



Caractérisation de microrésonateurs optiques et génération d'effets non linéaires

Mémoire

Sébastien Magnan-Saucier

Maîtrise en physique - avec mémoire
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

Caractérisation de microrésonateurs optiques et génération d'effets non linéaires

Mémoire

Sébastien Magnan-Saucier

Sous la direction de:

Claudine Allen, directrice de recherche
Jérôme Genest, codirecteur de recherche

Résumé

Ce mémoire présente la caractérisation et l'étude de différents microrésonateurs optiques ainsi que leur utilisation pour la génération d'effets non linéaires. Avec leur capacité à confiner très efficacement la lumière, les microrésonateurs optiques sont des candidats intéressants à la génération non linéaire de micropeignes de fréquences grâce au principe de mélange à quatre ondes en cascade. Leur petite taille permet des espacements entre les fréquences générées pouvant aisément se situer de 10 à 1000 GHz, des taux de répétitions difficilement accessibles pour les lasers à mode bloqués conventionnels. Depuis plusieurs années, la communauté scientifique s'intéresse à cette alternative miniaturisée afin d'obtenir des peignes de fréquences avec des propriétés particulières. Le mémoire présentera la caractérisation de différents types de microrésonateurs optiques, microsphères de SiO_2 et de GTZN (germano-tellurites), microtige de SiO_2 et microdisque de SiO_2 afin de déterminer des candidats potentiels à la génération d'effets non linéaires. Les candidats retenus seront ensuite utilisés afin de générer des fréquences par mélange à quatre ondes en cascade. Une étude préliminaire des fréquences générées sera ensuite décrite.

Abstract

This master thesis presents the characterization and study of optical microresonators and their utilization for non linear effects generation. With the capacity to efficiently confine light, optical microresonators are promising candidates to generate microcombs via cascaded four-wave mixing. Their small size allows easy access to mode spacing ranging from 10 to 1000 GHz. Such repetition rates are hardly reachable with usual mode locked lasers. For many years, the scientific community has been interested into this miniaturized alternative in order to obtain frequency combs with peculiar properties. The master thesis will hence present the characterization of different types of microresonators to determine their non linear effects generation potential. Best candidates will be used to generate cascaded four-wave mixing. A preliminary study about the generated frequencies will then be described.

Table des matières

Résumé	iii
Abstract	iv
Table des matières	v
Liste des tableaux	vii
Liste des figures	viii
Liste des symboles	x
Remerciements	xvi
Introduction	1
1 Propriétés des microrésonateurs optiques	3
1.1 Résonateur optique	3
1.2 Microrésonateur optique	14
1.3 Mélange à quatre ondes en cascade	28
1.4 Revue de littérature	30
2 Méthodologie de fabrication et de caractérisation	37
2.1 Fabrication d'une fibre optique effilée	37
2.2 Fabrication de microrésonateurs optiques	39
2.3 Caractérisation en transmission des microrésonateurs	45
3 Caractérisation des modes de résonance de différents microrésonateurs optiques	48
3.1 Le croisement de modes	49
3.2 Caractérisation de la transmission des différents MROs	50
3.3 Seuil théorique de génération d'effets non linéaires	61
3.4 Caractérisation des modes de résonance	63
4 Génération d'effets non linéaires	68
4.1 Méthodologie	69
4.2 Verrouillage entre la fréquence pompe et un mode de résonance	70
4.3 Génération non linéaire de fréquences	74
4.4 Comparaison des densités spectrales de puissance	78

4.5	Évolution temporelle de l'amplitude des fréquences générées par mélange à quatre ondes en cascade	84
4.6	Étude du signal rétrodiffusé	89
4.7	Microsphère de GTZN	93
Conclusion		97
A Informations supplémentaires		99
A.1	Compléments à la section 4.4	99
A.2	Complément à la section 4.5	103
A.3	Complément à la section 4.6	104
Bibliographie		108

Liste des tableaux

1.1	Génération de mélange à quatre ondes en cascade dans la littérature.	35
2.1	Paramètres de fabrication des fibres optiques effilées.	39
2.2	Paramètres de fabrication des microsphères.	41
2.3	Paramètres de fabrication des microtiges.	43
2.4	Paramètres de l'appareil Luna pour la mesure des spectres de transmission des MROs.	47
3.1	Paramètres relatifs aux différents MROs.	54
3.2	Comparatifs des différents FSR pour chacun des MROs.	54
3.3	Comparatifs des différentes densités de modes obtenues pour chacun des MROs.	54
3.4	Facteur de qualité théorique requis afin d'obtenir la génération de micropeignes de fréquences.	64
3.5	Comparaison des fonctions de vraisemblance des différentes distributions.	65
3.6	Paramètres de la distribution des facteurs de qualité et de la transmission relative des différents MROs.	67
4.1	Conditions expérimentales et résultats de la génération de fréquences.	75
4.2	Corrélations entre les variations en amplitude de douze fréquences générées et de la fréquence pompe.	88
4.3	Paramètres du SiO ₂ , du GTZN et du TWL.	96

Liste des figures

1.1	Schéma simplifié d'un résonateur optique.	4
1.2	Modes longitudinaux d'un résonateur optique parfait.	7
1.3	Superposition cohérente des ondes partiellement réfléchies et partiellement transmises.	7
1.4	Facteurs de transmission et de réflexion en fonction du coefficient de finesse et du déphasage.	10
1.5	Influence des pertes d'un résonateur optique sur l'intensité intracavité et sur la largeur à mi-hauteur des modes de résonance.	12
1.6	Différence de FSR entre un MRO sphérique parfait et un MRO elliptique.	19
1.7	Volume modal.	20
1.8	Facteur de transmission en fonction du coefficient de couplage.	25
1.9	Schéma de rétrodiffusion d'une microsphère couplée à un guide d'onde cylindrique.	26
1.10	Influence de la rétrodiffusion sur le coefficient de couplage K.	27
1.11	Mélange à quatre ondes en cascade.	29
1.12	Génération de mélange à quatre ondes en cascade.	29
1.13	Micrographies (SEM) d'un microdisque et d'un microtoroïde.	32
1.14	Domaines d'application des peignes de fréquences et des micropeignes de fréquences.	36
2.1	Étirement adiabatique d'une fibre optique SMF-28.	38
2.2	Technique de fabrication des microtiges.	42
2.3	Microrésonateurs à l'étude dans ce mémoire.	44
2.4	Principe de mesure de la transmission.	45
2.5	Montage de mesure de la transmission des MROs.	46
3.1	Spectre de transmission d'une microsphère de SiO ₂	55
3.2	Spectre de transmission d'une microsphère de GTZN.	56
3.3	Spectre de transmission d'une microtige de SiO ₂	58
3.4	Spectre de transmission d'un microdisque de SiO ₂	59
3.5	Spectre de transmission d'un microdisque de SiC.	61
3.6	Puissance seuil nécessaire à la génération d'effets non linéaires.	63
3.7	Distribution des facteurs de qualité des différents MROs.	64
4.1	Montage de génération d'effets non linéaires.	69
4.2	Verrouillage par décalage vers le rouge.	72
4.3	Verrouillage par décalage vers le bleu.	73
4.4	Mélange à quatre ondes en cascade généré à partir d'une microsphère et d'une microtige de SiO ₂	75

4.5	Espacement entre les différentes fréquences générées.	76
4.6	Modification au montage de génération de fréquences non linéaires afin d'obtenir des mesures de battement.	80
4.7	Comparaison de la DSP d'amplitude relative entre les fréquences générées et leur pompe respective.	81
4.8	Comparaison des DSPs d'amplitude relative de deux fréquences générées à partir de deux générations non linéaires avec la microsphère.	83
4.9	Comparaison de la DSP d'amplitude relative de deux fréquences générées à partir de deux générations différentes produites avec la microtige.	84
4.10	Évolution temporelle de l'amplitude de la pompe et d'une fréquence générée pour la microtige et pour la microsphère.	86
4.11	Corrélations entre les variations de puissance de la fréquence générée et de la fréquence pompe.	88
4.12	Corrélation entre la variation d'amplitude de la fréquence signal et sa fréquence complémentaire.	89
4.13	Signaux en transmission et en rétrodiffusion pour une microsphère de SiO ₂ lors d'une génération non linéaire.	91
4.14	Signaux en transmission et en rétrodiffusion pour la microtige de SiO ₂ lors d'une génération non linéaire.	91
4.15	Comparaison des DSPs d'amplitude relative entre les signaux transmis et rétrodiffusés.	92
4.16	Courbe de dispersion du SiO ₂ , du GTZN et du TWL.	93
4.17	Indice de réfraction du SiO ₂ , du GTZN et du TWL autour de 1550 nm.	94
A.1	DSPs de phase et d'amplitude relative des battements avec les lasers Rio et Luna.	100
A.2	DSP de phase des fréquences générées.	101
A.3	DSPs de phase obtenues lors de générations non linéaires différentes	102
A.4	DSPs des fréquences signal et complémentaire	104
A.5	Évolution temporelle lente de l'amplitude du mélange à quatre ondes	105
A.6	Mise en évidence de la fréquence générée inattendue.	106
A.7	Comparaison des DSPs de phase entre les signaux transmis et rétrodiffusés.	107

Liste des symboles

Symbole ou abréviation	Signification
a_{lm} et b_{lm}	Coefficients arbitraires
b	Indice de polarisation
B	Longueur de corrélation
B^e	Champ magnétique externe
B^i	Champ magnétique interne
c	Vitesse de la lumière dans le vide
C_v	Coefficient de variation
d	Distance entre les incisions laser
D	Diamètre
DSP	Densité spectrale de puissance
e	Coefficient d'ellipticité
$E(\vec{r}, t)$	Champ électrique
E^e	Champ électrique externe
E^i	Champ électrique interne
E_0	Amplitude du champ électrique
E_σ	Amplitude du champ électrique réfléchi
E_τ	Amplitude du champ électrique transmis
f	Fréquence
f_1, f_2	Fréquences arbitraires
f_c	Fréquence complémentaire
f_l	Fréquence du mode de résonance d'indice l
f_p	Fréquence pompe
f_s	Fréquence signal
F	Coefficient de finesse
\mathcal{F}	Finesse
FSR	Plage spectrale libre (<i>Free Spectral Range</i>)
GTZN	Verre composé de GeO_2 , TeO_2 , ZnO et de Na_2O
i	Racine carrée de -1
I	Intensité du champ électrique
I_{max}	Intensité maximale intracavité
$j_l(kr)$	Fonction de Bessel de première espèce
$y_l(kr)$	Fonction de Bessel de seconde espèce
$h_l^1(kr)$	Fonction de Hankel du premier type
k	Nombre d'onde angulaire
\vec{k}	Vecteur d'onde
k_i	Partie imaginaire du nombre d'onde angulaire
k_r	Partie réelle du nombre d'onde angulaire
k_v	Nombre d'onde dans le vide
K	Coefficient de couplage
L	Longueur de cavité
L_f	Longueur de la section chauffée par la flamme

Symbole ou abréviation	Signification
MRO	Microrésonateur optique
n, m, l	Indices radial, azimutal et polaire
n_r	Indice de réfraction
n_e	Indice de réfraction du milieu externe
n_2	Coefficient de non-linéarité (indice non linéaire)
OPO	Oscillateur paramétrique optique
OSA	Analyseur de spectre optique
P_{seuil}	Puissance seuil de génération non linéaire
ppm	Partie par million
$\langle Q \rangle$	Facteur de qualité moyen
Q	Facteur de qualité (saturé)
Q_0	Facteur de qualité (non saturé)
Q_e	Facteur de qualité dû aux pertes externes
Q_{abs}	Facteur de qualité dû à l'absorption et la diffusion du matériau
Q_{diff}	Facteur de qualité dû à la diffraction
Q_{cont}	Facteur de qualité dû à la contamination de la surface
$Q_{surface}$	Facteur de qualité dû aux irrégularités de la surface
(r, θ, ϕ)	Coordonnées sphériques
r	Longueur du vecteur position
\vec{r}	Vecteur position
r_e	Rayon équatorial
r_p	Rayon polaire
R	Composante spatiale du champ électrique
R_0	Rayon du microrésonateur
R_{diff}	Facteur de diffusion
R_P	Coefficient de corrélation de Pearson
R_σ	Facteur de réflexion
$\mathcal{R}(\chi)$	Partie réelle de la susceptibilité électrique
SEM	Microscopie électronique à balayage
SiC	Carbure de silicium
3C-SiC	Carbure de silicium de configuration cristalline cubique
SiO ₂	Silice
t	Temps
$\langle T \rangle$	Transmission relative moyenne
T	Température
TE	Polarisation transverse électrique
TM	Polarisation transverse magnétique
T_R	Facteur de transmission en présence de rétrodiffusion
T_τ	Facteur de transmission
TWL	Verre composé de TeO ₂ , WO ₃ et de La ₂ O ₃
U	Énergie
U_0	Énergie initiale

Symbole ou abréviation	Signification
V	Volume modal
V_{modeTE}	Volume modal d'un champ de polarisation TE
V_{modeTM}	Volume modal d'un champ de polarisation TM
V_{approx}	Approximation du volume modal
WGM	Modes de chuchotement en galerie
x	Taille effective du microrésonateur
\vec{X}_l^m	Vecteur harmonique sphérique
$Y_l^m(\theta, \phi)$	Harmonique sphérique
z	Coordonnée cartésienne
α	Coefficient d'absorption
α_σ	Pertes reliées à l'absorption et aux réflexions
α_o	Constante de propagation de l'onde
α_{SiO_2}	Coefficient d'absorption de la silice
β_o	Constante de phase de l'onde
Δf	Largeur à mi-hauteur exprimée en fréquence
Δf_{FSR}	Plage spectrale libre exprimée en fréquence
$\Delta \lambda_{FSR}$	Plage spectrale libre exprimée en longueur d'onde
Δ_{FWHM}	Largeur à mi-hauteur
Δ_c	Différence entre les fréquences pompe et complémentaire
Δ_s	Différence entre les fréquences pompe et signal
γ	Constante de propagation
Γ_d	Coefficient de diffusion
ϵ	Permittivité du vide
λ	Longueur d'onde
λ_l	Longueur d'onde du mode de résonance d'indice l
Φ	Composante temporelle du champ électrique
$\Delta\phi$	Déphasage
μ	Moyenne statistique
ρ	Diamètre du coeur d'une fibre optique
ρ_0	Diamètre initial du coeur d'une fibre optique
∇^2	Opérateur laplacien
σ	Écart type
σ	Coefficient de réflexion intracavité
σ'	Coefficient de réflexion extracavité
σ^q	Taille des inhomogénéités
τ	Coefficient de transmission intracavité
τ'	Coefficient de transmission extracavité
χ	Susceptibilité électrique
$\chi^{(i)}$	Susceptibilité électrique d'ordre i
ω	Fréquence angulaire

*À Claude, Linda et Louise. Vous
qui m'avez appris le plus.*

«N'essayez pas de devenir un
homme qui a du succès. Essayez
de devenir un homme qui a de la
valeur.»

Albert Einstein

Remerciements

Merci à Claudine Allen, ma directrice, et à Jérôme Genest, mon co-directeur. Merci à Ali Belarouci et Pablo Bianucci pour nos intéressantes collaborations. Merci à Yannick Ledemi, Jean-Daniel Deschênes, Sylvain Boudreault et Mathieu Boivin, pour nos discussions ainsi que le temps précieux que vous m'avez accordé. Merci à Jean-Raphaël Carrier et Vincent Michaud-Belleau, pour l'aide que vous m'avez apportée, mais surtout pour les personnes que vous êtes. Merci aux techniciens Patrick Larochelle, Philippe Chrétien, Steve Morency et Simon Levasseur pour leur aide inestimable. Merci au REPOL, sans qui mes études gradués n'auraient pu être les mêmes. Les projets réalisés ont été pour moi une source d'apprentissage incroyable et les amitiés développées ont permis des moments de distraction essentiels. Merci à ma mère, qui n'a jamais douté de quoi que ce soit et m'a toujours laissé entreprendre les projets que je convoitais. Merci à tous mes amis qui portent un intérêt à ce que je fais et qui essaient tant bien que mal de comprendre ma passion pour la physique. Et évidemment, merci à Claude et Louise, pour leur éternel support, eux qui ont été là du début à la fin et qui ont toujours su trouver les mots justes pour m'encourager. Ce travail est un peu pour moi, mais surtout pour vous tous. Merci.

Introduction

Les peignes de fréquences équidistantes obtenus avec les lasers à blocage de modes (*mode-locking*) sont un outil de mesure par excellence. Utilisés dans les domaines de l’ultraviolet au moyen infrarouge, ces peignes de fréquences sont de plus en plus accessibles à la communauté scientifique et ouvrent la voie à de multiples avancements technologiques. Citons, parmi ces avancements, les horloges optiques, qui ont une exactitude qui atteint la dix-huitième décimale et surpassent les horloges atomiques au césium de plus d’un ordre de grandeur, la spectroscopie de haute résolution, qui permet par exemple de mesurer la transition à deux photons **1S-2S** de l’atome d’hydrogène avec une incertitude relative de 4.5×10^{-15} % et plusieurs autres [1–7].

Depuis quelques années, un nouveau système est étudié dans le but de générer des fréquences équidistantes. En effet, l’utilisation de microrésonateurs optiques (MROs) pour l’obtention de fréquences espacées régulièrement est possible grâce, entre autres, au principe non linéaire de mélange à quatre ondes en cascade (*cascaded four-wave mixing*).

Cependant, principalement en raison du phénomène de dispersion, le mécanisme de mélange à quatre ondes ne peut pas engendrer la génération de fréquences équidistantes à lui seul. Le verrouillage en phase (*phase-locking*) est alors utilisé pour obtenir des fréquences qui présentent cette particularité. Produites à l’aide de MROs, des fréquences espacées régulièrement avec une exactitude relative qui atteint 10^{-16} % peuvent par conséquent être obtenues et sont communément appelées micropeignes de fréquences (*Kerr microcomb, frequency microcomb*) [8–10].

La petite taille des MROs fait en sorte que les taux de répétition des micropeignes offrent la possibilité d’aller de 10 GHz à 1000 GHz, ce qui est difficilement accessible de manière efficace avec les techniques habituelles de génération de peignes de fréquences. Du fait qu’ils offrent aussi l’avantage d’être intégrés (*on-chip integration*) et qu’ils nécessitent des puissances d’injection de quelques centaines de milliwatts pour être effectifs, les MROs sont des candidats prometteurs pour produire des fréquences équidistantes [10–12].

Une panoplie de types de MROs existent et permettent la génération d’effets non linéaires. L’étude présentée aura pour but d’évaluer le potentiel de différents microrésonateurs à produire le phénomène non linéaire de mélange à quatre ondes en cascade autour de 1550 nm. Ainsi,

nous examinerons plusieurs configurations de MROs (géométries et matériaux distincts) et diverses techniques de fabrication. De plus, bien que le verrouillage en phase ne soit pas un objectif de ce mémoire, certaines caractéristiques (régularité de l'espacement, variation en amplitude) des fréquences produites par mélange à quatre ondes en cascade seront étudiées afin de mettre en parallèle les résultats obtenus pour les différents MROs.

De manière à atteindre les objectifs mentionnés, le mémoire est divisé en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, les principes essentiels à propos des résonateurs optiques et des MROs seront formulés. Des notions telles le facteur de qualité, la plage spectrale libre (*free spectral range*) et le volume modal permettront de comparer les différents matériaux et géométries des MROs lors de leur caractérisation. Également, des concepts de base à propos du mélange à quatre ondes en cascade seront introduits. Une revue de littérature sera exposée afin de mettre en relief l'étude effectuée dans le mémoire avec les avancements dans ce domaine. Ceci mettra en évidence les avantages et les limitations des MROs comparativement aux autres techniques de génération de fréquences équidistantes.

Dans le deuxième chapitre, le procédé de fabrication de fibre optique effilée, utilisée pour coupler la lumière dans les MROs, sera discuté. Ensuite, les techniques de fabrication et de caractérisation des MROs ainsi que la méthodologie associée seront abordées. Également, le montage utilisé pour caractériser la transmission des MROs sera détaillé.

Le troisième chapitre présentera la méthode d'analyse et les résultats de la caractérisation en transmission des MROs étudiés. Entre autres, les modes de résonance de chacun des MROs seront analysés et comparés. Cette étude validera la faisabilité de générer des fréquences par procédé non linéaire à partir d'une faible puissance pompe et mettra en évidence certaines particularités des différents MROs. Des candidats à la génération de fréquences pourront alors être ciblés.

Le quatrième et dernier chapitre révélera que seules la microsphère de SiO_2 et la microtige SiO_2 ont pu produire le mélange à quatre ondes en cascade. Une fois que la méthodologie utilisée pour engendrer des effets non linéaires et les résultats qui y sont associés auront été présentés, diverses analyses seront effectuées afin de comparer la génération de fréquences de ces deux MROs. Nous inspecterons d'abord la régularité de l'espacement des fréquences obtenues par mélange à quatre ondes. Par la suite, la quantification des densités spectrales de puissance et l'évolution temporelle de l'amplitude des fréquences générées ainsi que le signal rétrodiffusé par le MRO seront aussi analysés. Pour finir, nous émettrons des hypothèses qui pourraient expliquer les raisons pour lesquelles la microsphère de GTZN n'a pu générer de fréquences.

L'ensemble des approfondissements effectués, les techniques de fabrication utilisées et les caractérisations accomplies permettront, lors de la conclusion ce travail, de bien distinguer les différences et les obstacles qu'entraîne la génération de mélange à quatre ondes en cascade avec les microrésonateurs considérés.

Chapitre 1

Propriétés des microrésonateurs optiques

Ce chapitre introduit le lecteur aux principes des résonateurs optiques pour ensuite extrapoler et traiter le cas des microrésonateurs optiques. Les notions abordées permettront une compréhension des facteurs en causes pour l'atteinte de l'objectif de ce mémoire, soit l'étude de différents types de microrésonateurs optiques et leur utilisation afin de générer des fréquences par mélange à quatre ondes en cascade. Une revue de littérature est présentée dans la dernière section de ce chapitre afin de familiariser le lecteur avec les avancements du domaine de recherche associé à ce mémoire.

1.1 Résonateur optique

Dans cette section, le principe de résonateur optique est abordé. Un cas général et simplifié du résonateur optique sera traité et la résolution du modèle mathématique qui s'y rattache permettra d'introduire des notions importantes, telles les modes de résonance et le facteur de qualité.

1.1.1 Approche théorique

Un résonateur optique, ou une cavité optique, est un dispositif dans lequel la lumière est confinée afin de former, au moins partiellement, des ondes stationnaires. L'onde optique est limitée à un parcours clos et peut potentiellement subir des pertes. Dans le but de produire une dérivation élémentaire et d'en extraire une signification physique, un modèle simplifié sera considéré. Dans ce modèle, le milieu intracavité est constitué d'un milieu dont la susceptibilité magnétique est supposée nulle et dont la réponse linéaire suite à une excitation par un champ électromagnétique sera proportionnelle à la susceptibilité électrique de premier ordre $\chi^{(1)}$. Un tel milieu peut être de l'air, par exemple. Ce modèle est illustré à la figure 1.1.

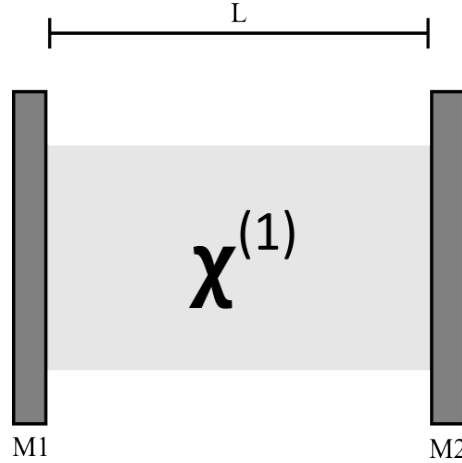


FIGURE 1.1 – Schéma simplifié d'un résonateur optique de longueur L composé des miroirs M1 et M2 et d'un milieu de susceptibilité électrique $\chi^{(1)}$. Il sera considéré pour l'instant que les miroirs ont des réflectivités de 100 % et que le milieu intracavité possède une absorption nulle.

Une onde monochromatique qui se propage dans le résonateur optique est maintenant considérée¹. Le champ électrique $E(\vec{r}, t)$ associé à cette onde doit respecter l'équation d'onde, où c est la vitesse de la lumière dans le vide :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(\vec{r}, t) = 0. \quad (1.1)$$

En supposant les variations temporelles et spatiales de la fonction d'onde $E(\vec{r}, t)$ séparables, le champ électrique à l'intérieur du résonateur peut être exprimé comme :

$$E(\vec{r}, t) = R(\vec{r})\Phi(t). \quad (1.2)$$

En substituant la fonction d'onde $E(\vec{r}, t) = R(\vec{r})\Phi(t)$ dans l'équation d'onde, l'équation suivante est obtenue :

$$\frac{\nabla^2 R(\vec{r})}{R(\vec{r})} = \frac{1}{c^2 \Phi(t)} \frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial t^2} = -k^2. \quad (1.3)$$

L'équation (1.3) permet de conclure que les parties spatiale et temporelle de l'équation d'onde sont égales à une même constante, appelée ici $-k^2$.

1. Les dérivations qui suivent peuvent être retrouvées dans Jackson chapitre 6 ou Greenberg chapitre 19 [13, 14]

En manipulant algébriquement la portion spatiale de l'équation (1.3) il est possible d'obtenir l'équation (1.4). Cette équation, qui décrit la forme d'onde spatiale selon l'axe \vec{r} indépendamment du temps, est appelé équation de Helmholtz.

L'équation (1.5) est quant à elle la portion temporelle de l'équation l'équation (1.3). On remarque la similitude entre cette équation différentielle et l'équation caractéristique de l'oscillateur harmonique de fréquence angulaire ω (équation (1.6)). Rappelons ici que la fréquence angulaire est proportionnelle à la fréquence telle que $\omega = 2\pi f$. Il peut rapidement être déduit que dans la situation présente la fréquence angulaire est égale au produit entre la vitesse de la lumière et k, donc que $\omega = kc$. Ainsi, la constante k, posée arbitrairement, s'avère être le nombre d'onde angulaire^{2 3} [13, 14].

$$\nabla^2 R + k^2 R(\vec{r}) = (\nabla^2 + k^2)R(\vec{r}) = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{c^2 \Phi(t)} \frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial t^2} = -k^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial t^2} = -k^2 c^2 \phi(t) \Rightarrow \frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial t^2} + k^2 c^2 \phi(t) = 0. \quad (1.5)$$

$$\frac{d^2 \Phi(t)}{dt^2} + \omega^2 \Phi(t) = \left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega^2 \right) \Phi(t) = 0. \quad (1.6)$$

Des conditions limites sont nécessaires à la résolution de l'équation (1.4). On suppose alors qu'un champ transverse, sans composante selon l'axe de propagation, se propage dans la cavité selon l'axe z. Si on considère que les interfaces du résonateur optique sont de conductivité électrique infinie, la composante transverse du champ électrique sera nulle sur ces interfaces⁴ :

$$R(\vec{r}) = 0 \quad \text{lorsque} \quad z = 0 \quad \text{et} \quad R(\vec{r}) = 0 \quad \text{lorsque} \quad z = L. \quad (1.7)$$

La solution qui satisfait les conditions des équations (1.4) et (1.7) est la suivante⁵ :

$$R(\vec{r})_l = R_{0l} \sin(k_l z) \quad \text{où} \quad k_l = \frac{l\pi}{L} \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (1.8)$$

L'équation (1.8) correspond en fait à une famille de solutions. Cette famille de solutions représente les modes du résonateur optique en une seule dimension. L'indice l est associé

2. Le nombre d'onde angulaire est relié à la longueur d'onde par l'équation $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

3. Il est à noter que le nombre d'onde dépend de l'indice de réfraction du milieu de propagation qui dépend quant à lui de la susceptibilité électrique (χ) de ce même milieu. L'indice de réfraction d'un milieu est donné par $n_r = \sqrt{1 + \mathcal{R}\{\chi\}}$. Le nombre d'onde associé devient $k = n_r k_v$ où k_v correspond à une propagation dans le vide [15].

4. Les interfaces sont ici les miroirs, aux positions $z = 0$ et $z = L$.

5. Dans le cas où la conductivité électrique des interfaces n'est pas infinie, des pertes sont engendrées aux interfaces et modifient ainsi la solution obtenue. Ce sujet sera abordé sous peu.

à ce degré de liberté unique et correspond à un mode de résonance particulier. Il est possible de montrer que chacun des modes est en fait la somme de deux ondes, une se propageant en direction z positive et l'autre en direction z négative. Comme ces deux ondes sont d'amplitudes égales et de directions opposées, l'onde totale est dite stationnaire. Elle est confinée dans le résonateur et oscille plutôt que de se propager dans un milieu libre. L'onde stationnaire possède une évolution temporelle qui est périodique en oscillant avec une amplitude qui dépend de la position longitudinale (solution de l'équation (1.6)). Toute onde composée d'une superposition de ces modes peut exister dans la cavité, alors que toute autre onde ne pourra jamais subsister à long terme dans la cavité [16] :

$$R(\vec{r}) = \sum_l R_{0l} \sin(k_l z), \quad (1.9)$$

$$E(\vec{r}, t) = \Phi_0 \cos(\omega t) \sum_l R_{0l} \sin(k_l z). \quad (1.10)$$

La condition $k_l = \frac{l\pi}{L}$ est imposée par les conditions limites de la cavité résonante parfaite. Comme la longueur d'onde est donnée par $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, où k est le nombre d'onde, on peut déduire qu'uniquement certaines longueurs d'onde sont permises dans la cavité. La longueur d'onde et la fréquence de chaque mode sont données par :

$$\lambda_l = \frac{2L}{l}, \quad f_l = \frac{lc}{2L}. \quad (1.11)$$

De plus, il est possible de déterminer la différence de fréquence entre deux modes consécutifs l et $l+1$. Cette différence porte le nom de plage spectrale libre (*free spectral range*), qui sera dorénavant nommée *FSR*. Le FSR dépend de la taille du résonateur, c'est-à-dire du parcours optique que franchit la lumière dans le résonateur, et quantifie l'espacement entre chacun des modes consécutifs présents dans un résonateur optique. Pour une cavité idéale de taille fixe, le FSR est constant en fréquence alors qu'il dépend explicitement de la longueur d'onde du mode de résonance s'il est exprimé par rapport à la longueur d'onde (1.13). De plus, si $L \gg \lambda_l$, l'équation 1.13 peut être simplifiée.

$$\Delta f_{FSR} = f_{l+1} - f_l = \frac{c}{2L}, \quad (1.12)$$

$$\Delta \lambda_{FSR} = \lambda_l - \lambda_{l+1} = \frac{\lambda_l^2}{2L + \lambda_l} \simeq \frac{\lambda_l^2}{2L}. \quad (1.13)$$

Une infinité de configurations d'ondes stationnaires peut exister dans un résonateur optique. Un exemple imagé de quelques modes de résonance longitudinaux est présenté à la figure 1.2.

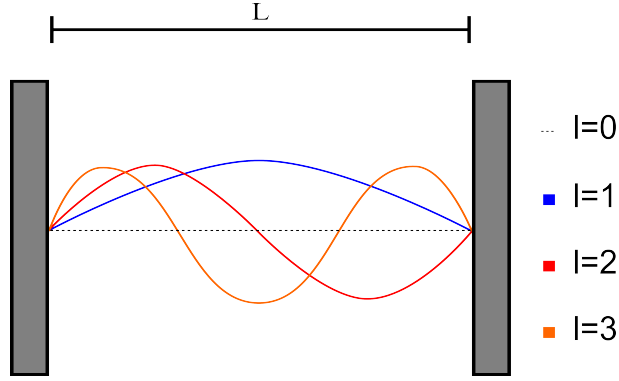


FIGURE 1.2 – Illustration simplifiée des quatre premiers modes longitudinaux d’un résonateur optique parfait, sans perte. Les champs électromagnétiques qui peuvent exister dans le résonateur doivent correspondre aux modes de résonance de la cavité qui dépendent de la longueur L de la cavité. L’amplitude des modes est arbitraire sur cette figure.

1.1.2 Insertion de pertes dans le système

Un champ électrique $E(\vec{r},t)$ avec une amplitude E_0 qui se propage vers un résonateur optique non idéal qui comporte des pertes est maintenant considéré (figure 1.3). Les pertes, qui engendrent une diminution de l’amplitude du champ dans la cavité, peuvent être causées soit par des réflexions imparfaites des miroirs métalliques qui n’ont pas une conductivité électrique infinie, soit par la dissipation thermique des miroirs ou bien par l’absorption du milieu présent dans la cavité. Les pertes par réflexions et dissipation ont lieu aux interfaces et entraînent une fuite du champ à l’extérieur du résonateur et les pertes par absorption sont engendrées par le milieu intracavité lui-même.

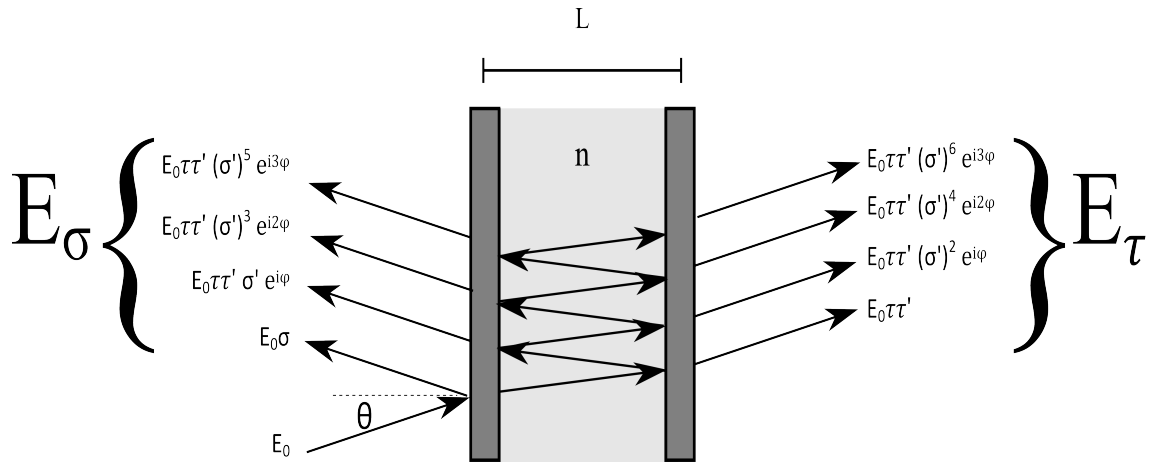


FIGURE 1.3 – Champ réfléchi et champ transmis résultant de la superposition cohérente des ondes partiellement réfléchies et partiellement transmises. En considérant que le champ incident fait un petit angle θ , qui est considéré négligeable, avec la surface du résonateur, le déphasage peut être approximé à $\Delta\phi \simeq 2kL$ et la contribution de toutes les réflexions et transmissions peut éventuellement s’exprimer comme étant une somme géométrique.

Pour l'exemple présenté à la figure 1.3, les pertes à l'intérieur de la cavité seront négligées et les pertes aux interfaces seront considérées. Les deux interfaces sont identiques et le coefficient de réflexion σ caractérise une réflexion à l'extérieur de la cavité alors que σ' une réflexion à l'intérieur de la cavité. Le coefficient τ caractérise la transmission de l'extérieur à l'intérieur de la cavité, et le coefficient τ' la transmission de l'intérieur à l'extérieur de la cavité. Étant donné l'absence de pertes dans la cavité (aucune absorption du milieu) $\sigma = \sigma'$ et ainsi $\sigma^2 + \tau\tau' = 1$. De plus, $\Delta\phi = 2kL$ représente le déphasage que subit le champ après avoir parcouru la distance $2L$ dans la cavité, soit un aller-retour.

Une onde d'amplitude E_0 qui fait un petit angle θ , comme indiqué à la figure 1.3, est incidente à la cavité optique⁶. Cette onde sera partiellement réfléchi et partiellement transmise à la suite des interactions aux interfaces. Il est possible de reconstituer l'amplitude du champ réfléchi (E_σ) et l'amplitude du champ transmis (E_τ) en additionnant les différentes ondes, tel que l'illustre la figure 1.3.

Par exemple, l'amplitude de l'onde transmise sera obtenue en additionnant la contribution de chaque onde partiellement transmise. À la limite, nous pouvons considérer une infinité d'ondes transmises :

$$E_\tau = \sum_{n=0}^{\infty} E_0 \tau \tau' (\sigma' e^{i\Delta\phi})^{2n}. \quad (1.14)$$

On peut montrer que cette somme infinie représente une série géométrique et nous permet d'obtenir le résultat de l'équation (1.17). Ce résultat prend ainsi en considération la contribution de chacune des ondes partiellement transmises à la droite du résonateur de la figure 1.3.

$$E_\tau = E_0 \tau \tau' + E_0 \tau \tau' (\sigma' e^{i\Delta\phi})^2 + E_0 \tau \tau' (\sigma' e^{i\Delta\phi})^4 + E_0 \tau \tau' (\sigma' e^{i\Delta\phi})^6 + \dots, \quad (1.15)$$

$$E_\tau = E_0 \tau \tau' (1 + (\sigma' e^{i\Delta\phi})^2 + (\sigma' e^{i\Delta\phi})^4 + (\sigma' e^{i\Delta\phi})^6 + \dots), \quad (1.16)$$

$$E_\tau = \frac{E_0 \tau \tau'}{1 - (\sigma')^2 e^{i\Delta\phi}}. \quad (1.17)$$

Par la suite, si nous connaissons l'amplitude du champ transmis, le facteur de transmission T_τ de la cavité peut être obtenu. Ce facteur est le rapport entre le flux électromagnétique incident et le flux électromagnétique transmis. Le facteur de réflexion R_σ qui est le rapport

6. Les dérivations qui suivent peuvent être retrouvées dans de nombreux ouvrages et articles scientifiques [17–19].

entre le flux électromagnétique incident et le flux électromagnétique réfléchi peut également être obtenu. Le coefficient de finesse F , qui est influencé par les pertes du système et dépend uniquement du coefficient de réflexion σ , est également défini afin d'alléger la notation.

$$T_\tau = \frac{|E_\tau|^2}{|E_0|^2} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \Delta\phi/2}, \quad (1.18)$$

$$R_\sigma = \frac{|E_\sigma|^2}{|E_0|^2} = \frac{F \sin^2 \Delta\phi/2}{1 + F \sin^2 \Delta\phi/2}, \quad (1.19)$$

$$F = \left(\frac{2\sigma}{1 - \sigma^2} \right)^2. \quad (1.20)$$

Les figures 1.4a et 1.4b illustrent le facteur de transmission et le facteur de réflexion d'une cavité pour différentes valeurs de coefficient de finesse en fonction de $\Delta\phi$. Il a été vu précédemment que $\Delta\phi = 2kL$ où $k = 2\pi/\lambda$ et où $\lambda = c/f$. Il est à noter que dans cette situation, où le milieu intracavité est sans perte, la relation $T_\tau + R_\sigma = 1$ est respectée.

De même, en sachant que l'intensité du champ électrique dans le résonateur optique est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ qui s'y propage, $I = |E|^2$, le résultat qui suit peut être obtenu où I_{max} est l'intensité maximale qui peut circuler dans la cavité et I_0 l'intensité incidente au résonateur :

$$I = |E|^2 = \frac{I_{max}}{(1 + F \sin^2(\Delta\phi/2))}, \quad (1.21)$$

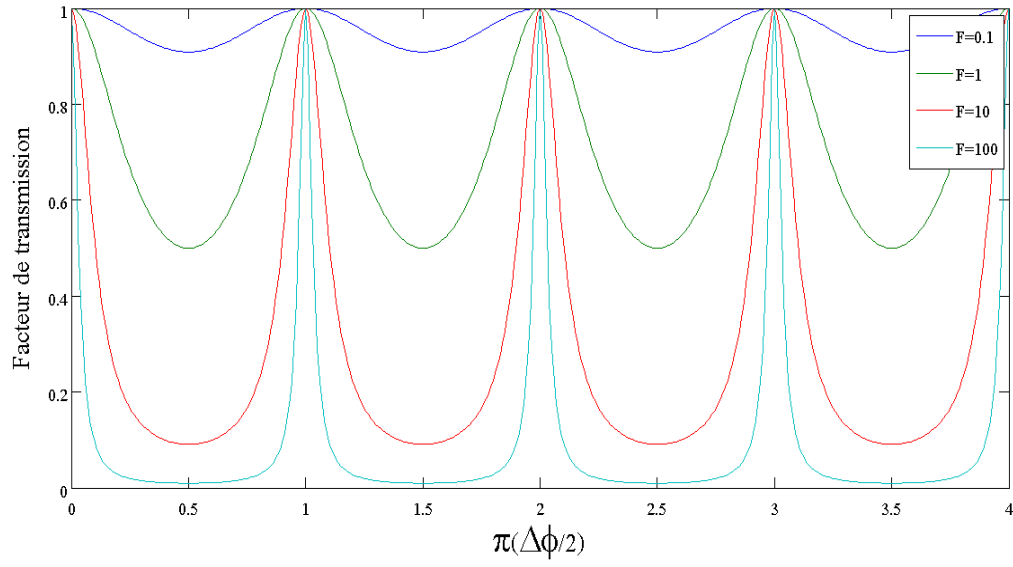
$$I_{max} = \frac{I_0}{(1 - \sigma^2)^2} = \frac{I_0 F}{(2\sigma)^2}. \quad (1.22)$$

Une intensité maximale sera présente dans la cavité si le terme $\sin^2(\Delta\phi/2)$ dans l'équation (1.21) est nul. Cette condition sera atteinte lorsque l'argument du sinus sera multiple entier de π . Puisque $\Delta\phi = 2kL$:

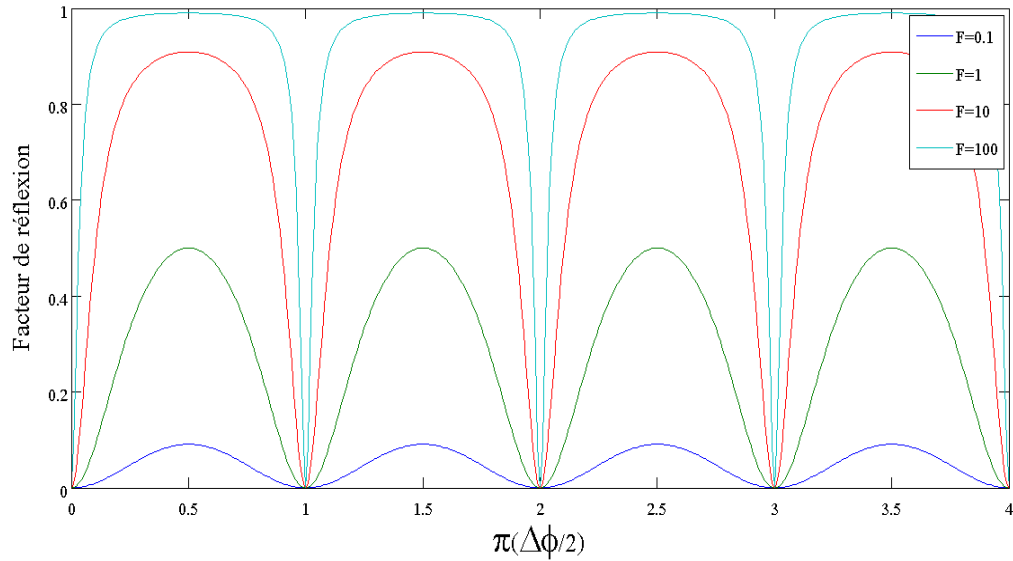
$$\frac{\Delta\phi}{2} = l\pi, \quad kL = l\pi. \quad (1.23)$$

Ensuite, il est possible de déterminer quelles fréquences et quelles longueurs d'onde satisferont la condition de l'équation (1.23) afin d'obtenir une intensité maximale dans la cavité, puisque $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et $c = f\lambda$:

$$\lambda_l = \frac{2L}{l}, \quad f_l = \frac{lc}{2L}. \quad (1.24)$$



(a)



(b)

FIGURE 1.4 – Facteurs de transmission et de réflexion en fonction du coefficient de finesse et du déphasage $\Delta\phi$. Un coefficient de finesse élevé signifie que la cavité subit peu de pertes. (a) Facteur de transmission. (b) Facteur de réflexion.

