



FRICTIONS FINANCIÈRES: THÉORIES ET ÉVIDENCES

Thèse

Abdellah Manadir

Doctorat en économique
Philosophiæ doctor (Ph. D.)

Québec, Canada

© Abdellah Manadir, 2017

FRICTIONS FINANCIÈRES: THÉORIES ET ÉVIDENCES

Thèse

Abdellah Manadir

Sous la direction de:

Kevin Moran, directeur de recherche
Stephen Gordon, codirecteur de recherche

Résumé

Cette thèse évalue la contribution de deux types de frictions financières à améliorer la capacité des modèles dynamiques stochastiques d'équilibre général (DSGE) de type néo-keynésien à répliquer les cycles économiques, et la capacité des modèles hybrides (DSGE-VAR) à mieux prévoir les agrégats macroéconomiques. Motivé par un problème de *Costly State Verification* à la Bernanke et al. [1999] affectant les contrats de dette, le premier type de friction financière induit un écart entre le rendement attendu du capital et le taux sans risque, écart qui dépend du ratio de levier entrepreneurial. Le deuxième type de friction, justifié par un problème de *Costly Enforcement* à la Gertler and Karadi [2011], induit quant à lui un écart entre le rendement attendu du capital et le taux sans risque qui dépend du *changement* dans le ratio de levier.

Le premier chapitre de la thèse estime trois versions du modèle macroéconomique de Smets and Wouters [2003, 2007] à l'aide de l'approche bayésienne. La première version, utilisée comme point de comparaison, considère les marchés financiers comme un voile et ne contient pas de friction financière. La deuxième version incorpore la friction de type *Costly State Verification* à la Bernanke et al. [1999], tandis que la troisième version inclut la friction de style *Costly Enforcement* à la Gertler and Karadi [2011]. Ce chapitre utilise ensuite les résultats d'estimation pour répondre aux deux questions suivantes : (i) Est-ce que les modèles avec frictions financières sont plus compatibles avec les données macroéconomiques des États-Unis que ceux qui font abstraction de ces frictions ? Si c'est le cas, (ii) quel type de friction financière est plus compatible avec ces mêmes données ? Les résultats d'estimation mettent en évidence les points suivants. Premièrement, l'ajout des frictions financières améliore l'ajustement du modèle néo-keynésien aux données. Ces améliorations semblent être marginales et non robustes, dans le cas du problème de *Costly State Verification*, tandis qu'elles sont substantielles et robustes dans le cas du problème de *Costly Enforcement*. Deuxièmement, estimer l'élasticité de la prime du risque au ratio de levier entrepreneurial, plutôt que la calibrer à une valeur commune utilisée dans la littérature, induit une amélioration substantielle de la performance du modèle à la Bernanke et al. [1999]. Ceci suggère que cette élasticité devrait être révisée (à la baisse) par rapport à la position à priori prise dans la littérature.

Le deuxième chapitre de la thèse estime trois versions du modèle de Smets and Wouters

[2003, 2007] à l'aide de la méthodologie bayésienne, et ceci pour l'économie des États-Unis et pour celle de la zone Euro. La première version, servant du modèle de base, considère les marchés financiers comme un voile et n'incorpore pas de friction financière. La deuxième version lève le voile sur les marchés financiers et incorpore la friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999], tandis que la troisième version inclut la friction de style Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Les trois versions accordent une attention particulière aux tendances de long terme reflétées dans les données et considèrent donc un processus déterministe de la technologie, qui accroît la productivité des heures de travail. Par la suite, ce chapitre emploie les résultats d'estimation pour répondre aux deux questions suivantes. (i) Est-ce que l'importance des frictions financières est différente dans l'économie des États-Unis et dans celle de la zone Euro? Si c'est le cas, (ii) quels facteurs peuvent expliquer cette différence? Les résultats obtenus mentionnent les points suivants. D'abord, la friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] est plus importante dans l'économie de la zone euro que dans celle des États-Unis. Par contre, la friction de type Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011] n'est pas importante ni dans l'économie de la zone Euro, ni dans l'économie des États-Unis. Ensuite, l'importance relativement élevée de la friction dans l'économie de la zone Euro peut être expliquée par l'élasticité élevée de la prime du risque au ratio de levier dans cette économie.

Finalement, le troisième chapitre de la thèse développe trois types d'information à priori pour un modèle vectoriel auto-régressif, et ce à partir d'un modèle néo-keynésien DSGE sans friction financière, d'un modèle incorporant la friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] et d'un modèle incluant la friction de style Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Ce chapitre compare ensuite la performance prévisionnelle des trois modèles hybrides (DSGE-VAR) pour répondre à la question suivante : Jusqu'à quel point l'introduction des structures (frictions) financières améliore-t-elle les prévisions d'un modèle hybride DSGE-VAR? Les résultats obtenus indiquent que les modèles DSGE-VAR incluant des frictions financières ne semblent pas performer mieux que les modèles DSGE-VAR standard.

Abstract

This thesis assesses the extent to which two types of financial frictions contribute to the ability of New-Keynesian-type-stochastic dynamic general equilibrium models (DSGE) to reproduce business cycles and the ability of hybrid models (DSGE-VAR) to forecast macroeconomic aggregates. The first type of financial friction originates from a problem of *Costly State Verification* à la Bernanke et al. [1999] and appears in debt contracts. This type of friction implies a wedge between the expected return on capital and the risk-free rate that depends on entrepreneurial leverage, whereas the wedge is absent in models with no frictions. The second type of friction results from a problem of *Costly Enforcement* à la Gertler and Karadi [2011], which also induces a wedge between the expected return on capital and the risk-free rate, that is now determined by the change in entrepreneurial leverage.

The first chapter of thesis estimates three versions of Smets and Wouters [2003, 2007] using a Bayesian approach. Used as a benchmark, the first version considers financial markets as a veil and thus contains no financial friction. The second version incorporates the Costly State Verification-type-friction à la Bernanke et al. [1999], while the third version includes the Costly Enforcement-type-friction à la Gertler and Karadi [2011]. The estimation results are used to answer to following questions: (i) Are models including financial frictions more compatible with U.S. macroeconomic data than those with no frictions? (ii) which types of financial friction are preferred by the data? Our findings indicate that adding financial frictions improves the New-Keynesian model's fit to data, in terms of data marginal density. In the case of Costly Enforcement problem, these improvements are both substantial and robust, while they are marginal and not robust in the case of the Costly State Verification problem. Second, estimating the risk premium elasticity to entrepreneurial leverage, rather than calibrating it to values commonly used in the literature, helps the Bernanke et al. [1999] model version to perform more well. This finding suggests that this elasticity should be revised (downwards), relative to the prior belief established in the literature.

The second chapter estimates three versions of Smets and Wouters [2003, 2007] via the Bayesian methodology for both the U.S. and Euro economies. The first version serves as a basic model and considers financial markets as veil, thereby contains no financial frictions. The second version includes a Costly State Verification-type problem à la Bernanke et al. [1999],

while the third one incorporates a Costly Enforcement problem à la Gertler and Karadi [2011]. These three versions pay particular attention to long term trends that are present in data and thus incorporate a labour-augmenting technology process. The chapter then uses estimation results to answer to the following questions: (i) Is the importance of financial frictions different in the U.S. economy and in the Euro economy? Then, (ii) which factors can explain this difference? The main results are: First, the Costly State Verification-type-friction à la Bernanke et al. [1999] is more important in the Euro economy than in the U.S. economy, while the Costly Enforcement-type-friction à la Gertler and Karadi [2011] doesn't appear important to the both economies. Second, the relative importance of financial frictions in the Euro area can be explained by the high estimate of the risk premium elasticity to the leverage in the Euro economy.

The third chapter of thesis develops three types of prior information for a VAR model, from a New-Keynesian model with no financial friction, a model incorporating a friction of Costly state Verification à la Bernanke et al. [1999] and a model including a friction of Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. This last chapter then compares the three hybrid models (DSGE-VAR) via the root mean squared forecast errors, in order to answer to the following question: To which extent can the presence of financial structures (frictions) improve the forecasting ability of hybrid model DSGE-VAR? In terms of out-sample forecasts, the results show that the hybrid models with no financial frictions perform as well as those with frictions.

Table des matières

Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	vii
Liste des tableaux	ix
Remerciements	xii
Avant-propos	xiii
Introduction	1
1 Financial Frictions in Macroeconomic Modelling : A Bayesian Evaluation	3
1.1 Introduction	3
1.2 A model with no financial frictions	5
1.3 Two models with financial frictions	12
1.4 Data and estimation strategy	19
1.5 Results and Analysis	20
1.6 Conclusion	25
2 Une analyse comparative des frictions financières dans le cycle économique des États-Unis et de la zone Euro : une approche DSGE bayésienne	31
2.1 Introduction	31
2.2 Le modèle	34
2.3 Données et méthode d'estimation	49
2.4 Résultats et Analyse	51
2.5 Conclusion	54
3 Une comparaison des types d'information à priori pour les modèles VAR : les frictions financières améliorent-elles les prévisions ?	62
3.1 Introduction	62
3.2 Le modèle sans friction financière	65
3.3 Friction financière à la Bernanke et al. [1999]	68
3.4 Friction financière à la Gertler and Karadi [2011]	69
3.5 La résolution des modèles dynamiques d'équilibre général	70
3.6 Le modèle vectoriel auto-régressif	70
3.7 Résultats	72

3.8	Discussion	74
3.9	Conclusion et travaux futures	74
	Conclusion	85
	A Annexe	88
A.1	Les preuves du lien entre l'écart de taux et le ratio de levier selon GK (2011) :	88
A.2	Le signe de ψ_1^{ce} et ψ_2^{ce}	91
	Bibliographie	92

Liste des tableaux

1.1	Calibrated Parameters : Production Sector	26
1.2	Calibrated Parameters : Financial Sector	26
1.3	Model with no financial friction	27
1.4	Model with friction à la Costly State Verification	28
1.5	Model with friction à la Costly Enforcement	29
1.6	Comparison of Data Marginal Densities	29
1.7	Model Marginal Densities with Different Calibrations	29
1.8	Estimation of Key Financial Friction Parameters : <i>CSV</i> Model	30
2.1	Calibration des paramètres non financiers	55
2.2	Calibration des paramètres financiers	55
2.3	Modèle sans friction financière pour l'économie des États-Unis	56
2.4	Modèle avec friction à la BGG pour l'économie des États-Unis	57
2.5	Modèle avec friction à la GK pour l'économie des États-Unis	58
2.6	Densités marginales des données pour l'économie des États-Unis	58
2.7	Modèle sans friction financière pour l'économie de la zone Euro	59
2.8	Modèle avec friction à la BGG pour l'économie de la zone Euro	60
2.9	Modèle avec friction à la GK pour l'économie de la zone Euro	61
2.10	Densités marginales des données pour l'économie de la zone Euro	61
3.1	Prévision intra-échantillon de l'output	76
3.2	Prévision intra-échantillon de la consommation	76
3.3	Prévision intra-échantillon de l'investissement	76
3.4	Prévision intra-échantillon des heures travaillées	77
3.5	Prévision intra-échantillon du taux d'inflation	77
3.6	Prévision intra-échantillon du taux d'intérêt	77
3.7	Prévision hors-échantillon de l'output	78
3.8	Prévision hors-échantillon de la consommation	79
3.9	Prévision hors-échantillon de l'investissement	80
3.10	Prévision hors-échantillon des heures travaillées	81
3.11	Prévision hors-échantillon du taux d'inflation	82
3.12	Prévision hors-échantillon du taux d'intérêt	83
3.13	Comparaison des corrélations entre les modèles DSGE	84

*À mon Prophète, bien aimé,
Mohamed. J'espère que cette
thèse soit le point de départ du
grand projet de l'économie et la
finance islamique.*

Abou Al-Darda'-qu'Allah l'agrée-
a rapporté qu'il a entendu
l'Envoyé d'Allah-qu'Allah prie
sur lui et le salue-dire : "Celui
qui suit un chemin pour
apprendre une science, Allah lui
facilitera une voie au Paradis. Les
anges déploient leurs ailes au
service de celui qui cherche à
apprendre comme satisfaction de
son oeuvre. Les habitants des
cieux et de la terre, même les
baleines dans l'eau, demandent le
pardon (d'Allah) au savant. La
supériorité du savant sur
l'adorateur est comparable à la
supériorité de la lune sur les
autres astres. Les savants sont les
successeurs des Prophètes mais
les Prophètes n'ont laissé, comme
héritage, ni un dinar, ni un
dirham mais ils ont laissé la
science, celui qui en bénéficie,
recevra la plus grande part".
*(Rapporté par Abou Daoud et
Al-Tirmizi)*

LE JARDIN DES GENS
VERTUEUX écrit par l'Imam
Al- Nawawi

Remerciements

Avant toute chose, j'ai le devoir d'adresser mon premier remerciement à Dieu, mon Seigneur et Créateur, de m'avoir accordé la force de bien réussir mon long parcours scolaire ; dès ma première année au primaire jusqu'à ma dernière année au doctorat. Je ressentais Sa présence et Son soutien pendant les moments difficiles et décisifs de ma thèse. Encore une fois, un grand et sincère merci à mon Seigneur, le tout puissant !

Ensuite, ma thèse n'aurait pu voir le jour sans l'encadrement de mes directeurs. À cet effet, je tiens à remercier mon directeur, M. Kevin Moran, qui m'a énormément aidé dans la réalisation de mes recherches, à travers ses conseils tant intuitifs que techniques, ses commentaires, son écoute et son temps. J'ai appris de lui le métier de modéliser des problèmes économiques, et surtout comment être patient et persévérant dans ce métier. À vrai-dire, il m'a été un excellent enseignant, frère et ami. De même, j'aimerais remercier mon co-directeur, M. Stephen Gordon, qui a accepté le premier de m'encadrer, et avec qui j'ai longtemps discuté l'idée du dernier chapitre de cette thèse. Je le remercie également pour son soutien financier pendant deux sessions ainsi que sa patience pour l'achèvement du dernier chapitre. Merci à vous !

Par la suite, j'aimerais aussi remercier mes parents qui m'ont transmis des valeurs de l'honnêteté, du sérieux et de la bienfaisance. Spécialement, je dois un grand remerciement à ma chère mère qui était tout le temps présente dans mon parcours scolaire, par son corps et coeur, et surtout par son soutien tant moral que financier et ses prières. Je suis content et fier d'avoir une mère comme vous. Je remercie également mes frères et soeurs pour leur amour et soutien envers moi. Chacun d'eux a contribué, de sa propre façon, à la réussite scolaire de leur petit frère. Je vous aime tous et toutes !

Finalement, je remercie les professeurs du département d'économique de l'université Laval ; en particulier, M. Benoît Carmichael et M. Sylvain Dessy. Leurs cours et conseils ont été très utiles pour ma thèse. Je profite l'occasion pour remercier aussi le personnel administratif du département, notamment madame Jocelyne Turgeon et madame Ginette Therrien pour leur écoutes et aimables services aux étudiants. Je dis aussi merci à ma communauté marocaine pour leur chaleureux accueil durant mon séjour à Québec. À la fin, je n'oublierai pas mes collègues, Nasreddine Ammar, Safa Ragued, Aboudrahyme Savadogo, Manitra Laingo et Habib Somé pour les bons moments passés ensemble au sein du département. Merci à vous tous et toutes !

Avant-propos

Les chapitres de la présente thèse constituent des articles publiés ou à soumettre à des revues scientifiques avec comité de lecture.

Le premier chapitre est un article écrit en collaboration avec mon directeur de thèse, M. Kevin MORAN, dont je suis le principal auteur. Cet article fait l'objet de quelques révisions pour être soumis à une revue scientifique avec comité de lecture.

Le deuxième chapitre est un article dont je suis le principal et l'unique auteur. Pareillement, il fait l'objet de quelques révisions pour être soumis à un journal scientifique avec comité de lecture.

Le troisième chapitre est un article réalisé en collaboration avec mon directeur de thèse, M. Kevin MORAN, et mon codirecteur de thèse, M. Stephen GORDON. Cet article fait l'objet de quelques modifications pour être soumis à un journal scientifique avec comité de lecture. Finalement, je suis le principal auteur de cet article.

Introduction

La macroéconomie est une discipline jeune qui a comme objectif l'étude de l'économie dans sa globalité. Elle trouve son origine dans les travaux du célèbre économiste John Maynard Keynes et ne cesse d'évoluer au fil du temps. Son histoire récente est marquée par l'innovation des modèles de cycles conjoncturels réels (RBC) développés à partir des travaux de Kydland and Prescott [1982]. Fondés sur des décisions microéconomiques et prospectives d'agents rationnels, ces modèles combinent donc les principes de la rationalité des agents et de l'équilibre général de l'économie. Plus récemment, une extension des modèles RBC, dite des modèles stochastiques dynamiques d'équilibre général (DSGE) de type Neo-Keynésiens, est apparue : cette extension considère que des rigidités nominales et réelles affectent les décisions économiques et, ce faisant, motivent les interventions des gouvernements dans l'économie.

Jusqu'à récemment toutefois, la modélisation macroéconomique de type néo-keynésienne accordait peu d'importance aux marchés financiers, malgré leur rôle crucial dans le transfert de l'épargne vers les entreprises. Négliger ainsi les marchés financiers revenait implicitement à supposer que les marchés fonctionnent de façon normale, en tout temps, et qu'ils ne sont donc pas un facteur déterminant des fluctuations macroéconomiques. Cette vision s'est modifiée avec des études empiriques, notamment celles de Bernanke [1983], Gertler and Gilchrist [1994], Gilchrist and Himmelberg [1995], Peek and Rosengren [1997], Kishan and Opiela [2000] et Gan [2007] ; ces études démontrent que la solidité des bilans financiers affecte la capacité des banques à prêter, ainsi que celle des entreprises à emprunter. En réponse, les études quantitatives de Stiglitz and Weiss [1981], Bernanke and Gertler [1989], Carlstrom and Fuerst [1997], Kiyotaki and Moore [1997], Bernanke et al. [1999] et Gertler and Karadi [2011] ont développé une série de modèles macroéconomiques avec frictions financières capables de capter les perturbations affectant les marchés financiers et les effets de celles-ci sur l'économie réelle. Bien que les motivations théoriques évoquées pour initier leur présence soient différentes, la présence des frictions a un impact pratique dans ces modèles : l'écart entre le rendement attendu du capital et le taux sans risque, qui est nul dans les modèles standards, devient différent de zéro et conditionnel à la valeur de certains autres agrégats macroéconomiques dans les modèles avec frictions financières.

Dans ce contexte, la première problématique analysée par cette thèse s'impose naturellement :

D'abord, est-ce que l'introduction des frictions financières permet aux modèles macroéconomiques de mieux répliquer les fluctuations observées dans les données réelles ? Ensuite, parmi les différents types de frictions proposées dans la littérature lequel est plus compatible avec ces mêmes données ?

Il est intéressant de noter que les perturbations affectant les marchés financiers, traduites souvent comme un signal de la présence de problèmes d'agence, affichent des amplitudes qui diffèrent d'une économie à une autre. Dans ce sens, les travaux de [Cecchetti \[1999\]](#) révèlent que la différence dans les structures légales des pays membres de l'union européenne induit une différence dans les structures financières, ce qui implique des canaux de crédit distincts et, par conséquent, des mécanismes de transmission monétaires également distincts pour ces mêmes pays membres. Par ailleurs, les travaux de [De Fiore and Uhlig \[2011\]](#) mentionnent que les marchés financiers européens sont moins développés que les marchés américains, ce qui suggère qu'ils sont davantage affectés par des problèmes d'agence. Ces deux auteurs montrent que les facteurs légaux et institutionnels évoqués par [Cecchetti \[1999\]](#) ne sont pas suffisants pour expliquer les différences dans les structures financières entre l'économie américaine et celle de la zone Euro et proposent plutôt la diffusion publique de l'information sur le risque de crédit des entreprises comme un facteur complémentaire. Dans ce contexte, la seconde problématique abordée par la présente thèse est la suivante : Est-ce que l'importance des frictions financières pour le cycle conjoncturel est différente dans l'économie américaine et dans celle de la zone Euro ? Si c'est le cas, quels facteurs peuvent expliquer cette différence ?

Finalement, les banques centrales et autres institutions peuvent utiliser les modèles stochastiques dynamiques d'équilibre général comme outil de prévision des valeurs futures d'agrégats macroéconomiques comme le produit intérieur brut, le taux d'inflation et le taux d'intérêt. Quoiqu'ils présentent l'avantage d'être fondés sur la théorie économique et de considérer les anticipations rationnelles d'agents économiques, ces modèles sont souvent difficiles à paramétriser. Par conséquent, leur performance prédictive est généralement perçue comme étant relativement faible. Les prévisionnistes recourent donc plutôt à des modèles empiriques de séries temporelles comme les modèles vectoriels auto-régressifs (VAR), même si l'interprétation de leur prédictions est jugée incertaine, en raison de la critique de [Lucas \[1976\]](#) et qu'ils génèrent de larges erreurs de prévision. En conséquence, des travaux de recherche récents ont développé des modèles hybrides, particulièrement les modèles SVAR et les modèles DSGE-VAR, afin de corriger les déficiences des modèles empiriques. La littérature sur la macroéconométrie bayésienne montre que ces modèles hybrides offrent des performances très proches de celles des modèles VAR. Toutefois, ces modèles hybrides sont fondés sur des modèles DSGE qui ne reflètent pas nécessairement tous les aspects et structures d'une économie complète, et le marché financier y est souvent considéré comme un voile. La troisième problématique soulevée par cette thèse est donc la suivante : jusqu'à quel point l'introductions des structures financières permet-elle d'améliorer les prévisions provenant des modèles hybrides DSGE-VAR ?

Chapitre 1

Financial Frictions in Macroeconomic Modelling : A Bayesian Evaluation

1.1 Introduction

Traditional macroeconomic modelling has long considered financial markets as a veil which, although crucial for channelling funds from savers to borrowers, played a negligible role in originating and propagating business cycle-type fluctuations. Work by Bernanke [1983], among others, contributed to change this vision by highlighting the role of a credit channel linking events in financial markets to real sector outcomes during the Great Depression. An extensive literature has since confirmed that the financial health of borrowers, or of the financial intermediaries lending to them, can have important implications for macroeconomic outcomes.¹

In response, several modeling frameworks have been proposed to operationalize these real-financial linkages and embed them within macroeconomic models. First, seminal work by Carlstrom and Fuerst [1997] and Bernanke et al. [1999] has posited that a costly-state-verification problem affects the relationship between borrowing firms and lenders. This environment supposes that the ex-post return on firm projects is private information and only observable by lenders after paying a monitoring/auditing cost, so that firms might be tempted to declare default and disengage from their obligations. To mitigate this agency problem, lenders require that borrowers contribute their own net worth to the financing of projects. As such, the evolution of a firm's net worth becomes an important factor in determining how much that firm can borrow and at what cost; translated to the macroeconomic scale, this implies that aggregate investment and general economic activity depend on the evolution of the net worth of the entrepreneurial sector. Several contributions have analyzed the importance of this mechanism

1. Some important contributions include findings by Gertler and Gilchrist [1994] and Gilchrist and Himmelberg [1995], showing that recent financial results of firms (such as cash flows) influence their access to financial markets, over and above the influence of fundamentals. In addition, they include findings by Peek and Rosengren [1997], Kishan and Opiela [2000], or Gan [2007] showing that banks experiencing losses and deteriorations in their capital position curtail lending significantly.

for business cycle fluctuations using a variety of macroeconomic and econometric measures [Meier and Muller, 2006, Christensen and Dib, 2008, De Graeve, 2008, Queijo von Heideken, 2009, Brzoza-Brzezina and Kolasa, 2013, Villa, 2016, Suh and Walker, 2016].

More recently, work by Gertler and Karadi [2011] has modeled a different type of agency problem, which assumes that borrowers can divert a fraction of the funds borrowed from the underlying project in a manner that is unrecoverable by the lender, even in the case where the borrower is forced into default. To mitigate this costly enforcement problem, the lender will ration each borrowing firm up to the point where this firm prefers to pay its loan obligations in order to preserve the lending relationship instead of diverting funds. This once again implies an equilibrium relationship between the borrower's accumulated net worth and its borrowing ability, which holds both at individual and aggregate levels.

Confronting these mechanisms to actual macroeconomic data reveals their appeal. In the standard model where financial markets are a veil, a key relation states that the expected future return on capital equals the risk-free rate. Since the risk-free rate is linked to the monetary authorities' behaviour, on the one hand, and that the expected return to capital is tied to investment, consumption and output, on the other, this key relation imposes a very specific correlation structure between these variables, a structure which in turn might not be present in actual data. Models that embed financial frictions, like the ones described above, generalize the relation between expected future returns on capital and the risk-free rate, allowing it to depend on the evolution of other variables and thereby allowing the model to potentially match the correlation structures present in the data better.

In this context, the present paper estimates three versions of the New Keynesian model based on the contributions in Smets and Wouters [2003, 2007], using a Bayesian approach. The first version incorporates no financial frictions and serves as a benchmark. The second and third versions embed the financial friction implied by the costly-state-verification environment of Bernanke et al. [1999] and the costly-enforcement framework of Gertler and Karadi [2011], respectively. Our Bayesian estimation reveals the two following important findings. First, models including financial frictions, either à la Bernanke et al. [1999] or à la Gertler and Karadi [2011], fit the data better than the model without frictions. Second, the data prefer the specific correlation structure implied by the financial friction à la GK.

Our finding that data are better replicated using models with the Bernanke et al. [1999] financial friction echo those already obtained in much of the literature having examined this issue [Christensen and Dib, 2008, Queijo von Heideken, 2009, Brzoza-Brzezina and Kolasa, 2013]. The finding that a model using the Gertler and Karadi [2011] framework also leads to superior performance is more novel. The more closely related contribution to our paper is found in Villa [2013] and Villa [2016], who also shows that the environment proposed by Gertler and Karadi [2011] leads to superior performance. We depart from this work in important ways,

however. First, Villa [2013, 2016] assumes that the Costly State Verification friction appears on the lending market’s demand-side (entrepreneurs), while the Costly Enforcement one affects that market’s supply-side (financial intermediaries). We argue that this distinction may not be relevant for assessing the models’ relative performances. Instead, we show that the key distinction between the two environments lies in the correlation structure implied by the frictions : while the Costly State Verification constraint from Bernanke et al. [1999] implies a simple and direct link between a firm’s borrowing ability (its leverage) and expected future capital rental rates, the Gertler and Karadi [2011] friction rather results in a multi-period link between these two aspects of the model.² Second, we discuss how to generalize the Gertler and Karadi [2011] friction in a flexible manner to maximize its fit with the data.

The rest of this paper is structured as follows. Section 1.2 below presents the benchmark model, which incorporates no financial friction. Section 1.3 then describes how the benchmark model is modified to include two types of financial frictions : à la Bernanke et al. [1999] and à la Gertler and Karadi [2011]. Since important building blocks of the three models are common, we only discuss the aspects that are modified by the presence of the financial frictions. Importantly Section 1.3 also shows that the key practical difference between these two financial-friction versions of the model lies in the dynamics of the relationship between expected future returns to capital, the risk-free rate, and leverage in the entrepreneurial sector. Section 1.4 describes the Bayesian estimation approach and data that are used to estimate parameters and confront the models to aggregate data. Finally, Section 1.5 reports estimation results and our analysis of these results, while Section 1.6 concludes.

1.2 A model with no financial frictions

This section presents a New Keynesian model where financial frictions are absent. This model is based on the work of Smets and Wouters [2003, 2007] and will be used as a benchmark in our quantitative assessment. Its economy is populated by nine categories of agents : households, labour unions, labour packers, intermediate-good producers, retailers, final-good producers, capital producers, the monetary authority and the government.

In the model, households supply labour services, consume and save. They also own the physical capital and decide how intensely this capital is used. This tight link between decision about

2. Academic research on financial frictions has often assumed that agency problems arise between borrowing firms and lending intermediaries while the relationship between lending intermediaries and their own sources of funds is unaffected by any frictions [Bernanke et al., 1999, Meier and Muller, 2006, Christensen and Dib, 2008, De Graeve, 2008, Queijo von Heideken, 2009]. Alternatively, they may assume that the key agency problem lies in the relationship between depositors and financial intermediaries, while the link between these lenders and entrepreneurs is not affected by frictions [Parlour and Plantin, 2008, Gertler and Karadi, 2011, Plantin, 2015]. Some research also uses environments that incorporate agency problems on both sides of the lending market [Holmstrom and Tirole, 1997, Meh and Moran, 2010]. For the purpose of the present paper’s objective, however, determining what type of friction is “preferred” by the data, this distinction about where the friction applies is secondary and we can interpret them as applying broadly to the link between savings (on the household side) and investment in physical capital (operated by a combined intermediary/entrepreneurial block).

saving and those related to capital accumulation is relaxed below in Section 1.3, when two types of financial frictions are incorporated into the model and new agents –entrepreneurs– are introduced.

The labour market structure is one commonly adopted in New Keynesian-type models and is meant to facilitate the introduction of rigidities in the evolution of nominal wages. To this end, we specify that *labour unions* are agents who can differentiate households’ homogenous labour services and resell them to *labour packers* within a monopolistically competitive market structure that includes rigidities in price-setting. The role of these *labour packers* is then to re-aggregate these labour or union-types into a composite labour input sold to intermediate-goods producers under perfect competition. Under this representation of the labour market, consumption and hours worked are identical across households and the heterogeneity in quantities demanded that results from the rigidities in wage-setting applies to the union.³

The structure of the market for goods is similar. In that market, *retailers* are agents who buy homogenous intermediate goods, differentiate them and resell each variety to final-goods producers within a monopolistic competition market structure that once again includes rigidities in price-setting. Final-good producers, like the labour packers above, aggregate these differentiated goods into a composite final good in a perfect competition environment. Finally, intermediate-good producers use capital and labour services to produce the goods used as input by the retailers.

Capital producers combine non-depreciated capital and final goods to create new capital goods sold to households. The monetary authority sets the nominal interest rate following a Taylor-type rule and, finally, the government finances an exogenously-given stream of public expenditures via lump-sum taxes imposed on households.

The dynamics of the model are governed by the evolution of six exogenous disturbances which affect general technical progress, the technology specific to the investment sector, monetary policy, government expenditures, and, finally, mark-ups in price and wage-setting.

