pression de la sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Ainsi, pour une pression deux fois plus grande à la sortie de la chambre de combustion (Figure 7-25), l'utilisation de la détonation comme type de propulsion est très avantageuse du point de vue de la réduction des pertes de la pression totale. Néanmoins, l'utilisation d'une chambre de combustion à section constante ou variable permettrait une réduction des pertes de pression totale pour des applications bien spécifiques. Cette alternative nécessiterait une future étude.

Les figures des températures statiques et totales (Figures 7-26 et 7-27) des deux types de configuration présentent aussi des différences marquantes.

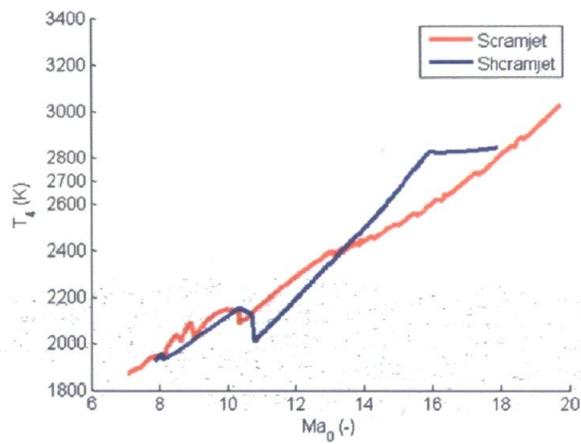


Figure 7-26 : Température de sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

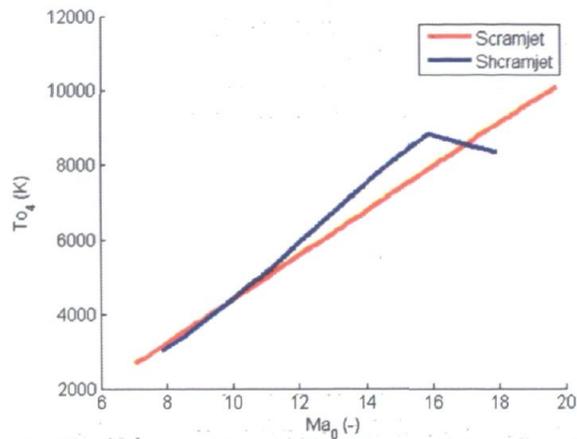


Figure 7-27 : Température totale de sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Pour le SSCRéacteur, l'augmentation de la température en fonction du nombre de Mach de vol est principalement limitée par la température maximale de la détonation du carburant JP-10 gazeux. Dans cette étude, les propriétés de l'entrée d'air du SSCRéacteur sont fixées pour tous les véhicules et ainsi, il est normal d'obtenir un plateau pour la température de détonation maximale autour de 2 800 K. Cependant, dans le cas du SSRéacteur, le fait d'ajouter de la chaleur (carburant brûlé) dans une chambre à pression constante, l'écoulement supersonique a tendance à ralentir produisant une augmentation de la température. Par exemple, cet effet est plus facilement observable dans une chambre de combustion à section constante qui peut parvenir à l'étranglement thermique de l'écoulement supersonique (*Thermo-choking*). Toutefois, dans le cadre de cette étude, l'écoulement de la chambre de combustion est toujours supérieur à Mach 1 et l'étranglement thermique n'a pas lieu, comme le démontre la figure 7-28.

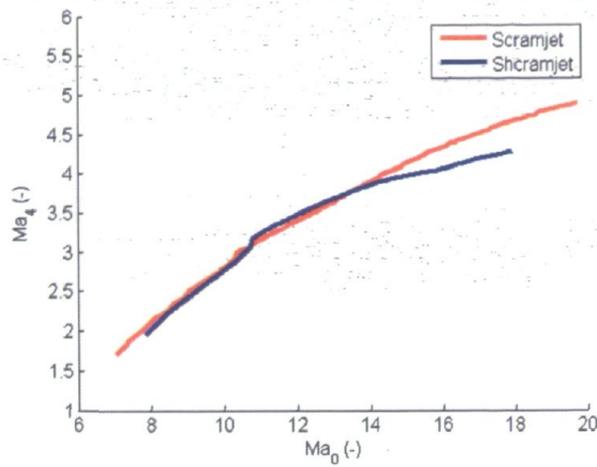


Figure 7-28 : Nombre de Mach à la sortie de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

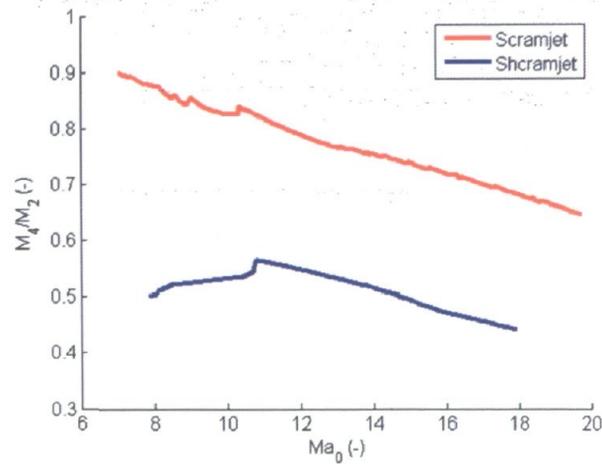


Figure 7-29 : Rapport du nombre de Mach à travers la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Ainsi, la réduction du nombre de Mach à l'intérieur de la chambre de combustion, présentée par la figure 7-29, permet l'observation de la relation inversement proportionnelle de l'augmentation de la température à la sortie de la chambre de combustion. De la sorte, la température a la possibilité de s'élever au-delà de la température maximale de flamme à l'équilibre d'environ 2 700 K pour le design spécifique du SSRéacteur générique avec le

JP-10 gazeux. En plus, la figure 7-27 de la température statique à la sortie de la chambre de combustion permet d'observer que les températures sont très élevées et même au delà de la limite des résistances des matériaux utilisés habituellement dans la conception de chambre de combustion. Néanmoins, l'annexe C présente quelques matériaux qui ont un point de fusion supérieur à la température statique maximale pour une partie de la gamme de véhicules étudiés. Dans le cas où les matériaux ne résisteraient pas, il existe plusieurs méthodes de contrôle des hautes températures générées par les chambres de combustion, comme par exemple l'ablation contrôlée. Cependant, la conception demeure un processus complexe entre plusieurs facteurs comme les coûts, la durée de vie et la fabrication. Ainsi, les températures observées peuvent être considérées admissibles dans le cadre de cette étude. Cependant, une future étude est requise sur la conception (design) de la chambre de combustion pour réduire au maximum cette hausse de température. La figure 7-27 présente la température totale qui est sensiblement la même pour les deux configurations. Cependant, le SSCRéacteur présente une chute de la température totale lorsque le plateau de la température maximale de détonation est atteint. Cette perte thermique provient de l'onde de détonation moins efficace due à un rapport d'équivalence réagi plus grand que 1 (Figure 7-30) et du ralentissement important de l'écoulement de la chambre de combustion (Figure 7-29).

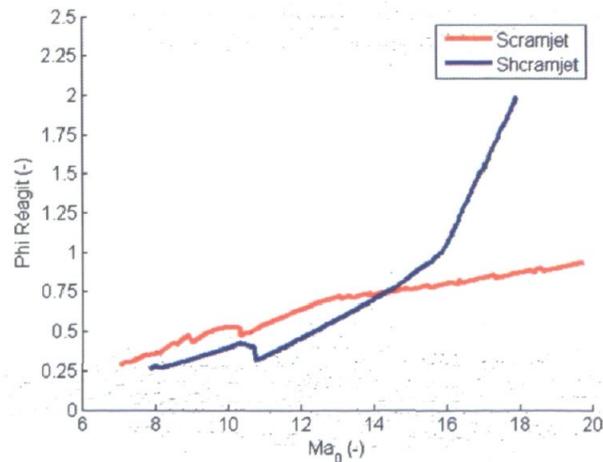


Figure 7-30 : Rapport d'équivalence réagi dans la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

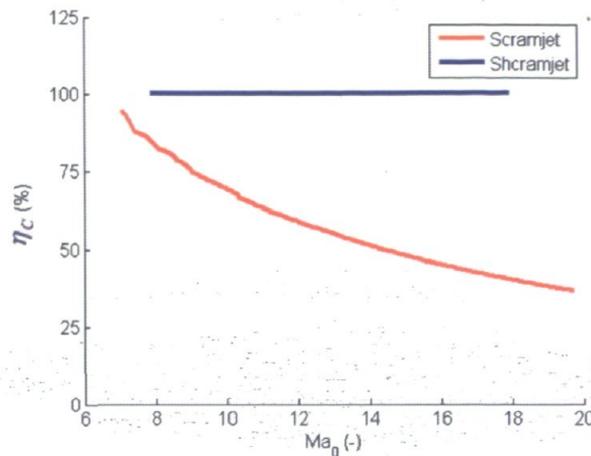


Figure 7-31 : Rendement global de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Le rapport d'équivalence réagi (Figure 7-30) consiste à représenter la portion de carburant réagi indépendamment de la partie inerte de l'injection. Ainsi, ce rapport s'obtient par la multiplication du rapport d'équivalence injecté (Figure 7-11) par le rendement global de la chambre de combustion (Figure 7-31). De la sorte, la figure 7-30 représente la possibilité d'obtenir plus de poussée si le rapport d'équivalence réagi est plus petit que 1 et la poussée maximale possible à 1. Ainsi, si le rapport d'équivalence réagi excède la valeur de 1, le concept n'est plus viable. Ce cas se produit pour le SSCRéacteur à Mach 16 et de la sorte, les configurations supérieures à ce nombre de Mach doivent être rejetées. Une future étude est nécessaire pour modifier le concept actuel du SSCRéacteur pour atteindre des vitesses supérieures. La figure 7-31 du rendement de la chambre de combustion globale présente que le SSCRéacteur pour toute la gamme de nombres de Mach de vol est toujours à 100% et que le SSRéacteur se situe sur une pente décroissante. Ces tendances s'observent mieux par la décomposition du rendement globale en deux, soit le rendement de mixage (Figure 7-32) et de réaction (Figure 7-33).

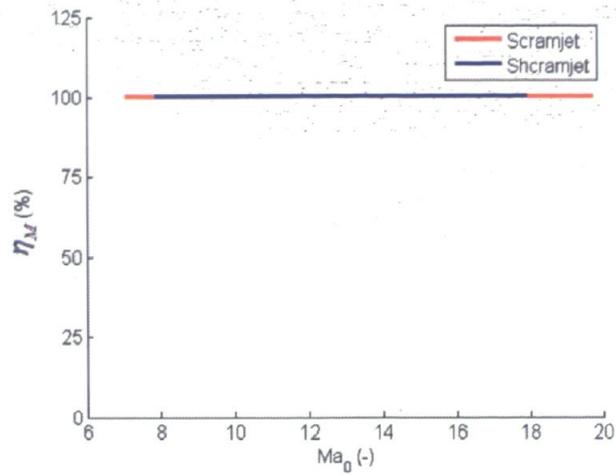


Figure 7-32 : Rendement de mixage de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

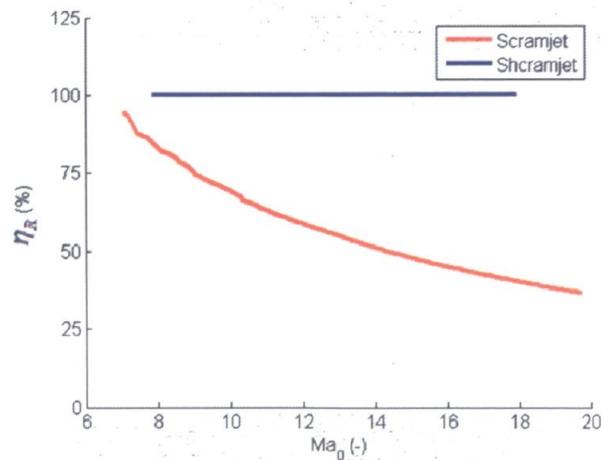


Figure 7-33 : Rendement de réaction de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol

Dans les deux cas (Figure 7-32), la distance de mixage de la configuration SSRéacteur et SSCRéacteur est suffisamment grande pour tout mélanger l'air et le carburant avant la combustion. Néanmoins, la figure 7-33 du rendement de réaction présente que le SSRéacteur nécessite une chambre de combustion plus longue pour permettre la réaction complète du mélange. Dans le cas du SSCRéacteur, le rendement de réaction a été fixé à 100% dû à son délai de réaction considéré négligeable (section 3.1.2). Ainsi, la

configuration générique, qui définit une distance égale de 1.8 m entre le nez du véhicule et la sortie de la chambre de combustion, est définitivement trop courte pour le SSRéacteur alors que le SSCRéacteur est favorisé du point de vue du rendement global de réaction de la chambre de combustion. Cependant, dans le cas d'une étude de performance du véhicule entier, l'augmentation de la longueur de la chambre de combustion pour le SSRéacteur ne produit pas nécessairement un véhicule globalement plus performant. La section 7.3 traitera entre autres de ce sujet.

Forces de poussée et de traînée

Les résultats obtenus de la figure 7-12 démontrent bien que l'équilibre entre les forces de poussée et de traînée (l'équilibre des forces en X) est bien respecté. Toutefois, les deux configurations n'ont pas la même signature de la poussée (Figure 7-34) et de la traînée (Figure 7-35).