Les conditions de résonance déterminées précédemment sont ainsi réobtenues. Alors que l'intensité dans la cavité est maximale pour les modes de résonance, l'intensité sera minimale pour un champ ayant une valeur demi-entière de la fréquence ou de la longueur d'onde d'un mode de résonance :

$$I = I_{max} \quad \text{si} \quad f = qf_l \quad q = 1, 2, 3, \dots, \quad (1.25)$$

$$I_{min} = \frac{I_{max}}{1 + F} \quad \text{si} \quad f/f_l = p/2 \quad p = 1, 3, 5, \dots \quad (1.26)$$

Afin de déterminer la largeur à mi-hauteur Δf des modes de résonance, la condition $I = \frac{I_{max}}{2}$ est posée. Pour que cette condition soit atteinte, l'égalité $F \sin^2(\Delta\phi/2) = 1$ doit être respectée. Puisque généralement F est grand :

$$F \sin^2(\Delta\phi/2) = 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta\phi_l \simeq \pm 2\sqrt{(1/F)}. \quad (1.27)$$

Les deux solutions de l'équation (1.27) sont équidistantes du maximum considéré, I_{max} . Ceci signifie que la valeur de la largeur à mi-hauteur ($FWHM$) des maxima d'intensité de la fonction présentée à l'équation (1.21) est de $\Delta_{FWHM} = 2\Delta\phi = 4\sqrt{1/F}$. Aussi, puisque la séparation entre chacun des maxima de la figure d'intensité est de 2π , on peut définir le ratio entre cette séparation et la largeur à mi-hauteur Δ_{FWHM} comme étant la finesse du résonateur :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\Delta_{FWHM}} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2}. \quad (1.28)$$

Si nous considérons également que le paramètre $\Delta\phi$ dépend de la longueur de la cavité ainsi que du nombre d'onde, la largeur à mi-hauteur des modes de résonance peut être exprimée en fonction du coefficient de finesse $\Delta f = \frac{c}{\pi L} \sqrt{1/F}$. Il a pu être remarqué plus tôt, à l'équation (1.12), que la distance entre deux fréquences de résonance, c'est-à-dire entre deux maxima d'intensité, était constante. Ceci implique que si la finesse \mathcal{F} de la cavité et son FSR en fréquence sont connues, il est possible de trouver Δf :

$$\Delta f = \frac{\Delta f_{FSR}}{\mathcal{F}}. \quad (1.29)$$

Ainsi, plus le résonateur optique présentera des pertes, plus le coefficient de finesse sera faible et plus la largeur des modes de résonance sera grande. Un résonateur optique idéal sans perte, avec un coefficient de finesse infini, présente une largeur à mi-hauteur nulle. Chaque fréquence de résonance est unique et est représentée par une distribution delta de Dirac. La figure 1.5 montre l'intensité d'un mode de résonance dans la cavité, qui est dépendante de l'intensité du champ incident au résonateur I_0 , en fonction du déphasage $\Delta\phi$ pour des coefficients de finesse distincts. La largeur à mi-hauteur des modes présentés à cette figure illustre bien l'influence des pertes dans le système. Les pertes influencent ainsi à la fois l'intensité maximale pouvant être présente dans la cavité, mais également la largeur à mi-hauteur des modes de résonance.

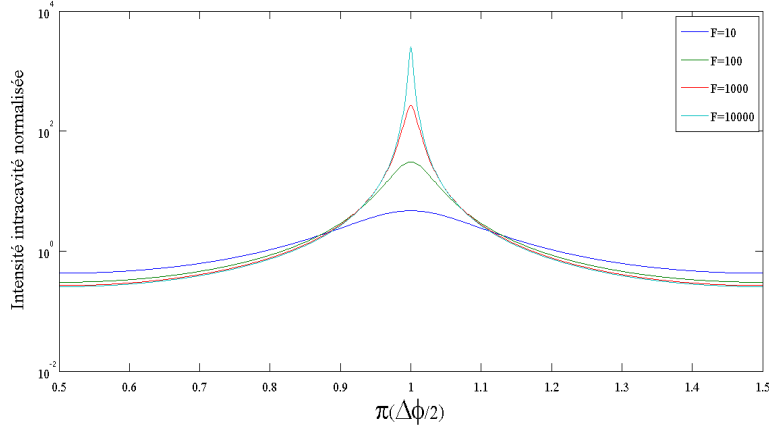


FIGURE 1.5 – Influence des pertes d’un résonateur optique sur l’intensité intracavité et sur la largeur à mi-hauteur des modes de résonance.

Comme il a été possible de remarquer, un résonateur optique agit comme un filtre optique. Un champ incident au résonateur voit son contenu fréquentiel filtré de sorte que le résonateur optique transmet préférentiellement certaines fréquences, c’est-à-dire les fréquences qui correspondent aux modes de résonance. Par conséquent, plus le résonateur a un coefficient de finesse élevé, c’est-à-dire moins il présente de pertes, plus les modes de résonance ont une faible largeur à mi-hauteur et plus l’intensité du champ dans le résonateur est grande.

1.1.3 Facteur de qualité

Le facteur de qualité d’un mode de résonance, Q , sera maintenant défini comme étant le ratio entre une fréquence de résonance f_l et la largeur à mi-hauteur de ce mode, Δf [13]. On peut également l’exprimer en fonction de la finesse :

$$Q = \frac{f_l}{\Delta f} = \frac{f_l \mathcal{F}}{\Delta f_{FSR}}. \quad (1.30)$$

En utilisant les résultats précédents, il est possible d’exprimer le facteur de qualité en fonction du coefficient de finesse puis en fonction du coefficient de réflexion qui quantifie les pertes aux interfaces de la cavité.

$$Q = \frac{f_l}{\Delta f} = \frac{f_l \pi L \sqrt{F}}{c} = \frac{2\sigma \pi L f_l}{c(1 - \sigma^2)}. \quad (1.31)$$

Ainsi, selon les équations (1.22) et (1.31), l’intensité maximale intracavité tend vers :

$$I_{max} = \frac{I_0 F}{4} = \left(\frac{I_0 Q c}{4\pi f_l L} \right)^2. \quad (1.32)$$

Si le facteur de qualité de notre résonateur est connu, il sera alors possible de déterminer l'intensité maximale qui peut être présente dans celui-ci.

Nous considérerons maintenant les pertes d'une manière plus générale et l'absorption du milieu intracavité sera désormais incluse. L'absorption et les pertes aux interfaces seront représentées par la constante α_σ . Il sera supposé que les pertes sont distribuées uniformément dans la cavité (ce qui n'est évidemment pas le cas puisque les pertes aux interfaces sont localisées), de sorte que l'énergie dans une cavité qui n'est pas soumise à une excitation électromagnétique diminuera exponentiellement dans le temps [13] :

$$U(t) = U_0 e^{-\alpha_\sigma t}, \quad (1.33)$$

ainsi la variation d'énergie dans la cavité sera :

$$\frac{dU(t)}{dt} = -\alpha_\sigma U(t), \quad (1.34)$$

Dans un cas plus général, le facteur de qualité peut être défini comme le ratio entre l'énergie emmagasinée dans la cavité, $U(t)$ et les pertes que subit la cavité, $\alpha_\sigma U(t)$, à chaque cycle d'oscillation du champ qui s'y propage ($2\pi f_l$) :

$$Q = \frac{U(t)}{\alpha_\sigma U(t) \cdot \frac{1}{2\pi f_l}} = \frac{2\pi f_l}{\alpha_\sigma}. \quad (1.35)$$

Cette forme du facteur de qualité permet de connaître l'évolution temporelle de l'énergie dans la cavité puisque l'équation (1.35) peut être réécrite :

$$U(t) = U_0 e^{-2\pi f_l t / Q}. \quad (1.36)$$

L'équation (1.31) permet de faire le lien entre le coefficient de finesse et le facteur de qualité. Ceci implique qu'en injectant de l'énergie de manière continue dans une cavité pour une fréquence de résonance donnée, l'intensité dans la cavité sera alors d'autant plus grande que le facteur de qualité est élevé, comme il avait été vu à la figure 1.5. Ce concept est primordial dans l'utilisation du principe de résonateur optique à des fins de génération d'effets non linéaires, obtenus à partir d'une intensité élevée.

Pour résumer, un résonateur optique confine le champ électrique et permet la présence de certains modes de résonance en fonction de la taille de la cavité. Pour la cavité idéale et linéaire étudiée, les différents modes de résonance d'une cavité sont espacés périodiquement et présentent des largeurs à mi-hauteur qui dépendent des pertes du résonateur optique. Le ratio entre l'énergie présente dans la cavité et les pertes subies pendant un cycle optique est défini comme étant le facteur de qualité. Le facteur de qualité permet donc de quantifier la capacité

d'un résonateur optique à bien confiner l'énergie. Tous ces concepts seront sous-jacents à la suite de ce mémoire.

1.2 Microrésonateur optique

Afin de faciliter la compréhension du présent travail, plusieurs notions qui portent spécifiquement sur les microrésonateurs optiques doivent être abordées. Cette section présentera d'abord les équations des modes dans un microrésonateur sphérique. Ces équations mèneront à la considération de quelques éléments inhérents à la géométrie des microrésonateurs, comme l'ellipticité, présente pour les microrésonateurs tridimensionnels, ainsi que le volume modal. Il sera vu que l'ellipticité influence entre autres le FSR de la cavité et que le volume modal influence la densité du champ présent dans le microrésonateur optique.

Ensuite, les différentes pertes possibles pour un microrésonateur optique seront détaillées et la relation entre le facteur de qualité et ces pertes sera introduite. Il sera détaillé que les pertes peuvent être produites par la géométrie du microrésonateur, par le matériau qui le compose, et également par certains facteurs extérieurs, comme la contamination de la surface par des impuretés ou par de la vapeur d'eau.

La technique qui vise à coupler de la lumière aux microrésonateurs optiques sera introduite et les notions qui s'y rattachent permettront de mettre en relief certaines autres causes de pertes possibles dans le système à l'étude. L'influence du signal en rétrodiffusion engendré par le microrésonateur sera également traitée. Finalement, il sera pertinent d'établir un lien entre les concepts établis dans cette section, comme le facteur de qualité et le volume modal, et le but de ce travail, soit la capacité à générer des fréquences par effets non linéaires.

1.2.1 Approche théorique

Un microrésonateur optique (MRO) est un résonateur optique de taille réduite. Le MRO confine la lumière et permet l'existence de certains modes de résonance qui sont évidemment plus espacés en fréquence les uns des autres en comparaison aux modes d'un résonateur optique conventionnel (équation 1.12). L'intérêt que nous portons aux MROs se justifie par le fait que le champ électromagnétique intracavité est confiné dans un faible volume. L'intensité élevée du champ intracavité permet d'atteindre plus facilement le seuil de génération d'effets non linéaires. D'autres distinctions existent entre résonateurs et microrésonateurs. Par exemple, les MROs peuvent être utilisés dans le domaine de l'électrodynamique quantique [20].

Les modes de résonance présents dans une cavité de géométrie circulaire sont généralement présentés sous le nom de *whispering-gallery-modes* (WGMs). Ce nom a été désigné en l'honneur du phénomène d'onde sonore résonante découvert dans la galerie à géométrie circulaire de la cathédrale St-Paul, à Londres. En français, le terme *modes de chuchotement en galerie* est

utilisé. Ce terme est rencontré fréquemment dans la littérature et réfère explicitement aux modes de résonance des MROs à géométrie circulaire. Plusieurs types de MROs ont cette configuration, tels les microsphères, les microdisques, les microtoroïdes, les microtiges et les microanneaux. Dans ce travail, tous les MROs rencontrés auront cette géométrie particulière. À partir de maintenant, le terme MRO sera employé en sous-entendant leur morphologie circulaire.

Afin d'offrir une description précise des modes de chuchotement en galerie appliqués à un phénomène optique ondulatoire, l'approximation eikonale est utilisée [21]. Cette approximation permet la transition entre l'optique ondulatoire, dérivée à partir des équations de Maxwell, et l'optique géométrique, dérivée à partir de principe du Fermat. Ainsi, la section qui suit offrira une approximation fiable et un point de vue intuitif de la physique traitée.

En appliquant la théorie des modes de chuchotement en galerie à une microcavité à géométrie sphérique parfaite, les modes de résonance peuvent être obtenus en résolvant l'équation de Helmholtz en coordonnées sphériques. Les modes de résonance du résonateur optique macroscopique conventionnel, discuté précédemment, avaient quant à eux été obtenus avec l'équation d'Helmholtz en coordonnée cartésienne.

Si nous considérons l'équation d'onde en coordonnées sphériques indépendante du temps et si on applique par la suite la technique de séparation de variable, l'équation d'Helmholtz sphérique peut être obtenue (équation (1.37)). Les solutions générales de cette équation sont bien connues et s'apparentent au résultat mentionné à la section précédente dans le cas cartésien (équation (1.38)) en une dimension. Dans le cas présent, trois nombres entiers seront utilisés afin de représenter la géométrie sphérique. Ces trois nombres entiers sont n , l'indice radial, m l'indice azimutal ainsi que l , l'indice polaire. Étant donné le couplage localisé de la lumière à la circonférence du MRO, l'indice radial est $n=1$, ce qui correspond à la première famille de modes radiaux. La solution du système en trois dimensions ne possède alors que deux degrés de liberté, associés aux indices angulaires m et l , qui décrivent le mode qui se propage :

$$\nabla^2 R + k^2 R = 0, \quad (1.37)$$

$$R(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (a_{lm} j_l(kr) + b_{lm} y_l(kr)) Y_l^m(\theta, \phi) \quad (1.38)$$

où $j_l(kr)$ et $y_l(kr)$ sont les fonctions de Bessel de première et de deuxième espèce respectivement et $Y_l^m(\theta, \phi)$ les harmoniques sphériques. Les coefficients a_{lm} et b_{lm} sont quant à eux arbitraires et liés à l'amplitude de chaque mode [14, 22]. Ces coefficients demeureront indéterminés jusqu'à l'application de conditions aux frontières. La combinaison linéaire de ces coefficients dans l'équation (1.38) représente la composante radiale de la solution spatiale de

l'équation de Helmholtz en coordonnées sphériques. De plus, afin d'éventuellement exprimer les champs électrique et magnétique, qui sont vectoriels, à partir de la solution de l'équation (1.38), qui est scalaire, la notation en vecteur harmonique sphérique est utilisée⁷, où \vec{r} est le vecteur position et r la longueur du vecteur position [24,25] :

$$\vec{X}_l^m = \nabla Y_l^m(\theta, \phi) \times \vec{r} / \sqrt{l(l+1)} \quad (1.39)$$

les solutions pour les champs transverses électriques et transverses magnétiques pour les modes (TE) et modes (TM) sont obtenues en utilisant la méthode de Hansen [26]. De plus, afin d'alléger la notation, les indices qui discriminent les différents modes de résonance des MRO ne seront plus indiqués et les solutions pour un mode particulier seront désormais considérées. Ainsi, à l'intérieur du MRO d'indice de réfraction n_r et où ϵ est la permittivité du vide, si le module du vecteur position est plus petit que le rayon du MRO ($r < R_0$) [27] :

$$\vec{E}^{TE}(r, \theta, \phi) = j_l(n_r k r) \vec{X}_l^m(\theta, \phi), \quad (1.40)$$

$$\vec{B}^{TE}(r, \theta, \phi) = -\frac{1}{k} \nabla \times \vec{E}(r, \theta, \phi), \quad (1.41)$$

$$\vec{B}^{TM}(r, \theta, \phi) = j_l(n_r k r) \vec{X}_l^m(\theta, \phi), \quad (1.42)$$

$$\vec{E}^{TM}(r, \theta, \phi) = -\frac{1}{\epsilon(\vec{r})k} \nabla \times \vec{B}(r, \theta, \phi), \quad (1.43)$$

les solutions pour les champs transverses électriques et transverses magnétiques à l'extérieur du MRO ($r > R_0$) peuvent également être obtenues. Dans ce cas, $h_l^{(1)}(kr) = j_l(kr) + i y_l(kr)$ représente les fonctions de Hankel de premier type, c'est-à-dire une combinaison linéaire des fonctions de Bessel et n_e représente l'indice de réfraction du milieu externe :

$$\vec{E}^{TE}(r, \theta, \phi) = j_l(n_r k R_0) h_l^{(1)}(n_e k r) / h_l^{(1)}(n_e k R_0) \vec{X}_l^m(\theta, \phi), \quad (1.44)$$

$$\vec{B}^{TE}(r, \theta, \phi) = -\frac{1}{k} \nabla \times \vec{E}(r, \theta, \phi), \quad (1.45)$$

$$\vec{B}^{TM}(r, \theta, \phi) = j_l(n_r k R_0) h_l^{(1)}(n_e k r) / h_l^{(1)}(n_e k R_0) \vec{X}_l^m(\theta, \phi), \quad (1.46)$$

7. Pour plus de détails à propos de la notation vectorielle des harmoniques sphériques et de son utilisation en électromagnétisme, Jackson ainsi que Barrera et al. offrent une présentation exhaustive de sa provenance et de son utilité [13, 23]

$$\vec{E}^{TM}(r, \theta, \phi) = -\frac{1}{\epsilon(\vec{r})k} \nabla \times \vec{B}(r, \theta, \phi), \quad (1.47)$$

des conditions limites sont nécessaires afin d'obtenir l'équation qui dicte la position des résonances [25]. Puisqu'à la frontière des interfaces entre un diélectrique parfait et un milieu externe les champs interne et externe sont égaux :

$$E_{\theta}^i = E_{\theta}^e, \quad E_{\phi}^i = E_{\phi}^e, \quad B_{\theta}^i = B_{\theta}^e, \quad B_{\phi}^i = B_{\phi}^e, \quad (1.48)$$

l'équation (1.49) peut alors être obtenue. Celle-ci donne la position des résonances et leur largeur à mi-hauteur [27]. Cette équation peut ensuite être résolue numériquement pour des indices de mode m et l particuliers. Ici, b représente la polarisation (1 pour TM et 0 pour TE) :

$$n_r^{1-2b} \frac{[n_r k R_0 j_l(n_r k R_0 j)]'}{n_r k R_0 j_l(n_r k R_0 j)} = \frac{[n_e k R_0 h_l^{(1)}(n_e k R_0)]'}{n_e k R_0 h_l^{(1)}(n_e k R_0)}. \quad (1.49)$$

L'équation obtenue en (1.49) constitue une famille de solutions, chacune ayant un vecteur d'onde complexe $k = k_r + ik_i$. Ce vecteur d'onde permet l'obtention de la longueur d'onde de résonance $\lambda = 2\pi/k_r$ et du facteur de qualité dit de diffraction qui quantifie les pertes engendrées par le rayon de courbure du MRO, $Q_{diff} = k_r/2k_i$. Le terme k_r est donc associé à l'oscillation du champ électromagnétique et le terme k_i exprime sa décroissance en amplitude. Plusieurs autres types de pertes peuvent intervenir dans les MROs étudiés, nous aborderons cette question sous peu.

1.2.2 Application de la théorie

Le modèle présenté jusqu'à maintenant permet de mieux interpréter les besoins nécessaires à l'atteinte du but du projet. Nous appliquerons désormais nos acquis afin de traiter de nouveaux concepts. D'abord, la forme imparfaite des MROs sera abordée. Il sera vu qu'une ellipticité du MRO provoquera une modification de la fréquence des modes de résonance des MROs, et influencera par le fait même la capacité à générer des fréquences par mélange à quatre ondes en cascade. De plus, la génération d'effets non linéaires est favorisée par une plus haute densité d'énergie dans le MRO. Pour une quantité d'énergie donnée, le volume dans lequel cette énergie est distribuée influencera donc la stimulation de comportements non linéaires. Les pertes se devront également d'être minimisées afin de favoriser une grande densité d'énergie dans le MRO. Dans les segments qui suivent, l'ellipticité des MROs, leur volume modal ainsi que les principales causes de pertes seront présentés.

1.2.3 Ellipticité

L'équation (1.50) exprime le Δf_{FSR} pour un MRO avec une circonférence parfaitement circulaire, que ce soit une microsphère, une microtige ou un microdisque. Ce Δf_{FSR} correspond en fait à l'équation (1.12) en considérant un parcours optique à la circonférence d'un MRO de rayon R_0 et d'indice de réfraction n_r qui ne présente pas d'asymétrie.

$$\Delta f_{FSR} = \frac{c}{2\pi R_0 n_r}. \quad (1.50)$$

Les solutions des équations (1.40) à (1.49) sont valides pour les MROs parfaitement sphériques composés d'un diélectrique parfait et pour lesquelles il existe $2l+1$ modes spatiaux à la même fréquence temporelle. On dira alors que les modes d'indice m ont une dégénérescence $2l+1$ en fréquence (de $-l$ à l). Cette dégénérescence provient du fait que la lumière peut emprunter différents parcours optiques équivalents, puisque la circonférence d'une sphère parfaite est la même dans toutes les orientations. Un MRO asymétrique qui a des rayons équatorial (r_e) et polaire (r_p) distincts lève cette dégénérescence. En effet, étant donné l'asymétrie de la cavité, les parcours optiques seront désormais dépendants de l'orientation et donc distinguables. Les différents parcours optiques correspondent à différentes fréquences de résonance pouvant exister dans la cavité. En supposant une faible ellipticité e , les fréquences de résonances des modes elliptiques f_{lm} peuvent être exprimées en fonction des fréquences de mode f_l d'une cavité sphérique à l'aide de la théorie des perturbations. Selon Bergeron et al. [28], il peut être obtenu que :

$$e = \frac{r_p - r_e}{R_0}, \quad (1.51)$$

$$f_{lm} \simeq f_l \left[1 - \frac{e}{6} \left(1 - \frac{3m^2}{l(l+1)} \right) \right]. \quad (1.52)$$

En tenant compte de l'ellipticité de la cavité, un nouveau FSR peut être défini. Celui-ci dépendra de l'indice du mode considéré :

$$\Delta f_{FSR} = f_{(l+1)m} - f_{lm} \simeq \left(\frac{c}{2\pi R_0 n_r} \right) \left[1 - \frac{e}{6} \left(1 - \frac{3m^2}{l(l+1)} \right) \right], \quad (1.53)$$

où l est grand pour un parcours optique de l'ordre de 10^{-3} m et où la fréquence résonante est de l'ordre de 10^{14} Hz. La figure 1.6 illustre la différence de FSR entre un MRO sphérique parfait et un MRO elliptique pour les approximations et les paramètres qui ont été spécifiés [29].

Mis à part les MROs sphériques, d'autres formes de MROs, les microtiges et les microdisques, seront également étudiées dans le cadre de ce travail. Ces autres MROs ont une géométrie

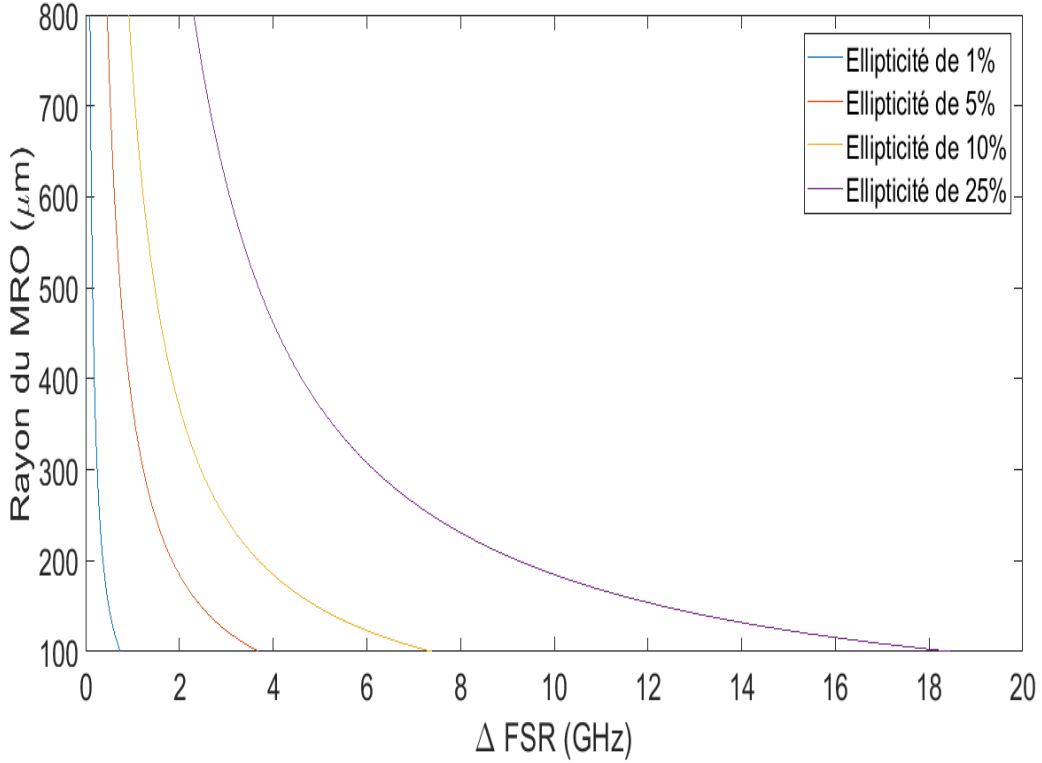


FIGURE 1.6 – Différence de FSR entre un MRO sphérique parfait et un MRO elliptique ayant tous deux un indice de réfraction de 1.4682 dans l’approximation où les nombres azimutaux et polaires sont semblables ($m \simeq l$).

quasi bidimensionnelle, ce qui restreint le nombre de modes présent dans ces cavités. Les effets d’ellipticité sont ainsi réduits dans ce type de MROs, ce qui fait en sorte que la situation se rapproche davantage du cas du résonateur optique en une seule dimension qui a été étudié à la section précédente.

1.2.4 Volume modal

Dans le cas d’un MRO homogène, la géométrie est le facteur principal qui dicte la répartition des champs résonants dans la cavité. Le volume occupé par la famille des modes fondamentaux ($n=1, m=1$) peut être approximé par les expressions des équations (1.54) et (1.55), en fonction de la polarisation du champ électromagnétique. Une démarche complète pour obtenir ces résultats est offerte par Spillane [27].

$$V_{modeTE} \simeq 1.02(2R_0)^{11/6}(\lambda/n_r)^{7/6} \quad (1.54)$$

$$V_{modeTM} \simeq 1.08(2R_0)^{11/6}(\lambda/n_r)^{7/6} \quad (1.55)$$

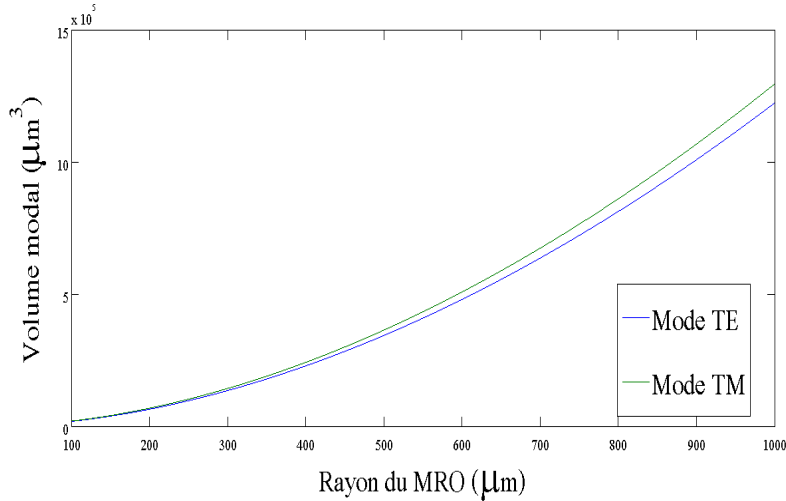


FIGURE 1.7 – Volume modal de la famille de modes fondamentaux ($n=1, l=m$) en fonction de la polarisation et de la taille du MRO d'indice de réfraction de 1.4682 à une longueur d'onde de 1550 nm. Le volume modal de la polarisation TE est jusqu'à 6 % plus faible que celui de la polarisation TM, ce qui favorise une densité d'énergie élevée dans le MRO, ce qui contribue ainsi à la génération d'effets non linéaires.

L'intensité de l'onde électromagnétique dans la cavité est un facteur important dans la génération d'effets non linéaires. Le volume modal représente le volume occupé par un mode de résonance dans la cavité, ce qui permet de quantifier la densité d'énergie présente dans le MRO. Un faible volume modal, pour un facteur de qualité ou une finesse donnée, favorisera une densité élevée d'énergie dans la cavité et favorisera ainsi la contribution des termes d'ordres supérieurs dans l'équation complète décrivant la polarisation d'un milieu diélectrique. Comme le montre la figure 1.7, ce sont les modes de polarisation TE qui sont légèrement plus efficaces afin de générer des effets non linéaires. Afin de favoriser la présence d'une intensité élevée dans un MRO, l'optimisation de la polarisation est ainsi souhaitable. Ce n'est cependant pas le paramètre qui influencera le plus les résultats.

1.2.5 Pertes

Il a été vu à la section précédente que le facteur de qualité d'un résonateur optique dépend des pertes qu'il présente. Diverses origines sont possibles pour les pertes d'un MRO à géométrie sphérique. Les pertes présentes dans les MROs de géométries différentes ne seront pas abordées dans le cadre de ce travail. Cependant, dans une certaine mesure, les causes des pertes pour les microtiges et les microdisques sont les mêmes que pour les microsphères.

Lorsqu'une onde se propage sur le périmètre d'un MRO, une onde transmise est également présente à l'extérieur du MRO. En effet, une barrière de potentiel engendrée par le saut d'indice de réfraction existe à l'interface entre le verre et le milieu ambiant et crée une action guidante. L'onde se propage dans le MRO et est alors contrainte de suivre la trajectoire dictée

par la barrière de potentiel. Cependant, une onde évanescente est créée à l'interface entre les deux milieux et le champ a ainsi la possibilité de s'étendre en dehors du MRO, avec une amplitude qui est exponentiellement décroissante avec la distance. Le rayon de courbure du MRO affecte la barrière de potentiel et, lorsque ce rayon devient peu prononcé, les pertes qui lui sont dues deviennent négligeables. En comparant les champs existant à l'extérieur et à l'intérieur du MRO, il est donc possible de quantifier ces pertes, qui seront nommées pertes par diffraction, et qui sont fonction de la longueur d'onde du champ et de la taille du MRO. Dans l'équation suivante, développée par Treussart [21], Q_{diff} quantifie les pertes par diffraction d'un MRO et la taille effective du résonateur est dénotée $x = 2\pi R_0/\lambda$ et $g(a) = -\sqrt{1-a^2} + \ln(1/a + \sqrt{(1/a)^2 + 1})$:

$$Q_{diff} \simeq x e^{2(l+1/2)g(\frac{x}{l+1/2})}, \quad (1.56)$$

une expression dépendante de la polarisation peut également être développée [24]. De ce fait, en raison du meilleur confinement des modes TE dans les MROs à géométrie sphérique, les pertes par diffraction sont plus élevées pour un mode en polarisation TM.

Les pertes par diffraction limitent le facteur de qualité pour les MROs de petite taille ayant un rayon de courbure prononcé. Pour un MRO de silice pompé à 1550 nm par exemple, les pertes par diffraction deviennent négligeables, par rapport aux autres types de pertes que nous verrons plus loin, pour un MRO de 25 μm de diamètre. En règle générale, lorsque le ratio $D/\lambda > 15$ est respecté, où D est le diamètre du résonateur, les pertes par diffraction ne sont pas le processus qui limite le facteur de qualité totale d'un MRO [24].

L'absorption du matériau et la diffusion qu'il engendre sont également source de pertes, exprimées par Q_{abs} . Pour ce qui est de la fibre optique standard SMF-28 de silice par exemple, ces pertes sont au maximum $\alpha_{SiO_2} = 0.18$ dB/km à 1550 nm [30]. Étant donné que les pertes par absorption et par diffusion seront toujours présentes pour un MRO, le facteur de qualité maximal atteint sera dicté par ces pertes. Le facteur de qualité associé aux pertes d'absorption et de diffusion du matériau est exprimé par l'expression suivante, où $\alpha(\lambda)$ est le coefficient d'absorption du matériau et est fonction de la longueur d'onde [29] :

$$Q_{abs} = \frac{2\pi n_r}{\lambda \alpha(\lambda)}, \quad (1.57)$$

dans le cas du SiO_2 par exemple, $Q_{abs} \simeq 3.26 \times 10^{10}$. Cette valeur de facteur de qualité est la valeur maximale que peut atteindre un MRO constitué de SiO_2 .

Une autre source de perte est la contamination du MRO due à son exposition à l'air ambiant, exprimée par Q_{cont} . La contamination de la surface des MROs par les ions OH^- est la principale limitation du facteur de qualité que peut atteindre un MRO en silice caractérisé dans

l'infrarouge [31]. Puisque l'eau absorbe grandement dans l'infrarouge moyen et que la silice, selon sa forme, est un matériau considéré comme hydrophile, quelques minutes seulement sont nécessaires à une contamination⁸ de la surface d'un MRO. Le facteur de qualité se dégrade ainsi avec le temps. Cette dégradation atteint saturation après moins de 10 minutes. Les mesures du facteur de qualité d'un MRO tiennent compte habituellement de cette dégradation, la contamination ayant déjà eu lieu quelques minutes après la fabrication du MRO. Des facteurs de qualité de 7×10^8 peuvent être obtenus pour des microsphères en silice [27]. La qualité de la surface peut ensuite décroître sur une plus longue période de temps en raison d'autres contaminants, de la poussière par exemple, qui se dépose sur le MRO.

Des pertes indésirables peuvent également provenir de la qualité de la surface du MRO, considérée parfaitement sphérique jusqu'à maintenant. Les inégalités et inhomogénéités de la surface provoqueront de la diffusion supplémentaire. Des études sur la diffusion Rayleigh par des inhomogénéités ont été effectuées [31]. Une estimation du facteur de qualité de surface, $Q_{surface}$, est la suivante :

$$Q_{surface} = \frac{\lambda^2 R_0}{\pi^2 \sigma_q^2 B}, \quad (1.58)$$

où σ_q représente la moyenne quadratique des tailles des inhomogénéités et B représente la longueur de corrélation de ces inhomogénéités. Par exemple, pour une microsphère ayant une surface de verre typique et une taille supérieure à $100 \mu\text{m}$ où $B \simeq 3 \text{ nm}$ et $\sigma_q \simeq 0.3 \text{ nm}$, $Q_{surface} \gg 10^{10}$.

Finalement, le facteur de qualité équivalent d'un MRO s'exprimera sous la forme de l'équation (1.59). Cette somme se fait en parallèle puisque l'énergie totale du système sera affectée indépendamment par la contribution des différentes pertes [24].

$$Q_0 = (Q_{diff}^{-1} + Q_{surface}^{-1} + Q_{cont}^{-1} + Q_{abs}^{-1})^{-1} \quad (1.59)$$

1.2.6 Couplage

Maintenant que les concepts de base des MROs ont été abordés, une manière efficace de coupler et de recueillir la lumière est nécessaire afin d'étudier et d'exploiter les propriétés des MROs. Bien que plusieurs techniques existent dans le domaine des MROs afin de coupler et de recueillir de la lumière, comme l'utilisation de prisme de verre ou de guide d'onde sur circuit intégré, c'est l'utilisation d'une fibre optique effilée qui permettra d'injecter la lumière dans les MROs dans le cas présent. Les très faibles pertes de la fibre optique et la facilité d'alignement qu'elle procure sont des éléments avantageux comparativement aux autres méthodes de couplage. De plus, la lumière injectée grâce au principe de champ évanescent sera facilement récupérée

8. Formation d'une couche passivante.

par la même fibre optique effilée. Ceci permettra ainsi d'obtenir la lumière, parfois altérée par certains comportements non linéaires, après son passage dans le MRO. La technique de couplage par fibre optique effilée pose cependant un problème au niveau de la stabilité du couplage et de sa reproductibilité.

Une fibre optique effilée est en fait une fibre optique ayant été étirée afin de favoriser l'existence d'un champ évanescent à l'extérieur de celle-ci. Le profil de la fibre effilée fait en sorte que la petite section de cette fibre qui interagit avec le MRO possède un diamètre quasi uniforme. Comme il sera abordé au prochain chapitre, l'étirement de la fibre optique effilée doit être adiabatique, afin de limiter les pertes. Pour cette raison, et également à des fins de simplification, les modes d'une fibre optique effilée peuvent être approximés comme étant les modes d'un guide d'onde cylindrique ayant un indice de réfraction homogène [24, 27, 29]. Le champ évanescent à l'extérieur de la fibre optique peut ainsi se coupler au mode de résonance d'un MRO si cette fibre est suffisamment à proximité du MRO. Un recouvrement spatial du champ électromagnétique se fait entre les modes de propagation de la fibre effilée et les modes de résonance de la microcavité. Symétriquement, la lumière pourra éventuellement être recouplée du MRO à la fibre optique effilée.

Dans le but d'optimiser le passage de la lumière entre la fibre optique et le MRO, la condition d'accord de phase doit être atteinte. Celle-ci est obtenue lorsque la constante de propagation du mode de propagation du guide d'onde correspond à la constante de propagation du mode de résonance pompé.

La constante de propagation, $\gamma = \alpha_o + j\beta_o$, dépend de la constante d'atténuation de l'onde α_o et de la constante de phase de l'onde β_o . La constante α_o est fonction de la longueur d'onde, mais aussi de la distance entre le MRO et la fibre optique effilée. La constante β_o dépend seulement de la longueur d'onde de la lumière [13].

Plus les constantes de propagation de la fibre optique et du MRO seront distinctes, plus le transfert de la lumière de l'un de ces milieux à l'autre sera inefficace. Un contrôle de l'accord de phase est possible en variant la longueur d'onde incidente dans le système, ce qui modifie β_o , et en variant la position entre le MRO et la fibre optique amincie, ce qui modifie α_o .

En approchant un guide d'onde à proximité d'un MRO afin que le champ évanescent puisse l'atteindre, des pertes engendrées par α_o interviennent dans le système. En incluant ces pertes, le facteur de qualité du système peut alors être exprimé comme suit :

$$Q = \left[\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \right]^{-1}, \quad (1.60)$$

où Q_0 représente les pertes du MRO et Q_e les pertes engendrées par le couplage. Il est commun, dans la littérature, de rencontrer les termes *chargé (loaded)* et *non chargé (unloaded)* afin de

qualifier respectivement les termes Q et Q_0 .

Nous définirons maintenant le ratio entre les pertes par couplage et les pertes engendrées par le MRO comme étant le coefficient de couplage $K = Q_e/Q_0$. À partir de ce coefficient de couplage, l'équation (1.61) peut être obtenue. Cette équation définit le facteur de transmission d'une onde monochromatique transmise au MRO à partir d'un seul mode de propagation de la fibre optique et qui excite parfaitement un seul mode de résonance du MRO. Une démarche détaillée pour parvenir à ce résultat est offerte par Spillane [27]. Les pertes de couplage, qui quantifient l'efficacité de la transmission d'énergie entre la fibre optique amincie et le MRO, sont donc représentées par Q_e . La puissance transmise à la sortie du MRO est quant à elle caractérisée par le facteur de transmission T , qui varie entre 0 et 1. Ce facteur sera nul si la lumière est parfaitement couplée au MRO.

$$T = \left| \frac{1 - K}{1 + K} \right|^2 \quad (1.61)$$

Il est maintenant possible d'analyser le comportement du spectre de transmission des modes de résonance d'un MRO obtenu suite à son excitation. Plusieurs situations possibles peuvent être distinguées.

Tout d'abord, si $K = 1$ et donc $Q_e = Q_0$ le régime est nommé couplage critique et correspond à un coefficient de transmission nulle. Ceci signifie que le signal transmis dans la fibre et le signal couplé du MRO ont la même amplitude. Lorsque le signal couplé au MRO est recouplé dans la fibre, celui-ci présente un déphase de π induit par le passage entre deux interfaces. Le signal transmis et le signal couplé ont ainsi la même amplitude et une différence de phase de π , ils interfèrent destructivement de manière parfaite, ce qui explique la transmission nulle. Également, lorsque le couplage est critique, la puissance qui circule dans le MRO est maximale.

Ensuite, si $K \ll 1$, alors $Q_e \ll Q_0$. Les pertes par couplage sont plus importantes que les pertes intrinsèques du MRO. Ceci fait en sorte que très peu de signal est couplé dans le MRO puisque le champ évanescents sera faible et la majorité du signal sera transmis par le guide d'onde, sans que sa phase ne soit modifiée. C'est le régime sous-couplé.

Lorsque $K \gg 1$ et donc $Q_e \gg Q_0$, le régime est cette fois qualifié de surcouplé et la majorité du signal est couplé au MRO et par la suite retransmis dans le guide d'onde en étant déphasé de π par rapport au signal initial en raison de son passage entre deux interfaces.

En pratique, le couplage critique peut être atteint en variant la distance entre le MRO et la fibre optique effilée (variation de α_o) et en variant la longueur d'onde d'excitation (variation de β_o) comme il a été expliqué précédemment. Ceci a pour effet de varier la constante de propagation, ce qui fait varier Q_e et ainsi K . La figure 1.8 indique le facteur de transmission en fonction de K , le ratio entre Q_e et Q_0 , lorsque de la lumière est couplée à un MRO.

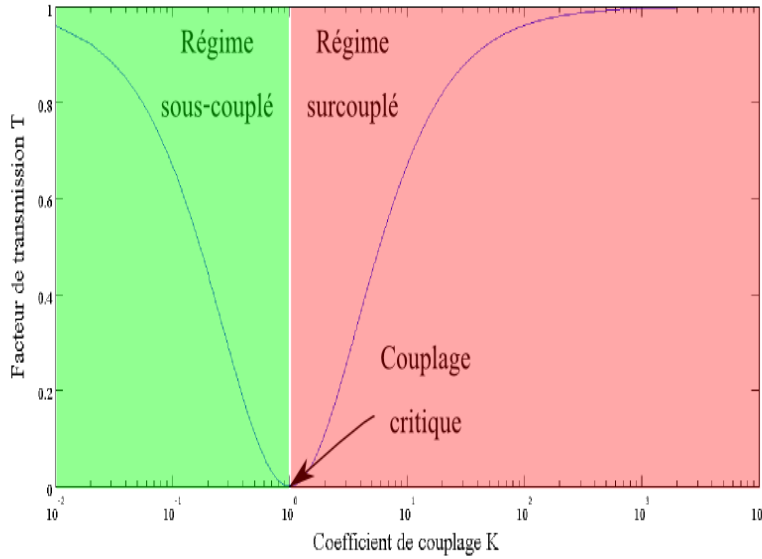


FIGURE 1.8 – Facteur de transmission en fonction du coefficient de couplage, qui est le ratio entre les pertes du MRO et les pertes de couplage. Le régime sous-couplé survient lorsque peu de signal est couplé au MRO, et donc que $K \ll 1$ et $Q_e \ll Q_0$. Le régime surcouplé survient lorsque la majorité du signal est couplé au MRO et donc que $K \gg 1$ et $Q_e \gg Q_0$. Le couplage critique survient lorsque $K = 1$ et $Q_e = Q_0$. La mince bande blanche indique la position du couplage critique, qui correspond à la transition entre le régime sous-couplé et surcouplé.

Dans la situation précédente, plusieurs approximations ont été faites afin de simplifier le modèle. D’abord, des fréquences pompe qui correspondent parfaitement aux modes de résonance du système ont été présumées [32]. Ensuite, il a été supposé que l’interaction avait lieu entre un seul mode de propagation du guide d’onde et un seul mode de résonance du MRO. L’excitation sélective de mode est difficile à obtenir. L’utilisation d’une fibre optique effilée de plus faible diamètre permet tout de même de réduire le nombre de modes optiques qui excite le MRO mais, en réalité, plusieurs modes de propagation peuvent exciter simultanément plusieurs modes de résonance du MRO, et ce même si une fibre monomode est initialement utilisée [33].