1.2.1 Households

A continuum of infinitely-lived households is present in the economy. The representative household’s preferences are described by the following utility function :

$$U_t = \ln(c_t - hC_{t-1}) - \frac{l_t^{1+\phi}}{1+\phi} \tag{1.1}$$

3. This follows Schmitt-Grohé and Uribe [2006b]. By contrast, Erceg et al. [2000] assume that the households’ labour services are heterogenous and they sell such services within monopolistically competitive markets ; any resulting heterogeneity in the demand for a specific labour type thus translate to hours worked by specific individuals. See Schmitt-Grohé and Uribe [2006a] for a detailed description of the differences and similarities between these two manners to model the New Keynesian’s labour market.

where $h \in (0, 1)$ et $\phi > 0$ measure the degree of external habit in consumption and the inverse of the Frisch elasticity of labour supply, respectively.⁴

At the start of period t , the representative household owns the quantity of capital k_t as well as bonds b_t . Income received during the period includes $R_t^H u_t k_t$ in capital income, where u_t is the utilisation rate of capital and R_t^H the market rental rate for capital services.⁵ In addition, other sources of income include that linked to labour, $\frac{W_t^h}{P_t} l_t$, where l_t represents hours worked and $\frac{W_t^h}{P_t}$ is the real wage, as well as $q_t(1 - \delta)k_t$, which results from selling the non depreciated capital at the end of the period (q_t is the price of one capital unit and δ is the depreciation rate), a transfer T_t from the government, a dividend Π_t from the ownership of firms and the financial return $R_{t-1}b_t$ from bond holdings. Such income must be sufficient to cover consumption expenditures c_t , the purchase of new bonds b_{t+1} and investment in new capital goods $q_t k_{t+1}$. The following budget constraint therefore applies :

$$c_t + b_{t+1} + q_t k_{t+1} \leq \frac{W_t^h}{P_t} l_t + R_{t-1} b_t + R_t^H u_t k_t - v(u_t) k_t + q_t(1 - \delta) k_t + \Pi_t + T_t, \quad (1.2)$$

where $v(u_t)$ measures costs linked to the chosen utilisation rate of capital u_t , with $v(\cdot)$ a convex function.

The representative household's optimization problem is to choose values of c_t , b_{t+1} , l_t , k_{t+1} and u_t that maximise lifetime utility under the budget constraint :

$$\max_{c_t, b_{t+1}, l_t, k_{t+1}, u_t} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j U_{t+j}, \quad (1.3)$$

with respect to (1.1) and (1.2) and where β represents the discount factor. The necessary first-order conditions are as follows :

$$(c_t - hC_{t-1})^{-1} = \lambda_t; \quad (1.4)$$

$$\beta R_t E_t(\lambda_{t+1}) = \lambda_t; \quad (1.5)$$

$$l_t^\phi = \lambda_t \frac{W_t^h}{P_t}; \quad (1.6)$$

$$\lambda_t q_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} (R_{t+1}^H u_{t+1} - v(u_{t+1}) + (1 - \delta) q_{t+1}) \right]; \quad (1.7)$$

$$R_t^H = v'(u_t); \quad (1.8)$$

with λ_t the Lagrange multiplier associated with the budget constraint.

4. C_{t-1} represents the preceding period's *aggregate* consumption.

5. Variable utilisation rates for capital are often introduced in this literature eg. [Christiano et al., 2005, Queijo von Heideken, 2009] to break the tight relation between the capital stock and the rental rate of capital.

For the purpose of interpreting the first-order conditions related to savings and investment, we denote the return on savings allocated to capital goods in the preceding period by r_t^k . Note that we have :

$$r_t^k = \frac{R_t^H u_t - v(u_t) + (1 - \delta)q_t}{q_{t-1}}. \quad (1.9)$$

Using this notation and combining (1.5) and (1.7), one shows that up to a first-order approximation

$$E_t \left(r_{t+1}^k \right) - R_t = 0. \quad (1.10)$$

This shows that in this benchmark model, the expected return on physical capital is, up to a first-order, equal to the risk-free rate. This has important implications when the model is confronted to the data in the estimation process described later in the paper. First, the expected return to capital is linked to real activity measures in the model and these will be represented, at the estimation stage, by data on GDP, Consumption and Investment. Second, the risk-free rate is typically linked, at the estimation stage, to short-term rates on government bonds or to the rate on Fed funds. In this context, expression (1.10) imposes a very specific correlation structure between the measures of economic activity used, on the one hand, and the risk-free rate, on the other. If this specific pattern is not present in the data, the benchmark model will not have the flexibility to successfully fit the data, a failure that should be reflected in the model's performance measure. Introducing financial frictions, as will be seen below, complexifies (1.10) and gives the model the potential to better replicate patterns found in macroeconomic data.

1.2.2 Labour market

Labour packers

Labour packers produce the composite labour input L_t by purchasing differentiated labour inputs $l_t(l)$ at price $W_t(l)$ from labour unions, where $l \in (0, 1)$. These inputs are aggregated, or packed, into a composite labour input L_t according to the following aggregation technology :

$$L_t = \left[\int_0^1 l_t(l)^{\frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w}} dl \right]^{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1}}, \quad (1.11)$$

where ϵ_w is the elasticity of substitution between the differentiated labour types. This composite labour input is sold to intermediate-good producers (see below) at price W_t . Labour packers operated under perfect competition and profit maximisation leads to the following input demand for each labour type :

$$l_t(l) = \left(\frac{W_t(l)}{W_t} \right)^{-\epsilon_w} L_t. \quad (1.12)$$

Meanwhile, the zero-profit condition associated to the perfectly competitive assumption and the constant-returns-to-scale nature of the technology (1.11) leads to the following for the

price of the composite labour input L_t :

$$W_t = \left[\int_0^1 W_t(l)^{1-\epsilon_w} dl \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} . \quad (1.13)$$

Labour unions

Labour unions purchase homogenous labour services from households at market cost W_t^h or $\frac{W_t^h}{P_t}$ in real terms; they are price-takers on that market. Next, they costlessly differentiate these labour services into heterogenous labour types $l \in (0, 1)$, thus gaining market power. Further, the pricing decisions they must make is affected by a nominal rigidity à la Calvo [1983]. More precisely, we suppose that each labour union is able to re-optimize the price $W_t(l)$ after a random signal occurring with probability $1 - \xi_w$ that is independent of all past decisions. If this signal is not received (probability ξ_w) the labour union cannot operate a full reoptimization but instead adjusts its price to aggregate inflation according to the following indexation rule :

$$W_t(l) = W_{t-1}(l) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_w} , \quad (1.14)$$

where ι_w measures the degree of indexation.

Consider a labour union l that has received the signal to reoptimize and denote its optimal choice by $W_t^*(l)$. In the context of (1.12), which represents the demand for its product, and the indexation rule (1.14), the optimization problem for setting $W_t^*(l)$ is the following :

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_w)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) l_{t+s}(l) \left[\frac{W_t^*(l)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_w} - \frac{W_{t+s}^h}{P_{t+s}} \right] \quad (1.15)$$

where $(\beta)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right)$ is the discount factor that labour unions apply to profits realized at time $t + s$.

The first-order condition associated with the labour unions' optimization problem is :

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_w)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) l_{t+s}(l) \left[\frac{W_t^*(l)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_w} - \frac{W_{t+s}^h}{P_{t+s}} M_{w,t+s} \right] = 0; \quad (1.16)$$

where $M_{w,t} = \frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} u_t^w$ represents the gross wage mark-up and u_t^w is a shock to that mark-up, which is assumed to follow a first-order autoregressive process AR(1), with serial correlation ρ_w and innovation $\varepsilon_t^w \sim (0, \sigma_w^2)$.

Finally, the law of large numbers implies that every period a fraction $1 - \xi_w$ of labour unions get to reoptimize while a proportion ξ_w set their price according to the rule (1.14); together these decisions lead to the following evolution for the aggregate price of the labour input W_t defined above in (1.13) :

$$W_t = \left[(1 - \xi_w) W_t^*(l)^{1-\epsilon_w} + \xi_w \left(W_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_w} \right)^{1-\epsilon_w} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} . \quad (1.17)$$

1.2.3 Goods market

Final goods producers

Much like the *labour packers* described above, final goods producers purchase intermediate goods $y_t(r)$, $r \in (0, 1)$ each priced $p_t(r)$, and aggregate them to form the composite, final good Y_t using the aggregation technology

$$Y_t = \left[\int_0^1 y_t(r)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dr \right]^{\frac{\epsilon}{1-\epsilon}}, \quad (1.18)$$

where ϵ measures the elasticity of substitution between intermediate goods. The composite good Y_t is sold at price P_t to households, capital producers and the government, under a perfectly competitive structure. Once again, input demand $y_t(r)$ for each intermediate good obtains from the profit maximization, as follows

$$y_t(r) = \left(\frac{p_t(r)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t, \quad (1.19)$$

while the no-profit condition allows the following definition for the composite-good price P_t :

$$P_t = \left[\int_0^1 p_t(r)^{1-\epsilon} dr \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}. \quad (1.20)$$

Retailers

Retailers behave similarly to the labour unions described above : they purchase homogenous intermediate goods at real price ϕ_t and differentiate them costlessly, thus acquiring market power. As above, we assume that each retailer can re-optimize the price $p_t(r)$ for its variety r only after receiving a random signal occurring with probability $1 - \xi_p$. If this signal is not received (probability ξ_p) the retailer does not reoptimize but modifies its price according to the indexation rule

$$p_t(r) = p_{t-1}(r) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_p} \quad (1.21)$$

where ι_p measures the degree of indexation.

The demand faced by retailers is drawn from (1.19). Considering this as well as the indexation rule in (1.21), a retailer having received the signal to re-optimize will set $p_t^*(r)$ in order to solve the following problem :

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_p)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) y_{t+s}(r) \left[\frac{p_t^*(r)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_p} - \phi_{t+s} \right], \quad (1.22)$$

with the associated first-order condition :

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_p)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) y_{t+s}(r) \left[\frac{p_t^*(r)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_p} - \phi_{t+s} M_{p,t+s} \right] = 0; \quad (1.23)$$

where $M_{p,t} = (\frac{\epsilon}{\epsilon-1})u_t^p$ represents the gross price mark-up and u_t^p is a shock with the usual AR coefficient ρ_p and the innovation $\varepsilon_t^p \sim (0, \sigma_p^2)$. Finally, the dynamics of the final good price P_t are similar to that of the wage W_t and are thus

$$P_t = \left[(1 - \xi_p)P_t^*(r)^{1-\epsilon} + \xi_p \left(P_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_p} \right)^{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}. \quad (1.24)$$

Intermediate goods producers

Intermediate-good firms produce y_t by hiring capital services $u_t K_t$ from households at rate R_t^H and labour services L_t from labour packers at price W_t . These two inputs are combined using the standard Cobb-Douglas function

$$y_t = a_t (u_t K_t)^\alpha (L_t)^{1-\alpha}, \quad (1.25)$$

where α represents the capital share in income and a_t is a productivity shock following a first-order auto-regressive process with coefficient ρ_a and innovation $\varepsilon_t^a \sim (0, \sigma_a^2)$. The usual first-order conditions govern quantities used for the capital and labour inputs, as follows (recall that ϕ_t is the price of intermediate goods relative to final goods) :

$$R_t^H = \phi_t \alpha \frac{y_t}{u_t K_t}; \quad (1.26)$$

$$\frac{W_t}{P_t} = \phi_t (1 - \alpha) \frac{y_t}{L_t}. \quad (1.27)$$

1.2.4 Capital producers

Following much of the literature [Bernanke et al., 1999, Christiano et al., 2005, Brzoza-Brzezina and Kolasa, 2013] we assume that each period, capital producers combine the stock of non-depreciated capital $(1 - \delta)k_t$ with a quantity i_t of final goods and transform them into new units of the capital good, which can then be sold to households in a competitive market at price q_t . This investment entails the following accumulation law for capital :

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] i_t, \quad (1.28)$$

where $F(\frac{i_t}{i_{t-1}})$ represents adjustment costs that punish large changes to investment, and x_t is a shock specific to the investment technology which affects the economy's ability to transform the final good into capital. As usual, this shock follows a first-order auto-regressive process, with coefficient ρ_x and innovation $\varepsilon_t^x \sim N(0, \sigma_x^2)$. The optimal choice of capital producers leads to the following expression

$$1 = q_t x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) - F'\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right)\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] + \beta E_t \left[\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) q_{t+1} x_{t+1} F'\left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right) \left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right)^2 \right] \quad (1.29)$$

1.2.5 Monetary and fiscal policies

The monetary authority sets the (gross) nominal interest rate R_t^n according to the following Taylor rule :

$$\ln\left(\frac{R_t^n}{R^n}\right) = \rho_i \ln\left(\frac{R_{t-1}^n}{R^n}\right) + (1 - \rho_i) \left[\rho_\pi \ln \frac{\Pi_t}{\Pi} + \rho_y \ln \frac{Y_t}{Y} \right] + \varepsilon_t^r, \quad (1.30)$$

where R^n , Π and Y are the steady-state values of the nominal interest rate, the inflation rate and aggregate output, respectively, and ε_t^r is a monetary policy shock whereby $\varepsilon_t^r \sim N(0, \sigma_r^2)$.⁶ The standard interpretation of this rule is that it reflects the central bank's control of the monetary market with an aim to minimize deviations of the inflation rate and production from their target values. The link between the nominal interest rate and the real interest rate is described by the Fisher's relation :

$$R_t = E_t \left(\frac{R_t^n}{\Pi_{t+1}} \right) \quad (1.31)$$

Finally, each period, the government spends a sum g_t on final goods and finances these expenditures via lump taxation T_t imposed on households. In our work, these public expenditures are assumed to follow a first-order auto-regressive process with coefficient ρ_g and innovation $\varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2)$.

1.2.6 Aggregation and market equilibrium

The model is closed by the following resource constraint :

$$Y_t = c_t + i_t + g_t + v(u_t)K_t \quad (1.32)$$

which states that aggregate production is allocated to consumption expenditures, investment, government expenditures and costs related to changes in the utilisation rate of capital.

1.3 Two models with financial frictions

This section presents two versions of the model with financial frictions. These two versions share the following key departure from the benchmark structure described above : households do not directly manage the economy's stock of physical capital and do not choose its utilization rate. Instead, a new class of economic agents, entrepreneurs, make the decisions related to capital accumulation and its utilization rate, while households only indirectly affect these decisions by financing part of the entrepreneurs purchases of capital.

The two models with financial friction models differ in the manner by which the link between savings and capital allocation is perturbed by agency problems. In the first model, a

6. Note that we are implicitly assuming that the shock ε_t^r has zero persistence, even though the interest rate itself will have significant persistence effects resulting from the form of (1.30).

costly-state verification (CSV) problem is set up, following Bernanke et al. [1999], whereas in the second, a limited engagement (or costly enforcement) environment is specified following Gertler and Karadi [2011]. As we show below, the crucial *practical* difference between these two environments lies in the temporal nature of the link between expected future returns to capital and leverage : while the financial contract derived from Bernanke et al. [1999] implies a relation linking current leverage to expected capital returns one-period hence only, Gertler and Karadi [2011] leads to a situation where current leverage is function of a distributed sum of all such future expected returns to capital. Below we derive these links for the two financial-friction models by considering that the frictions affect the relationship between households (the ultimate sources of loanable funds) and entrepreneurs, the ultimate users of loanable funds.⁷ The next subsections describe how the benchmark model is modified by the introduction of the two financial frictions.

1.3.1 Households

As mentioned above, the financial-friction models assume that households do not possess the capacity to accumulate and manage physical capital. Household decisions therefore do not include capital accumulation and utilisation decisions. They thus choose labour supply l_t , consumption c_t and savings through bonds b_{t+1} , which are interpreted as collective lending to the combined Entrepreneurial/Banking block. To cover these expenditures, the representative household relies, as before, on labour income $\frac{W_t^h}{P_t}$, gross returns on financial assets (deposits) $R_{t-1}b_t$, transfers T_t from the government and dividends Π_t from firms. Optimization requires that the choices for c_t , b_{t+1} and l_t maximise expected flows of discounted utilities in (1.3) but under the following, updated budget constraint :

$$c_t + b_{t+1} \leq \frac{W_t^h}{P_t} l_t + R_{t-1}b_t + T_t + \Pi_t \quad (1.33)$$

First-order conditions associated with this problem are :

$$(c_t - hC_{t-1})^{-1} = \lambda_t; \quad (1.34)$$

$$\beta R_t E_t(\lambda_{t+1}) = \lambda_t; \quad (1.35)$$

$$l_t^\phi = \lambda_t \frac{W_t^h}{P_t}. \quad (1.36)$$

7. In our environment, it is therefore not necessary to specifically assign the agency problem as applying to financial intermediaries or to entrepreneurs; what matters is that the friction affects the link between savings by households and physical capital investment, which could be interpreted as being organized by a combined Entrepreneurial/Financial Intermediary block. This strategy is different from the one in Villa [2013, 2016], which makes a clear distinction between the CSV friction, which is hypothesized to apply to the entrepreneurial sector and the costly enforcement friction, assumed to relate to the banking sector. In her work, an econometric result whereby one friction is preferred to the other is therefore interpreted as informing the reader about the sector (entrepreneurial or banking) most affected by financial frictions. As we show below, the crucial distinction between the two financial frictions more likely lies in the dynamics of the link they imply between current leverage and future expected capital returns.

1.3.2 Entrepreneurs

A new class of economic agents, entrepreneurs, now intervene in the economy. Entrepreneurs are agents that accumulate physical capital and manage its utilization. Specifically, they purchase new capital goods at the end of period t and then, in period $t + 1$, choose an utilisation rate and rent the resulting capital services to intermediate-good producers. Entrepreneurs' purchases of capital are financed by their own accumulated net worth (see below) and by lending originating from households' savings (the bonds b_t described above). In this set-up, financial intermediaries play no special role and can be equally interpreted as a collective of households managing aggregate savings. To ensure entrepreneurial net worth never becomes sufficient to completely cover capital purchases, entrepreneurs are assumed to be finite-lived : an entrepreneur alive at period t survives with probability θ , constant and independent of history, which implies that a given entrepreneur's expected life is $\frac{1}{1-\theta}$. The fraction $(1 - \theta)$ of entrepreneurs who exit the economy consume their accumulated net worth and at period $t + 1$, a cohort of newly-born entrepreneurs enter the scene with a very small amount of net worth N_t^e .⁸ Finally, entrepreneurs are risk-neutral.

As of mid-period t , after having received payments related to rental services of the capital they manage, a given entrepreneurs owns net worth N_t and purchases the quantity of capital K_{t+1} for next period's at price q_t . Total outlays are thus $q_t K_{t+1}$ and the entrepreneur finances these outlays by using net worth N_t and external finance $B_{t+1} = q_t K_{t+1} - N_t$ from the financial intermediary/collective household savers. Expected receipts at period $t + 1$ are obtained as follows : income $R_{t+1}^H u_{t+1} k_{t+1}$ that comes from the rental of capital to intermediate-good producers, with u_{t+1} the utilisation rate of capital and associated utilisation costs $v(u_{t+1})k_{t+1}$, as well as $q_{t+1}(1 - \delta)K_{t+1}$ related to the value of non-depreciated capital. The expected future return to the capital managed by the entrepreneur can thus be defined as follows :

$$E_t(r_{t+1}^k) = E_t \left[\frac{R_{t+1}^H u_{t+1} - v(u_{t+1}) + (1 - \delta)q_{t+1}}{q_t} \right] \quad (1.37)$$

Notice that as written, the expected return to capital is identical to (1.9), its definition when households own and operate the capital in the no-friction model. We now present the specific features of the two financial-friction models.

1.3.3 Financial Friction I : Costly State Verification

The first financial friction analyzed is based on the pioneering work of Bernanke et al. [1999]. The authors assume that an agency problem exists between households, who provide the bulk of the financing of capital purchases and the entrepreneurs, who use these funds to purchase and manage these capital goods.

8. Gertler and Karadi [2011] use a similar assumption and operationalize it by assuming that entrepreneurs are agents "on leave" from their larger household family, with the mandate to accumulate net earnings and transfer them back to their larger family when the time to exit the entrepreneurial sector arrives.

The agency problem arises as follows. First, individual returns from the projects managed by the entrepreneurs are subject to idiosyncratic risk. As such, the realized project return might differ from its expected value in (1.37) and instead is $\omega E_t(r_{t+1}^k)$, where ω is an *i.i.d* variable with mean 1 and cumulative distribution function $F(\omega)$.⁹ Projects with relatively high realized returns, ie. $\omega \geq \bar{\omega}$ will lead their managers to pay back their loans to their lenders, whereas those with $\omega < \bar{\omega}$ will lead managers to default on obligations to lenders, with the cut-off value $\bar{\omega}$ determined endogenously every period. Defaulting leads to an automatic audit of the failed project ; project managers (the entrepreneurs) receive nothing in that event and lenders keep all recoverable value from the project : as such for an individual return ω , a default recovers $(1 - \mu)\omega r_{t+1}^k q_t k_{t+1}$ for the lender, where μ represents monitoring or auditing costs supported by the lender in order to recover value from the defaulted project.

Bernanke et al. [1999] integrate these features in a financial contract that maximizes the expected net return to the entrepreneur managing the project, subject to a participation constraint that ensures households (the ultimate purveyors of loanable funds) receive the opportunity costs of the funds engaged in financing entrepreneurs, ie. the real (risk-free) return R_t (recall the budget constraint (1.33)). The upshot of this contract is a positive relationship between leverage $q_t K_{t+1}/N_t$ achieved by a given entrepreneurs over the internal funds invested in the project (the net worth N_t), on the one hand, and the expected premium of the return to capital $E_t(r_{t+1}^k)$ over the real riskless rate R_t , on the other, so we have

$$\Psi \left(E_t r_{t+1}^k / R_t \right) = \frac{q_t K_{t+1}}{N_t} \quad (1.38)$$

where $\Psi'(\cdot) > 0$ and the specific form of $\Psi(\cdot)$ results from parametric assumptions about the idiosyncratic uncertainty and the auditing costs. Since $\Psi'(\cdot) > 0$, the higher is the expected return to installed capital, the higher the borrowing capacity of a given entrepreneur is and as such, the higher the leverage this entrepreneur can achieve over its own net worth when financing and undertaking projects.¹⁰ Note that up to a first-order approximation, (1.38) can be rewritten as

$$\hat{r}_{t+1}^k - \hat{R}_t = \nu \left[\hat{q}_t + \hat{k}_{t+1} - \hat{N}_t \right], \quad (1.39)$$

where a hatted variable expresses its deviation from steady-state and ν is the (inverse) of the elasticity of $\Psi(\cdot)$ with respect to the premium $(E_t r_{t+1}^k / R_t)$ evaluated at the model's steady state. This last expression illuminates how the model with financial frictions interacts with the estimation process : recall that the corresponding equation in the no-friction model, (1.10), contained no wedge between the expected return to capital and the risk-free rate. The presence of the extra term on the right-hand side of (1.39) shows that the estimation process for the model with financial frictions will seek to depart from this one-to-one correspondence, in ways that will potentially help the framework better replicate data patterns. Note, however, that

9. The log-normal cdf is frequently used in this literature.

10. See Bernanke et al. [1999] for further details about the properties of $\Psi(\cdot)$.

according to (1.39), the “wedge” between the expected future return to capital and the risk-free rate includes only contemporaneous variables. As shown below, a similar expression emerges from the second financial-friction model considered but in that second expression, expectations about the future play a bigger role.

For convenience, our empirical work uses the following simple transformation of (1.39) :

$$\hat{q}_t + \hat{k}_{t+1} - \hat{N}_t = \phi^{BGG} \left[r_{t+1}^k - \hat{R}_t \right], \quad (1.40)$$

where ϕ^{BGG} naturally equals $1/\nu$. Considering that a range $\nu \in [0.04 \ 0.10]$ has been used in the calibration/estimation literature [Bernanke et al., 1999, De Graeve, 2008, Christensen and Dib, 2008, Villa, 2016], (1.40) implies values in the range [10 25] for ϕ^{BGG} , indicating that according to this literature, entrepreneurs’ leverage is highly responsive to small disruptions in the premium of capital return to the safe rate : a 1% shock to that premium thus leads to a 20% spike in leverage according to the benchmark calibration of Bernanke et al. [1999] ($\nu = 0.05$). As we will see below, the contract derived from the costly enforcement paradigm of Gertler and Karadi [2011] leads to very different dynamics.

Considering that the amount lent out to a given entrepreneur is $q_t K_{t+1} - N_t$, that successful entrepreneurs will have to pay the sum $E_t[r_{t+1}^k](q_t K_{t+1} - N_t)$ to financial intermediaries next periods and that the risk of exiting the status of entrepreneur in the next period is $1 - \theta$, the following law of motion for the aggregate stock of entrepreneurial net worth obtains :

$$N_{t+1} = \theta \left[r_{t+1}^k q_t K_{t+1} - E_t[r_{t+1}^k] (q_t K_{t+1} - N_t) \right] + (1 - \theta) N_t^e. \quad (1.41)$$

1.3.4 Financial friction II : Costly Enforcement

We now follow Gertler and Karadi [2011] and assume away the presence of the idiosyncratic risk and the auditing costs. Instead, a problem of costly enforcement now limits the extent to which the households (the ultimate lenders) can retrieve value from projects if the entrepreneur managing it chooses to abscond with the resources.

This agency problem works as follows. After obtaining resources from the intermediary and purchasing $q_t K_{t+1}$ in newly-produced capital, an entrepreneur may choose to divert these resources towards a private project and abandon his loan engagements. Gertler and Karadi [2011] assume that in such an instance, lenders can only repossess a fraction $(1 - \omega)$ of the project value, with ω now a fixed parameter related to bankruptcy laws. In turn therefore, a defaulting entrepreneur keeps $\omega q_t K_{t+1}$. The cost to defaulting, from the entrepreneur’s point of view, is a permanent ban from credit markets following default. In that context, the decision to default will weigh the arbitrage between the long term benefits of continued access to credit (a “charter value”) versus the short term benefit of the diverted funds.

As indicated above, Villa [2013, 2016] provides a closely related contribution to the present paper. However those contributions make an important conceptual distinction between the

costly-state verification friction, which is assumed to apply to the entrepreneur-intermediary relationship, and the costly enforcement one, which is thought to affect the intermediary-household link. As indicated above, here we assume that both agency problems affect more generally the link between the ultimate suppliers of loanable funds (the households) and those managing purchases and utilization of capital goods (the entrepreneurs), ie. the link between saving and capital. We also show that the key practical distinction between the two frictions lies in the dynamics pattern they imply.

In that context, let's review the entrepreneur's problem : as of the end of period t , this entrepreneur purchases the quantity K_{t+1} of capital goods at price q_t , covering the expenses $q_t K_{t+1}$ with a mix of accumulated net worth N_t and external funds $B_t = q_t K_{t+1} - N_t$. The cost of the external funds is R_t , the opportunity costs of funds from intermediaries, who source these funds from household deposits. Considering that the project will obtain a return r_{t+1}^k next period, the entrepreneur considers the following law of motion for net worth :

$$N_{t+1} = r_{t+1}^k q_t K_{t+1} - R_t B_t = \left(r_{t+1}^k - R_t \right) q_t K_{t+1} + R_t N_t, \quad (1.42)$$

where the last equality illustrates that the extra return earned for an entrepreneur stems from the ability to leverage net worth into larger projects via external financing. As we did above, we assume that the entrepreneur is finitely-lived, with probability $1 - \theta$ of exiting the economy at every instance so that conversely, θ denotes the probability of surviving. Considering that surviving entrepreneurs have the incentive to keep investing any return in new projects to bring back the maximum income possible to their extended household family, the *expected* terminal period net worth for a given entrepreneur is

$$V_t = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (1 - \theta) \theta^s (\beta)^{s+1} \left(\frac{\lambda_{t+1+s}}{\lambda_t} \right) \left[(r_{t+1+s}^k - R_{t+s}) q_{t+s} K_{t+s+1} + R_{t+s} N_{t+s} \right] \quad (1.43)$$

with respect to (1.42). In this expression, the quantity $\beta^{s+1} \lambda_{t+1+s} / \lambda_t$ reflects the fact that exiting entrepreneurs re-integrate a household "family" after leaving the entrepreneurial sector. The quantity V_t thus represents the value, for an entrepreneur, of continued access to credit markets. In that context, the costly-enforcement credit constraint implies that intermediaries will only lend to entrepreneurs that have an incentive to honor their engagements and not default, which requires

$$V_t \geq \omega q_t K_{t+1}. \quad (1.44)$$

Gertler and Karadi [2011] demonstrate that the value V_t in (1.44) can be expressed with the following recursive formulation :

$$V_t = \nu_t q_t K_{t+1} + \eta_t N_t, \quad (1.45)$$

where

$$\nu_t = E_t \left[(1 - \theta) \beta \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(r_{t+1}^k - R_t \right) + \beta \theta \nu_{t+1} \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(\frac{q_{t+1} K_{t+2}}{q_t K_{t+1}} \right) \right], \quad (1.46)$$

and

$$\eta_t = E_t \left[\beta(1 - \theta)R_t \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) + \beta\theta\eta_{t+1} \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(\frac{N_{t+1}}{N_t} \right) \right]. \quad (1.47)$$

By combining (1.44) holding at equality and (1.45), one obtains the following for maximum leverage allowed :

$$\frac{\eta_t}{\omega - \nu_t} = \frac{q_t K_{t+1}}{N_t} \quad (1.48)$$

This is *qualitatively* similar to expression (1.38) above, which was arrived at using the financial friction derived from the CSV environment. In both equations, an increase in the expected return to installed capital raises the borrowing capacity for a given entrepreneur ; ie. it entails an increase in the leverage $q_t K_{t+1}/N_t$ that can be achieved over accumulated net worth when undertaking projects (in 1.48, it works through an increase in ν_t).

Importantly, expression (1.48) is also more complex than (1.38) in that it implicitly includes a weighted average of *all* future expected return to expected capital (again see (1.46)). Up to a first-order approximation one can indeed show that (1.48) is equivalent to

$$\hat{r}_{t+1}^k - \hat{R}_t = \nu_1 \left[\hat{q}_t + \hat{k}_{t+1} - \hat{N}_t \right] - \nu_2 E_t \left[\hat{q}_{t+1} + \hat{k}_{t+2} - \hat{N}_{t+1} \right], \quad (1.49)$$

where the coefficients ν_1 and ν_2 depend on the structural parameters of the model, notably ω . This shows that the costly-enforcement model, by linking leverage to a difference equation related to future expected returns to capital, has the potential to capture different correlation patterns in the data. Further, (1.49) can then also be inverted to deliver the following equivalent to (1.40) above :

$$\hat{q}_t + \hat{k}_{t+1} - \hat{N}_t = \phi_1^{GK} \left[\hat{r}_{t+1}^k - \hat{R}_t \right] + \phi_2^{GK} \left[\hat{q}_{t+1} + \hat{k}_{t+2} - \hat{N}_{t+1} \right]. \quad (1.50)$$

Note that commonly calibrated and estimated models [Gertler and Karadi, 2011, Villa, 2016] using these types of frictions imply values for ϕ_1^{GK} and ϕ_2^{GK} equal to 2.4 and 0.98, respectively. This implies that (1.40) and (1.50) deliver strikingly different dynamic patterns in the relationship between current allowed leverage and the premium of the expected return on capital over the risk-free rate : while in the former equation, leverage reacts solely, but very substantially to the one-period-hence expected premium, in the latter, leverage responds to a distributed sum of all future such premia.¹¹ Our empirical work below exploits this stark difference between the two models to analyse which one is preferred by the data.