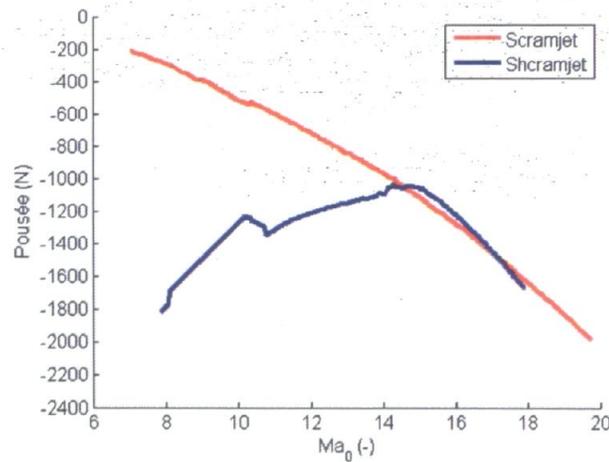


Figure 7-34 : La poussée globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol

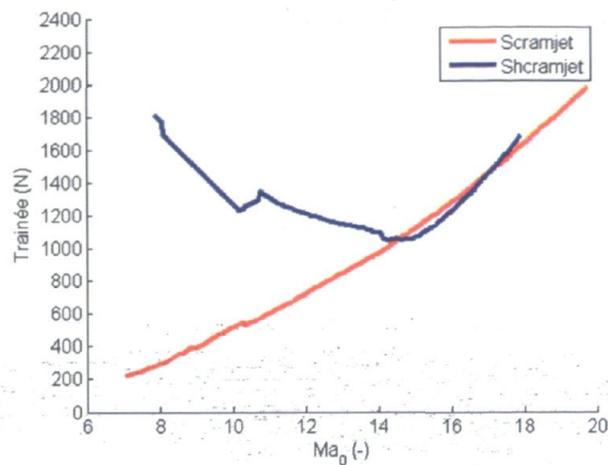


Figure 7-35 : La traînée globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol

Les résultats des figures 7-34 et 7-35 présentent un véhicule qui se déplace vers un référentiel X négatif. Ainsi, la poussée observée devient négative et la traînée du véhicule devient positive (voir la section 3.4). La figure 7-34 présente la force de poussée du véhicule qui diminue alors que c'est l'inverse pour la traînée à la figure 7-35 en fonction du nombre de Mach de vol. Sur ces courbes, le SSRéacteur nécessite une poussée supérieure au SSRéacteur pour un nombre de Mach inférieur à 15 afin de le garder stable (figure 7-13). Cette observation démontre bien que le concept SSRéacteur requiert une géométrie aérodynamique plus raffinée (optimisée) car celle-ci génère une traînée trop importante. Néanmoins, nous pouvons observer que le potentiel du SSRéacteur est très intéressant du point de vue où il est possible de produire une poussée beaucoup plus importante que le SSRéacteur à bas nombre de Mach et ceci pour un plus petit rapport d'équivalence réagi (Figure 7-11). Du côté du SSRéacteur, sa traînée est sensiblement linéaire en fonction du nombre de Mach de vol. Dans ce sens, le SSRéacteur rejoint cette tendance dans les alentours de Mach 15. À partir de ces deux figures, il est facile de s'apercevoir que les limites de ces deux configurations dépendent entièrement de la capacité à produire une poussée suffisante à un haut nombre de Mach pour contrer l'effet de l'augmentation de la traînée du véhicule. En d'autres mots, ils sont limités par la capacité énergétique du carburant.

Forces de portance et de poids

Les résultats obtenus à la figure 7-14 démontrent bien que l'équilibre entre les forces de portance et du poids (l'équilibre des forces en Y) est bien respecté. En plus, dans l'étude de performance, où chaque véhicule généré a exactement la même masse à 430 kg, les deux configurations ont la même signature de portance (Figure 7-36) et de poids (Figure 7-37).

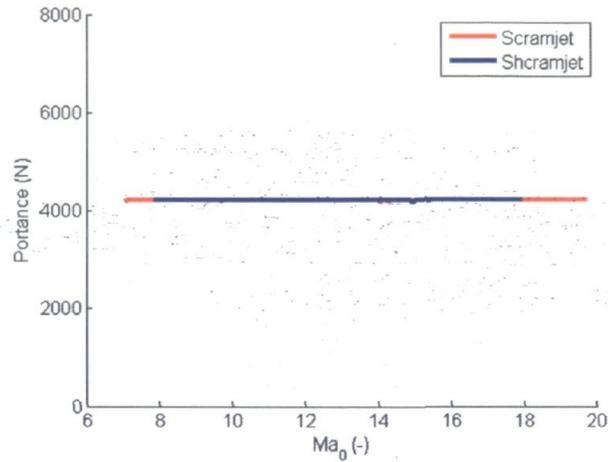


Figure 7-36 : La portance globale du véhicule versus le nombre de Mach de vol

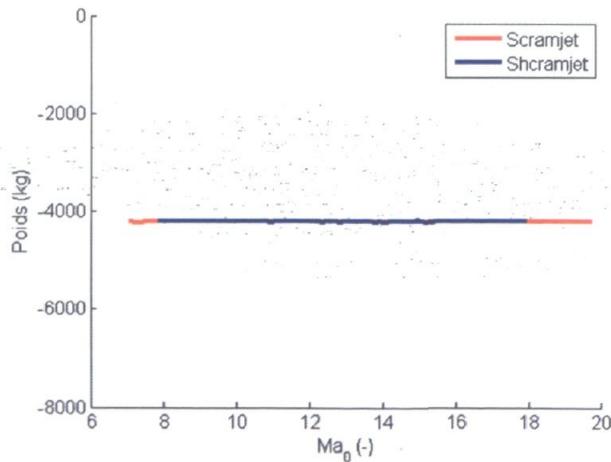


Figure 7-37 : Le poids du véhicule global versus le nombre de Mach de vol

La figure 7-36 présente la force de portance du véhicule dans son référentiel (voir la section 3.4) qui est inverse à celle de son poids de la figure 7-37. Cette observation démontre bien que chaque véhicule de l'étude respecte bien la contrainte de la même masse de 430 kg.

Rapport de la portance versus la traînée

Le rapport de la portance/traînée des véhicules optimisés donne un bon indicateur de la tendance des configurations génériques pour obtenir l'équilibre des forces. La figure 7-38 présente bien que la configuration générique du SSRéacteur nécessite une plus grande portance par rapport à la traînée que la configuration SSCRéacteur pour permettre le vol à l'équilibre en X et Y .

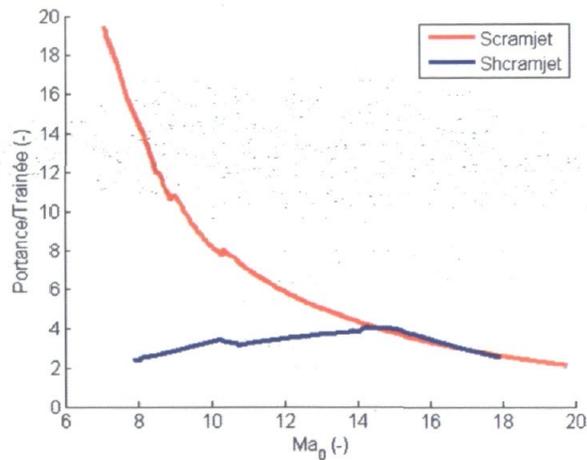


Figure 7-38 : Rapport de la portance/traînée du véhicule global versus le nombre de Mach de vol

Aussi, pour le SSCRéacteur, le rapport portance/traînée est extrêmement bas. Ce qui implique que le design SSCRéacteur n'est pas optimal par rapport à la configuration générique du SSRéacteur. Ceci provient essentiellement du fait que la traînée du SSCRéacteur est trop grande pour les configurations à Mach 14 et moins, comme le démontre la figure 7-35. Une optimisation sur la configuration générique du SSCRéacteur est nécessaire pour ces vitesses.

Paramètres de performance

L'évaluation des paramètres de performance nous donne une bonne comparaison entre les deux configurations génériques étudiées. La portée des véhicules nous renseigne sur la capacité maximale du véhicule à se déplacer pour atteindre une cible. Les figures 7-39 et 7-40 présentent la portée et le temps de vol des deux configurations étudiées.

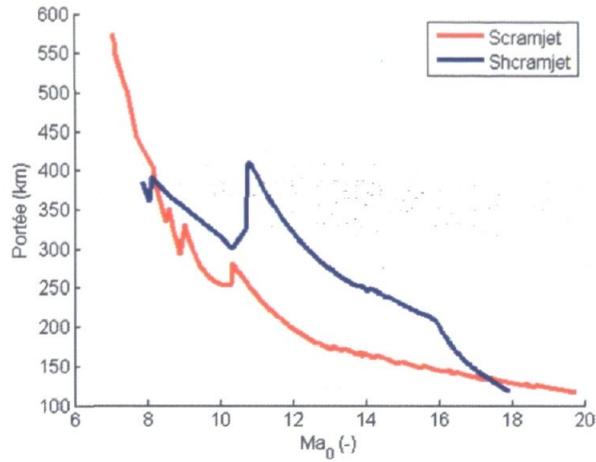


Figure 7-39 : La portée maximale des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol

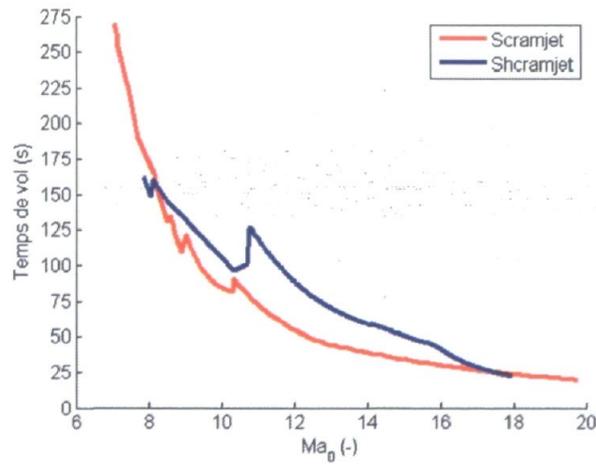


Figure 7-40 : Le temps de vol des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol

Sur la figure 7-39, la portée de la configuration SSRéacteur est nettement supérieure au SSRéacteur pour des nombres de Mach entre 11 et 16. Cependant, pour les nombres de Mach inférieurs à 11, le SSRéacteur observe une discontinuité de la tendance de la portée causée par une optimisation difficile sur l'angle d'attaque (Figure 7-6). De la sorte, pour une petite variation de l'angle d'attaque, la configuration SSRéacteur est légèrement instable dans l'évaluation de son écoulement interne. Ainsi, l'équilibre des forces et de la masse admettent plusieurs solutions et le système d'optimisation provoque une discontinuité autour de Mach 11. Une future optimisation et/ou de concept favoriseraient une meilleure définition de la tendance de la portée de la configuration du SSRéacteur. Il est à noter qu'à Mach 16 et plus, les configurations du SSRéacteur ont été préalablement rejetées dû à rapport d'équivalence réagi qui excède la valeur de 1.

Dans le cas du SSRéacteur, la portée obtient une tendance sensiblement stable qui décroît en fonction du nombre de Mach et qui est principalement causée par l'augmentation de la traînée et par la réduction de son rendement de la chambre de combustion. De façon générale, le concept générique du SSRéacteur est définitivement plus adéquat que celui du SSRéacteur dans cette étude. Puis que la configuration générique du SSRéacteur est moins optimale et nécessite une attention particulière dans sa définition.

La figure 7-40 présente la durée de vol du véhicule qui décroît rapidement en fonction du nombre de Mach de vol. Ainsi, plus la vitesse de vol des configurations génériques augmente, plus le véhicule vide rapidement son carburant afin d'obtenir l'équilibre des forces. De la sorte, pour obtenir un véhicule avec une portée plus grande, il est essentiel d'augmenter la taille du réservoir, et ce qui devient inévitablement un important défi d'ingénierie. Il est à noter que la présente étude utilise seulement 14% du volume en carburant et que l'augmentation de cette valeur a une incidence directe sur la portée.

Aussi, l'impulsion spécifique est sans aucun doute un excellent paramètre de comparaison entre les configurations SSRéacteurs et SSRéacteurs. La figure 7-41 présente l'impulsion spécifique des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol en respectant l'équilibre des forces du processus d'optimisation du chapitre 5 .

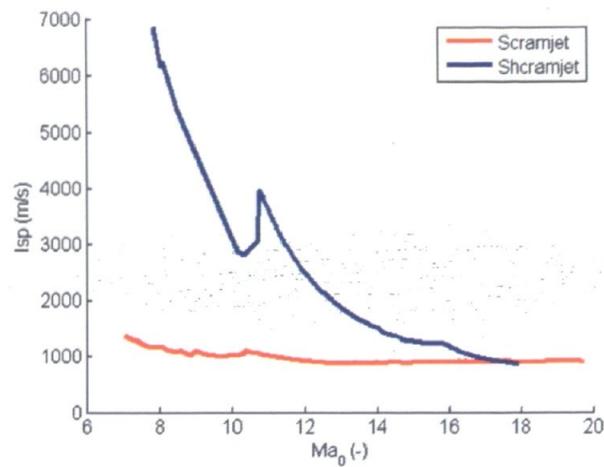


Figure 7-41 : L'impulsion spécifique des véhicules génériques versus le nombre de Mach de vol

À la section 3.4.2, l'impulsion spécifique est définie par le rapport de la poussée nécessaire pour combattre la traînée globale du véhicule sur le débit massique de carburant injecté. Il est à noter que selon la définition de l'impulsion spécifique de l'équation 3.4.26, l'impulsion spécifique présenté à la figure 7-41 (basé sur F_T) n'est qu'une fraction de celle générée par la poussée net du groupe de propulsion (F_{NET}). Cette différence s'explique principalement par la configuration de la tuyère tronquée qui rend l'évaluation de la poussée nette (F_{NET}) difficile à déterminer. De la sorte, l'impulsion spécifique présentée ici ne peut être directement comparée avec la figure 1-1. Ainsi, pour le SSRéacteur, l'impulsion spécifique est plutôt stable autour de 1000 à 1500 m/s pour la gamme des nombres de Mach de vol. Ce qui implique que plus le véhicule nécessite une force de poussée importante, plus l'injection de carburant devient elle aussi importante. Toutefois, dans le cas du SSCRéacteur, la chambre de combustion par détonation donne un bon rapport de la poussée générée par le débit de carburant injecté. Ce rapport est nettement supérieur au SSRéacteur et est décroissant en fonction du nombre de Mach de vol. Définitivement, la configuration générique du SSCRéacteur est plus économique que celle du SSRéacteur. Il est à noter que l'impulsion spécifique calculée est directement liée aux choix de design du chapitre 6 et que la figure 7-41 représente ces choix.

7.2.3 – Géométries

Dans le cadre de cette étude, les courbes obtenues à la section 7.2.2 proviennent toutes d'une multitude de points où chaque point est un véhicule *on-design* différent et unique. Les figures 7-42, 7-43 et 7-44 présentent quelques-unes de ces géométries obtenues à partir des configurations génériques du SSRéacteur et du SSCRéacteur respectivement.