De plus, même si un seul mode de propagation excite un seul mode de résonance, l’énergie peut par la suite se redistribuer entre les différents modes du MRO en raison du manque de sélection modale présent dans un guide d’onde et en raison du croisement de modes⁹ [34]. En utilisant le modèle développé par Spillane [27], qui introduit les pertes engendrées par les modes qui ne sont pas totalement confinés dans la fibre effilée, une représentation plus fidèle à la réalité du phénomène de couplage entre le MRO et la fibre optique effilée peut être obtenue.

9. Le principe de croisement de modes sera détaillé au chapitre 3.

1.2.7 Signal de rétrodiffusion

Jusqu'à maintenant, une onde qui se propage unidirectionnellement dans la fibre optique ainsi que dans le MRO a été considérée. Toutefois, les processus de diffusion engendrés par l'inhomogénéité du matériau ou par sa surface ainsi que les réflexions dans le système occasionnent une onde qui se propage en direction opposée de l'onde considérée [35]. Un signal de rétrodiffusion sera alors présent dans le MRO et se couplera à la fibre optique pour se propager en sens inverse de l'onde incidente (figure 1.9). Le signal de rétrodiffusion influencera les conditions pour lesquelles il y a résonance dans le MRO, ce qui aura aussi pour effet de diminuer la puissance qui circule dans le MRO [36]. Ce modèle permet également d'introduire un facteur de diffusion R_{diff} alors que le signal transmis aura un nouveau facteur de transmission T_R . Dans le modèle, le paramètre Γ_d , le coefficient de diffusion, est le ratio entre le temps de vie d'un photon dans la cavité et le temps de vie de diffusion du système. Par exemple, un coefficient de $\Gamma_d = 10$ signifie qu'un photon aura 10 fois plus de chance d'être rétrodiffusé qu'absorbé par le matériau ou diffusé dans un mode non résonant de la cavité. De plus, une transmission nulle de l'équation (1.63) implique que $K = \sqrt{1 + \Gamma_d^2}$, ce qui veut dire que la condition de couplage critique est affectée par le signal en rétrodiffusion. Une étude exhaustive de ce phénomène est présentée par Kippenberg [29] ainsi que par Spillane [27].

$$R_{diff} = \left(\frac{2K\Gamma_d}{(1+K)^2 + \Gamma_d^2} \right)^2 \quad (1.62)$$

$$T_R = \left(\frac{(1+K)(1-K) + \Gamma_d^2}{(1+K)^2 + \Gamma_d^2} \right)^2 \quad (1.63)$$

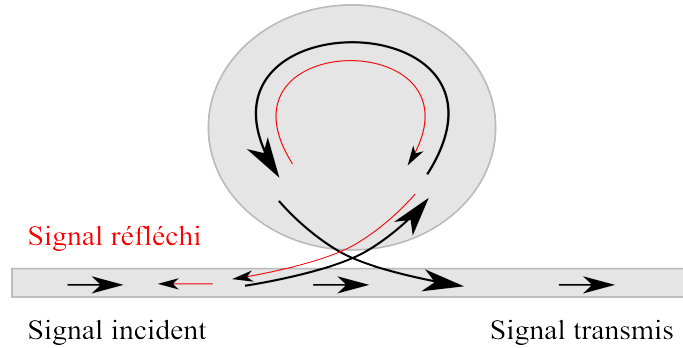
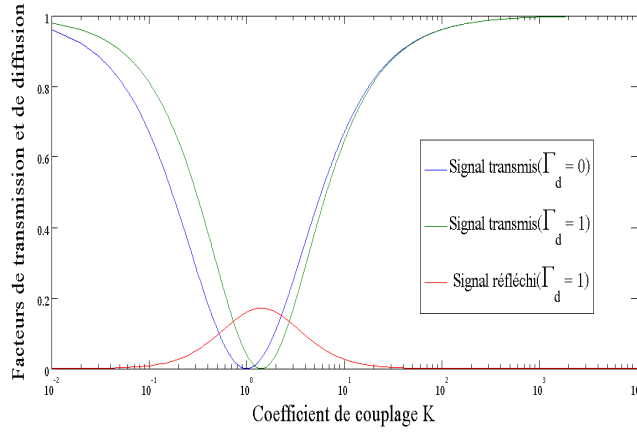


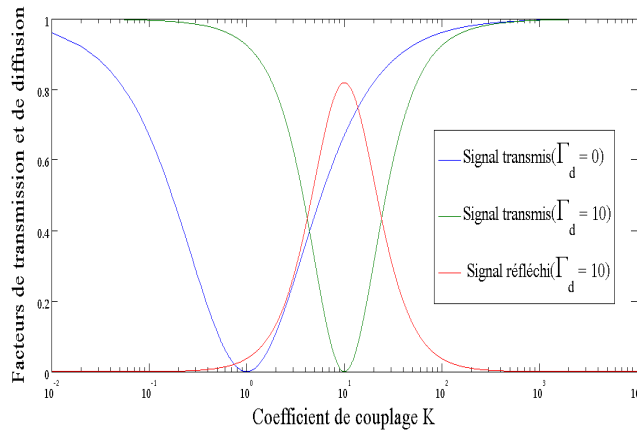
FIGURE 1.9 – Schéma de rétrodiffusion d'une microsphère couplée à un guide d'onde cylindrique.

La figure 1.10a montre l'influence que peut avoir la rétrodiffusion lorsque $\Gamma_d = 1$, c'est-à-dire que le taux de diffusion du MRO est égal aux pertes subies¹⁰. Les résultats représentent ainsi

¹⁰. Les réflexions du système qui ne proviennent pas de la rétrodiffusion sont négligées. On pense ici aux réflexions entre les connecteurs fibrés, par exemple.



(a)



(b)

FIGURE 1.10 – Influence de la rétrodiffusion sur le coefficient de couplage K . (a) $\Gamma_d = 1$. (b) $\Gamma_d = 10$.

la diffusion que peuvent engendrer les MROs et sont également présentés pour une valeur de $\Gamma_d = 10$ à la figure 1.10b. Comme il peut être vu sur ces deux figures, la valeur du couplage critique varie en fonction de la rétrodiffusion. De plus, une valeur appréciable de rétrodiffusion peut engendrer une onde réfléchi d'amplitude importante ($\sim 0.82T_R$ si $\Gamma_d = 10$), ce qui a pour effet de diminuer l'intensité totale de la lumière dans le MRO en modifiant la condition d'obtention d'une onde stationnaire dans la cavité, ce qui nuit à la génération d'effets non linéaires.

Le chapitre 4 présentera une comparaison des résultats de génération d'effets non linéaires entre les signaux en propagation directe et ceux en propagation inverse dus à la rétrodiffusion. Nous pourrons voir si certaines propriétés des effets générés dans ces deux cas sont différentes.

1.3 Mélange à quatre ondes en cascade

Une technique utilisée depuis les dernières années afin de générer non linéairement des fréquences repose sur le principe de mélange à quatre ondes en cascade, un effet non linéaire de troisième ordre. Initialement, le confinement efficace de la lumière dans le MRO favorise l'interaction de champs intenses avec la matière, ce qui excite une réponse non linéaire, et permet l'obtention de nouvelles fréquences et ce avec de faibles puissances d'injection. Si ces nouvelles fréquences générées sont également confinées de manière efficace dans le MRO ¹¹, un effet de cascade s'en suit et plusieurs fréquences sont générées.

Les champs électriques qui se propagent dans les MROs peuvent être très intenses en raison des facteurs de qualité élevés de ces cavités. Il sera démontré et quantifié plus tard que la non-linéarité des matériaux qui composent les MROs n'a ainsi pas besoin d'être très élevée afin de contribuer à la génération d'effets non linéaires. Pour ces raisons, un MRO peut, en quelque sorte, agir comme un OPO ¹². La plupart des MROs ne peuvent cependant pas générer des effets non linéaires de deuxième ordre en raison de leurs propriétés centrosymétriques ¹³, contrairement aux OPOs conventionnels.

Le mélange à quatre ondes, aussi appelé interaction à quatre photons, peut intervenir dans le cas des MROs puisqu'il est induit par le terme de troisième ordre de polarisation [15]. Dans le cas où un MRO est pompé avec une fréquence f_p , deux photons pompes peuvent se combiner et se convertir en deux autres photons, le premier a une fréquence signal (f_s), et le deuxième une fréquence complémentaire (f_c). Ce cas particulier s'appelle mélange à quatre ondes dégénéré tel que vu à la figure 1.11a. Les deux photons générés seront de part et d'autre de la fréquence pompe et ne seront pas parfaitement équidistants si nous considérons le phénomène de dispersion, par exemple (figure 1.11c). Il y aura ainsi un espacement Δs entre la pompe et la fréquence signal et un espacement Δc entre la pompe et la fréquence complémentaire. Deux photons avec des fréquences différentes peuvent également générer deux nouveaux photons, signal et complémentaire. Ceci constitue un mélange à quatre ondes non dégénéré (figure 1.11b).

Dans un MRO pompé à une fréquence unique, deux photons, signal et complémentaire, peuvent donc être engendrés. Pour se faire, la fréquence pompe doit correspondre à un mode de résonance de la cavité pour stimuler son comportement non linéaire. Les photons engendrés peuvent ensuite se recombiner entre eux ainsi qu'avec les photons pompes afin de créer de

11. Ce qui survient si la fréquence générée coïncide avec un mode de résonance du MRO. On parle alors de chevauchement ou de recouvrement entre la fréquence et le mode de résonance.

12. Un OPO (*oscillateur paramétrique optique*) consiste en un résonateur optique conventionnel dans lequel un matériau non linéaire est inséré. La présence d'un champ électromagnétique dans l'OPO combinée au fait que le milieu intracavité a une non-linéarité importante favorise la génération non linéaire de nouveaux modes de résonance dans le résonateur.

13. Les effets non linéaires de troisième ordre sont indépendants de la structure cristalline d'un milieu, qu'elle soit centrosymétrique ou non. Les effets non linéaires du second ordre, quant à eux, sont observés uniquement dans des milieux non centrosymétriques.

nouveaux photons, signal et complémentaire, par mélange à quatre ondes non dégénéré et ainsi de suite, tel un effet de cascade. Comme discuté précédemment, si les fréquences générées chevauchent les modes de résonance de la cavité, le phénomène se reproduira de nouveau et s'étendra sur plus large bande spectrale. C'est cette série d'évènements qui est à l'origine de la génération successive de fréquences (figure 1.12), c'est le mélange à quatre ondes en cascade [37].

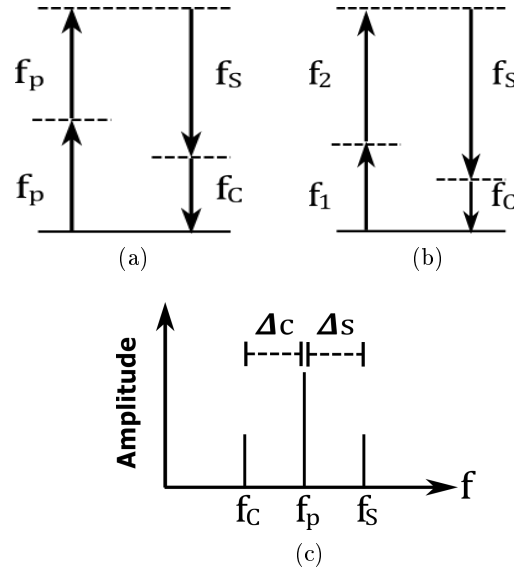


FIGURE 1.11 – (a) Le mélange à quatre ondes est dit dégénéré si deux photons pompe de même énergie se combinent afin de créer les photons signal et complémentaire. (b) Le mélange à quatre ondes est dit non dégénéré si deux photons d'énergie différente (f_1 et f_2) se combinent afin d'engendrer les photons signal et complémentaire. (c) En réalité, les fréquences générées ne seront pas équidistantes en raison de certains phénomènes comme la dispersion, l'effet Kerr, l'effet thermo-optique et le croisement de modes.

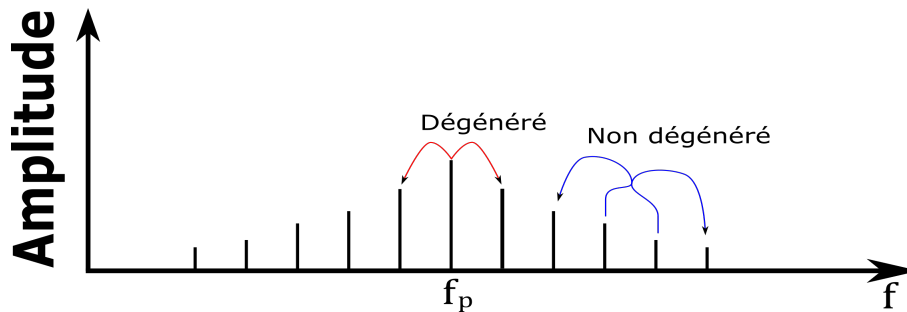


FIGURE 1.12 – La génération de mélange à quatre ondes en cascade est possible grâce à la recombinaison des différents champs présents dans le MRO. Les photons pompes permettent la génération des deux premiers champs signal et complémentaire. La recombinaison des différents champs engendre par la suite l'effet de cascade.

Les concepts théoriques fondamentaux liés aux MROs et aux résonateurs optiques ont été abordés jusqu'à maintenant. Ceux-ci aideront à la compréhension de l'étude de caractérisation

effectuée sur les MROs qui permettra de déterminer les candidats à la génération de mélange à quatre ondes en cascade. Également, la théorie sous-jacente aux MROs permettra une meilleure compréhension de la dernière section de chapitre, consacrée à une revue de littérature, qui offrira un aperçu des enjeux actuels reliés aux domaines d'intérêts de ce mémoire.

1.4 Revue de littérature

Les MROs, milieux extrêmement efficaces pour confiner la lumière, ont fait l'objet d'une multitude d'études au cours des dernières années dans divers domaines, que ce soit pour la génération d'effets optiques non linéaires, pour agir comme milieu de gain laser ou bien pour la biodétection [25, 38–43].

Depuis quelques années, plusieurs avancées ont été faites par divers groupes de recherche en ce qui concerne la génération non linéaire de fréquences optiques. Une revue de littérature des principaux résultats obtenus par la communauté scientifique sera présentée et permettra de bien mettre en contexte les travaux de recherche effectués ainsi que leurs motivations. Les résultats liés aux différents types de MROs permettront de se familiariser avec la littérature actuelle.

1.4.1 Microsphères

Les microsphères de SiO_2 ont sans aucun doute été les plus étudiées et les plus utilisées des MROs depuis les 20 dernières années [24]. La facilité de fabrication de microsphères de très hauts facteurs de qualité en est la principale raison. Cependant, très peu d'études ont été effectuées à propos de la génération de mélange à quatre ondes en cascade grâce aux microsphères de SiO_2 .

Plusieurs difficultés sont engendrées par le fait que les microsphères soient elliptiques. Ceci affecte la trajectoire de la lumière dans la cavité, ce qui est un obstacle à l'équidistance des différentes fréquences créées par effet non linéaire. En effet, les fréquences générées dépendent du parcours de la lumière dans la microsphère, parcours qui peut être affecté par l'ellipticité engendrée par la tridimensionnalité.

Un autre phénomène, celui du croisement de modes [44–46], survient toutefois lorsque les modes des différentes familles sont moins espacés fréquentiellement les uns des autres. Le croisement de mode se produit lorsque des modes possèdent des fréquences de résonance très proches les unes des autres ce qui résulte en un échange d'énergie entre les différents modes. L'équidistance et l'uniformité du mélange à quatre ondes sont alors compromis.

En 2009, le phénomène de mélange à quatre ondes en cascade d'une largeur de bande légèrement supérieure à 200 nm a tout de même été obtenu en pompant une microsphère avec une puissance de 100 mW à une longueur d'onde de 1550 nm [12, 47]. Une microsphère de SiO_2

d'un facteur de qualité de 2×10^7 et d'un diamètre de $250 \mu\text{m}$ avait été utilisée, des fréquences générées espacées de 260 GHz ont été obtenues. Le procédé de mélange à quatre ondes en cascade avait toutefois débuté au seuil de 30 mW, ce qui a généré des fréquences sur une largeur de bande de 60 nm. L'augmentation de la puissance a par la suite favorisé l'élargissement de la largeur de bande.

Ces résultats obtenus étaient prometteurs. De plus, aucun autre matériau que le SiO_2 n'a été investigué pour le mélange à quatre ondes par les microsphères. Grâce aux progrès des techniques de fabrication de microsphères à haut facteur de qualité, l'utilisation d'un autre type de matériau serait une solution envisageable afin d'étendre la génération de fréquences au-delà du domaine de transmission du SiO_2 , c'est-à-dire dans le moyen infrarouge, à des longueurs d'onde supérieures à $2 \mu\text{m}$.

1.4.2 Microtiges

Les microtiges n'ont fait leur apparition que très récemment, en 2013, dans le domaine des MROs. Leur rapidité de fabrication et la qualité des microtiges (facteurs de qualité pouvant atteindre 1×10^9) en font des candidats tout désignés pour la génération de mélange à quatre ondes en cascade [48]. La différence majeure entre les microtiges et les microsphères est que la morphologie des microtiges confine la lumière quasi bidimensionnellement, ce qui limite le croisement de modes et l'effet d'ellipticité. D'autres types de MROs permettent de confiner la lumière en deux dimensions, comme les microtoroïdes, qui seront abordés plus loin. Cependant, le procédé de fabrication des microtiges, qui sera détaillé au prochain chapitre, est très différent du procédé photolithographique requis pour la fabrication des microtoroïdes.

Des résultats prometteurs avec des microtiges ayant des diamètres de $220 \mu\text{m}$ et de 8 mm ont été obtenus, ce qui correspond à des espacements respectifs entre les fréquences générées de 300 GHz et de 8.4 GHz. En pompant avec une puissance de 100 mW à une longueur d'onde de 1555 nm, un mélange à quatre ondes en cascade d'une largeur de bande d'environ 200 nm dans le cas de la microtige de $220 \mu\text{m}$ et de 20 nm dans le cas de la microtige de 8 mm a été obtenu [49]. Une étude plus détaillée des fréquences générés grâce aux microtiges a été présentée plus récemment [50]. Cette étude stipule entre autres que la relation de phase entre les différents états de la génération de fréquences à l'aide d'une microtige peut-être déterminée. Depuis la parution de ces résultats, aucun autre avancement majeur du côté des fréquences générés grâce aux microtiges n'a toutefois été signalé.

1.4.3 Microtoroïdes

Les microtoroïdes sont en fait des microdisques [51, 52] fabriqués suite à une exposition laser, ce qui a pour effet de créer une refusion à la circonférence du microdisque. Le pourtour des microdisques, lisse et courbe, comme il peut être constaté à la figure 1.13, fait en sorte que la lumière peut alors bien mieux se confiner à la périphérie du microrésonateur [53, 54]. Habi-

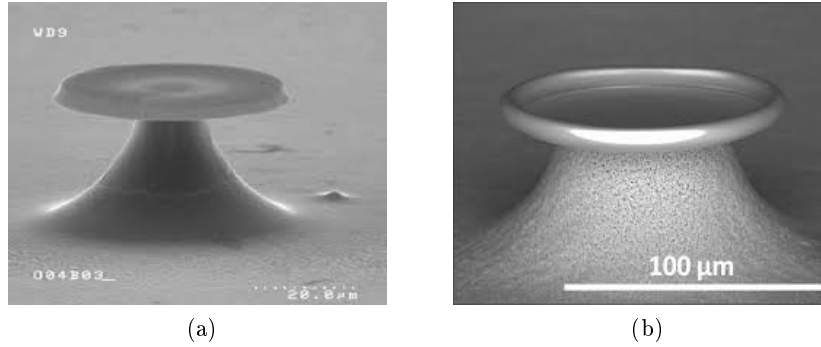


FIGURE 1.13 – Micrographies (SEM) d’un microdisque et d’un microtoroïde. (a) Microdisque. (b) Microtoroïde.

tuellement fabriqués par photolithographie, les microdisques ont l’avantage d’être facilement implantés à des circuits intégrés (*on chip photonics*).

Des microtoroïdes ayant des facteurs de qualité de 10^8 ont été obtenus il y a plus de dix ans [55]. Des résultats mitigés de génération d’effets non linéaires à l’aide de microtoroïdes ont été obtenus dès 2004 [43]. Il fallut attendre en 2007 avant d’obtenir des résultats probants [10,56]. À cette époque, le phénomène de mélange à quatre ondes en cascade avec un espacement entre les fréquences générées de 350 GHz et une largeur de bande d’environ 350 nm autour de 1550 nm a été obtenu en pompant un microtoroïde de silice avec environ 100 mW de puissance.

Ce n’est que plus récemment, en 2011, que des résultats impressionnants ont été obtenus avec des microtoroïdes de SiO_2 . En compensant la dispersion du matériau avec la dispersion morphologique du microrésonateur, un mélange à quatre ondes d’une largeur de bande de 1200 nm autour de 1560 nm a été généré en pompant un microtoroïde d’un diamètre de 80 μm avec 2.5 W de puissance. L’espacement entre les différentes fréquences générées est de 850 GHz. L’uniformité de l’espacement de chaque dent a démontré une précision de 10^{-17} [57].

Les microtoroïdes sont des candidats très prometteurs pour la génération de mélange à quatre ondes en cascade. Les résultats prouvent que la qualité du mélange à quatre ondes obtenu est notable. De plus, les microtoroïdes peuvent facilement être implantés aux circuits intégrés, ce qui est un avantage certain pour un MRO. Le procédé de fabrication et la technique de couplage demandent parfois une optimisation plus importante pour les microtoroïdes, la reproductibilité du couplage est d’ailleurs difficile. Les résultats montrent qu’une largeur de bande de plus d’une octave peut être atteinte grâce à ces MROs [57]. La possibilité d’autoréférencer les fréquences générées par mélange à quatre ondes en cascade est alors envisageable, ce qui serait un progrès important.

1.4.4 Microrésonateurs cristallins

Les MROs cristallins offrent également la possibilité de générer le mélange à quatre ondes en cascade. Ces microcavités, qui sont pour la plupart fabriquées à partir de CaF_2 et de MgF_2 , ont certains avantages comparativement au MROs de SiO_2 et sont étudiés dans le domaine depuis 2006 [58]. Tout d'abord, pour ces matériaux hydrophobes [59,60], la dégradation de la qualité de surface des cristaux MgF_2 et de CaF_2 est significativement moindre que celle du SiO_2 suite à une exposition à la vapeur d'eau atmosphérique. La surface d'un MRO constitué de SiO_2 peut se dégrader en quelques minutes [31] à l'air ambiant dû à la pollution engendrée par les molécules d'eau présentes dans l'air, alors que les MROs constitués de MgF_2 ou de CaF_2 se dégradent sur un laps de temps de plusieurs mois [61].

Les facteurs de qualité des MROs cristallins peuvent atteindre 1×10^{10} et sont supérieurs aux facteurs de qualité des MROs de SiO_2 [58]. Les matériaux cristallins sont donc un excellent candidat pour la génération d'effets non linéaires, bien que leur coefficient d'indice non linéaire soit plus faible d'un facteur 2 dans le cas du CaF_2 et d'un facteur 3 dans le cas du MgF_2 comparativement à celui du SiO_2 vitreux [62].

Le domaine de transmission de ces matériaux cristallins est également un avantage face au SiO_2 , qui absorbe significativement à partir de $2.2 \mu\text{m}$. Le MgF_2 , par exemple, peut transmettre efficacement de $0.2 \mu\text{m}$ à $7 \mu\text{m}$ [63]. La fabrication des MROs cristallins, qui se fait par gravure au diamant et polissage, contraint toutefois la taille minimale possible de ces résonateurs. L'espacement entre les fréquences générées lors du mélange à quatre ondes en cascade, obtenus à l'aide de MROs cristallins, est limité par la taille du MRO. De plus, la forme des MROs cristallins s'apparente à un toroïde, favorisant le confinement de la lumière en deux dimensions.

En 2009, un MRO de CaF_2 a été pompé avec une puissance de 25 mW à une longueur d'onde de 1660 nm et a produit un mélange à quatre ondes avec des fréquences espacées de 13 GHz sur une largeur de bande de 30 nm [64]. En 2012, un MRO de MgF_2 de 2.2 mm de diamètre pompé à une longueur d'onde de 1555 nm avec une puissance de 500 mW a produit un mélange à quatre ondes avec une largeur de 300 nm et un espacement entre les fréquences générées de 68 GHz [65]. En 2011, un MRO de MgF_2 ayant un diamètre de 1.27 mm pompé avec une puissance de 4 mW à 1543 nm a généré un mélange à quatre ondes de 20 nm de largeur de bande avec un espacement entre les fréquences engendrées de 27 GHz [62].

Les MROs cristallins possèdent les meilleurs facteurs de qualité de tous les MROs en plus d'avoir une qualité de surface qui s'altère très lentement comparé au SiO_2 . La transmission des matériaux cristallins est également un avantage certain comparativement au SiO_2 . La technique de fabrication des MROs cristallins limite toutefois leur petite taille, et ainsi l'espacement des fréquences générées, ce qui est une restriction importante.

1.4.5 Guide d’onde sur substrat

Une technique différente permet de mettre à profit le principe de MRO et consiste à graver une microcavité sur un substrat par photolithographie, tout en gravant également un guide d’onde à proximité du MRO afin de permettre son couplage avec la lumière [66]. Cette technique a l’avantage de fabriquer directement le MRO sur un substrat, pour faciliter son incorporation aux circuits intégrés (*cmos, silicon on chip*). Également, la position entre le guide d’onde et le MRO est fixe, le couplage entre le résonateur et la lumière incidente n’est plus un paramètre à contrôler, ce qui pourrait également être appliqué à d’autres types de microrésonateurs, tels les microtoroïdes, qui sont difficiles à coupler.

En 2010, un MRO de Si_3N_4 ayant un diamètre de $116 \mu\text{m}$ a été pompé avec une puissance de 310 mW à une longueur d’onde de 1558 nm afin de générer un mélange à quatre ondes avec un espacement entre les fréquences générées de 403 GHz sur une largeur de bande de 300 nm [67].

L’intégration sur circuits intégrés des MROs sur substrat est un avantage certain dans le domaine de l’optique intégrée comparativement aux MROs qui nécessitent une fibre optique effilée pour assurer le couplage. La plupart des groupes de recherche optent maintenant pour cette alternative afin de générer le mélange à quatre ondes en cascade [68–70].

1.4.6 Sommaire

Le tableau 1.1 regroupe tous les résultats énoncés jusqu’à maintenant. La figure 1.14, adaptée de Kippenberg et al. [11], offre quant à elle une comparaison entre les MROs et les technologies existantes qui permettent la génération de fréquences équidistantes. La comparaison se fait en fonction de l’espacement entre chaque fréquence générée ainsi qu’en fonction de la *fractional bandwidth*, c’est-à-dire le ratio entre la bande passante des fréquences générées et la longueur d’onde centrale du spectre généré ($\Delta\lambda/\lambda$). L’encadré jaune correspond au domaine où les MROs pourraient s’avérer particulièrement efficaces et où les autres technologies le sont moins. Plusieurs technologies, autres que les MROs, approchent tout de même cette zone afin de permettre des applications dans le domaine des télécommunications, de la spectroscopie et de la calibration d’appareils pour l’astrophysique [11]. Les MROs produisent naturellement des taux de répétition élevés ($10\text{-}100 \text{ GHz}$) en raison de leur petite taille. Les peignes de fréquences obtenus avec les lasers à modes bloqués doivent quant à eux être filtrés ou subir de l’élargissement non linéaire afin d’obtenir des taux de répétition élevés, ce qui a pour incidence d’altérer la qualité du peigne de fréquence engendré.

Les résultats présentés montrent que la génération de mélange à quatre ondes en cascade grâce aux MROs est belle et bien envisageable dans le proche infrarouge, autour de 1550 nm . En apportant certains avantages comparativement aux peignes de fréquences conventionnels (taux de répétition et intégration aux circuits intégrés), les MROs sont donc une avenue prometteuse dans l’obtention de fréquences équidistantes.

Pour conclure, des avancements majeurs dans le domaine des micropeignes de fréquences, en dehors de la portée de ce mémoire, sont présentement en développement. Les micropeignes sont obtenus suite à la stabilisation du mélange à quatre ondes en cascade grâce à une méthode de verrouillage en phase. Plusieurs groupes de recherche ont atteint la formation de solitons, nécessaire à l'obtention d'un régime pulsé, avec des MROs [68, 71]. Ainsi, grâce à un MRO, il a été possible de convertir un signal laser continu en un train de pulses femtosecondes. La formation de solitons est possible lorsque la fréquence pompe balaie la fréquence centrale d'un mode de résonance. Ce balayage doit impérativement se faire à partir des hautes fréquences (*blue detuning*) vers les basses fréquences (*red detuning*). La stabilité du système dans le régime des basses fréquences (*red detuning*) peut ensuite être assurée avec l'utilisation d'un système Pound-Drever-Hall [72, 73]. Un micropeigne de fréquences à modes bloqués a ainsi été obtenu sur une plage allant de $2.4 \mu\text{m}$ à $4.3 \mu\text{m}$ avec un microrésonateur optique de silicium sur circuit intégré [8]. De plus, il a été déterminé que la génération de ce micropeigne par verrouillage thermique, comme il sera question dans ce mémoire, ne permet pas la génération de solitons et engendre des micropeignes bruités [8, 74].

Tableau 1.1 – Génération de mélange à quatre ondes en cascade dans la littérature.

Microrésonateur	Diamètre [mm]	Puissance injectée [mW]	λ [nm]	FSR [GHz]	$\Delta\lambda$ [nm]	Référence
Microsphère SiO ₂	0.250	100	1550	260	200	[12]
Microtoroïde SiO ₂	0.08	2500	1560	850	1200	[57]
Microtigel SiO ₂	8	100	1555	8.4	20	[48]
Microtigel SiO ₂	0.220	100	1555	300	200	[48]
MRO MgF ₂	2.2	500	1555	68	300	[65]
MRO MgF ₂	1.27	4	1543	27	20	[62]
MRO CaF ₂	4.85	25	1560	13	30	[64]
MRO Si ₃ N ₄	0.116	310	1558	403	300	[67]

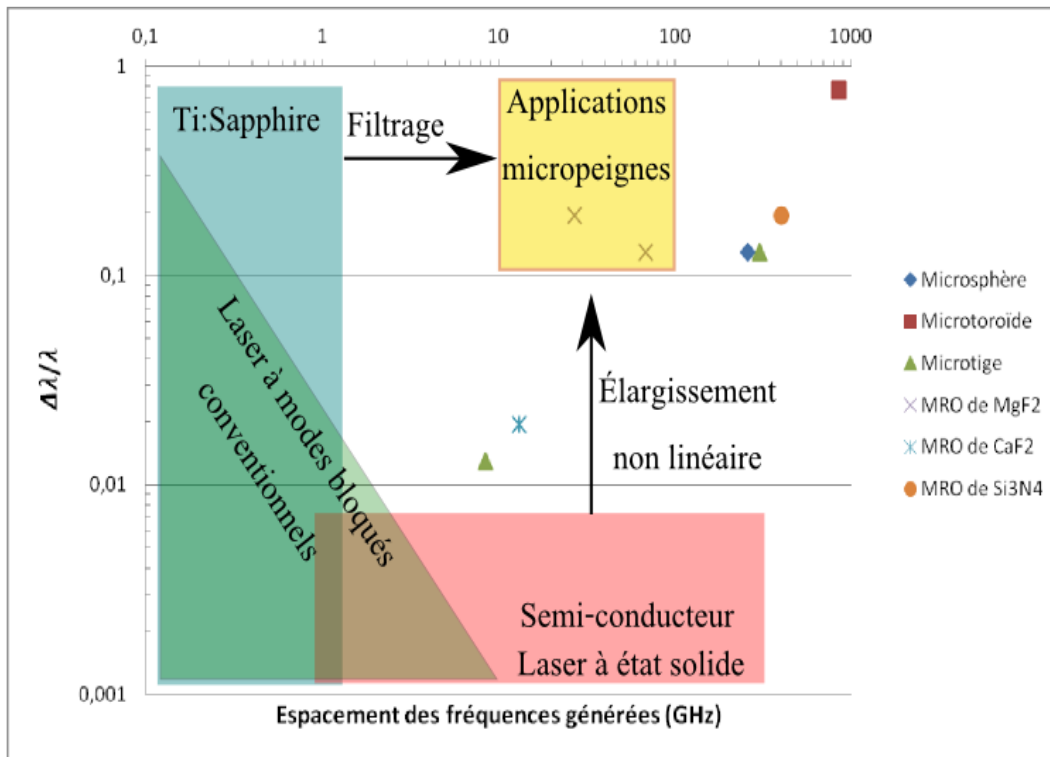


FIGURE 1.14 – Domaines d’application des peignes de fréquences et des micropeignes de fréquences.

Chapitre 2

Méthodologie de fabrication et de caractérisation

Ce chapitre exposera la méthodologie relative à la caractérisation des microrésonateurs optiques. Tout d'abord, la méthode utilisée afin de fabriquer des fibres optiques effilées sera présentée. Les fibres optiques effilées seront utiles afin d'injecter la lumière dans les MROs. Les différentes méthodes de fabrication des MROs utilisés seront aussi présentées. Ensuite, l'obtention du spectre de transmission des MROs à l'aide d'un laser accordable, qui permet la détermination du facteur de qualité des modes de résonance des MROs, sera traitée.

2.1 Fabrication d'une fibre optique effilée

La fibre optique utilisée pour la fabrication de fibre effilée est la fibre SMF-28 [30]. L'étirement d'une fibre optique a pour effet de réduire son diamètre total et celui de son coeur de manière homothétique. L'étirement est nécessaire puisqu'un guide d'onde de plus petite dimension favorise la présence d'une onde évanescente à l'extérieur de la fibre optique. Cette onde évanescente peut alors se coupler à un MRO situé à proximité, comme il a déjà été discuté.

L'appareil utilisé afin de fabriquer des fibres optiques effilées est le *CW-5000 Coupler Workstation de Lightel* [75]. Cet appareil utilise une flamme à l'hydrogène afin de chauffer la fibre, ce qui a pour effet d'abaisser sa viscosité, et permet ainsi son étirement sans qu'elle ne se brise.

Idéalement, une fibre optique effilée doit être étirée de manière adiabatique, c'est-à-dire avec des conditions externes qui varient lentement et graduellement dans le temps [76, 77]. Pour ce faire, le diamètre de coeur doit alors obéir à l'équation (2.1), où ρ_0 est le diamètre initial du coeur, L_f est la longueur de la section chauffée par la flamme à l'hydrogène, et z la position [78, 79]. La figure 2.1 montre le diamètre du coeur en fonction de l'élongation de la fibre optique

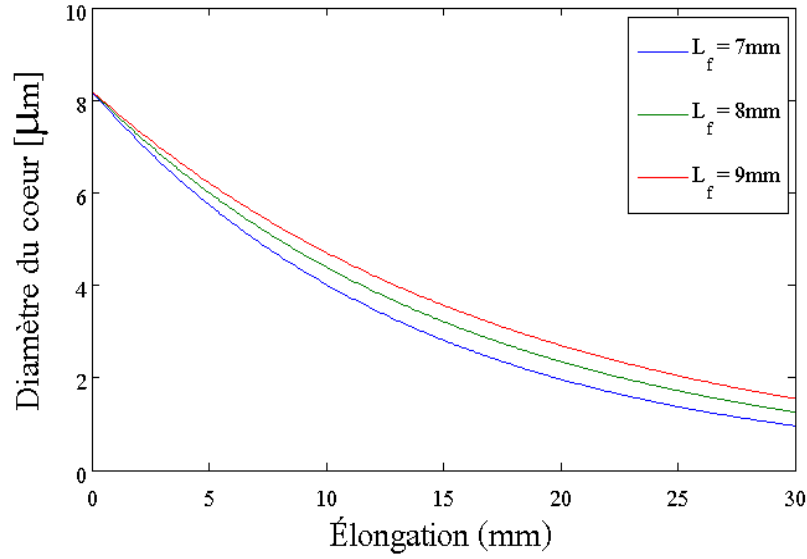


FIGURE 2.1 – Courbes montrant la diminution du diamètre du coeur d’une fibre optique SMF-28 qui a un diamètre initial de coeur de $8.2 \mu\text{m}$ lors d’un étirement adiabatique en fonction de l’élongation pour différents diamètres de flamme à l’hydrogène L_f . En étirant la fibre de 20 mm, le coeur voit son diamètre réduit à moins de $2.7 \mu\text{m}$

effilée conformément à ce modèle.

$$\rho = \rho_0 e^{(-z/2L_f)} \quad (2.1)$$

Selon Knight, il est préférable que le diamètre du coeur soit inférieur à $3 \mu\text{m}$ [79]. De cette façon, la lumière peut alors se propager dans le mode fondamental le long du guide d’onde formé par la fibre effilée qui est entourée d’air. Également, si le diamètre de la fibre effilée est suffisamment petit, le mode fondamental, dont la distribution d’énergie peut être représentée par une courbe gaussienne centrée au coeur de la fibre, aura une composante évanescente importante qui permettra un couplage facilité avec un MRO à proximité.

L’inconvénient principal de la technique de couplage par fibre optique effilée est le fait que la fibre est extrêmement fragile. Pour remédier à ce problème, la fibre optique effilée est fixée avec une colle époxy à une tige de quartz, ce qui facilite son transport et sa manipulation. De plus, il est important que les fibres optiques effilées ne subissent pas de perte majeure en transmission, puisque la génération d’effets non linéaires demande un champ électromagnétique intense. Des tests effectués en transmission¹ ont montré que les fibres optiques effilées qui ont été étirées de 22 mm ont en moyenne moins de 0.2 dB de pertes en transmission. Dans le but de reproduire la fabrication des fibres effilées nécessaires, les paramètres du tableau 2.1 ont été

1. Mesure de la transmission de la fibre avant et après l’étirement.

implémentés dans l'interface du *CW-5000 Coupler Workstation*. La longueur d'élongation est choisie afin que le diamètre final de la fibre effilée soit inférieur à $3\ \mu\text{m}$ et le débit est choisi afin que la flamme soit suffisamment étendue. La hauteur de la flamme et la vitesse d'étirement doivent être minutieusement ajustées afin de permettre l'étirement, et la distance du socle et sa hauteur finale permettront de fixer la fibre effilée sur le socle de quartz.

Tableau 2.1 – Paramètres de fabrication des fibres optiques SMF-28 effilées implémentés dans l'interface de l'appareil *CW-5000 Coupler Workstation*. Une portion de fibre optique de même longueur que le diamètre de la flamme à l'hydrogène doit être dégainée et nettoyée afin d'optimiser l'étirement adiabatique de la fibre optique effilée.

Paramètres	Unité	Valeur
Débit d'hydrogène	mL/s	180
Longueur d'élongation	mm	22.0
Hauteur de la flamme	mm	6.5
Vitesse d'étirement	mm	0.05
Distance du socle	mm	19.5
Hauteur finale du socle	mm	6

2.2 Fabrication de microrésonateurs optiques

Avant de décrire les méthodes de fabrication des différents MROs, nous analyserons les incertitudes, selon l'approche de type B, qui interviennent dans les méthodes de fabrication présentées dans ce chapitre [80].

Tout d'abord, l'incertitude sur la mesure du diamètre des microsphères de SiO_2 et de GTZN (germano-tellurite) provient de la fusionneuse Fujikura LZM-100, qui effectue la mesure automatiquement après la fabrication. Cette incertitude est de $1\ \mu\text{m}$ sur les diamètres équatorial et polaire des microsphères. La résolution d'alignement de l'appareil est quant à elle de $0.1\ \mu\text{m}$ selon les axes x et y et de $0.125\ \mu\text{m}$ selon l'axe z [81].

L'incertitude de $20\ \mu\text{m}$ sur la mesure du diamètre des microtiges est estimée à partir de différentes contributions. Le dernier chiffre significatif du vernier digital utilisé pour prendre la mesure, le positionnement de ce vernier ainsi qu'une possible déformation du matériau en raison de la force légèrement appliquée par le vernier sont des facteurs considérés significatifs dans l'estimation.

Lors de la fabrication des microtiges, l'estimation de l'incertitude sur le désaxement du moteur provient d'une légère vibration du moteur ainsi que de la propagation des incertitudes entre les positions en x (parallèle à l'axe de rotation du moteur) et en y (perpendiculaire à l'axe de rotation du moteur) de la tige de verre lors de sa rotation autour de l'axe du moteur. Cette incertitude est évaluée à 0.05 degré sur la mesure de désaxement du moteur en considérant

une incertitude de $20 \mu\text{m}$ en x et en y .

Finalement, pour les microdisques, l'incertitude de $5 \mu\text{m}$ sur la mesure de leur diamètre a été estimée par notre collaborateur de l'Université de Sherbrooke.

2.2.1 Microsphères vitreuses de SiO_2 et de germanotellurite (GTZN)

Des microsphères de SiO_2 et de GTZN² ont été fabriquées à l'aide d'une fusionneuse Fujikura LZM-100 [81]. Le GTZN est un verre de germano-tellurite principalement composé de GeO_2 . Son utilisation dans le cadre de ce mémoire repose sur le fait que sa transmission peut s'étendre jusqu'à environ $5.5 \mu\text{m}$ et que son coefficient d'indice non linéaire est de 8 fois supérieur à celui de la silice à 1550 nm [82]. Le GTZN est ainsi un candidat intéressant pour la génération d'effets non linéaires sur une grande plage spectrale. La fusionneuse Fujikura, qui utilise un laser CO_2 à $10.6 \mu\text{m}$ comme source de chaleur, est très polyvalente. La puissance et le diamètre du faisceau laser au point focal peuvent être modifiés selon les besoins de la fabrication. Les fibres optiques utilisées ont toutes un diamètre de gaine optique de $125 \mu\text{m}$.

Le principe de fabrication des microsphères est simple. L'extrémité d'une fibre optique, qui absorbe grandement à $10.6 \mu\text{m}$, est exposée au faisceau laser, ce qui fait fondre localement la fibre et crée ainsi une microsphère. Ce résultat est dû à la tension superficielle³ du matériau et au fait que les verres ont une grande viscosité lorsque ceux-ci sont chauffés à haute température [24, 83].

Le clivage de la fibre avant son exposition au faisceau laser est primordial. La forme finale de la microsphère sera affectée par la mauvaise qualité d'une clive. L'utilisation d'une cliveuse automatisée est conseillée afin d'obtenir une clive optimale [84]. Le système de caméra de la fusionneuse permet d'examiner la qualité de la clive et permet également d'observer la microsphère en temps réel. Ainsi, en considérant une microsphère qui a un rayon de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$, comme celles fabriquées dans le cas présent, l'ellipticité non observable maximale est de 0.7% . Pour une fabrication de microsphère à l'aide de flamme à l'hydrogène, une autre technique de fabrication fréquemment utilisée, cette ellipticité peut être de l'ordre de 2% [24].

Plusieurs microsphères de SiO_2 et de GTZN ont été fabriquées selon la même méthode, en implémentant les paramètres du tableau 2.2 dans l'interface de la fusionneuse Fujikura LZM-100. Les diamètres polaires et radiaux moyens de ces microsphères sont de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$. La taille des microsphères fabriquées est la taille minimale que peut fabriquer l'appareil utilisé et est celle, dans les circonstances, qui est la moins affectée par l'ellipticité engendrée par la fabrication. Également, la fusionneuse offre la possibilité de faire tourner rapidement ($150 \text{ }^\circ/\text{s}$

2. La fibre optique de GTZN, fabriqué au COPL par Boivin et al., a une composition en pourcentage molaire de : $47.5 \text{ GeO}_2\text{-}17.5\text{TeO}_2\text{-}20\text{ZnO-}15\text{Na}_2\text{O}$ [82].

3. Selon l'équation de Young-Laplace, c'est la géométrie sphérique (aire minimale) qui permettra de minimiser la tension de surface, et ainsi l'énergie nécessaire au système afin d'atteindre l'équilibre.

autour de l'axe de rotation du moteur dans le cas présent) la fibre optique lors de la fabrication de la microsphère, afin de limiter la déformation elliptique. Outre la puissance du faisceau et sa puissance de calibration, la vitesse d'approche du faisceau et son temps de préchauffage doivent être implémentés afin d'obtenir les résultats escomptés. La puissance de claquage implémentée dans l'interface est quant à elle préventive.