Finally, note that at the aggregate level, entrepreneurial net worth evolves according to the following law of motion :

$$N_{t+1} = \theta \left[(r_{t+1}^k - R_t) \frac{q_t K_{t+1}}{N_t} + R_t \right] N_t + (1 - \theta) N_{t+1}^e, \quad (1.51)$$

11. An expression like (1.50) is *implicit* in contributions using the costly enforcement of Gertler and Karadi [2011]. However, this paper is the first to explicitly develop and analyze this expression. Details on how to obtain (1.50) are available from the authors.

where the equilibrium solution for allowed leverage in (1.48) can be used and incorporated in (1.51).

1.4 Data and estimation strategy

Under rational expectations, a dynamic solution to each of the three model versions can be computed using standard methods and will take the following state-space form :

$$\hat{s}_t = A\hat{s}_{t-1} + B\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Omega) \quad (1.52)$$

and

$$\hat{o}_t = C\hat{s}_t, \quad (1.53)$$

where again hatted variables represent relative deviations from steady-state values, the vector s_t collects all state (pre-determined and exogenous) variables and o_t designates the vector of observable endogenous variables. The vector ε_t denote perturbations to the state vector, incorporating the model's exogenous shocks. The matrices A , B , and C are non-linear functions of all model parameters and will depend on model specification.¹²

As written, the system (1.52)-(1.53) supposes that all parameter values underlying the matrices A , B , C and D are known. However, a very dynamic literature has emerged that provides methods whereby time-series data are used in conjunction with the model solution (1.52)-(1.53) to estimate these parameters. One important such method is via the Bayesian methodology, more specifically using the MCMC algorithm. The present paper makes use of this method, as implemented by the software *Dynare*.¹³

Our estimation uses the following set of variables for the vector o_t : the real gross domestic product (which corresponds to y_t in the model), real private consumption expenditures (c_t), real private fixed investment (i_t), hours worked, the inflation rate (P_t/P_{t-1}) and the nominal interest rate (R_t^n). These data concern the U.S. economy and are downloaded from *FRED* (Federal Reserve Economic Data). They are HP-filtered and cover the period 1966Q1-2008Q3. This sample corresponds to the pre-crisis period (the failure of Lehman Brothers happened in October 2008) and share their starting point with the data used by Smets and Wouters [2007]. In this sense, the objective of our work is to compare the empirical performance of our model versions during "normal" times. Once a sample is available for the vector of observable variables o_t , estimation proceeds via the MCMC Bayesian method and the priors described below, as implemented by *Dynare*.

12. Solutions methods that arrive at the state space solution (1.52)-(1.53) described above include Blanchard and Kahn [1980] and King and Watson [2002].

13. Bayesian estimation of DSGE models via the MCMC can be particularly useful when available data are imperfectly informative about parameters. See An and Shorfheide [2007] and Fernández-Villaverde [2010] for overviews of Bayesian analysis in the context of DSGE models. Other estimation methods employed in the DSGE context include full-information maximum likelihood [Ireland, 2004] or conditional moment matching [Christiano et al., 2005, Meier and Muller, 2006].

1.5 Results and Analysis

This section presents our estimation results. First, Section 1.5.1 discusses how a subset of the parameters are calibrated rather than estimated, a standard feature of the DSGE literature. Next, Section 1.5.2 displays the results of our benchmark estimation, which consists of a MCMC Bayesian estimation of all remaining parameters, for the three versions of the model. Section 1.5.3 presents our robustness analysis.

1.5.1 Parametrisation and Calibration

As described above, a variable utilisation rate of installed capital has often been introduced in DSGE models in order to loosen the otherwise tight relationship between the stock of capital and its rental rate. Above, we have described how utilizing capital at rate u_t entails costs of $v(u_t)$. In our empirical work, we specialize this by assuming

$$v(u_t) = \varrho_1(u_t - 1) + 0.5\varrho_2(u_t - 1)^2.$$

This functional form implies that a steady state with $u = 1$ is compatible with zero utilization costs, provided that $\varrho_1 = R^H$; recall the first-order condition (1.8). We impose this and further denote $\zeta = \varrho_2/\varrho_1$; our Bayesian procedure below thus estimates the parameter ζ , from which a value for ϱ_2 can be recovered.

Next, the adjustment costs affecting the process by which physical capital is accumulated were represented by the generic function $F(i_t/i_{t-1})$ in Subsection 2.4 above. We now specialize this function to

$$F(i_t/i_{t-1}) = 0.5\xi \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2,$$

and our Bayesian procedure below estimates the value for ξ .

As is standard in the literature estimating DSGE models, a subset of model parameters are set to specific numerical values (*calibrated*) instead of being estimated. In that context, Table 1.1 presents the calibrated values for five parameters related to the production sector that are common to the three model versions. First, the discount factor β is fixed at 0.99, implying an (annualized) real interest rate equal to 4% in the steady-state. Next, the share of income allocated to capital α is equal to 0.3. The depreciation rate of capital, δ , is then set at 0.025, corresponding to an annualized rate of 10%. Finally, the elasticities of substitution in the goods market and in the labour market are both calibrated to the value 6, in order that price and wage net mark-ups of 20% obtain in the steady-state.¹⁴

Next, Table 1.2 depicts how the parameters relevant for the financial contract and financial sector are calibrated for the two model versions with financial frictions. Both models are

14. Calibrated parameters are usually employed when the data used in the subsequent estimation stage contain little information about these parameters. The values displayed in Table 1 are standard in this literature.

set-up in a manner that the computed steady-state implies the following : a steady-state leverage of project size over net worth (qk/N) equal to 2, and a premium of the return to capital relative to the risk-free rate (r^k/R) of 200 basis points (or 2 percentage points), on an annualized basis. These values are in the middle of the range used by researchers working with financial friction models. In our opinion, it is important that the two model versions with financial frictions share a common steady state, in order to pinpoint precisely how the two frictions affect model dynamics differently. Table 1.2 next shows that reaching these targets in turn implies numerical values for important parameters in each financial-friction version of the model. Notably, in the CSV framework stemming from Bernanke et al. [1998], it obtains that θ , the parameter governing the speed at which net worth can be accumulated in the entrepreneurial sector, should be equal to 0.9851. Further, the parameter ν –recall expression (1.39)– is set to 0.05, following Bernanke et al. [1998] and Villa [2016]. As discussed above, this value is in the middle of the range used in the literature and implies a value $\phi^{BGG} = 20$ in (1.40) : current leverage displacements are thus associated with large changes in the premium of expected capital returns over the risk-free rate. In the costly enforcement mechanism from Gertler and Karadi [2011], ensuring that the steady state match the targets requires that the parameter θ be assigned the value 0.9783, while the fraction of funds that can be diverted by entrepreneurs (ω) must be equal to 0.348. Note that these imply values $\phi_1^{GK} = 2.41$ and $\phi_2^{GK} = 0.98$ in (1.50) : leverage displacements are thus linked to a distributed sum of future premia for capital returns relative to risk-free rates.

1.5.2 Bayesian estimation : benchmark results

This subsection presents our benchmark results. We estimate the three versions of the model via Bayesian methods. Each model uses the calibrated parameter values in Table 1.1 ; additionally, the two financial-frictions models use the parameters described in Table 1.2. This leaves 22 that are estimated by each model : 8 parameters related to production and pricing ($h, \phi, \xi, \zeta, \iota_w, \xi_w, \iota_p$ and ξ_p), three related to the structure of the monetary policy reaction function (ρ_i, ρ_π and ρ_y), and eleven parameters governing the persistence ($\rho_w, \rho_p, \rho_a, \rho_x, \rho_g$) and volatility ($\sigma_w, \sigma_p, \sigma_a, \sigma_x, \sigma_g$, and σ_r) of the six exogenous shocks.¹⁵ It is worth emphasizing that the three models are estimated using the same, common set of six time-series described above. In that sense, the financial frictions affect estimation results only via their impact through the expressions (1.40) and (1.50). In other words, a model with a financial friction will be preferred by the data only because a link like (1.40), say, allows to increase our method’s evaluations of the model’s marginal likelihood.¹⁶ Finally, note that the model

15. Recall that we have assumed the monetary policy shock ε_t^r has zero persistence.

16. Another, conceptually different way by which models with financial frictions can help models better match data is through their ability to bring other sets of data, like leverage and premia, to bear on the analysis, which is impossible to convey in the models with no financial frictions. One could therefore envision using available data on the premia of capital returns over risk-free rates, or entrepreneurial leverage, and estimate the models using such data. See De Graeve [2008] for a discussion.

with no financial frictions has no implications for entrepreneurial leverage and indeed has no role for entrepreneurs. This results in a steady state that is numerically different than the one common to the two financial-friction models. To ensure that we only study these models' ability to account for the *dynamics* of the data, we follow some of the literature [Bernanke et al., 1999, Meh and Moran, 2010] and apply the out-of-steady state solution from the model with no financial friction to the steady-state of the financial friction models.

Tables 1.3, 1.4 and 1.5 thus display the results of Bayesian estimation for the parameters related to the model with no financial friction, the model with a friction à la Bernanke et al. [1999], and the model with a friction à la Gertler and Karadi [2011], respectively. Each table reports the prior distributions of parameters and their posterior means and 90% confidence bands. The prior hypotheses (distributions) of parameters are chosen in order to follow Smets and Wouters [2007] as close as possible.

First the priors used are broadly similar to those used in the literature estimating DSGE models via Bayesian methods [Smets and Wouters, 2003, 2007, Queijo von Heideken, 2009, Brzoza-Brzezina and Kolasa, 2013, Villa, 2016]. Indeed, a substantial degree of habit formation ($h = 0.7$) is present and labour supply is relatively elastic relative to the wage ($\phi = 2.0$). Further, the importance of nominal rigidities (ξ_p, ξ_w) and the extent to which indexing to past inflation is present (ι_p, ι_w) is assumed, relatively conservatively, to be centered around 0.5. Turning to monetary policy, the priors related to the policy rule imply a fairly high of interest rate smoothing ($\rho_i = 0.75$), a response to inflation equal to the one originally advocated by Taylor ($\rho_\pi = 1.5$) and a very modest response to output deviations from steady state ($\rho_y = 0.12$). Finally, the priors related to the shock processes' serial correlation and standard errors are set in a fairly diffuse manner at 0.5 for the auto-correlation coefficients and 0.05 for the standard errors.

An examination of the results for the model with no financial frictions, In Table 1.3, reveals the following points of interest. First, glancing at the table shows that the posterior distribution for some of the parameters has shifted substantially from its prior. Notably, significant degrees of price and wage rigidity have been confirmed by the data, but the degree to which prices are indexed to past values when a new optimisation is not allowed (an indexing process governed by the parameters ι_w and ι_p) has been heightened substantially, with mean values for ι_w and ι_p increasing from the 0.5 to the 0.75 range. In addition, for the monetary policy rule, the mean degree of interest rate smoothing is substantially lower than the prior suggested (0.52 relative to 0.75) while the response to inflation is higher (2.12 instead of 1.5). Finally, the volatility in the wage mark-up (σ_w) and the marginal efficiency of investment (σ_x) innovations are higher than their respective relatively non-informed priors. The mean values of some other parameters has, by contrast, not changed substantially from the initial priors. Note in that respect that the values for ξ and ζ , the parameters indexing the importance of adjustments costs for investment and capacity utilization, respectively, are very similar to their 4.0 and

0.2 (mean) priors. Additionally, the very low response to output deviations in the a priori monetary policy rule is confirmed by the posterior mean. Overall these results appear broadly consistent with those from [Smets and Wouters, 2003, 2007].¹⁷

Let us now look at the impact of the financial frictions on our Bayesian procedure. First, Table 11.4 reports some interesting finding about nominal rigidities and indexation : whereas the model without financial frictions (whose results are depicted in Table 1.3) showed higher posterior means for the indexation parameters, Table 1.4, reporting on the model with the CSV friction, depicts much lower values for these parameters. At the same time, the Table indicates that the parameters related to price rigidity (ξ_w and ξ_p) now have higher means. Including financial frictions thus results in a revised appreciation of the process by which prices and wages evolve, with less importance given to indexation and more to actual rigidities. Turning to estimates for the monetary policy rule, Table 1.4 reports that interest rate smoothing is higher than it was in Table 1.3 and much closer to priors, whereas the response to inflation deviations is more modest. As it was in Table 1.3, the response to output deviations remains very small. Finally, the estimates related to the model's exogenous shocks reveal that some results from Table 1.3 are confirmed, among them the numerical importance of shocks to the efficiency of investment, as governed by the parameter σ_x ; meanwhile some other results are modified substantially ; noticeably, the model with financial frictions appears to give a much more important weight to volatility arising from the wage mark-up shocks (σ_w). Evidently, the presence of the financial friction, by modifying the model link between return to capital and the first-free rate, has had an impact on all estimated parameters.

Turning to Table 1.5, which reports estimates linked to the costly enforcement model à la Gertler and Karadi [2011], one can see that the model's nominal rigidities have changed again : the mean posterior estimates for the two parameters linked to indexation are now substantially lower than in both Table 1.3 and Table 1.4. By contrast, the parameter linked to adjustment costs for investment, (ξ), now has a much higher posterior mean than in the two previous tables of results. Interestingly, the parameters related to monetary policy are now back to values similar to those attained in the no-financial friction model (Table 1.3), with the interest rate smoothing parameter notably seeing his posterior mean decline back to around 0.5. Finally, the main sources of volatility continue to arise from the shock to the marginal efficiency of investment (σ_x) and shocks to the wage mark-up shock (σ_w). As a recap, Tables 1.3-1.5 show that the financial frictions importantly affect the Bayesian estimation of several model parameters, through their impact on one key aspect of the New Keynesian model's dynamic correlation pattern between capital returns and the risk-free rate.

17. In contrast to our work, Smets and Wouters [2003] use linearly detrended data to conduct their analysis while Smets and Wouters [2007] employ random walk processes. Such different strategies may have consequences for the interaction implements between model and data by the estimation process.

1.5.3 Data marginal density

Table 1.6 presents the data marginal densities for the model with no frictions, the model with a friction à la Costly State Verification and the model with a friction à la Costly Enforcement from our benchmark estimation exercises. The direct comparison between the densities emphasises the following evidences. First, introducing financial frictions, either à la Bernanke et al. [1999] or à la Gertler and Karadi [2011], does appear to improve the capacity of the model to fit observed U.S. macroeconomic data. This evidence suggests therefore that the presence of the Costly State Verification problem and the Costly Enforcement problem in a debt contract are empirically important. Second, the table shows that the improvement on the standard model from using the Bernanke et al. [1999] friction is marginal, while using the Gertler and Karadi [2011] friction leads to more substantial improvements in the marginal density. Recalling the threshold of 2.3 proposed by Jeffreys [1961] when assessing differences in marginal log-densities from Bayesian estimations, our benchmark results would thus suggest that a substantial, statistically significant improvement occurs when the costly enforcement friction à la Gertler and Karadi [2011] is used.

1.5.4 Sensitivity analysis

One sensitivity exercise concerns our calibration of important aspects of the financial contract in our model economy. It is important to assess whether the results presented above are sensitive to changes in that calibration. To this end, Table 7 presents the results obtained when our Bayesian estimation is repeated for different calibrations of the steady-state *spread* between the return on capital and the risk-free rate. Recall that in our benchmark calibration, that spread was set to 2% on an annualized, net basis and accordingly, the middle row of Table 1.7 reproduces the results presented above.

Next, the table depicts two interesting results : overall, the table shows that the advantage that the financial friction à la Bernanke et al. [1999] had over the no-financial friction model appears slight and non-robust : for the calibrations of the steady-state spread for which that spread is lower than the benchmark 2%, the advantage is overturned and the model with no financial frictions is preferred. By contrast, our robustness analysis is more favorable to the model with the friction à la Gertler and Karadi [2011] : the cases where this friction is favored relative to either the no-friction model or the one with the first friction are more numerous ; note however that this statement is not consistent across all the cases reported.

Our second robustness exercise concerns the numerical value taken by the key financial friction parameter. Recall that in the case of the model with the CSV friction à la Bernanke et al. [1999], this parameter is ν , in equation (1.39), and governs how strongly deviations of leverage from its steady state value are linked to the wedge between capital return and the risk-free rate. Following the literature, our benchmark estimation results calibrated this parameter to

a value of 0.05. To assess whether the relatively disappointing results from Table 1.7 for that model stem from the value used for ν , Table 1.8 reports on estimation exercises where the 0.05 value is proposed as the *prior* in the Bayesian analysis, and the data is left to modify it via the posterior estimate. As was the case in Table 1.7, the analysis is undertaken for different values of the steady-state level of the wedge between capital return and the risk-free rate.¹⁸

Table 1.8 reports again two important results. First, the (mean) posterior estimate for ν drifts down from the 0.05 prior in all cases considered, and considerably so for the high values of the $r^k - R$ wedge. This suggests that the 0.05 value commonly used in the literature might not be the most congruent with the US data considered here. Further, letting the value of ν change according to the MCMC algorithm leads to substantial improvements in the data's marginal densities (compare Table 1.8 with the middle column of Table 1.7). This suggests that the CSV friction does have the capacity to significantly improve the fit of the New Keynesian model with the US data, but only when using values for ν significantly lower than those considered so far by the literature.

1.6 Conclusion

This paper compares three versions of the Smets and Wouters [2007] model through the Bayes' factor (the data marginal density). The first version, used as a benchmark, considers financial markets as a veil and thus includes no financial friction. The second version includes a Costly State Verification problem à la Bernanke et al. [1999], while the third version incorporates a Costly Enforcement problem à la Gertler and Karadi [2011]. The three versions of model are estimated via the Bayesian approach for the period 1966Q1-2008Q3 with U.S. data. Results indicate that the presence of financial frictions improves marginal densities, but that these improvements appear slight and not robust for the friction à la Bernanke et al. [1999], while it is more substantial and consistent for the friction à la Gertler and Karadi [2011]. Finally, estimating the key financial friction parameter from the Bernanke et al. [1999], instead of calibrating it to values often used in the literature, increases that model's performance substantially and suggests that parameter should be lower than previously considered.

18. This analysis, in effect, breaks down the structure of the model by considering the financial friction to be two separate pieces, one affecting the steady-state and the other the dynamics of the model. The approach taken here is more heuristic, using the general structure of Bernanke et al. [1999] as suggestive of the empirical work to be undertaken.

TABLE 1.1 – Calibrated Parameters : Production Sector

Parameter	Value
β , discount factor	0.99
α , capital income share	0.3
δ , depreciation rate	0.025
ϵ , elasticity of subst. in goods market	6
ϵ_w , elasticity of subst. in labour market	6

TABLE 1.2 – Calibrated Parameters : Financial Sector

Targets for Calibration	Value
$\frac{K}{N}$, Leverage Ratio	2
$\frac{r^K}{R}$, Capital Return Premium	200bp
Implied Parameter - Model 1	Value
θ , survival rate	0.9851
ν , elas. of leverage w.r.t. premium	0.05
Implied Parameter - Model 2	Value
θ , survival rate	0.9783
ω , fraction of funds entrepreneurs can divert	0.3479

TABLE 1.3 – Model with no financial friction

Parameters	Prior			Posterior		
	Distribution	Mean	St. Deviation	10%	Mean	90%
<i>Production and Pricing Parameters</i>						
h	beta	0.70	0.1	0.7306	0.7462	0.7575
ϕ	norm	2.0	0.75	0.0000	0.1211	0.2319
ξ	norm	4.0	1.5	3.9528	4.1242	4.3150
ζ	norm	0.20	0.075	0.2285	0.2426	0.2559
ι_w	beta	0.50	0.15	0.7549	0.7667	0.7799
ξ_w	beta	0.50	0.1	0.5164	0.5314	0.5426
ι_p	beta	0.50	0.15	0.7507	0.7682	0.7893
ξ_p	beta	0.50	0.1	0.4133	0.4259	0.4421
<i>Monetary Policy Parameters</i>						
ρ_i	beta	0.75	0.1	0.5090	0.5190	0.5352
ρ_π	norm	1.50	0.25	2.0963	2.1165	2.1434
ρ_y	norm	0.12	0.05	0.0564	0.0670	0.0772
<i>Shock Parameters</i>						
ρ_w	beta	0.50	0.2	0.8215	0.8459	0.8633
ρ_p	beta	0.50	0.2	0.0209	0.0612	0.0933
ρ_a	beta	0.50	0.2	0.2783	0.3020	0.3307
ρ_x	beta	0.50	0.2	0.5903	0.6047	0.6276
ρ_g	beta	0.50	0.2	0.0004	0.0059	0.0116
σ_w	invg	0.05	2.0	0.0244	0.0292	0.0341
σ_p	invg	0.05	2.0	0.0171	0.0171	0.0197
σ_a	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0060	0.0061
σ_x	invg	0.05	2.0	0.0199	0.0222	0.0242
σ_g	invg	0.05	2.0	0.0138	0.0138	0.0159
σ_r	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0059	0.0060
<i>Resulting log data marginal density :</i>				3823.94		

TABLE 1.4 – Model with friction à la Costly State Verification

Parameters	Prior			Posterior		
	Distribution	Mean	St. Deviation	10%	Mean	90%
<i>Production and Pricing Parameters</i>						
h	beta	0.70	0.1	0.6205	0.6387	0.6608
ϕ	norm	2.0	0.75	1.1628	1.3757	1.5348
ξ	norm	4.0	1.5	3.1308	3.4661	3.9124
ζ	norm	0.20	0.075	0.2648	0.2841	0.3050
ι_w	beta	0.50	0.15	0.4615	0.4823	0.5087
ξ_w	beta	0.50	0.1	0.5975	0.6256	0.6509
ι_p	beta	0.50	0.15	0.4941	0.5465	0.5970
ξ_p	beta	0.50	0.1	0.5256	0.5635	0.5940
<i>Monetary Policy Parameters</i>						
ρ_i	beta	0.75	0.1	0.7355	0.7698	0.8000
ρ_π	norm	1.50	0.25	0.9980	1.0269	1.0561
ρ_y	norm	0.12	0.05	0.0914	0.0995	0.1087
<i>Shock Parameters</i>						
ρ_w	beta	0.50	0.2	0.3989	0.4402	0.4796
ρ_p	beta	0.50	0.2	0.9832	0.9892	0.9958
ρ_a	beta	0.50	0.2	0.7280	0.7968	0.8626
ρ_x	beta	0.50	0.2	0.4365	0.5020	0.5634
ρ_g	beta	0.50	0.2	0.6482	0.7190	0.7753
σ_w	invg	0.05	2.0	0.0652	0.0846	0.1042
σ_p	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0063	0.0068
σ_a	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0060	0.0061
σ_x	invg	0.05	2.0	0.0215	0.0242	0.0269
σ_g	invg	0.05	2.0	0.0061	0.0067	0.0073
σ_r	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0059	0.0060
<i>Resulting log data marginal density :</i>				3826.44		

TABLE 1.5 – Model with friction à la Costly Enforcement

Parameters	Prior			Posterior		
	Distribution	Mean	St. Deviation	10%	Mean	90%
<i>Production and Pricing Parameters</i>						
h	beta	0.70	0.1	0.7057	0.7227	0.7383
ϕ	norm	2.0	0.75	3.8972	4.0252	4.1465
ξ	norm	4.0	1.5	7.9013	8.1078	8.3736
ζ	norm	0.20	0.075	0.3159	0.3257	0.3333
ι_w	beta	0.50	0.15	0.2200	0.2410	0.2636
ξ_w	beta	0.50	0.1	0.6186	0.6552	0.6886
ι_p	beta	0.50	0.15	0.2110	0.2315	0.2553
ξ_p	beta	0.50	0.1	0.4432	0.4615	0.4821
<i>Monetary Policy Parameters</i>						
ρ_i	beta	0.75	0.1	0.5250	0.5403	0.5565
ρ_π	norm	1.50	0.25	2.1341	2.1765	2.2238
ρ_y	norm	0.12	0.05	0.1834	0.1990	0.2129
<i>Shock Parameters</i>						
ρ_w	beta	0.50	0.2	0.9967	0.9982	0.9998
ρ_p	beta	0.50	0.2	0.7824	0.8248	0.8589
ρ_a	beta	0.50	0.2	0.9780	0.9888	0.9973
ρ_x	beta	0.50	0.2	0.4239	0.4588	0.4807
ρ_g	beta	0.50	0.2	0.0013	0.0100	0.0189
σ_w	invg	0.05	2.0	0.0614	0.0688	0.0761
σ_p	invg	0.05	2.0	0.0137	0.0154	0.0170
σ_a	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0060	0.0061
σ_x	invg	0.05	2.0	0.0513	0.0569	0.0623
σ_g	invg	0.05	2.0	0.0060	0.0066	0.0072
σ_r	invg	0.05	2.0	0.0059	0.0059	0.0060
<i>Resulting log data marginal density :</i>				3917.87		

TABLE 1.6 – Comparison of Data Marginal Densities

Model	Log data marginal density
Standard	3823.94
Friction à la Costly State Verification	3826.44
Friction à la Costly Enforcement	3917.87

TABLE 1.7 – Model Marginal Densities with Different Calibrations

$R^k - R$ (annualized)	Model		
	No Friction	Costly-State Verif.	Costly Enforcement
100	4009.60	3853.55	4022.33
150	4069.94	3886.62	3989.44
200	3823.94	3826.44	3917.87
250	3887.48	3944.06	3768.06
300	NA	NA	3947.57

TABLE 1.8 – Estimation of Key Financial Friction Parameters : *CSV* Model

$R^k - R$ (annualized)	Mean Post. Estimate for ν	Marginal Density of Model
100	0.040	4078.21
100	NA	NA
200	0.010	3966.60
250	0.006	3995.62
300	0.017	4001.92

Chapitre 2

Une analyse comparative des frictions financières dans le cycle économique des États-Unis et de la zone Euro : une approche DSGE bayésienne

2.1 Introduction

La crise financière de 2007 – 2009 s’est révélée être un phénomène économique à l’échelle mondiale. Plusieurs marchés financiers locaux, inter-reliés aux marchés américains, notamment dans la zone Euro, ont subi de graves perturbations dans le processus par lequel s’effectue le transfert des fonds des épargnants vers les emprunteurs. L’avènement de ces perturbations peut être interprété comme un signal de l’amplification des problèmes d’agence et autres frictions affectant les contrats financiers. Toutefois, l’amplitude de ces perturbations a différé d’une économie à l’autre pendant la crise et on considère que cette amplitude dépend des facteurs comme le cadre légal et institutionnel des économies, ainsi que le développement et l’intégration des marchés financiers. Par exemple, [Cecchetti \[1999\]](#) avance l’idée selon laquelle la différence dans les structures financières des pays membres de l’Union européenne, résultat de la différence dans leurs systèmes légaux, induit des canaux de crédit distincts et donc des mécanismes de transmission monétaire également distincts d’un pays à l’autre¹. Par ailleurs, [De Fiore and Uhlig \[2011\]](#) montrent que les marchés financiers américains sont plus développés que les marchés européens². Ce constat suggère que les marchés financiers américains sont moins affectés par des problèmes d’agence et ont donc pu se développer plus librement.

1. Voir les travaux de [La Porta et al. \[1997, 1998\]](#) pour une discussion à propos du lien entre les systèmes légaux et les systèmes financiers.

2. D’après [De Fiore and Uhlig \[2011\]](#), les entrepreneurs européens recourent beaucoup plus au financement bancaire que leur homologues américains : le ratio des emprunts bancaires sur les emprunts obligataires est établi à 0,74 aux États-Unis, alors qu’il s’élève à 7,3 dans la zone Euro, une différence substantielle.

Dans ce contexte, le présent chapitre pose les questions de recherche suivantes. D'une part, est-ce que l'importance des frictions financières pour le cycle conjoncturel est différente dans l'économie américaine et dans celle de la zone Euro? Si c'est le cas, quels facteurs peuvent expliquer cette différence? Pour aborder ces questions de recherche, le chapitre estime, à l'aide de l'approche bayésienne, trois versions du modèle de Smets and Wouters [2003, 2007], et ceci, pour l'économie américaine et pour l'économie de la zone Euro. La première version, servant de modèle de référence, considère les marchés financiers comme un voile et ne contient pas de friction financière. Par contre, la deuxième et la troisième version lèvent le voile sur ces marchés et font plutôt l'hypothèse que la canalisation de l'épargne vers le secteur entrepreneurial est affectée par des problèmes d'agence. De manière spécifique, la deuxième version incorpore une friction financière à la Bernanke et al. [1999] tandis que la troisième version inclut une friction financière à la Gertler and Karadi [2011]. Une fois ces trois versions du modèle estimées, mon travail compare la capacité de ces trois versions à répliquer le comportement des données à l'aide de la densité marginale des données.

La première friction examinée est de type *Costly State Verification*. Cette friction est analysée dans les travaux pionniers de Bernanke and Gertler [1989] et de Carlstrom and Fuerst [1997]. Par la suite, Bernanke et al. [1999] développent cette friction dans un cadre néo-keynesien d'équilibre général, en proposant ce que l'on appelle aujourd'hui le modèle de l'accélérateur financier. Ces auteurs motivent la friction en faisant l'hypothèse qu'un problème d'asymétrie d'information intervient dans les contrats de dette entre les entrepreneurs et les prêteurs. Plus précisément, ils supposent que le rendement du projet (i.e. le rendement du capital) peut être exposé à un choc idiosyncratique et que la réalisation ex-post de ce rendement est une information privée, que le prêteur peut observer seulement après avoir déboursé un coût d'audit. Dans ce contexte, un entrepreneur pourrait être incité à sous-rapporter le rendement du projet et déclarer défaut. Afin de se protéger contre cette stratégie, les prêteurs réagissent, de manière ex-ante, en forçant l'entrepreneur à participer au projet en y investissant ses propres fonds. À l'équilibre, le prix demandé pour les emprunts est composé du taux sans risque, qui représente le coût d'opportunité pour la collecte de dépôts, et de la prime de financement externe, qui reflète le risque que l'emprunt ne soit pas remboursé par l'entrepreneur. Selon le modèle de l'accélérateur financier, cette prime dépend inversement de la contribution des fonds propres de l'entrepreneur dans la taille du projet. Par conséquent, l'évolution agrégée des fonds propres des entrepreneurs est un des facteurs-clé du modèle.

La seconde friction étudiée est de type *Costly Enforcement*. Cette friction est analysée dans les travaux de Gertler and Karadi [2011]. Ces auteurs font l'hypothèse qu'un problème de non-engagement affecte les contrats de dette. Spécifiquement, ce problème de non-engagement implique qu'un entrepreneur, après avoir contracté un emprunt, peut être incité à dévier une fraction des fonds du projet (capital) vers des usages personnels et se libérer de ses engagements envers les intermédiaires financiers. Le gain de cette action est bien évident pour

l'entrepreneur : il n'a pas à rembourser le prêt. Toutefois, en contrepartie il sera exclu des marchés financiers de manière définitive. Comme il est coûteux de récupérer les fonds déviés (par exemple, les procédures judiciaires sont longues), les intermédiaires financiers décident alors de n'octroyer des prêts que si l'incitatif monétaire à se désengager est faible par rapport au flux des profits escomptés que l'accès au financement externe génère pour l'entrepreneur. Par conséquent, l'endettement optimal est déterminé par l'arbitrage entre le coût et le bénéfice de choisir l'option de dévier les fonds prêtés. Cet arbitrage devient donc l'élément-clé du modèle incorporant cette friction.