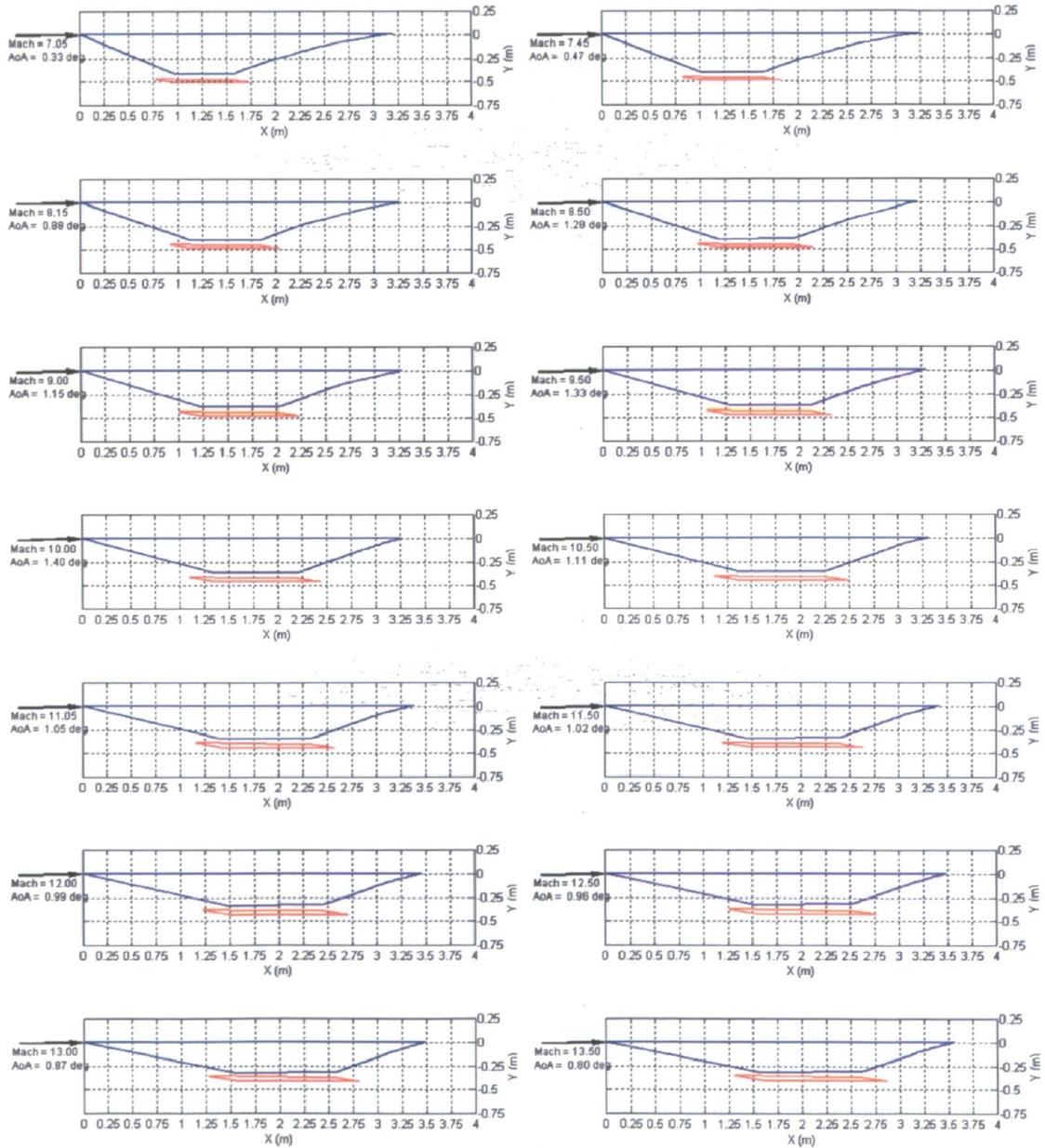


Figure 7- 42 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSRéacteur à différents nombres de Mach de vol

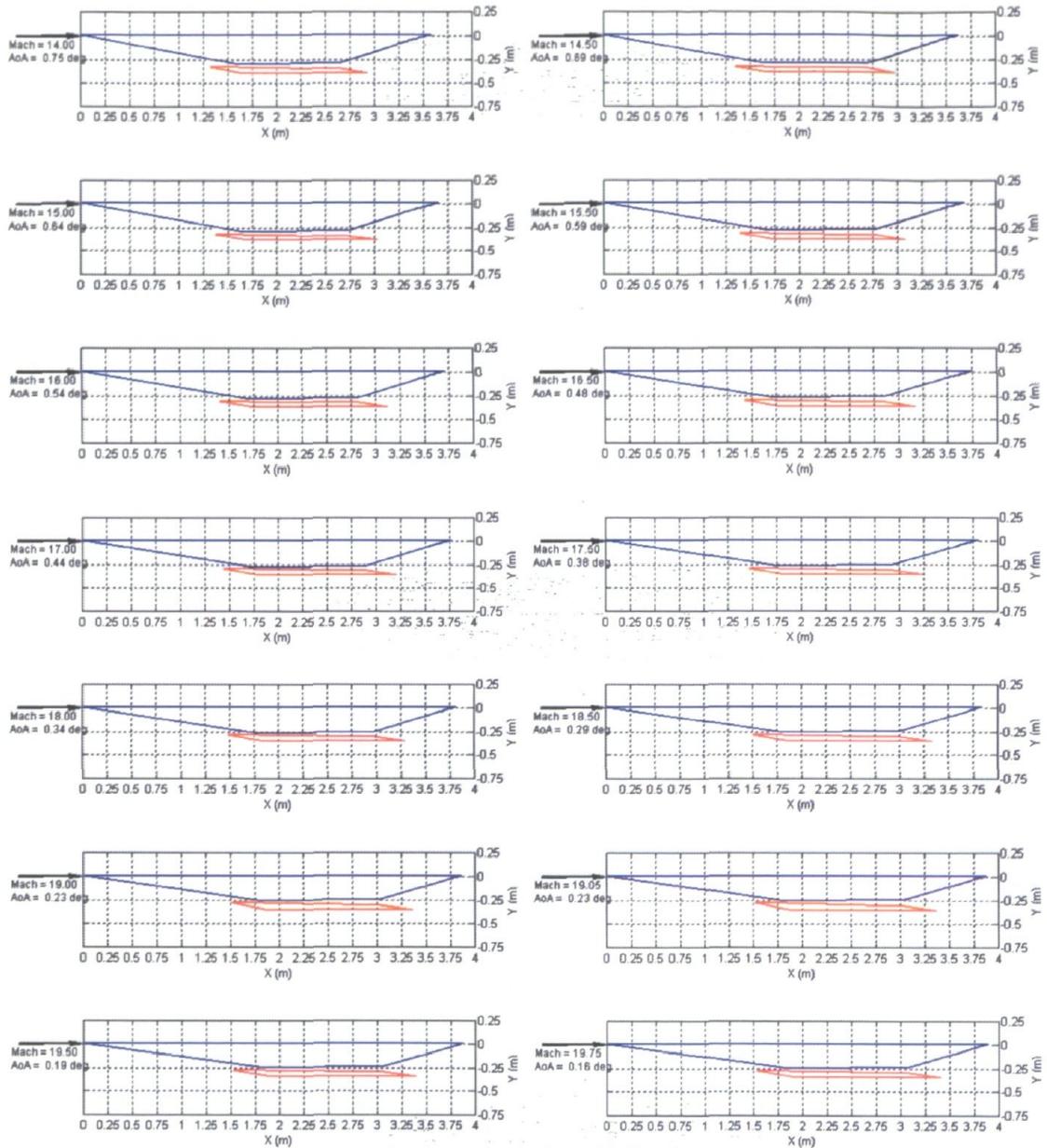


Figure 7- 43 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSRéacteur à différents nombres de Mach de vol (Suite)

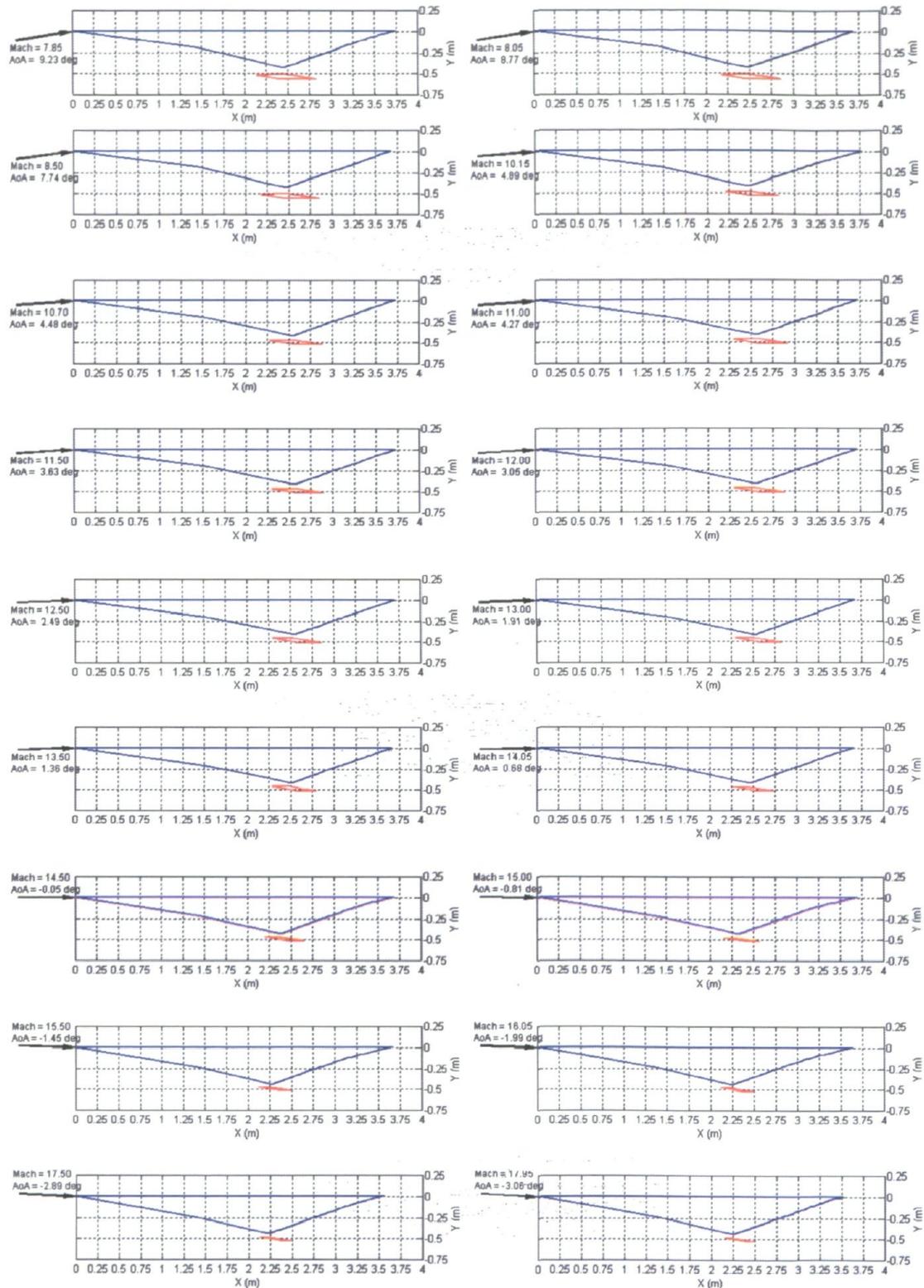


Figure 7- 44 : Géométries obtenues pour la configuration générique du SSCRéacteur à différents nombres de Mach de vol

Sur les figures 7-42, 7-43 et 7-44, chacune de ces géométries respecte l'équilibre des forces, la masse de 430 kg avec une erreur globale inférieure à 1%. À ce point, la convergence sur la masse de 430 kg est principalement respectée par l'intermédiaire du facteur d'échelle. Ainsi, pour un véhicule avec le facteur d'échelle de 1, les dimensions du concept générique sont directement observables sur les figures. Cependant, il faut multiplier les dimensions du concept générique par le facteur d'échelle pour s'apercevoir que les figures présentées respectent bien les concepts génériques. À partir de ce point, nous pouvons observer que la longueur de la chambre de combustion du SSRéacteur n'est pas exactement égale à 0.80 m et à 0.30 m dans le cas du SSCRéacteur. En effet, selon le facteur d'échelle pour chacun des deux concepts, la longueur de la chambre de combustion augmente légèrement pour le SSRéacteur et diminue pour le SSCRéacteur en fonction du nombre de Mach. De la sorte, les rendements de mixage et de réaction du SSRéacteur augmentent légèrement pour ce concept générique utilisé en fonction du nombre de Mach de vol. Ce même effet est perceptible pour le SSCRéacteur où la longueur de l'entrée d'air est augmentée d'un facteur entre 1.35 à 1.55 favorisant la longueur de mixage. Pour le SSRéacteur, l'augmentation du nombre de Mach de vol sur le concept générique a tendance à réduire la hauteur et à augmenter la longueur du véhicule. Dans ce cas, la tuyère du concept générique du SSRéacteur n'est pas complètement développée. Ainsi, plus la vitesse de vol augmente, moins le redressement de l'écoulement interne se produit, ce qui cause des pertes importantes de poussée pour la configuration générique du SSRéacteur. Pour le SSCRéacteur, l'augmentation du nombre de Mach de vol sur le concept générique a tendance à réduire l'épaisseur de la partie inférieure de la géométrie. Ainsi, plus la vitesse augmente, plus la section inférieure nécessite un angle négatif pour produire l'angle requis à la détonation de type Chapman-Jouguet. De la sorte, la limite géométrique de ce concept générique est l'épaisseur de la section inférieure du SSCRéacteur, jusqu'à ce qu'elle devienne physiquement inconcevable (trop mince).

Dans les deux cas, l'utilisation d'un concept générique en fonction du nombre de Mach de vol donne une bonne idée de la plage plausible de l'utilisation du SSRéacteur et du SSCRéacteur. Cependant, une étude basée sur un concept optimum à chaque nombre de Mach pour chacun des véhicules générés repousserait les limites observées. Par exemple,

dans tous les cas, la tuyère de chacune des deux configurations ne parvient pas au redressement complet de l'expansion de l'écoulement interne à la condition atmosphérique. La principale cause est la géométrie produite par l'intersection de la géométrie interne avec celle de l'aérodynamique externe. Ainsi, une étude plus approfondie sur optimisation de la poussée générée par rapport au changement de la géométrie externe est nécessaire pour chacun des nombres de Mach de vol.

7.3 – Discussions

Les résultats obtenus à la section 7.2 présentent l'étude entre les configurations SSRéacteur et SSCRéacteur génériques. Cette section propose quelques points complémentaires de cette étude et plus particulièrement des limites des deux configurations et aussi de leurs comparaisons.

La configuration générique du SSRéacteur est avant tout limitée par la longueur de la chambre de combustion. Les figures suivantes (7-45 et 7-46) proposent le rendement de combustion et la portée maximale pour différentes longueurs de chambre de combustion à partir du même concept générique de SSRéacteur présenté au chapitre 6.