Avant de procéder à la fabrication, une lentille cylindrique de ZnSe d'une longueur focale de 266.7 mm doit être installée dans la fusionneuse afin d'atteindre une taille de faisceau optimale au point focal qui permettra à la fibre optique d'atteindre son point de fusion. Après avoir dégainé⁴, nettoyé et clivé la fibre, celle-ci peut être mise en place dans la fusionneuse. La fibre optique SMF-28 est utilisée pour la fabrication de microsphères de SiO₂ [30]. Cette fibre est adéquate pour la fabrication de microsphères ayant des diamètres entre 250 μm et 750 μm . Des microsphères plus petites peuvent être fabriquées en utilisant cette fois une fibre optique effilée. Des microsphères de plus grande taille peuvent quant à elles être fabriquées en utilisant de la fibre ayant un plus grand diamètre. Les paramètres de la fusionneuse doivent être revus pour chaque taille de microsphère.

Une technique similaire est utilisée afin de fabriquer les microsphères de GTZN. Tout d'abord, la gaine protectrice de la fibre doit être retirée en la plongeant dans une solution de dichlorométhane. La gaine partiellement dissoute peut ensuite être délicatement enlevée de la fibre optique. La lentille cylindrique de ZnSe d'une longueur focale de 266.7 mm est nécessaire une fois de plus afin que la taille du faisceau laser soit adéquate. La fibre est ensuite installée dans la fusionneuse, après avoir été nettoyée et clivée.

Tableau 2.2 – Paramètres de fabrication des microsphères ayant un diamètre de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ implémentés dans l'interface de la fusionneuse Fujikura LZM-100. La fabrication nécessite une dizaine de secondes.

Paramètres	Unité	SiO ₂	GTZN
Puissance de calibration	bits	314	314
Puissance	bits	380	48
Puissance de claquage	bits	-5	-10
Temps de préchauffage	s	1	0
Vitesse de rotation	°/s	150	150
Vitesse d'approche	$\mu\text{m}/\text{s}$	0.03	0

2.2.2 Microtige

La fabrication de microtiges a été fortement inspirée d'une technique développée en 2013 par le groupe de Scott Diddams du National Institute of Standards and Technology, au Colorado [48, 49]. Une tige de verre est nettoyée et installée sur un moteur rotatif et peut ainsi tourner

4. La fibre SMF-28 est dégainée mécaniquement en utilisant des pinces.

à une vitesse angulaire pouvant aller de 0 à 30 000 rotations par minute [85]. Un faisceau laser CO₂⁵ contrôlé par ordinateur grâce au logiciel Samlight et dont le point focal peut être déplacé grâce au système Raylase, qui permet de dévier le faisceau laser, est ensuite utilisé pour pratiquer des incisions à la surface de la tige de verre lorsque celle-ci tourne [86–88]. En pratiquant deux incisions séparées d’une courte distance d de quelques dixièmes de millimètres sur la tige de verre en rotation, une microtige est formée sur une petite portion de la tige de verre, comme le montre la figure 2.2.

Les microtiges de SiO₂ ont été fabriquées dans les laboratoires du professeur Réal Vallée, au COPL⁶. Une lentille de ZnSe ayant une distance focale de 160 mm a été installée sur le système Raylase afin d’avoir une intensité de faisceau au point focal suffisante pour que la température du matériau atteigne le point de ramollissement de la silice SiO₂, qui est d’environ 1665°C. Les différents paramètres du tableau 2.3 ont été implémentés dans le logiciel Samlight utilisé pour contrôler le laser CO₂ lors de l’exposition de deux tiges de SiO₂⁷ ayant des diamètres respectifs de (1.65 ± 0.02) mm et (1.64 ± 0.02) mm. Les diamètres finaux des microtiges sont respectivement de (1.52 ± 0.02) mm et (1.49 ± 0.02) mm.

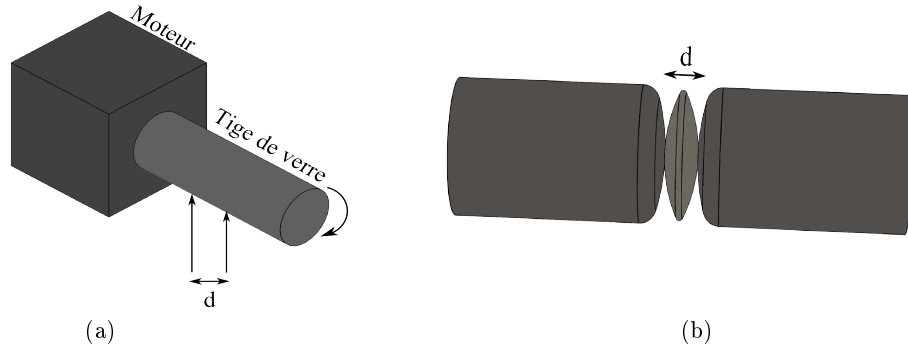


FIGURE 2.2 – Schéma de la technique de fabrication des microtiges. (a) La tige de verre est montée sur un moteur rotatif et un laser est focalisé à sa surface pendant sa rotation. Les incisions sont séparées d’une distance d . (b) La microtige fabriquée consiste ainsi en un toroïde de verre.

Le principal obstacle à la reproductibilité de la fabrication des microtiges provient du fait que le moteur induit une légère nutation à la tige de verre en rotation. La nutation peut être grandement diminuée en réduisant d’abord la longueur de la tige de verre, puis en pratiquant les incisions laser le plus près possible du point de contact entre le moteur et la tige de verre. La nutation lors de la fabrication des microtiges induit un désaxement de $(1.90 \pm 0.05)^\circ$. Malgré cette contrainte, notre incertitude finale de $20 \mu\text{m}$ est seulement 2 fois plus élevée que l’incertitude obtenue par le groupe de Diddams [49], qui elle était de $10 \mu\text{m}$.

5. La longueur d’onde de ce laser se situe entre $10.3 \mu\text{m}$ et $10.8 \mu\text{m}$ selon le fabricant.

6. Merci à Clément Frayssinous, alors étudiant du professeur Vallée, qui m’a appris comment utiliser l’instrumentation nécessaire à la fabrication des microtiges.

7. Low OH fused silica

Tableau 2.3 – Paramètres de fabrication des microtiges de SiO₂ implémentés dans l’interface du logiciel SAMLight. La puissance nominale du laser est de 150 W et l’incision doit être localisée sur la tige en rotation.

Paramètres	Unité	Microtige 1	Microtige 2
Pourcentage de la puissance nominale du laser	%	5	5
Durée de l’exposition laser	ms	150	150
Fréquence de modulation du laser	kHz	3	1
Distance entre les incisions	mm	1.6	0.4
Fréquence de rotation du moteur	RPM	800	600
Diamètre du faisceau au point focal	μm	600	400

En utilisant la même méthode de fabrication, l’obtention de microtige de GTZN ne fut pas concluante. Le point de ramollissement du GTZN est près de 4 fois inférieur à celui du SiO₂ vitreux [82] ce qui a entraîné des complications.

2.2.3 Microdisque

Des microdisques de SiO₂ avec des diamètres compris entre 50 μm et 1000 μm sur piliers de silicium et des microdisques de 3C-SiC avec des diamètres compris entre 600 μm et 1000 μm sur piliers de silicium ont été fabriqués avec une technique de photolithographie par l’équipe d’Ali Belarouci de l’Université de Sherbrooke [52,55]. Une problématique rencontrée lors de la fabrication des microdisques vient du fait que le pilier de silicium était trop petit en comparaison au disque qu’il devait soutenir. Ceci a eu pour effet que certains disques ondulaient sous l’effet de la contrainte avec le pilier, ou s’affaissaient tout simplement sous leur propre poids. Deux pistes de solutions envisageables consisteraient à augmenter l’épaisseur des disques, qui était initialement de 2 μm , afin d’améliorer leur rigidité, ou bien à augmenter le diamètre du pilier de silicium soutenant le disque. Le microdisque de SiO₂ caractérisé a un diamètre de $(1000 \pm 5) \mu\text{m}$ et celui de 3C-SiC un diamètre de $(1000 \pm 5) \mu\text{m}$.

2.2.4 Conclusion sommaire

La figure 2.3 montre tous les différents types de MROs pour lesquels des spectres de transmission ont été obtenus. Les microsphères fabriquées, celles de SiO₂ et de GTZN, ont un diamètre de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$. Les microtiges sont quant à elles difficilement reproductibles dans les conditions décrites en raison de la nutation de $(1.90 \pm 0.05)^\circ$ engendrée par le désalignement de l’axe de rotation du moteur utilisé, mais ont une incertitude de 20 μm . La fabrication de microtiges grâce à l’utilisation de la fusionneuse Fujikura LZM-100 serait également possible. Une nouvelle technique de fabrication utilisant cette fusionneuse serait une perspective intéressante pour le futur, puisque la reproductibilité de la fabrication des microtiges en serait sans aucun doute améliorée. Une nutation moins importante du système moteur de la fusionneuse Fujikura LZM-100 permettrait de réduire les variations en taille engendrées lors de la fabrica-

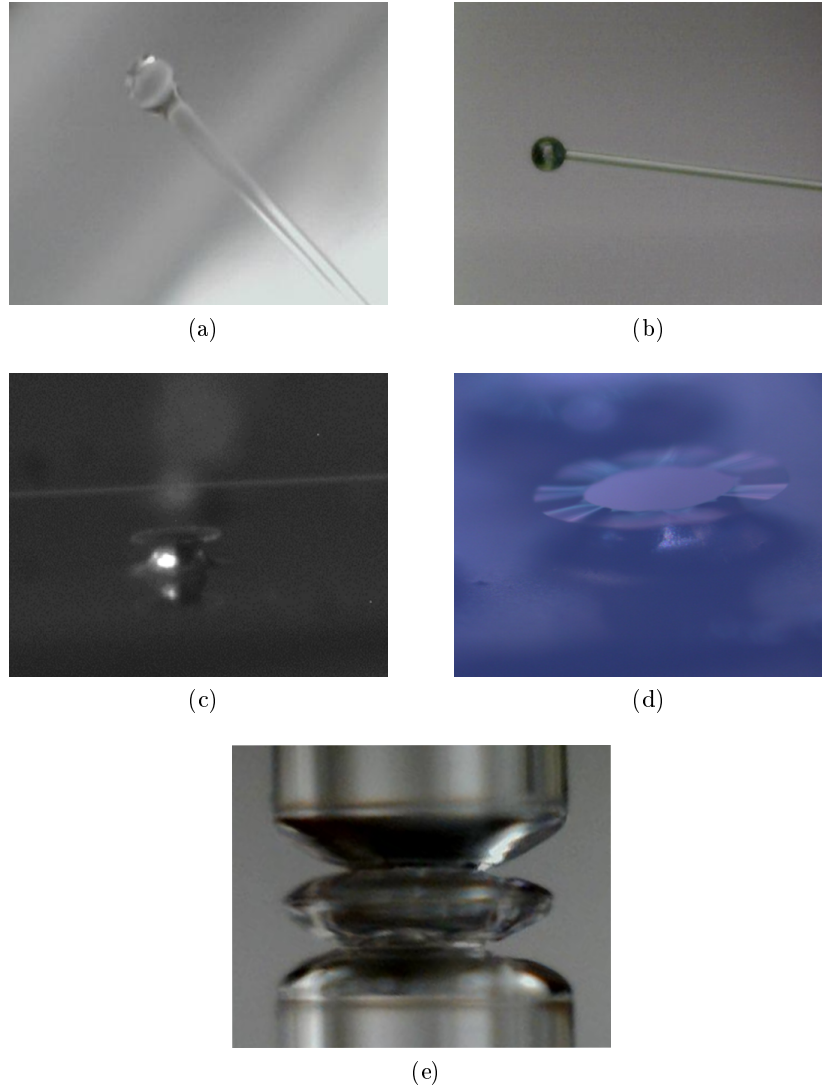


FIGURE 2.3 – Microrésonateurs à l'étude dans ce mémoire. (a) Microsphère de SiO_2 d'un diamètre de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ fabriquée avec la fusionneuse Fujikura. (b) Microsphère de GTZN d'un diamètre de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ fabriquée avec la fusionneuse Fujikura LZM-100. (c) Microdisque de SiO_2 d'un diamètre de $(90 \pm 5) \mu\text{m}$ fabriqué par photolithographie. (d) Microdisque de SiC d'un diamètre de $(600 \pm 5) \mu\text{m}$ fabriqué par photolithographie. (e) Microtige de SiO_2 d'un diamètre de $(1.52 \pm 0.02) \text{mm}$ fabriquée à l'aide d'un laser CO_2 .

tion de microtiges avec la méthode présentée. Également, la possibilité de travailler certains matériaux, comme le GTZN, ayant un point de fusion inférieur à celui du SiO_2 , devient alors envisageable. Les microdisques sont quant à eux sujets à des problèmes de fabrication qui engendrent leur déformation. Des solutions à ce problème seraient d'augmenter l'épaisseur des microdisques ou d'augmenter le diamètre des piliers soutenant les microdisques. Le potentiel de génération d'effets non linéaires des MRO ayant différentes morphologies peut désormais être évalué. Pour ce faire, le facteur de qualité de chaque MRO doit être obtenu grâce à la

caractérisation en transmission.

2.3 Caractérisation en transmission des microrésonateurs

La mesure en transmission permet de déterminer les fréquences, et les longueurs d'onde équivalentes, qui correspondent aux modes de résonance d'une cavité. À partir de maintenant, le terme fréquence sera utilisé pour alléger la discussion. La mesure en transmission consiste à coupler de la lumière dans un MRO pour ensuite détecter le signal à la sortie de celui-ci, tel qu'illustré à la figure 2.4. Cette technique est utilisée afin de caractériser le degré de transmission d'un MRO à différentes fréquences. Un laser accordable permet d'envoyer successivement différentes fréquences dans une fibre optique effilée adjacente à un MRO. Le signal détecté à la sortie du MRO permet de savoir quelle est la transmission relative de chaque mode du MRO, si nous négligeons la diffusion de la lumière à l'interface entre la fibre optique effilée et le MRO. Cette caractérisation donne aussi l'information nécessaire afin d'évaluer le facteur de qualité des modes d'un MRO. Il est en effet possible de déterminer la fréquence centrale de chacun des modes de résonance ainsi que la largeur à mi-hauteur correspondante à chaque mode. Ainsi, le facteur de qualité peut être calculé avec l'équation (1.30).

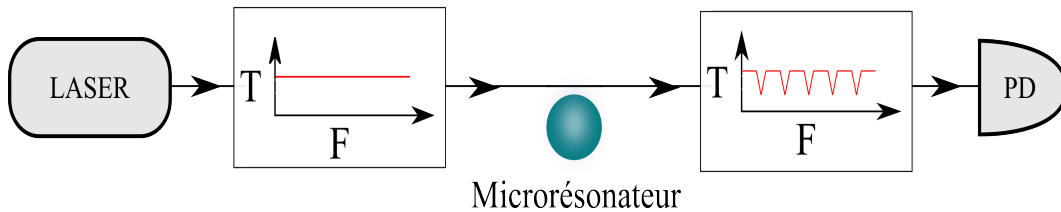


FIGURE 2.4 – Principe de mesure de la transmission. Coupler de la lumière dans un MRO à différentes fréquences (F) à l'aide d'une fibre optique effilée et mesurer la transmission (T) à la sortie du MRO permet de déterminer quels sont les modes de résonance de la cavité. Plus la transmission détectée est faible, plus la lumière est bien transférée au MRO, ou bien diffusée, pour cette fréquence, ce qui implique la présence de modes de résonance aux minima de transmission.

Afin d'obtenir le spectre de transmission des MROs, le laser accordable de l'appareil Luna Phoenix 1400 est utilisé [89]. Ce laser accordable permet de balayer la plage de 1515 nm à 1565 nm de manière continue [90]. Le signal en transmission est détecté par le Luna Phoenix 1400 qui comprend deux entrées photodétectrices. Le spectre de transmission est ainsi mesuré et calibré spectralement par l'appareil lui-même, qui possède une cellule de HCN. L'optimisation de la polarisation de la lumière avant son entrée dans la cavité influencera également la transmission des modes de résonance du MRO, puisque ceux-ci correspondent à une polarisation donnée de la lumière, comme il a préalablement été vu au chapitre 1. Il est donc important d'optimiser la polarisation afin d'obtenir une intensité maximale qui circule dans le MRO.

Le montage de transmission utilisé, représenté à la figure 2.5, comprend tout d’abord le laser de l’appareil Luna qui fournit un signal avec une puissance entre 6 mW et 10 mW. Celui-ci est amplifié grâce à une chaîne d’amplificateurs à l’erbium (AMPLI Er^{3+}) efficace entre 1535 nm et 1565 nm [91, 92]. L’amplification du signal est requise puisque les connecteurs situés de part et d’autre du MRO et d’autres dispositifs engendrent des pertes pouvant atteindre 20 dB dans le système⁸. Il est donc nécessaire d’amplifier le signal entrant dans la microcavité afin d’obtenir un signal transmis pouvant être détecté à la sortie du MRO et ainsi avoir un spectre de transmission bien défini. En effet, le photodétecteur de l’appareil Luna ne peut détecter que des intensités comprises entre 0.03 mW et 15 mW [89]. Une fusion entre la fibre optique effilée et le reste du montage aurait minimisé les pertes. Cependant, puisque les fibres optiques effilées sont très fragiles, les adaptateurs optiques ont été préférés.

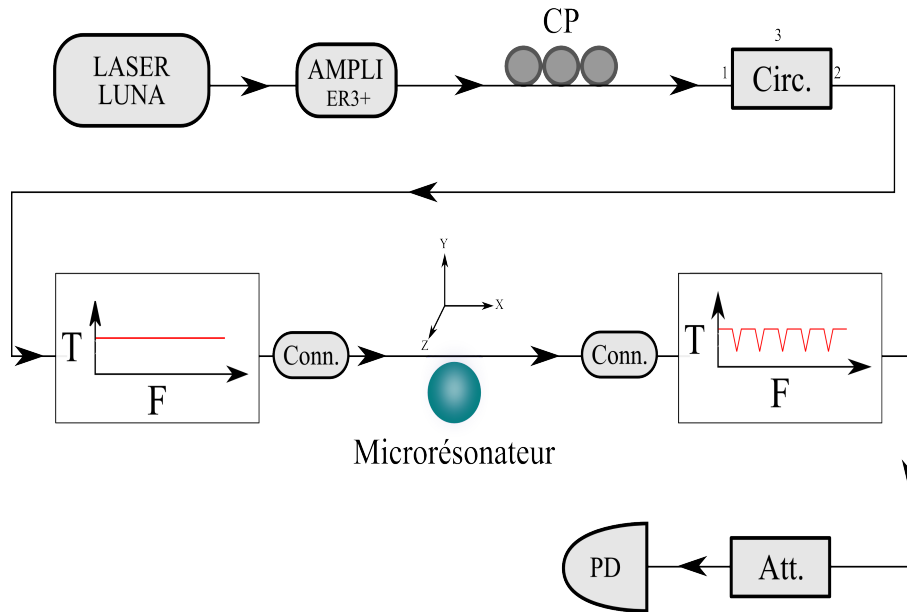


FIGURE 2.5 – Montage de mesure de la transmission (T) des MROs en fonction de la fréquence (F). Le montage comprend le laser de l’appareil Luna (LASER LUNA), un amplificateur (AMPLI Er^{3+}), un contrôleur de polarisation (CP), un circulateur optique (CIRC.), des connecteurs à fibre nue (Conn.), un atténuateur variable (Att.) ainsi qu’un photodétecteur (PD).

Après amplification, le signal traverse un contrôleur de polarisation (CP). Puisque l’efficacité de couplage des modes de résonance dépend de la polarisation, comme il a été mentionné précédemment, différentes configurations du contrôleur de polarisation permettent de sélectionner les modes se propageant préférentiellement dans la cavité. Le contrôle de la polarisation est requis afin de permettre l’optimisation du couplage de la lumière pour certaines fréquences. Le type de polarisation de la lumière qui circule dans le MRO, TE ou TM, n’est pas pris en compte dans les expérimentations présentées.

Le signal traverse ensuite un circulateur (Circ.). Dans un premier temps, le circulateur em-

8. Le couplage entre la fibre effilée et la microcavité est la principale cause de perte du système.

pêchera que des réflexions causées par le signal en rétrodiffusion avec le MRO ou par des connexions fibrées dans le montage ne reviennent dans le laser, ce qui perturberait son comportement. Dans un deuxième temps, le circulateur sera utile afin de mesurer le spectre de la lumière rétrodiffusée par le MRO. La lumière est ensuite couplée à la fibre optique effilée grâce à un connecteur optique [93]. Après être entrée dans la fibre optique effilée, la lumière est ensuite couplée dans la microcavité. La position entre la fibre optique effilée et la microcavité peut être ajustée grâce à un système de vis micrométriques à trois axes, ce qui permet de modifier le régime de couplage, tel que mentionné au chapitre précédent. De plus, les MROs sont placés sur une table optique isolée de tous les appareils susceptibles d'engendrer des vibrations.

À sa sortie de la cavité, la lumière traverse à nouveau un connecteur optique à fibre nue, de type *bare fiber adapter*, avant de traverser un atténuateur optique (Att.). L'atténuateur est utilisé afin que le signal détecté ne dépasse pas 15 mW, ce qui prévient l'endommagement des photodétecteurs (PD). Lorsque le MRO n'est plus couplé à la fibre optique effilée, le signal se rend directement au photodétecteur et subit moins de pertes, ce qui nécessite une atténuation avant la détection. De plus, de grandes puissances seront éventuellement nécessaires afin de générer des effets non linéaires et des photodétecteurs plus sensibles seront utilisés, ce qui justifie la présence d'un atténuateur optique précédant le photodétecteur. Finalement, tout le système est fibré et comprend des embouts à angle APC (angle physical contact) afin de minimiser les réflexions. Seuls les connecteurs de fibre nue n'ont pas d'embouts à angle, mais plutôt des embouts PC (physical contact).

Les paramètres du tableau 2.4 ont été implémentés lors de la mesure du spectre de transmission des différents MROs. La caractérisation de ces MROs en transmission sera présentée au chapitre 3, alors que l'utilisation de certains de ces MROs afin de générer des effets non linéaires sera présentée au chapitre 4.

Tableau 2.4 – Paramètres de l'appareil Luna pour la mesure des spectres de transmission des MROs.

Microrésonateur	Puissance	Vitesse	Plage	Fréquence d'acquisition
	[mW]	[nm/s]	[nm]	[kHz]
Microsphère de SiO ₂	10	10	1535-1565	312.25
Microsphère de GTZN	10	10	1535-1565	156.125
Microdisque de SiO ₂	10	200	1525-1560	156.125
Microdisque de SiC	10	200	1535-1565	156.125
Microtige de SiO ₂	10	10	1535-1565	156.125

Chapitre 3

Caractérisation des modes de résonance de différents microrésonateurs optiques

Il a été mentionné dans les chapitres précédents que le facteur de qualité est un paramètre déterminant dans la génération d'effets non linéaires. Dans ce chapitre, les spectres de transmission de chacun des différents microrésonateurs étudiés permettront de déduire le facteur de qualité des modes de résonance des MROs. De plus, l'analyse des spectres de transmission indiquera quelle est l'influence de la morphologie et du matériau de chaque MRO sur les résultats obtenus. Ces caractérisations permettront de cibler les candidats les plus aptes à la génération d'effets non linéaires.

Il est possible d'analyser le spectre de transmission et de déterminer la densité de modes présents, le facteur de qualité de chacun des modes de résonance ainsi que la transmission de ceux-ci. La transmission quantifie la lumière qui a été diffusée ou qui n'a pas été couplée au MRO, la largeur à mi-hauteur des maxima du spectre de transmission nous permettra de calculer le facteur de qualité des modes de résonance et la densité de modes permettra de comparer l'impact qu'a l'ellipticité sur chacun des MROs à l'étude. Une analyse comparative portera sur les paramètres mentionnés et sera effectuée entre chacun des MROs. En connaissant les mécanismes physiques en action, une estimation de la puissance d'injection seuil théorique nécessaire à la génération de mélange à quatre ondes dans les MROs sera possible. Ceci permettra d'avoir un aperçu du potentiel de génération d'effets non linéaires de chacun des MROs étudiés dans ce mémoire.

3.1 Le croisement de modes

Avant d'analyser en détail les spectres de transmission, les caractéristiques des modes de résonance des différents MROs et avant de déterminer le seuil théorique de génération non linéaire, nous aborderons le phénomène de croisement de modes ou *mode crossing*. Le but de cette section est ainsi d'introduire ce concept qui permettra éventuellement d'émettre certaines hypothèses quant aux résultats obtenus.

Pour un MRO, lorsqu'il y a présence d'une grande densité de modes de résonance et que les modes sont proches les uns des autres, le croisement de modes a une probabilité élevée de se produire. Ce phénomène est difficile à contrôler et est la raison principale pour laquelle l'utilisation des microsphères pour la génération de mélange à quatre ondes en cascade est moins répandue [44].

3.1.1 La problématique du croisement de modes

Dans le cas d'un MRO tridimensionnel elliptique, il peut arriver que des modes, qui ont des indices radiaux n distincts, aient des fréquences de résonance suffisamment proches pour être excités simultanément par la même source laser ; c'est le croisement de modes [94].

Des modes transverses voisins voient alors leur fréquence de résonance dérivée de leur fréquence de résonance naturelle. Cette dérive crée un changement de dispersion et influence la condition d'accord de phase nécessaire à l'obtention du mélange à quatre ondes [95]. L'amplitude des fréquences générées peut alors augmenter ou diminuer et l'énergie peut être redistribuée entre les différents modes. Les effets causés par ce phénomène sont problématiques puisqu'il est difficile de contrôler le couplage à un mode donné en raison des dégénérescences accidentelles dues au croisement de modes [96].

3.1.2 La surpopulation de modes

En raison de leur géométrie, les microsphères présentent une quantité importante de familles de modes de résonance en comparaison aux autres types de MROs. Cette surpopulation de modes (*overmoded resonator*) est propice au croisement de modes.

D'autres causes peuvent expliquer la surpopulation de modes, peu importe le type de MRO, et augmenteront la probabilité de croisement de modes. Par exemple, le contact entre la fibre optique effilée et le MRO excite des modes d'ordre supérieur [97]. Dans les résultats présentés, un contact entre la fibre effilée et le MRO est effectué lors de chaque couplage. Un tel régime de couplage, qualifié de surcouplé comme nous l'avons déjà établi, est le plus commun lors du couplage des MROs [56]. Une autre cause de la surpopulation de modes provient du fait qu'une augmentation de la puissance pompe mène également à une augmentation du couplage

intermodal lors du mélange à quatre ondes, ce qui engendre des interactions supplémentaires entre les différents modes d'un MRO [98].

3.1.3 L'impact sur la génération non linéaire

Le croisement entre les modes de différentes familles affecte directement l'efficacité de la conversion non linéaire requise afin d'obtenir le mélange à quatre ondes [95]. On en comprend que le processus n'est pas généré par un transfert direct d'énergie entre la fréquence pompe et les fréquences signal et complémentaire. Le processus comporte plutôt plusieurs interactions intermédiaires et est lié à l'instabilité modulationnelle [98].

Au final, le croisement de modes aura un impact direct sur l'allure des fréquences générées par mélange à quatre ondes. Ainsi, selon Lin, l'asymétrie de l'amplitude des fréquences générées est caractéristique de l'influence du croisement de modes sur le mélange à quatre ondes [97].

De plus, si la dispersion de la vitesse de groupe (GVD) est petite et anormale, le mélange à quatre ondes peut engendrer la génération de fréquences inattendues, espacées de plusieurs FSRs [65, 98]. Nous verrons plus loin que nous obtenons une telle génération, les résultats sont d'ailleurs présentés en annexe. Ceci fait en sorte que le croisement de modes n'est pas désirable dans le cas d'un MRO fait à partir d'un matériau à dispersion anormale, comme le SiO_2 à 1550 nm.

Toutefois, bien qu'il soit difficile à maîtriser, le croisement de modes pourrait en principe permettre l'utilisation de MROs faits à partir de matériaux à dispersion normale, comme le GTZN par exemple, afin de générer le mélange à quatre ondes en cascade [44, 99].

3.2 Caractérisation de la transmission des différents MROs

Les spectres de transmission ont été obtenus pour les différents MROs. Tous ont été caractérisés sur la même plage spectrale, excepté pour le microdisque de SiO_2 ¹. Les tableaux 3.1, 3.2 et 3.3 comparent les paramètres des différents MROs et présentent certaines informations pertinentes pour les prochaines sections.

3.2.1 Incertitudes expérimentales

Étant donné que l'analyse des incertitudes qui interviennent dans ce chapitre est plus complexe, les calculs seront discutés lorsque nécessaire. Il est à noter que l'incertitude des grandeurs qui dépendent de plusieurs variables sera estimée avec la méthode de combinaison des variances. L'utilisation de cette méthode est permise seulement si nous approximons que les différentes

1. Le microdisque de SiO_2 a été caractérisé entre 1525 nm et 1560 nm tandis que tous les autres MROs ont été caractérisés entre 1535 nm et 1565 nm.

variables ne sont pas corrélées entre elles. Les variances seront quant à elles obtenues avec la méthode de la dérivée partielle [80].

Nous débuterons cependant par discuter les mesures, comme le FSR expérimental par exemple, qui sont obtenues grâce à une analyse par MATLAB. Ainsi, pour certaines des grandeurs physiques discutées dans ce chapitre, la résolution de l'acquisition des données spectrales sera une contribution à l'estimation de l'incertitude². Cette résolution est une limite imposée par le taux d'échantillonnage des mesures expérimentales. Par exemple, un taux d'acquisition de 156.125 kHz sur une plage de 3 THz balayée une fois par seconde par le laser accordable offre une résolution minimale de 0.02 GHz. Dans certains cas, une interpolation des données permettra d'améliorer l'estimation des incertitudes.

Pour ce qui est de l'indice de réfraction de la fibre optique SMF-28, utilisée pour la fabrication des microsphères de SiO₂, celui-ci sera estimé à (1.45 ± 0.01) à 1550 nm. Cette valeur est choisie étant donné que, selon Corning [30], l'indice de réfraction du cœur de cette fibre optique est de 1.45205, celui de la gaine optique de 1.44681 et que l'indice de réfraction peut être modifié pendant la fabrication des microsphères. Cette estimation prudente de l'indice de réfraction permettra de ne pas sous-évaluer ce paramètre. Selon le même raisonnement, l'indice de réfraction des microsphères de GTZN sera estimé à (1.73 ± 0.01) . En effet, selon Boivin, la gaine de cette fibre, d'un diamètre de 125 μm , a un indice de 1.726 et le cœur, qui a un diamètre de 5.4 μm , a un indice de 2.062 [82].

L'indice de réfraction des microtiges sera estimé à (1.45 ± 0.01) [100], principalement en raison de la densification du verre lors de l'exposition au faisceau laser [101, 102]. Finalement, l'estimation de l'indice de réfraction des microdisques n'aura aucune influence sur la suite des calculs puisque d'autres facteurs domineront l'incertitude. Toutefois, l'estimation est de (1.45 ± 0.01) pour les microdisques de SiO₂ et de (3.18 ± 0.01) pour ceux de SiC selon la banque de données de Polyanskiy [103].

Également, la résolution des spectres n'est pas la même pour tous les MROs. La vitesse de balayage du laser accordable ainsi que la fréquence d'acquisition, qui ont été données pour chacun des MROs au chapitre 2, influencent ce paramètre, ce qui engendre une incertitude différente sur les résultats obtenus. Les résultats pour le microdisque de SiO₂ en sont particulièrement affectés, étant donné une vitesse de balayage qui est 20 fois supérieure à la vitesse de balayage utilisée pour les autres MROs.

De plus, un seuil de transmission est utilisé afin de discriminer les modes de résonance de très faible amplitude. Tous les modes avec une prééminence inférieure à 0.1 ont été rejetés. La prééminence quantifie l'amplitude relative d'un maximum par rapport aux maxima les plus près.

2. La propagation de l'incertitude de ces mesures prendra aussi en compte la fluctuation de la puissance de la pompe.

En épurant le spectre de transmission de cette façon, l'analyse des données est moins biaisée par des résultats anormaux dus à des modes de résonance qui ont une transmission faible ou une largeur à mi-hauteur anormalement étroite. Une définition complète de la prééminence est offerte par MATLAB [104].

3.2.2 Exemple de calcul de la propagation des incertitudes

Dans l'exemple qui suit, nous utiliserons la méthode de combinaison des variances afin d'estimer l'incertitude du FSR théorique d'un MRO d'indice de réfraction n et de diamètre D_0 .

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, pour utiliser cette méthode, l'indice de réfraction et le diamètre doivent être deux variables indépendantes. Nous approximerons que, dans les conditions expérimentales ambiantes, les variations en température du MRO étaient trop faibles pour engendrer une dilatation thermique significative, qui modifierait à la fois l'indice de réfraction ainsi que le diamètre du MRO.

Pour des puissances élevées qui circulent dans le MRO, comme ce sera le cas au chapitre 4, on pourrait maintenant croire que l'indice de réfraction et le diamètre seront corrélés. Toutefois, le coefficient de dilatation thermique du SiO_2 est de 0.55 ppm/°C et celui du GTZN est de 11.8 ppm/°C [82, 105]. Ainsi, pour qu'une dilatation qui représente 1 % de la taille des microsphères se produise, il faudrait une température de plus de 18000 °C pour le SiO_2 et de plus de 847 °C pour le GTZN. Une telle situation n'est pas plausible, puisque la température de transition vitreuse du SiO_2 est de 1200 °C et celle du GTZN de 400 °C. Nous pouvons ainsi approximer raisonnablement que, selon les conditions expérimentales, l'indice de réfraction et le diamètre ne sont pas significativement corrélés.

Ainsi, pour une fonction $f(x_i)$, où chaque variable a une incertitude Δx_i , la propagation de l'incertitude est estimée de la façon suivante et donne l'incertitude composée $\Delta f(x_i)$:

$$\Delta f(x_i)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2. \quad (3.1)$$

Tout d'abord, comparons individuellement l'effet des incertitudes de l'indice de réfraction puis du diamètre du MRO sur la valeur du FSR, étant donné que ces deux variables sont considérées indépendantes.

Pour une incertitude de $\pm \Delta n$ sur l'indice de réfraction, la mesure du FSR³ aura l'intervalle de confiance suivant :

3. On considère ici un FSR sans précession.

$$(\Delta FSR)^2 = \left| \frac{\partial FSR}{\partial n} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2 \Rightarrow \Delta FSR = FSR \cdot \frac{\Delta n}{n}, \quad (3.2)$$

où

$$FSR = \frac{c}{2\pi n R_0} = \frac{c}{\pi n D_0}. \quad (3.3)$$

Par exemple, considérons un MRO sphérique de diamètre D_0 choisi à $290 \mu\text{m}$ et un indice de réfraction de (1.45 ± 0.01) . L'incertitude sur le FSR, qui provient des variations de l'incertitude de l'indice de réfraction, serait la demi-largeur de l'intervalle de confiance, soit 0.79 GHz , donc environ 0.35% du FSR.

Si on considère maintenant une incertitude sur le rayon du MRO $\pm \Delta D_0$ tout en considérant l'indice de réfraction fixe, on obtient ;

$$(\Delta FSR)^2 = \left| \frac{\partial FSR}{\partial D_0} \right|^2 \cdot (\Delta D_0)^2 \Rightarrow \Delta FSR = FSR \cdot \frac{\Delta D_0}{D_0}. \quad (3.4)$$

Considérons maintenant un MRO sphérique de diamètre égal à $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ avec un indice de réfraction de 1.45 . L'incertitude correspondante sur le FSR serait de nouveau la demi-largeur de l'intervalle de confiance, soit 0.39 GHz , donc près de 0.17% du FSR.

Étant donné que les deux contributions à l'incertitude sont similaires, il n'est pas possible de négliger une ou l'autre des contributions. Ainsi, la variance totale sur la mesure du FSR est proportionnellement la somme des variances pour nos deux grandeurs, n et D_0 , en les supposant indépendantes :

$$(\Delta FSR)^2 = \left| \frac{\partial FSR}{\partial n} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2 + \left| \frac{\partial FSR}{\partial D_0} \right|^2 \cdot (\Delta D_0)^2, \quad (3.5)$$

$$(\Delta FSR)^2 = \left| \frac{c}{\pi n^2 D_0} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2 + \left| \frac{c}{\pi n D_0^2} \right|^2 \cdot (\Delta D_0)^2, \quad (3.6)$$

$$(\Delta FSR)^2 = \left| \frac{FSR}{n} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2 + \left| \frac{FSR}{D_0} \right|^2 \cdot (\Delta D_0)^2, \quad (3.7)$$

$$\Delta FSR = \sqrt{\left| \frac{FSR}{n} \right|^2 \cdot (\Delta n)^2 + \left| \frac{FSR}{D_0} \right|^2 \cdot (\Delta D_0)^2}. \quad (3.8)$$

Considérons un MRO sphérique de diamètre égal à $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ et un indice de réfraction de (1.45 ± 0.01) . L'incertitude composée est alors d'environ 0.39 % du FSR, ce qui représente près de 0.88 GHz.

Tableau 3.1 – Paramètres relatifs aux différents MROs pour une longueur d'onde de 1550 nm. Les indices de réfraction et les coefficients non linéaires peuvent être trouvés dans divers ouvrages [30, 62, 82, 106]

MRO	Indice de réfraction	Volume modal	Coefficient non linéaire
	[-]	$[10^{-14} \text{ m}^{-3}]$	$[10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}^2]$
Microsphère SiO ₂	1.45 ± 0.01	3.71 ± 0.04	2.6
Microsphère GTZN	1.73 ± 0.01	3.02 ± 0.03	21
Microtige SiO ₂	1.45 ± 0.01	77 ± 2	2.6
Microdisque SiO ₂	1.45 ± 0.01	35.9 ± 0.5	3.4
Microdisque SiC	2.60 ± 0.01	7.1 ± 0.2	1040

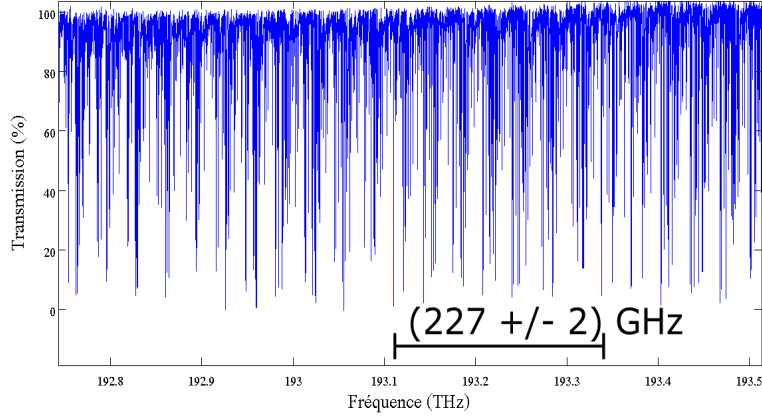
Tableau 3.2 – Comparatifs des différents FSR pour chacun des MROs.

MRO	Diamètre	FSR calculé	FSR expérimental
	μm	[GHz]	[GHz]
Microsphère SiO ₂	290 ± 1	227 ± 2	n/d
Microsphère GTZN	290 ± 1	190 ± 2	n/d
Microtige SiO ₂	1520 ± 20	43.3 ± 0.4	42.9 ± 0.1
Microdisque SiO ₂	1000 ± 5	65.9 ± 0.5	71 ± 5
Microdisque SiC	600 ± 5	61.2 ± 0.4	n/d

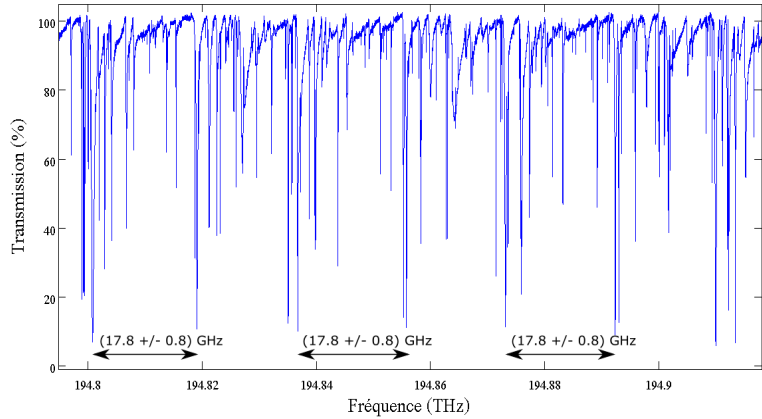
Tableau 3.3 – Comparatifs des différentes densités de modes obtenues pour chacun des MROs.

MRO	modes/FSR	modes/GHz
	[-]	$[\text{GHz}]^{-1}$
Microsphère SiO ₂	291 ± 3	1.28 ± 0.01
Microsphère GTZN	491 ± 6	2.58 ± 0.03
Microtige SiO ₂	9 ± 1	0.213 ± 0.004
Microdisque SiO ₂	5 ± 1	0.081 ± 0.001

3.2.3 Microsphère de SiO₂



(a)



(b)

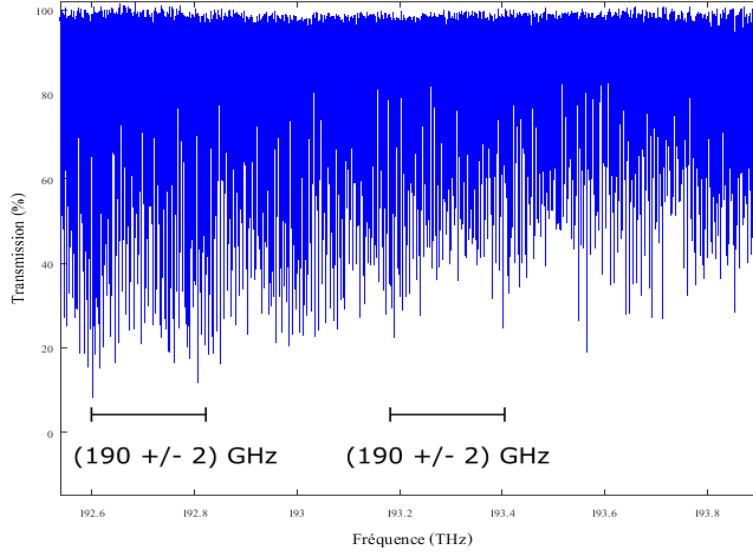
FIGURE 3.1 – Spectre de transmission de la microsphère de SiO₂ d'un diamètre de $(290 \pm 1) \mu\text{m}$ et avec une densité de modes de (291 ± 3) modes/FSR. (a) Cette figure montre une portion du spectre de transmission de la microsphère. Le FSR calculé de la microsphère est de (227 ± 2) GHz. Celui-ci est indiqué à titre de référence puisqu'il est difficile à discerner en raison de la trop grande quantité de modes similaires ayant une transmission élevée. (b) Mise en évidence de la structure périodique mesurée.

Le spectre de transmission de la microsphère de SiO₂ caractérisée est présenté à la figure 3.1. Ce spectre comporte de nombreuses familles de modes en raison de la présence de précession engendrée par l'ellipticité de la microsphère tridimensionnelle. Le FSR calculé de (227 ± 2) GHz est indiscernable sur la figure et on voit qu'une structure de modes similaires survient périodiquement tous les (17.8 ± 0.8) GHz. Cette périodicité pourrait s'expliquer par la présence de précession dans la microsphère, qui ferait en sorte que la lumière effectue (12 ± 1) révolutions dans le MRO⁴ avant d'être recouplée au maximum à la fibre effilée [28].