Hormis ces deux types de friction, la littérature offre d'autres approches pour modéliser les frictions financières. D'une part, les travaux de Stiglitz and Weiss [1981] motivent la restriction financière par la présence ex-ante d'un problème de sélection adverse dans un contrat de dette. Comme dans Akerlof [1970], l'option de hausser les taux d'intérêt ne fait qu'écarter les bons projets du marché de crédit et, par conséquent, la stratégie optimale est de garder les taux d'intérêt bas mais de rationner la quantité de crédit offerte aux emprunteurs. D'autre part, Kiyotaki and Moore [1997] justifient la friction financière par l'existence de la contrainte du collatéral. En réalité, un entrepreneur est tenu de fournir des garanties (collatéral) afin de pouvoir contracter un emprunt³. Mon choix d'évaluer la friction à la Bernanke et al. [1999] et la friction à la Gertler and Karadi [2011] est basé sur les critères suivants. Premièrement, ces deux frictions représentent les deux classes principales de problèmes d'agence utilisés dans la littérature. Deuxièmement, la friction à la Bernanke et al. [1999] a gagné une place dans la modélisation DSGE avec frictions financières, comme un accélérateur financier traditionnel, tandis que la friction à la Gertler and Karadi [2011] permet au processus de l'intermédiation financière de jouer explicitement un rôle important dans la compréhension des cycles.

Une série de travaux ont mis en évidence l'importance empirique de la friction *Costly State Verification* et de la friction *Costly Enforcement* pour l'économie des États-Unis, ainsi que l'économie de la zone Euro. En effet, Christensen and Dib [2008] montrent, en utilisant la méthode de maximum de vraisemblance, que les données américaines valident le mécanisme de l'accélérateur financier à la Bernanke et al. [1999]. À l'aide de la méthode bayésienne, Queijo von Heideken [2009] corrobore l'importance de ce mécanisme pour les données américaines et les données de la zone Euro. En se servant également de la procédure Bayésienne et en incluant la friction *Costly State Verification* dans un modèle DSGE avec un secteur bancaire et une variété de chocs, Christiano et al. [2010] montrent que les facteurs financiers, les frictions *et* les chocs financiers sont des déterminants importants des fluctuations économiques. Par ailleurs, les travaux de Villa [2013] (pour les données-EU) et Villa [2016] (pour les données-US et les données-EU) concluent, en empruntant la méthode bayésienne, que la présence d'une friction à la Bernanke et al. [1999] ou bien à la Gertler and Karadi [2011] permet au modèle

3. Les travaux de Brunnermeier et al. [2012] présentent une revue exhaustive des différentes approches de la modélisation des frictions financières et de leurs implications macroéconomiques.

DSGE de type neo-keynésien de mieux répliquer les mouvements observés dans les données réelles⁴.

Vu l'importance empirique des frictions financières, une série d'études se sont focalisées sur l'explication de la différence observée dans l'ampleur de ces frictions entre l'économie américaine et l'économie de la zone Euro. Par exemple, De Fiore and Uhlig [2011] montrent que les facteurs légaux et institutionnels ne suffisent pas pour expliquer les différences dans les structures financières des entreprises, notamment les primes du financement externe, entre les deux économies, et en conséquence, ils suggèrent que la (faible) diffusion publique de l'information sur le risque du crédit présenté par les entreprises de la zone Euro, relativement à la qualité de cette diffusion aux États-Unis, représente un facteur complémentaire important.

2.2 Le modèle

2.2.1 Le modèle en absence de friction financière

Cette section développe un modèle DSGE de type neo-keynésien qui va constituer une base de référence. Fondé sur les travaux de Smets and Wouters [2003, 2007], le modèle ne contient pas de friction financière et considère donc les marchés financiers comme un voile. Par contraste avec les travaux de Manadir and Moran [2017], le modèle incorpore un processus technologique qui accroît la productivité du travail dans le temps, avec l'objectif de capter la croissance de long terme de l'économie, comme dans Smets and Wouters [2005]. En conséquence, il ne sera pas nécessaire de filtrer les données réelles et éliminer leurs composantes tendancielles lorsque le modèle sera estimé.

Neuf catégories d'agents interagissent dans l'économie de ce modèle : les ménages, les groupes de travail, les assembleurs de travail, les producteurs de biens intermédiaires, les détaillants, les producteurs de biens finals, les producteurs de capital, le gouvernement et l'autorité monétaire.

La première catégorie d'agents, les ménages, offrent un service de travail homogène, consomment le bien final et épargnent sous forme d'achat de biens de capital ou de bons du Trésor. Ils décident de l'intensité de l'utilisation du capital et louent ses services aux producteurs de biens intermédiaires. Dans ce modèle, le lien étroit entre la gestion du capital et la décision d'épargner et l'absence de frictions financières induit l'équation-clé du modèle : le rendement attendu du capital physique est égal, à une linéarisation près, au taux sans risque des bons du Trésor. Ce lien sera relâché dans les prochaines sections où deux types de frictions financières seront introduits et le capital sera géré par une nouvelle catégorie d'agents (les entrepreneurs).

Le marché du travail est structuré en suivant une tradition de type neo-keynésien. Les groupes

4. Bien que les études de Meier and Muller [2006] et Brzoza-Brzezina and Kolasa [2013] suggèrent un apport minime et marginal du mécanisme de l'accélérateur financier traditionnel dans le cycle économique, les tenants de la position adverse demeurent relativement plus nombreux.

de travail achètent les services de travail homogène des ménages. Chacun de ces groupes détient un pouvoir de monopole et est donc capable de différencier le service de travail, qui sera ensuite vendu aux assembleurs de travail sur un marché de concurrence monopolistique. Le rôle des assembleurs est ensuite de regrouper les différents types de travail sous forme d'un input de travail composite, puis de revendre l'input aux producteurs de biens intermédiaires sur un marché de concurrence parfaite. La raison pour laquelle cette structure de marché est adoptée (commune dans la littérature des modèles DSGE) est de pouvoir introduire de la rigidité dans la dynamique des salaires. Sous cette représentation du marché, qui suit Schmitt-Grohé and Uribe [2006b], les heures travaillées et les dépenses en consommation sont identiques entre les ménages et l'hétérogénéité dans les heures de travail demandées s'applique uniquement pour les groupes de travail⁵.

La structure du marché de biens suit également la tradition neo-keynésienne. Dans ce contexte, après l'achat des biens intermédiaires homogènes, les détaillants les différencient et détiennent un pouvoir monopolistique sur ces biens différenciés. Par la suite, ils revendent ces biens différenciés aux producteurs de biens finals, sur un marché de concurrence monopolistique. Ces derniers agents, comme les assembleurs de travail, produisent un bien final composite en rassemblant les différents inputs des biens intermédiaires. De manière similaire à la situation sur le marché de l'emploi, cette structure de marché permet d'incorporer des rigidités dans l'évolution des prix.

Les producteurs de capital combinent le capital non déprécié et une quantité de bien final et les transforment en de nouvelles unités du bien de capital. Le gouvernement finance ses dépenses publiques par l'imposition d'une taxe forfaitaire aux ménages. Finalement, l'autorité monétaire fixe le niveau du taux d'intérêt nominal en suivant une règle monétaire à la Taylor.

Dans l'ensemble, la dynamique du modèle est influencée par six chocs exogènes affectant la productivité multifactorielle, la productivité spécifique à l'investissement, les dépenses publiques, la politique monétaire, le markup de prix et le markup de salaires.

Les ménages

L'économie du modèle est habitée par un continuum de ménages indexés par m où $m \in [0, 1]$. Les préférences des ménages sont représentées par la fonction d'utilité instantanée suivante :

$$U_t(c_t, l_t) = \ln(c_t - hC_{t-1}) - \frac{l_t^{1+\phi}}{1+\phi} \quad (2.1)$$

avec $h \in (0, 1)$ designant le degré de la formation d'habitude (externe) en consommation et $\phi > 0$ mesurant l'inverse de l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire réel. La

5. Voir Schmitt-Grohé and Uribe [2006a] pour une discussion d'autres manières de modéliser le marché de travail suivant la tradition neo-keynésienne.

quantité C_{t-1} constitue la consommation *agrégée* de tous les ménages à la période passée.

Au début de la période t , chaque ménage dispose d'une quantité de bons du Trésor b_t et d'un stock du capital k_t . En contrepartie des heures de travail offertes l_t , le ménage représentatif reçoit un revenu $\frac{W_t^h}{P_t}l_t$, où W_t^h représente le salaire nominal et P_t est le niveau général des prix. Il reçoit également un rendement financier $R_{t-1}b_t$ provenant de la détention des bons du Trésor, avec R_{t-1} le taux sans risque fixé une période à l'avance. La location du service du capital aux producteurs de biens intermédiaires génère le revenu $R_t^H u_t k_t$, où R_t^H est le rendement brut de location et u_t le taux d'utilisation du stock du capital. Toutefois, cette décision quant à l'utilisation du stock du capital physique coûte au ménage représentatif un montant $\Psi(u_t)k_t$, avec $\Psi(\cdot)$ une fonction convexe caractérisée par le paramètre $\xi = \frac{\Psi''(1)}{\Psi'(1)}$ ⁶. À la fin de la période t , il récupère une somme de $q_t(1 - \delta)k_t$ suite à la vente du capital non déprécié, avec q_t et δ désignant le prix unitaire du capital et le taux de dépréciation, respectivement. Finalement, le ménage représentatif reçoit un transfert net du gouvernement T_t et des dividendes Π_t découlant de la détention des parts (actions) dans les entreprises en situation de compétition monopolistique. La somme de tous ces revenus doit être suffisante pour financer les dépenses en consommation c_t , les dépenses d'investissement en capital $q_t k_{t+1}$ et les achats de nouveaux bons du Trésor b_{t+1} . Le ménage représentatif fait donc face à la contrainte budgétaire suivante :

$$c_t + b_{t+1} + q_t k_{t+1} \leq \frac{W_t^h}{P_t} l_t + R_{t-1} b_t + R_t^H u_t k_t - \Psi(u_t) k_t + T_t + \Pi_t \quad (2.2)$$

Dans le contexte décrit ci-haut, le problème de chaque ménage est de décider, sous la contrainte budgétaire, des valeurs de c_t , b_{t+1} , k_{t+1} , l_t et u_t qui optimisent la valeur espérée du flux escompté des utilités durant l'horizon de vie :

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j U_{t+j}(c_{t+j}, l_{t+j}), \quad (2.3)$$

tout en respectant l'équation (2.2). Les conditions du premier ordre associées à ce problème d'optimisation sont :

$$(c_t - hC_{t-1})^{-1} = \lambda_t, \quad (2.4)$$

$$\beta R_t E_t(\lambda_{t+1}) = \lambda_t, \quad (2.5)$$

$$\lambda_t q_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} (R_{t+1}^H u_{t+1} - \Psi(u_{t+1}) + (1 - \delta) q_{t+1}) \right], \quad (2.6)$$

$$l_t^\phi = \lambda_t \frac{W_t^h}{P_t}, \quad (2.7)$$

$$R_t^H = \Psi'(u_t), \quad (2.8)$$

6. Cette formulation des coûts reliés à l'utilisation de capital suit les travaux de Christiano et al. [2005]

où β désigne le facteur d'escompte et λ_t est le multiplicateur Lagrangien associé à la contrainte budgétaire.

Pour simplifier l'analyse et l'interprétation économique des conditions du premier ordre, notamment celles correspondant aux décisions d'épargne et d'investissement, mon article définit r_t^k comme le rendement brut de l'épargne allouée à l'acquisition du bien de capital :

$$r_t^k \equiv \frac{R_t^H u_t - \Psi(u_t) + (1 - \delta)q_t}{q_{t-1}} \quad (2.9)$$

Selon cette définition, l'approximation linéaire des conditions du premier ordre (2.5) et (2.6) amène à l'équation-clé du premier modèle :

$$E_t \left(r_{t+1}^k \right) - R_t = 0 \quad (2.10)$$

Sous l'hypothèse que le capital de l'économie est géré par les ménages et en absence des frictions financières, cette équation-clé prédit que le rendement attendu du capital physique est égal, à une linéarisation près, au taux certain des bons du Trésor. Si ce modèle parvient à mieux répliquer les fluctuations observées dans les données macroéconomiques, alors cette structure de corrélation entre le rendement du capital et le taux sans risque est plausiblement validée par ces mêmes données. Dans ces circonstances, le degré d'imperfection dans les marchés financiers pourrait être qualifié de faible. Dans le cas contraire, l'inclusion des frictions financières modifiera donc cette structure de corrélation et améliorera substantiellement la cohérence entre le modèle théorique et les données. Ceci signifiera que le degré d'imperfection est élevé dans les marchés financiers. Les sections (2.2.2) et (2.2.3) ci-dessous abordent les motivations théoriques de deux types de friction financière et exposent leurs impacts pour la structure de corrélation en question.

Le marché du travail

Assembleurs de travail

Les assembleurs de travail se procurent des inputs du travail différenciés $l_t(g)$ dont le prix $W_t(g)$ est décidé en concurrence monopolistique par les groupes de travail. Les assembleurs produisent un input du travail composite en regroupant les inputs de travail différenciés à l'aide de la technologie d'assemblage suivante :

$$L_t = \left[\int_0^1 l_t(g)^{\frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w}} dg \right]^{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1}} \quad (2.11)$$

où ϵ_w mesure l'élasticité de substitution entre les différents inputs du travail $l_t(g)$. L'input de travail composite est ensuite vendu aux producteurs de biens intermédiaires au prix W_t , en

état de concurrence parfaite. La recherche d'un profit maximum par les assembleurs de travail détermine la fonction de demande suivante pour chaque type d'input de travail :

$$l_t(g) = \left(\frac{W_t(g)}{W_t} \right)^{-\epsilon_w} L_t \quad (2.12)$$

Les relations (2.11) et (2.12) permettent de plus de déduire l'expression suivante pour le prix de l'input de travail composite :

$$W_t = \left[\int_0^1 W_t(g)^{1-\epsilon_w} dg \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \quad (2.13)$$

Groupes de travail

Les groupes de travail achètent le service du travail homogène auprès des ménages, au prix de marché concurrentiel $\frac{W_t^h}{P_t}$. Ces groupes obtiennent ensuite un pouvoir du marché en procédant à la différenciation du service du travail, qui est ensuite vendu aux assembleurs de travail au prix réel $\frac{W_t(g)}{P_t}$, où $g \in (0, 1)$ désigne le type du groupe. Dans ce marché monopolistique, on fait l'hypothèse qu'une rigidité nominale à la Calvo [1983] affecte le processus par lequel chacun des groupes de travail fixe son prix $W_t(g)$. Plus précisément, on suppose que chaque groupe de travail possédant un pouvoir du marché est en mesure de réoptimiser son salaire en choisissant $W_t^*(g)$ seulement après avoir reçu un signal aléatoire. Le signal survient avec une probabilité $1 - \xi_w$, qui est constante et indépendante du passé. Pour la proportion ξ_w des groupes de travail qui ne réoptimisent pas, les salaires sont seulement ajustés au taux d'inflation agrégé passé multiplié par un taux de croissance déterministe, γ , selon la règle d'indexation suivante :

$$W_t(g) = \gamma \cdot \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_w} W_{t-1}(g) \quad (2.14)$$

où ι_w mesure le degré d'indexation de salaires. L'indexation est dite parfaite si $\iota_w = 1$. Ici, l'idée sous-jacente de considérer le paramètre γ dans la règle d'indexation est de capter l'augmentation des salaires qui provient de la croissance dans la productivité de travail.

Compte tenu de cette règle d'indexation et de la demande (2.12) adressée par les assembleurs de travail pour l'input $l_t(g)$, le problème des groupes réoptimisant est de fixer la valeur de $W_t^*(g)$ qui maximise le flux escompté des profits :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_w)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) l_{t+s}(g) \left[\frac{W_t^*(g)}{P_{t+s}} (\gamma)^s \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_w} - \frac{W_{t+s}^h}{P_{t+s}} \right] \quad (2.15)$$

où $\beta^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right)$ est le facteur utilisé par les groupes de travail pour escompter les profits réalisés à la période $t + s$.

La résolution du problème d'optimisation pour cette catégorie d'agents donne lieu à la condition du premier ordre suivante :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_w)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) l_{t+s}(g) \left[\frac{W_t^*(g)}{P_{t+s}} (\gamma)^s \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\epsilon_w} - \frac{W_{t+s}^h}{P_{t+s}} M_{w,t+s} \right] = 0 \quad (2.16)$$

où $M_{w,t} = \left(\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} \right) u_t^w$ représente le markup brut de salaires, avec u_t^w un choc aléatoire sur ce markup. On suppose que ce choc suit un processus auto-régressif du premier ordre avec un coefficient auto-régressif ρ_w et une innovation ϵ_t^w iid $N(0, \sigma_w^2)$.

Finalement, soumise à la loi des grands nombres, l'équation (2.13) implique la formule suivante pour la dynamique du prix de l'input de travail composite W_t :

$$W_t = \left[(1 - \xi_w) W_t^*(g)^{1-\epsilon_w} + \xi_w \left(\gamma W_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{1-\epsilon_w} \right) \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \quad (2.17)$$

Le marché des biens

Producteurs de biens finals

Les producteurs de biens finals jouent un rôle similaire à celui des assembleurs de travail. Ils se procurent les biens intermédiaires différenciés $y_t(r)$ auprès des détaillants, au prix $p_t(r)$, où $r \in (0, 1)$ représente le détaillant. Ensuite, ils agrègent les différents biens intermédiaires pour former un bien final composite Y_t selon la technologie d'agrégation suivante :

$$Y_t = \left[\int_0^1 y_t(r)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dr \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad (2.18)$$

où ϵ est un paramètre qui mesure l'élasticité de substitution entre les biens intermédiaires différenciés. Le bien final produit Y_t est vendu aux ménages, aux producteurs du bien de capital et au gouvernement, en situation de concurrence parfaite et au prix P_t .

La demande $y_t(r)$ pour le bien intermédiaire de type r découle de la maximisation du profit des producteurs de biens finals et sa forme est la suivante :

$$y_t(r) = \left(\frac{p_t(r)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \quad (2.19)$$

Finalement, l'expression du prix P_t correspondant au bien final composite est :

$$P_t = \left[\int_0^1 p_t(r)^{1-\epsilon} dr \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (2.20)$$

Détaillants

Comme les groupes de travail ci-dessus, les détaillants se procurent les biens intermédiaires au prix ϕ_t et obtiennent ensuite un pouvoir du marché en procédant à la différenciation de

ces biens. Comme mentionné à la section précédente, les biens intermédiaires différenciés $y_t(r)$ sont vendus aux producteurs de biens finals, sur un marché de concurrence monopolistique, au prix $p_t(r)$. Toutefois, l'évolution de ce dernier prix est également affectée par une rigidité nominale à la Calvo [1983]. En effet, on fait l'hypothèse que chaque détaillant est capable de réoptimiser son prix et choisir $p_t^*(r)$ uniquement après avoir reçu un signal aléatoire. Le signal survient avec la probabilité $1 - \xi_p$, qui est constante dans le temps. Pour la fraction ξ_p des détaillants ne recevant pas le signal de réoptimiser, les prix sont ajustés au taux d'inflation agrégé passé selon la règle d'indexation suivante :

$$p_t(r) = p_{t-1}(r) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_p} \quad (2.21)$$

où le paramètre ι_p mesure le degré d'indexation de prix.

Le problème des détaillants est donc de choisir la valeur du prix $p_t^*(r)$ qui maximise leur flux de profits futurs escomptés ci-dessous :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_p)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) y_{t+s}(r) \left[\frac{p_t^*(r)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_p} - \phi_{t+s} \right] \quad (2.22)$$

En considérant la règle d'indexation de prix (2.21) et la demande adressée par les producteurs de biens finals (2.19), la condition du premier ordre associée au programme d'optimisation des détaillants est la suivante :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_p)^s \left(\frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \right) y_{t+s} \left[\frac{p_t^*(r)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_p} - \phi_{t+s} M_{p,t+s} \right] = 0 \quad (2.23)$$

où $M_{p,t} = \frac{\epsilon}{\epsilon-1} u_t^p$ représente le markup brut de prix et u_t^p désigne un choc aléatoire affectant ce markup. Ce choc est supposé suivre un processus auto-régressif du premier ordre de coefficient ρ_p et avec l'innovation $\epsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2)$.

Finalement, de manière similaire à la situation pour le prix de l'input du travail composite W_t , la dynamique du prix du bien final P_t peut être décrite comme suit :

$$P_t = \left[(1 - \xi_p) p_t^*(r)^{1-\epsilon} + \xi_p \left(P_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_p} \right)^{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (2.24)$$

Producteurs de biens intermédiaires

Les producteurs des biens intermédiaires louent une quantité $u_t K_t$ du facteur capital au coût réel R_t^H auprès des ménages, et une quantité L_t du facteur travail au coût réel $\frac{W_t}{P_t}$ auprès des assembleurs de travail. Ces deux facteurs sont combinés pour produire une quantité y_t de biens intermédiaires homogènes à travers la fonction Cobb-Douglas suivante :

$$y_t = f(u_t K_t, L_t) = a_t (u_t K_t)^\alpha (\gamma^t L_t)^{1-\alpha} \quad (2.25)$$

où α représente la part du capital dans le revenu et a_t est un choc qui affecte la productivité multifactorielle. On suppose que ce choc suit un processus auto-régressif de premier ordre avec un coefficient ρ_a et une innovation $\epsilon_t^a \sim N(0, \sigma_a^2)$. Le facteur γ^t représente, quant à lui, un processus technologique déterministe qui accroît l'efficacité de l'input de travail dans le temps.

À l'optimum, les quantités du facteur capital et du facteur travail doivent remplir les conditions du premier ordre suivantes :

$$R_t^H = \phi_t f_k(u_t K_t, L_t) = \alpha \phi_t a_t (u_t K_t)^{\alpha-1} (\gamma)^{(1-\alpha)t} (L_t)^{1-\alpha} \quad (2.26)$$

$$\frac{W_t}{P_t} = \phi_t f_l(u_t K_t, L_t) = (1-\alpha) \phi_t a_t (u_t K_t)^\alpha (\gamma)^{(1-\alpha)t} (L_t)^{-\alpha} \quad (2.27)$$

Dans ces expressions, ϕ_t mesure à la fois le prix unitaire et le coût marginal de production du bien intermédiaire. Sa valeur peut être exprimée en fonction des coûts des facteurs de production de la manière suivante :⁷

$$\phi_t = \frac{1}{a_t} (\gamma)^{-(1-\alpha)t} (W_t)^{1-\alpha} (R_t^H)^\alpha \alpha^{-\alpha} (1-\alpha)^{-(1-\alpha)} \quad (2.28)$$

Les producteurs de capital

À la fin de la période t , les producteurs de capital achètent le stock de capital non déprécié $(1-\delta)k_t$ auprès des ménages, au prix q_t . Ils acquièrent également une quantité i_t du bien final composite. Ces agents transforment ensuite le stock de capital non déprécié et cette quantité de bien final en nouveau bien de capital k_{t+1} , qui sera vendu aux ménages, au prix q_t . Le processus de production est le suivant :

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] i_t \quad (2.29)$$

où x_t désigne un choc qui affecte la technologie liée à l'investissement, c'est-à-dire la capacité de l'économie à transformer le bien final en bien de capital. On suppose que ce choc suit un processus auto-régressif du premier ordre avec un coefficient ρ_x et une innovation $\epsilon_t^x \sim N(0, \sigma_x^2)$. La fonction $F(\cdot)$ représente des coûts d'ajustement qui pénalisent les modifications importantes dans les décisions d'investissement : cette fonction est convexe, avec $F(1) = F'(1) = 0$ et $F''(1) = \kappa > 0$.

Sous la loi d'accumulation décrite par l'équation (2.29), les producteurs de capital choisissent le niveau d'investissement i_t qui maximise le flux escompté des profits suivant :

$$\left[q_t x_t \left(1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right) i_t - i_t \right] + E_t \beta \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left[q_{t+1} x_{t+1} \left(1 - F\left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right) \right) i_{t+1} - i_{t+1} \right] \quad (2.30)$$

Le choix optimal pour i_t est donc gouverné par la condition du premier ordre suivante :

$$1 = q_t x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) - F'\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] + \beta E_t \left[\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right) q_{t+1} x_{t+1} F'\left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right) \left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right)^2 \right] \quad (2.31)$$

7. Smets and Wouters [2003, 2005] fournissent une démonstration complète des conditions du premier ordre relatives au modèle DSGE standard.

La politique budgétaire

À la période t , le gouvernement émet une quantité b_{t+1} des bons du Trésor sur le marché obligataire. En outre, il impose une taxe forfaitaire T_t aux ménages. Ces deux instruments permettent au gouvernement de financer ses dépenses publiques G_t en bien final et le paiement d'intérêts, $R_{t-1}b_t$, sur les dettes contractés à la période $t-1$. En conséquence, ce gouvernement fait face à la contrainte budgétaire suivante :

$$G_t + R_{t-1}b_t = T_t + b_{t+1} \quad (2.32)$$

Dans le processus d'estimation décrit ci-dessous, on fait l'hypothèse que la quantité des bons émise par le gouvernement sur le marché obligataire est zero. Ceci implique que $G_t = T_t$. D'autre part, on suppose également que la part des dépenses publiques dans la production agrégée du bien final, $g_t = \frac{G_t}{Y_t}$, suit un processus exogène auto-régressif du premier ordre avec un coefficient auto-régressif ρ_g , une valeur (non nulle) de cette part à l'état stationnaire \bar{g} et une innovation $\epsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2)$.

La politique monétaire

L'autorité monétaire fixe le taux d'intérêt nominal brut, R_t^n , selon la règle monétaire de Taylor suivante :

$$\ln\left(\frac{R_t^n}{R^n}\right) = \rho_i \ln\left(\frac{R_{t-1}^n}{R^n}\right) + (1 - \rho_i) \left[\rho_\pi \ln\left(\frac{\Pi_t}{\bar{\Pi}}\right) + \rho_y \ln\left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right) \right] + \epsilon_t^r \quad (2.33)$$

où R^n , $\bar{\Pi}$ et \bar{Y} désignent le taux d'intérêt nominal brut, le taux d'inflation et la production agrégée, respectivement, évalués à l'état stationnaire, et ϵ_t^r représente un choc non anticipé qui affecte la politique monétaire. Ce choc monétaire est un bruit blanc (*iid*) avec une moyenne nulle et une variance σ_i^2 . La règle (2.33) décrit comment l'autorité monétaire contrôle le marché monétaire, et indirectement le marché obligataire, en ajustant le taux d'intérêt nominal dans le but de maintenir le taux d'inflation proche de sa valeur cible et la production proche de sa valeur potentielle.

Finalement, le lien entre le taux d'intérêt nominal et le taux d'intérêt réel est décrit par la relation de Fisher :

$$R_t = E_t\left(\frac{R_t^n}{\Pi_{t+1}}\right) \quad (2.34)$$

où $\Pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t}$ désigne la valeur anticipée du taux d'inflation brut agrégé.

L'agrégation et l'équilibre du marché

Le modèle DSGE standard sans friction financière est finalement bouclé par la contrainte de ressource suivante :

$$(1 - g_t)Y_t = c_t + i_t + \Psi(u_t)K_t \quad (2.35)$$

Cette contrainte de ressources stipule que la production agrégée du bien final est absorbée par les dépenses de consommation, les dépenses d'investissement, les dépenses publiques et les coûts liés aux décisions quant au taux d'utilisation du capital.

2.2.2 Friction financière à la Bernanke et al. [1999]

Cette section décrit une version du modèle neo-keynésien qui inclut un premier type de friction financière. Dans cette version, on relâche l'hypothèse que le stock du capital de l'économie est géré par les ménages. On suppose plutôt que la gestion du capital est sous la responsabilité d'une nouvelle catégorie d'agents : les entrepreneurs. Ces nouveaux agents décident de la quantité de capital à accumuler ainsi que l'intensité avec laquelle ce stock de capital sera utilisé. Pour ce faire, ces entrepreneurs contractent des emprunts auprès d'intermédiaires financiers, qui eux mêmes assemblent les dépôts des ménages à un coût égal au taux sans risque. Les contrats de dette entre ces intermédiaires et les entrepreneurs sont affectés par le premier type de friction financière : ce type de friction est motivé par un problème de *Costly State Verification* à la Bernanke et al. [1999].

Les ménages

Ces nouvelles hypothèses modifient, de manière partielle, le problème des ménages. En effet, les ménages perdent la capacité de gérer le stock de capital de l'économie. Par conséquent, ils n'acquièrent plus de capital physique et la décision du ménage représentatif est donc restreinte au choix des heures de travail l_t à offrir, la quantité du bien final c_t à consommer et le montant réel b_{t+1} à épargner, sous forme de dépôts bancaires ou de bons du Trésor. Ces deux instruments financiers sont parfaitement substituables et offrent le rendement certain R_t . De même, le ménage représentatif a maintenant moins de sources de revenu différentes. En effet, à la période t , il obtient le revenu $\frac{W_t^h}{P_t}l_t$ en contrepartie des heures de travail homogènes l_t offertes aux groupes de travail. Il obtient également un rendement brut $R_{t-1}b_t$ pour son épargne effectuée à la période $t - 1$. Finalement, le ménage représentatif reçoit un transfert net T_t du gouvernement ainsi que des dividendes réels Π_t , qui sont versés par les entreprises. La somme de ces revenus doit être suffisante pour couvrir les dépenses de consommation c_t et les montants d'épargne b_{t+1} . Ainsi, la contrainte budgétaire à laquelle le ménage représentatif fait face dans ce second modèle est la suivante :

$$c_t + b_{t+1} \leq \frac{W_t^h}{P_t}l_t + R_{t-1}b_t + T_t + \Pi_t \quad (2.36)$$

En respectant cette nouvelle contrainte budgétaire, le ménage représentatif choisit les valeurs de l_t , c_t et b_{t+1} qui maximisent la valeur espérée du flux escompté des utilités, telle que décrite dans (2.3).