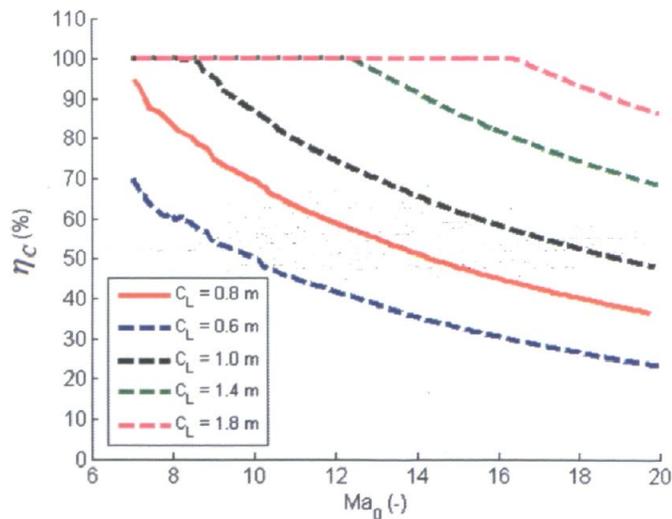


Figure 7-45 : Rendement global de la chambre de combustion versus le nombre de Mach de vol pour différentes longueurs de chambre de combustion d'un SSRéacteur

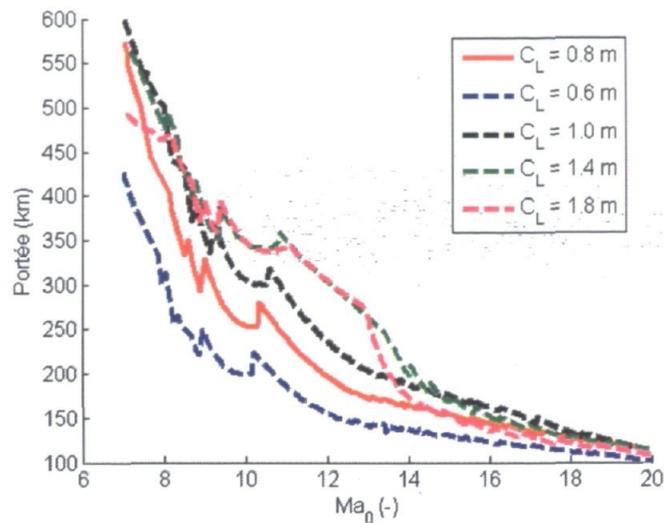


Figure 7-46 : Portée maximale du véhicule versus le nombre de Mach de vol pour différentes longueurs de chambre de combustion d'un SSRéacteur

L'augmentation de la longueur de la chambre de combustion augmente significativement le rendement de la chambre de combustion. Néanmoins, la figure 7-46 montre que la portée n'est pas nécessairement plus grande en fonction d'une chambre de combustion plus longue. Ainsi, à Mach 15 et plus, tous les véhicules générés ont des performances comparables ce qui implique que les limites de la configuration générique du SSRéacteur à produire la poussée nécessaire sont atteintes pour contrer l'augmentation de traînée. Toutefois, l'augmentation de la longueur de la chambre de combustion de cette étude à 1.4 m accroîtrait considérablement les performances du SSRéacteur. Cependant, pour cette étude, nous avons posé la distance maximale entre le nez et la sortie de la chambre de combustion à 1.8 m et en plus, nous observons que la longueur de mixage du SSRéacteur est suffisamment grande et même trop longue pour mixer et faire réagir le mélange air/carburant à 100% (Figure 7-31). Ainsi, comme comparaison, nous pouvons conclure que le concept SSRéacteur est plus efficace que le SSRéacteur lorsque les distances de mixage et de réaction sont plus petites.

Du point de vue des pertes de pression totale entre la sortie de la chambre de combustion et la condition atmosphérique, la figure 7-24 démontre bien que le concept SSRéacteur est plus efficace que le SSRéacteur. En plus, malgré une compression plus faible (figure 7-19)

de l'entrée d'air, la détonation du SSCRéacteur permet une augmentation de pression marquante à la sortie de la chambre de combustion (figure 7-25) et ce qui permet au SSCRéacteur une possibilité de générer une poussée supérieure. Cependant, cette capacité du SSCRéacteur est hautement limitée par la température maximale de la détonation oblique stable contrairement à la chambre de combustion à l'équilibre. Ainsi, comme comparaison, nous pouvons conclure que le concept SSCRéacteur a la possibilité d'obtenir une poussée supérieure par rapport au SSRéacteur par l'emploi de la détonation dans la mesure que la température n'atteint pas la température maximale de la détonation (Figure 7-26).

L'équilibre des forces et de la masse limite beaucoup la configuration générique du SSCRéacteur à bas et à haut nombre de Mach contrairement au cas du SSRéacteur. En effet, comme expliqué plus haut, l'équilibre du moment de forces est sans aucun doute la principale limite qui rend la conception générique des véhicules, un processus très laborieux. Essentiellement, ce type d'étude est pratique pour l'observation des tendances des performances. Cependant, il est vraiment préférable de concevoir les véhicules un à la fois en fonction de la mission demandée. En plus, une étude plus développée sur les géométries optimales pour un nombre de Mach donné peut facilement modifier la performance des configurations SSRéacteur et SSCRéacteur étudiées. Néanmoins, la configuration générique du SSRéacteur utilisée est beaucoup plus plausible que celle du SSCRéacteur pour la gamme des nombres de Mach de vol étudiée. À titre d'exemple, l'observation du rapport Portance/Traînée de la figure 7-38 nous renseigne que les configurations du SSCRéacteur inférieures à Mach 14 ne sont pas une configuration très optimisée.

La limite de température maximale des matériaux de la chambre de combustion est en soi une limite physique à respecter. Dans le cas de cette étude, la température de la chambre de combustion n'a pas été fixée. Par contre, pour les températures observées, il existe une multitude de matériaux capables de résister aux conditions spécifiques évaluées (Annexe F).

Le rapport d'équivalence de cette étude n'a pas été fixé pour permettre la convergence du processus d'optimisation. Cependant, il peut devenir difficile de fournir une injection avec un haut débit massique de carburant, car les pompes nécessaires à ce type d'injection peuvent devenir rapidement trop volumineuses et lourdes pour être fixées dans un véhicule de seulement 430 kg.

La comparaison de la portée et de l'impulsion spécifique entre les deux configurations démontre sans aucun doute l'avantage de la combustion par détonation. En effet, la portée de la configuration SSCRéacteur est nettement supérieure au SSRéacteur pour des nombres de Mach entre 11 et 16 (Figure 7-39). En plus, cet effet est hautement perceptible du côté de l'impulsion spécifique (Figure 7-41). Ainsi, ceci donne à la configuration SSCRéacteur des avantages prometteurs, malgré que le concept de la détonation oblique stable soit encore au stade théorique avec peu de résultats expérimentaux obtenus. Cependant, avec l'intérêt grandissant au sein de la communauté scientifique, la détonation devient de plus en plus étudiée et bientôt peut-être, il existera des bancs d'essai pour l'expérimentation du concept de SSCRéacteur. Néanmoins, la configuration SSCRéacteur reste probable du côté théorique.

Chapitre 8 – Conclusion et Recommandations

8.1 – Conclusions

Dans le cadre de cette étude, une modélisation de deux concepts de véhicule supersonique a été proposée dans le but de permettre leurs comparaisons. Les véhicules sont définis par un système de propulsion, d'aérodynamique et de masse. Le système de propulsion a défini la configuration SSRéacteur par une propulsion avec combustion à l'équilibre et celle du SSCRéacteur par détonation oblique. Les géométries de chaque concept ont été obtenues par l'intermédiaire d'une modélisation générique pour obtenir une aérodynamique semblable pour faciliter leurs comparaisons. En plus, la masse des deux configurations a été établie par le même modèle, ce qui sous-entend que leurs fabrications sont quasi identiques.

À partir de cette modélisation, un concept générique de SSRéacteur et de SSCRéacteur a été établi pour l'évaluation des performances et pour permettre leurs comparaisons. Leurs performances ont été obtenues par une optimisation qui a convergé sur une masse identique de 430 kg et sur un équilibre des forces en X et Y . Les deux configurations ont démontré des performances similaires. Cependant, l'utilisation de concept générique pour leurs conceptions démontre bien que les résultats obtenus ne sont pas optimaux. La principale raison provient du fait que la gamme du nombre de Mach de vol de cette étude est trop large, ce qui implique que les véhicules requièrent une attention particulière dans la génération de leurs géométries pour chaque nombre de Mach de vol. Des futures études pointues pour chaque condition sont requises pour améliorer les géométries en fonction de la physique et des limites concernées. Les différences entre les concepts à Mach 7 et 15 ne peuvent pas vraiment être modélisées avec la même définition de la mission pour obtenir leurs configurations optimales. Néanmoins, cette étude propose une bonne approximation des ordres de grandeur prouvant que les deux concepts sont viables.

Basée sur la définition de la mission du chapitre 6, cette étude parvient à faire plusieurs constatations. Tout d'abord, le concept du SSRéacteur est viable de Mach 7 à Mach 20, tandis que le SSCRéacteur est de Mach 7 à Mach 16. La limite supérieure (Mach 16) du SSCRéacteur provient essentiellement des limites de l'utilisation de la détonation comme

processus de combustion. Néanmoins, un autre concept employant la détonation pourrait repousser cette limite. D'un point de vue des performances, le SSCRéacteur a démontré une meilleure portée à Mach 11 près de 400 km comparativement à 250 km pour le SSRéacteur, et ceci, pour la même masse du véhicule et la même quantité de carburant. Cette différence provient principalement du fait que le processus de combustion par détonation, incluant le rendement de combustion, est nettement supérieur pour le SSCRéacteur. Cette affirmation s'observe bien avec les courbes de l'impulsion spécifique qui favorise nettement le SSCRéacteur. Du point de vue de l'aérodynamique et de l'équilibre des forces, le SSRéacteur démontre une meilleure stabilité que le SSCRéacteur par des angles d'attaque qui varient entre 0 à 2°. Ainsi, la configuration générique du SSRéacteur est plus réaliste que celle du SSCRéacteur pour la large gamme des nombres de Mach étudiée du point de vue où le système de guidage du SSCRéacteur serait largement sollicité pour contrer les moments générés.

Du point de vue général, l'étude démontre que la détonation est sans aucun doute un processus de combustion efficace pouvant facilement rivaliser avec le concept standard du SSRéacteur. Avec une étude sur la recherche des configurations optimales pour les concepts de SSRéacteur et de SSCRéacteur, les SSCRéacteur auront un net avantage du point de vue de la portée. Cependant, les limites de la détonation, comme c'est le cas du SSCRéacteur à Mach 16 dans cette étude, délimitent la vitesse maximale du véhicule. Néanmoins, cette limite peut être repoussée par l'étude de différents concepts et/ou configurations de SSCRéacteur.

8.2 – Recommandations

La réalisation de cette étude a, sans aucun doute, un caractère multidisciplinaire qui a eu recours à des domaines complexes dans plusieurs disciplines. Néanmoins, cette étude a tenté de simplifier et de représenter le plus fidèlement la physique complexe qui agit sur le vol d'un véhicule hypersonique. La majorité des recommandations vise l'amélioration des modèles pour prendre en considération les interactions complexes à l'intérieur du fluide considéré (effet du 3D) et à la surface des parois des véhicules, comme les interactions complexes de la couche limite sur l'écoulement principal, la combustion du carburant,

l'auto-allumage, les ondes de choc, les ondes d'expansion, les détonations, etc. Dans la pratique, pour augmenter la précision et permettre la résolution de ces interactions complexes, la communauté scientifique a recours à la MFN ou à des modèles tirés de résultats expérimentaux. Néanmoins, le développement de meilleurs modèles hybrides et/ou analytico-empiriques, par l'emploi d'algorithmes numériques ciblés et d'équations empiriques, pourrait être un bon compromis entre le temps de calcul et la précision. Ainsi, cette approche permettrait la génération des véhicules (design) et son analyse des performances pour une trajectoire donnée.

Futurs modèles

Dans la réalisation de cette étude, certains modèles ont été exclus sous prétexte que la charge de travail peut devenir rapidement colossale dans le cadre de ce projet multidisciplinaire. Néanmoins, cette étude nécessite quelques améliorations.

Un meilleur modèle de masse, par l'intermédiaire d'un logiciel de dessin 3D, permettrait le positionnement des composantes internes (pompes, réservoir, etc.), de la structure véhicule et du recouvrement extérieur (isolation). À partir de ce modèle, il serait possible de faire l'évaluation du transfert thermique sur chaque paroi et jusqu'à l'intérieur du véhicule. Aussi, il serait possible d'évaluer les contraintes et les déformations de la structure du véhicule. En plus, la distribution de la masse à l'intérieur du véhicule permettrait l'évaluation de ses moments d'inertie essentielle à la simulation de la mécanique de vol.

Un modèle analytique et/ou numérique devrait être développé pour l'évaluation des performances *off-design*. Ainsi, le véhicule obtiendrait ces performances globales pour une trajectoire spécifique dans une mission préalablement définie, tel que présenté au chapitre 6.

Applications plausibles

Cette étude a permis le développement d'un outil d'ingénierie qui procure un champ d'applications variées. D'abord, tous les modèles de cette étude ont été construits par module et peuvent donc être utilisés indépendamment les uns des autres. Ensuite, l'outil se veut comme une plateforme de développement flexible et dynamique où il est possible de construire une multitude de nouveaux types de véhicule en prolongement de la présente étude. De la sorte, la flexibilité de l'outil permet la réalisation et/ou la reproduction de géométries connues *on-design* pour des études prédictives de leurs performances et de leurs mécaniques de vol, comme le démontre les exemples du chapitre 4. En conclusion, les buts ultimes de cet outil sont de simplifier, de réduire les coûts et les temps de calcul dans la conception, l'estimation et l'optimisation des futurs véhicules.