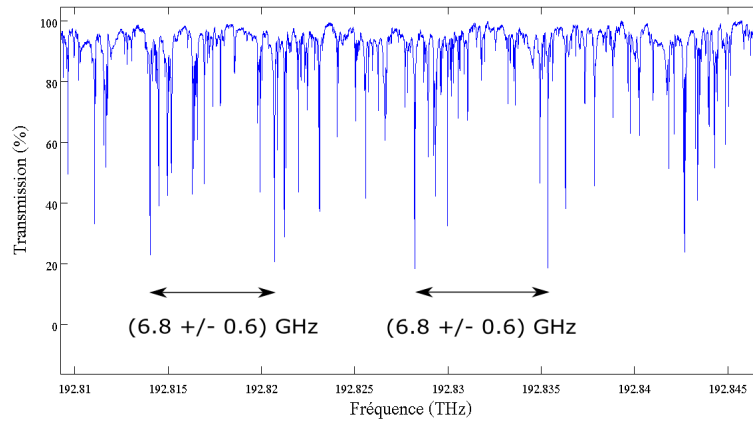
4. L'estimation de l'incertitude est arrondie à l'entier supérieur étant donné que le nombre de révolutions, selon l'hypothèse avancée, est un nombre entier.

3.2.4 Microsphère de GTZN

Afin de pouvoir comparer l'influence du matériau sur le spectre de transmission et la génération d'effets non linéaires, des microsphères de GTZN ayant le même diamètre que les microsphères de SiO₂ ont été caractérisées.



(a)



(b)

FIGURE 3.2 – Spectre de transmission de la microsphère de GTZN d'un diamètre de (290 ± 1) μm et qui comprend une densité de modes de (491 ± 6) modes/FSR. (a) Cette figure montre une portion du spectre de transmission de la microsphère. Le FSR de la microsphère caractérisée est de (190 ± 2) GHz. Celui-ci est indiqué à titre de référence seulement sur le spectre de transmission puisqu'il est indiscernable en raison de la grande densité de modes. (b) Mise en évidence de la structure périodique mesurée.

La figure 3.2 montre également que la grande densité de modes rend difficile la mesure du FSR de la microsphère de GTZN. Quelques structures de modes périodiques sont toutefois discer-

nables dans le spectre. Encore une fois, une périodicité apparente est présente à plus petite échelle, comme il peut être remarqué sur la figure. Une structure espacée de (6.8 ± 0.6) GHz est distinguable, ce qui représenterait (28 ± 3) révolutions de la lumière dans la microsphère de GTZN entre chaque maximum de couplage à la fibre effilée.

Le spectre de transmission de la microsphère de GTZN est présenté à la figure 3.2. Pour ce spectre de transmission, la densité de mode par FSR est supérieure d'un facteur 1.7 en comparaison au spectre de la microsphère de SiO₂. Une augmentation du nombre total de modes était attendue puisque, bien que la taille de ces MROs soit la même, l'indice de réfraction du GTZN est plus élevé que celui du SiO₂. Ceci diminue le FSR et augmente le nombre de modes présents pour une même plage spectrale. Une augmentation de la densité de mode par FSR signifie cependant que plus de modes pourront être excités simultanément. Étant donné le FSR plus faible pour ce MRO et sa dispersion normale à 1550 nm, le croisement de modes est possiblement favorisé pour la microsphère de GTZN.

3.2.5 Microtige de SiO₂

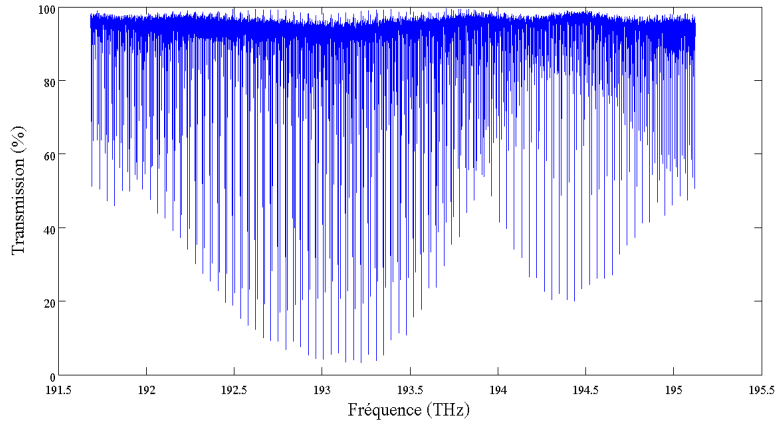
Afin de pouvoir comparer l'influence de la géométrie du MRO sur le spectre de transmission et la génération d'effets non linéaires, des microtiges de SiO₂ ont été caractérisées.

Le spectre de transmission de la microtige de SiO₂ est présenté à la figure 3.3. Initialement, on pourrait s'attendre à ce que plus de modes de résonance soient présents étant donné le diamètre de la microtige qui est plus de 5 fois supérieur à celui de la microsphère de SiO₂. La densité de modes par FSR est cependant de 32 fois inférieure à celle obtenue pour la microsphère de SiO₂. Les microtiges confinent ainsi la lumière plus efficacement en deux dimensions, ce qui réduit le nombre de familles de modes qui existent dans le MRO⁵.

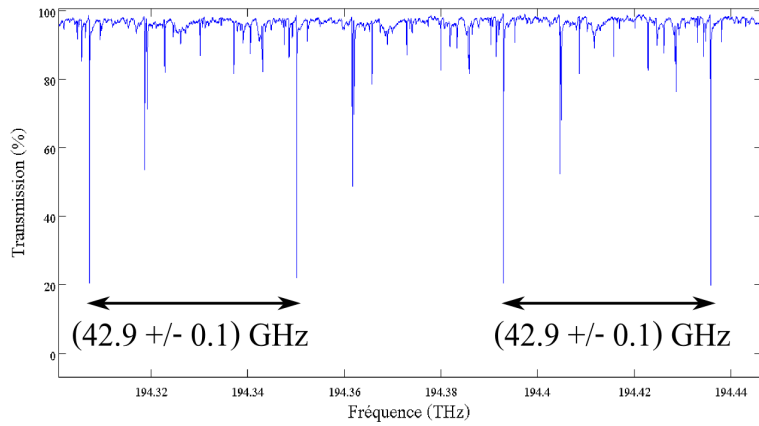
La figure 3.3 montre que l'amplitude de la transmission varie considérablement, et atteint, par exemple, une diminution évidente de couplage avec le MRO dans la région de 194 THz. Une des raisons de cette diminution est que la polarisation de la lumière qui se propage dans la cavité influence la transmission des différentes fréquences [107, 108]. Ce comportement est aussi observé pour tous les autres spectres de transmission présentés, mais est particulièrement mis en évidence sur cette figure.

Contrairement aux microsphères, le faible nombre de familles de modes permet ici de distinguer le FSR dans le spectre de transmission de la microtige. La figure suggère un FSR expérimental de (42.9 ± 0.1) GHz sur la plage spectrale considérée, ce qui se recoupe la valeur calculée de (43.3 ± 0.4) GHz.

5. Dans le cas où un MRO serait parfaitement bidimensionnel, le nombre de modes serait grandement réduit puisque l'indice de mode radial, n , serait égal à 1. Dans cette configuration idéale, où $n = 1$, seuls les modes azimutaux, caractérisés par l'indice m , sont alors dégénérés [28].



(a)



(b)

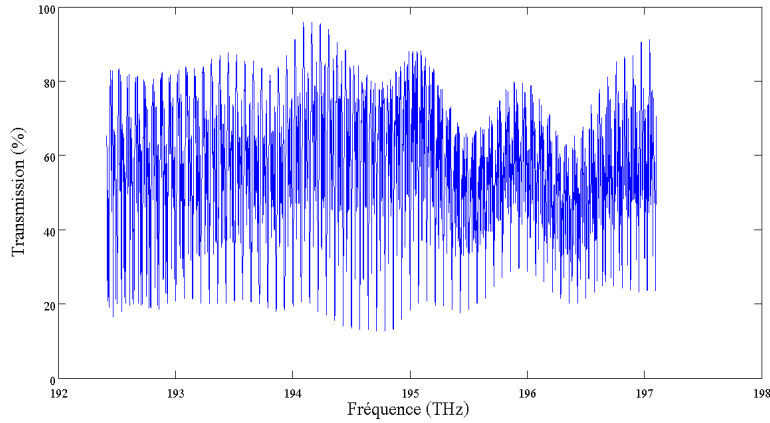
FIGURE 3.3 – Spectre de transmission d’une microtige de SiO_2 d’un diamètre de $(1.52 \pm 0.01) \mu\text{m}$ et une densité de modes de (9 ± 1) modes/FSR. (a) L’ensemble du spectre de transmission de la microtige montre un spectre épuré et présente des structures périodiques régulières. (b) Un agrandissement permet de bien mettre en évidence la structure associée au FSR.

3.2.6 Microdisque de SiO_2

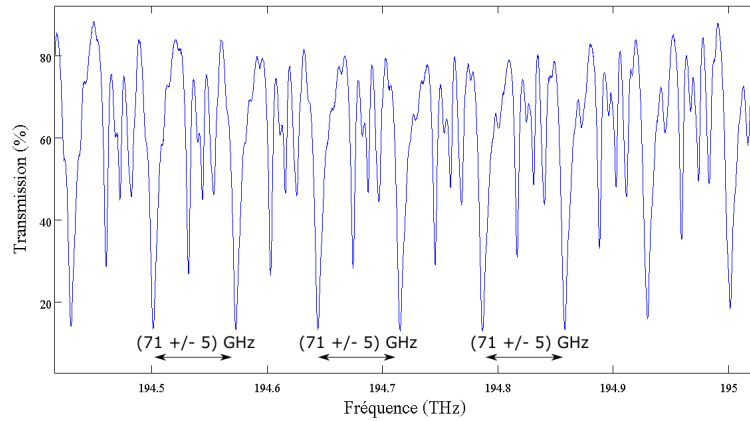
Le meilleur confinement bidimensionnel de la lumière dans le cas de la microtige, qui a une épaisseur de l’ordre de $0.4 \mu\text{m}$, est évident. Le microdisque de SiO_2 caractérisé a quant à lui une épaisseur de $2 \mu\text{m}$, ce qui est 200 fois inférieur à l’épaisseur de la microtige. Une plus faible densité de modes confinés dans le microdisque est ainsi prévisible. La densité de modes du spectre de transmission est de (4 ± 1) modes/FSR.

La figure 3.4 présente le spectre de transmission du microdisque de SiO_2 . Malheureusement, ce spectre est significativement sous-échantillonné étant donné la vitesse de balayage trop élevée du laser accordable lors de l’acquisition de cette mesure. Sa faible résolution fait en sorte que

plusieurs modes ne sont pas distinguables.



(a)



(b)

FIGURE 3.4 – Spectre de transmission du microdisque de SiO_2 d'un diamètre de $(1000 \pm 5) \mu\text{m}$ et d'une densité de modes de (4 ± 1) modes/FSR. (a) L'ensemble du spectre de transmission du microdisque est présenté sur cette figure. Les irrégularités en transmission sont probablement causées par le fait que le couplage avec un microdisque donne lieu à de la diffusion supplémentaire étant donné la faible épaisseur du disque, plus de pertes sont ainsi engendrées et moins de lumière est transmise au MRO. (b) Agrandissement du spectre de transmission.

En inspectant le spectre de transmission du microdisque, le FSR expérimental moyen est de (71 ± 5) GHz. La raison principale de l'estimation élevée de l'incertitude de la mesure expérimentale provient du sous-échantillonnage du spectre qui ne permet pas de distinguer la fréquence des modes de manière exacte et juste. Le sous-échantillonnage est une erreur expérimentale et aurait pu être évité. En effet, les mesures avec les microdisques ont eu lieu plus d'une année avant les mesures avec les autres MROs. La difficulté de couplage n'a permis que très peu de mesures et des mesures à faible vitesse de balayage n'ont jamais été prises.

La mesure du FSR expérimental et le FSR calculé de (65.9 ± 0.5) GHz se recourent. La piètre

justesse de la mesure expérimentale est cependant la raison de ce recouplement. Une méthode de couplage plus appropriée que l'utilisation d'une fibre optique effilée pourrait être utilisée afin de coupler la lumière à un microdisque aussi mince étant donné que tout couplage avec ce type de MRO présente un certain degré de difficulté. Une fabrication photolithographique d'un guide d'onde directement juxtaposé au microdisque serait, par exemple, une option à favoriser [11, 99, 109]. Un tel guide d'onde demanderait une optimisation de la méthode de microfabrication.

3.2.7 Microdisque de SiC

Le carbure de silicium, ou SiC, est un semiconducteur polymorphique. C'est la forme 3C-SiC qui a été obtenue par croissance épitaxiale sur substrat de silicium. De cette feuille, ou *wafers*, de SiC ont été gravés les microdisques par photolithographie.

Le SiC est un matériau dont les propriétés sont très différentes de celles des verres de silice (SiO_2) et d'oxyde de métaux lourds (GTZN) utilisés jusqu'à maintenant. Un indice de réfraction d'environ 2.6, qui permet un meilleur confinement des modes, une plage de transmission de 500 nm à 4000 nm et un coefficient non linéaire élevé font partie des raisons pour lesquelles ce matériau a été choisi [106, 110]. Également, la conductivité thermique du 3C-SiC est excellente, ce qui rend ce matériau idéal pour l'optique de haute puissance et la génération non linéaire. Cette conductivité est d'un à deux ordres de grandeur supérieurs à celles du SiO_2 et du GTZN [111].

L'intérêt de caractériser des microdisques de SiC est de comparer les résultats obtenus avec un microdisque de même épaisseur que le microdisque de SiO_2 mais constitué d'un matériau différent. Le SiC possède un indice de réfraction environ 1.8 fois plus élevé que le SiO_2 et un coefficient de non-linéarité plus de 400 fois supérieur à ce dernier.

Cependant, la faible épaisseur des microdisques de SiC, d'environ 2 μm , combiné au fait que le SiC possède un indice de réfraction élevé rend le couplage à la fibre optique problématique. Le fait que le disque soit ondulé en raison de la contrainte entre le pilier et le disque complique d'autant plus la situation. Seulement trois couplages ont été réussis et les résultats semblent montrer que la lumière n'était pas confinée dans le MRO, mais plutôt diffusée par celui-ci, ce qui cause seulement des pertes au signal initial. La figure 3.5 expose les trois couplages obtenus avec le microdisque de SiC.

L'amélioration de la méthode de microfabrication et l'utilisation d'une méthode plus adéquate pour coupler la lumière permettraient d'obtenir des résultats plus probants pour les microdisques de SiC. L'utilisation d'une fibre optique ayant un indice de réfraction plus élevé permettrait de faciliter le couplage et de limiter les pertes par diffusion à l'interface entre le microdisque et la fibre effilée. L'utilisation d'un prisme de verre d'indice de réfraction proche

de celui du 3C-SiC ou bien l'utilisation d'un guide d'onde gravé par photolithographie à même la *wafer* seraient aussi des solutions envisageables. Le problème dû à l'ondulation des disques pourrait être réglé à la suite de l'optimisation d'une technique de fabrication par photolithographie. Une première étape à la réalisation de cette technique serait de modéliser les contraintes dans la structure afin d'identifier l'origine des déformations.

Quoi qu'il en soit, les propriétés non linéaires du SiC et sa fenêtre de transmission de 500 nm à 4000 nm en font un matériau très prometteur pour la génération non linéaire dans l'infrarouge proche et moyen [106].

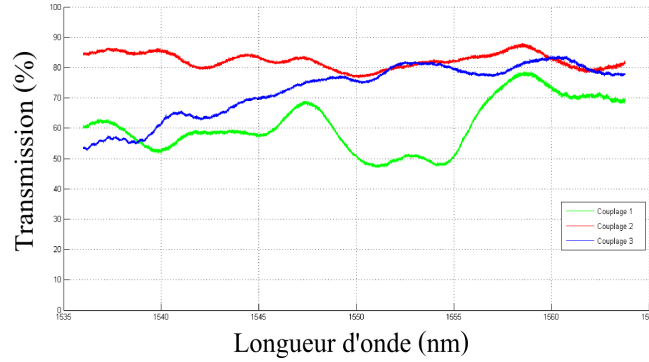


FIGURE 3.5 – Spectre de transmission de trois tentatives distinctes de couplage entre une fibre optique effilée et un microdisque de SiC d'un diamètre de $(600 \pm 5) \mu\text{m}$. L'absence de modes de résonance montre que la lumière n'était pas couplée au MRO.

3.3 Seuil théorique de génération d'effets non linéaires

Un seuil théorique de la puissance d'injection requise afin d'atteindre la génération de mélange à quatre ondes peut être déterminé si certaines caractéristiques des MROs sont connues. En connaissant l'indice de réfraction du matériau n_r , le coefficient d'indice non linéaire n_2 , son volume modal V , son facteur de qualité Q ainsi qu'en connaissant la longueur d'onde λ à laquelle le résonateur est pompé, il est possible d'évaluer la puissance d'injection seuil théorique P_{seuil} pour générer les premières fréquences signal et complémentaire.

3.3.1 Prédiction théorique du seuil de génération non linéaire

Une démonstration exhaustive pour parvenir à la détermination du seuil de puissance théorique nécessaire à la génération de mélange à quatre ondes en cascade est présentée par Savchenkov et Matsko [112, 113]. En considérant les termes non linéaires de deuxième et troisième ordres de la polarisation diélectrique dans l'équation d'onde, et en utilisant l'approximation de l'enveloppe lente⁶, il est possible d'évaluer la puissance nécessaire à la génération des deux premières

6. *Slowly varying amplitude approximation*

fréquences, signal et complémentaire, lorsque le système se trouve en régime permanent. La solution obtenue est la suivante :

$$P_{seuil} \simeq \frac{1.54\pi}{2} \frac{n_r^2 V}{n_2 \lambda Q^2}, \quad (3.9)$$

La figure 3.6 illustre la variation de cette puissance seuil en fonction du facteur de qualité du mode pompé pour différents MROs à 1550 nm. Une valeur de référence à 100 mW est également indiquée sur les graphiques et nous servira de comparatif lors des analyses à venir. Il est important de rappeler que le coefficient d'indice non linéaire du GTZN est supérieur d'un facteur 8 au coefficient d'indice non linéaire de la silice (*fused silica*) à 1550 nm. Ceci explique, en partie, le fait que les résultats optimaux théoriques sont obtenus avec les microsphères de GTZN.

Il faut toutefois noter que, même si la puissance seuil est proportionnelle au volume modal, un faible volume modal ne garantit pas nécessairement une puissance seuil réduite. En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 1, le facteur de qualité diminue rapidement pour un petit rayon courbure de MRO, c'est-à-dire qu'il y a une dépendance $Q(V)$. De plus, les équations du volume modal présentées au chapitre 1 ne s'appliquent qu'aux microsphères. Pour ce qui est des microtiges et des microdisques, des expressions différentes seront utilisées [10, 112].

Il avait aussi été mentionné que, pour la silice, le diamètre optimal d'une microsphère est de 25 μm . Nous utiliserons cette taille comme limite inférieure pour illustrer le modèle de l'équation 3.9. Pour ce qui est du diamètre maximal des microsphères dans le modèle, elle sera de 1000 μm et dépend des contraintes de fabrication de l'appareil utilisé, c'est-à-dire la fusionneuse Fujikura. Pour ce qui est des diamètres minimal et maximal des microtiges, elles proviennent des tailles limites des microtiges fabriquées selon la littérature [48]. Pour ce qui est des microdisques, le diamètre maximal est de 1000 μm et correspond au microdisque utilisé. Le diamètre minimal du microdisque pour le modèle est quant à lui de 50 μm [43, 51].

Ainsi, selon le modèle théorique présenté à la figure 3.6, nous connaissons le facteur de qualité à atteindre afin de générer le mélange à quatre ondes pour une puissance donnée. Le tableau 3.4 compare les prédictions. Ces prédictions théoriques indiquent qu'il serait possible de générer le mélange à quatre ondes en cascade avec des espacements entre les fréquences générées allant de 8 GHz à environ 2630 GHz selon le MRO et ce, avec de faibles puissances pompes ainsi que des facteurs de qualité et des diamètres de MROs réalisables.

La prochaine section aura entre autres pour objectif de comparer le nombre de modes susceptibles de générer le mélange à quatre ondes pour chacun des MROs étudiés et ce, pour une puissance d'injection de 100 mW.

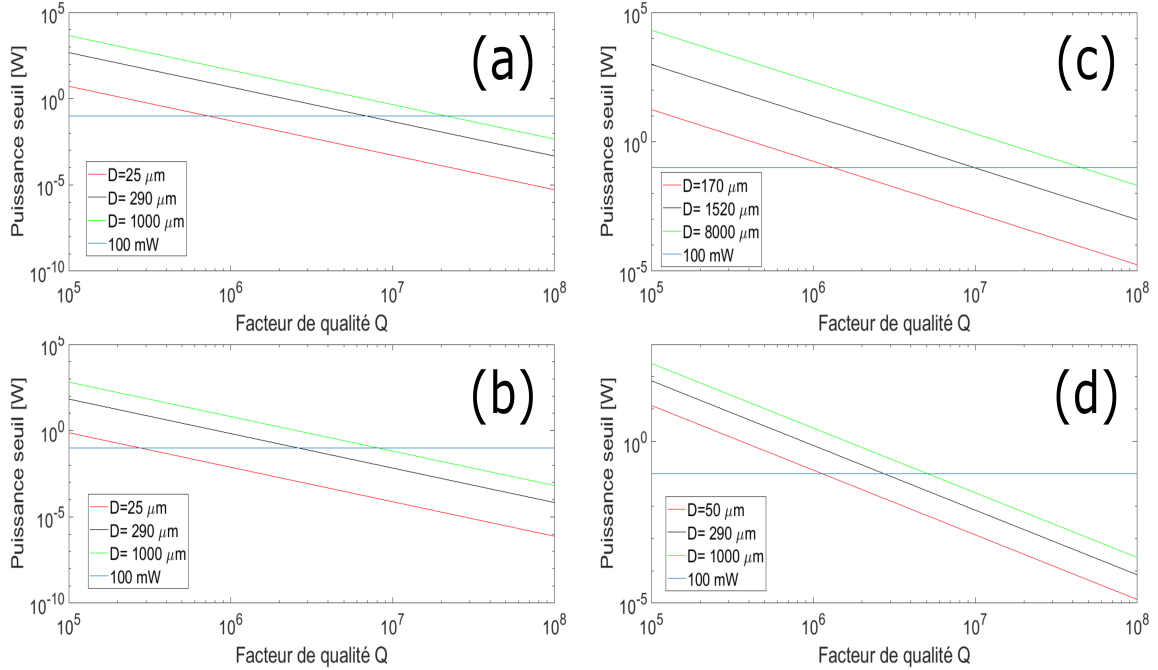


FIGURE 3.6 – Puissance seuil nécessaire à la génération des fréquences signal et complémentaire en fonction du facteur de qualité Q pour différents diamètres de MROs à 1550 nm. (a) microsphères de SiO_2 (b) microsphères de GTZN (c) microtiges de SiO_2 (d) microdisques de SiO_2 . Une référence à 100 mW est présente sur chaque graphe.

3.4 Caractérisation des modes de résonance

L'analyse des spectres de transmission permet d'obtenir le facteur de qualité de chacun des modes de résonance. Cette section présentera la distribution statistique des modes de résonance en fonction de leur facteur de qualité. Maintenant que le facteur de qualité seuil à atteindre pour l'obtention de mélange à quatre ondes est estimé pour chaque MRO, et ce pour une puissance injectée de 100 mW, nous pourrions comparer le potentiel des différents MROs à la génération non linéaire de fréquences.

3.4.1 Distribution des modes en fonction de leur facteur de qualité

Pour chaque MRO, les distributions du nombre de modes en fonction du facteur de qualité sont présentées à la figure 3.7. Sur cette figure, l'incrément entre chaque classe sur l'axe des abscisses⁷ est de 10^6 pour chacun des MROs, à une exception près. En effet, le microdisque présente des facteurs de qualité trop faibles pour cet incrément, qui est ainsi réduit à 10^4 . Ces choix d'incrément seraient optimaux, selon Scott [114,115].

Les différentes distributions à la figure 3.7 montrent que les valeurs des facteurs de qualité de

7. C'est-à-dire l'incrément de chaque *bin*.

Tableau 3.4 – Facteur de qualité théorique requis afin d’obtenir la génération de micropeignes de fréquences avec une puissance pompe de 100 mW pour différentes valeurs de diamètre de MROs.

Microrésonateur	Diamètre [μm]	FSR théorique [10^6]	Facteur de qualité seuil (Q) [GHz]
Microbille de SiO ₂	25	2634	0.73
Microbille de SiO ₂	290	227	6.85
Microbille de SiO ₂	1000	66	21.29
Microbille de GTZN	25	2208	0.28
Microbille de GTZN	290	190	2.60
Microbille de GTZN	1000	55	8.10
Microtige de SiO ₂	170	387	1.33
Microtige de SiO ₂	1600	43	9.88
Microtige de SiO ₂	8000	8	45.28
Microdisque de SiO ₂	50	1317	1.14
Microdisque de SiO ₂	290	227	2.74
Microdisque de SiO ₂	1000	66	5.09

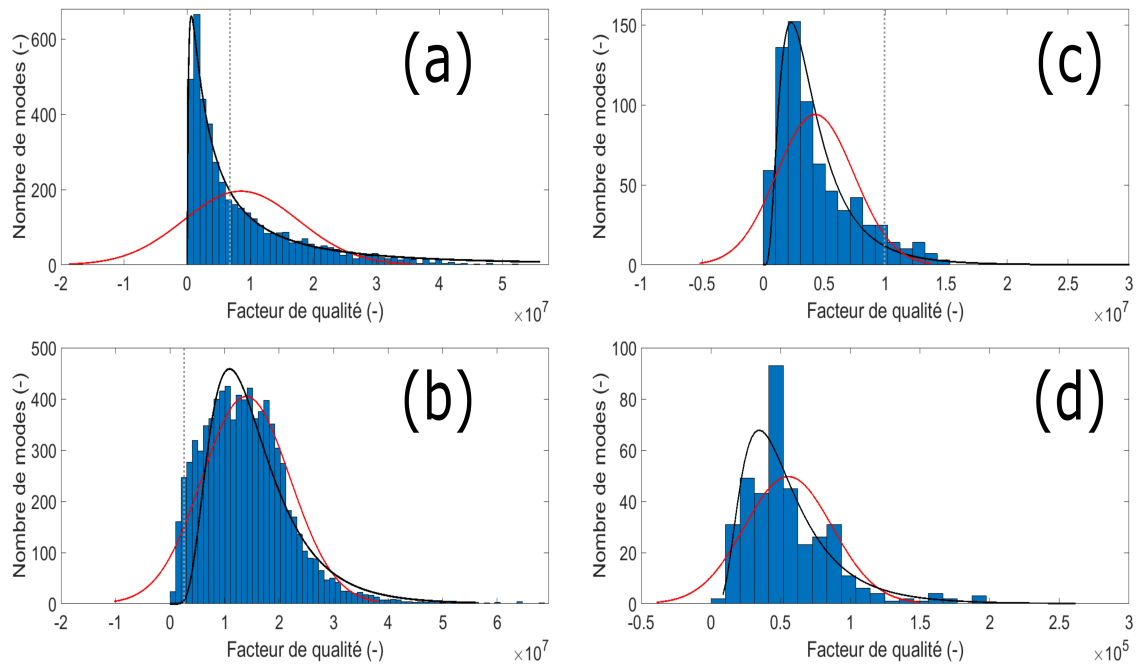


FIGURE 3.7 – Distribution des facteurs de qualité des différents MROs (a) microsphère de SiO₂, (b) microsphère de GTZN, (c) microtige de SiO₂, (d) microdisque de SiO₂. Une loi log-normale (ligne noire) et une loi normale (ligne rouge) approximent chaque distribution. La ligne pointillée verticale grise représente le facteur de qualité seuil nécessaire à la génération non linéaire pour une puissance injectée de 100 mW.

chacun des MROs sont très dispersées. Par exemple, pour la microsphère de SiO₂, les facteurs de qualité vont de la classe centrée à 5×10^5 jusqu’à la classe centrée à 5×10^7 en fonction du

mode analysé. L'étude qui suit quantifiera certains paramètres des distributions afin de les comparer entre elles.

Sur la figure 3.7, la meilleure approximation par la loi log-normale ainsi que l'approximation par la loi normale sont superposées aux résultats. L'illustration de la distribution log-normale a été choisie pour diverses raisons. Premièrement, la loi normale correspond à une distribution symétrique, alors que nos histogrammes sont obliques. Qui plus est, le meilleur ajustement de cette loi pour chaque cas s'étend à des facteurs de qualité négatifs qui ne sont pas physiquement possibles. La combinaison des variables aléatoires matérielles et structurales, telles la forme de la cavité, l'indice de réfraction, la rugosité de surface, etc., affectant le facteur de qualité ne serait donc pas additive [116]. La loi log-normale, quant à elle, représente mieux notre distribution asymétrique des données associée à des effets multiplicatifs entre les variables aléatoires.

Deuxièmement, les mesures qui dépendent d'une seule variable aléatoire ont, lorsque comparées à une distribution normale, une qualité d'ajustement généralement élevée⁸. Ceci n'est cependant pas le cas lorsqu'on considère une mesure qui dépend de plusieurs variables aléatoires, comme les MROs, dont la dispersion des mesures est effectivement mieux approximée par la loi log-normale [116, 117]. Ainsi, un système à plusieurs degrés de liberté, comme un MRO tridimensionnel imparfaitement symétrique et inhomogène, par exemple, est généralement mieux modélisé par la loi log-normale que par une loi normale.

Troisièmement, le tableau 3.5 montre que, lors de l'analyse des résultats, plusieurs distributions ont été superposées aux données. Il a été vérifié que la distribution théorique log-normale était la plus appropriée pour approximer l'ensemble des distributions obtenues expérimentalement. En effet, les fonctions de vraisemblance⁹ entre les distributions expérimentales et théoriques sont pratiquement optimales lorsqu'on compare la loi log-normale aux autres distributions.

Tableau 3.5 – Comparaison des fonctions de vraisemblance, normalisées par rapport à la distribution log-normale, des différentes distributions.

Distributions	Microsphère SiO ₂	Microsphère GTZN	Microtige	Microdisque
Log-normale	1.00	1.00	1.00	1.00
Normale	1.20	1.05	1.15	1.13
Birnbaum-Saunders	1.00	1.01	1.01	1.00
Gamma	1.01	1.00	1.01	1.02
Inverse gaussienne	1.01	1.03	1.04	1.01
Nakagami	1.03	1.01	1.03	1.03
Rayleigh	1.04	1.09	1.09	1.03
Weibull	1.01	1.00	1.02	1.03

8. Par qualité d'ajustement, on entend ici *goodness of fit*.

9. La fonction MATLAB *negloglik* retourne un scalaire qui correspond à la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance (*likelihood function*).

Le tableau 3.5 présente ce que nous définirons comme étant les coefficients de vraisemblance normalisés. Ce coefficient est en fait le rapport entre la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance de chaque distribution théorique relativement à celle de la distribution log-normale. Ainsi, une valeur supérieure à 1 signifie que la fonction de vraisemblance de la distribution théorique représente moins bien la distribution expérimentale que la distribution log-normale [118–120].

Les fonctions qui approximaient le mieux les résultats sont présentées au tableau 3.5. Les valeurs sont toutes très près les unes des autres et on voit que la loi log-normale est, comparativement aux autres distributions, une meilleure approximation. Seule la distribution Birnbaum-Saunders approxime aussi bien la distribution de la microsphère de SiO₂ alors que les distributions Gamma et Weibull approximent aussi bien la distribution de la microsphère de GTZN. Bien que, dans l'ensemble, la loi log-normale est la meilleure approximation, certaines raisons pourraient porter à croire que ces trois autres distributions pourraient être adéquates afin d'approximer les distributions. Une étude plus poussée permettrait d'évaluer, par exemple, l'influence des défauts de surface ou de l'ellipticité des MROs sur la stochasticité de la distribution des facteurs de qualité.

3.4.2 Analyse des distributions

La moyenne (μ) et l'écart type (σ) de chacune des distributions ont été déterminés. Les expressions utilisées pour obtenir ces quantités sont les suivantes :

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i, \quad (3.10)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Q_i - \mu)^2. \quad (3.11)$$

Les résultats pour les différentes distributions sont présentés dans le tableau 3.6. Afin de quantifier la dispersion des distributions avec un paramètre sans dimension, le coefficient de variation C_v est défini :

$$C_v = \frac{\sigma}{\mu}. \quad (3.12)$$

Ce coefficient est préférable à l'écart-type pour comparer la dispersion des distributions puisque celles-ci ont des moyennes différentes avec des profils asymétriques.

De plus, sur la figure 3.7, une ligne verticale pointillée a été tracée. Cette ligne représente le facteur de qualité seuil afin de générer le mélange à quatre ondes pour une puissance d'injection

de 100 mW, tel qu'indiqué au tableau 3.4. Le facteur de qualité seuil pour le microdisque est cependant trop élevé pour être présent sur cette figure. En connaissant ce seuil, il est possible de dénombrer, pour chaque MRO, le nombre de modes au-delà du facteur de qualité seuil. Ces résultats, ainsi que la moyenne du pourcentage de transmission¹⁰ des modes de résonance qui ont un facteur de qualité supérieur au seuil de génération non linéaire, sont également inclus dans le tableau 3.6.

C'est la microsphère de GTZN qui possède le facteur de qualité moyen le plus élevé, soit 13.94×10^6 , ainsi que la plus grande proportion de modes de résonance qui permettrait de générer le mélange à quatre ondes, c'est-à-dire 96 %. La comparaison des résultats met aussi en évidence que, bien que le matériau soit le même, la microsphère de SiO₂ a un facteur de qualité moyen environ deux fois plus grand que celui de la microtige de SiO₂. Aussi, pour la microsphère, la transmission moyenne des modes est meilleure et environ 33 % plus de modes permettent la génération non linéaire. Les facteurs de qualité de la microsphère sont cependant plus dispersés.

Finale­ment, bien que leur géométrie soit la même, la microsphère de GTZN a un facteur de qualité moyen environ 1.6 fois supérieur à celui de la microsphère de SiO₂. Le GTZN a d'autres avantages : la dispersion en facteur de qualité des modes est 1.84 fois moindre et 55 % plus de modes permettent la génération non linéaire. Les modes de la microsphère de GTZN ont également une transmission moyenne qui est plus faible de 5 % que la microsphère de SiO₂. Bien que ce microrésonateur laisse présager une certaine prédisposition à la génération non linéaire, nous verrons au prochain chapitre que certains problèmes empêcheront cette génération.

Tableau 3.6 – Paramètres de la distribution des facteurs de qualité et de la transmission relative des différents MROs.

MROs	μ	σ	C_v	N	T_{moy}
	[10 ⁶]	[10 ⁶]	[-]	[%]	[%]
Microsphère SiO ₂	8.53	9.09	1.07	41	41
Microsphère GTZN	13.94	8.08	0.58	96	36
Microtige SiO ₂	4.27	3.17	0.74	8	34
Microdisque SiO ₂	0.06	0.05	0.83	0	-

N = Proportion de modes avec un facteur de qualité supérieur au facteur de qualité seuil

T_{moy} = Transmission moyenne des modes avec un facteur de qualité supérieur au facteur de qualité seuil

10. Le pourcentage de transmission de chaque mode correspond au minimum de transmission. Comme il a été mentionné précédemment, plus la transmission est faible, mieux la lumière est couplée au MRO.

Chapitre 4

Génération d'effets non linéaires

Ce dernier chapitre présentera les résultats de génération d'effets non linéaires obtenus avec la microsphère de SiO_2 et la microtige de SiO_2 caractérisées au chapitre 3¹. La méthodologie des manipulations effectuées pour arriver à cet objectif sera tout d'abord introduite. Ensuite, le principe de verrouillage thermique, qui permet l'obtention de mélange à quatre ondes de manière passive, sera abordé. Ceci permettra une comparaison des fréquences générées avec la microsphère avec celles générées à partir de la microtige. L'étude comparative traitera de la régularité des intervalles entre les fréquences générées ainsi que de la fluctuation en puissance des fréquences générées.

Plusieurs comparaisons des densités spectrales de puissance de phase et d'amplitude relative des fréquences générées seront également présentées. Une comparaison entre un signal en transmission et un signal en rétrodiffusion aura pour but de déterminer si les fréquences générées présentes dans le signal rétrodiffusé sont plus ou moins bruitées que ceux présents dans le signal en transmission. Certains impacts de la morphologie du MRO pourront alors être mis en évidence suite à l'analyse de tous ces résultats. Ce chapitre ne se veut pas une explication exhaustive des phénomènes rencontrés, mais plutôt une comparaison des résultats obtenus pour chacun des MROs.

Finalement, bien que la microsphère de GTZN était le candidat avec le coefficient d'indice non linéaire le plus élevé et des modes de résonance de plus haut facteur de qualité, aucune fréquence n'a pu être générée non linéairement avec elle. Des hypothèses seront proposées afin d'expliquer pourquoi la génération d'effets non linéaires n'a pu être atteinte avec ce type de MRO.

1. La même microsphère et la même microtige sont utilisées pour l'obtention de tous les résultats de ce chapitre.

4.1 Méthodologie

La caractérisation des spectres de transmission au chapitre 3 a montré que la génération d'effets non linéaires devrait être possible avec les MROs à l'étude. De nouveaux montages sont alors nécessaires afin d'effectuer les manipulations présentées dans ce chapitre.

Le montage de la figure 4.1 a été utilisé afin d'injecter la lumière à puissance élevée dans les MROs. La lumière est envoyée dans le montage avec le laser continu monofréquence de l'appareil Luna, d'une largeur de raie de 1.5 MHz, et est ensuite amplifiée avant d'atteindre le MRO² [89]. Des puissances de 1 μ W à 1 W peuvent être injectées dans le MRO grâce à l'amplification. La lumière à la sortie du MRO est ensuite atténuée, si nécessaire, et recueillie par un analyseur de spectre optique (OSA) qui permet de savoir en temps réel quelles sont les fréquences qui résultent de l'interaction entre la lumière initialement transmise dans le montage et le MRO. L'analyseur de spectre optique utilisé est le Yokogawa AQ6370.

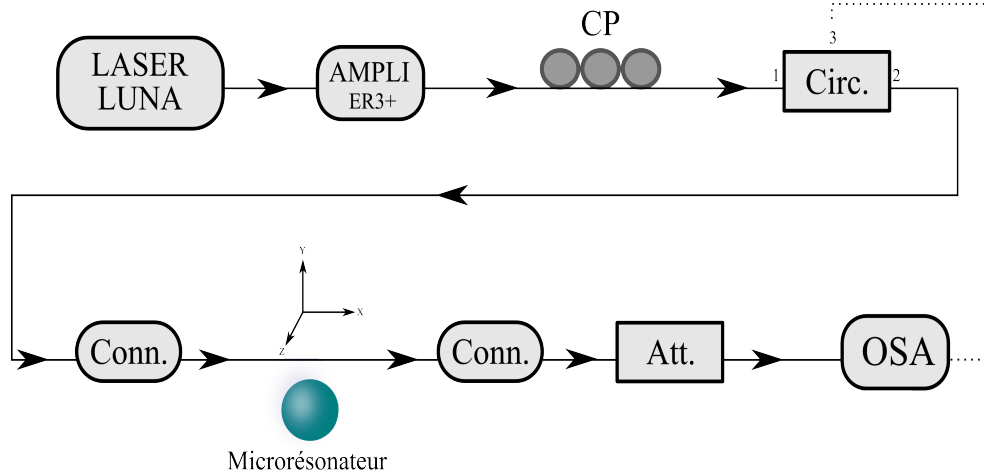


FIGURE 4.1 – Montage de génération d'effets non linéaires. Le laser de l'appareil Luna peut émettre de la lumière monofréquence et être utilisé comme laser accordable. L'amplificateur (AMPLI ER3+) permet d'amplifier le signal jusqu'à 1 W. Le contrôleur de polarisation (CP) est utilisé afin d'optimiser l'intensité de lumière dans le MRO. Le circulateur (Circ.) permet de mesurer les signaux rétrodiffusés et réfléchis, représentés par la ligne pointillée, et agit également comme un isolateur optique en empêchant le signal réfléchi d'interférer avec le laser de l'appareil Luna.

Les fréquences générées par le MRO peuvent être mesurées grâce au montage de la figure 4.1. En utilisant la sortie 3 du circulateur, le signal rétrodiffusé peut être mesuré. Ce signal est composé d'une part du signal diffusé en contre-propagation et d'autre part du signal en ré-

2. Dans certaines situations, qui seront précisées, le laser continu Rio, d'une largeur de raie de 11.1 kHz, a été utilisé. Celui-ci a une longueur d'onde de 1565.526 nm. [121]

flexion. Le signal en réflexion est causé par les réflexions entre les différentes interfaces du système alors que la diffusion est engendrée par le matériau, tel que vu au chapitre 1. Les deux signaux sont mesurés conjointement et constituent le signal rétrodiffusé, ils ne peuvent pas être distingués lors de la mesure.

La technique utilisée afin de générer des effets non linéaires est la suivante. L'optimisation du spectre de transmission est tout d'abord effectuée, afin que les modes de résonance aient des facteurs de qualité et des intensités intracavité favorables à la génération d'effets non linéaires. L'optimisation du spectre de transmission se fait avec la technique détaillée au chapitre 2, en ajustant la puissance incidente, la polarisation et le couplage entre le MRO et la fibre optique effilée. Ensuite, une portion du spectre de transmission est balayée très lentement par le laser accordable de l'appareil Luna à partir d'une fréquence plus faible ou plus élevée³ que la fréquence de résonance d'intérêt, et ce avec une puissance supérieure à la puissance seuil de génération d'effets non linéaires du MRO, qui a été déterminée au chapitre 3⁴. Ce balayage n'a pas de vitesse prédéterminée, il se fait manuellement par l'utilisateur, à une vitesse d'environ 0.001 nm/s.

Lorsque la fréquence du faisceau laser émit par l'appareil Luna et le mode de résonance de la cavité se recouvrent, la génération de fréquences est distinguable grâce à l'analyseur de spectre optique. Une fois la position d'un mode de résonance favorable déterminée, la fréquence du laser de l'appareil Luna peut être ajustée finement, tout comme la polarisation de la lumière incidente au MRO et la puissance injectée dans celui-ci. Également, selon Yu, un désaccord (*detuning*) entre la fréquence injectée et la fréquence centrale du mode de résonance peut favoriser la génération de fréquences [8].

4.2 Verrouillage entre la fréquence pompe et un mode de résonance

Afin que la génération non linéaire perdure dans le temps, le chevauchement entre le mode de résonance du MRO et la fréquence pompe doit être maintenu. On parle alors de verrouillage entre le mode de résonance et la fréquence pompe.

La fréquence pompe ne fluctue que très peu, soit 1 GHz/°C dans le pire des scénarios [89, 121]. Ceci signifie qu'une variation de 0.02 °C serait suffisante pour que la fréquence pompe se décale de 20 MHz. Étant donné qu'on peut estimer la largeur à mi-hauteur moyenne des modes de résonances à environ 21 MHz pour la microsphère de SiO₂ et environ 44 MHz pour la microtige de SiO₂⁵, la nécessité d'un verrouillage devient alors évident.

3. La différence entre un balayage à partir d'une fréquence plus élevée ou plus basse que la fréquence de résonance sera détaillée sous peu.

4. Pour la microtige, une puissance maximale de 1 W est utilisée.

5. Ces résultats peuvent être déduits à partir des résultats du chapitre 3.

Outre les fluctuations de la pompe elle-même, plusieurs phénomènes physiques peuvent modifier, au cours du temps, la fréquence ou le profil d'un mode de résonance. Ceci a aussi pour effet d'altérer le chevauchement entre la pompe et le mode de résonance.

Tout d'abord, il est à mentionner que l'effet Kerr optique est présent pour tout type de verre, peu importe leur composition chimique ou leur configuration cristalline. Ceci implique qu'une augmentation de l'intensité de la lumière dans un verre induit une augmentation d'indice de réfraction. Cette augmentation d'indice de réfraction induit quant à elle une augmentation du parcours optique de la lumière dans le MRO, ce qui modifie la fréquence des différents modes de résonance. Au final, une augmentation d'intensité intracavité a pour effet de diminuer le FSR d'un MRO et donc de rapprocher ses modes de résonance.