Les conditions du premier ordre relatives au programme d'optimisation sont les suivantes :

$$(c_t - hC_{t-1})^{-1} = \lambda_t \quad (2.37)$$

$$\beta R_t E_t(\lambda_{t+1}) = \lambda_t \quad (2.38)$$

$$l_t^\phi = \lambda_t \frac{W_t^h}{P_t} \quad (2.39)$$

Le marché financier

Entrepreneurs

Une nouvelle catégorie d'agents, les entrepreneurs, interviennent maintenant dans l'économie. À la place des ménages, ces entrepreneurs sont les agents ayant la responsabilité de gérer le stock de capital de l'économie. Précisément, disposant d'une richesse nette N_t accumulée à la fin de la période $t - 1$, ces agents acquièrent, au début de la période t , la quantité de capital K_{t+1} au prix du marché compétitif q_t . Le coût d'acquisition de ce stock du capital, $q_t K_{t+1}$, est assuré par les fonds propres accumulés N_t et aussi par un emprunt $B_{t+1} = q_t K_{t+1} - N_t$ auprès des intermédiaires financiers. Ici, on fait l'hypothèse que les entrepreneurs ont un horizon de vie fini. De manière explicite, on suppose que chaque entrepreneur peut continuer d'opérer, à la fin de la période t , avec une probabilité θ , qui est constante et indépendante du passé. L'idée sous-jacente est d'éviter l'éventualité que les fonds propres s'accumulent suffisamment dans le temps pour financer entièrement l'achat du capital sans que l'entrepreneur n'ait besoin de financement externe. En conséquence, la durée de vie moyenne pour les entrepreneurs est de $\frac{1}{1-\theta}$. La proportion $1 - \theta$ des agents qui ne survivent pas consomment la valeur monétaire de leurs fonds propres et sont remplacés par de nouveaux entrepreneurs qui entrent en scène à partir de la période suivante en recevant un transfert très faible de fonds, N_t^e , du gouvernement. Finalement, on fait l'hypothèse que les entrepreneurs sont neutres au risque.

Une fois K_{t+1} acquis, les entrepreneurs louent les services de ce capital aux producteurs de biens intermédiaires, en contrepartie d'une rente $R_{t+1}^H u_{t+1} K_{t+1}$ perçue à la période $t + 1$, où R_{t+1}^H représente le rendement brut de location et u_{t+1} le taux d'utilisation du capital décidé par ces mêmes entrepreneurs. En contrepartie, cette utilisation du capital physique entraîne les coûts $\Psi(u_{t+1})K_{t+1}$. À la fin de la période $t + 1$, le stock de capital non déprécié $(1 - \delta)K_{t+1}$ est vendu au prix du marché q_{t+1} . Le rendement espéré $E_t(r_{t+1}^k)$ associé à la gestion du capital de l'économie pour un entrepreneur est donc calculé comme suit :

$$E_t(r_{t+1}^k) = E_t \left[\frac{R_{t+1}^H u_{t+1} - \Psi(u_{t+1}) + (1 - \delta)q_{t+1}}{q_t} \right] \quad (2.40)$$

Il est intéressant de noter que cette expression est similaire à celle utilisée pour définir le rendement de l'épargne allouée à l'investissement en bien du capital dans l'économie sans friction financière, analysée à la sous section précédente (équation 2.9).

Puisque le rendement brut de location R_{t+1}^H , à l'équilibre, est la productivité marginale du capital $f_k(\cdot)$, évaluée au prix ϕ_{t+1} , l'expression (2.40) peut donc être interprétée comme la demande en bien du capital de l'économie, K_{t+1} , en fonction du rendement exigé, $E_t(r_{t+1}^k)$.

Plus ce rendement exigé est élevé, plus la demande est faible, à cause des rendements d'échelle décroissants de la fonction $f(\cdot)$. Finalement, cette expression désigne également implicitement la demande de fonds prêtables B_{t+1} , étant donné le niveau de la richesse accumulée N_t et le prix d'acquisition du capital q_t .

Intermédiaires financiers

Au début de la période t , les intermédiaires financiers acceptent les dépôts des ménages, B_{t+1} , qui rapportent un rendement sans risque R_t , payé à la période $t + 1$. Au cours de la période t , ces intermédiaires emploient les dépôts assemblés pour concevoir et allouer des contrats de dette destinés aux entrepreneurs, en situation de concurrence parfaite.

Jusqu'ici, le coût de tout financement externe était bien le taux sans risque. Cependant, les intermédiaires doivent maintenant considérer la friction financière qui affecte les contrats de dette. Cette friction est due à un problème d'information asymétrique de type *Costly State Verification* à la Bernanke et al. [1999]. Précisément, le travail pionnier de Bernanke et al. [1999] fait l'hypothèse que le rendement du projet financé à l'aide du prêt peut subir une perturbation ou un choc idiosyncratique. Les entrepreneurs observent facilement la réalisation ex-post de la perturbation, tandis que les intermédiaires doivent déboursier des coûts d'audit pour vérifier la vraie valeur du rendement. Dans ce contexte, un entrepreneur ayant contracté un emprunt peut être incité à déclarer un mauvais rendement pour se soustraire à ses obligations. Afin de réduire cette incitation, les intermédiaires requièrent, ex-ante, que l'entrepreneur participe au coût du projet, $q_t K_{t+1}$, à l'aide de ses fonds propres N_t . À l'équilibre, une prime du financement externe, EP , s'ajoute donc au coût total de l'emprunt. La prime dépend inversement de la part des fonds propres dans la taille du projet, de la manière suivante :⁸

$$EP = S\left(\frac{q_t K_{t+1}}{N_t}\right) \quad (2.41)$$

avec $S(1) = 0$ et $S'(\cdot) \geq 0$. Intuitivement, plus les fonds propres N_t investis dans un projet de taille donnée sont élevés, plus les pertes potentielles liées au défaut sont importantes pour un entrepreneur, et moins ce dernier est incité à ne pas respecter ses engagements. Par conséquent, le prêteur exige une faible prime du risque. Ainsi, le coût total du financement externe, en suivant le travail de Bernanke et al. [1999], peut s'exprimer de la manière suivante :

$$R_t \cdot S\left(\frac{q_t K_{t+1}}{N_t}\right) \quad (2.42)$$

Dans ces conditions, l'entrepreneur continue de demander du capital physique, et donc des fonds prêtables, jusqu'à ce que le rendement attendu du capital soit égal au coût marginal du

8. Dans le travail pionnier de Bernanke et al. [1999], la prime du financement externe est un résultat des contrats financiers qui maximisent le gain net des entrepreneurs, sous la contrainte que le remboursement moyen des emprunts compensent le coût d'opportunité des dépôts. Voir Bernanke et al. [1999] pour les détails de la dérivation de (2.41).

financement externe :

$$E_t(r_{t+1}^k) = R_t \cdot S \left(\frac{q_t K_{t+1}}{N_t} \right) \quad (2.43)$$

Du point de vue des prêteurs, la capacité d'emprunt autorisée est endogène et dépend du rendement excédentaire du capital. Une fois inversée, l'équation (2.43) détermine le ratio de levier optimal des entrepreneurs :

$$\frac{q_t K_{t+1}}{N_t} = S^{-1} \left(E_t(r_{t+1}^k) / R_t \right) \quad (2.44)$$

Du point de vue des prêteurs, un rendement excédentaire du capital ($E_t(r_{t+1}^k)/R_t$) plus élevé génère davantage de profits pour les entrepreneurs et la probabilité de pouvoir rembourser l'emprunt est plus grande, ce qui amène les intermédiaires financiers à permettre un ratio de levier plus élevé.

Revenons maintenant à l'équation (2.43) et dénotons le ratio de levier, $\frac{q_t K_{t+1}}{N_t}$, par la variable lev_t . Une linéarisation du premier ordre appliquée à cette équation donne la relation-clé du second modèle. En effet, cette linéarisation implique la relation suivante mesurée autour de l'état stationnaire⁹

$$E_t(r_{t+1}^k) - R_t = \psi^{csv} lev_t \quad (2.45)$$

En présence du problème d'information asymétrique de type *Costly State Verification* et sous l'hypothèse que la gestion du capital est séparée de la décision d'épargne, cette relation-clé prédit que l'écart entre le rendement attendu du capital physique et le taux sans risque est non nul et dépend d'un agrégat macroéconomique : le ratio de levier agrégé de l'économie. En principe, si ce second modèle réussit à mieux reproduire la dynamique des variables observables, cela signifie alors que les données réelles supportent le mécanisme de l'accélérateur financier à la Bernanke et al. [1999]. D'autre part, le coefficient, ψ^{csv} , qui mesure l'élasticité de l'écart de taux (la prime de risque) au ratio de levier, pourrait être un facteur structurel et fondamental à l'origine du degré de la déficience dans le marché financier. Du point de vue empirique, mon travail s'attend à ce que ce coefficient soit plus grand dans l'économie de la zone Euro.

Finalement, la valeur nette entrepreneuriale agrégée accumulée à la fin de la période $t+1$ est constituée à la fois des profits nets réalisés par la proportion θ des entrepreneurs survivants, et de la richesse initiale reçue par la proportion $(1-\theta)$ de nouveaux entrepreneurs. Par conséquent, la dynamique agrégée de la valeur nette entrepreneuriale peut être décrite comme :

$$N_{t+1} = \theta \left[r_{t+1}^k q_t K_{t+1} - E_t[r_{t+1}^k] (q_t K_{t+1} - N_t) \right] + (1 - \theta) N_t^e \quad (2.46)$$

9. Il est important de noter que les variables liées par la relation (2.45) sont exprimées en termes des déviations en pourcentage par rapport à l'état stationnaire.

2.2.3 Friction financière à la Gertler and Karadi [2011]

Dans cette sous-section, on présente une version du modèle neo-keynésien incorporant un second type de friction financière. Dans cette version du modèle, on relâche l'hypothèse que la réalisation ex-post du rendement du capital est une information asymétrique. À la place de l'asymétrie d'information, le second type de friction affecte plutôt la relation entre les entrepreneurs et les intermédiaires. Cette seconde friction est de type *Costly Enforcement* et a été analysée par les travaux de Gertler and Karadi [2011]. Ces nouveaux aspects modifient le coût du financement externe imposé aux entrepreneurs, d'une part, et la contrainte endogène limitant l'octroi des prêts accordés aux entrepreneurs, de l'autre. Toutefois, la forme fonctionnelle (2.40) pour la demande de fonds prêtables adressée par les entrepreneurs sur le marché financier reste inchangée par rapport à la sous section précédente.

Le marché financier

Intermédiaires financiers

Comme précédemment, les intermédiaires financiers rassemblent les dépôts des ménages B_{t+1} au début de la période t , en contrepartie d'un rendement certain R_t , devant être versé à la période $t + 1$. Ensuite, ces intermédiaires canalisent l'épargne des déposants vers les entrepreneurs. Comme les prêteurs peuvent vérifier à un coût nul la vraie valeur du rendement du capital, le coût du financement externe est composé uniquement du taux sans risque.

Dans ces conditions de marché, un entrepreneur ayant accumulé une valeur nette N_t à la fin de la période $t - 1$ assure l'acquisition du capital physique $q_t K_{t+1}$ par ses fonds propres, N_t , et par un emprunt, $B_{t+1} = q_t K_{t+1} - N_t$. Sachant que cette acquisition du capital rapporte un rendement r_{t+1}^k , la richesse (profit) nette de l'entrepreneur à la période $t + 1$ est calculée comme suit :

$$N_{t+1} = r_{t+1}^k q_t K_{t+1} - R_t B_{t+1} = (r_{t+1}^k - R_t) q_t K_{t+1} + R_t N_t \quad (2.47)$$

Si les entrepreneurs re-investissent toujours les gains nets dans des nouveaux projets, alors la valeur espérée de la richesse nette terminale, V_t , se définit comme suit :

$$V_t = E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (1 - \theta) \theta^s (\beta)^{s+1} \left(\frac{\lambda_{t+1+s}}{\lambda_t} \right) \left[(r_{t+1+s}^k - R_{t+s}) q_{t+s} K_{t+1+s} + R_{t+s} N_{t+s} \right] \quad (2.48)$$

où θ désigne le taux de survie des entrepreneurs et $(\beta)^{s+1} \left(\frac{\lambda_{t+1+s}}{\lambda_t} \right)$ est le facteur utilisé pour escompter les profits nets réalisés à la période $t + 1 + s$.

Pour motiver la friction sur le marché financier, on fait maintenant l'hypothèse que la relation entre les entrepreneurs et les intermédiaires financiers est affectée par un problème de non-engagement de type *Costly Enforcement* à la Gertler and Karadi [2011]. De manière plus

précise, on suppose qu'après avoir contracté un emprunt, un entrepreneur peut être incité à dévier une fraction $\omega q_t K_{t+1}$ du coût du projet vers des utilisations privées et se libérer de ses engagements envers l'intermédiaire, avec $0 \leq \omega \leq 1$. Cependant, l'entrepreneur agissant ainsi court le risque d'être exclu, de manière définitive, du marché financier. Par conséquent, le coût lié à la stratégie de dévier les fonds est bien la richesse finale V_t , qui fait référence à un concept de "Charter value", c'est-à-dire la valeur d'avoir un accès continu au marché du crédit. Comme c'est coûteux pour les intermédiaires de récupérer les fonds détournés et de forcer l'entrepreneur à respecter ses engagements, les intermédiaires imposent la contrainte incitative suivante :

$$V_t \geq \omega q_t K_{t+1} \quad (2.49)$$

Intuitivement, cette contrainte stipule que les intermédiaires sont prêts à accorder du financement, B_{t+1} , tant que l'incitatif monétaire $\omega q_t K_{t+1}$ à détourner les fonds n'excède pas la valeur nette finale, V_t , que génère l'existence de la relation de long terme pour les entrepreneurs. Ainsi, le financement optimal permis par les prêteurs est déterminé par l'arbitrage entre le coût et le bénéfice de choisir la stratégie de dévier les fonds :

$$V_t = \omega q_t K_{t+1} \quad (2.50)$$

Gertler and Karadi [2011] ont démontré que la valeur V_t peut être exprimée sous la forme récursive suivante :

$$V_t = \nu_t q_t K_{t+1} + \eta_t N_t, \quad (2.51)$$

où

$$\nu_t = E_t \left[(1 - \theta) \beta \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(r_{t+1}^k - R_t \right) + \theta \beta \nu_{t+1} \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(\frac{q_{t+1} K_{t+2}}{q_t K_{t+1}} \right) \right], \quad (2.52)$$

et

$$\eta_t = E_t \left[(1 - \theta) + \theta \beta \eta_{t+1} \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(\frac{N_{t+1}}{N_t} \right) \right]. \quad (2.53)$$

À l'aide de ces formes récursives, les équations (2.50) et (2.51) peuvent être combinées pour former la contrainte suivante du ratio de levier entrepreneurial :

$$\frac{q_t K_{t+1}}{N_t} = \frac{\eta_t}{\omega - \nu_t} \quad (2.54)$$

En présence du problème de Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011], cette équation se substitue à celle (2.44) où le contrat financier était affecté par un problème de Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999]. Du point de vue qualitatif, la capacité d'emprunt continue d'être endogène et dépend toujours du rendement excédentaire du capital : plus ce rendement excédentaire est élevé, plus l'achat d'une unité supplémentaire du capital génère un effet ν_t accentué sur la richesse nette finale, ce qui réduit l'incitatif des entrepreneurs à

opter pour la stratégie de dévier les fonds. Par conséquent, les intermédiaires financiers sont prêts à accorder un ratio de levier entrepreneurial plus grand.

Cependant, du point de vue quantitatif, la structure du lien entre le rendement excédentaire du capital et le ratio de levier diffère selon le type du problème d'agence affectant le contrat financier. La linéarisation du premier ordre des équations (2.47), (2.52), (2.53) et (2.54) permet de mieux comprendre la différence dans cette structure de lien. D'après cette linéarisation (voir l'annexe pour les détails), l'équation (2.54) peut être réécrite de la manière suivante¹⁰ :

$$E_t(r_{t+1}^k) - R_t = \psi_1^{ce} lev_t - \psi_2^{ce} E_t[lev_{t+1}] \quad (2.55)$$

avec lev_t le ratio de levier entrepreneurial défini ci-haut. De manière similaire à l'équation (2.45), cette relation-clé prédit, sous l'hypothèse d'un problème de Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011], que l'écart entre le rendement attendu du capital et le taux sans risque est non nul. Toutefois, cet écart dépend maintenant non seulement du ratio de levier entrepreneurial courant, lev_t , mais également de l'appréciation de ce ratio dans la période prochaine, $E_t(lev_{t+1})$. Ici, il apparaît clair que cette deuxième friction diffère de manière structurelle de la friction traditionnelle par le poids accordé à l'aspect future qui rend l'écart de taux (la prime du risque) encore plus complexifié. Toutes choses égales par ailleurs, même si la part des fonds propres courants dans la taille du projet est grande, les intermédiaires pourraient exiger une prime de risque élevée en raison d'une dégradation anticipée de cette part dans le futur. Cette interprétation des implications concrètes des frictions à la Costly Enforcement est absente des travaux de Villa [2013, 2016] et pourrait expliquer la bonne performance relative de cette friction à la Gertler and Karadi [2011].

Comme évoqué dans l'introduction, les marchés financiers de la zone Euro et des États-Unis ont subi de graves et profondes perturbations dans leurs processus de transfert de l'épargne et, par conséquent, mon travail s'attend à ce que les données américaines et les données de la zone Euro supportent davantage ce nouveau mécanisme de l'accélérateur financier. D'autre part, on escompte des valeurs plus élevées de ψ_1^{ce} et ψ_2^{ce} dans l'économie de la zone Euro.

Finalement, la valeur nette agrégée évolue selon la loi d'accumulation suivante :

$$N_{t+1} = \theta \left[r_{t+1}^k q_t K_{t+1} - R_t (q_t K_{t+1} - N_t) \right] + \tau q_t K_t \quad (2.56)$$

où $\tau q_t K_t$ représente un transfert minimale de fonds accordé aux nouveaux entrepreneurs.

2.3 Données et méthode d'estimation

Pour arrimer les trois modèles à des données observées affichant des tendances séculaires à la hausse, le système d'anticipations rationnelles de chacune des trois versions du modèle est

10. Comme dans la relation (2.45), les variables liées par la relation (2.55) sont exprimées en termes des déviations en pourcentage par rapport à l'état stationnaire.

d'abord transformé en divisant les variables endogènes et les variables pré-déterminées par le facteur γ^t . Cette transformation vise à s'assurer que le système admette une solution stationnaire. La solution linéarisée du système d'anticipations rationnelles peut donc prendre la forme d'espace-état suivante, exprimée sous forme de déviations par rapport à l'état stationnaire :

$$s_t = As_{t-1} + B\varepsilon_t \quad (2.57)$$

$$\Delta \log(GDP_t) = \bar{\gamma} + \log(y_t) - \log(y_{t-1}) \quad (2.58)$$

$$\Delta \log(CONS_t) = \bar{\gamma} + \log(c_t) - \log(c_{t-1}) \quad (2.59)$$

$$\Delta \log(INV_t) = \bar{\gamma} + \log(i_t) - \log(i_{t-1}) \quad (2.60)$$

$$INFL_t = \pi_t \quad (2.61)$$

$$\log(HOURS_t) = \bar{l} + \log(l_t) \quad (2.62)$$

$$INT_t = r_t \quad (2.63)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \Omega) \quad (2.64)$$

où s_t est un vecteur contenant les variables endogènes, les variables pré-déterminées et les variables exogènes des modèles et ε_t représente un vecteur des innovations associées aux chocs structurels, qui suit une loi multi-normale de moyenne zero et de variance Ω .¹¹ Il est important de noter qu'il existe trois équations (2.57) différentes, une pour chaque version du modèle. Les valeurs numériques dans les matrices A et B sont des coefficients qui dépendent, de façon non-linéaire, des paramètres structurels (β , δ , etc.) et sont également différentes d'une version du modèle à l'autre. Le paramètre $\bar{\gamma} = 100 \times (\gamma - 1)$ est le taux de croissance net trimestriel de long terme, qui est commun pour le produit intérieur brut (GDP), la consommation (CONS) et l'investissement (INV). Le paramètre \bar{l} désigne quant à lui les heures de travail à l'état stationnaire que mon travail considère comme égal à zero. En résumé, l'équation (2.57) décrit comment l'état de l'économie évolue dans le temps, alors que les équations (2.58)-(2.63) décrivent la correspondance entre les variables observées (à gauche) et les variables du modèle (à droite). Finalement, la solution au système d'anticipations rationnelles est conditionnelle à la paramétrisation du modèle DSGE.

Pour estimer les paramètres structurels du modèle, le travail d'estimation cherche à identifier les structures des coefficients sous-jacents aux A et B ainsi que le paramètre $\bar{\gamma}$ de croissance qui sont en mesure de répliquer le mieux possible les données réelles pour l'économie américaine et pour l'économie de la zone Euro. La stratégie d'estimation consiste, d'abord, à construire deux bases de données contenant les variables observables suivantes : le produit intérieur brut réel par tête, les dépenses de consommation privées réelles par tête, l'investissement fixe privé réel par tête, les heures travaillées, le taux d'inflation et le taux d'intérêt nominal. La première base

11. Ω est simplement une matrice rassemblant les variances individuelles liées aux six chocs exogènes décrits ci-haut.

de données concerne l'économie américaine et elle est construite à partir de FRED (Federal Reserve Economic Data) de la Banque de Réserve de Saint-Louis. La seconde base de données, quant à elle, se rapporte à l'économie de la zone Euro et elle est fournie par la base AWM (Area Wide Model) de la Banque centrale européenne. Ces deux bases de données couvrent la même période de pré-crise : 1980Q1-2008Q4. Les heures du travail dans la zone Euro n'étant pas disponibles, un proxy pour ces heures est construit en transformant les données sur l'emploi total, selon la formule utilisée par Adolfson et al. [2007] :

$$\Delta \hat{e}_t = \beta \Delta \hat{e}_{t+1} + \frac{(1 - \xi_e)(1 - \beta \xi_e)}{\xi_e} (\hat{l}_t - \hat{e}_t) \quad (2.65)$$

La méthode bayésienne est utilisée pour estimer les paramètres structurels des trois versions du modèle DSGE. En théorie, cette méthode consiste à combiner la vraisemblance conditionnelle des données et la densité à priori des paramètres structurels afin d'obtenir une densité conjointe à posteriori de ces paramètres. La méthode laisse donc les données observées réviser, jusqu'à un certain point, les croyances à priori autour des paramètres structurels. En pratique, il est impossible de calculer de façon analytique la densité conjointe à posteriori et comme solution, la méthode de simulation MCMC (Markov Chain Monte Carlo) est utilisée pour approximer la valeur moyenne à posteriori des paramètres.¹² Le programme Dynare sur Matlab est utilisée pour opérationnaliser cette méthode de simulation. Finalement, notons que certains paramètres, comme le taux d'escompte β sont calibrés, plutôt qu'estimés par les données. Cela revient à fixer un a priori très serré autour de la valeur calibrée.¹³

2.4 Résultats et Analyse

2.4.1 Calibration de paramètres

Comme les données réelles contiennent peu d'information sur certains paramètres, les tableaux (2.1) et (2.2) illustrent comment certains paramètres ont été calibrés plutôt qu'estimés. Ces paramètres calibrés peuvent être des paramètres non financiers, et donc communs entre les trois modèles DSGE, alors que d'autres sont financiers, et donc spécifiques aux modèles avec frictions financières. En ce qui concerne les paramètres non financiers, mon travail suit la littérature pour établir le taux d'escompte, β , à sa valeur standard de 0.99, ce qui correspond à un taux d'intérêt (réel) trimestriel de 1%, à l'état stationnaire. Le deuxième paramètre calibré, α , est la part du revenu allouée à la rémunération du facteur capital, et il est calibré à la valeur de 0,24 pour l'économie des États-Unis, alors qu'il est fixé à la valeur de 0,30 pour l'économie de la zone Euro. Le troisième paramètre calibré, δ , est le taux de dépréciation du capital, et il est fixé à la valeur de 0,025, ce qui signifie que le taux de dépréciation annualisé

12. Les travaux de An and Shorfheide [2007] et Fernández-Villaverde [2010] constituent une référence complète pour l'analyse bayésienne des modèles DSGE.

13. Cette stratégie est imposée lorsque les données contiennent peu d'information sur certains paramètres.

est de 10%. Pour les élasticités de substitution dans le marché des biens et le marché du travail, mon étude calibre ces paramètres de manière à répliquer un markup net de prix et de salaire de 20%, à l'état stationnaire. Ceci implique une valeur de 6 pour ces deux élasticités. Finalement, la part de dépenses publiques dans la demande globale est calibrée à la valeur de 0,20 à l'état stationnaire, tant pour les États-Unis que pour la zone Euro.

Pour les paramètres financiers, le taux de survie entrepreneurial, θ , est établi à la valeur de 0,9851 dans le modèle DSGE avec friction financière à la Bernanke et al. [1999], alors que ce taux est fixé à la valeur de 0,9784 dans le modèle DSGE avec friction financière à la Gertler and Karadi [2011]. Ces valeurs impliquent qu'un entrepreneur le demeure en moyenne pendant une décennie et demie pour le modèle de Costly State Verification contre une durée moyenne d'une décennie pour le modèle de Costly Enforcement. Le second paramètre, ω , est la fraction de fonds déviables et sa valeur est établie à 0.3476. Ces deux paramètres financiers sont calibrés de manière à ce que l'état stationnaire du modèle affiche une prime de risque ($r^k - R$) annuelle égale à 2% à l'état stationnaire, comme dans Bernanke et al. [1999], et un ratio de levier $\frac{qK}{N}$ (la taille du projet sur les fonds propres investis) de 2 à l'état stationnaire, comme dans Christensen and Dib [2008]. Finalement, mon article suit fidèlement le travail de Gertler and Karadi [2011] pour fixer la fraction de capital transférée aux nouveaux entrepreneurs, le paramètre τ , à la valeur de 0,001.

2.4.2 Estimation bayésienne de paramètres

Les tableaux (2.3), (2.4) et (2.5) présentent les résultats de l'estimation bayésienne pour les paramètres structurels liés respectivement au modèle néo-keynésien standard, au modèle avec friction à la Bernanke et al. [1999] et au modèle avec friction à la Gertler and Karadi [2011], et ceci pour l'économie américaine. Par la suite, les tableaux (2.7), (2.8) et (2.9) illustrent les résultats correspondants pour l'économie de la zone Euro. Spécifiquement, chaque tableau rapporte les densités à priori des paramètres ainsi que les intervalles de confiance à 90% à postériori. Les hypothèses (densités) à priori utilisées par ce travail sont similaires pour l'économie des États-Unis et pour celle de la zone Euro et sont choisies en suivant fidèlement les travaux de Smets and Wouters [2007].¹⁴

La première analyse des résultats de l'estimation met en évidence les points suivants. D'abord, en l'absence des problèmes de principal-agent, l'économie des États-Unis et celle de la zone Euro affichent dans plusieurs cas des structures similaires. En dépit de cette similarité globale, l'estimation met en lumière certaines nuances. Par exemple, les résultats montrent que la politique monétaire dans l'économie de la zone Euro ($\rho_i = 0,9702$) est plus lisse et persistante que celle dans l'économie des États-Unis ($\rho_i = 0,7270$), ce qui signifie que l'autorité monétaire

14. Comme il est difficile d'établir un lien direct entre l'élasticité du coût d'utilisation du stock de capital ζ et le paramètre homologue ψ que Smets and Wouters [2007] emploient, on maintient l'hypothèse que l'apriori pour le paramètre ζ est une loi normale, comme dans les travaux de Smets and Wouters [2003] et ceux de Villa [2013].

européenne réagit moins fortement à la conjoncture économique. Ces constats empiriques confirment les conclusions du travail de Smets and Wouters [2005].

Par ailleurs, l'ajout des frictions financières au modèle néo-keynesien standard affecte l'estimation des paramètres structurels tant pour l'économie des États-Unis que pour l'économie de la zone Euro. Pour les rigidités réelles, la présence du problème de Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] implique une diminution de l'estimé du degré d'habitude en consommation dans la zone Euro (h varie de 0,3377 à 0,1178) et ne semble pas avoir d'effet substantiel aux États-Unis, tandis que la présence du problème de Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011] a un effet positif sur ce degré d'habitude dans les deux économies (h passe de 0,1243 à 0,5695 aux États-Unis et de 0,3377 à 0,7424 dans la zone euro). De plus, la présence de ces deux problèmes d'agence accroissent le coût d'ajustement en investissement estimé dans la zone Euro, alors qu'ils le réduisent dans l'économie des États-Unis, avec un effet non significatif dans le cas du problème de Costly State Verification. L'effet négatif sur ce coût contredit clairement les conclusions des travaux de Brzoza-Brzezina and Kolasa [2013] pour l'économie américaine. Finalement, la présence de ces deux problèmes de principal-agent ont un impact inversé sur le coût d'utilisation du capital par rapport au dernier coût, avec un impact également non significatif dans le cas de la friction à la Bernanke et al. [1999] évaluée pour l'économie des États-Unis.

En ce qui concerne les rigidités nominales, l'introduction de la friction à la Gertler and Karadi [2011] au modèle standard fait augmenter la durée du contrat salarial dans l'économie des États-Unis, alors qu'elle le fait diminuer dans l'économie de la zone Euro. Par contre, l'ajout de la friction à la Bernanke et al. [1999] réduit la durée du contrat salarial dans les deux économies. D'autre part, la présence de la friction à la Gertler and Karadi [2011] n'a aucun effet significatif sur la rigidité de prix dans les deux économies, tandis que la friction à la Bernanke et al. [1999] fait baisser cette rigidité seulement dans la zone Euro.

Pour ce qui est des paramètres liés aux frictions financières, l'estimation bayésienne montre que la moyenne à posteriori de l'élasticité de la prime du risque au ratio de levier (ψ^{csv}) est très faible dans l'économie des États-Unis et qu'on ne peut pas rejeter la valeur nulle (intervalle de confiance entre 0 et 0,018). Par contre, cette valeur est plus élevée dans l'économie de la zone Euro avec une moyenne de 0,03 et un intervalle de confiance qui exclut la valeur nulle. Ceci est un premier signe que le problème du Costly State Verification est supporté dans l'économie de la zone Euro et non dans celle des États-Unis. Tournons maintenant notre attention vers les résultats liés à la contrainte à la Gertler and Karadi [2011]. Dans les deux cas, les paramètres ψ_1^{ce} et ψ_2^{ce} ont des valeurs substantielles et très proches l'un de l'autre. Ceci implique que l'écart de rendement, dans le modèle à la GK, est lié au *changement* anticipé dans le ratio de levier, plutôt qu'à son niveau. Il est également à noter que les valeurs absolues des coefficients indiquent que ceux-ci sont d'un ordre de grandeur légèrement plus élevé aux États-Unis (entre 0,53 et 0,54) que dans la zone Euro (ordre de grandeur entre 0,49 et 0,50). Cela indique qu'une

augmentation attendue donnée dans le levier aura plus d'impact sur l'écart de rendement.

2.4.3 Densité marginale de données

Le tableau (2.6) illustre respectivement les densités marginales de données pour le modèle néo-keynesien standard, le modèle avec friction à la Bernanke et al. [1999] et le modèle avec friction à la Gertler and Karadi [2011], et ce pour l'économie des États-Unis. Par contre, le tableau (2.10) présente les mêmes résultats pour l'économie de la zone Euro. La comparaison directe de ces densités met en évidence les constats suivants. Premièrement, l'ajout de la friction à la BGG ou à la GK ne permet pas au modèle néo-keynesien standard de mieux répliquer les données américaines. Ceci signifie que le problème du Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] et le problème du Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011] ne semblent pas être statistiquement importants pour le cycle économique des États-Unis. Deuxièmement, l'ajout de la friction à la BGG améliore l'ajustement du modèle standard aux données de la zone Euro, tandis que la présence de la friction à la GK ne le permet. Ceci implique que seul le problème du Costly State Verification apparaît être important pour le cycle conjoncturel de la zone Euro.