Bibliographies

- [1] Wittenberg, H., Some Fundamentals on the Performance of Ramjet with Subsonic and Supersonic Combustion, TNO Prins Maurits Laboratory, 2000
- [2] Van Wie D., D'Alessio S. M. et White M., Hypersonic Airbreathing Propulsion, Johns Hopkins APL technical digest, volume 26, number 4 (2005)
- [3] Wikipedia, http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Jet_engine_french.svg
- [4] Wikipedia http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:SRacteur_operation.png
- [5] NASA, Computational fluid dynamic (CFD) image of the Hyper - X at the Mach 7 test condition with the engine operating, 1997, <http://www.dfrc.nasa.gov/Gallery/Photo/X-43A/HTML/ED97-43968-1.html>.
- [6] Sislian, J.P., High-Speed Vehicle Propulsion Systems Group, University of Toronto, "Investigations into Realistic Shock-Induced Combustion SRacteur Engine Configurations for Hypersonic Propulsion," <http://caius.utias.utoronto.ca/SSCRacteur.html>.
- [7] Parent, B., Computational Study of Fuel Injection in a Scramjet Inlet, Ph.D. thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2002, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [8] Wang, Y.-W., Numerical Investigation of Gaseous Hydrocarbon Fuel Preinjection in the Inlet of a Hypersonic Engine, Master thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2007, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [9] Martens, R., Numerical Simulation of the Inlet and Combustor Region of a Real SSRacteur Flowfield, Master thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2005, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [10] Couture D., deChamplain A., Stowe R., Harris P., Wouter H., Moerel J.-L., "Comparison of Scramjet and Scramjet Propulsion for an Hypersonic Waverider Configuration", AIAA-2008-5171, 2008
- [11] Wittenberg H., 'Some Fundamentals on the Performance of Ramjet with Subsonic and Supersonic Combustion', TNO-PML/2000.
- [12] Moerel, J.L.P.A and Halswijk, W.H.C, "High Speed, Long Range Missiles – System Concepts and Integration", RTO-MP-AVT-135, 2005.
- [13] Moerel, J.L.P.A and Halswijk, W.H.C, "System Analysis of High Speed, Long Range Weapon Systems", AIAA 2005-5819.
- [14] Dubebout R., "Numerical Simulation Of Hypersonic Shock-Induced Combustion SRacteur Flowfields", Ph.D. thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 1995, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [15] Wu X., Luo S., Chen X. Q., Wang Z. G., "Global Design Optimization for Hypersonic SSRacteur Propulsive Flowpath", National University of Defense Technology, Changsha, AIAA-2006-1911.
- [16] Alexander D., "Hypersonic Mixed-Compression Inlet Shock- Induced Combustion Ramjet", Ph.D. thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 2006, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [17] Smart M., Tetlow M., "Orbital Delivery of Small Payloads Using Hypersonic Airbreathing Propulsion", University of Adelaide, Adelaide, AIAA-2006-8019.
- [18] Starkey R.P., Lewis, M. J., "Sensitivity of Hydrocarbon Combustion Modeling for Hypersonic Missile Design", Journal of Propulsion and Power 2003, vol.19 no.1 (89-97)
- [19] Ferguson F., Corbett T., Lindsay H., Akwaboia S. et Blankson I, "The Development of Waveriders from an Axisymmetric Flowfield", AIAA-2007-847.
- [20] Ferguson F., Zhang S., Apdin H., "A Design Concept for the Construction of a Complete Hypersonic Vehicle from 2D Flowfields", AIAA-2005-3363, AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference, Capua, Italy, May 16-20, 2005
- [21] Ferguson F., Corbett T., Lindsay H., Akwaboia S. et Apdin H., "The Construction of Integrated Hypersonic Vehicles from 2D Flow Fields", AIAA-2006-5186, 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Sacramento, California, July 9-12, 2006

- [22] Klicheb D., Strohal M., Mundt Ch., "Multidisciplinary Analysis and Evaluation of Supersonic Combustion Ramjet", AIAA-2008-2602, 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Dayton, Ohio, Apr. 28-1, 2008
- [23] Apdin H., Ferguson F., and Zhang S., "An Engineering Method for the Construction and Analysis Of Hypersonic Vehicle Configurations", AIAA/CIRA 13th ISPHST conference, AIAA 2005-3364, 2005.
- [24] Zucrow, M.J., Hoffman, J.D., Gas Dynamics, Vol. 1 & 2, John Wiley & Sons, 1976/77.
- [25] Mack, A., Steelant, J., Hannemann, K., Karl, S., and Odam, J., Mixing and Combustion Enhancement in a Generic SSRéacteur Combustion Chamber, AIAA 2006-8134, presented at 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Canberra, Australia, Nov. 2006.
- [26] Dimotakis, P.E., Turbulent Mixing and Combustion, High-speed Flight Propulsion Systems, ed. SNB Murthy, ET Curran, Vol. 137 Progress in Astronaut. Aeronaut. Sex Washington, DC, 1991, pp. 265-340
- [27] Brown, G.L., The Entrainment and Large Structure in Turbulence Mixing Layers, Proceeding of the 5th Australasian Conference on Hydraulics, Univ. of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1974, pp. 352-359.
- [28] Papanoschou D. and Roshko A., The compressible turbulent shear layer: an experimental study, Journal of Fluid Mechanics, Vol 197, pp. 453-477.
- [29] Rossman, T., An experimental investigation of high compressibility mixing layers, Technical Report TSD-138, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford university, Stanford, California.
- [30] Wilcox, D.C., "Turbulence Modéleing for CFD," California: DCW Industries, Inc., La Canada, 1994.
- [31] Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications", Part I. Analysis, NASA RP-1311, 1994.
- [32] Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications", Part II. Users Manual and Program Description, NASA RP-1311, 1996.
- [33] Atkins P. and de Paula, "Physical Chemistry, Sixth Edition", ISBN-13: 978-0-19-870072-2, 9 March 2006, 1096 pages
- [34] Seiser R., Seshadri K., Piskernik E. and Linan A., "Ignition in the viscous layer between counterflowing streams : Asymptotic theory with comparison to experiments", Combustion and flame ISSN 0010-2180, 2000, vol. 122, no3, pp. 339-349 (23 ref.) , Elsevier Science, New York, NY, ETATS-UNIS (1957) (Revue)
- [35] Heiser W, H., Pratt D. T., Mehta U. B., « Hypersonic Airbreathing Propulsion », Edition illustrated, Published by AIAA, 1994, ISBN 1563470357, 9781563470356, 587 pages.
- [36] Hill P. G., Peterson C. R., « Mechanics and Thermodynamics of Propulsion », 2e Edition illustrated, Published by Addison-Wesley, ISBN 0201146592, 9780201146592, 1992, 754 pages.
- [37] Brandstetter, S., Performance Analysis of mixed compression, kerosene-fuelled shock-induced combustion ramjet, Master thesis, University of Toronto, Toronto, ON, Canada, 1997, Graduate, Department of Aerospace Science and Engineering.
- [38] Seiser, R., Seshadri, K., Piskernik, E., Liñán A., Ignition in the viscous layer between counterflowing streams: Asymptotic theory with comparison to experiments, Combustion and Flame, 2000, vol. 122, no3.
- [39] McGuire J. R., Boyce R. R., Mudford N. R., Radical-Farm Ignition Processes in Two-Dimensional Supersonic Combustion, Journal of propulsion and power, 2008, vol. 24, no6, pp. 1248-1257.
- [40] Mikolaitis D. W., Segal C., Chandy A., Ignition delay for jet propellant 10/air and jet propellant 10/high-energy density fuel/air mixtures, Journal of propulsion and power, 2003, vol. 19, no4, pp. 601-606.
- [41] Merzkirch, Wolfgang, Flow visualization, second edition (Academic Press, 1987), ISBN 0-12-491351-2.
- [42] Ludlow DK, "IMPNS Theory Guide" QintetiQ Report QQ Report, March 2003.
- [43] Ludlow DK. IMPNS User Manual. CoA Report NFP-0113, DERA/MSS/MSFC2/SUM010716, 2000
- [44] Davidson D.F. , Horning D.C., Oehlschlaeger M.A. and Hanson R.K., "The Decomposition Products of JP-10", AIAA 01-3707, 2001.

- [45] Cooper M. and Shepherd J.E., "Experiments Studying Thermal Cracking, Catalytic Cracking and Pre-Mixed Partial Oxidation of JP-10", AIAA 03-4867, 2003.
- [46] Cooper M. and Shepherd J.E., "Thermal and Catalytic Cracking of JP- for Pulse Detonation Engine Applications", Explosion Dynamics Laboratory Report FM2002.002, California Institute of Technology, December 2002.
- [47] Green R. J. and Anderson S.L., "Pyrolysis Chemistry of JP-10", Proceedings of the 13th ONR Propulsion Meeting, ONR, Salt Lake City, UT, 2000, pp 271-276.
- [48] Li S.C., Varatharajan B., Williams F.A., "The Chemistry of JP-10 Ignition", AIAA Journal, Vol. 39, No. 12, pp. 2351-2356, 2001.
- [49] Jones WP, Lindstedt RP, "Global reaction schemes for hydrocarbon combustion", Combustion and Flame, Vol. 73, No. 3. (September 1988), pp. 233-249.
- [50] Bruno T.J., Huber M.L., Laesecke A., Lemmon E.W., Perkins R.A., "Thermochemical and Thermophysical Properties of JP-10", NISTIR 6640, National Institute of Standards and Technology, Technology Administration, U.S. Department of Commerce.
- [51] Mayer A.E.HJ., Final Report Performance Code Calculations. IRRDP-TNO-TN-9703(1), TNO-PML, 1997
- [52] Austin J. M. and Shepherd J. E., "Detonation in Hydrocarbon Fuel Blends." Combustion and Flame, 132(1-2), pages 79-90 (2003).
- [53] Helfrich T. M. and Schauer F. R., "Evaluation of Catalytic and Thermal Cracking in a JP-8 Fueled Pulsed Detonation Engine ", 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2007-235, 2007.

Annexe A – Propriétés Chimiques et Thermodynamiques

Les propriétés chimiques et thermodynamiques de cette étude reposent essentiellement sur la base de données thermodynamiques développée par la NASA pour le code CEA [31,32] et sur quelques études sur les carburants [39,40,50]. Les propriétés nécessaires au bon fonctionnement de la modélisation sont :

1. Masse moléculaire (M) où M est une des constantes définies dans la base de thermodynamique [31,32] pour chaque espèce étudiée.

2. Constante du gaz (R)

$$R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8144.72}{M} \quad (\text{A.1})$$

3. Capacité calorifique à Pression constante ($c_p(T)$)

$$c_p(T) = R \left[a_0 T^{-2} + \frac{a_1}{T} + a_2 + \frac{a_3 T}{2} + \frac{a_4 T^2}{3} + \frac{a_5 T^3}{4} + \frac{a_6 T^4}{5} \right] \quad (\text{A.2})$$

où a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 et a_6 sont des constantes définies dans la base de thermodynamique [31,32] pour chaque espèce étudiée.

4. Enthalpie en fonction de la température ($h(T)$)

$$\tilde{h}(T) = RT \left[-a_0 T^{-2} + a_1 \frac{\log(T)}{T} + a_2 + \frac{a_3 T}{2} + \frac{a_4 T^2}{3} + \frac{a_5 T^3}{4} + \frac{a_6 T^4}{5} + \frac{b_0}{T} \right] \quad (\text{A.3})$$

$$h(T) = \tilde{h}(T) - \tilde{h}(298.15) + h_{formation}^o \quad (\text{A.4})$$

où a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , b_0 et $h_{formation}^o$ sont des constantes définies dans la base de thermodynamique [31,32] pour chaque espèce étudiée.

5. Rapport des chaleurs massiques ($\kappa(T)$)

$$\kappa(T) = \frac{c_p(T)}{c_p(T) - R} \quad (\text{A.5})$$

6. Viscosité ($\mu(T)$)

$$\mu(T) = e^{\left(c_0 \log(T) + \frac{c_1}{T} + \frac{c_2}{T^2} + c_3\right)} \quad (\text{A.6})$$

où c_0, c_1, c_2 et c_3 sont des constantes définies dans la base de thermodynamique [31,32] pour chaque espèce étudiée.

7. La vitesse de réaction (v_{REAC}) pour le JP-10(gazeux)



$$v_{REAC} = \rho^2 \left[\frac{\chi_f \chi_{O_2}}{\bar{m}_f \bar{m}_{O_2}} \right] C_w e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (\text{A.8})$$

où $C_w = 6.30e16 [cm^3/mol \cdot s]$ et $E_a = 186.9e3 [J/mol]$ sont des constantes définies pour le JP-10(gazeux) [34].

8. Le temps d'allumage (t_A)

$$t_A = C_1^A p^{C_2^A} e^{\frac{C_3^A}{T}} \quad (\text{A.9})$$

où $C_1^A = 2.5e-8 [s]$, $C_2^A = -0.044 [-]$ et $C_3^A = 12450.0 [K]$ sont des constantes définies pour le JP-10(gazeux) basées sur le pic d'émission des radicaux CH [40].

Annexe B – SDOM (Fichier d'entrée)

Cette section permet l'initialisation du logiciel SDOM en fonction de la mission pour chaque configuration du SSRéacteur et du SSCRéacteur définie au chapitre 6.

B – 1 Fichier d'entrée de la mission du véhicule SSRéacteur

```
# Data Mission Input **(Version 05-05-2009)***** #
# [SM] -- SSRéacteur Mission Input ***** #

SM TypeMission 0

# Loop VariableName Min Max Step ***** #
LV VariableName_1 MachNumberFreeStream
LV MinValue_1 7.000
LV MaxValue_1 20.000
LV StepValue_1 0:100

# Optimization Goal (OG) and Optimization Variable (OV) ***** #
OV NbMaxIteration 100
OV ErrorConvergenceOptimization 0.0001

OV VariableName_1 ScalingFactor
OV MinValue_1 0.4
OV MaxValue_1 2.6
OV NbPoint_1 6
OV NbIter_1 100
OG VariableName_1 C_Mass
OG ConvergeValue_1 430.000

OV VariableName_2 Phi
OV MinValue_2 0.01
OV MaxValue_2 3.5
OV NbPoint_2 6
OV NbIter_2 100
OG VariableName_2 C_ForcesX
OG ConvergeValue_2 0.000

OV VariableName_3 AngleOfAttack
OV MinValue_3 -5.0
OV MaxValue_3 10.0
OV NbPoint_3 6
OV NbIter_3 100
OG VariableName_3 C_ForcesY
OG ConvergeValue_3 0.000

# DataSSRéacteur Input ***** #
# [IG] -- General Input ***** #
IG AngleOfAttack 0.0

# [FSF] -- FreeStreamFlow DataFlow Input ***** #
FSF TypeFlow 0
FSF TypeReac 0
FSF T 226.65
FSF P 1182.2
FSF M 8.0
FSF Species_1_Name Air
FSF Species_1_MassFraction 1.0
```

```

# [IP] -- Propulsion Input***** #
IP   PropulsionWidth  0.40

# [II] -- Intake Input ***** #
II   IntakeOptimization      1
II   IntakeTMaxFixed         1440.0
II   IntakeMaMinFixed        1.1

II   TypeFlow                0
II   TypeReac                0
II   IntakeHeight            0.45
II   IntakeLength            1.0

# Intake Shock Pattern with and After the Recovery Shock wave ***** #
II   SPARS_1_Type            4
II   SPARS_1_Value          0.0

# [IX] -- Mixing Input ***** #
IX   TypeMixing              1
IX   MixingEff               1.0
IX   MixInjUpDown            1
IX   MixPosInj               0.0
IX   MixInjHeight            0.05
IX   MixInjEff               9.5
IX   MixNbInj                1
IX   MixCSTD                 1.8e2
IX   MixCSTDMixingEff        0.04
IX   MixFshock               0.25

# [IC] -- Combustor Input ***** #
IC   TypeCombustor           0 # SSRéacteur #
IC   TypeModel                1 # Model 1 : Constant Pressure #
IC   TypeFlow                 1
IC   TypeReac                 1
IC   CombustorLength          0.80
IC   CombustorEfficiency      1.00
IC   Phi                      1.0
IC   InjectionAngle           5.0

# [IR] -- Reaction Input ***** #
IR   TypeReaction            1
IR   RRateConstant           6.30e16
IR   RRateEactivation         186.9e3
IR   ITDelayConstantA        2.5e-8
IR   ITDelayConstantB        -0.044
IR   ITDelayConstantC        12450.0

# [IFF] -- FuelInjFlow DataFlow Input ***** #
IFF  T                        750.0
IFF  P                        -1.0
IFF  M                        3.0
IFF  Species_1_Name           JP-10(g)
IFF  Species_1_MassFraction    1.0

# [IN] -- Input Nozzle ***** #
IN   TypeNozzle               0 # SSRéacteur 2D #
IN   TypeFlow                 0
IN   TypeReac                 0
IN   NozzleExitPressure       5.0e3
IN   NozzleExpansionUpperAngle 20.0
IN   NozzleExpansionUpperLength 0.00
IN   NozzleExpansionLowerAngle -10.0
IN   NozzleExpansionLowerLength 0.00
IN   NozzleNbPointAngle       50.0