Une variation de l'intensité dans le MRO engendre également une variation de la température dans celui-ci et peut causer une contraction ou une dilatation thermique du matériau. Cet effet thermo-optique contribue également à modifier le parcours optique et ainsi à décaler les modes de résonance du MRO. Par exemple, la dilatation d'un MRO suite à une hausse de sa température engendre un décalage de ses fréquences de résonance vers les basses fréquences.

L'intensité intracavité qui varie inévitablement au cours du temps modifiera ainsi continuellement les fréquences des modes de résonance d'un MRO. Pour assurer le maintien de la génération du mélange à quatre ondes, qui dépend du chevauchement entre la pompe et le mode de résonance, un verrouillage est alors nécessaire.

Nous considérerons ici le verrouillage thermique. Ce verrouillage survient lorsqu'un équilibre est atteint entre la chaleur absorbée par le MRO et la chaleur dissipée par sa surface. En tentant de coupler un mode de résonance d'un MRO, l'approche de la fréquence d'injection, ou fréquence pompe, à un mode de résonance contribue à augmenter l'intensité intracavité. Ceci modifie alors la fréquence des modes de résonance. Il est ainsi nécessaire d'optimiser le désaccord entre la fréquence injectée et la fréquence qui correspond au mode de résonance du MRO afin d'atteindre un équilibre thermique qui permet de maintenir le chevauchement entre la fréquence d'injection et le mode de résonance. Cet équilibre permettra au système de résister aux perturbations engendrées par les fluctuations en puissance ou en fréquence de la source en maintenant son chevauchement en fréquence avec le mode.

Nous illustrerons maintenant de manière simplifiée les deux situations qui peuvent survenir lors du couplage de la fréquence pompe avec un mode de résonance. Soit une fréquence pompe initiale moins élevée que la fréquence du mode de résonance est utilisée (*red detuning*), soit une fréquence pompe initiale plus élevée que la fréquence du mode de résonance est utilisée (*blue detuning*). Les deux situations sont présentées aux figures 4.2 et 4.3 et une description plus détaillée de ces phénomènes est présentée par Carmon [74].

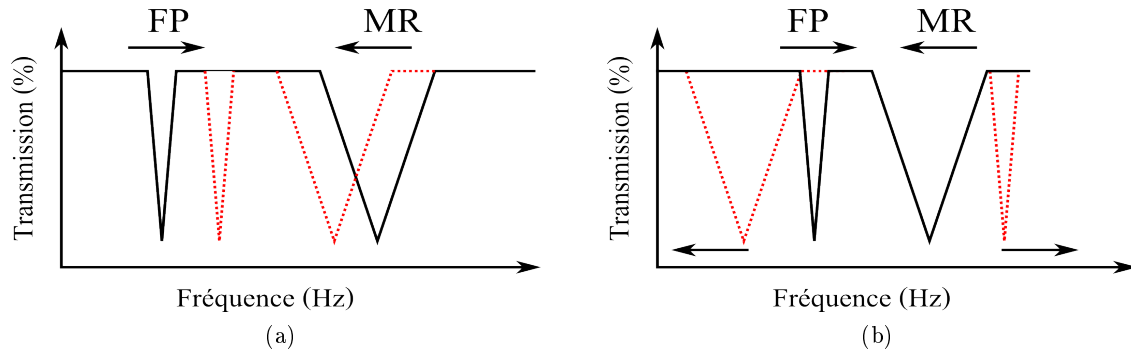


FIGURE 4.2 – Une fréquence pompe initiale (FP) plus faible que la fréquence du mode de résonance (MR) peut être utilisée. La ligne pleine noire représente la situation initiale et la ligne pointillée rouge représente le comportement résultant du système. (a) Si la fréquence pompe augmente, la fréquence du mode de résonance diminue. (b) Si la fréquence pompe augmente et qu'elle est trop près de la fréquence du mode de résonance, la valeur de la fréquence pompe devient plus grande que la valeur de la fréquence du mode de résonance et les deux fréquences s'éloignent l'une de l'autre. Le comportement de la fréquence pompe et de la fréquence de résonance sont contraires. Un verrouillage est possible le temps du recouvrement, mais l'équilibre est instable.

La figure 4.2 image le cas où la fréquence pompe initiale est plus faible que la fréquence du mode de résonance. Le trait plein correspond à la situation initiale et le trait pointillé à la situation résultante suite à une évolution dans le temps du système. Ainsi, lorsque la fréquence pompe est progressivement augmentée, l'intensité intracavité augmente étant donné le meilleur recouvrement avec le mode de résonance. Ceci a pour effet de diminuer la fréquence du mode de résonance⁶. La fréquence pompe et la fréquence du mode de résonance s'approchent alors l'une de l'autre (figure 4.2 a). Lorsque la fréquence de résonance et la fréquence pompe s'approchent trop près l'un de l'autre, la chaleur dans le MRO augmente rapidement et celui-ci est incapable de la dissiper à un rythme suffisant étant donné sa trop petite surface. L'équilibre est instable et basculera si la fréquence pompe est supérieure à celle du mode de résonance. La fréquence du mode de résonance s'éloignera rapidement de la fréquence pompe et le chevauchement ne perdurera pas (figure 4.2 b). Ceci rend le verrouillage possible, mais très précaire.

La figure 4.3 image le cas contraire, où la fréquence pompe initiale est plus élevée que la fréquence du mode de résonance. Initialement, un rapprochement de la fréquence pompe à partir d'une fréquence plus élevée que la fréquence du mode de résonance engendre un déplacement vers les fréquences plus faibles du mode de résonance puisque l'intensité intracavité augmente (figure 4.3 a). Une augmentation de la fréquence pompe engendre une diminution de l'intensité lumineuse intracavité du MRO et cause ainsi un déplacement vers les hautes fréquences de la

6. Le profil du mode de résonance est également modifié et devient asymétrique, comme le montre Carmon [74]. Toutefois, nous éviterons ce sujet et nous concentrerons sur le concept de verrouillage thermique.

fréquence de résonance (figure 4.3 b). Une diminution de l'intensité de la pompe engendre une diminution de l'intensité intracavité et engendre un déplacement vers les hautes fréquences de la fréquence de résonance, ce qui a pour effet d'augmenter l'intensité intracavité et d'établir un équilibre thermique (figure 4.3 c). Ainsi, puisque le comportement du mode de résonance évolue toujours selon le même sens que la fréquence pompe, un verrouillage stable est possible entre la pompe et le mode de résonance. Ce verrouillage permettra au système de résister à de faibles fluctuations en puissance ou en fréquence.

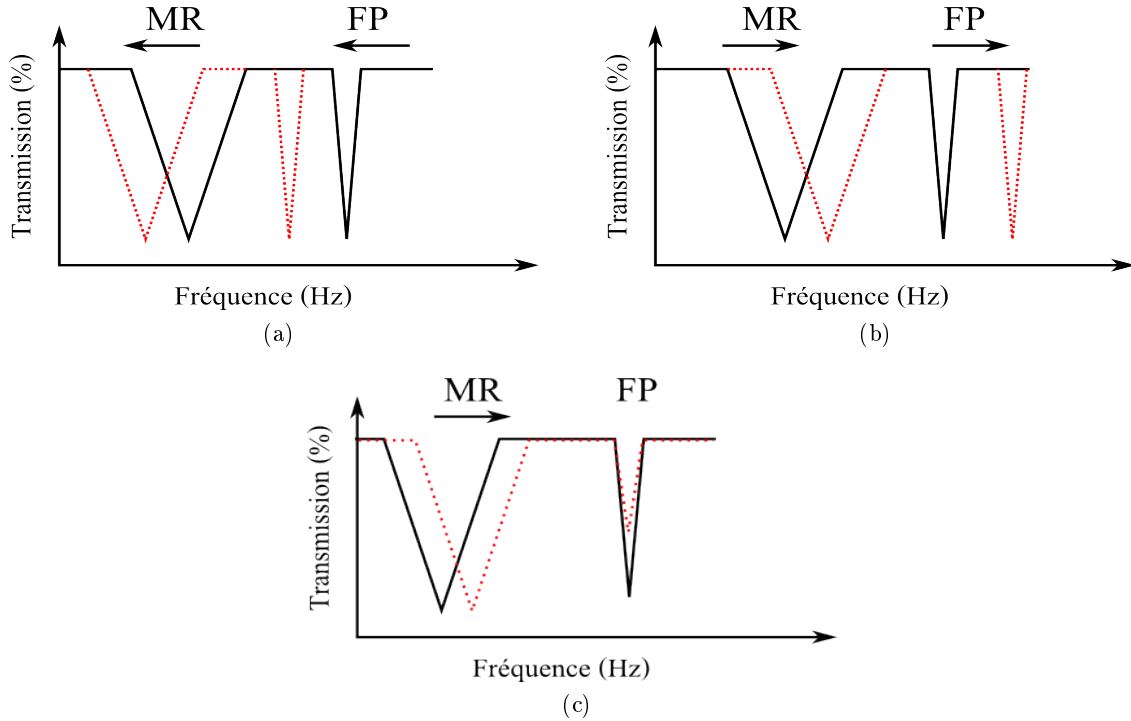


FIGURE 4.3 – Une fréquence pompe initiale (FP) plus grande que la fréquence du mode de résonance (MR) peut être utilisée. La ligne pleine noire représente la situation initiale et la ligne pointillée rouge représente le comportement résultant du système. (a) Si la fréquence pompe diminue, la fréquence du mode de résonance diminue. (b) Si la fréquence pompe augmente, la fréquence du mode de résonance augmente. Un verrouillage stable est possible puisque le comportement de la fréquence pompe et de la fréquence de résonance sont de même sens. (c) De plus, si l'intensité de la fréquence pompe diminue, la fréquence du mode de résonance augmente, ce qui augmente l'intensité intracavité et rétabli l'équilibre thermique.

Afin de faciliter le verrouillage entre la fréquence pompe et le mode de résonance, la fréquence pompe doit donc être plus grande que la fréquence qui correspond au mode de résonance, bien qu'un équilibre instable puisse être atteint avec une fréquence pompe initialement plus faible que la fréquence du mode de résonance [10, 74].

L'influence de l'effet thermo-optique est significative pour les MROs en comparaison aux cavités de grandes dimensions. En effet, la variation de température est inversement proportion-

nelle à la surface du résonateur ($\Delta T \propto R^{-2}$), où R est le rayon du MRO [74]. La faible surface des microcavités ne leur permet pas de toujours dissiper la chaleur à un rythme suffisant pour empêcher une augmentation de la température du matériau. Quoi qu'il en soit, la stabilité du système, c'est-à-dire le maintien du chevauchement qui permet la génération non linéaire de fréquences, sera atteinte si la surface de la microcavité est suffisamment grande pour dissiper l'énergie à un rythme convenable, et ce relativement à la puissance incidente. C'est d'ailleurs une des raisons pourquoi des mesures de stabilité dans le temps entre la microsphère et la microtige, qui n'ont pas la même dimension et géométrie de surface qui permet de dissiper la chaleur, seront comparées à la section 4.5.

En connaissant les principes physiques qui permettent l'obtention de mélange à quatre ondes, les caractéristiques des fréquences générées expérimentalement seront maintenant analysées. L'efficacité du verrouillage thermique entre les deux MROs pourra entre autres être comparée. Également, le verrouillage ajoute évidemment du bruit au système en raison de son instabilité et de ses fluctuations, ce qui sera également étudié dans les sections suivantes.

4.3 Génération non linéaire de fréquences

Cette section présente les résultats de mélange à quatre ondes en cascade autour de 1550 nm. Comme l'objectif du mémoire le stipule, nous nous contenterons de vérifier la faisabilité de la génération non linéaire de fréquences avec la microsphère et de la microtige et de présenter puis discuter des résultats.

4.3.1 Présentation des résultats

La génération de fréquences par mélange à quatre ondes en cascade a été réussie avec la microsphère et la microtige de SiO_2 ; les résultats spectraux sont présentés à la figure 4.4. Cette figure montre que la microsphère a généré des fréquences sur une plage spectrale jusqu'à 58 nm et la microtige sur une plage jusqu'à 14 nm. Le tableau 4.1 offre un résumé des conditions expérimentales et des résultats.

Pour la microsphère, des résultats comparables ont été obtenus par Agha [12]. Une microsphère de SiO_2 de 250 μm avait alors été pompée autour de 1550 nm. Pour une puissance pompe de 30 mW, le mélange à quatre ondes en cascade s'étendait sur une plage spectrale de 60 nm.

Pour la microtige, Del'Haye a également obtenu des résultats de génération de mélange à quatre ondes en cascade [48]. Avec une puissance pompe d'environ 100 mW autour de 1550 nm, une génération sur une plage de 25 nm a été obtenue avec une microtige de 8 mm de diamètre et une génération sur une plage de 250 nm pour un diamètre de 220 μm .

Tableau 4.1 – Conditions expérimentales et résultats de la génération de fréquences.

Paramètres	Unité	Microsphère de SiO ₂	Microtige de SiO ₂
Longueur d'onde pompe	[nm]	1550.45 ± 0.01	1565.30 ± 0.01
Puissance pompe	[mW]	6.3 ± 0.2	0.90 ± 0.02
Plage spectrale de génération	[nm]	~ 58	~ 14

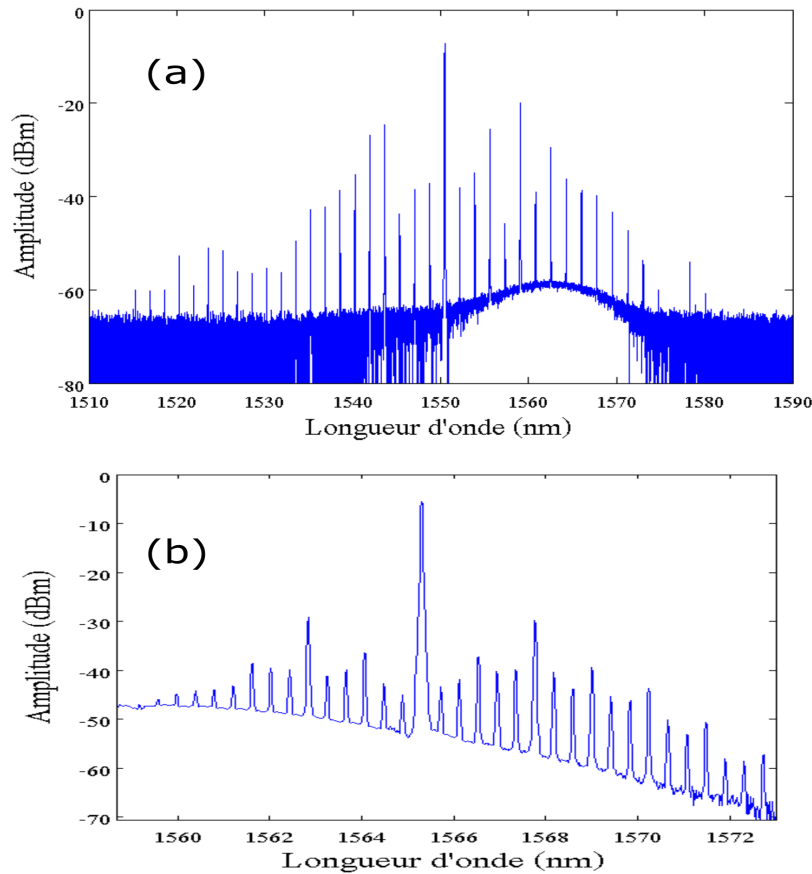


FIGURE 4.4 – Mélange à quatre ondes en cascade généré à partir (a) d'une microsphère de SiO₂ et (b) d'une microtige de SiO₂.

4.3.2 Analyse des résultats

La régularité de l'espacement des fréquences générées, que nous notons $\Delta\lambda$, sera d'abord analysée. La figure 4.5 présente l'espacement entre les différentes fréquences générées pour les deux microrésonateurs à l'étude.

Mentionnons au préalable que pour obtenir les résultats de la microtige présentés à la figure 4.5(b), les données recueillies initialement par un analyseur de spectre optique, ont été traitées avec MATLAB. Tout d'abord, afin que la résolution de l'analyseur de spectre limite dans une moindre mesure l'exactitude des résultats, une interpolation a été appliquée aux

données. La figure 4.5(c) témoigne de la nécessité d’effectuer un tel traitement. Ensuite, la longueur d’onde qui correspond au point médian de la largeur à mi-hauteur de chaque fréquence générée a été déterminée. Nous considérons que cette longueur d’onde est la longueur d’onde centrale des fréquences générées⁷. Finalement, l’espacement $\Delta\lambda$ entre les différentes longueurs d’onde centrales peut être obtenu.

Ce même traitement s’est révélé inutile pour les résultats de la microsphère, présentés à la figure 4.5(a), qui ont été mesurés avec une meilleure résolution de l’analyseur de spectre optique.

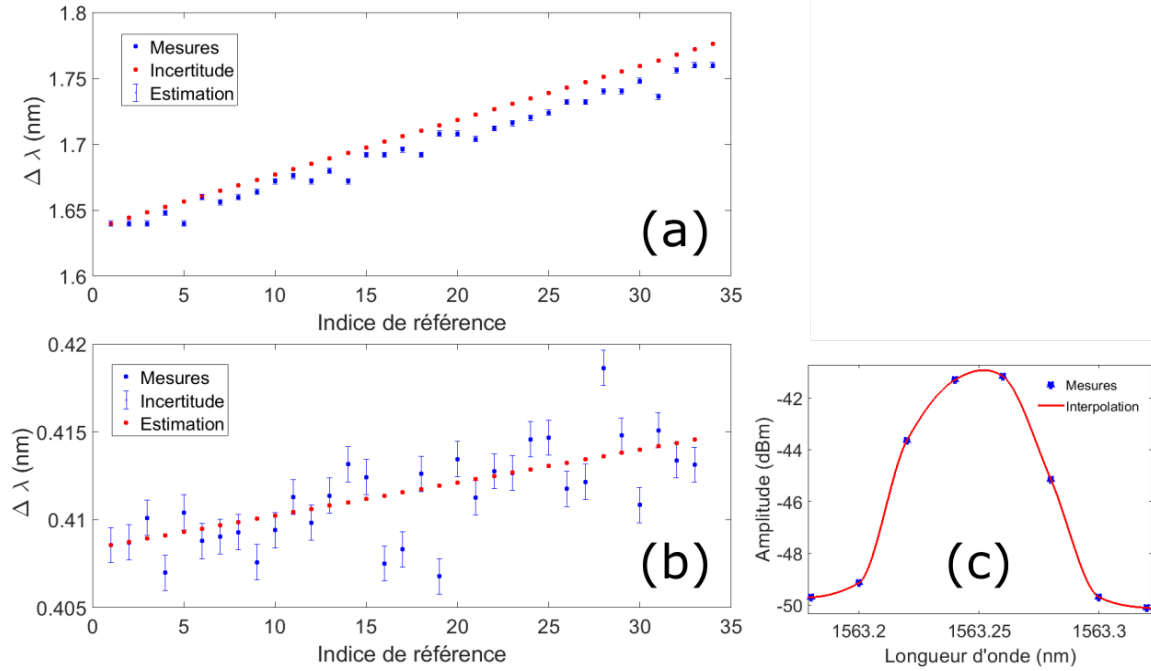


FIGURE 4.5 – Espacement ($\Delta\lambda$) entre les différentes fréquences générées pour le mélange à quatre ondes en cascade avec (a) une microsphère SiO₂ et (b) une microtipe de SiO₂. Un indice de référence est attribué à l’intervalle entre chaque paire de fréquences générées successives. En bleu est présenté l’espacement mesuré entre les fréquences générées. En rouge est présentée une estimation de référence de ce même espacement pour la plage de longueur d’onde considérée. (c) Interpolation des données mesurées afin d’optimiser l’exactitude des résultats pour la microtipe.

En principe, la dispersion de matériau anormale du SiO₂ sur la plage de génération, c’est-à-dire la diminution de son indice de réfraction avec l’augmentation de la longueur d’onde, engendre une augmentation du FSR des MROs et donc de l’espacement entre les fréquences générées

7. La nomenclature peut ici porter à confusion. Le terme fréquence générée réfère aux fréquences qui résultent du mélange à quatre ondes en cascade. Au chapitre 2, nous avons mentionné l’utilisation de ce terme afin d’alléger la discussion. La mesure a ici été effectuée en longueur d’onde, mais nous utilisons tout de même l’appellation fréquence générée et non longueur d’onde générée, par souci de cohérence dans le mémoire.

non linéairement⁸. La banque de données de Malitson nous permet de connaître la variation de l'indice de réfraction du SiO₂ en fonction de la longueur d'onde [100]. Une estimation de cette dispersion, qui est linéaire sur la plage de longueur d'onde considérée, est présentée en rouge à la figure 4.5 à titre comparatif.

Ainsi, la figure 4.5 montre que l'espacement entre les différentes fréquences générées pour la microsphère de SiO₂ est fortement corrélé, selon un coefficient de Pearson de 0.992⁹, avec l'estimation de la dispersion anormale sur la plage spectrale entre 1515.3 nm, longueur d'onde de la première fréquence générée, à 1573.0 nm, longueur d'onde de la dernière fréquence générée [100]. En effet la différence entre ces deux extrêmes est de 0.136 nm selon Malitson¹⁰.

Pour la microtige, l'estimation de la progression de $\Delta\lambda_{FSR}$ entre 1559 nm et 1573 nm est de 0.006 nm. La figure montre que, pour la microtige, les intervalles mesurés sont faiblement corrélés avec l'estimation de la dispersion du SiO₂. En effet, le coefficient de Pearson entre les valeurs expérimentales et estimées est de 0.693 [122].

Toujours à la figure 4.5, on voit que les barres d'erreur pour la microsphère sont très faibles. L'incertitude considérée est celle de l'analyseur de spectre, soit 0.004 nm, qui domine ici sur toutes autres fluctuations spectrales. De plus, on remarque un écart systématique entre les mesures en bleues et l'estimation en rouge. Celui-ci peut provenir de la position arbitraire de la première valeur estimée, qui a été posée égale à la première valeur mesurée.

Pour la microtige, l'incertitude de l'analyseur de spectre domine aussi et était initialement de 0.02 nm. Suite à l'interpolation, l'incertitude est estimée à 0.002 nm.

4.3.3 Discussion des résultats

Une progression de l'espacement des fréquences générées de 0.136 nm sur une plage de 58 nm pour la microsphère correspond à une dispersion du matériau d'environ 110 MHz. Pour la microtige, la progression de 0.006 nm sur une plage de 14 nm correspond à une dispersion du matériau d'environ 6 MHz.

Comme nous l'avons vu précédemment, la largeur à mi-hauteur moyenne des modes de résonance est d'environ 21 MHz pour la microsphère et de 44 MHz pour la microtige. On comprend alors que la dispersion du matériau peut être largement suffisante pour causer un déverrouillage entre la pompe et le mode de résonance.

Selon Agha, afin de préserver le verrouillage thermique et de permettre la génération de mé-

8. En effet, avec la dispersion de matériau, nous avons $\Delta\lambda_{FSR} = \frac{\lambda^2}{n(\lambda)L}$.

9. Le coefficient de Pearson varie entre -1 et 1. Il quantifie la corrélation linéaire entre deux variables. Un coefficient de Pearson de 1 signifie une corrélation parfaite entre deux variables. Un coefficient de -1 signifie une corrélation inverse parfaite et un coefficient de 0 implique une absence de corrélation [122, 123].

10. L'équation $\Delta\lambda_{FSR} = \frac{\lambda^2 \Delta f_{FSR}}{c}$ est utilisée afin de déterminer le FSR en fonction de la longueur d'onde.

lange à quatre ondes en cascade, la dispersion et la variation de l'indice de réfraction avec l'intensité doivent se compenser [47]. Comme nous venons de le constater, la dispersion anormale du SiO₂ contribue à augmenter l'espacement entre les fréquences générées. L'effet Kerr, qui stipule que l'indice de réfraction est proportionnel à l'intensité intracavité, peut toutefois modifier l'espacement entre les modes de résonance du MRO. Ainsi, toujours selon Agha, si la dispersion du matériau, qui influence les fréquences générées et l'effet Kerr, qui influence les modes de résonance, se compensent, le système est dans le régime de compensation de la dispersion. La compensation doit faire en sorte que l'écart entre la fréquence qui correspond au mode de résonance et la fréquence qui l'excite soit plus faible que la largeur à mi-hauteur du mode de résonance excité.

Selon les résultats obtenus pour la microsphère de SiO₂ à la figure 4.5, tout indique que l'espacement entre les fréquences est principalement influencé par la dispersion du matériau, étant donné la forte corrélation entre l'estimation et les mesures. Cependant, le même constat ne peut pas être fait pour la microtige. Pour la microtige, l'espacement entre les fréquences pourrait s'expliquer par une contribution d'autres types de dispersion. Hormis la dispersion du matériau, pensons à la dispersion de guide d'onde¹¹ ou à la dispersion de polarisation, par exemple.

Étant donné les raisons qui viennent d'être énoncées, les fréquences générées par mélange à quatre ondes en cascade ne sont pas intrinsèquement équidistantes. Toutefois, un régime dans lequel cette génération non linéaire est satisfaite est possible si certaines conditions sont respectées ; c'est le régime de compensation de dispersion que nous avons mentionné et qui a été décrit par Agha [47]. Finalement, comme il a été montré par Del'Haye, la stabilisation du mélange à quatre ondes en cascade, grâce à une méthode de verrouillage en phase, peut toutefois permettre une équidistance entre les fréquences générées avec une exactitude relative de 10⁻¹⁶ [10], c'est ce qui est appelé un micropeigne de fréquences.

4.4 Comparaison des densités spectrales de puissance

En analysant le battement créé par la combinaison d'un oscillateur local et d'un signal d'intérêt, il est possible de déterminer l'influence de ce signal d'intérêt sur la densité spectrale de puissance de la mesure du battement. Dans cette section, les densités spectrales de puissance de différents signaux seront présentées. Ces résultats seront utiles afin de déterminer lequel des deux MROs est le meilleur candidat à la génération non linéaire de fréquences peu bruitée. Il est à noter qu'à chaque fois que nous ferons référence à l'oscillateur local, nous sous-entendons l'utilisation du laser accordable Agilent 81600B [124].

Le montage expérimental de la figure 4.6 permet la mesure du battement dans le temps entre un

11. Par définition, la dispersion chromatique est la combinaison entre la dispersion de matériau et celle de guide d'onde

oscillateur local et le signal d'intérêt à caractériser. Un traitement des données permet ensuite d'extraire la phase ainsi que l'amplitude du battement. Une estimation de la densité spectrale de la phase est d'abord obtenue en appliquant une fenêtre de pondération à la phase, ce qui réduit les fuites spectrales, puis en utilisant la méthode de Welch [125]. Une estimation de la densité spectrale de l'amplitude relative est également obtenue. En premier lieu, l'amplitude du battement est normalisée. Ensuite, une fenêtre de pondération et la méthode de Welch sont appliquées¹².

La densité spectrale de puissance (DSP) représente la distribution de la puissance du signal sur toutes les fréquences. Pour une puissance et fréquence données, elle quantifie la puissance du signal contenue dans 1 Hz de bande passante autour de cette fréquence. C'est cette quantité qui sera utilisée afin de quantifier les bruits de phase et d'amplitude relative. Pour ce qui est de la densité spectrale de phase, les unités sont des rad^2/Hz . Dans le cas de l'amplitude relative les unités sont des $-\text{Hz}$, en raison de la normalisation.

Le bruit de phase d'un signal qui oscille est une mesure des fluctuations aléatoires de la fréquence fondamentale du signal en question, étant donné que le bruit de fréquence est la dérivée du bruit de phase divisé par 2π . Le bruit d'amplitude quantifie quant à lui les fluctuations en amplitude du signal. Par exemple, le bruit de phase peut être créé par une irrégularité du parcours de la lumière dans un MRO ou par des vibrations mécaniques du système. Quant à lui, le bruit d'amplitude peut être créé autant par des fluctuations en puissance du signal que par des vibrations mécaniques du système¹³. Les MROs utilisés doivent avoir des bruits de phase et d'amplitude les plus faibles possible afin de générer non linéairement des fréquences stables, qui varient le moins possible au cours du temps.

Il sera possible de faire battre l'oscillateur local avec différents signaux. Premièrement, avec le signal pompe. Ceci permettra d'évaluer l'influence du signal pompe sur la DSP sans qu'il n'y ait interaction avec le MRO.

Deuxièmement, l'oscillateur pourra battre avec le signal pompe lorsque la fibre optique effilée est couplée au MRO. Lors de ce couplage, il n'y a aucune présence de génération non linéaire. Le trajet de la lumière passe toutefois bel et bien dans le MRO. Cette mesure permet de voir l'influence du couplage au MRO sur les DSPs.

Troisièmement, l'oscillateur pourra battre avec une fréquence générée par mélange à quatre ondes en cascade. Ceci permettra de déterminer l'influence des fréquences générées par effets

12. La méthode de Welch est appliquée à l'amplitude relative multipliée par un facteur 4, qui est sans unités en raison de la normalisation. Ce facteur permet de considérer la conversion entre l'intensité initialement détectée et la puissance, requise pour déterminer la densité spectrale de puissance. En effet, si on considère les unités de la densité spectrale de bruit relatif en intensité (RIN) et celles de la densité spectrale de bruit d'amplitude relative : $\frac{W^2}{W^2 \cdot \text{Hz}} = 4 \frac{(V/m)^2}{(V/m)^2 \cdot \text{Hz}}$.

13. Pour un signal aléatoire, la puissance est égale à la variance.

non linéaires sur les DSPs.

Dernièrement, en utilisant la sortie 3 du circulateur optique, les signaux en rétrodiffusion pourront tous éventuellement battre avec l'oscillateur local, ce qui permettra ainsi la caractérisation de leur DSP ; ce sujet sera cependant traité à la section 4.6.

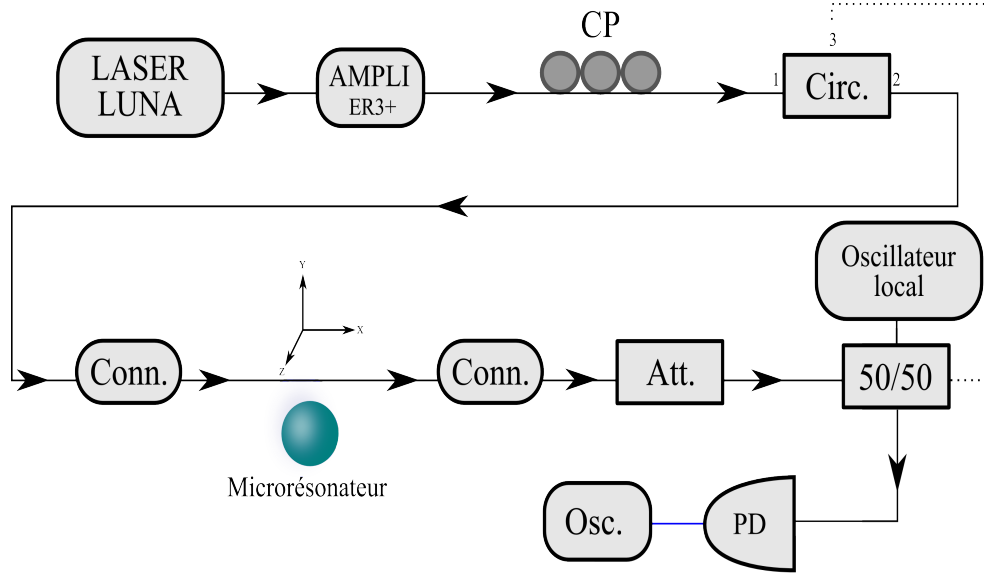


FIGURE 4.6 – Modification au montage de génération de fréquences non linéaires afin d’obtenir des mesures de battement et caractériser les DSPs des signaux. Après son interaction avec le MRO, la lumière est couplée avec un laser externe, qui agit comme un oscillateur local, grâce à un coupleur fibre 50/50 afin de créer un battement. Le signal est détecté par la photodiode (PD) et ensuite transmis à l’oscilloscope (Osc.). Le laser LUNA peut être substitué par le laser RIO.

4.4.1 Comparaison entre la microsphère et la microtige

Pour les résultats présentés dans cette section, le laser Luna a été utilisé pour pomper la microsphère et le laser Rio a été utilisé pour pomper la microtige.

De plus, comme il peut être remarqué sur toutes les mesures de DSPs effectuées, un artefact expérimental est toujours présent autour de 1.5 MHz, et ce pour les deux lasers. L’amplitude de cet artefact est plus ou moins importante pour chaque mesure et une étude plus approfondie permettrait de déterminer son origine, qui nous est ici inconnue.

Comparaison des DSPs pour une fréquence générée

La figure 4.7 compare la DSP d’amplitude relative du battement entre l’oscillateur local et la première fréquence complémentaire générée¹⁴, et ce pour les deux MROs. La DSP du

¹⁴. Située à un FSR de la fréquence pompe.

battement entre l'oscillateur local et le signal couplé au MRO, sans qu'il n'y ait de génération non linéaire, est également présente sur ces figures, à titre comparatif.

Pour la microtige, la fréquence complémentaire générée avait une puissance inférieure de 26 dB à celle de la pompe lors de la mesure, alors que la fréquence complémentaire générée avec la microsphère avait une puissance inférieure de 30 dB à celle de sa pompe.

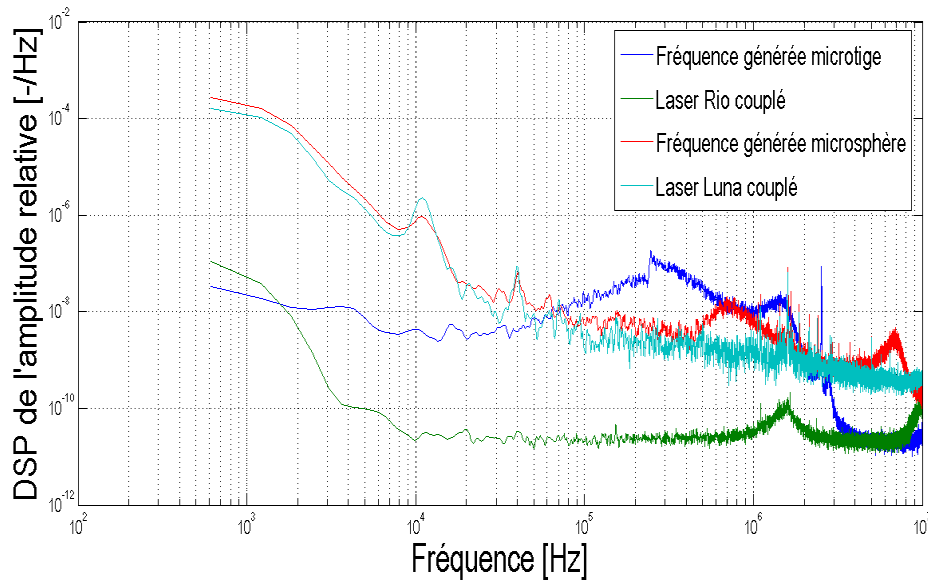


FIGURE 4.7 – Comparaison de la DSP d'amplitude relative des fréquences générées et celle de leur pompe respective lorsque celle-ci est couplée au MRO.

En analysant la figure 4.7, on remarque que l'amplitude de la DSP de la fréquence générée avec la microsphère (en rouge) est parfois un peu plus élevée que celle du laser Luna couplé à la microsphère (en cyan) ; jusqu'à 10 dB à 7.5×10^5 Hz et 7.0×10^6 Hz. Sinon, pour les fréquences inférieures à 5×10^5 Hz, les DSPs de la fréquence générée et du laser LUNA sont très similaires.

La DSP d'amplitude de la fréquence générée avec la microtige (en bleu) est significativement supérieure à celle du signal de la pompe du Laser Rio couplé à la microtige (en vert). La différence peut atteindre jusqu'à 35 dB à certains endroits. Ceci fait en sorte que, même si la DSP d'amplitude initiale du laser Rio (en vert) était considérablement plus faible que la DSP d'amplitude du laser Luna (en cyan), la DSP d'amplitude de la fréquence générée avec la microtige (en bleu) est parfois supérieure à la DSP d'amplitude de la fréquence générée avec la microsphère (en rouge).

Toujours avec la microtige, pour les hautes fréquences, à partir de 4×10^6 Hz, la DSP de la fréquence générée est égale à celle du laser Rio couplé à la microtige. La DSP de la fréquence générée avec la microtige est même inférieure à celle du laser Rio à partir de 8×10^6 Hz. La même situation se produit entre la DSP de la fréquence générée avec la microsphère et celle

du laser LUNA.

Les résultats présentés montrent que la fréquence générée par la microtige augmente de manière importante la DSP d'amplitude relative. La variation de la DSP d'amplitude relative de la fréquence générée par la microsphère est beaucoup moins significative, et ce bien que le laser Luna ait été utilisé, lui qui était initialement plus bruité que le laser Rio.

Comparaison entre deux fréquences générées lors de deux générations différentes

La DSP d'amplitude relative de deux fréquences générées lors de deux générations différentes à l'aide du même MRO sera maintenant analysée. Le but est ici de déterminer si, pour les DSPs de phase et d'amplitude relative, une condition de répétabilité est présente d'une génération à une autre. On pourra aussi constater si la puissance du signal pompe lors de la génération non linéaire a un impact sur les résultats.

Microsphère

La microsphère de SiO₂ a permis d'obtenir les résultats de la figure 4.8.

Les deux générations non linéaires différentes ont été obtenues avec le Laser Luna. Les fréquences comparées correspondent toutes les deux à la cinquième fréquence signal par rapport à la fréquence pompe. La puissance pompe requise pour la génération de la première fréquence est de (4 ± 1) mW et la puissance pompe pour la génération de la deuxième fréquence est de (25.1 ± 0.7) mW.

La DSP d'amplitude relative de la première fréquence générée (en bleu) varie jusqu'à 11 dB par rapport à la DSP de sa pompe (en vert). La DSP de la deuxième fréquence générée (en rouge) varie jusqu'à 15 dB par rapport à la DSP de sa pompe (en cyan).

Pour les basses fréquences, la DSP de la deuxième fréquence générée est la plus faible et la DSP de sa pompe est la plus élevée. Pour les hautes fréquences, on voit que la deuxième fréquence générée suit la même tendance que sa pompe alors que la première fréquence générée a une augmentation significative à environ 6×10^6 Hz pour ensuite redescendre et avoir la plus faible DSP pour les fréquences supérieures à 8×10^6 Hz.

Microtige

Les résultats relatifs à la microtige seront maintenant présentés. Les deux fréquences générées analysées correspondent à la première fréquence signal par rapport à la pompe. Ces deux fréquences avaient une puissance qui était inférieure de 30 dB à la puissance pompe, qui était de (33.9 ± 0.8) mW pour la première génération et de (79 ± 2) mW pour la deuxième.

La figure 4.9 montre que les DSPs d'amplitude relative des fréquences générées augmentent toutes deux une quantité non négligeable par rapport à la DSP de leur pompe respective. La DSP est supérieure jusqu'à 38 dB pour la première fréquence générée (bleu) par rapport à sa pompe (vert) et jusqu'à 35 dB pour la deuxième fréquence générée (rouge) par rapport à sa pompe (cyan).

Pour les fréquences supérieures à 3×10^6 Hz, bien que les deux fréquences générées aient des comportements différents, celles-ci suivent approximativement les mêmes tendances que leur pompe respective.

Pour les fréquences inférieures à 10^5 Hz, la DSP d'amplitude relative de la deuxième fréquence générée (en rouge) est jusqu'à 12 dB plus élevée par rapport à sa pompe (en bleu), ce qui n'est pas le cas pour la première fréquence générée.

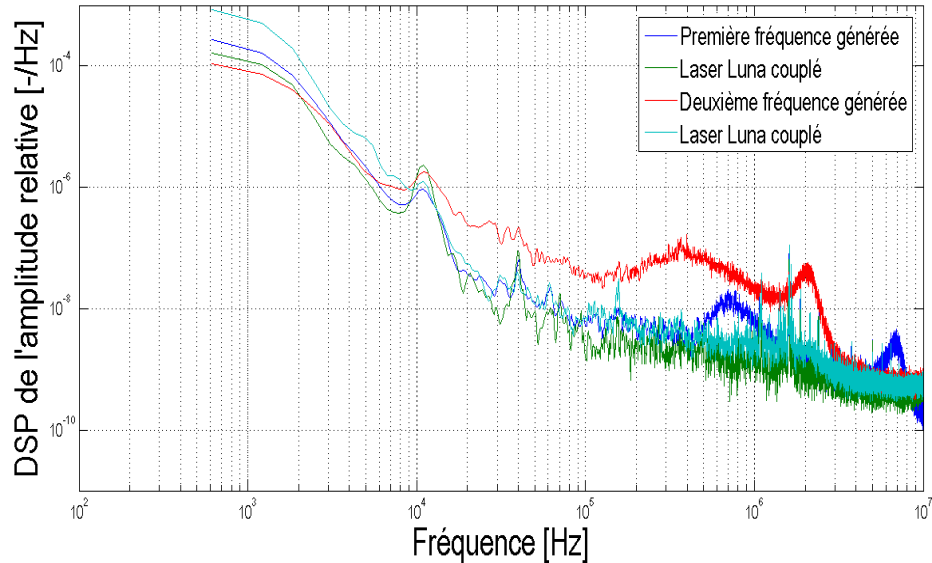


FIGURE 4.8 – Comparaison des DSPs d'amplitude relative de deux fréquences générées à partir de deux générations non linéaires différentes produites avec la microsphère.

4.4.2 Remarques

Les résultats présentés dans cette section montrent que les DSPs d'amplitude relative subissent parfois d'importantes variations. Les fréquences générées avec la microsphère avaient une DSP d'amplitude relative jusqu'à 15 dB supérieure à la DSP de la pompe. Pour la microtige, cet écart pouvait atteindre 38 dB. Nous avons vu que ces variations étaient différentes d'une génération non linéaire à une autre.

Vraisemblablement, un phénomène engendre une variation de la DSP d'amplitude relative des fréquences générées par mélange à quatre ondes. Une hypothèse serait que ce phénomène

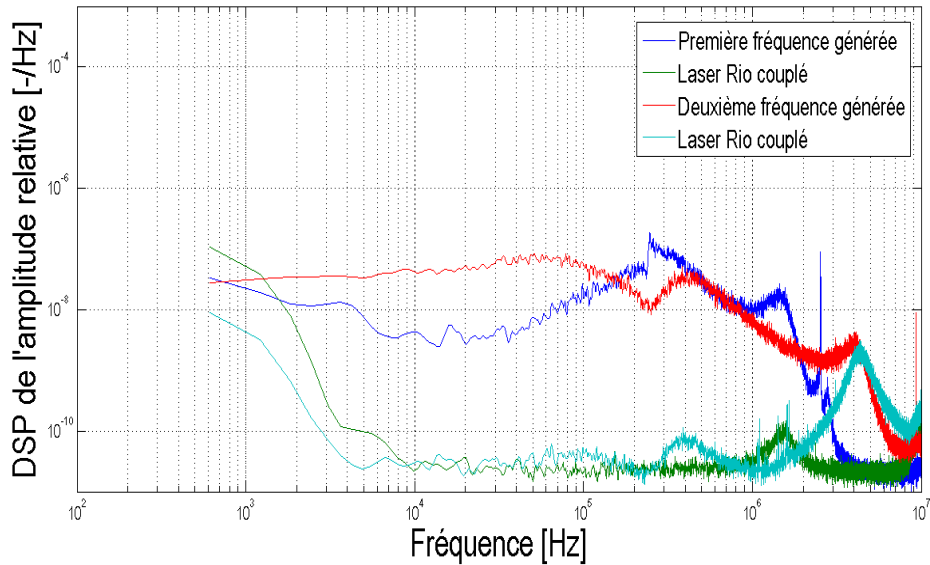


FIGURE 4.9 – Comparaison de la DSP d’amplitude relative de deux fréquences générées à partir de deux générations différentes produites avec la microtige.

soit l’instabilité du verrouillage thermique. Une solution envisageable et robuste pour maintenir efficacement le verrouillage serait l’utilisation de la technique Pound-Drever-Hall [72, 73]. Cette technique permettrait le verrouillage sur une longue période de temps au détriment de la simplicité du montage. Les fréquences générées auraient toutefois une dépendance à un système de stabilisation externe. De plus, il a récemment été montré que l’utilisation d’une fréquence pompe plus basse que la fréquence du mode de résonance permettait la génération de fréquences moins bruitées ainsi que la synchronisation de modes (*mode-locking*) [8]. L’utilisation d’un système de stabilisation permettrait ainsi le maintien du verrouillage nécessaire à la génération de fréquences peu bruitées.