Ces résultats concordent avec ceux mentionnés ci-dessus à propos des valeurs estimées de ψ^{csv} : les résultats de l'estimation bayésienne suggèrent que les problèmes d'agence sont plus importants dans l'économie de la zone euro que dans celle des États-Unis mais seulement dans la mesure où la friction à la BGG est utilisée. Cette importance relative du problème d'agence peut être expliquée par l'élasticité élevée de la prime du risque au ratio de levier entrepreneurial dans l'économie de la zone Euro.

2.5 Conclusion

Ce papier estime trois versions du modèle néo-keynesien de Smets and Wouters [2003, 2007], à l'aide de la procédure bayésienne. La première version, utilisée comme point de comparaison, considère les marchés financiers comme un voile et n'inclut pas de friction financière. Le second modèle inclut une friction à la Bernanke et al. [1999], tandis que le troisième modèle incorpore une friction à la Gertler and Karadi [2011]. Les trois versions estimées sont comparées, pour l'économie américaine et l'économie de la zone Euro, moyennant le facteur de Bayes, et ceci, sur une période allant de 1980Q1 à 2008Q3. Les résultats principaux d'estimation sont : premièrement, l'ajout de la friction à la Gertler and Karadi [2011] ne permet pas au modèle néo-keynésien de mieux répliquer les fluctuations observées dans les données des États-Unis, ni celles observées dans les données de la zone Euro. Deuxièmement, l'ajout de la friction à la Bernanke et al. [1999] améliore l'ajustement du modèle standard aux données de la zone Euro seulement. Ceci suggère que les problèmes d'agence sont plus importants dans la zone Euro. Finalement, cette importance relative des frictions financières peut être expliquée par

l'élasticité élevée de la prime du risque au ratio de levier dans l'économie de la zone Euro.

TABLE 2.1 – Calibration des paramètres non financiers

Paramètres	Valeurs
β , le facteur d'escompte	0.99
α , le ratio capital revenu aux États-Unis	0.24
α , le ratio capital revenu dans la zone Euro	0.30
δ , le taux de dépréciation	0.025
ϵ , l'élasticité de substitution dans le marché de biens	6
ϵ_w , l'élasticité de substitution dans le marché de travail	6
$\frac{G}{Y}$, la part de dépenses publiques dans la production	0.20

TABLE 2.2 – Calibration des paramètres financiers

Paramètres	Valeurs
θ , le taux de survie- <i>BGG</i>	0.9851
θ , le taux de survie- <i>GK</i>	0.9784
ω , la fraction de fonds déviables	0.3476
$r^k - R$, la prime de risque	200pb
$\frac{K}{N}$, le ratio de levier	2
τ , la fraction du capital physique transférée aux nouveaux entrepreneurs	0.001

TABLE 2.3 – Modèle sans friction financière pour l'économie des États-Unis

Paramètres	à priori			à postériori		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.1025	0.1243	0.1641
ϕ	norm	2.000	0.75	1.8782	3.9405	5.5623
κ	norm	4.000	1.5	0.4302	1.2237	1.8016
ζ	norm	0.200	0.075	0.0791	0.1614	0.2304
ν_w	beta	0.500	0.15	0.5665	0.7241	0.9116
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.3623	0.4402	0.5266
ν_p	beta	0.500	0.15	0.5806	0.7094	0.8199
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.9441	0.9489	0.9529
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9927	0.9965	0.9998
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.8501	0.9507	0.9999
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9905	0.9943	0.9982
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.6908	0.7479	0.7929
ρ_π	norm	1.500	0.25	2.4175	2.5495	2.6599
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0042	0.0098	0.0143
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.9684	0.9754	0.9816
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.3676	0.5801	0.7275
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.2477	0.2640	0.2829
σ_x	invg	0.10	2.0	0.1239	0.3684	0.5827
σ_w	invg	0.10	2.0	0.5422	0.7198	0.8810
σ_p	invg	0.10	2.0	0.4705	0.5994	0.7380
σ_a	invg	0.10	2.0	0.2319	0.2602	0.2870
σ_g	invg	0.10	2.0	0.7787	0.8773	0.9819
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0125	0.0133

TABLE 2.4 – Modèle avec friction à la BGG pour l'économie des États-Unis

Paramètres	à priori			à postérieur		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.1483	0.2031	0.2539
ϕ	norm	2.000	0.75	1.3149	1.6868	2.0525
κ	norm	4.000	1.5	0.1747	0.4303	0.6785
ζ	norm	0.200	0.075	0.2277	0.2865	0.3489
ν_w	beta	0.500	0.15	0.7212	0.7717	0.8361
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.3135	0.3432	0.3615
ν_p	beta	0.500	0.15	0.5893	0.6523	0.7377
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.9425	0.9480	0.9529
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9958	0.9977	0.9996
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.7792	0.8244	0.8741
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9882	0.9930	0.9981
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.7579	0.7880	0.8156
ρ_π	norm	1.500	0.25	2.5406	2.7247	2.9598
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0067	0.0107	0.0148
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.9659	0.9756	0.9859
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.9126	0.9556	0.9885
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.2418	0.2564	0.2714
ψ^{csv}	beta	0.050	0.050	0.0000	0.0082	0.0176
σ_x	invg	0.10	2.0	0.1026	0.1879	0.2774
σ_w	invg	0.10	2.0	0.4847	0.5879	0.6894
σ_p	invg	0.10	2.0	0.4410	0.5377	0.6330
σ_a	invg	0.10	2.0	0.2339	0.2616	0.2908
σ_g	invg	0.10	2.0	0.7510	0.8395	0.9378
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0124	0.0131

TABLE 2.5 – Modèle avec friction à la GK pour l'économie des États-Unis

Paramètres	à priori			à postériori		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.5601	0.5695	0.5859
ϕ	norm	2.000	0.75	2.5481	2.6640	2.8441
κ	norm	4.000	1.5	2.9941	3.4312	3.8332
ζ	norm	0.200	0.075	0.3702	0.3875	0.4042
ι_w	beta	0.500	0.15	0.9141	0.9327	0.9507
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.9482	0.9509	0.9529
ι_p	beta	0.500	0.15	0.7666	0.8232	0.8732
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.9511	0.9521	0.9529
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9319	0.9407	0.9486
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.4547	0.4970	0.5392
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9989	0.9993	0.9998
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.8834	0.8990	0.9119
ρ_π	norm	1.500	0.25	1.8563	1.9103	1.9708
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0000	0.0002	0.0005
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.9923	0.9952	0.9980
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.4366	0.5025	0.5607
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.4075	0.4257	0.4469
ψ_1^{ce}	norm	-0.523	0.1	-0.5642	-0.5482	-0.5368
ψ_2^{ce}	norm	-0.502	0.1	-0.5437	-0.5347	-0.5218
σ_x	invg	0.10	2.0	1.0933	1.3026	1.4785
σ_w	invg	0.10	2.0	6.9275	7.7299	8.4626
σ_p	invg	0.10	2.0	0.9127	1.0296	1.1402
σ_a	invg	0.10	2.0	0.2916	0.3350	0.3799
σ_g	invg	0.10	2.0	0.7821	0.8740	0.9677
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0127	0.0136

TABLE 2.6 – Densités marginales des données pour l'économie des États-Unis

Modèle	Log de la densité marginale de données
Standard	610.6887
Friction financière à la BGG	589.7703
Friction financière à la GK	413.3815

TABLE 2.7 – Modèle sans friction financière pour l'économie de la zone Euro

Paramètres	à priori			à postérieur		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.3082	0.3377	0.3642
ϕ	norm	2.000	0.75	4.0514	4.1489	4.2987
κ	norm	4.000	1.5	2.0113	2.1195	2.3250
ζ	norm	0.200	0.075	0.1987	0.2151	0.2328
ν_w	beta	0.500	0.15	0.5592	0.5915	0.6371
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.9084	0.9182	0.9293
ν_p	beta	0.500	0.15	0.9804	0.9873	0.9946
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.9508	0.9519	0.9529
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9831	0.9870	0.9919
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.9997	0.9998	0.9999
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9567	0.9680	0.9757
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.9651	0.9702	0.9757
ρ_π	norm	1.500	0.25	1.0000	1.0119	1.0261
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0002	0.0010	0.0020
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.9370	0.9732	0.9999
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.1109	0.1755	0.2263
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.1244	0.1386	0.1496
σ_x	invg	0.10	2.0	0.9825	1.1456	1.3265
σ_w	invg	0.10	2.0	3.3449	3.5546	3.6764
σ_p	invg	0.10	2.0	0.2322	0.3373	0.4373
σ_a	invg	0.10	2.0	0.2127	0.2316	0.2515
σ_g	invg	0.10	2.0	0.4964	0.5796	0.6650
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0120	0.0121

TABLE 2.8 – Modèle avec friction à la BGG pour l'économie de la zone Euro

Paramètres	à priori			à postérieur		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.1025	0.1178	0.1363
ϕ	norm	2.000	0.75	1.1403	1.6872	2.1681
κ	norm	4.000	1.5	9.0775	9.9026	10.7712
ζ	norm	0.200	0.075	-0.0579	0.0461	0.1443
ν_w	beta	0.500	0.15	0.7846	0.8470	0.9177
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.2543	0.3637	0.4727
ν_p	beta	0.500	0.15	0.8872	0.9294	0.9705
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.8794	0.8980	0.9172
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9940	0.9961	0.9985
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.4803	0.5875	0.6829
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9969	0.9983	0.9997
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.5595	0.6017	0.6464
ρ_π	norm	1.500	0.25	2.5434	2.6658	2.8103
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0097	0.0141	0.0186
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.9754	0.9831	0.9912
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.9952	0.9973	0.9996
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.1274	0.1364	0.1460
ψ^{csv}	beta	0.050	0.050	0.1274	0.0314	0.1460
σ_x	invg	0.10	2.0	5.3360	6.1142	6.9202
σ_w	invg	0.10	2.0	0.2592	0.3128	0.3643
σ_p	invg	0.10	2.0	0.2398	0.3621	0.4842
σ_a	invg	0.10	2.0	0.1940	0.2173	0.2418
σ_g	invg	0.10	2.0	0.4811	0.5451	0.6056
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0120	0.0123

TABLE 2.9 – Modèle avec friction à la GK pour l'économie de la zone Euro

Paramètres	à priori			à postérieur		
	Distribution	Moyenne	Écart-type	5%	Moyenne	95%
h	beta	0.700	0.1	0.7094	0.7424	0.7726
ϕ	norm	2.000	0.75	0.0342	0.1931	0.3058
κ	norm	4.000	1.5	4.4057	4.5850	4.7932
ζ	norm	0.200	0.075	0.1038	0.1174	0.1321
ι_w	beta	0.500	0.15	0.2841	0.3152	0.3572
ξ_w	beta	0.500	0.1	0.1703	0.2039	0.2440
ι_p	beta	0.500	0.15	0.4190	0.4919	0.5766
ξ_p	beta	0.500	0.1	0.9522	0.9526	0.9529
ρ_w	beta	0.500	0.2	0.9928	0.9953	0.9980
ρ_p	beta	0.500	0.2	0.0020	0.0132	0.0235
ρ_a	beta	0.500	0.2	0.9826	0.9867	0.9898
ρ_i	beta	0.750	0.1	0.7134	0.7428	0.7765
ρ_π	norm	1.500	0.25	2.4452	2.5122	2.5781
ρ_y	norm	0.120	0.05	0.0000	0.0003	0.0008
ρ_g	beta	0.500	0.2	0.7341	0.7715	0.8062
ρ_x	beta	0.500	0.2	0.3715	0.4171	0.4610
$\bar{\gamma}$	norm	0.400	0.1	0.0899	0.1011	0.1089
ψ_1^{ce}	norm	-0.523	0.1	-0.5244	-0.5060	-0.4853
ψ_2^{ce}	norm	-0.502	0.1	-0.5124	-0.4944	-0.4753
σ_x	invg	0.10	2.0	1.7721	1.9013	2.0665
σ_w	invg	0.10	2.0	0.8668	1.2247	1.5495
σ_p	invg	0.10	2.0	4.1815	4.7386	5.1879
σ_a	invg	0.10	2.0	0.2556	0.2882	0.3173
σ_g	invg	0.10	2.0	0.5517	0.6225	0.6914
σ_i	invg	0.10	2.0	0.0118	0.0120	0.0123

TABLE 2.10 – Densités marginales des données pour l'économie de la zone Euro

Modèle	Log de la densité marginale de données
Standard	511.6112
Friction financière à la BGG	684.9153
Friction financière à la GK	484.5679

Chapitre 3

Une comparaison des types d'information à priori pour les modèles VAR : les frictions financières améliorent-elles les prévisions ?

3.1 Introduction

La performance des modèles de prévision est un sujet qui préoccupe toutes les banques centrales et organismes publics et gouvernementaux. Les travaux de recherche liés à la prévision sont généralement organisés en trois classes de modèles. La première classe désigne les modèles empiriques de séries temporelles, possiblement affectés par un manque de support théorique ; par exemple, les modèles vectoriels auto-régressifs (VAR). Quoique ces modèles empiriques soient utiles pour l'analyse de politiques économiques, l'interprétation de leurs prédictions est jugée douteuse, en raison de la critique de Lucas [1976]. Par ailleurs, Doan et al. [1984] montrent que les erreurs de prévision produites par les modèles VAR (non-restreints) sont substantielles.

La seconde classe de modèles de prévision fait référence aux modèles dynamiques stochastiques d'équilibre général (DSGE). Cette classe de modèles présente l'avantage d'être fondée sur la théorie économique et de tenir compte des anticipations des agents économiques. Cependant, comme la paramétrisation de ces modèles est un exercice souvent difficile à réaliser, leur capacité prédictive est généralement perçue comme étant faible. Finalement, la troisième classe est constituée de modèles hybrides qui combinent les points forts des approches théoriques et empiriques, notamment les modèles VAR structurels (SVAR) et les modèles DSGE-VAR. Certains travaux récents démontrent que les modèles hybrides DSGE-VAR ont la capacité d'être plus performants que les modèles des deux premières classes en termes de prévision.

Toutefois, la littérature sur la macro-économétrie bayésienne, ou bien "la nouvelle macro-économétrie", révèle que les modèles DSGE-VAR sont majoritairement basés sur des modèles dynamiques stochastiques d'équilibre général plus simples qui ne reflètent pas toutes les structures jugées nécessaires pour modéliser une économie complète ; en particulier, le marché financier y est souvent considéré comme un voile.

Dans ce contexte, l'objectif de ce chapitre est d'évaluer l'impact de l'inclusion du marché financier et des frictions affectant ce marché sur la capacité prédictive des modèles hybrides. Plus précisément, le chapitre propose une comparaison de la performance de trois modèles DSGE-VAR, basés sur trois versions du modèle de Smets and Wouters [2003, 2007]. La première version considère le marché financier comme un voile et n'inclut pas de friction financière. La seconde et la troisième version lèvent le voile sur le marché financier et incorporent une friction financière à la Bernanke et al. [1999] et une friction financière à la Gertler and Karadi [2011], respectivement. La comparaison de ces trois modèles hybrides, à l'aide de la racine carré des erreurs de prévision quadratiques moyennes (RMSFE), permet de répondre à la question de recherche principale : à quel point l'introduction des marchés financiers permet-elle d'améliorer les prévisions d'un modèle hybride ? Pour aborder cette question, l'article recourt à l'approche bayésienne, qui consiste à conjuguer la vraisemblance conditionnelle des données réelles à travers un modèle VAR, et la densité à priori, déduite d'un modèle dynamique stochastique d'équilibre général. De manière explicite, notre travail estime les paramètres d'un modèle VAR(4), à partir d'un échantillon effectif basé sur les données et d'un échantillon fictif de données *simulées* des trois modèles DSGE. Le poids de l'information à priori, c'est à dire celle incorporant la théorie économique via le modèle DSGE, par rapport aux données réelles, est mesuré par un paramètre de contrôle.

L'approche adoptée dans cet article est inspirée des travaux pionniers de DeJong et al. [1993], Ingram and Whiteman [1994] et Del Negro and Schorfheide [2004]. Pour Ingram and Whiteman [1994], l'information à priori est dérivée directement du modèle néoclassique de King et al. [1988], à l'aide d'une approximation linéaire-normale. En outre, ces auteurs emploient une procédure dite "mixed estimation" pour calculer l'estimateur à postérieur pour les paramètres d'un modèle VAR. De leur côté, Del Negro and Schorfheide [2004] incorporent l'information à priori en développant une technique bayésienne et proposent une stratégie pour identifier le modèle VAR structurel. Les résultats obtenus par ces deux derniers auteurs montrent que la performance du modèle DSGE-VAR est comparable à celle obtenue avec les modèles empiriques plus conventionnels, tels que les VAR non-restreints, Min-VAR et approximation-VAR du modèle DSGE. Toutefois, pour éviter le risque que les tirages aléatoires répétés à partir du modèle DSGE produisent une variabilité stochastique au niveau de la densité à priori des paramètres d'un modèle VAR, Del Negro and Schorfheide [2004] substituent les moments simulés par leurs valeurs espérées (les moments théoriques). Ceci implique que l'information à priori dégagée ne capte pas toute la dynamique d'une économie. En effet, comme les chocs exogènes

ont des valeurs espérées nulles, leurs effets provoqués sur cette dynamique sont également nuls.

Une série de travaux ont employé l’approche économétrique bayésienne DSGE-VAR pour comparer la performance prédictive d’une variété de modèles du cycle conjoncturel : Ghent [2009], Del Negro et al. [2007], Rabanal and Rubio-Ramirez [2005] et Korenok and Swanson [2005]. Dans son article, Ghent [2009] se demande jusqu’à quel point les prévisions seront différentes pour des modèles DSGE qui diffèrent l’un de l’autre dans la réponse impulsive des heures travaillées au choc de la productivité. En comparant la performance prédictive obtenue à celle des modèles Min-VAR et VAR non-restreints, l’auteur rapporte que les modèles DSGE-VAR estimés produisent des prévisions relativement comparables et pas très différents entre eux. Ce résultat suggère que le choix du modèle théorique comme source d’information à priori n’est pas capital. Par ailleurs, en recourant à l’inférence indirecte et à la spécification VAR, Del Negro et al. [2007] développent un outil général et robuste pour évaluer le degré de “mauvaise” spécification des modèles stochastiques dynamiques d’équilibre général de type néo-keynésien.¹ Contrairement à la comparaison habituelle dans la littérature entre le modèle DSGE et le modèle VAR non-restreint ou le modèle VAR avec une information à priori diffuse [Smets and Wouters, 2003], Del Negro et al. [2007] calculent le ratio des vraisemblances marginales entre deux versions du modèle hybride DSGE-VAR, une version où les restrictions du modèle DSGE sont strictement imposées au modèle VAR et une version où ces restrictions sont relâchées, de manière systématique et optimale. Appliquant cette approche au modèle de Smets and Wouters [2003], ces derniers auteurs montrent que la “mauvaise” spécification de ce type des modèles demeure encore non résolue. De plus, ces mêmes auteurs se servent de cet outil DSGE-VAR pour évaluer l’importance de quelques aspects structurels du modèle, comme la formation d’habitudes en consommation, l’indexation de salaires et l’indexation de prix dans l’ajustement du modèle DSGE aux données.

La contribution de notre travail à cette revue de littérature se retrouve dans les deux éléments suivants. D’abord, notre article évalue la performance prédictive de trois modèles néo-keynésiens incluant (ou pas) une des deux frictions financières les plus courantes dans la récente littérature en macroéconomie financière. Ensuite, en suivant l’approche de DeJong et al. [1993], notre travail incorpore l’information à priori, en se basant sur les moments simulés d’un modèle dynamique stochastique d’équilibre général, à la place de leurs valeurs espérées.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit. Les sections 3.2, 3.3 et 3.4 décrivent les éléments et aspects importants des trois modèles DSGE. La section 3.5 présente une brève description de la méthode utilisée pour la résolution des modèles DSGE. La section 3.6 expose en détail la technique économétrique DSGE-VAR. Les résultats de prévision intra- et hors-échantillon sont rapportés à la section 3.7. La section 3.8 présente une analyse et une discussion des résultats. Finalement, la section 3.9 conclut.

1. Les premiers travaux sur l’inférence indirecte sont réalisés par Gourieroux et al. [1993] et Smith [1993]. Par la suite, Gallant and McCulloch [2009] proposent un cadre bayésien pour cette inférence.

3.2 Le modèle sans friction financière

Le premier modèle dynamique d'équilibre général analysé est basé sur le modèle de Smets and Wouters [2003, 2007] et incorpore à la fois des frictions réelles et nominales : la formation d'habitudes externes en consommation (h), le coût d'ajustement en investissement ($F(\cdot)$), la rigidité de prix (ξ_p) et la rigidité de salaires (ξ_w). La dynamique stochastique de ce modèle est gouvernée par six chocs exogènes, qui affectent la productivité multifactorielle (a_t), la productivité spécifique à l'investissement (x_t), la politique monétaire (ϵ_t^r), les dépenses publiques (g_t), le markup de prix (u_t^p) et le markup de salaire (u_t^w). On fait l'hypothèse que ces chocs suivent des processus auto-régressifs du premier ordre, à l'exception du choc de la politique monétaire, qui est un bruit blanc.

Comme dans les chapitres précédents, le premier modèle met en scène neuf catégories d'agents : les ménages, les groupes de travail, les assembleurs de travail, les producteurs de biens intermédiaires, les détaillants, les producteurs de biens finals, les producteurs de capital, l'autorité fiscale et l'autorité monétaire. De plus, la gestion du stock de capital de l'économie est effectuée par les ménages ; ceci est une hypothèse clé de ce premier modèle.

Le ménage représentatif maximise une fonction d'utilité avec la consommation et l'effort de travail comme deux arguments. Au début de chaque période t , le ménage représentatif détient une quantité de bons du Trésor b_t et un stock de capital k_t . Il reçoit un revenu de travail $\frac{W_t^h}{P_t} l_t$, avec l_t les heures de travail offertes aux groupes de travail et $\frac{W_t^h}{P_t}$ le salaire réel. Le ménage reçoit également un revenu $R_t^H u_t k_t$ provenant de la location du service du stock de capital aux producteurs de biens intermédiaires, avec R_t^H le taux de rendement brut de location et u_t le taux d'utilisation du stock de capital. À la fin de chaque période, le ménage représentatif récupère un montant $(1 - \delta)q_t k_t$, en vendant le stock de capital non déprécié aux producteurs de capital, avec δ le taux de dépréciation du stock de capital et q_t son prix. De plus, la détention de bons du Trésor lui génère un rendement brut R_t reçu au début de chaque période $t + 1$. Finalement, il obtient un transfert T_t de la part de l'autorité fiscale et un dividende Π_t découlant de la détention des parts dans des entreprises. Ces revenus doivent être suffisants pour financer les dépenses en biens de consommation c_t , les dépenses en biens de capital $q_t k_{t+1}$ et l'achat de bons du Trésor b_{t+1} . On suppose que le ménage représentatif fait face à une rigidité réelle, en supportant un coût $\Psi(u_t)k_t$ lié à l'ajustement du taux d'utilisation du stock de capital, avec $\Psi(u_t)$ une fonction convexe.

Les dynamiques de la consommation, de l'épargne en bons du Trésor et en biens de capital, de l'offre du travail et du taux d'utilisation du stock de capital sont données par les équations d'Euler suivantes :

$$(c_t - hC_{t-1})^{-1} = \lambda_t \quad (3.1)$$

$$\beta R_t E_t(\lambda_{t+1}) = \lambda_t \quad (3.2)$$

$$l_t^\phi = \lambda_t \frac{W_t^h}{P_t} \quad (3.3)$$

$$\lambda_t q_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left(R_{t+1}^H u_{t+1} - \Psi(u_{t+1}) + (1 - \delta) q_{t+1} \right) \right] \quad (3.4)$$

$$R_t^H = \Psi'(u_t) \quad (3.5)$$

Les groupes de travail versent un salaire réel $\frac{W_t^h}{P_t}$ aux ménages en contrepartie de leurs services de travail. Chaque groupe de travail dispose d'un pouvoir monopolistique et procède à la différenciation de son offre de service de travail, qui est ensuite vendu aux assembleurs de travail. Le rôle des groupes de travail est d'introduire la rigidité nominale dans les salaires alors que le rôle des assembleurs est de créer un input de travail composite, L_t , en regroupant les heures de travail différenciées des différents groupes de travail.

L'évolution des salaires, gérée par les groupes de travail, est affectée par une rigidité nominale à la Calvo [1983]. On suppose que chaque groupe de travail est en mesure de réoptimiser son salaire, $W_t(g)$, seulement après avoir reçu un signal aléatoire. Le signal est indépendant du passé et survient avec une probabilité $1 - \xi_w$. Pour la fraction ξ_w des groupes de travail qui ne peuvent pas réoptimiser, le prix de leur service de travail s'ajuste au taux d'inflation passé, suivant un degré d'indexation ι_w . La condition d'optimalité associée au choix du salaire, $W_t^*(g)$, pour chaque groupe de travail ayant reçu le signal de réoptimiser est décrite par l'équation suivante :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_w)^s \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left[\left(\frac{W_t^*(g)}{W_t} \right)^{-\epsilon_w} L_t \right] \left[\frac{W_t^*(g)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_w} - \frac{W_{t+s}^h}{P_{t+s}} \left(\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} \right) u_t^w \right] = 0 \quad (3.6)$$

où W_t désigne le prix de l'input de travail composite et ϵ_w est l'élasticité de substitution entre les heures de travail des différents groupes. En raison de la rigidité, la dynamique du salaire agrégé, W_t , est une combinaison non linéaire pondérée des salaires réoptimisés et des salaires indexés :

$$W_t = \left[(1 - \xi_w) W_t^*(g)^{1-\epsilon_w} + \xi_w W_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_w} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \quad (3.7)$$

La structure du marché de biens est similaire à celle du marché du travail. Les détaillants achètent des biens intermédiaires au prix ϕ_t . Chaque détaillant dispose ensuite d'un pouvoir monopolistique et procède à la différenciation du bien, qui sera vendu par la suite aux producteurs de biens finals. Le rôle des détaillants est d'introduire la rigidité nominale dans les prix alors que le rôle des producteurs de biens finals est de regrouper les biens intermédiaires différenciés pour produire le bien composite final Y_t . L'évolution des prix, gérée par les détaillants, est également affectée par une rigidité nominale à la Calvo [1983]. Chaque détaillant a la capacité de réoptimiser son prix, $p_t(f)$, seulement après avoir reçu un signal aléatoire. La probabilité de recevoir le signal est indépendante du passé et égale à $1 - \xi_p$. La fraction

ξ_p des détaillants qui ne sont pas en mesure de réoptimiser ajustent leur prix au taux d'inflation passé, selon le degré d'indexation ι_p . La condition d'optimalité associée au choix du prix, $p_t^*(f)$, pour chaque détaillant est décrite par l'équation suivante :

$$E_t \sum_{s=0}^{+\infty} (\beta \xi_p)^s \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left[\left(\frac{p_t^*(f)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t \right] \left[\frac{p_t^*(f)}{P_{t+s}} \left(\frac{P_{t+s-1}}{P_{t-1}} \right)^{\iota_p} - \phi_{t+s} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right) u_t^p \right] = 0 \quad (3.8)$$

où P_t représente le prix du bien final composite et ϵ est l'élasticité de substitution entre les biens intermédiaires différenciés. La dynamique du prix agrégé est aussi une combinaison non linéaire pondérée des prix réoptimisés et des prix indexés :

$$P_t = \left[(1 - \xi_p) p_t^*(f)^{1-\epsilon} + \xi_p P_{t-1} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\iota_p} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (3.9)$$

Finalement, les producteurs de biens intermédiaires choisissent les quantités du facteur travail et du facteur capital de sorte que leurs coûts unitaires réels soient compensés par leurs productivités marginales :

$$R_t^H = \phi_t \alpha \left(\frac{y_t}{u_t k_t} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{W_t}{P_t} = \phi_t (1 - \alpha) \left(\frac{y_t}{L_t} \right) \quad (3.11)$$

La technologie de production utilisée par ces producteurs est de type Cobb-Douglas :

$$y_t = a_t (u_t k_t)^\alpha (L_t)^{1-\alpha} \quad (3.12)$$

Les producteurs de capital se procurent une quantité i_t de biens finals et le stock de capital non déprécié $(1 - \delta)k_t$ pour les transformer en nouveau bien de capital. Le stock du capital de l'économie s'accroît alors selon la loi d'accumulation suivante :

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] i_t \quad (3.13)$$

La dynamique d'investissement pour ces producteurs est décrite par l'équation suivante :

$$1 = q_t x_t \left[1 - F\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) - F'\left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \left(\frac{i_t}{i_{t-1}}\right) \right] + \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} x_{t+1} F'\left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right) \left(\frac{i_{t+1}}{i_t}\right)^2 \right] \quad (3.14)$$

La politique monétaire déterminant le taux d'intérêt brut nominal R_t^n est régie par la règle de Taylor suivante :

$$\ln \left(\frac{R_t^n}{R^n} \right) = \rho_i \ln \left(\frac{R_{t-1}^n}{R^n} \right) + (1 - \rho_i) \left[\rho_\pi \ln \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right) + \rho_y \ln \left(\frac{Y_t}{Y_t^*} \right) \right] + \epsilon_t^r \quad (3.15)$$

La relation entre le taux d'intérêt réel et le taux d'intérêt nominal est décrite par l'équation de Fisher :

$$R_t = E_t \left[\frac{R_t^n}{\Pi_{t+1}} \right] \quad (3.16)$$

Finalement, le modèle est bouclé à l'aide de la contrainte de ressources :

$$Y_t = c_t + i_t + g_t + \Psi(u_t) k_t \quad (3.17)$$

3.3 Friction financière à la Bernanke et al. [1999]

Cette section présente le modèle dynamique d'équilibre général avec friction financière à la Bernanke et al. [1999]. Ce modèle se différencie du premier modèle par deux aspects clés. D'abord, on suppose que la gestion du stock de capital de l'économie est sous la responsabilité d'une nouvelle catégorie d'agents, les entrepreneurs. Ensuite, on fait l'hypothèse qu'un problème d'asymétrie d'information affecte le contrat de dette entre les entrepreneurs et les intermédiaires financiers. Ce problème d'information est de type " Costly State Verification", selon lequel les intermédiaires financiers sont contraints de déboursier des coûts d'audit afin de vérifier les rendements réalisés (les états de nature) ex-post des projets entrepris par les entrepreneurs. Ces deux aspects modifient la contrainte budgétaire des ménages, mais le reste du premier modèle demeure inchangé.