```


B – 2 Fichier d'entrée de la mission du véhicule SSCRéacteur

```

# Data Mission Input **(Version 05-05-2009)***** #
# [SM] -- SSCRéacteur Mission Input ***** #
SM TypeMission 0

# Loop VariableName Min Max Step ***** #
LV VariableName_1 MachNumberFreeStream
LV MinValue_1 7.000
LV MaxValue_1 20.000
LV StepValue_1 0.100

# Optimization Goal (OG) and Optimization Variable (OV) ***** #
OV NbMaxIteration 100
OV ErrorConvergenceOptimization 0.0001

OV VariableName_1 ScalingFactor
OV MinValue_1 0.4
OV MaxValue_1 2.6
OV NbPoint_1 6
OV NbIter_1 100
OG VariableName_1 C_Mass
OG ConvergeValue_1 430.000

OV VariableName_2 Phi
OV MinValue_2 0.01
OV MaxValue_2 3.5
OV NbPoint_2 6
OV NbIter_2 100
OG VariableName_2 C_ForcesX
OG ConvergeValue_2 0.000

OV VariableName_3 AngleOfAttack
OV MinValue_3 -5.0
OV MaxValue_3 10.0
OV NbPoint_3 6
OV NbIter_3 100
OG VariableName_3 C_ForcesY
OG ConvergeValue_3 0.000

# Data SSRéacteur Input ***** #
# [IG] -- General Input ***** #
IG AngleOfAttack 0.0

# [FSF] -- FreeStreamFlow DataFlow Input ***** #
FSF TypeFlow 0
FSF TypeReac 0
FSF T 226.65
FSF P 1182.2
FSF M 8.0
FSF Species_1_Name Air
FSF Species_1_MassFraction 1.0

# [IP] -- Propulsion Input***** #
IP PropulsionWidth 0.40

# [II] -- Intake Input ***** #
II IntakeOptimization 1
II IntakeTMaxFixed 750.0
II IntakeMaMinFixed 1.2

II TypeFlow 0
II TypeReac 0
II IntakeHeight 0.45

```

```

II      IntakeLength      1.0

# Intake Shock Pattern Before the Recovery Shock wave ***** #
II      SPBRS_1_Type      4
II      SPBRS_1_Value     0.0

# [IX] -- Mixing Input ***** #
IX      TypeMixing        1
IX      MixingEff         1.0
IX      MixInjUpDown      1
IX      MixPosInj         0.0
IX      MixInjHeight      0.05
IX      MixInjEff         9.5
IX      MixNbInj          1
IX      MixCSTD            1.8e2
IX      MixCSTDMixingEff  0.04
IX      MixFshock         0.25

# [IC] -- Combustor Input ***** #
IC      TypeCombustor     1 # SSCRéacteur #
IC      TypeModel         0 # Model Detonation #
IC      TypeFlow          1
IC      TypeReac          1
IC      CombustorLength   0.10
IC      CombustorEfficiency 1.00
IC      Phi               1.0
IC      InjectionAngle    5.0

# [IR] -- Reaction Input ***** #
IR      TypeReaction      0
IR      ReactionEff       1.0

# [IFF] -- FuelInjFlow DataFlow Input ***** #
IFF     T                 750.0
IFF     P                 -1.0
IFF     M                 3.0
IFF     Species_1_Name    JP-10(g)
IFF     Species_1_MassFraction 1.0

# [IN] -- Input Nozzle ***** #
IN      TypeNozzle       0 # SSRéacteur 2D #
IN      TypeFlow          0
IN      TypeReac          0
IN      NozzleExitPressure 5.0e3
IN      NozzleExpansionUpperAngle 20.0
IN      NozzleExpansionUpperLength 0.00
IN      NozzleExpansionLowerAngle -10.0
IN      NozzleExpansionLowerLength 0.00
IN      NozzleNbPointAngle 50.0

# [IA] -- Aerodynamic Input ***** #
IA      TypeFlow          0
IA      TypeReac          0
IA      AerodynamicLength 4.0
IA      AerodynamicWidth  0.40

# Aerodynamic Shape Upper ***** #
IA      ASUpper_1_WallAngle 0.0
IA      ASUpper_1_Length   10.0
IA      ASUpper_2_WallAngle 0.0
IA      ASUpper_2_Length   5.0

# Aerodynamic Shape Lower ***** #
IA      ASLower_1_WallAngle -10.00
IA      ASLower_1_Length   0.20
IA      ASLower_2_WallAngle -0.00
IA      ASLower_2_Length   5.0

```


Annexe C – Matériel

La température de fusion supérieure à 3 000 K pour quelques matériaux.

Source : www.matweb.com

Élément Pure	Min (K)	Max (K)
Osmium, Os; Annealed		3 323
Osmium, Os; Cold-Worked		3 323
Osmium, Os; Arc-Melted		3 323
Rhenium, Re; Annealed		3 453
Rhenium, Re; Deformed		3 453
Tungsten, W		3 643
Tungsten, W, (drawn wire)		3 643
Cadi Tungsten		3 683
CMW® ELKON 100W Pure Tungsten		3 683

Céramique	Min (K)	Max (K)
Hafnium Carbide, HfC	3 273	4 173
Niobium Carbide		3 773
Tantalum Carbide, TaC	4 153	4 193
Titanium Carbide, TiC		3 343
Zirconium Carbide		3 673
Boron Nitride, 100% BN, (Borazone)		3 303
Hafnium Boride, HfB2		3 373
Hafnium Nitride, HfN		3 583
Niobium Carbide, Nb2C		3 353
Niobium Carbide, NbC		3 883
Tantalum (IV) Sulfide, TaS2		3 273
Tantalum Boride, TaB2		3 413
Tantalum Carbide, Ta2C		3 603
Tantalum Nitride, TaN		3 363
Thorium Oxide, ThO2 (Thorianite)		3 663
Titanium Boride, TiB2		3 503
Titanium Nitride, TiN		3 563
Zirconium Boride, ZrB2		3 523
Zirconium Carbide, ZrC		3 803

Carbone	Min (K)	Max (K)
Graphite, Carbon, C		3 923
GE Advanced Ceramics Pyrolytic Graphite (PG) Coating		3 923
GE Advanced Ceramics "PG" Pyrolytic Graphite		3 923
ERG Aerospace Reticulated Vitreous Carbon (RVC)		3 773

Annexe D – Article AIAA

Comparison of Scramjet and Shcramjet Propulsion for an Hypersonic Waverider Configuration

D. Couture¹ and A. deChamplain²
Université Laval, Québec, Québec, G1K-7P4, Canada

R.A. Stowe³ and P.G. Harris⁴
DRDC Valcartier, Québec, QC, G1P-2P5 Canada

and

W.H.C. Halswijk⁵ and J.L.P.A. Moerel⁶
TNO Defence, Security and Safety, Rijswijk, Zuid-Holland, 2280AA, The Netherlands

Ramjet propulsion is often proposed for airbreathing applications with speeds higher than Mach 3. However, for speeds higher than Mach 5, the performance of a ramjet drops significantly and the scramjet is the preferred option. The shock-induced combustion ramjet, or shcramjet, is also an interesting alternative at higher flight speeds. Its configuration differs significantly from the scramjet with a longer intake to provide for fuel injection and evaporation while maintaining a lower air temperature to prevent ignition of the flammable mixture with a slower pressure recovery. A detonation wave completes the pressure recovery and ensures ignition of the air-fuel mixture upon reaching the combustion chamber. This longer intake, necessary for adequate air and fuel mixing, can be combined with a much shorter combustion section. Overall, when the entire vehicle is considered, the shcramjet may result in improved performance for the same mission over the scramjet-powered vehicle. To complete a preliminary design of scramjet and shcramjet vehicles powered at hypersonic speeds, an on-design computational tool was developed to optimize their configurations and compare various performance parameters as a function of Mach number in the range from 7 to 12. In order to compare common baselines for the scramjet and the shcramjet, a configuration was chosen with a mass limited to 430 kg for validation with other design tools. Eventually the configurations were optimized for a balance between the thrust-drag and lift-weight forces by tailoring the external geometry and configuring the internal components to offer the best performance for both vehicles. Since a mixing submodel with not yet available to interact with the other submodels, the various performance parameters were calculated and presented graphically for constant combustion efficiency values. Ultimately both configurations give approximately the same performance when compared with the same combustion efficiency. The resulting hypersonic shapes are presented with detailed explanations of their on-design configurations as the Mach number is varied from 7 to 12.

¹ MS Student, Mechanical Engineering Dept.; dominic.couture.1@ulaval.ca, AIAA Student Member

² Professor, Mechanical Engineering Dept., AIAA Member

³ Leader, Propulsion Group, AIAA Senior Member

⁴ Research Scientist, Propulsion Group, AIAA Member

⁵ Research Scientist, AIAA Member

⁶ Research Scientist, AIAA Member

Nomenclature

AoA	=	Angle of attack of vehicle configuration [deg]
η_{Φ}	=	Combustor efficiency [-]
η_{mix}	=	Mixing efficiency [-]
η_{react}	=	Reaction efficiency [-]
\dot{m}	=	Mass flow rate [kgs ⁻¹]
$\dot{m}_{f burn}$	=	Burned fuel mass flow rate [kgs ⁻¹]
θ_f	=	Injection angle [deg]
Φ	=	Equivalence ratio [-]
T	=	Temperature [K]
P	=	Pressure [Pa]
V	=	Velocity [ms ⁻¹]
M	=	Mach number [-]
ρ	=	Density [kgm ⁻³]
H	=	Enthalpy [Jkg ⁻¹]
$Y_{REACTANT}$	=	Reactant species [-]
A	=	Area [m ²]
Dcs	=	Chapman-Jouguet Detonation velocity [ms ⁻¹]
Ccs	=	Chapman-Jouguet Detonation speed of sound [ms ⁻¹]
θ_{Det}	=	Detonation Wave Angle [deg]
δ_{Det}	=	Detonation Wall Angle [deg]
R_v	=	Fuel tank/Vehicle volume ratio [-]
$Volume$	=	Volume [m ³]
$Mass$	=	Mass [kg]
Isp	=	Specific impulse of the vehicle [s]
g	=	Gravitational acceleration (9.81 ms ⁻²) [ms ⁻²]
F_{Thrust}	=	Force due to integration of the internal flow path parallel to the free stream velocity vector [N]

Subscripts used to indicate internal flowpath stations

0	=	Station upstream of the intake; freestream flow
2	=	Station at the end of the intake or combustor inlet; flow compression completed
3	=	Station at the end of the combustor; combustion process completed

Other subscripts/superscripts

$Vehicle$	=	Vehicle configuration
a	=	Air
f	=	Fuel
t	=	Total

I. Introduction

For many applications, rockets are the current propulsion systems of choice. However, by exploiting airbreathing propulsion for at least part of the flight, significant improvements in performance are possible resulting in increased payload for a given amount of fuel. For hypersonic flight speeds, often considered to be beyond Mach 5, the airbreathing propulsion system having received the most attention is the supersonic combustion ramjet, or scramjet. In a conventional scramjet, the intake air is compressed from the flight speed to a slower, but still supersonic speed. At the start of the combustor, the fuel is injected to mix and react with the air. Because the fuel must mix with the supersonic air to form a combustible mixture, the combustor can be quite long.

One concept showing great promise, but having received relatively little attention is the shock-induced combustion ramjet, or shcramjet (Figure 1). The shcramjet decouples the fuel injection and combustion processes by injecting the fuel ahead of the combustor from the forebody of the flight vehicle so that the fuel is well mixed with the air before it reaches the combustor. Upon reaching the combustor, the mixture crosses an oblique shock wave that raises its static temperature to greatly enhance the rate of mixing and reaction, thus significantly reducing combustor length and related mass, volume, and drag. A previous numerical study [1] showed the feasibility of shock-induced combustion with the fuel injection from the same body that produces the shock responsible for ignition, while other studies [2, 3] emphasized on optimizing the shcramjet configuration.

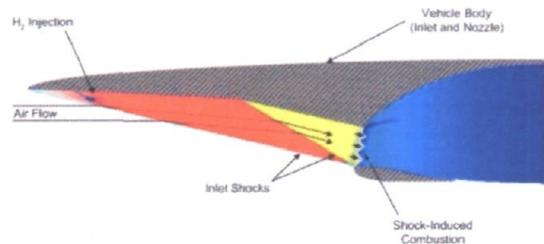


Figure 1. Shock-induced combustion ramjet (shcramjet)

The main purpose of this paper is to present a computational tool that provides a preliminary optimization of an on-design flight vehicle using scramjet or shcramjet propulsion. This preliminary optimization focuses on a parametric study and mainly on the effect of combustor efficiency η_Φ [4] to model more faithfully the differences between the shcramjet and scramjet vehicles. This parameter is a function of mixing efficiency, η_{mix} , and one that describes the speed of the chemical reactions, η_{react} , that depends on the fuel and air properties.

$$\eta_\Phi = \frac{\dot{m}_{f, burn}}{\dot{m}_f} = f(\eta_{mix}, \eta_{react}, \dots) \quad (1)$$

The difficulty in modelling combustor efficiency is mainly caused by a multitude of complex interactions between the air and the fuel injected. These interactions are mostly caused by the internal and external vehicle geometry, the internal flow characteristics (shock waves, boundary layers, premature ignition, etc), the fuel and the injector type. This computational tool uses a constant value for combustor efficiency η_Φ to represent the overall effect for the mixing and the chemical reactions. However, in a future study, a more elaborate function will be developed to fully characterize Equation 1.

II. Baseline Cruise Scramjet/Shcramjet Configuration

The computational design tool presented is largely based on previous work carried out at TNO Defence, Security and Safety [5, 6] to develop a “generic” performance model of a ramjet or scramjet powered vehicle. This design tool extends what was accomplished with the TNO model into the preliminary design of hypersonic flight vehicles using either scramjet or shcramjet engines. Many modifications have been made to better represent the internal flow through the engine. The new computational design tool can be broken down into:

- Mission
- Vehicle Design
- Force Balance and Optimization
- Analysis and Results

A. Mission

The mission chosen is for an airbreathing vehicle with a cruise speed between Mach 7 and 12 at 30 km altitude and a range of approximately 1 000 km. The vehicle uses a hydrocarbon fuel and has a mass of 430 kg without the rocket booster [5, 6].