Pour ce qui est des DSPs de phase des situations présentées, les résultats en annexe A.1 permettent de constater que les variations sont beaucoup moins importantes que pour les DSPs d’amplitude. D’autres mesures comparatives supplémentaires des DSPs sont également détaillées en annexe A.1.

4.5 Évolution temporelle de l’amplitude des fréquences générées par mélange à quatre ondes en cascade

Dans cette section, une étude préliminaire portera sur les fluctuations temporelles lentes de l’amplitude des fréquences générées. Cette étude permettra de déterminer pour quel MRO le procédé de mélange à quatre ondes en cascade est le plus stable et en concordance avec les résultats attendus. Nous déterminerons tout d’abord si ces fluctuations sont plus importantes

pour la microsphère que pour la microtige. Ensuite, l'influence des variations de l'amplitude pompe sur les résultats sera quantifiée à l'aide des coefficients de Pearson. Finalement, la corrélation entre le comportement des fréquences signal et leur fréquence complémentaire sera aussi analysée.

4.5.1 Fluctuations temporelles de l'amplitude des fréquences générées

Pour le mélange à quatre ondes en cascade obtenu, l'amplitude des fréquences générées varie significativement dans le temps. L'amplitude de la pompe, suite à son passage dans le MRO, varie quant à elle beaucoup moins. Par exemple, l'amplitude des fluctuations de la pompe est jusqu'à 2.14 fois moindre que l'amplitude des fluctuations de la première fréquence complémentaire générée dans le cas de la microtige, et jusqu'à 6.10 fois moindre dans le cas de la microsphère. La figure 4.10 illustre ces résultats.

La variation maximale observée de l'amplitude pompe est de (0.34 ± 0.01) dB pour la microsphère et de (0.36 ± 0.01) dB pour la microtige. La variation maximale de l'amplitude de la fréquence complémentaire est de (8.19 ± 0.01) dB pour la microsphère et de (3.66 ± 0.01) dB pour la microtige. Des résultats similaires ont été obtenus avec les autres fréquences générées.

L'évolution a été étudiée pendant 60 minutes avec la microsphère de SiO_2 et 35 minutes avec la microtige de SiO_2 . Le spectre complet du mélange à quatre ondes en cascade qui évolue au cours du temps est présenté en annexe A.2.1.

Pour bien comprendre les fluctuations en amplitude et l'instabilité des résultats obtenus, rappelons d'abord que l'efficacité de la conversion des photons pompes en photons signal et complémentaire est directement dépendante de la condition d'accord de phase [15]. Pour le mélange à quatre ondes, la condition qui doit être respectée pour obtenir un accord de phase est la suivante :

$$2\vec{k}_{\text{pompe}} = \vec{k}_{\text{signal}} + \vec{k}_{\text{complémentaire}}, \quad (4.1)$$

où \vec{k} est le vecteur d'onde. Qualitativement, on comprend qu'une variation de la relation de phase qui existe entre les différents signaux pompe, signal et complémentaire mène à une variation de l'amplitude des signaux générés non linéairement¹⁵.

L'environnement dans lequel les mesures ont été prises peut influencer cet accord de phase. On pense ici aux vibrations mécaniques, qui peuvent par exemple influencer le couplage entre

15. Cette exemple est valable pour la génération de mélange à quatre ondes dégénéré en fréquence qui fait intervenir une fréquence pompe, une fréquence signal et une fréquence complémentaire. On ne tient pas compte des interactions subséquentes du mélange à quatre ondes en cascade.

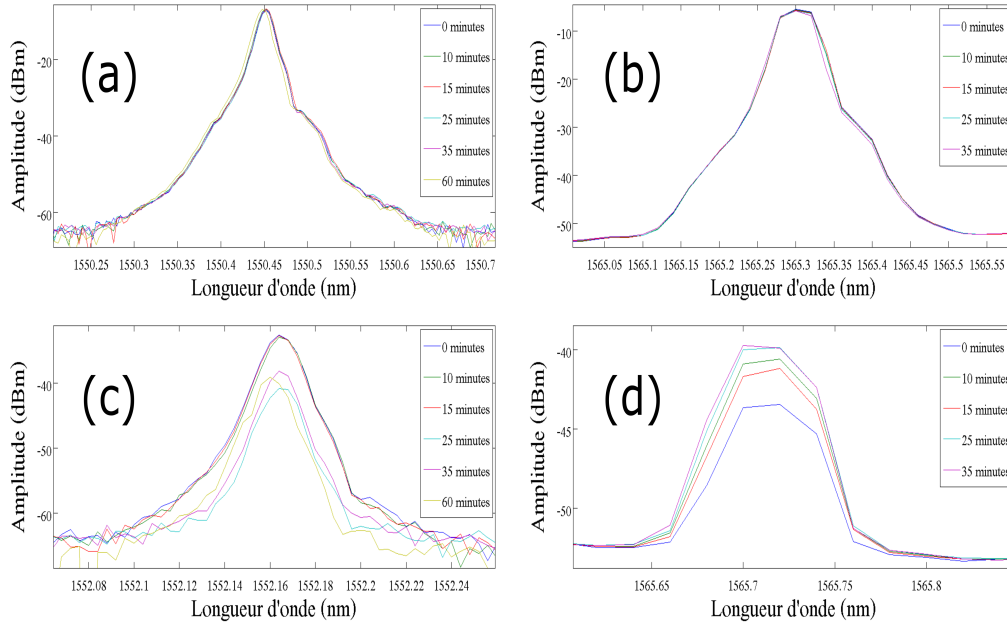


FIGURE 4.10 – Évolution temporelle de l’amplitude de la pompe et de la première fréquence complémentaire pour la microsphère et pour la microtige. L’amplitude des fluctuations de la pompe pour (a) la microsphère et (b) la microtige était plus stable que l’amplitude des fluctuations d’une fréquence générée avec (c) la microsphère et (d) la microtige.

la fibre amincie et le MRO¹⁶ ainsi que le parcours optique de la lumière, et aux fluctuations thermiques ambiantes, qui peuvent engendrer une dilatation ou une contraction du MRO et incidemment modifier le parcours optique de la lumière.

Des facteurs intrinsèques aux MROs entraînent également une variation de l’accord de phase. Tout d’abord, si le taux de chaleur absorbée n’évolue pas au même rythme que le taux de chaleur dissipée, le MRO ne sera pas en équilibre thermodynamique. Une variation de température du MRO mène alors à une variation de son indice de réfraction. Également, une variation de l’intensité dans le MRO engendrera aussi une variation de l’indice de réfraction [15]. La combinaison de ces deux effets, soit l’effet Kerr et l’effet thermo-optique, influencera principalement l’accord de phase. Le croisement de modes, qui est plus susceptible de se produire pour la microsphère¹⁷, est une autre cause de la variation de l’accord de phase puisqu’il induit un décalage en fréquence des modes de résonances du MRO [44, 126, 127].

Ainsi, plusieurs facteurs ont pour effet d’améliorer ou de diminuer l’efficacité de la conversion non linéaire. En analysant encore une fois les résultats de la figure 4.10, on comprend maintenant que l’accord de phase variait de manière plus importante pour la microsphère que la

16. Une variation des conditions de couplage modifie la constante de propagation, qui dépend quant à elle, entre autres, de la constante de phase.

17. Comme il a été vu au chapitre 3.

microtige étant donné la plus grande variation en amplitude des fréquences générées. Notons que l'amplitude mesurée pouvait également varier en raison de l'exactitude de ± 0.4 dB de l'entrée photodéetectrice de l'analyseur de spectre optique [128] et des fluctuations en amplitude de la fréquence pompe, dont l'influence sera quantifiée à la section suivante.

De plus, il a été montré qu'une variation de l'accord de phase peut causer une variation en amplitude d'au moins 20 dB pour des fréquences générées par un procédé non linéaire de mélange à quatre ondes avant qu'un désaccord de phase trop élevé, qui élimine la génération non linéaire, ne survienne [129]. Les fluctuations observées font ainsi partie de la plage de valeurs possibles avant que la génération de fréquences ne cesse.

4.5.2 Influence des fluctuations de la fréquence pompe

En utilisant les mêmes résultats, une autre analyse consiste à déterminer si les variations en amplitude de la pompe sont corrélées avec les variations en amplitude des fréquences générées. On pourra ainsi quantifier l'influence des variations de l'amplitude la fréquence pompe sur l'accord de phase et la stabilité du système.

Avant de déterminer si une corrélation est bien présente, la fonction *detrend* de MATLAB a préalablement été appliquée sur les résultats. L'application de cette fonction a pour but d'enlever toutes tendances linéaires inhérentes aux données. Nous ne voulons pas que la dérive dans le temps du système étudié, qui pourrait potentiellement ajouter une variation linéaire aux amplitudes mesurées, vienne fausser nos résultats. Ainsi, l'effet de la variation de l'amplitude pompe sur la variation des amplitudes générées pourra être déterminé.

Afin de quantifier les corrélations, le coefficient de Pearson (R_P) est utilisé [122]. Ce coefficient peut varier entre -1 et 1. Pour les résultats obtenus, une droite de pente unitaire, c'est-à-dire un coefficient de 1, signifierait une corrélation parfaite entre la variable en abscisse et la variable en ordonnée. Un coefficient de 0 signifierait une absence de corrélation et un coefficient de -1 signifierait une corrélation négative parfaite. De plus, un coefficient de corrélation entre 0.8 et 1 est considéré très fort [123].

La figure 4.11 montre la variation en puissance de la première fréquence complémentaire en fonction de la variation en puissance de la fréquence pompe. Les coefficients de corrélation sont de 0.032 pour la microsphère et de -0.025 pour la microtige. Ceci indique une absence de corrélation entre les variations d'amplitude de la fréquence générée et celles de la pompe, et ce pour les deux microrésonateurs.

Le tableau 4.2 présente les coefficients de Pearson associés à d'autres fréquences générées. Ces fréquences sont, pour chaque MRO, les six premières fréquences complémentaire et les six premières fréquences signal. Les coefficients de corrélation très différents d'une fréquence générée à une autre. La microsphère présente deux fréquences dont le comportement est corrélé

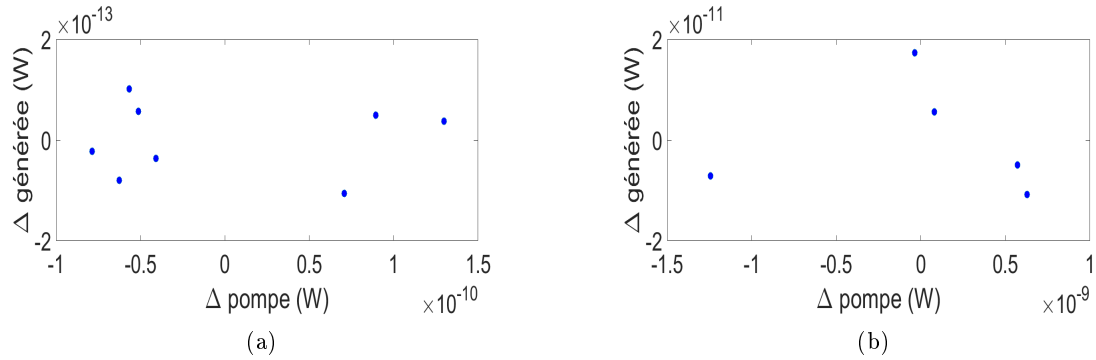


FIGURE 4.11 – Corrélations entre les variations de puissance de la fréquence générée et de la fréquence pompe. Le coefficient de corrélation de Pearson est presque nul, autant pour (a) la microsphère (0.032) que pour (b) la microtige (-0.025). Bien qu’aucune tendance ne peut être déduite de ces figures, elle permet de bien illustrer la situation, soit le comportement aléatoire et l’absence de corrélation des résultats.

de manière forte avec le comportement de la pompe. La microtige présente quant à elle deux fréquences qui ont une corrélation négative forte avec la pompe.

À des fins comparatives, on remarque que la moyenne des coefficients de corrélations est plus près de 0 pour la microsphère (0.004) que pour la microtige (-0.106). Cela suggère que l’influence des variations de la pompe est moindre pour la microsphère, qui présenterait donc une stabilité plus robuste aux fluctuations de la pompe.

Tableau 4.2 – Coefficients de Pearson (R_P) obtenus lors de l’étude des corrélations entre les variations en puissance des fréquences générées et les variations en puissance de la fréquence pompe. Les fréquences complémentaire en s’éloignant de la fréquence pompe sont numérotées de 1 à 6. Les fréquences signal en s’éloignant de la fréquence pompe sont numérotées de 7 à 12

Fréquence	R_P Microsphère [-]	R_P Microtige [-]
1	0.032	-0.025
2	-0.770	0.583
3	0.260	-0.631
4	0.323	0.1955
5	0.212	0.5150
6	-0.608	-0.768
7	-0.195	0.065
8	0.842	0.286
9	-0.007	-0.889
10	-0.652	0.047
11	-0.219	0.192
12	0.827	-0.838

4.5.3 Corrélation entre le comportement de la fréquence signal et sa fréquence complémentaire

Une dernière analyse consiste à déterminer si les variations en amplitude d’une fréquence signal et de sa fréquence complémentaire sont corrélées. Lors du mélange à quatre ondes, le comportement de la fréquence signal et celui de la fréquence complémentaire dépendent l’un de l’autre selon l’équation (4.1). En effet, rappelons que pour chaque photon signal correspond un photon complémentaire. Une corrélation forte est ainsi attendue.

La figure 4.12 montre qu’une corrélation très forte ($R_P = 0.938$) existe pour la microtige alors qu’une corrélation presque nulle ($R_P = -0.046$) existe pour la microsphère. Pour la microsphère, on remarque que deux données semblent aberrantes. En ne tenant pas compte de ces deux points, le coefficient de Pearson devient $R_P = 0.087$, ce qui indique une fois de plus l’absence de corrélation. Encore une fois, le croisement de modes, qui fait en sorte que l’énergie peut se distribuer d’un mode transverse à un autre, pourrait expliquer la plus faible corrélation dans le cas de la microsphère [44].

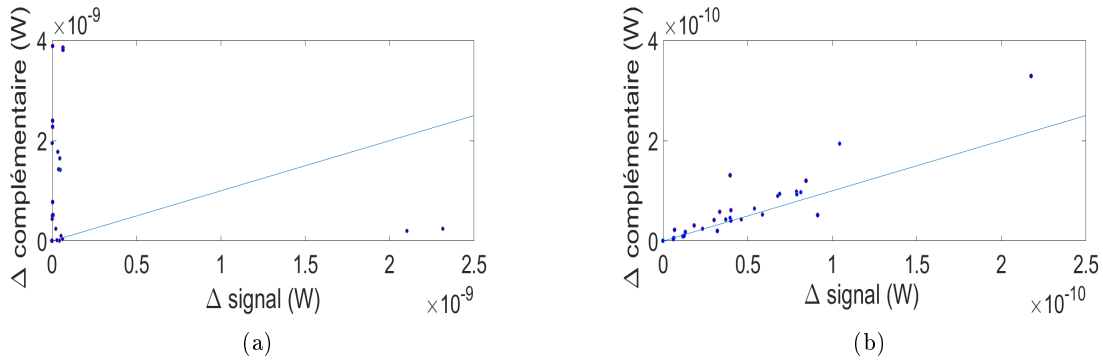


FIGURE 4.12 – Corrélation entre la variation d’amplitude de la fréquence signal et sa fréquence complémentaire. (a) La microsphère présente un coefficient de Pearson de -0.046, ce qui est plus faible que (b) la microtipe qui présente une corrélation très forte avec un coefficient de Pearson de 0.938.

4.6 Étude du signal rétrodiffusé

Tel que vu théoriquement au chapitre 1, le signal injecté engendre de la diffusion dans le MRO et crée ainsi un signal en contre-propagation. Les réflexions dans le système, qui sont engendrées par les interfaces de branchement de fibres optiques, ainsi que le signal en contre-propagation dû à la diffusion du matériau constituent ce que nous appellerons le signal de rétrodiffusion¹⁸.

18. La diffusion intrinsèque de la fibre optique utilisée est extrêmement faible, soit 82 dB de moins que le signal transmis [30].

Puisque le signal de rétrodiffusion peut également être constitué de fréquences générées par effets non linéaires, cette section présentera les différences entre les DSPs des fréquences générées pour le signal rétrodiffusé et celles des fréquences générées dans le signal en transmission. De plus, une fréquence générée indésirable sera analysée pour la microsphère. L'origine d'une telle fréquence avait été abordée au chapitre 3 et est prédite par Herr [65].

4.6.1 Analyse des signaux rétrodiffusés

La figure 4.13 présente les signaux transmis (vert) et rétrodiffusés (bleu) lors d'une génération de fréquences avec la microsphère de SiO_2 . Pour la pompe, la puissance en transmission est de $(440.0 \pm 0.1) \mu\text{W}$ et la puissance en rétrodiffusion de $(223.46 \pm 0.05) \mu\text{W}$. Pour ce qui est des fréquences générées, les fréquences en rétrodiffusion ont une amplitude entre 1.2 dB et 9.8 dB de moins que celles en transmission.

En observant la figure 4.13, on remarque aussi une fréquence générée émerge à la droite de la fréquence pompe dans le cas du signal en rétrodiffusion. Cette fréquence est également présente dans le cas du signal transmis, mais a une amplitude plus faible d'environ 14 dB. Une discussion à propos de cette fréquence générée est présentée en annexe A.3.1.

La figure 4.14 présente les signaux transmis et rétrodiffusé lors d'une génération non linéaire de fréquences avec la microtige de SiO_2 . La puissance du signal en transmission est de $(1202.3 \pm 0.3) \mu\text{W}$ et celle du signal rétrodiffusé est de $(203.94 \pm 0.05) \mu\text{W}$ pour la pompe. Pour ce qui est des fréquences générées, les fréquences en rétrodiffusion ont une amplitude entre 1.6 dB et 14.8 dB de moins que celles en transmission. Aucune anomalie n'est distincte pour les résultats obtenus avec la microtige.

4.6.2 Analyse des DSPs du signal rétrodiffusé

La comparaison entre les DSPs de phase et d'amplitude relative des signaux en transmission et en rétrodiffusion, obtenue lors d'une même prise de mesures, permettra de déterminer lequel de ces deux signaux est le plus avantageux pour l'obtention de mélange à quatre ondes peu bruité. La méthode utilisée est la même qu'à la section 4.4. Cependant, cette fois-ci, c'est le signal en contre-propagation du circulateur optique qui sera combiné à l'oscillateur local afin de créer un battement.

La figure 4.15 illustre les résultats obtenus. Les signaux en transmission et en rétrodiffusion sont comparés pour la fréquence pompe ainsi que pour la première fréquence signal générée.

Tout d'abord pour ce qui est de la microsphère de SiO_2 , on peut voir que la pompe rétrodiffusée (cyan) a une DSP d'amplitude relative jusqu'à 24 dB supérieure à la DSP du signal pompe transmise (vert) pour les fréquences inférieures à 5×10^5 Hz. Pour les fréquences plus élevées

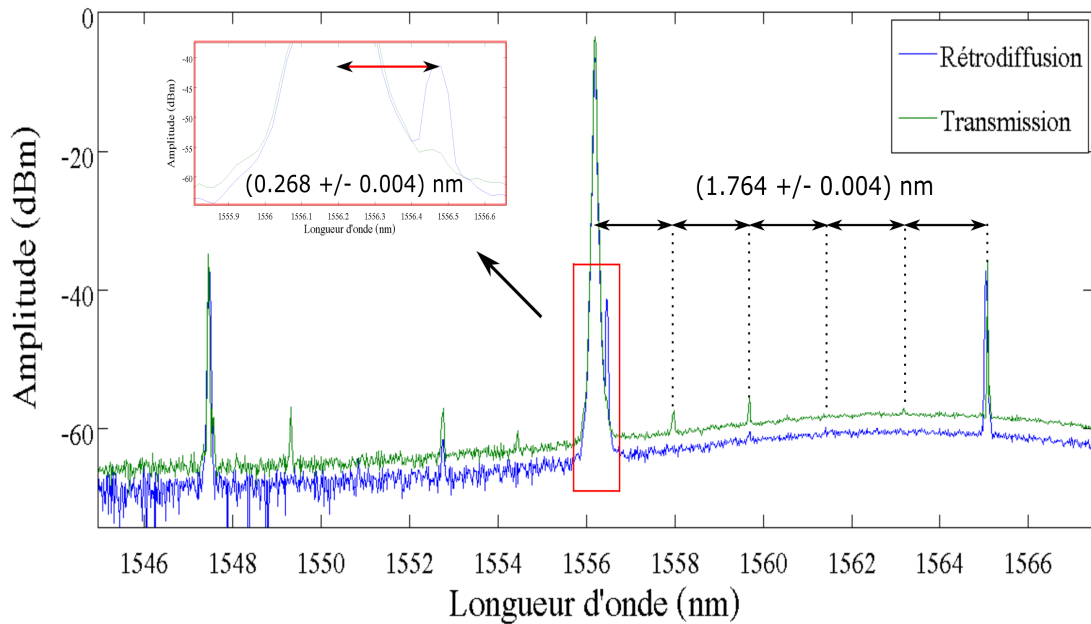


FIGURE 4.13 – Signaux en transmission (vert) et en rétrodiffusion (bleu) pour une microsphère de SiO_2 lors d'une génération non linéaire. On voit bien qu'une fréquence générée se situe immédiatement à droite de la pompe. Celle-ci est séparée de la pompe de (0.268 ± 0.004) nm tandis que les fréquences générées en vert sont distantes de (1.764 ± 0.004) nm

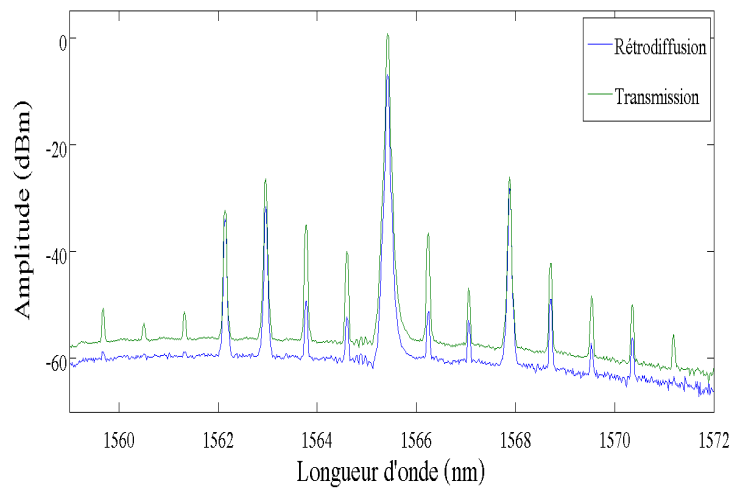


FIGURE 4.14 – Signaux en transmission (vert) et en rétrodiffusion (bleu) pour la microtige de SiO_2 lors d'une génération non linéaire.

que 2×10^6 Hz par contre, c'est la DSP de la pompe transmise qui est jusqu'à 5 dB plus élevée que la pompe rétrodiffusée.

Pour ce qui est des fréquences générées, les deux DSPs sont très semblables. On remarque une

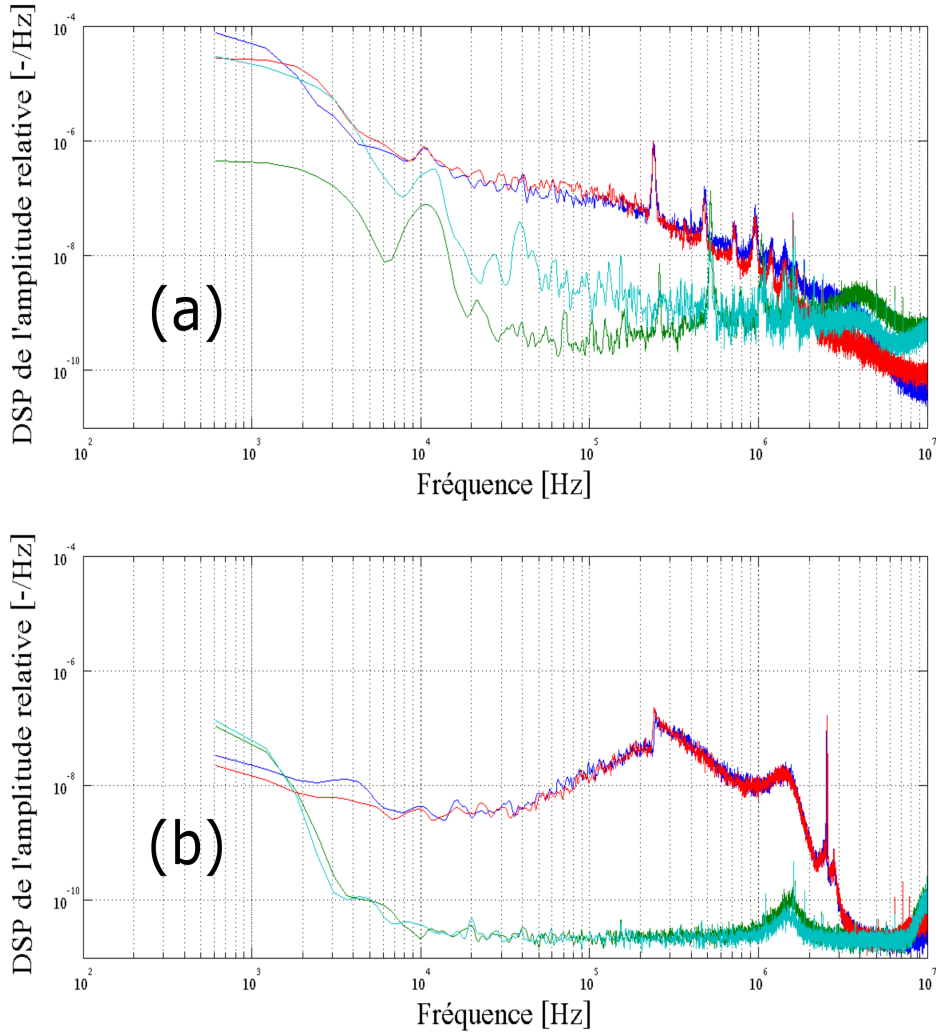


FIGURE 4.15 – Comparaison des DSPs d’amplitude relative entre les signaux transmis et rétrodiffusés avec (a) la microsphère de SiO₂ et (b) la microtige de SiO₂. Fréquence générée transmise (bleu), fréquence générée rétrodiffusée (rouge), pompe transmise (vert) et pompe rétrodiffusée (cyan).

fluctuation mineure de plus ou moins 5 dB entre le signal transmis et rétrodiffusé. Aussi, pour les fréquences inférieures à 2×10^6 Hz, les fréquences générées ont une DSP plus faible que leur pompe respective. C’est toutefois le contraire pour les fréquences plus élevées que 2×10^6 Hz.

La microtige de SiO₂ offre beaucoup moins de disparités dans ses résultats. Les signaux pompes transmis et rétrodiffusés ont des DSPs d’allure très semblable, avec de faibles fluctuations qui peuvent atteindre 3 dB. Une situation homologue se produit pour les fréquences générées transmise et rétrodiffusée. Pour les basses fréquences, autour de 4×10^4 Hz, on remarque que le signal transmis (bleu) a une DSP supérieure de 4 dB à la DSP du signal rétrodiffusé (rouge).

Cette brève présentation des DSPs d’amplitude relative n’explique pas l’origine des résultats

obtenus. Pour ce faire, une analyse plus en détail serait nécessaire. Toutefois, il ne semble pas y avoir d'avantages majeurs en faveur de l'utilisation du signal rétrodiffusé aux dépens du signal transmis. Un constat équivalent est obtenu suite à l'analyse de la DSP de phase des deux MROs, qui se trouve en annexe A.3.2.

4.7 Microsphère de GTZN

Aucune génération de fréquences n'a été obtenue lors du pompage des microsphères de GTZN avec des puissances aussi élevées que 1 W. Pourtant, ce MRO semblait avoir un potentiel pour la génération d'effets non linéaires, étant donné son facteur de qualité moyen environ 2 fois plus élevé que celui de la microsphère de SiO_2 et son coefficient non linéaire 8 fois plus élevé que cette dernière. Plusieurs hypothèses seront ici avancées afin d'expliquer ce résultat. Une étude plus approfondie serait nécessaire pour déterminer les causes exactes de l'incapacité à générer le mélange à quatre ondes en cascade avec le GTZN.

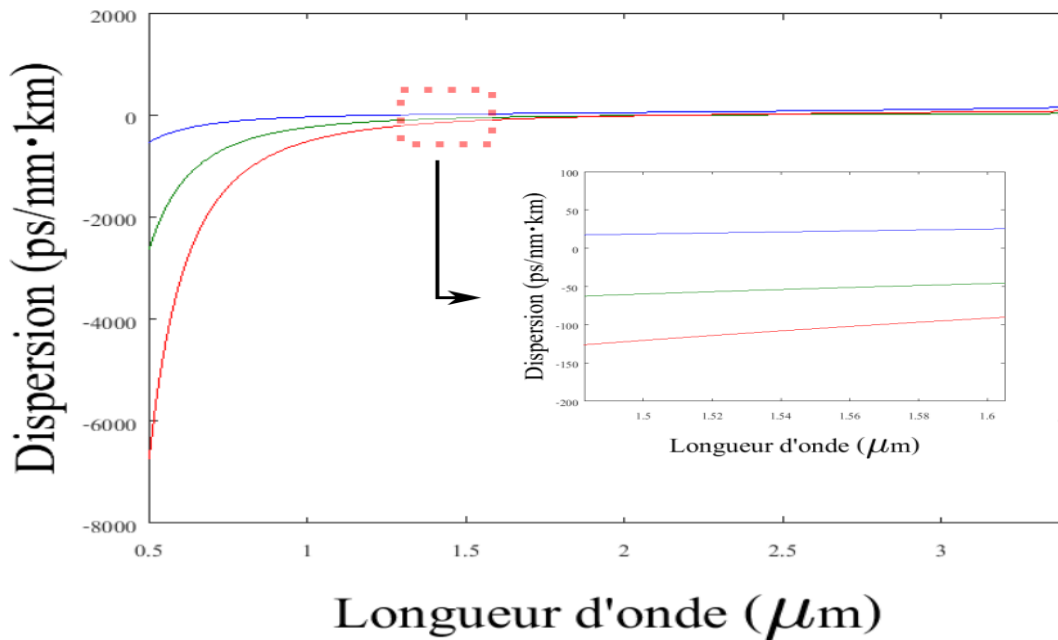


FIGURE 4.16 – Courbe de dispersion du SiO_2 (bleu), du GTZN (vert) et du TWL (rouge). Le zéro dispersion du SiO_2 est à 1273 nm, ce qui lui confère un régime de dispersion anomal autour de 1550 nm. À l'opposé, le régime de dispersion est normal pour le GTZN et le TWL autour de 1550 nm, leur zéro de dispersion est respectivement à 2316 nm et à 2218 nm.

La figure 4.16 montre la dispersion du SiO_2 , du GTZN et du TWL^{19, 20}. La fibre optique utilisée afin de fabriquer les microsphères de GTZN est composée d'un coeur de TWL d'un

19. Composition chimique élémentaire du TWL en pourcentage molaire : 69 TeO_2 - 23 WO_3 - 8 La_2O_3

20. Les coefficients de Sellmeier utilisés pour l'obtention des figures de cette section pour le GTZN et le TWL sont fournis par Boivin [82] et les coefficients de Sellmeier du SiO_2 proviennent de Malitson [100]

diamètre de $5.4 \mu\text{m}$ et d'une gaine de GTZN d'un diamètre de $125 \mu\text{m}$, comme rapporté par Boivin [82]. Lors de la fabrication des microsphères de GTZN, la fusion de la fibre a pu faire en sorte que les deux verres se sont fusionnés et mélangés. Bien que le diamètre du coeur soit très faible en comparaison au diamètre de la gaine, et bien que la lumière injectée par la fibre optique effilée interagisse principalement avec le verre à la surface de la microsphère, en particulier pour les modes à faible indice radial, les propriétés, telle la dispersion, du verre fusionné qui en résulte peuvent avoir été modifiées.

Comme il peut être constaté à la figure 4.16, le zéro dispersion du SiO_2 est à 1273 nm , ce qui indique que son régime de dispersion à 1550 nm est anormal. À l'inverse, le régime de dispersion est normal pour le GTZN et le TWL, leur zéro de dispersion est respectivement à 2316 nm et à 2218 nm . Dans le domaine spectral d'intérêt des travaux présentés, la magnitude de la dispersion du GTZN et du TWL est largement supérieure à celle du SiO_2 . À 1550 nm , le SiO_2 a une dispersion de $21.9 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$, le GTZN de $-52.6 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$ et le TWL de $-105.1 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$.

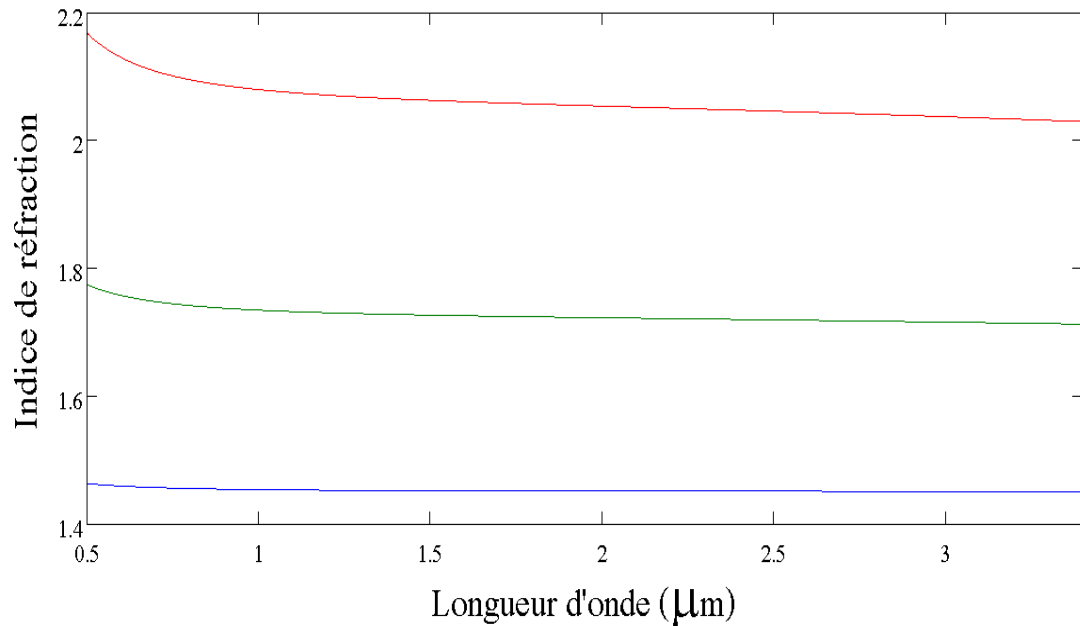


FIGURE 4.17 – Indice de réfraction du SiO_2 (bleu), du GTZN (vert) et du TWL (rouge) autour de 1550 nm . À 1550 nm , l'indice de réfraction du SiO_2 est de 1.4682 , tandis que le GTZN et le TWL ont respectivement des indices de réfraction de 1.726 et 2.062 [82, 100].

Le fait d'une part que leur régime de dispersion soit normal, et d'autre part que la magnitude de la dispersion soit plus grande pour le GTZN et le TWL que le SiO_2 nuit à la génération de mélange à quatre ondes. Nous avons vu précédemment que pour la microsphère de SiO_2 , la dispersion de matériau dominait. Probablement est-ce aussi le cas pour la microsphère de GTZN, qui a la même morphologie. Comme nous l'avons mentionné précédemment, Agha spécifie que pour une microsphère de SiO_2 , la compensation de dispersion nécessite inévitable-

ment une dispersion anormale du matériau afin que l'effet Kerr soit contre-balançé [47]. Selon l'hypothèse que la dispersion de matériau domine également pour la microsphère de GTZN, la dispersion normale importante serait un facteur clé dans l'incapacité à générer le mélange à quatre ondes en cascade avec ce matériau à 1550 nm.

La figure 4.17 illustre le comportement des indices de réfraction du SiO₂, du GTZN et du TWL en fonction de la longueur d'onde. Lors de la fabrication des microsphères de GTZN, la refusion de la fibre composée de GTZN et de TWL, en plus de modifier la dispersion du verre, peut engendrer des inhomogénéités dans le MRO. Étant donné le saut d'indice important de 0.336 entre les deux matériaux, ces inhomogénéités peuvent influencer la constance du FSR en plus de causer des pertes par diffusion. Le facteur de qualité élevé mesuré pour les microsphères de GTZN rend toutefois peu probable cette dernière hypothèse.

De plus, les coefficients de dilatation thermique du GTZN et du TWL sont environ 20 fois supérieurs au coefficient de dilatation thermique du SiO₂ (tableau 4.3). Leur indice de réfraction non linéaire est également supérieur, comme nous l'avons mentionné précédemment. Ceci favorise la variation de la taille et de la densité des microsphères de GTZN lors du pompage à haute puissance en raison de l'effet thermo-optique et de l'effet Kerr. Une variation d'intensité ou de température dans la microsphère de GTZN induit ainsi un changement de parcours optique plus important qu'une même variation dans une microsphère de SiO₂. Les fluctuations d'intensité et de température dans les microsphères de GTZN affectent ainsi davantage le FSR de ces MROs. De plus, ces fluctuations sont de même sens pour les fluctuations en intensité et en température.

Le tableau 4.3 présente la température de transition vitreuse ainsi que la température de point de ramollissement dilatométrique du SiO₂, du GTZN et du TWL. Ces importantes différences de température laissent supposer que les microsphères de GTZN diffusent la chaleur moins efficacement par leur surface que les microsphères de SiO₂, ce qui complique également l'atteinte de l'équilibre thermique du GTZN. La connaissance de la conductivité thermique du GTZN et du TWL nous aiderait également à quantifier cette dernière hypothèse.

En se rapprochant spectralement du zéro dispersion ou en travaillant dans le régime de dispersion anormale, le mélange à quatre ondes en cascade devrait être réalisable en utilisant des MROs constitués de GTZN. Également, comme il a été mentionné au préalable, la fabrication de microtige de GTZN pourrait être possible en utilisant la fusionneuse au CO₂.

Tableau 4.3 – Paramètres du SiO₂, du GTZN et du TWL [82].

Paramètres	Unité	SiO ₂	GTZN	TWL
Zéro de dispersion	[nm]	1273	2316	2218
Dispersion à 1550 nm	[ps/nm·km]	21.9	-52.6	-105.1
Indice de réfraction	[-]	1.4682	1.7260	2.0620
Coefficient de dilatation thermique	[ppm/°C]	0.55	11.8	12.8
Température de transition vitreuse	[°C]	~ 1200	~ 401	~ 425
Point de ramollissement	[°C]	~ 1665	~ 442	~ 412

Conclusion

Ce mémoire a présenté l'étude de différents microrésonateurs optiques pour comparer des caractéristiques et paramètres menant vers la meilleure capacité à générer le phénomène de mélange à quatre ondes en cascade autour de 1550 nm.

Pour ce faire, nous avons d'abord fabriqué différents types de MROs, ce qui a mis en évidence les défis reliés à chaque méthode de fabrication. Ensuite, les spectres de transmission des MROs ont été mesurés, ce qui a permis de déterminer que la microsphère de GTZN est le MRO avec le meilleur facteur de qualité, en moyenne sur l'ensemble des modes, suivi par la microsphère de SiO₂, la microtige de SiO₂ et le microdisque de SiO₂ en ordre décroissant. Ces résultats sont comparables à ce qui est rapporté dans la littérature et sont même meilleurs pour ce qui est d'un verre composé de tellure [31, 49, 130–134]. Nous avons aussi déterminé que la transmission des modes de la microtige de SiO₂ et de la microsphère de GTZN était moindre que celle des modes de la microsphère de SiO₂, ce qui signifie que le couplage était moins efficace pour la microsphère de SiO₂. Aussi, les microsphères avaient une densité de modes plus importante que les autres géométries de MRO, ce qui n'est pas désiré dû à la possibilité de croisement de modes, mais qui ne s'est pas révélé être un obstacle majeur.

Subséquentement, la microsphère de SiO₂ et la microtige de SiO₂ ont permis la génération de mélange à quatre ondes en cascade autour de 1550 nm. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Agha et Del'haye [12, 48]. Également, Il semble probable que l'origine du décalage non équidistant des fréquences générées pour la microsphère venait majoritairement de la dispersion anormale du SiO₂ [47].

Il a aussi été mesuré que les fréquences générées augmentent de manière non négligeable la magnitude des DSPs d'amplitude relative. Dans le cas de la microtige, les fréquences générées augmentent cette magnitude de manière plus significative que pour la microsphère [65, 135]. Une étude des variations en temps à plus lente échelle de l'amplitude des fréquences générées a quant à elle montré que la corrélation entre les fluctuations des fréquences signal et complémentaire est meilleure pour la microtige [136]. Toutefois, c'est la microsphère qui était moins influencée par les variations en puissance de la pompe.

Selon nos observations et nos objectifs, l'utilisation de la microsphère de SiO_2 est à favoriser pour générer le mélange à quatre ondes en cascade à 1550 nm d'après plusieurs raisons. Nous avons d'abord déterminé, en comparaison à la microsphère, que la microtige avait des modes dont le facteur de qualité était en moyenne inférieur, qu'elle générerait des fréquences sur une plage spectrale plus restreinte et que son influence sur la DSP d'amplitude était plus grande. De plus, la méthode de fabrication des microtiges, dans le cas présent, mène à des problèmes de reproductibilité plus importants que ceux provenant de la méthode de fabrication de microsphères. Également, la dispersion de la microtige, selon les résultats obtenus, serait influencée par d'autres facteurs que la dispersion de matériau, ce qui engendre des paramètres supplémentaires à prendre en compte lors de la compensation de dispersion [47].

Ainsi, pour conclure en perspective à ces travaux, le mélange à quatre ondes en cascade généré avec des microsphères de SiO_2 ou des microtiges de SiO_2 pourrait être verrouillé en phase afin de permettre l'obtention d'un micropeigne de fréquences équidistantes selon un haut degré de justesse, comme il a été montré par plusieurs [10, 11, 56]. Également, une étude plus poussée des propriétés du GTZN permettrait possiblement de mettre à profit ce matériau pour la génération non linéaire. La génération de mélange à quatre ondes en cascade pourrait être obtenue si la compensation de la dispersion est atteinte. Pour ce faire, il faudrait par exemple pomper ce type de microsphère à une fréquence près de son zéro de dispersion [137].

Au final, le développement, l'élaboration et l'expérimentation de différentes techniques de fabrication, de caractérisation et de génération non linéaire dressent un portrait de différents MROs satisfaisant en majeure partie les objectifs fixés initialement dans le projet de recherche.

Annexe A

Informations supplémentaires

A.1 Compléments à la section 4.4

A.1.1 DSPs des lasers pompes

Les DSPs de phase et d'amplitude relative du battement entre les lasers pompes et l'oscillateur local sont présentés à la figure A.1. Deux situations sont exposées sur cette figure. La première situation correspond au battement entre l'oscillateur local et la pompe, sans que cette dernière n'ait interagit avec le MRO. La deuxième situation correspond au battement entre l'oscillateur local et la pompe lorsque celle-ci est couplée au MRO avec la fibre effilée sans qu'aucune génération non linéaire ne soit produite. Le signal pompe est de (94 ± 3) mW pour le laser Luna et de (33.9 ± 0.8) mW dans le cas du laser Rio.