Comme les ménages ne sont plus responsables de gérer le capital, les décisions du ménage représentatif se restreignent maintenant aux choix des dépenses de consommation c_t , de l'offre de travail l_t et du niveau d'épargne b_{t+1} , qui prend la forme de dépôts bancaires auprès des intermédiaires financiers ou de bons du Trésor émis par l'autorité fiscale. Ces deux instruments financiers sont sans risque et parfaitement substituables. Contrairement au premier modèle, le ménage représentatif n'a pas droit au revenu net $R_t^H u_t k_t - \Psi(u_t)k_t$ provenant du service de location du capital, puisque celui-ci sera maintenant dirigé vers les entrepreneurs. Toutefois, les dynamiques de la consommation, de l'épargne et l'offre de travail sont décrites par les mêmes équations d'Euler (3.1), (3.2) et (3.3) du premier modèle.

Ce sont maintenant les entrepreneurs qui gèrent le stock du capital. Ces agents se procurent le stock de capital et le louent aux producteurs de biens intermédiaires en décidant son taux d'utilisation. Le financement des acquisitions du capital $q_t k_{t+1}$ est assuré, en partie, par les fonds propres N_t des entrepreneurs accumulés à la fin de la période t , de l'autre partie par des emprunts, $B_{t+1} = q_t k_{t+1} - N_t$, accordés par les intermédiaires financiers (qui regroupent les dépôts des ménages) en contrepartie d'un taux certain R_t . Pour éviter l'éventualité que les entrepreneurs accumulent suffisamment de fonds pour s'auto-financer, on fait l'hypothèse que chaque entrepreneur peut survivre à la période prochaine avec une probabilité $0 \leq \theta \leq 1$. Une fois la décision de l'utilisation du stock du capital est faite, un entrepreneur récupère un premier revenu net $R_t^H u_t k_t - \Psi(u_t)k_t$, provenant du service de location du capital, et un second revenu $(1 - \delta)q_t k_t$ découlant de la vente du stock du capital non déprécié. Le rendement global du capital relativement à son coût d'acquisition q_t est donc définie comme :

$$r_t^k = \frac{R_t^H u_t - \Psi(u_t) + (1 - \delta)q_t}{q_t} \quad (3.18)$$

Contrairement au premier modèle, le second modèle incorpore une friction financière qui affecte la canalisation de l'épargne vers les emprunteurs, inspirée des travaux de Bernanke et al. [1999]. Ces auteurs supposent qu'un problème d'asymétrie d'information de type "Costly State Veri-

fication" affecte le contrat de dette liant les entrepreneurs-emprunteurs et les intermédiaires financiers. Plus précisément, ils font l'hypothèse que la rentabilité du capital investi par chaque entrepreneur est exposée à un choc idiosyncratique. Comme la nature du choc est privée, un intermédiaire financier doit déboursier un coût d'audit pour vérifier la réalisation ex-post du projet, en cas du défaut. Afin de contrer l'incitation, pour un entrepreneur, à sous-rapporter la vraie réalisation du projet, un intermédiaire oblige ce dernier à contribuer au projet $q_t k_{t+1}$ par ses fonds propres N_t . En conséquence, en plus du taux sans risque, R_t , un intermédiaire exige une prime du financement externe, $S\left(\frac{q_t k_{t+1}}{N_t}\right)$, qui est liée négativement à la part des fonds propres dans la taille du projet. Face à cette situation, un entrepreneur choisit donc un niveau d'endettement tel que :

$$E_t\left(r_{t+1}^k\right) = R_t S\left(\frac{q_t k_{t+1}}{N_t}\right) \quad (3.19)$$

Sachant la rentabilité ex-post du projet, $r_{t+1}^k q_t k_{t+1}$, et les engagements ex-ante de remboursement, $E_t(r_{t+1}^k)(q_t k_{t+1} - N_t)$, les fonds propres agrégés des entrepreneurs s'accroissent donc selon la dynamique suivante :

$$N_{t+1} = \theta \left[r_{t+1}^k q_t k_{t+1} - E_t(r_{t+1}^k)(q_t k_{t+1} - N_t) \right] + (1 - \theta) N_t^e \quad (3.20)$$

3.4 Friction financière à la Gertler and Karadi [2011]

Cette section présente une autre manière d'incorporer les frictions financières au premier modèle. Cette autre manière est inspirée des travaux de Gertler and Karadi [2011]. En effet, on fait l'hypothèse que le contrat de dette entre les intermédiaires financiers et les entrepreneurs est maintenant affecté par un problème de non-engagement de type "Costly Enforcement". Spécifiquement, après avoir contracté un prêt B_{t+1} pour l'acquisition du capital, $q_t k_{t+1}$, auprès d'un intermédiaire financier au taux R_t , un entrepreneur peut être incité à dévier une fraction $\omega q_t k_{t+1}$ des fonds et se libérer de ses engagements envers l'intermédiaire financier. Quoique la stratégie de dévier les fonds rapporte un bénéfice, $\omega q_t k_{t+1}$, l'entrepreneur court le risque d'être exclu des marchés financiers pour toutes les périodes prochaines. Le coût de se désengager et de dévier les fonds est donc la valeur escomptée de tous les profits futurs. À l'équilibre, le niveau d'endettement qu'un intermédiaire financier permet à un entrepreneur est déterminé par l'arbitrage entre coût et bénéfice. Ainsi, l'équation de cet arbitrage remplace l'équation (3.19) du second modèle :

$$\frac{q_t k_{t+1}}{N_t} = \Phi_t = \frac{\eta_t}{\omega - \nu_t} \quad (3.21)$$

Enfin, la valeur nette entrepreneuriale agrégée évolue selon la loi d'accumulation suivante :

$$N_{t+1} = \theta \left[(r_{t+1}^k - R_t) \Phi_t + R_t \right] N_t + (1 - \theta) N_{t+1}^e \quad (3.22)$$

3.5 La résolution des modèles dynamiques d'équilibre général

Pour résoudre les systèmes d'anticipations rationnelles des trois modèles DSGE, notre article recourt au programme Dynare. Ce programme emploie la méthode de perturbations au premier ordre, développée par Collard and Juillard [2001a]. L'idée de leur méthode est que le vecteur de variables endogènes, y_t , vérifiant un système d'anticipations rationnelles, peut être exprimé à l'aide d'une fonction $g(\cdot)$ du vecteur de variables endogènes retardées, y_{t-1} , et du vecteur de chocs structureaux, u_t :

$$y_t = g(y_{t-1}, u_t) \quad (3.23)$$

Cette méthode se sert des techniques de la linéarisation pour fournir l'expression algébrique de la solution $g(\cdot)$.² Dans la prochaine section, cette solution va nous permettre de simuler des données artificielles, qui seront ensuite utilisées pour former une densité à priori des paramètres d'un modèle VAR(4).

3.6 Le modèle vectoriel auto-régressif

Soit T_r la taille de l'échantillon des données réelles, n le nombre de variables endogènes et p le nombre de retards. Soit également $T' = T_r - p$ la taille effective de l'échantillon des données réelles.

Un modèle VAR en y_t d'ordre p est exprimé comme suit :

$$y_t = B_0 + B_1 y_{t-1} + \dots + B_p y_{t-p} + e_t \quad (3.24)$$

où $y_t = [y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt}]'$ est le vecteur des n variables endogènes, B_i ($1 \leq i \leq p$) une matrice de coefficients de dimension $n \times n$ et $e_t = [e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt}]'$ un vecteur d'erreurs de prévision.³ Afin de simplifier l'analyse, il est préférable de réexprimer le modèle VAR(p) sous la forme vectorielle suivante :

$$Y = XB + E \quad (3.25)$$

où Y est une matrice $T' \times n$ avec lignes y'_t , X une matrice $T' \times (np + 1)$ avec lignes $x'_t = [1, y'_{t-1}, y'_{t-2}, \dots, y'_{t-p}]$, $B = [B_0, B_1, \dots, B_p]'$ une matrice $(np + 1) \times n$ de coefficients et E une matrice $T' \times n$ d'erreurs de prévision avec lignes e'_t . On suppose que chaque ligne e'_t de la matrice E suit une loi normale multivariée, $N(0, \Sigma)$, avec Σ une matrice définie positive de dimension $n \times n$.

Selon le modèle VAR(p), la fonction de vraisemblance conditionnelle des données s'écrit :

$$L(Y, X | B, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-\frac{T'}{2}} \exp \left[-0.5 \text{tr} (Y - XB)' \Sigma^{-1} (Y - XB) \right] \quad (3.26)$$

2. Pour apprendre davantage à propos de l'algorithme de la méthode de perturbations au premier ordre utilisé, voir le document "UserGuide" du programme Dynare.

3. La matrice B_0 , représentant les constants, est de dimension $n \times 1$.

ou bien :

$$L(y, z|\beta, \Sigma) \propto |\Sigma^{-1} \otimes I_{T^r}| \exp\{-0.5(y - z\beta)'[\Sigma^{-1} \otimes I_{T^r}](y - z\beta)\} \quad (3.27)$$

avec $y = \text{vec}(Y)$, $\beta = \text{vec}(B)$ et $z = I_n \otimes X$.

3.6.1 La densité à priori

Contrairement à l'approche classique, notre analyse est fondée sur l'hypothèse que les paramètres B (ou bien β) et Σ du modèle VAR(p) sont aléatoires. En effet, on suppose que l'interprétation de ces paramètres est probabilistique plutôt que déterminée. La construction de la densité à priori de ces paramètres suit un processus identique à celui décrit par DeJong et al. [1993]. Plus précisément, la première phase du processus consiste à spécifier le modèle dynamique stochastique d'équilibre général (DSGE) et la distribution de ses paramètres structuraux. Dans la seconde phase, on procède à un tirage de ces paramètres structuraux, selon leurs lois spécifiées. Ensuite, à partir de la règle de décision $g(\cdot)$ issue de la solution du modèle et du vecteur des paramètres tirés, on simule des données artificielles pour une période $T_a = \lambda T_r$, avec λ un paramètre de contrôle exogène mesurant le poids de l'information à priori (le poids de la théorie économique) dans notre analyse, par rapport aux données réelles.⁴ Par la suite, la matrice des coefficients B et la matrice variance-covariance Σ sont estimées à partir des données simulées. On répète ce processus d'échantillonnage et d'estimation 1000 fois. Finalement, on calcule la moyenne échantillonnale des estimés pour la matrice des coefficients et la matrice variance-covariance.

Comme dans DeJong et al. [1993], le recours aux lois conjuguées et à la loi non-informative de Jeffrey induit une distribution conjointe Normal-Wishart inversé pour les paramètres β et Σ :⁵

$$P(\beta, \Sigma|\theta) = P(\beta|\Sigma, \theta)P(\Sigma|\theta) \quad (3.28)$$

où la distribution de β conditionnelle à Σ est décrite par :

$$P(\beta|\Sigma, \theta) \propto |\Sigma^{-1} \otimes (X'_a X_a)| \exp\left[-0.5(\beta - r)'[\Sigma^{-1} \otimes (X'_a X_a)](\beta - r)\right] \quad (3.29)$$

avec $r = \text{vec}(\widehat{B}_a(\theta)) = \text{vec}[(X'_a X_a)^{-1} X'_a Y_a]$, et où la distribution marginale de Σ prend la forme suivante :

$$P(\Sigma|\theta) \propto |\Sigma^{-1}|^{\frac{\tau+n+1}{2}} \exp\{-0.5 \text{tr} \Sigma^{-1} A\} \quad (3.30)$$

avec $\tau = T_a - p - np - 1$ désigne le degré de liberté de la loi Wishart inversée et $A = \widehat{\Sigma}_a(\theta) = (Y_a - X_a \widehat{B}_a(\theta))'(Y_a - X_a \widehat{B}_a(\theta))$ son paramètre, qui est égal à l'estimateur de la matrice variance-covariance par les données artificielles.

4. Del Negro and Schorfheide [2004] choisissent, de manière endogène, la valeur de λ qui maximise la densité marginale de données.

5. Dans son livre, Zellner [1971] fournit les preuves complètes aboutissant à la distribution conjointe Normal-Wishart inversée.

3.6.2 La densité à postériori

Selon la règle de Bayes, la distribution à postériori des paramètres β et Σ s'écrit comme suit :

$$P(\beta, \Sigma | y, z) \propto L(y, z | \beta, \Sigma) P(\beta | \Sigma, \theta) P(\Sigma | \theta) \quad (3.31)$$

Comme l'on est capable de re-écrire la distribution à postériori sous la forme suivante :

$$P(\beta, \Sigma | y, z) = P(\beta | \Sigma, y, z) P(\Sigma | y, z) \quad (3.32)$$

alors la densité à postériori de β conditionnelle à Σ est décrite par la loi normale multivariée, de moyenne

$$\hat{\beta}^p = \text{vec}[(X'X + X'_a X_a)^{-1}(X'Y + X'_a Y_a)] \quad (3.33)$$

et de variance

$$\Sigma \otimes (X'X + X'_a X_a)^{-1} \quad (3.34)$$

Pour la densité marginale à postériori de Σ , elle est décrite par la loi Wishart inversée.

3.7 Résultats

3.7.1 Prévision intra-échantillon

Les tableaux (3.1) à (3.6) montrent la racine carrée des erreurs de prévision quadratiques moyennes intra-échantionnelles pour six variables observables (le produit intérieur brut ; la consommation ; l'investissement ; les heures travaillées ; le taux d'inflation et le taux d'intérêt nominal). Chaque tableau illustre, en fonction du poids de l'information à priori (λ), comment la capacité prédictive à un trimestre en avant pour les six variables observables varie entre le modèle VAR non-restreint (VAR(4)), le modèle néo-keynésien DSGE standard (SW-VAR), le modèle DSGE avec friction à la Bernanke et al. [1999] (BGG-VAR) et le modèle DSGE avec friction à la Gertler and Karadi [2011] (GK-VAR). Une fois terminé, cet exercice de prévision intra-échantillon révèle les évidences suivantes. D'abord, la performance prédictive du modèle VAR s'avère meilleure que celle des modèles hybrides DSGE-VAR, pour toutes les variables observables. Ensuite, l'ajout de la friction financière à la Bernanke et al. [1999] permet au modèle DSGE-VAR de réduire l'erreur de prévision. Par contre, la friction à la Gertler and Karadi [2011] n'améliore la performance du modèle DSGE-VAR que lorsqu'il s'agit de prévoir le taux d'inflation. En effet, l'impact de cette dernière friction sur la performance prédictive du modèle hybride est de signe variable pour chacune des autres variables observables.

3.7.2 Prévision hors-échantillon

Les tableaux (3.7) à (3.12) illustrent la racine carrée des erreurs de prévision quadratiques moyennes hors-échantionnelles pour les mêmes variables observables. Spécifiquement, cette

section présente les résultats de prévision pour divers horizons : court, moyen et long terme. Pour des horizons courts (Horizon=1 ou 2), les résultats obtenus révèlent les évidences suivantes. Premièrement, le modèle VAR(4) non-restreint performe moins bien que les modèles hybrides DSGE-VAR dans la prévision du PIB, de la consommation, de l'investissement, du taux d'inflation et des heures de travail, à un trimestre et à deux trimestres en avant. Ceci suggère que les restrictions associées au modèle DSGE, qui n'aident pas le modèle en échantillon, contribuent maintenant à améliorer sa performance prédictive hors-échantillon. Par contre, en absence des frictions financières ou bien d'un poids important de l'information à priori, le modèle VAR(4) arrive à performer mieux que le modèle hybride lorsqu'il s'agit de prédire l'évolution future du taux d'intérêt. Deuxièmement, les modèles hybrides incorporant des frictions financières affichent une performance moins élevée que celle du modèle hybride standard à prédire le PIB, l'investissement, les heures de travail et le taux d'inflation, aux horizons d'un trimestre et deux trimestres. Cette performance se confirme lorsque l'on analyse la prévision de la consommation, dans le cas où le poids de l'information à priori est relativement élevé, et aussi pour la prévision des heures de travail, dans le cas où ce poids n'est pas accentué.

En ce qui concerne des horizons moyens (Horizon=4), l'exercice de prévision met en évidence les points suivants. D'abord, à quatre trimestres en avant, le modèle VAR(4) non-restreint demeure moins performant que les modèles hybrides DSGE-VAR à prévoir les six variables observables. Ensuite, les modèles hybrides incorporant les frictions financières demeurent moins performants que le modèle hybride standard dans la prévision du PIB, l'investissement, les heures de travail et du taux d'inflation, mais ils deviennent plus performants, s'il s'agit de prédire la consommation.

Finalement, quant aux horizons longs (Horizon=8), les tableaux (3.7) à (3.12) illustrent les résultats suivants. Premièrement, le modèle VAR non-restreint est toujours moins performant que les modèles hybrides DSGE-VAR à prédire, huit trimestres à l'avance, les six variables observables. Deuxièmement, le modèle hybride standard performe mieux que les modèles hybrides avec frictions financières dans la prévision du taux d'inflation et des heures travaillées. Par contre, cette performance est inversée lorsqu'il s'agit de prédire la consommation et le taux d'intérêt nominal. Par ailleurs, l'impact des frictions financières sur la capacité prédictive du modèle hybride, pour le PIB et l'investissement, est de signe variable.

L'analyse de ces résultats de prévision nous permet de faire ressortir les constats suivants. Premièrement, la performance prédictive des modèles hybrides DSGE-VAR, relativement au modèle VAR non-restreint, est tributaire du type de l'exercice de prévision : intra ou hors-échantillon. Le modèle VAR non-restreint est tout-à-fait convenable pour la prévision en échantillon mais susceptible d'être amélioré pour la prévision hors-échantillon. Deuxièmement, pour les prévisions hors-échantillon, les modèles DSGE-VAR dominent les modèles auto-régressifs pour la plupart des variables observables et pour tous les horizons considérés. Ce second constat est en ligne avec les travaux de Del Negro et al. [2007]. Troisièmement, les modèles

DSGE-VAR incluant des frictions financières sont souvent moins performants que les modèles DSGE-VAR standard, en termes de la prévision hors-échantillon. Finalement, un arbitrage apparaît entre le poids de l'information à priori et l'ajout des frictions financières au modèle néo-keynesien. À titre d'exemple, la présence des frictions améliore la capacité du modèle standard DSGE-VAR à prévoir le taux d'intérêt, mais cette capacité est dégradée si le poids de l'information à priori est suffisamment accentué.

3.8 Discussion

Dans cette section, nous discutons des facteurs qui sont potentiellement en mesure d'expliquer les constats dégagés ci-haut. À cet effet, le tableau (3.13) montre les structures de corrélation impliquées par les modèles théoriques et les structures de corrélation générées par les données réelles. Le premier examen de ce tableau révèle que les structures de corrélation diffèrent entre le modèle DSGE standard, le modèle DSGE incorporant une friction à la Bernanke et al. [1999] et le modèle DSGE incluant une friction à la Gertler and Karadi [2011]. En conséquence, cette différence des structures de corrélation se traduit dans les modèles hybrides DSGE-VAR, ce qui implique des capacités de prévision non identiques.

Pour le constat que la présence des frictions financières n'améliore pas la performance de prévision d'un modèle hybride DSGE-VAR, il semble que la raison potentielle est le manque des données financières comme la valeur nette ou la prime du risque. En effet, les modèles avec frictions financières seront davantage à même de capter la dynamique de la valeur nette, et donc indirectement la dynamique des autres variables (l'investissement, le PIB, etc.). Il serait donc intéressant de réexaminer l'effet des frictions financières sur la performance de prévision en incluant des variables financières dans notre échantillon.

Finalement, il est clair que, si le poids de l'information à priori dans l'analyse est très faible, les différentes structures de l'économie perdent leur influence sur la capacité de prévision. En conséquence, les comportements des modèles hybrides DSGE-VAR deviennent très similaires. Éventuellement, les modèles hybrides avec frictions financières gagnent en termes de performance, dans notre cas, ce qui pourrait expliquer l'arbitrage observé entre le poids de l'information à priori et la présence des frictions financières.

3.9 Conclusion et travaux futures

Notre travail développe trois types d'information à priori pour un modèle VAR d'ordre 4, à partir de trois modèles stochastiques dynamiques d'équilibre général (DSGE). Le premier modèle DSGE considère les marchés financiers comme un voile et ne contient pas de friction financière. Le deuxième modèle incorpore une friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999], tandis que le troisième modèle inclut une friction de type Costly

Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Ces trois modèles hybrides DSGE-VAR construits sont estimés et ensuite comparés à l'aide de la racine carrée d'erreurs de prévision quadratiques moyennes (RMSFE), tout en exploitant les données de l'économie américaine. Les résultats principaux sont comme suit. Premièrement, le modèle VAR non-restreint performe mieux que les modèles DSGE-VAR pour les prévisions intra-échantionnales. Deuxièmement, les modèles hybrides DSGE-VAR sont plus performant que le modèle VAR non-restreint pour les prévisions hors-échantionnales. Troisièmement, l'ajout des frictions financières ne semble pas améliorer la capacité prédictive hors-échantillon du modèle DSGE-VAR standard.

Dans ce chapitre, l'analyse de la problématique pourrait être jugée toutefois incomplète. Ainsi, afin d'améliorer notre travail, il serait d'abord intéressant de procéder à la comparaison des modèles hybrides DSGE et le modèle VAR, à l'aide de la vraisemblance marginale de donnée, puisque cette dernière est analytiquement calculable dans le cas des distributions conjointement conjuguées. Ensuite, il serait aussi intéressant de déterminer le nombre de retard du modèle VAR de manière endogène comme dans Del Negro and Schorfheide [2004], ou bien suivant une méthode statistique. Par ailleurs, il serait important de considérer l'information à priori de Minnesota et voir comment ce type d'information affecte la capacité prédictive du modèle VAR. Finalement, comme notre analyse Bayésienne est appliquée à un modèle VAR simple et vieux, il serait alors judicieux de considérer un modèle VAR complexe et récent qui capte le problème de l'hétéroscédasticité et aussi du changement des coefficients dans le temps, comme dans le modèle de Primiceri [2005].

TABLE 3.1 – Prévision intra-échantillon de l'output

$\Delta \log(Y)$				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	2.6127	2.6212	2.6138	2.6138
0.50	2.6127	2.6141	2.6143	2.6148
0.75	2.6127	2.6305	2.6148	2.6148
1	2.6127	2.6254	2.6148	2.6376
1.25	2.6127	2.6297	2.6151	2.6151
1.50	2.6127	2.6366	2.6152	2.6154
1.75	2.6127	2.6189	2.6152	2.6153
2	2.6127	2.6184	2.6152	2.6225
5	2.6127	2.6264	2.6156	2.6291

TABLE 3.2 – Prévision intra-échantillon de la consommation

$\Delta \log(C)$				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	2.3805	2.3848	2.3809	2.3809
0.50	2.3805	2.3809	2.3813	2.3818
0.75	2.3805	2.3853	2.3813	2.3813
1	2.3805	2.3854	2.3816	2.4026
1.25	2.3805	2.3847	2.3815	2.3815
1.50	2.3805	2.3883	2.3815	2.3814
1.75	2.3805	2.3822	2.3815	2.3815
2	2.3805	2.3828	2.3817	2.3886
5	2.3805	2.3849	2.3817	2.4021

TABLE 3.3 – Prévision intra-échantillon de l'investissement

$\Delta \log(I)$				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	6.5044	6.5186	6.5048	6.5049
0.50	6.5044	6.5053	6.5049	6.5059
0.75	6.5044	6.5425	6.5053	6.5056
1	6.5044	6.5263	6.5050	6.5759
1.25	6.5044	6.5382	6.5054	6.5056
1.50	6.5044	6.5474	6.5056	6.5059
1.75	6.5044	6.5149	6.5054	6.5057
2	6.5044	6.5112	6.5053	6.5193
5	6.5044	6.5265	6.5058	6.5961

TABLE 3.4 – Préviation intra-échantillon des heures travaillées

$\Delta \log(L)$				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	2.1231	2.1300	2.1233	2.1233
0.50	2.1231	2.1234	2.1233	2.1233
0.75	2.1231	2.1338	2.1234	2.1234
1	2.1231	2.1314	2.1234	2.1423
1.25	2.1231	2.1329	2.1235	2.1235
1.50	2.1231	2.1374	2.1235	2.1235
1.75	2.1231	2.1271	2.1235	2.1235
2	2.1231	2.1266	2.1235	2.1251
5	2.1231	2.1313	2.1236	2.1342

TABLE 3.5 – Préviation intra-échantillon du taux d'inflation

INFL				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	2.3098	2.3529	2.3211	2.3209
0.50	2.3098	2.3317	2.3279	2.3278
0.75	2.3098	2.3913	2.3317	2.3315
1	2.3098	2.3720	2.3337	2.3354
1.25	2.3098	2.3914	2.3351	2.3352
1.50	2.3098	2.3933	2.3355	2.3352
1.75	2.3098	2.3756	2.3368	2.3366
2	2.3098	2.3565	2.3370	2.3371
5	2.3098	2.3862	2.3395	2.3394

TABLE 3.6 – Préviation intra-échantillon du taux d'intérêt

Fed				
λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
0.25	7.7799	7.8174	7.7831	7.7830
0.50	7.7799	7.7895	7.7844	7.7896
0.75	7.7799	7.8768	7.7868	7.7870
1	7.7799	7.8324	7.7857	7.8851
1.25	7.7799	7.8668	7.7873	7.7875
1.50	7.7799	7.8821	7.7876	7.7879
1.75	7.7799	7.8353	7.7878	7.7882
2	7.7799	7.8111	7.7870	7.8137
5	7.7799	7.8592	7.7889	7.8492

TABLE 3.7 – Prévision hors-échantillon de l'output

$\Delta \log(Y)$					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	2.2088	-	2.2031	2.2031
	0.50	2.2088	2.1581	2.2031	2.2039
	0.75	2.2088	2.1214	2.2017	2.2017
	1	2.2088	2.1641	2.2014	2.2013
	1.25	2.2088	2.1354	2.2003	2.2007
	1.50	2.2088	2.1604	2.2006	2.2010
	1.75	2.2088	2.1709	2.1992	2.1989
	2	2.2088	2.1400	2.1999	2.1999
	5	2.2088	2.1312	2.1992	-
2	0.25	2.7489	-	2.6793	2.6785
	0.50	2.7489	2.6229	2.6664	2.6669
	0.75	2.7489	2.5787	2.6588	2.6587
	1	2.7489	2.6128	2.6549	2.6543
	1.25	2.7489	2.5855	2.6513	2.6514
	1.50	2.7489	2.6062	2.6514	2.6510
	1.75	2.7489	2.6128	2.6489	2.6482
	2	2.7489	2.5740	2.6490	2.6487
	5	2.7489	2.5740	2.6453	-
4	0.25	2.6917	-	2.5761	2.5759
	0.50	2.6917	2.4930	2.5521	2.5528
	0.75	2.6917	2.4655	2.5407	2.5398
	1	2.6917	2.5013	2.5345	2.5343
	1.25	2.6917	2.4934	2.5304	2.5300
	1.50	2.6917	2.5137	2.5295	2.5293
	1.75	2.6917	2.5003	2.5271	2.5262
	2	2.6917	2.4558	2.5259	2.5259
	5	2.6917	2.4782	2.5174	-
8	0.25	2.5590	-	2.4920	2.4918
	0.50	2.5590	2.4597	2.4716	2.4724
	0.75	2.5590	2.4415	2.4633	2.4627
	1	2.5590	2.4692	2.4601	2.4605
	1.25	2.5590	2.4552	2.4588	2.4580
	1.50	2.5590	2.4779	2.4577	2.4577
	1.75	2.5590	2.4695	2.4567	2.4565
	2	2.5590	2.4386	2.4555	2.4559
	5	2.5590	2.4396	2.4522	-

TABLE 3.8 – Prédiction hors-échantillon de la consommation

$\Delta \log(C)$					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	2.1507	-	2.0794	2.0806
	0.50	2.1507	2.0814	2.0694	2.0704
	0.75	2.1507	2.0491	2.0635	2.0632
	1	2.1507	2.0314	2.0608	2.0600
	1.25	2.1507	2.0188	2.0582	2.0574
	1.50	2.1507	2.0401	2.0580	2.0579
	1.75	2.1507	2.0344	2.0565	2.0566
	2	2.1507	2.0177	2.0564	2.0567
	5	2.1507	2.0059	2.0522	-
2	0.25	2.0482	-	1.9554	1.9560
	0.50	2.0482	1.9433	1.9380	1.9389
	0.75	2.0482	1.9123	1.9307	1.9305
	1	2.0482	1.9130	1.9270	1.9264
	1.25	2.0482	1.8870	1.9240	1.9233
	1.50	2.0482	1.9060	1.9235	1.9235
	1.75	2.0482	1.8997	1.9217	1.9217
	2	2.0482	1.9077	1.9214	1.9217
	5	2.0482	1.8932	1.9175	-
4	0.25	2.1332	-	2.0379	2.0390
	0.50	2.1332	2.0366	2.0196	2.0204
	0.75	2.1332	2.0144	2.0137	2.0137
	1	2.1332	2.0289	2.0098	2.0094
	1.25	2.1332	2.0145	2.0082	2.0076
	1.50	2.1332	2.0173	2.0074	2.0078
	1.75	2.1332	2.0100	2.0057	2.0054
	2	2.1332	2.0234	2.0055	2.0054
	5	2.1332	2.0515	2.0020	-
8	0.25	2.1092	-	2.0769	2.0779
	0.50	2.1092	2.1129	2.0712	2.0717
	0.75	2.1092	2.0753	2.0718	2.0719
	1	2.1092	2.0693	2.0707	2.0704
	1.25	2.1092	2.0759	2.0709	2.0703
	1.50	2.1092	2.0744	2.0717	2.0717
	1.75	2.1092	2.0795	2.0709	2.0705
	2	2.1092	2.0712	2.0709	2.0712
	5	2.1092	2.0913	2.0710	-

TABLE 3.9 – Prévision hors-échantillon de l'investissement

$\Delta \log(I)$					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	6.1612	-	5.9480	5.9431
	0.50	6.1612	5.8538	5.9075	5.9061
	0.75	6.1612	5.7706	5.8841	5.8827
	1	6.1612	5.8468	5.8767	5.8754
	1.25	6.1612	5.8083	5.8665	5.8674
	1.50	6.1612	5.8478	5.8653	5.8630
	1.75	6.1612	5.8486	5.8557	5.8542
	2	6.1612	5.7877	5.8611	5.8598
	5	6.1612	5.7402	5.8450	-
2	0.25	7.1896	-	6.7182	6.7127
	0.50	7.1896	6.4172	6.6227	6.6201
	0.75	7.1896	6.4048	6.5756	6.5741
	1	7.1896	6.4295	6.5546	6.5535
	1.25	7.1896	6.3753	6.5360	6.5367
	1.50	7.1896	6.4652	6.5304	6.5282
	1.75	7.1896	6.4188	6.5182	6.5164
	2	7.1896	6.3211	6.5204	6.5191
	5	7.1896	6.2654	6.4905	-
4	0.25	7.8401	-	7.2623	7.2574
	0.50	7.8401	6.8285	7.1322	7.1313
	0.75	7.8401	6.9098	7.0752	7.0722
	1	7.8401	6.9264	7.0463	7.0455
	1.25	7.8401	6.9270	7.0274	7.0280
	1.50	7.8401	6.9572	7.0204	7.0184
	1.75	7.8401	6.8920	7.0049	7.0038
	2	7.8401	6.7502	7.0053	7.0038
	5	7.8401	6.8683	6.9673	-
8	0.25	7.9743	-	7.5378	7.5320
	0.50	7.9743	7.2734	7.4005	7.4002
	0.75	7.9743	7.3310	7.3496	7.3480
	1	7.9743	7.3131	7.3245	7.3244
	1.25	7.9743	7.3379	7.3110	7.3100
	1.50	7.9743	7.3314	7.3051	7.3038
	1.75	7.9743	7.3088	7.2918	7.2922
	2	7.9743	7.2628	7.2931	7.2924
	5	7.9743	7.2320	7.2660	-