B. Vehicle Design

The computational design tool makes use of several submodels of the various components to represent the physical and chemical phenomena governing the on-design hypersonic flight regime. These submodels use various semi-analytic and semi-numerical methods to characterize the entire vehicle. Each hypersonic vehicle is a 2D waverider defined by a complete suite of submodels to include internal components such as the intake, the combustor, the nozzle, as well as a submodel for the external aerodynamics. These submodels are calculated interactively to provide the overall performance of the whole hypersonic vehicle. Next, the numerical interaction between the various submodels determines an optimal configuration based on the specific mission stated above.

To build a comparison between the scramjet and the shcramjet, two baseline configurations have been developed. Each baseline configuration represents all constant parameters required to create a hypersonic vehicle at different Mach numbers. In this study, both baseline configurations use the same external aerodynamic envelope and the maximum vehicle length is 3.25 m. However, the internal geometry for each is different because each propulsion system needs specific components to work. The scramjet and shcramjet baseline configurations are defined in Figures 2 and 3.

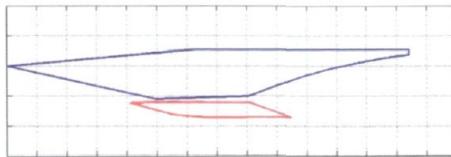


Figure 2. Scramjet Model Design

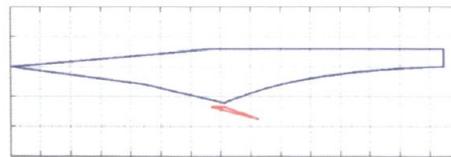


Figure 3. Shcramjet Model Design

The main difference between each model is the intake length, being 1.0 m for the scramjet and 1.5 m for the shcramjet that reflects their respective position of the fuel injection. Due to the fact that the shcramjet injects the fuel at the front of the intake, its model needs a relatively long intake to sufficiently mix the fuel with the air. In the scramjet case, the injection is at the front of the combustor so it does not need a long intake for mixing. However, the scramjet requires a sufficient combustor length to complete the mixing and burning processes. These two standard configurations are strictly defined to allow as fair a performance comparison as possible between the vehicles using the two engine types and meet the requirements for a particular mission.

Five submodels are used for either the scramjet or shcramjet powered hypersonic vehicle: Intake, Combustor, Nozzle, External Aerodynamics and Mass.

1) Intake Submodel

The 2D intake submodel uses a full shock train. Each intake submodel uses the shock wave theory and assumes a perfect gas with constant gamma [7]. In this study, the simplified geometries of the intake submodels for the scramjet and shcramjet are shown in Figures 4 and 5:

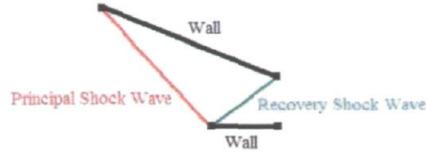


Figure 4. Scramjet Intake Submodel

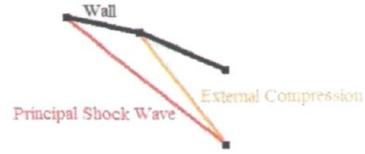


Figure 5. Shcramjet Intake Submodel

2) Combustor Submodel

The 1D combustor submodel is based on the assumption of thermochemical equilibrium with constant pressure for the scramjet (Figure 6) [8 to 11] and detonation combustion for the shcramjet (Figure 7) [12]. Each submodel assumes that the unburned fuel in the flow path has negligible effect on the gas properties, and the burned gas properties are determined by the NASA CEA code [13, 14].

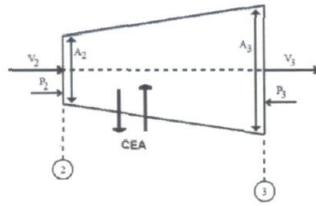


Figure 6. Scramjet Combustor Submodel

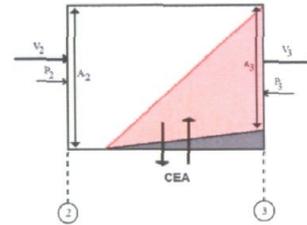


Figure 7. Shcramjet Combustor Submodel

The scramjet combustor submodel uses a constant pressure equal to the intake exit pressure P_2 . Then, $P_3 = P_f = P_2$.

$$\text{Mass:} \quad \dot{m}_3 = \rho_3 V_3 A_3 = \dot{m}_2 + \dot{m}_f \quad (2)$$

$$\text{Momentum:} \quad V_3 = \frac{\dot{m}_2 V_2 + \dot{m}_f V_f \cos \theta_f}{\dot{m}_3} \quad (3)$$

$$\text{Energy:} \quad H_3 = \frac{\dot{m}_2 \left[H_2 + \frac{V_2^2}{2} \right] + \dot{m}_f \left[H_f + \frac{V_f^2}{2} \right]}{\dot{m}_3} - \frac{V_3^2}{2} \quad (4)$$

The output properties are determined with an equilibrium calculation:

$$(H, P, Y_{\text{REACTANT}}, \eta_\phi)_3 \xrightarrow{\text{NASA CEA CODE}} \rho_3, T_3, \dots \quad (5)$$

The scramjet combustor submodel uses an oblique detonation wave to induce combustion. The output properties are determined with a Chapman-Jouguet detonation calculation:

$$(T, P, Y_{REACTANT}, \eta_{\Phi})_2 \xrightarrow{NASA\ CEA\ CODE} Dcs, Ccs, \rho_3, T_3, \dots \quad (6)$$

Detonation wave angle is defined by (Figure 8):

$$\theta_{Det} = \sin^{-1} \left[\frac{Dcs}{V_2} \right] \quad (7)$$

Detonation wall angle:

$$\delta_{Det} = Dcs - \tan^{-1} \left[\frac{Ccs}{\sqrt{V_2^2 - Dcs^2}} \right] \quad (8)$$

Velocity after the detonation wave:

$$V_3 = \sqrt{V_2^2 - Dcs^2 + Ccs^2} \quad (9)$$

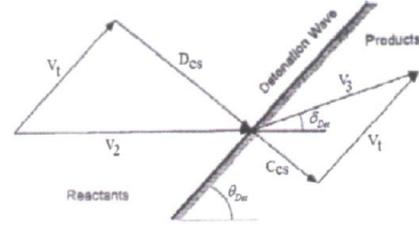


Figure 8. Flow deflection and velocity vector associated with an idealized oblique detonation wave

3) Nozzle Submodel

The 2D symmetric nozzle submodel (Figure 9) uses the Method-of-Characteristics (MOC) for irrotational flow with a perfect gas and a constant gamma [7]. Each nozzle is shaped for a full expansion to ambient pressure. However, the final nozzle is truncated depending on the interaction between the internal and external geometry or the maximum vehicle length that is imposed.

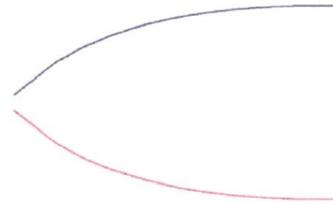


Figure 9. Symmetric Nozzle Submodel

4) External Aerodynamic Submodel

The external aerodynamic submodel is an analytical formulation based on shock/expansion wave relations [5, 6]. All properties at the surface are for a perfect gas with constant gamma (Figure 10) [7]. This submodel also includes the friction of all the side walls, the wings, and the fins [5, 6].

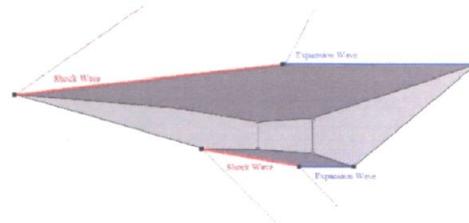


Figure 10. External Aerodynamic Submodel

5) Mass Estimate

The mass is estimated from the volume of the vehicle (Figure 11). The volume is determined by triangular integration of the area between the internal and external geometry [15]. The fuel tank volume is defined by a ratio R_V of the total vehicle volume.

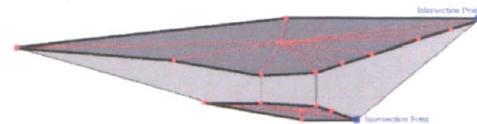


Figure 11. Vehicle Mass Estimate

The mass is determined with a fuel and structural density. $M_{Vehicle} = Volume_{Vehicle} (R_V \rho_f + (1 - R_V) \rho_s)$ (10)

C. Force Balance and Optimization

The force balance integrates the forces from all the pressure and shear forces on each wall (Figure 12) [15]. All pressure forces are determined by the preceding submodels and all shear forces by the flat plate relations with the local properties on each wall [5, 6 and 15]. Three different forces result from this integration giving thrust, drag and lift. The weight is determined from the mass multiplied by gravitational acceleration.

The thrust is obtained by integrating the internal forces acting on the intake, combustor and nozzle surfaces parallel to the free stream velocity vector. The drag comes from integrating the external forces acting on the vehicle parallel to the free stream velocity vector. For the lift, the integration is for all the forces normal to the free stream velocity vector.

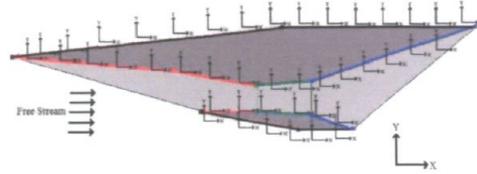


Figure 12. Illustration for the Force Balance Analysis

Three different iterative processes are required to converge the balance of the forces. The first one converges the balance of thrust and drag by varying the air/fuel ratio, ϕ . The second is for lift equal to weight by varying the angle-of-attack, AoA . The last iterative process uses a scaling factor on the geometry to converge the flight vehicle's mass to 430 kg.

This design tool uses many constraints to increase the likelihood of a realistic configuration; otherwise the optimization process rejects the configuration. Each preceding submodel includes some constraints. Furthermore, three principal constraints are applied to the overall vehicle. The first constraint is that the entire internal flow path is supersonic. The second is that all configurations have a complete internal flow path. This flow path is defined by a valid intake, combustor and nozzle submodel. The last one is on the vehicle length. This length is defined by the minimum length of the next three cases:

1. The length result by the interaction between the internal and external shape.
2. The length given by a complete isentropic expansion nozzle.
3. The constant length parameter defined in the external aerodynamic submodel.

In case 2 and 3, the vehicle is truncated and the resulting vehicle base produces an aerodynamic drag. This base drag is defined with an absolute vacuum pressure, 0 Pa, as the worst case scenario and no shear force.

D. Analysis and Results

The following results concentrate on the most significant performance parameters: range, lift/drag ratio, equivalence ratio, fuel and air mass flow rate, angle-of-attack, scaling factor and the specific impulse of the vehicle. The range is defined by Equation 11 [5, 6]. For each configuration the fuel mass, M_f , is determined with $R_p = 0.2$ and Equation 12. This value equals approximately 10% of the vehicle mass. Also, the specific impulse of the vehicle is defined by Equation 13 [5, 6].

$$Range = V \frac{M_f}{\dot{m}_f} \quad (11)$$

$$M_f = R_p \rho_f Volume_{vehicle} \quad (12)$$

$$Isp = \frac{F_{Thrust}}{\dot{m}_f g} \quad (13)$$

Figure 13 shows a comparison between the optimized scramjet and shcramjet baseline configurations. Several performance parameters are plotted as a function of Mach number.

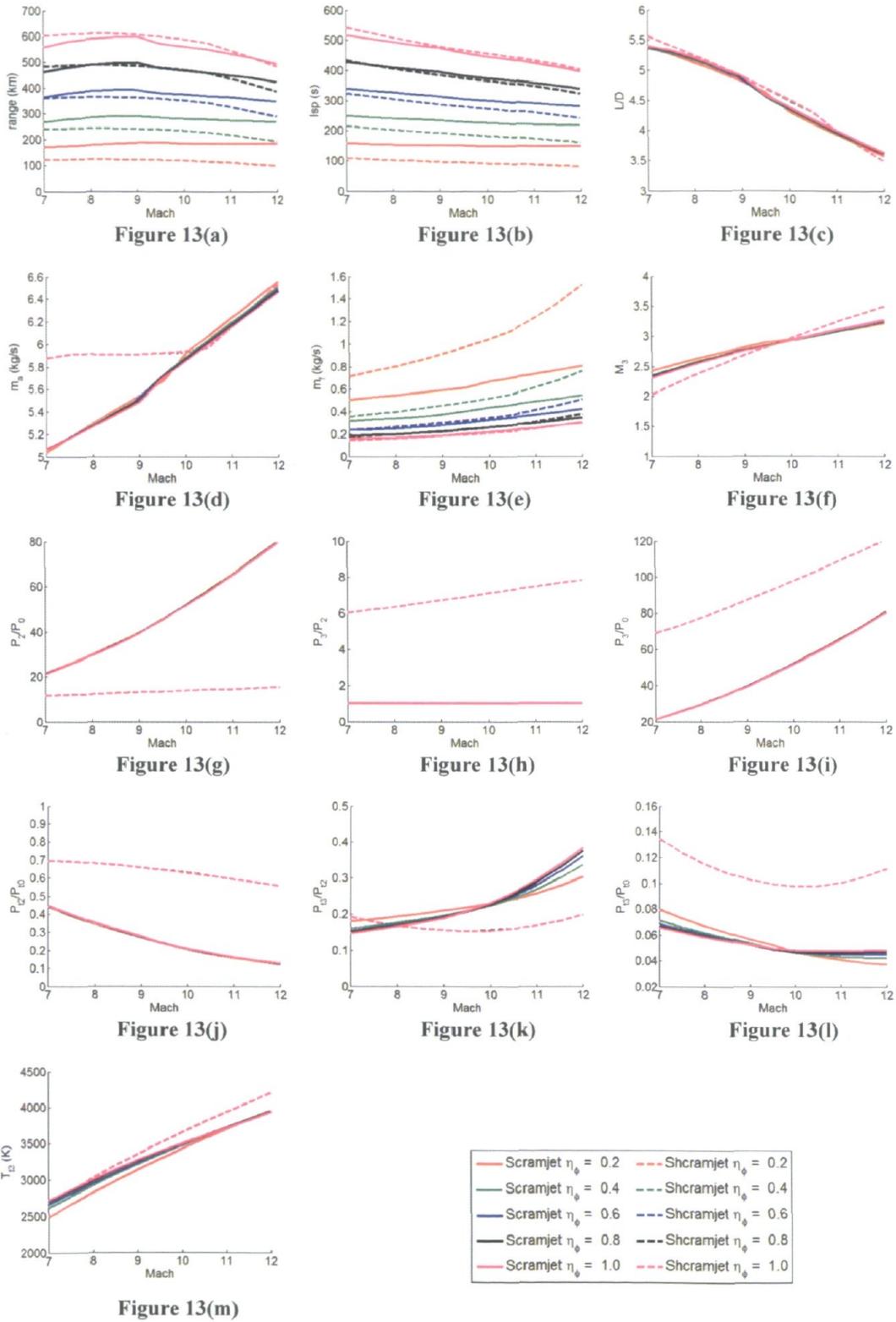


Figure 13(a to m). Comparison between scramjet and shcramjet for various performance parameters

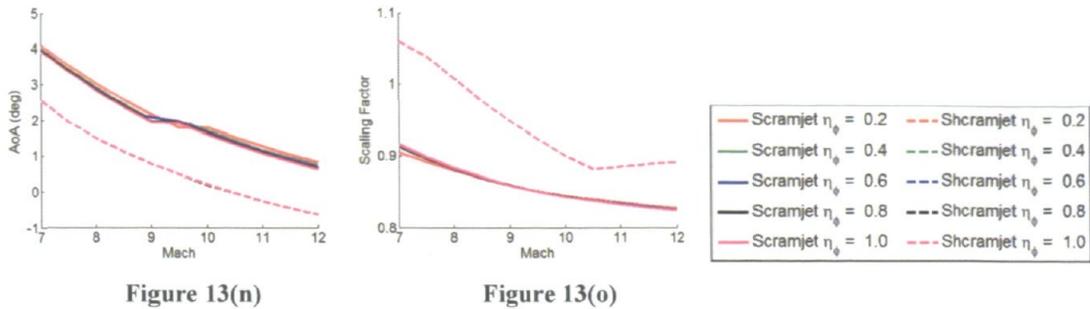


Figure 13(n to o). Comparison between scramjet and shcramjet for various performance parameters

The intake performance for each optimized configuration can be seen in Figures 13(g) and 13(j). For the scramjet, the intake has a better air compression, but the intake efficiency, equal to P_{12}/P_{10} , is less than half of the shcramjet performance. This effect on the scramjet performance is caused by a stronger shock wave pattern and by a higher angle-of-attack, even if both configurations have two shock waves as seen on Figures 4 and 5.