TABLE 3.10 – Prédiction hors-échantillon des heures travaillées

$\Delta \log(L)$					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	2.1837	-	2.1649	2.1647
	0.50	2.1837	2.1505	2.1610	2.1610
	0.75	2.1837	2.1257	2.1587	2.1582
	1	2.1837	2.1226	2.1577	2.1577
	1.25	2.1837	2.1334	2.1560	2.1559
	1.50	2.1837	2.1261	2.1554	2.1556
	1.75	2.1837	2.1558	2.1556	2.1555
	2	2.1837	2.1720	2.1551	2.1548
	5	2.1837	2.1375	2.1533	-
2	0.25	2.2286	-	2.1894	2.1884
	0.50	2.2286	2.1381	2.1815	2.1817
	0.75	2.2286	2.1242	2.1773	2.1769
	1	2.2286	2.1083	2.1746	2.1744
	1.25	2.2286	2.1264	2.1720	2.1717
	1.50	2.2286	2.1204	2.1712	2.1711
	1.75	2.2286	2.1448	2.1710	2.1710
	2	2.2286	2.1478	2.1704	2.1703
	5	2.2286	2.1092	2.1665	-
4	0.25	2.4178	-	2.3223	2.3211
	0.50	2.4178	2.2156	2.2997	2.3001
	0.75	2.4178	2.1902	2.2891	2.2883
	1	2.4178	2.1792	2.2822	2.2819
	1.25	2.4178	2.2173	2.2785	2.2782
	1.50	2.4178	2.1939	2.2756	2.2756
	1.75	2.4178	2.1901	2.2742	2.2741
	2	2.4178	2.1882	2.2728	2.2727
	5	2.4178	2.1742	2.2635	-
8	0.25	2.2815	-	2.2135	2.2122
	0.50	2.2815	2.1601	2.1866	2.1871
	0.75	2.2815	2.1308	2.1778	2.1773
	1	2.2815	2.1360	2.1720	2.1717
	1.25	2.2815	2.1455	2.1687	2.1685
	1.50	2.2815	2.1341	2.1667	2.1667
	1.75	2.2815	2.1381	2.1649	2.1649
	2	2.2815	2.1217	2.1644	2.1645
	5	2.2815	2.1328	2.1585	-

TABLE 3.11 – Prédiction hors-échantillon du taux d'inflation

INFL					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	2.0179	-	1.9819	1.9810
	0.50	2.0179	1.9445	1.9898	1.9898
	0.75	2.0179	1.9417	1.9953	1.9961
	1	2.0179	1.9923	1.9960	1.9962
	1.25	2.0179	1.9195	2.0006	2.0010
	1.50	2.0179	1.9742	1.9999	2.0000
	1.75	2.0179	1.9515	2.0005	2.0001
	2	2.0179	1.9454	2.0013	2.0022
	5	2.0179	1.9634	2.0013	-
2	0.25	2.1728	-	2.0760	2.0747
	0.50	2.1728	2.0506	2.0853	2.0847
	0.75	2.1728	2.0218	2.0961	2.0966
	1	2.1728	2.0736	2.0965	2.0972
	1.25	2.1728	2.0423	2.1030	2.1039
	1.50	2.1728	2.0462	2.1022	2.1021
	1.75	2.1728	2.0540	2.1022	2.1015
	2	2.1728	2.0483	2.1040	2.1050
	5	2.1728	2.0461	2.1058	-
4	0.25	2.3807	-	2.1899	2.1808
	0.50	2.3807	2.1673	2.2052	2.2053
	0.75	2.3807	2.0480	2.2195	2.2212
	1	2.3807	2.1665	2.2218	2.2230
	1.25	2.3807	2.1291	2.2316	2.2324
	1.50	2.3807	1.1711	2.2350	2.2347
	1.75	2.3807	2.1648	2.2350	2.2357
	2	2.3807	2.1200	2.2399	2.2412
	5	2.3807	2.1609	2.2445	-
8	0.25	3.7380	-	2.9572	2.9574
	0.50	3.7380	2.8540	2.9092	2.9150
	0.75	3.7380	2.8256	2.9266	2.9269
	1	3.7380	2.8135	2.9215	2.9211
	1.25	3.7380	2.8089	2.9399	2.9407
	1.50	3.7380	2.8192	2.9408	2.9422
	1.75	3.7380	2.8335	2.9488	2.9504
	2	3.7380	2.8389	2.9573	2.9601
	5	3.7380	2.8227	2.9707	-

TABLE 3.12 – Prévision hors-échantillon du taux d'intérêt

Fed					
Horizon	λ	VAR(4)	SW-VAR	BGG-VAR	GK-VAR
1	0.25	5.2015	-	5.1749	5.1747
	0.50	5.2015	5.2180	5.1767	5.1753
	0.75	5.2015	5.2195	5.1742	5.1752
	1	5.2015	5.2389	5.1765	5.1783
	1.25	5.2015	5.2165	5.1736	5.1746
	1.50	5.2015	5.2066	5.1779	5.1811
	1.75	5.2015	5.1134	5.1734	5.1741
	2	5.2015	5.1663	5.1794	5.1817
	5	5.2015	5.2019	5.1791	-
2	0.25	8.6909	-	8.6601	8.6631
	0.50	8.6909	8.7342	8.6703	8.6683
	0.75	8.6909	8.8597	8.6611	8.6612
	1	8.6909	8.8613	8.6656	8.6645
	1.25	8.6909	8.7973	8.668	8.6684
	1.50	8.6906	8.7904	8.6725	8.6757
	1.75	8.6909	8.7899	8.6615	8.6560
	2	8.6909	8.7426	8.6795	8.6833
	5	8.6909	8.8482	8.6946	-
4	0.25	14.0678	-	13.4819	13.4852
	0.50	14.0678	13.5942	13.3762	13.3780
	0.75	14.0678	13.2948	13.2935	13.2958
	1	14.0678	13.3861	13.2745	13.2731
	1.25	14.0678	13.2576	13.2442	13.2390
	1.50	14.0678	13.2874	13.2572	13.2580
	1.75	14.0678	13.2077	13.2400	13.2319
	2	14.0678	13.4111	13.2545	13.2558
	5	14.0678	13.2363	13.2424	-
8	0.25	22.1020	-	19.5975	19.5924
	0.50	22.1020	19.2937	18.9865	18.9935
	0.75	22.1020	19.0562	18.7388	18.7459
	1	22.1020	18.5874	18.6323	18.6246
	1.25	22.1020	18.6962	18.5585	18.5435
	1.50	22.1020	18.6831	18.5273	18.5249
	1.75	22.1020	18.5223	18.4867	18.4673
	2	22.1020	18.7002	18.4761	18.4769
	5	22.1020	18.3575	18.3775	-

TABLE 3.13 – Comparaison des corrélations entre les modèles DSGE

Corrélation entre les variables				
Variables	Modèle standard	Modèle avec friction à la BGG	Modèle avec friction à la GK	Données
(y_t, c_t)	0.7972	0.8313	0.4554	0.6402
(y_t, i_t)	0.9374	0.9072	0.8991	0.7169
(y_t, π_t)	0.399	0.6178	-0.2706	-0.2206
(y_t, rn_t)	0.2869	0.1956	-0.529	-0.1904
(y_t, l_t)	0.622	0.9536	0.4916	0.0038
(c_t, i_t)	0.7992	0.6366	0.382	0.6246
(c_t, π_t)	0.0259	0.3965	-0.3242	-0.2548
(c_t, rn_t)	-0.1823	-0.1414	-0.823	-0.1645
(c_t, l_t)	0.0705	0.6639	-0.4819	-5.8438e-4
(i_t, π_t)	0.338	0.5573	-0.4283	-0.1979
(i_t, rn_t)	0.41401	0.4401	-0.2733	-0.2507
(i_t, l_t)	0.4295	0.8583	0.3193	0.0428
(π_t, rn_t)	0.4669	0.0005	0.1597	0.7498
(π_t, l_t)	0.6224	0.6461	0.1633	-0.5054
(rn_t, l_t)	0.4546	0.1909	0.1023	-0.3720

Conclusion

La présente thèse a analysé la contribution de deux types de friction financière à la capacité des modèles stochastiques dynamiques d'équilibre général (DSGE) de type néo-keynésien à mieux répliquer les cycles conjoncturels, de même que la capacité des modèles hybrides (DSGE-VAR) à mieux prévoir les variables macroéconomiques.

Cette thèse a motivé le premier type de friction financière par un problème de Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] affectant les contrats de dette entre les entrepreneurs et les intermédiaires financiers, d'une part. On a fait l'hypothèse que le rendement du projet (capital) peut être exposé à un choc idiosyncratique et que sa réalisation est une information privée que les intermédiaires financiers observent seulement après avoir déboursé un coût d'audit. Dans ce contexte, les entrepreneurs sont incités à sous-rapporter le rendement du projet et déclarer défaut. En réaction, les intermédiaires obligent, de manière ex-ante, ces entrepreneurs à participer au financement du projet par leurs fonds propres. À l'équilibre, le problème de Costly State Verification induit un écart entre le rendement attendu du projet et le taux sans risque, la prime du financement externe, qui dépend de la contribution des fonds propres dans la taille du projet.

Ensuite, la thèse a justifié le deuxième type de friction financière par la présence d'un problème de Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011] dans les contrats de dette. On a donc supposé qu'un entrepreneur, après avoir contracté un emprunt, peut être incité à dévier une fraction des fonds du projet vers des utilisations personnelles. Le gain de la stratégie de dévier les fonds est évident, mais l'entrepreneur court le risque d'être exclu des marchés financiers de manière définitive. Comme il est coûteux pour les intermédiaires de récupérer les fonds déviés, ces agents imposent une contrainte incitative pour accepter l'octroi des prêts : l'incitation monétaire de dévier les fonds ne doit pas dépasser la richesse terminale (Charter Value) que génère l'accès aux marchés financiers. En conséquence, l'arbitrage entre le coût et bénéfice de la déviation de fonds détermine la capacité d'emprunt permise par les prêteurs et restreint donc le ratio de levier entrepreneurial. L'arbitrage entre le coût et bénéfice lié au problème de Costly Enforcement induit implicitement un écart entre le rendement attendu du projet et le taux sans risque, qui dépend du changement dans le ratio de levier.

Dans le premier chapitre, la thèse a estimé trois versions du modèle macroéconomique de

Smets and Wouters [2003, 2007] à l'aide de l'approche bayésienne. La première version, utilisée comme point de comparaison, considère les marchés financiers comme un voile et ne contient pas de friction financière. La deuxième version incorpore une friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999], tandis que la troisième version inclut une friction de type Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Ensuite, la thèse a utilisé les résultats d'estimation pour répondre aux deux questions principales : (i) Est-ce que les modèles avec frictions financières sont plus compatibles avec les données macroéconomiques des États-Unis que ceux qui font abstraction de ces frictions? Et (ii) quel type de friction financière est davantage compatible avec ces mêmes données? Les résultats d'estimation font ressortir les aspects suivants. Premièrement, en termes de la densité marginale de données, l'introduction des frictions financières améliorent l'ajustement du modèle neo-keynésien aux données. Ces améliorations semblent être marginales et non robustes dans le cas du problème de Costly State Verification alors qu'elles sont substantielles et robustes dans le cas du problème de Costly Enforcement. Deuxièmement, l'estimation de l'élasticité de la prime du risque au ratio de levier entrepreneurial, au lieu de la calibrer à la valeur commune dans la littérature, permet au modèle incluant une friction à la Bernanke et al. [1999] une performance substantielle en termes de la densité marginale de données. Ceci suggère que cette élasticité devrait être révisée à la baisse par rapport à la position (croyance) à priori prise dans la littérature.

Dans le deuxième chapitre, la thèse a estimé trois versions du modèle macroéconomique de Smets and Wouters [2003, 2007] à l'aide de la méthodologie bayésienne, et ceci pour l'économie des États-Unis et pour celle de la zone Euro. La première version, servant du modèle de base, considère les marchés financiers comme un voile et n'incorpore pas de friction financière. La deuxième version lève le voile sur les marchés financiers et incorpore une friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999], tandis que la troisième version inclut une friction de style Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Les trois versions accordent une attention particulière aux tendances de long terme comprises dans les données et considèrent un processus déterministe de la technologie, qui accroît la productivité des heures de travail. Dans ce chapitre, la thèse a utilisé les résultats d'estimation pour répondre aux deux questions principales. (i) Est-ce que l'importance des frictions financières est différente dans l'économie des États-Unis et dans celle de la zone Euro? Si c'est le cas, (ii) quels facteurs peuvent expliquer cette différence dans l'importance des frictions? Les résultats obtenus mentionnent les points suivants. D'abord, la friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] est plus importante dans l'économie de la zone Euro que dans celle des États-Unis. Par contre, la friction de type Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011] ne semble pas être validée ni dans l'économie de la zone Euro, ni dans l'économie des États-Unis. Ensuite, l'importance relativement élevée de la friction dans l'économie de la zone Euro pourrait être expliquée par l'élasticité élevée de la prime du risque au ratio de levier dans cette économie.

Dans le troisième chapitre, la thèse a développé trois types d'information à priori pour un

modèle vectoriel auto-régressif (VAR), à partir d'un modèle neo-keynésien DSGE sans friction financière, d'un modèle incorporant une friction de type Costly State Verification à la Bernanke et al. [1999] et d'un modèle incluant une friction de type Costly Enforcement à la Gertler and Karadi [2011]. Ensuite, la thèse a comparé les trois modèles hybrides (DSGE-VAR) à l'aide de la racine carré d'erreurs quadratiques moyennes pour répondre à la question suivante : Jusqu'à quel point, l'introduction des structures (frictions) financières améliore t-elle les prévisions d'un modèle hybride DSGE-VAR? Les résultats obtenus montrent que les modèles DSGE-VAR incluant des frictions financières sont moins performants que les modèles DSGE-VAR standard, en termes de la prévision hors-échantillon.

Annexe A

Annexe

A.1 Les preuves du lien entre l'écart de taux et le ratio de levier selon GK (2011) :

Dans cette section, mon article exprimera les équations, qui sont liées au problème de Costly Enforcement, sous forme des relations linéaires, au voisinage de l'état stationnaire.

L'équation (47) :

$$N_{t+1} = (r_{t+1}^k - R_t)q_t K_{t+1} + R_t N_t \quad (\text{A.1})$$

Pour simplifier la linéarisation, on définit les variables z_t et $prim_t$ comme :

$$z_t = \frac{N_t}{N_{t-1}} \quad (\text{A.2})$$

$$prim_t = r_t^k - R_{t-1} \quad (\text{A.3})$$

L'équation (47) devient alors :

$$z_{t+1} = prim_{t+1} lev_t + R_t \quad (\text{A.4})$$

Autour de l'état stationnaire, cette équation se ramène à la forme suivante :

$$\widehat{z}_{t+1} = (1 - R)\widehat{prim}_{t+1} + (1 - R)\widehat{lev}_t + R\widehat{R}_t \quad (\text{A.5})$$

L'équation (52) :

$$\nu_t = \beta(1 - \theta)\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right)(r_{t+1}^k - R_t) + \beta\theta\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right)\nu_{t+1}\left(\frac{q_{t+1}K_{t+2}}{q_t K_{t+1}}\right) \quad (\text{A.6})$$

On définit également les variables Λ_t et X_t comme :

$$\Lambda_t = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}} \quad (\text{A.7})$$

$$X_t = \frac{q_t K_{t+1}}{q_{t-1} K_t} \quad (\text{A.8})$$

Par conséquent, l'équation (52) devient :

$$\nu_t = \beta(1 - \theta)\Lambda_{t+1}prim_{t+1} + \beta\theta\Lambda_{t+1}X_{t+1}\nu_{t+1} \quad (\text{A.9})$$

Au voisinage de l'état stationnaire, l'approximation linéaire de cette équation donne lieu à :

$$\widehat{\nu}_t = \widehat{\Lambda}_{t+1} + (1 - \beta\theta)\widehat{prim}_{t+1} + \beta\theta\widehat{\nu}_{t+1} + \beta\theta\widehat{X}_{t+1} \quad (\text{A.10})$$

L'équation (53) :

$$\eta_t = (1 - \theta) + \beta\theta\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right)\eta_{t+1}\left(\frac{N_{t+1}}{N_t}\right) \quad (\text{A.11})$$

Sous la définition de z_t et Λ_t , cette équation équivaut à :

$$\eta_t = (1 - \theta) + \beta\theta\Lambda_{t+1}z_{t+1}\eta_{t+1} \quad (\text{A.12})$$

En linéarisant également l'équation (53) autour de l'état stationnaire, on obtient alors :

$$\widehat{\eta}_t = \beta\theta\widehat{\Lambda}_{t+1} + \beta\theta\widehat{z}_{t+1} + \beta\theta\widehat{\eta}_{t+1} \quad (\text{A.13})$$

L'équation (54) :

$$lev_t \equiv \frac{q_t K_{t+1}}{N_t} = \frac{\eta_t}{\omega - \nu_t} \quad (\text{A.14})$$

Au voisinage de l'état stationnaire, cette équation se réduit à :

$$\widehat{lev}_t = \widehat{\eta}_t + \frac{\nu}{\omega - \nu}\widehat{\nu}_t \quad (\text{A.15})$$

Par ailleurs, les variables X_{t+1} et z_{t+1} sont liées par la relation suivante :

$$X_{t+1} = \frac{lev_{t+1}}{lev_t}z_{t+1} \quad (\text{A.16})$$

Aux alentours de l'état stationnaire, cette relation peut être exprimée comme :

$$\widehat{X}_{t+1} = \widehat{lev}_{t+1} - \widehat{lev}_t + \widehat{z}_{t+1} \quad (\text{A.17})$$

D'autre part, la linéarisation de l'équation (38) implique que :

$$\widehat{\Lambda}_{t+1} = -\widehat{R}_t \quad (\text{A.18})$$

Maintenant, si on part de l'équation (54) linéarisée autour de l'état stationnaire et que l'on substitue les termes par leur expressions, alors on est en mesure d'arriver à la formule suivante :

$$\left[1 + \frac{\nu\beta\theta}{\omega - \nu} - \beta\theta\left(1 + \frac{\nu}{\omega - \nu}\right)(1-R)\right]\widehat{lev}_t = \beta\theta\left(1 + \frac{\nu}{\omega - \nu}\right)\widehat{lev}_{t+1} + \left[\beta\theta\left(1 + \frac{\nu}{\omega - \nu}\right)(1-R) + \frac{\nu(1-\beta\theta)}{\omega - \nu}\right](\widehat{prim}_{t+1} - \widehat{R}_t) \quad (\text{A.19})$$

Pour rendre cette formule plus simple et interprétable, on définit une variable a_t telle que :

$$r_{t+1}^k = a_t R_t \quad (\text{A.20})$$

Ceci induit que :

$$prim_{t+1} = (a_t - 1)R_t \quad (\text{A.21})$$

Autour de l'état stationnaire, ces deux dernières relations sont équivalentes à :

$$\widehat{r}_{t+1}^k = \widehat{a}_t + \widehat{R}_t \quad (\text{A.22})$$

$$\widehat{prim}_{t+1} = \widehat{R}_t + \frac{a}{a-1}\widehat{a}_t \quad (\text{A.23})$$

Finalement, le lien entre l'écart de taux et le ratio de levier est décrit par la formule suivante :

$$\widehat{r}_{t+1}^k - \widehat{R}_t = \widehat{a}_t = \psi_1^{ce}\widehat{lev}_t - \psi_2^{ce}\widehat{lev}_{t+1} \quad (\text{A.24})$$

où

$$\psi_1^{ce} = \left[\frac{(\omega - \nu) + \nu\beta\theta + \beta\theta\omega(R-1)}{\omega(1-R)\beta\theta + \nu(1-\beta\theta)} \right] \left[\frac{a-1}{a} \right] \quad (\text{A.25})$$

et

$$\psi_2^{ce} = \left[\frac{\beta\theta\omega}{\omega(1-R)\beta\theta + \nu(1-\beta\theta)} \right] \left[\frac{a-1}{a} \right] \quad (\text{A.26})$$

À l'état stationnaire, les valeurs de R , r^k , ν et a sont exprimées en fonction des paramètres structurels du modèle :

$$R = \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.27})$$

$$r^k = R + \frac{(1 - \theta R) - 2\tau}{2\theta} \quad (\text{A.28})$$

$$a = \frac{r^k}{R} \quad (\text{A.29})$$

$$\nu = \frac{\beta(1 - \theta)(r^k - R)}{1 - \beta\theta} \quad (\text{A.30})$$

A.2 Le signe de ψ_1^{ce} et ψ_2^{ce}

L'analyse montre que :

$$\psi_1^{ce} \geq 0 \text{ et } \psi_2^{ce} \geq 0 \text{ si et seulement si } \omega(1 - R)\beta\theta + \nu(1 - \beta\theta) \geq 0,$$

que

$$\omega(1 - R)\beta\theta + \nu(1 - \beta\theta) \geq 0 \text{ si et seulement si } \frac{\omega\theta(1-\beta)}{1-\beta\theta} \leq \nu \leq \omega$$

et que

$$\frac{\omega\theta(1-\beta)}{1-\beta\theta} \leq \nu \leq \omega \text{ si et seulement si } 0 \leq \theta \leq \min \left[\frac{\omega - \beta(r^k - R)}{\omega - (r^k - R)} ; \frac{\beta(r^k - R)}{\omega(1-\beta) + \beta(r^k - R)} \right].$$

Bibliographie

- M. Adolfson, S. Laseen, J. Linde, and M. Villani. Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through. *Journal of International Economics*, 72(2) : 481–511, July 2007.
- G. A. Akerlof. The market for lemons : Quality uncertainty and the market mechanism. *The Quarterly Journal of Economics*, 84(3) :488–500, 1970.
- S. An and F. Schorfheide. Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric Reviews*, 26(2-4) : 113–172, 2007.
- B. Bernanke and M. Gertler. Agency costs, net worth, and business fluctuations. *The American Economic Review*, 79 :14–31, 1989.
- B.S. Bernanke. Nonmonetary effects of the financial crisis in the propagation of the Great Depression. *AER*, 73(3) :257–276, 1983.
- B.S. Bernanke, M. Gertler, and S. Gilchrist. The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. Technical Report 6455, NBER Working Paper, March 1998.
- B.S. Bernanke, M. Gertler, and S. Gilchrist. The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. In J. B. Taylor and M. Woodford, editors, *Handbook of Macroeconomics*, Amsterdam, 1999. Elsevier Science.
- O. J. Blanchard and C. M. Kahn. The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica*, 48 :1305–11, 1980.
- M. K. Brunnermeier, T. M. Eisenbach, and Y. Sannikov. Macroeconomics with Financial Frictions : A Survey. NBER Working Papers 18102, National Bureau of Economic Research, Inc, May 2012.
- M. Brzoza-Brzezina and M. Kolasa. Bayesian evaluation of DSGE models with financial frictions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 45(8), December 2013.
- G. A. Calvo. Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12 :383–398, 1983.

- C. T. Carlstrom and T. S. Fuerst. Agency costs, net worth, and business fluctuations : A computable general equilibrium analysis. *The American Economic Review*, 87 :893–910, 1997.
- S. G. Cecchetti. Legal structure, financial structure, and the monetary policy transmission mechanism. *Economic Policy Review*, (Jul) :9–28, 1999.
- I. Christensen and A. Dib. The financial accelerator in an estimated New Keynesian model. *Review of Economic Dynamics*, 11 :155–178, 2008.
- L. J. Christiano, R. Motto, and M. Rostagno. Financial factors in economic fluctuations. Technical Report 1192, European Central Bank Working Paper, May 2010.
- L.J. Christiano, M. Eichenbaum, and C. L. Evans. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113 :1–45, 2005.
- F. Collard and M. Juillard. Accuracy of stochastic perturbation methods : The case of asset pricing models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25(6-7) :979–999, 2001a.
- F. De Fiore and H. Uhlig. Bank finance versus bond finance. *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(7) :1399–1421, 2011.
- F. De Graeve. The external finance premium and the macroeconomy : US post-WWII evidence. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32 :3415–3440, 2008.
- D. DeJong, Ingram B.F., and Whiteman C. H. Analyzing vars with monetary business cycle model priors. Proceeding of the American Statistical Association, Bayesian Statistics Section, 1993.
- M. Del Negro and F. Schorfheide. Priors from general equilibrium models for VARs. *International Economic Review*, 45(2) :643–673, May 2004.
- M. Del Negro, F. Schorfheide, F. Smets, and R. Wouters. On the fit of New Keynesian models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 25(2) :123–143, 2007.
- T. Doan, R. Litterman, and C. Sims. Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. *Econometric Reviews*, 1984.
- C. J. Erceg, D. Henderson, and A. T. Levin. Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of Monetary Economics*, 46 :281–313, 2000.
- J. Fernández-Villaverde. The econometrics of DSGE models. *Journal of the Spanish Economic Association*, 1(1) :3–49, 2010.
- A. R. Gallant and R. E. McCulloch. On the determination of general scientific models with application to asset pricing. *Journal of the American Statistical Association*, 104(485) : 117–131, 2009.

- J. Gan. The real effects of asset market bubbles : Loan- and firm-level evidence of a lending channel. *Review of Financial Studies*, 20(6) :1941–1973, 2007.
- M. Gertler and S. Gilchrist. Monetary policy, business cycles, and the behavior of small manufacturing firms. *Quarterly Journal of Economics*, 109 :309–340, 1994.
- M. Gertler and P. Karadi. A model of unconventional monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 58 :17–34, 2011.
- Andra C. Ghent. Comparing dsge-var forecasting models ; how big are the difference ? *Jouranal of Economic Dynamics and Control*, 33 :864–882, 2009.
- S. Gilchrist and C. P. Himmelberg. Evidence on the role of cash flow for investment. *Journal of Monetary Economics*, 36 :541–572, 1995.
- C. Gourieroux, A. Monfort, and E. Renault. Indirect inference. *Journal of Applied Econometrics*, 8 :S85–S118, 1993.
- B. Holmstrom and J. Tirole. Financial intermediation, loanable funds, and the real sector. *Quarterly Journal of Economics*, 112 :663–691, 1997.
- B. F. Ingram and C.H. Whiteman. Supplanting the Minnesota prior-forecasting macroeconomic time series using real business cycle model priors. *Journal of Monetary Economics*, 34 : 497–510, 1994.
- P. N. Ireland. A method for taking models to the data. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 47 :3–18, 2004.
- H. Jeffreys. *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Oxford : Oxford University Press, 1961.
- R. King, C. Plosser, and S. Rebelo. Production, growth, and business cycles : I. the basic neoclassical model. *Journal of Monetary Economics*, 1988.
- R. G. King and M. W. Watson. System reduction and solution algorithms for singular linear difference systems under rational expectations. *Computational Economics*, 20 :57–86, 2002.
- R. P. Kishan and T. P. Opiela. Bank size, bank capital, and the bank lending channel. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 32 :121–141, 2000.
- N. Kiyotaki and J. Moore. Credit cycles. *Journal of Political Economy*, 105 :211–248, 1997.
- O. Korenok and N.R. Swanson. The incremental predictive information associated with using New Keynesian DSGE models vs. simple linear econometric models. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67 :905–930, 2005.

- F. E. Kydland and C. Prescott, E. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6) :1345–1370, November 1982.
- R. La Porta, F. Lopez-De-Silanes, A. Shleifer, and R. W. Vishny. Legal determinants of external finance. *The Journal of Finance*, 52(3) :1131–1150, 1997.
- R. La Porta, F. Lopez-De-Silanes, A. Shleifer, and R. W. Vishny. Law and finance. *Journal of Political Economy*, 106(6) :1113–1155, 1998.
- R. E. Lucas. Econometric policy evaluation : A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1, 1976.
- C. A. Meh and K. Moran. The role of bank capital in the propagation of shocks. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34 :555–576, 2010.
- A. Meier and G. Muller. Fleshing out the monetary transmission mechanism : Output composition and the role of financial frictions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 38(8) : 2099–2133, 2006.
- C. A. Parlour and G. Plantin. Loan sales and relationship banking. *The Journal of Finance*, 63 :1291–1314, 2008.
- J. Peek and E. S. Rosengren. The international transmission of financial shocks : The case of Japan. *The American Economic Review*, 87 :495–505, 1997.
- G. Plantin. Shadow banking and bank capital. *Review of Financial Studies*, 28 :146–175, 2015.
- G.E. Primiceri. Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy. *Review of Economic Studies*, 72(3) :821–852, 2005.
- V. Queijo von Heideken. How important are financial frictions in the United States and the Euro area? *Scandinavian Journal of Economics*, 111 :567–596, 2009.
- P. Rabanal and J.F. Rubio-Ramirez. Comparing New Keynesian models of the business cycle : A bayesian approach. *Journal of Monetary Economics*, 52 :1151–1166, 2005.
- S. Schmitt-Grohé and M. Uribe. Comparing two variants of Calvo-type wage stickiness. NBER Working Paper 12740, December 2006a.
- S. Schmitt-Grohé and M. Uribe. Optimal fiscal and monetary policy in a medium-scale macroeconomic model. In M. Gertler and K. Rogoff, editors, *NBER Macroeconomics Annual 2005*, Cambridge, 2006b. MIT Press.
- F. Smets and R. Wouters. An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Euro area. *Journal of the European Economic Association*, 1 :1123–1175, 2003.

- F. Smets and R. Wouters. Comparing shocks and frictions in US and Euro area business cycles : a Bayesian DSGE approach. *Journal of Applied Econometrics*, 20(2) :161–183, 2005.
- F. Smets and R. Wouters. Shocks and frictions in US business cycles : a Bayesian DSGE approach. *The American Economic Review*, 97 :586–606, 2007.
- A. A. Smith. Estimating nonlinear time-series models using simulated vector autoregressions. *Journal of Applied Econometrics*, 8 :S63–S84, 1993.
- J. E. Stiglitz and A. Weiss. Credit rationing in markets with imperfect information. *The American Economic Review*, 71(3) :393–410, 1981.
- H. Suh and T. B. Walker. Taking financial frictions to the data. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 64(C) :39–65, 2016.
- S. Villa. Financial frictions in the Euro area : a Bayesian assessment. European Central Bank Working Paper 1521, March 2013.
- S. Villa. Financial frictions in the Euro area and the United States : a Bayesian assessment. *Macroeconomic Dynamics*, 20 :1313–1340, 2016.
- A. Zellner. An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics. 1971. New York : John Wiley and Sons.