The combustor performance can be seen in Figures 13(f), 13(h), 13(i), 13(k) and 13(l). For the shcramjet, the static pressure ratio P_3/P_0 at the combustor exit is nearly twice as much as the scramjet combustor designed with constant pressure. Also, the shcramjet has lower overall pressure losses (intake + combustor) with a larger P_{13}/P_{10} than the scramjet even if the shcramjet combustor pressure losses P_{13}/P_{12} are higher. Although the shcramjet configuration has a better internal flow path, ultimately the nozzle shape will dictate the overall vehicle performance.

In the L/D and angle-of-attack plots (Figures 13(c) and 13(n)), it can be seen that the shcramjet has slightly better aerodynamic characteristics over the entire Mach range. In order to generate lift-equal-to-weight (all configurations have a mass limit of 430 kg), the shcramjet requires a lower angle-of-attack than the scramjet configuration. As a consequence, the lift induced drag is also lower for the shcramjet which results in slightly higher values for the L/D ratio. Also in Figure 13(o), the shcramjet configuration needs a higher scaling factor to obtain the specified mass of 430 kg because it is lighter than the scramjet for this specific baseline.

From the air mass flow rate graph (Figure 13(d)), the shcramjet configuration needs a minimum value for the air mass flow rate to allow convergence of the force balance. This effect implies that the shcramjet vehicle needs to develop a higher propulsive thrust than the scramjet vehicle, mainly due to the base drag included in the internal force integration. The fuel mass flow rate for the shcramjet is therefore higher than for the scramjet configuration for approximately the same range as shown on Figure 13(e). Conversely, the shcramjet range is slightly better than the scramjet for combustor efficiency up to 0.8; above 0.8, the scramjet is a better configuration (Figure 13(a)). However, the difference in performance for each configuration is rather small. A better scramjet or shcramjet baseline configuration with a different external aerodynamic envelope would certainly improve their performance.

The set of diagrams in Figure 14 show the scramjet and shramjet geometries at various Mach numbers for a given $\eta_\phi = 0.8$:

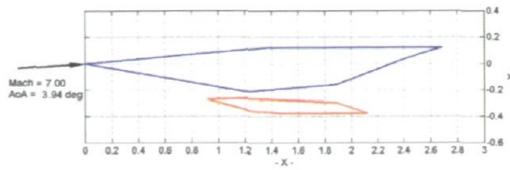


Figure 14(a1)

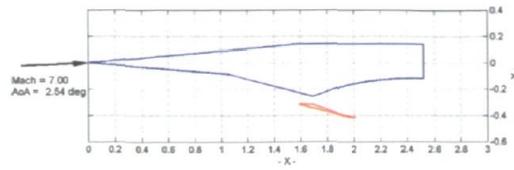


Figure 14(b1)

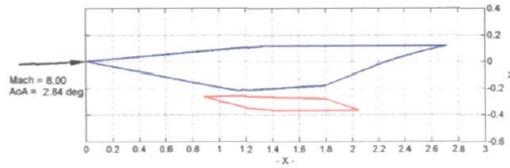


Figure 14(a2)

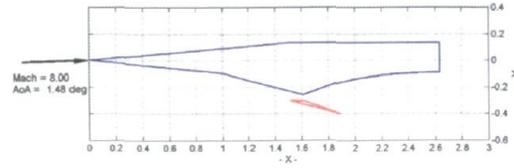


Figure 14(b2)

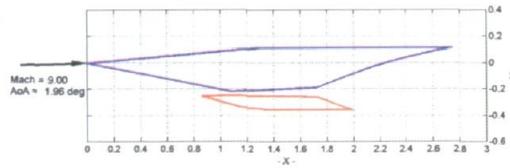


Figure 14(a3)

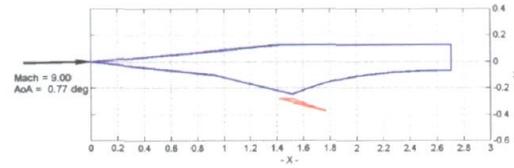


Figure 14(b3)

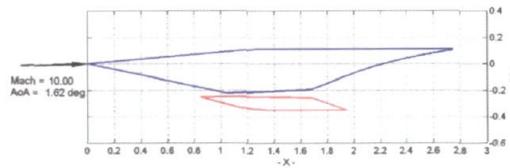


Figure 14(a4)

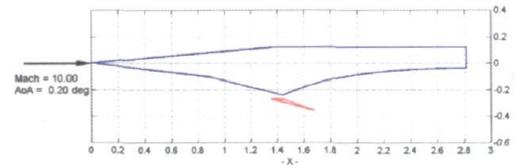


Figure 14(b4)

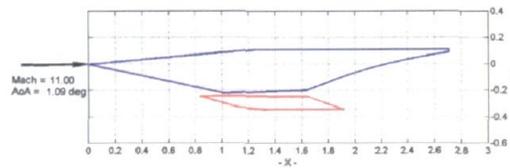


Figure 14(a5)

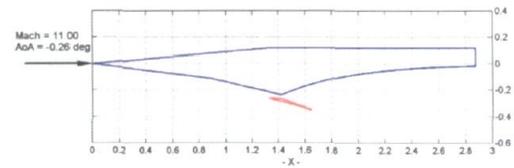


Figure 14(b5)

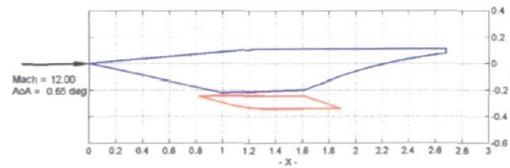


Figure 14(a6)

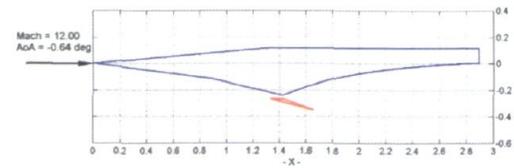


Figure 14(b6)

Figure 14. Scramjet and shramjet geometries for different Mach numbers and $\eta_\phi = 0.8$

For the scramjet geometries seen on Figures 14(a1) to (a6), it can be seen that the geometries have the same basic shape except for the slightly truncated nozzle. In Figures 14(a1) to (a5), the maximum vehicle length is determined by the interaction between the internal and external shape. However for Figure 14(a6), the limit is defined by the maximum length caused by the scaling factor on the constant length parameter defined in the external aerodynamic submodel which gives a truncated nozzle. Also, it can be seen that the combustor exit area is reduced for an increase in Mach number. This effect is caused by the scramjet combustor with a constant pressure equal to the exit pressure of the intake (Figure 13(g-j)).

For the shcramjet geometries (Figures 14 (b1-b6)), it can be seen that the external geometries are determined by the maximum vehicle length given by a complete isentropic expansion nozzle or by the constant length parameter defined in the external aerodynamic submodel. Each configuration has significant base drag and it reduces significantly the overall performance. The scramjet geometries have a larger total wetted surface, which produces a larger drag. However, in Figure 13(c) with the same vehicle mass of 430 kg, the L/D ratio is approximately the same due to the fact that the base drag is included in the integration of all internal forces and not in the external forces.

As observed on Figure 14, the nozzle shapes look significantly different for each shcramjet configuration and about the same for the scramjet configurations. First, each nozzle is shaped using exactly the same submodel. The difference is in the nozzle flow direction; when the nozzle submodel joins the internal flow path at the combustor exit, the submodel keeps exactly the same combustor flow direction. In the scramjet case, the combustor flow direction is fixed by a constant input parameter. In the shcramjet case, the flow direction is determined by the detonation wave angle δ_{Det} which needs to be parallel to the combustor wall. Then, depending on what is the nozzle direction, the interaction between the internal and the external path is modified for the overall performance. Figure 15 gives a good idea of the nozzle shape variation depending of the initial nozzle flow direction as determine by a fixed reference. The combustor and nozzle flow direction is a good parameter to produce more thrust or lift with the same external aerodynamic envelope. However, this process could be the source of significant instabilities in an optimization process.

With respect to mass distribution in Figure 14, it can be seen that the shcramjet mass is concentrated almost entirely in the upper section, where for the scramjet approximately 20% of the mass is found in the lower section. Without the restriction on the optimization process, a better mass balance will be possible for the shcramjet.

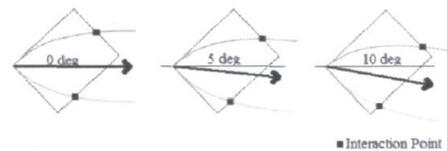


Figure 15. Interaction between nozzle and reference for different angles

III. Conclusion

A computational design tool has been developed to do the preliminary design of scramjet and shcramjet powered vehicles flying at hypersonic speeds. This tool was developed with several submodels to compare scramjet and shcramjet performance. The main conclusion of this study is that both configurations have approximately the same performance for the same external aerodynamic envelope and the same value of combustion efficiency. However, the shcramjet configuration has higher base drag and needs slightly more fuel to obtain the same force balance.

Future studies need better submodels for mixing and combustion efficiency to give better estimates of performance for the two engine types and their vehicles. Also, it is likely that geometries with better performance exist for each configuration so a more complete study is required.

Ultimately, the result of this optimization would give a good performance estimate of a realistic configuration for constant combustion efficiency. Based on these results, a design team could generate better configurations as a result of further optimization of the vehicle geometry and propulsion systems using Computational Fluid Dynamics (CFD) and perhaps limited experimental tests.

Future Work

In future work, it is planned to add a mixing submodel, improvements to each submodel to include 3D effects, possibly a heat transfer submodel, an internal mass submodel generated with a CAD software, a structural analysis submodel, an analysis submodel for off-design conditions, and a trajectory submodel. The ultimate goal is a useful, inexpensive, and easy-to-use tool for the design and performance estimate of future high speed vehicles using scramjet or shcramjet propulsion.

References

1. Verreault, J., Mayer, A.E.H.J., Veraar, R.G., Stowe, R.A., deChamplain, A., Farinaccio, R., Harris, P.G., "Numerical and Experimental Study on Shock-Induced Combustion in an Axisymmetric Configuration", 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Cincinnati, CA, July 2007.
2. Martens, R., "Numerical Simulation of Inlet and Combustor Regions of a Real Shcramjet Flowfield", Master of Applied Science thesis, Graduate Department of Aerospace Science and Engineering, University of Toronto (UTIAS), 2005.
3. Parent, B., "Computational Study of Fuel Injection in a Shcramjet Inlet", Ph.D. thesis, Graduate Department of Aerospace Science and Engineering, University of Toronto (UTIAS), 2002.
4. Netzer, D.W. (eds), "Experimental and Analytical Methods for the Determination of Connected-Pipe Ramjet and Ducted Rocket Internal Performance", NATO AGARD-AR-323, 1994.
5. Moerel, J.L.P.A and Halswijk, W.H.C, "High Speed, Long Range Missiles – System Concepts and Integration", RTO-MP-AVT-135, 2005.
6. Moerel, J.L.P.A and Halswijk, W.H.C, "System Analysis of High Speed, Long Range Weapon Systems", AIAA 2005-5819.
7. Zucrow, M.J., Hoffman, J.D., *Gas Dynamics*, Vol. 1 & 2, John Wiley & Sons, 1976/77.
8. Billig, F. S., "Design of Supersonic Combustors Based on Pressure-Area Fields", Proceedings of the Eleventh Symposium (International) on Combustion, Pittsburgh, Pa., April 1967, pp. 755-769.
9. Pandolfini, P. P., Billig, F. S., Corpening, G. P., Corda, S. and Friedman, M.A., "Analyzing Hypersonic Engines Using the Ramjet Performance Analysis Code", APL Technical Review, Vol. 2, No. 1, 1990, pp. 68-78,
10. Craig, R. R., Ortwerth, P. J., "An IBM 7090 Program for Calculating the Theoretical Performance of a Supersonic-Combustion Ramjet Engine", Aeronautical Systems Division Propulsion Laboratory Technical Memorandum 62-16, 1962.
11. Donbar, J., Powell, O., Gruber, M., Jackson, T., Eklund, D., and Mathur, T., "Post-test Analysis of Flush-Wall Fuel Injection Experiments in a Scramjet Combustor", AIAA 2001-3197, 2001.
12. Buckmaster, J, et al. (eds.), *Combustion in High-Speed Flows*, p. 373-420, Kluwer Academic Publishers, 1994.
13. Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications", Part I. Analysis, NASA RP-1311, 1994.
14. Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications", Part II. Users Manual and Program Description, NASA RP-1311, 1996.
15. Apdin, Hydar, Ferguson, Frederick, and Shengyoung, Zhang, "An Engineering Method for the Construction and Analysis Of Hypersonic Vehicle Configurations", AIAA/CIRA 13th ISPHST conference, AIAA 2005-3364, 2005.