Selon cette comparaison, on peut voir que le laser Luna a une DSP de phase supérieure de 20 dB à celui du laser RIO sur toute la plage fréquentielle. La DSP d'amplitude relative du laser Luna est aussi supérieure à celui du Rio. Pour les fréquences supérieures à 10^6 Hz, la DSP d'amplitude relative est supérieure de 20 dB et peut atteindre 40 dB de différence pour les fréquences inférieures. Cette comparaison permet également de constater que le couplage du MRO à la fibre optique effilée n'augmente pas les DSPs de phase ou d'amplitude de manière significative. Aussi, lorsque le laser Rio est couplé au MRO, l'artefact présent à 1.5×10^6 Hz s'élargit.

A.1.2 DSPs de phase des fréquences générées

Nous comparons ici les DSPs de phase pour la microsphère et la microtige lors de deux situations. Dans la première, la DSP est celle du battement entre l'oscillateur local et le laser pompe lorsque ce dernier est couplé au MRO sans toutefois qu'il n'y ait de génération non linéaire. La deuxième situation représente la DSP du battement entre l'oscillateur local et une fréquence générée. La fréquence générée, pour la microsphère et la microtige, correspond à la

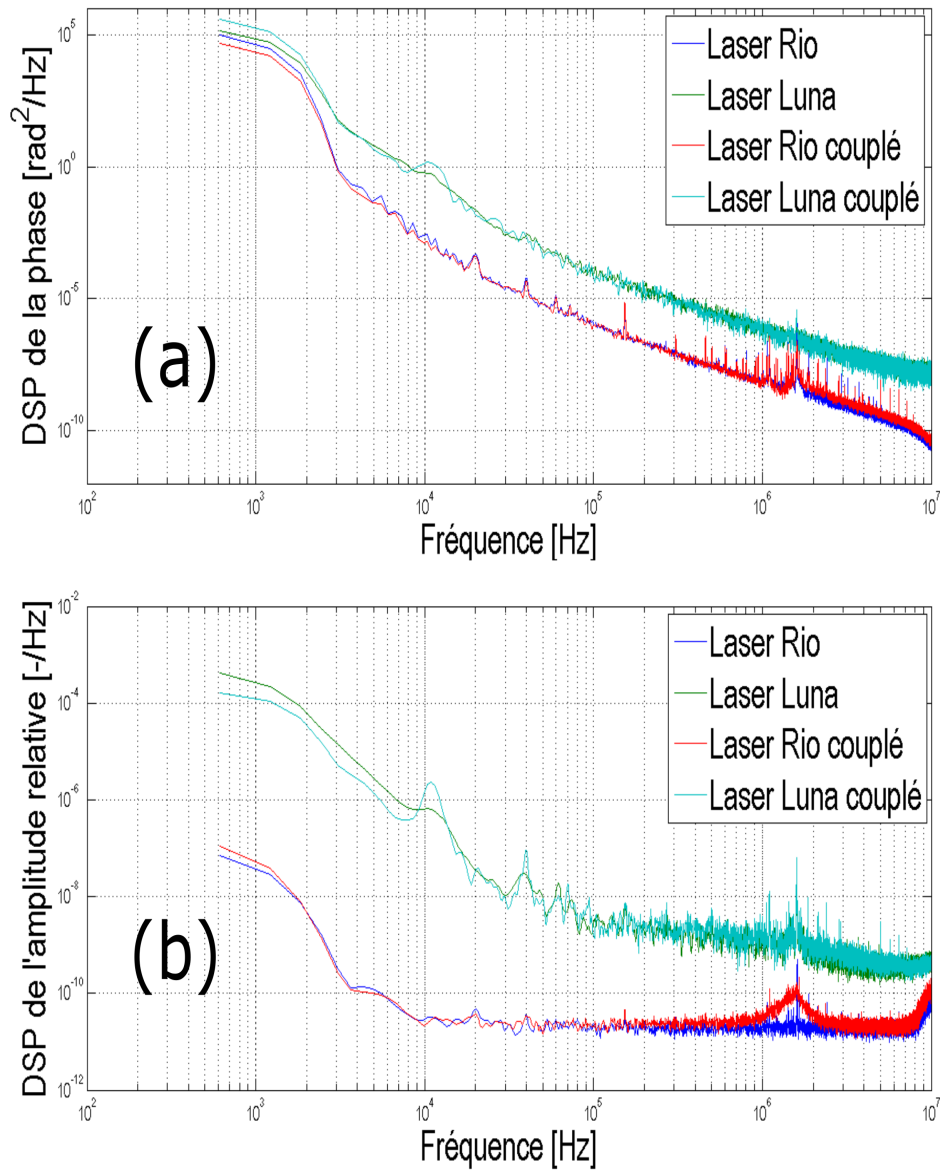


FIGURE A.1 – DSPs (a) de phase et (b) d’amplitude relative des battements de l’oscillateur local avec les lasers Rio et Luna.

première fréquence complémentaire.

Comme nous pouvons le constater à la figure A.2, les DSPs de phase sont semblables pour les deux situations. Dans le cas maximal, les disparités entre les DSPs peuvent atteindre 7 dB. La DSP de phase du battement avec une fréquence générée n’est pas significativement distincte de la DSP du battement avec la pompe couplée au MRO.

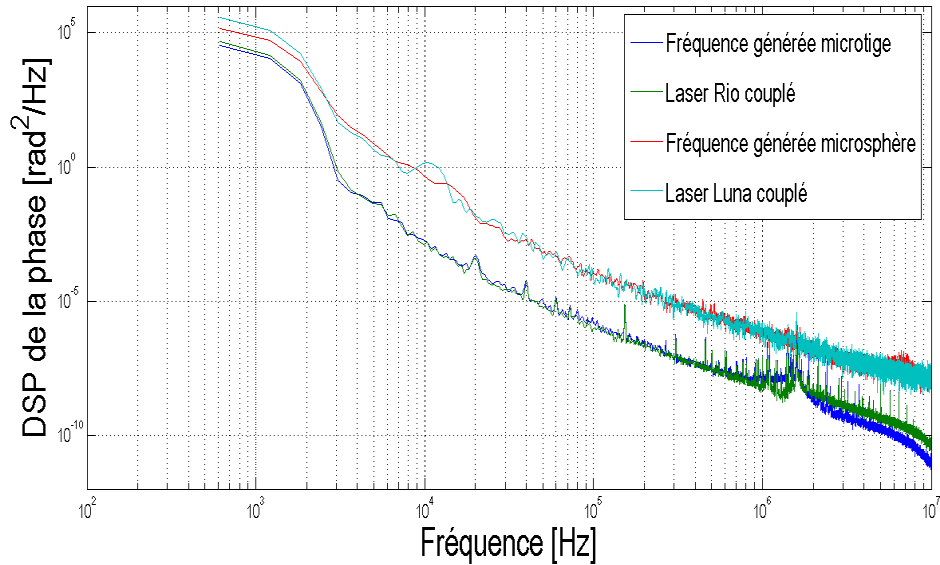


FIGURE A.2 – Comparaison entre la DSP de phase du battement avec la fréquence générée et celle avec la pompe pour la microsphère et la microtige.

A.1.3 Comparaison des DSPs de phase obtenues lors de générations non linéaires différentes

Nous verrons ici que, peu importe la géométrie du MRO, la DSP de phase du battement avec une fréquence générée varie très peu d’une génération non linéaire à une autre.

Pour la microsphère, les DSPs de phase des battements avec les deux fréquences générées sont comparables, comme le montre la figure A.3. La DSP du battement avec la première fréquence générée varie très peu par rapport à la DSP du battement avec la pompe, entre 0.5 dB et -0.5 dB. Les variations de la DSP du battement avec la deuxième fréquence générée varient quant à elles entre 0.2 dB et -5dB par rapport à la DSP du battement avec la pompe.

Rappelons que lors de la première génération, la pompe avait une puissance de (4 ± 1) mW et lors de la deuxième génération une puissance de (25.1 ± 0.7) mW. Les fréquences générées correspondaient toutes deux à la cinquième fréquence signal de la génération de mélange à quatre ondes en cascade.

Pour ce qui est de la microtige, la figure A.3 montre que la DSP de phase du battement avec le signal pompe est jusqu’à 4 dB supérieure à celle de la DSP du battement avec la pompe moins puissante, et ce de 10^5 Hz à 1.5×10^6 Hz et de 4.5×10^6 Hz à 7×10^6 Hz.

Pour la première génération, la pompe avait une puissance de (33.9 ± 0.8) mW et pour la deuxième génération, une puissance de (79.2 ± 2) mW.

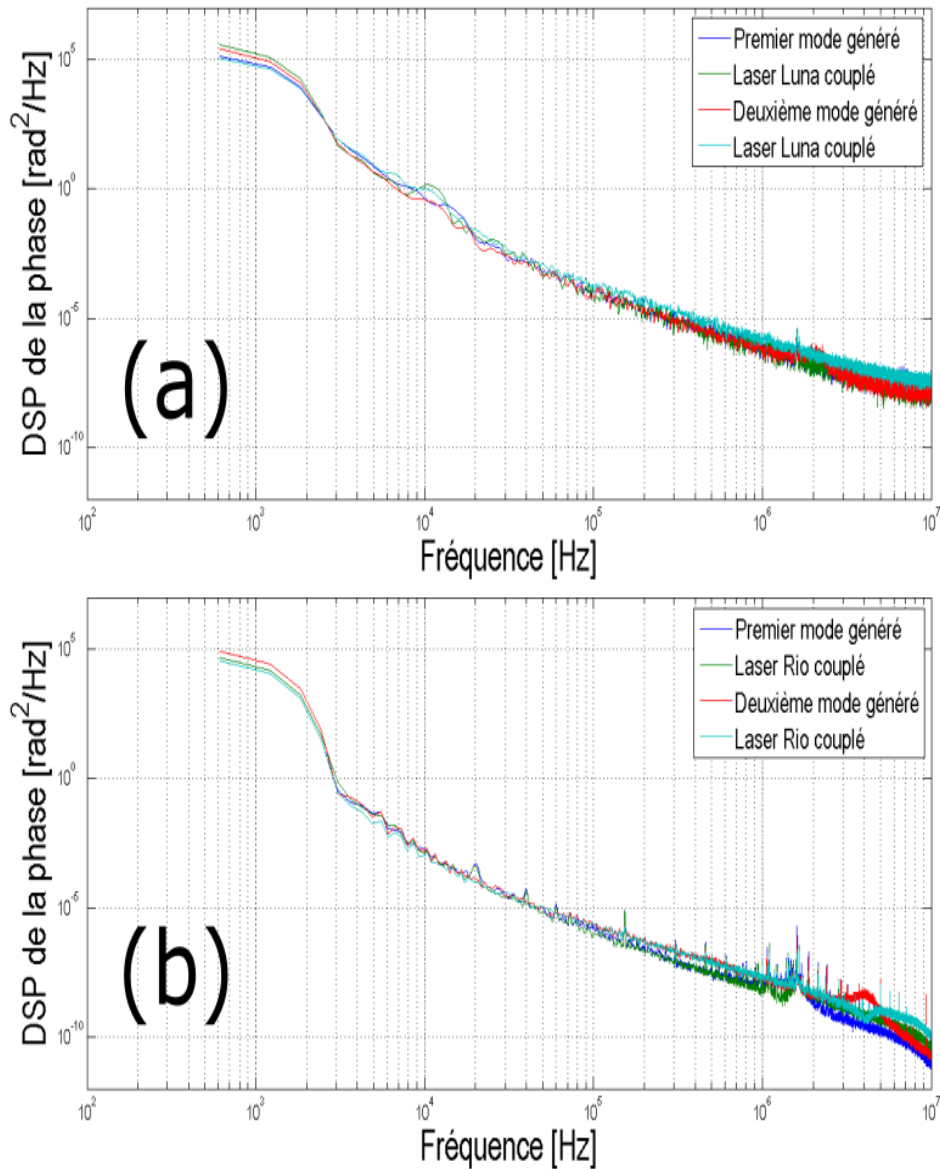


FIGURE A.3 – Comparaison entre les DSPs de phase obtenues lors de générations non linéaires différentes avec (a) la microsphère et (b) la microtige.

Ensuite, pour ce qui est des fréquences générées, la DSP de phase de leur battement est comparable à celle du battement avec leur pompe respective jusqu'à 10^6 Hz. Pour des fréquences supérieures à 10^6 Hz maintenant, la DSP du battement avec la première fréquence générée est inférieure de 4 dB à celle du battement avec sa pompe, et ce de manière constante jusqu'à 7×10^6 Hz.

La DSP du battement avec la deuxième fréquence générée varie quant à elle, par rapport à la DSP de phase du battement avec sa pompe, entre -8 dB et 9 dB pour des fréquences entre 10^6 Hz et 7×10^6 Hz.

La différence d'amplitude entre les DSPs des battements avec les pompes atteint un maximum de 4 dB. La pompe la plus puissante a ainsi, pour les deux MROs, une DSP de phase supérieure, par endroit.

A.1.4 Comparaison entre les DSPs d'une fréquence signal et celles de sa fréquence complémentaire

Ici, nous voulons déterminer si une fréquence signal et sa fréquence complémentaire ont des DSPs semblables après leur battement avec le même oscillateur. La puissance de chacune des deux fréquences, générées avec la microsphère de SiO₂, est inférieure de 30 dB à la puissance de la pompe. Les fréquences générées correspondent à la cinquième fréquence complémentaire et à la cinquième fréquence signal ce qui signifie que leur fréquence nominale est à cinq FSR de la fréquence pompe.

La figure A.4 montre que la fréquence signal et la fréquence complémentaire ont des DSPs de phase et d'amplitude semblables. Pour ce qui est des DSPs de phase, la fréquence signal est par endroits, jusqu'à 8 dB supérieure et jusqu'à 3 dB inférieure à la fréquence complémentaire. Pour la DSP d'amplitude relative la, la fréquence signal est parfois jusqu'à 5 dB supérieure et jusqu'à 4 dB inférieure à la fréquence complémentaire.

Étant donné que le processus de génération non linéaire des fréquences signal et complémentaires sont liés, comme nous l'avons mentionné auparavant, il était permis de s'attendre aux résultats mesurés. De plus, des résultats équivalents ont été obtenus avec la microtige.

A.2 Complément à la section 4.5

A.2.1 Évolution temporelle lente

On présente ici l'évolution temporelle lente de l'amplitude du mélange à quatre ondes en cascade, pour la microsphère et la microtige, sur l'entièreté de leur plage spectrale de génération (figure A.5).

L'évolution a été étudiée pendant 60 minutes avec la microsphère de SiO₂ et 35 minutes avec la microtige de SiO₂. La puissance pompe était de (6.3 ± 0.2) mW pour la microsphère et de (0.90 ± 0.02) mW pour la microtige.

Comme il a été vu à la section 4.5, les fluctuations de la pompe sont semblables pour les deux MROs. Cependant, les fluctuations en amplitude des fréquences générées étaient plus importantes pour la microsphère que la microtige. Par exemple, la première fréquence complémentaire de la microsphère a une variation en amplitude jusqu'à 24 fois supérieure à la variation de sa pompe. Pour la microtige, cette même variation n'est que de 10 fois supérieure.

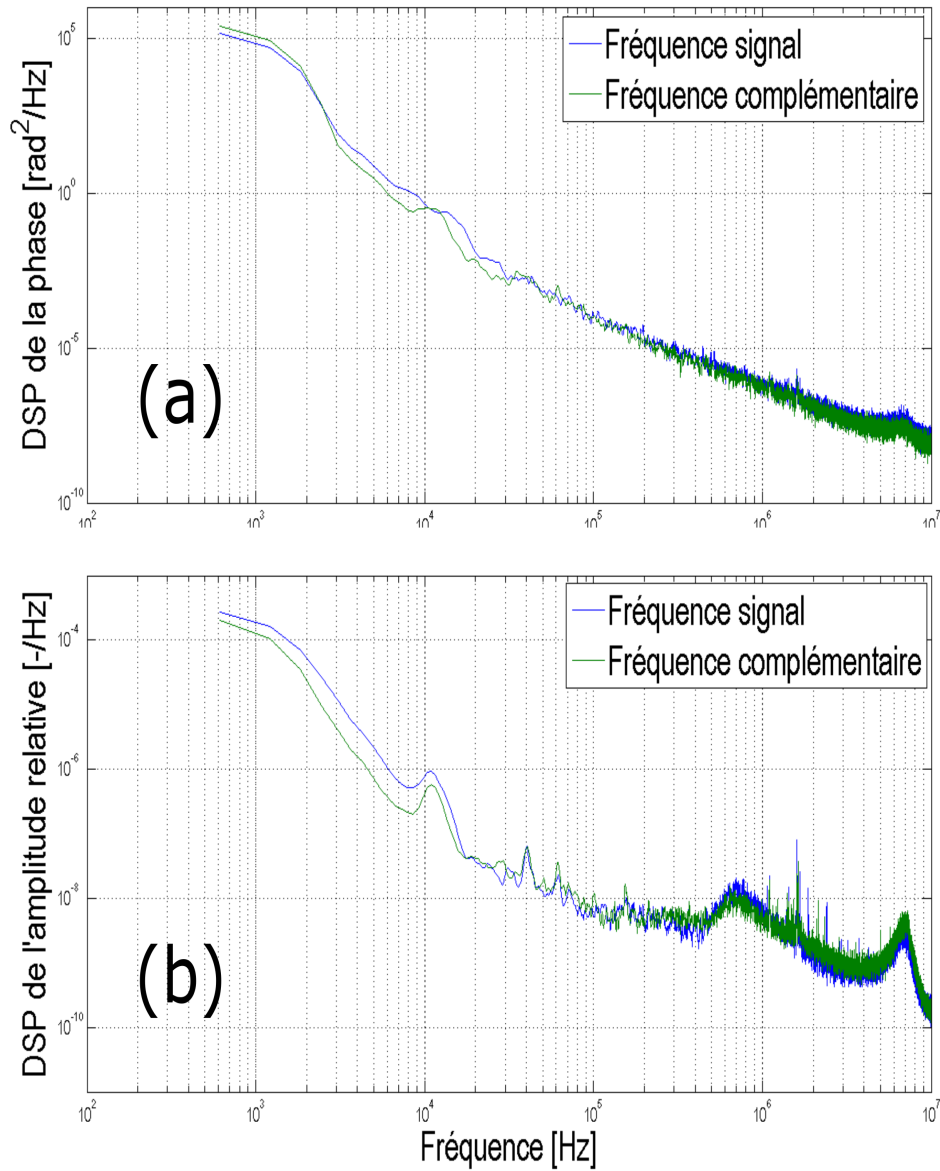


FIGURE A.4 – DSPs d’une fréquence signal et DSPs de sa fréquence complémentaire correspondante.

A.3 Complément à la section 4.6

A.3.1 Fréquence générée inattendue

Selon Herr, plusieurs phénomènes peuvent expliquer la présence de fréquence a priori inattendue dans le spectre généré de mélange à quatre ondes en cascade [65]. Parmi ces phénomènes on trouve le croisement de mode, l’effet de l’ellipticité du MRO ainsi que la largeur de la bande de gain des fréquences générées. De plus, toujours selon Herr, rien n’indique que ces phénomènes généreront des fréquences dont l’espacement correspond au FSR de la cavité, ou

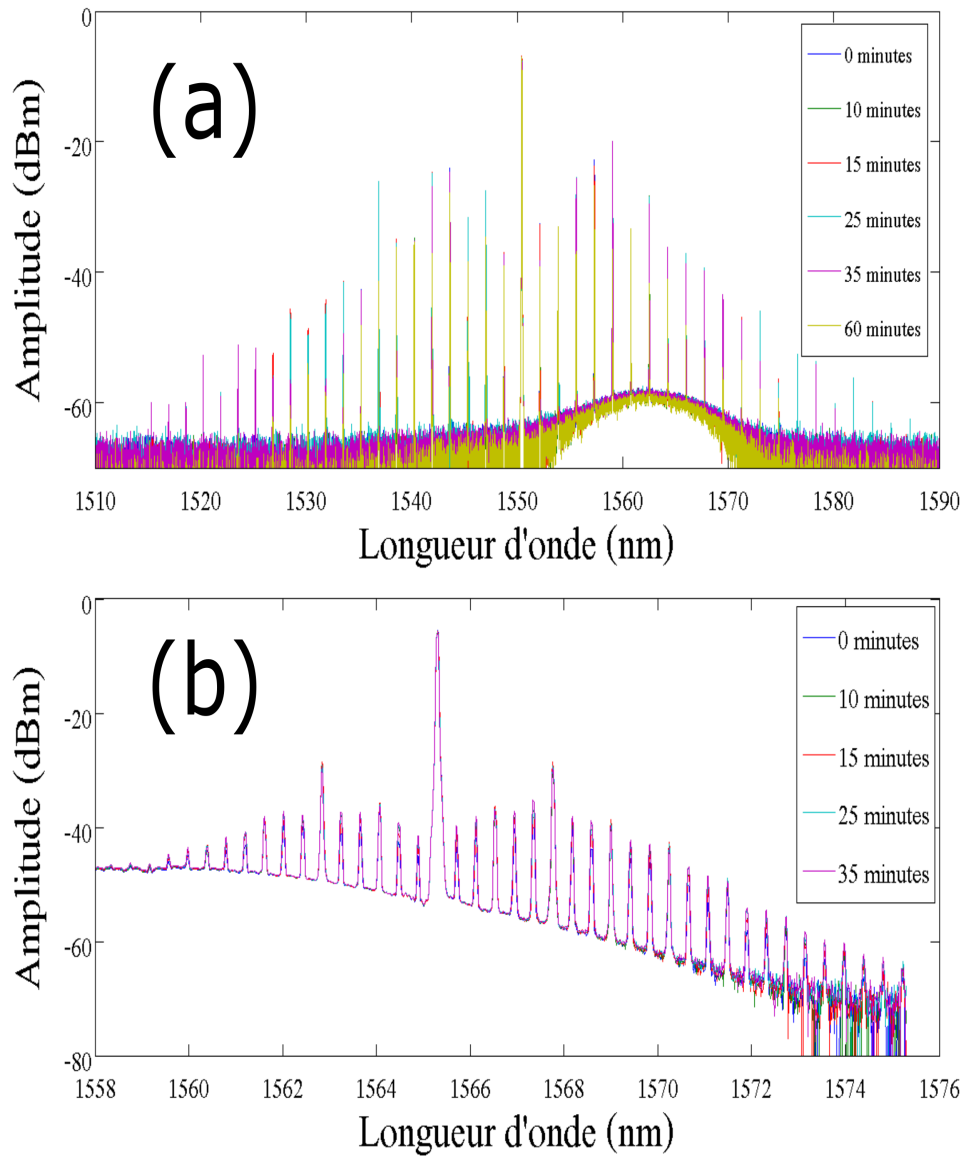


FIGURE A.5 – L'évolution a été étudiée pendant (a) 60 minutes avec la microsphère de SiO₂ et (b) 35 minutes avec la microtige de SiO₂.

même à un entier du FSR de la cavité.

Dans le cas présent, la fréquence générée inattendue est à (0.268 ± 0.004) nm de la pompe, ce qui correspond à (32.5 ± 0.5) GHz (figure A.6). Les autres fréquences générées (en vert sur la figure 4.13 du chapitre 4) étaient à une distance moyenne de (1.764 ± 0.004) nm, c'est-à-dire (219.5 ± 0.5) GHz.

Rappelons-nous qu'au chapitre 3, le FSR de la microsphère était indiscernable. Cependant, une structure espacée régulièrement de (17.8 ± 0.8) GHz était distincte. Nous pouvions ainsi

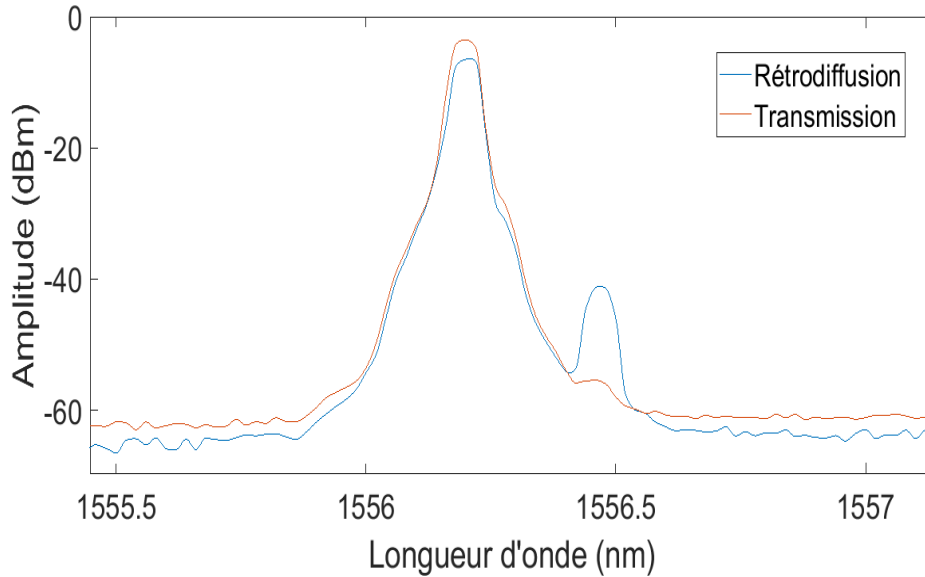


FIGURE A.6 – Mise en évidence de la fréquence générée inattendue.

nous attendre à ce qu'une telle structure puisse permettre la génération de mélange à quatre ondes en cascade, comme c'est le cas ici.

Cette fréquence inattendue est très présente dans le spectre de rétrodiffusion. Son amplitude est d'ailleurs supérieure de 14 dB à son amplitude dans le spectre en transmission. Tout dépendant de l'utilisation que nous voulons faire d'une telle fréquence, l'utilisation du signal en rétrodiffusion devient alors plus ou moins favorable selon les circonstances.

A.3.2 DSP de phase du battement avec le signal en rétrodiffusion

Nous présentons ici une comparaison des DSPs de phase entre les signaux transmis et rétrodiffusés. Les mesures de DSPs sont très semblables, quoique des distinctions sont quantifiables.

Pour la microsphère, l'écart entre la DSP du battement de l'oscillateur local avec la pompe transmise (vert) et la DSP du battement de l'oscillateur local avec la pompe rétrodiffusée (cyan) atteint 6 dB selon la figure A.7. Pour la microtige, ce même écart atteint 2 dB. Dans les deux cas, c'est le signal rétrodiffusé qui avait une DSP de plus élevée.

Lors du battement entre l'oscillateur local et les fréquences générées transmise (bleu) et rétrodiffusée (rouge), l'écart entre les DSPs atteint jusqu'à 5 dB pour la microsphère et 1 dB pour la microtige. Pour la microsphère, la DSP la plus élevée est celle associée au signal transmis. C'est l'inverse pour la microtige.

Comme nous l'avions remarqué au chapitre 4, selon les résultats obtenus, il n'y a pas d'avantages à préférer le signal en rétrodiffusion par rapport au signal en transmission.

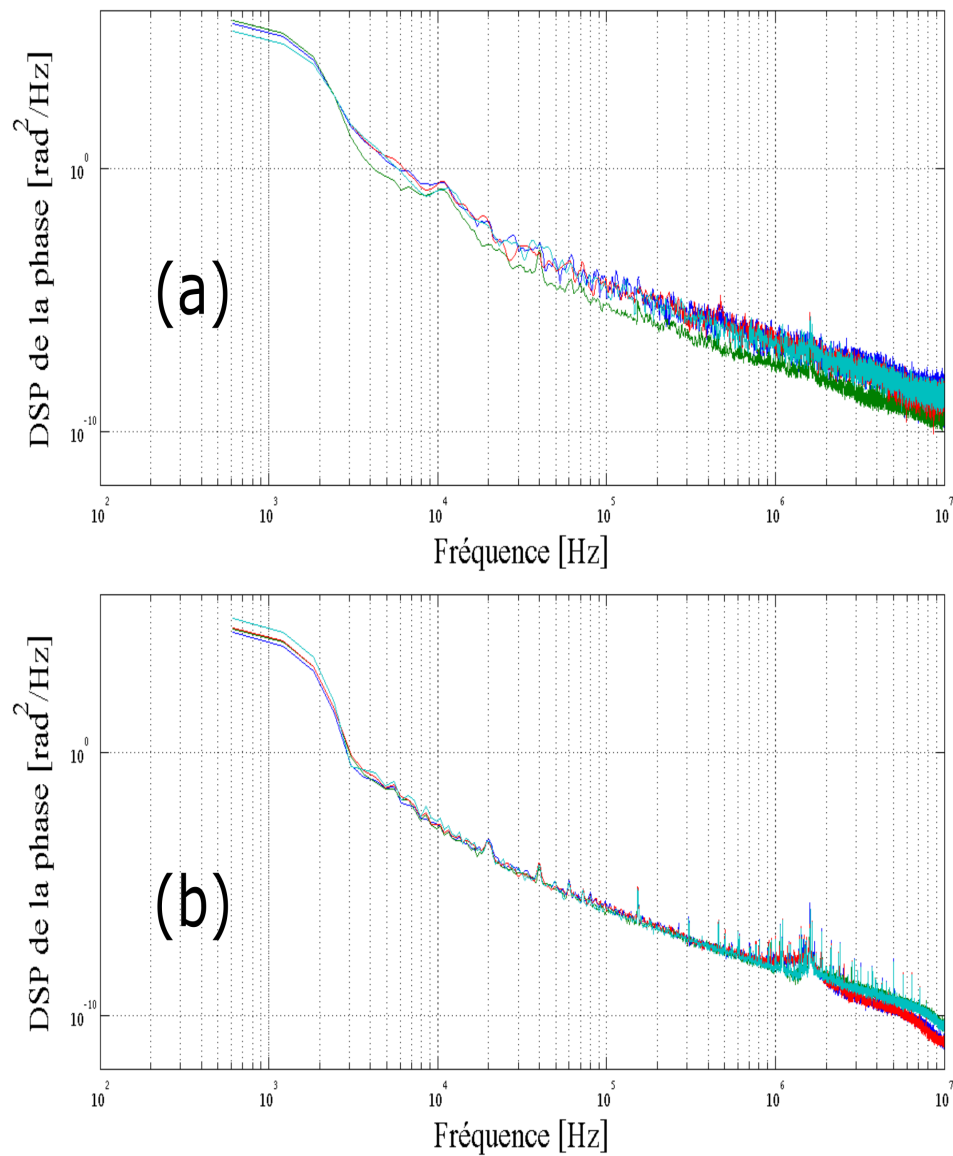


FIGURE A.7 – DSP de la fréquence générée transmise (bleu), de la fréquence générée rétro-diffusée (rouge), de la pompe transmise (vert) et de la pompe rétrodiffusée (cyan) pour (a) la microsphère et (b) la microtige.

Bibliographie

- [1] C. Chou, D. Hume, J. Koelemeij, D. Wineland, and T. Rosenband, “Frequency comparison of two high-accuracy Al^+ optical clocks,” *Physical Review Letters*, vol. 104, no. 7, p. 070802, 2010.
- [2] A. Matveev, C. G. Parthey, K. Predehl, J. Alnis, A. Beyer, R. Holzwarth, T. Udem, T. Wilken, N. Kolachevsky, M. Abgrall, *et al.*, “Precision measurement of the hydrogen 1 s- 2 s frequency via a 920-km fiber link,” *Physical Review Letters*, vol. 110, no. 23, p. 230801, 2013.
- [3] R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hänsch, J. Knight, W. Wadsworth, and P. S. J. Russell, “Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy,” *Physical Review Letters*, vol. 85, no. 11, p. 2264, 2000.
- [4] L. Hollberg, C. W. Oates, E. A. Curtis, E. N. Ivanov, S. Diddams, T. Udem, H. G. Robinson, J. C. Bergquist, R. J. Rafac, W. M. Itano, *et al.*, “Optical frequency standards and measurements,” *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 37, no. 12, pp. 1502–1513, 2001.
- [5] R. Holzwarth, M. Zimmermann, T. Udem, and T. Hänsch, “Optical clockworks and the measurement of laser frequencies with a mode-locked frequency comb,” *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 37, no. 12, pp. 1493–1501, 2001.
- [6] T. Steinmetz, T. Wilken, C. Araujo-Hauck, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, L. Pasquini, A. Manescau, S. D’Odorico, M. T. Murphy, T. Kentischer, *et al.*, “Laser frequency combs for astronomical observations,” *Science*, vol. 321, no. 5894, pp. 1335–1337, 2008.
- [7] C.-H. Li, A. J. Benedick, P. Fendel, A. G. Glenday, F. X. Kärtner, D. F. Phillips, D. Sasselov, A. Szentgyorgyi, and R. L. Walsworth, “A laser frequency comb that enables radial velocity measurements with a precision of 1 cm s⁻¹,” *Nature*, vol. 452, no. 7187, pp. 610–612, 2008.
- [8] M. Yu, Y. Okawachi, A. G. Griffith, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Mode-locked mid-infrared frequency combs in a silicon microresonator,” *Optica*, vol. 3, no. 8, pp. 854–860, 2016.

- [9] S.-W. Huang, J. Yang, J. Lim, H. Zhou, M. Yu, D.-L. Kwong, and C. Wong, “A low-phase-noise 18 ghz kerr frequency microcomb phase-locked over 65 thz,” *Scientific reports*, vol. 5, 2015.
- [10] P. Del’Haye, O. Arcizet, A. Schliesser, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Full stabilization of a microresonator-based optical frequency comb,” *Physical Review Letters*, vol. 101, no. 5, p. 053903, 2008.
- [11] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. Diddams, “Microresonator-based optical frequency combs,” *Science*, vol. 332, no. 6029, pp. 555–559, 2011.
- [12] I. H. Agha, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, “Theoretical and experimental investigation of broadband cascaded four-wave mixing in high-q microspheres,” *Optics express*, vol. 17, no. 18, pp. 16209–16215, 2009.
- [13] J. Jackson, *Classical Electrodynamics*. John wiley & Sons, Inc, 1975.
- [14] M. D. Greenberg, *Advanced engineering mathematics, Second Edition*. Prentice-Hall, 1988.
- [15] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. Elsevier Inc, 2008.
- [16] S. Feynman, Leighton, *Lectures on physics Volume 1*. Addison-Wesley, 1963.
- [17] E. Hecht and A. Ganesan, *Optics*. Addison-Wesley, 2008.
- [18] B. E. Saleh, M. C. Teich, and B. E. Saleh, *Fundamentals of photonics*, vol. 22. Wiley New York, 1991.
- [19] A. Kastler, “Transmission of light pulse through a fabry-perot interferometer,” *Nouvelle Revue d’Optique*, vol. 5, no. 3, p. 133, 1974.
- [20] K. J. Vahala, “Optical microcavities,” *Nature*, vol. 424, no. 6950, pp. 839–846, 2003.
- [21] F. Treussart, *Etude expérimentale de l’effet laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions neodyme*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1997.
- [22] M. P. B. S. J. Riley, K. F. Hobson, *Mathematical methods for physics and engineering*. Cambridge University Press, 2002.
- [23] R. G. Barrera, G. Estevez, and J. Giraldo, “Vector spherical harmonics and their application to magnetostatics,” *European Journal of Physics*, vol. 6, no. 4, p. 287, 1985.
- [24] A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Feron, M. Ferrari, Y. Jestin, and G. Nunzi Conti, “Spherical whispering-gallery-mode microresonators,” *Laser Photonics Review*, vol. 4, no. 3, 2010.
- [25] G. Righini, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, D. Ristic, and S. Soria, “Whispering gallery mode microresonators : fundamentals and applications,” *Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 34, no. 7, p. 435, 2011.

- [26] J.Stratton, *Électromagnétisme*. Masson, Paris, 1960.
- [27] S. M. Spillane, *Fiber-coupled ultra-high-Q microresonators for nonlinear and quantum optics*. PhD thesis, Citeseer, 2004.
- [28] H. Bergeron, J.-R. Carrier, V. Michaud-Belleau, J. Roy, J. Genest, and C. N. Allen, “Optical impulse response of silica microspheres : Complementary approach to whispering-gallery-mode analysis,” *Physical Review A*, vol. 87, no. 6, p. 063835, 2013.
- [29] T. J. A. Kippenberg, *Nonlinear optics in ultra-high-Q whispering-gallery optical microcavities*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2004.
- [30] Corning, “SMF-28 Ultra Optical Fiber.” <https://www.corning.com/media/worldwide/coc/documents/Fiber/SMF-28%20Ultra.pdf>, 2016.
- [31] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, “Ultimate q of optical microsphere resonators,” *Optics Letters*, vol. 21, no. 7, pp. 453–455, 1996.
- [32] S. Spillane, T. Kippenberg, O. Painter, and K. Vahala, “Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics,” *Physical Review Letters*, vol. 91, no. 4, p. 043902, 2003.
- [33] A. Chiba, H. Fujiwara, J.-i. Hotta, S. Takeuchi, and K. Sasaki, “Fano resonance in a multimode tapered fiber coupled with a microspherical cavity,” *Applied Physics Letters*, vol. 86, no. 26, p. 261106, 2005.
- [34] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, W. Liang, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, “Kerr frequency comb generation in overmoded resonators,” *Opt. Express*, vol. 20, pp. 27290–27298, Nov 2012.
- [35] D. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefevre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Splitting of high-q mie modes induced by light backscattering in silica microspheres,” *Optics letters*, vol. 20, no. 18, pp. 1835–1837, 1995.
- [36] T. Kippenberg, S. Spillane, and K. Vahala, “Modal coupling in traveling-wave resonators,” *Optics letters*, vol. 27, no. 19, pp. 1669–1671, 2002.
- [37] A. C. S Jr, J. C. Boggio, A. Rieznik, H. Hernandez-Figueroa, H. Fragnito, and J. Knight, “Highly efficient generation of broadband cascaded four-wave mixing products,” *Optics Express*, vol. 16, no. 4, pp. 2816–2828, 2008.
- [38] S. Spillane, T. Kippenberg, and K. Vahala, “Ultralow-threshold raman laser using a spherical dielectric microcavity,” *Nature*, vol. 415, no. 6872, pp. 621–623, 2002.
- [39] J.-R. Carrier, M. Boissinot, and C. N. Allen, “Dielectric resonating microspheres for biosensing : An optical approach to a biological problem,” *American Journal of Physics*, vol. 82, no. 5, pp. 510–520, 2014.

- [40] F. Vollmer and S. Arnold, “Whispering-gallery-mode biosensing : label-free detection down to single molecules,” *Nature methods*, vol. 5, no. 7, pp. 591–596, 2008.
- [41] A. M. Armani, R. P. Kulkarni, S. E. Fraser, R. C. Flagan, and K. J. Vahala, “Label-free, single-molecule detection with optical microcavities,” *science*, vol. 317, no. 5839, pp. 783–787, 2007.
- [42] I. S. Grudin, A. B. Matsko, and L. Maleki, “Brillouin lasing with a CaF_2 whispering gallery mode resonator,” *Physical review letters*, vol. 102, no. 4, p. 043902, 2009.
- [43] T. Kippenberg, S. Spillane, and K. Vahala, “Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh-q toroid microcavity,” *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 8, p. 083904, 2004.
- [44] A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari, D. J. Moss, S. Coen, M. Erkintalo, Y. K. Chembo, T. Hansson, S. Wabnitz, P. Del’Haye, *et al.*, “Micro-combs : A novel generation of optical sources,” *Physics Reports*, 2017.
- [45] A. Savchenkov, A. Matsko, W. Liang, V. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, “Kerr frequency comb generation in overmoded resonators,” *Optics express*, vol. 20, no. 24, pp. 27290–27298, 2012.
- [46] H. G. Schwefel, L. Yang, M. Oxborrow, A. D. Stone, K. J. Vahala, and T. Carmon, “Level crossing in toroidal on-chip microcavities,” in *Lasers and Electro-Optics, 2009 and 2009 Conference on Quantum electronics and Laser Science Conference. CLEO/QELS 2009. Conference on*, pp. 1–2, IEEE, 2009.
- [47] I. H. Agha, Y. Okawachi, M. A. Foster, J. E. Sharping, and A. L. Gaeta, “Four-wave-mixing parametric oscillations in dispersion-compensated high-q silica microspheres,” *Physical Review A*, vol. 76, no. 4, p. 043837, 2007.
- [48] P. Del’Haye, S. A. Diddams, and S. B. Papp, “Laser-machined ultra-high-q microrod resonators for nonlinear optics,” *Applied Physics Letters*, vol. 102, no. 22, p. 221119, 2013.
- [49] S. B. Papp, P. Del’Haye, and S. A. Diddams, “Mechanical control of a microrod-resonator optical frequency comb,” *Physical Review X*, vol. 3, no. 3, p. 031003, 2013.
- [50] P. Del’Haye, A. Coillet, W. Loh, K. Beha, S. B. Papp, and S. A. Diddams, “Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs,” *Nature communications*, vol. 6, 2015.
- [51] X. Wu, Y. Xiao, Y. Yang, C. Dong, Z. Han, and G. Guo, “Fiber taper coupled high-quality-factor planar microdisk,” *Chinese Optics Letters*, vol. 5, no. 11, pp. 668–670, 2007.

- [52] T. Kippenberg, S. Spillane, D. Armani, and K. Vahala, "Fabrication and coupling to planar high-q silica disk microcavities," *Applied Physics Letters*, vol. 83, no. 4, pp. 797–799, 2003.
- [53] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Calvo, P. Noé, J.-M. Gérard, and E. Hadji, "Efficient coupling of er-doped silicon-rich oxide to microdisk whispering gallery modes," *Applied Physics Letters*, vol. 86, no. 11, p. 111117, 2005.
- [54] M. I. Cheema, S. Mehrabani, A. A. Hayat, Y.-A. Peter, A. M. Armani, and A. G. Kirk, "Simultaneous measurement of quality factor and wavelength shift by phase shift microcavity ring down spectroscopy," *Optics express*, vol. 20, no. 8, pp. 9090–9098, 2012.
- [55] D. Armani, T. Kippenberg, S. Spillane, and K. Vahala, "Ultra-high-q toroid microcavity on a chip," *Nature*, vol. 421, no. 6926, pp. 925–928, 2003.
- [56] P. Del’Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature*, vol. 450, no. 7173, pp. 1214–1217, 2007.
- [57] P. Del’Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator," *Physical Review Letters*, vol. 107, no. 6, p. 063901, 2011.
- [58] I. Grudinin, A. Matsko, A. Savchenkov, V. Ilchenko, D. Strekalov, and L. Maleki, "Ultra high q crystalline microcavities," *Optics Communications*, vol. 265, pp. 33–38, 2006.
- [59] C. Y. Wang, T. Herr, P. Del’Haye, A. Schliesser, J. Hofer, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, N. Picqué, and T. J. Kippenberg, "Mid-infrared optical frequency combs at 2.5 μm based on crystalline microresonators," *Nature communications*, vol. 4, p. 1345, 2013.
- [60] H. Tavernier, P. Salzenstein, K. Volyanskiy, Y. K. Chembo, and L. Larger, "Magnesium fluoride whispering gallery mode disk-resonators for microwave photonics applications," *Photonics Technology Letters, IEEE*, vol. 22, no. 22, pp. 1629–1631, 2010.
- [61] C. Inc., "Magnesium fluoride physical and chemical properties," 2003.
- [62] W. Liang, A. Matsko, A. Savchenkov, V. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, "Generation of kerr combs in mgf2 and caf2 microresonators," *Proceeding of the IEEE International Frequency Control Symposium*, 2011.
- [63] Crystran, "Magnesium fluoride." <http://www.crystran.co.uk/optical-materials/magnesium-fluoride-mgf2>, 2016.
- [64] I. S. Grudinin, N. Yu, and L. Maleki, "Generation of optical frequency combs with a caf 2 resonator," *Optics letters*, vol. 34, no. 7, pp. 878–880, 2009.
- [65] T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, "Universal formation dynamics and noise of kerr-frequency combs in microresonators," *Nature Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, 2012.

- [66] M. A. Foster, J. S. Levy, O. Kuzucu, K. Saha, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Silicon-based monolithic optical frequency comb source,” *Optics express*, vol. 19, no. 15, pp. 14233–14239, 2011.
- [67] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, and M. Lipson, “Cmos-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects,” *Nature Photonics*, vol. 4, no. 1, pp. 37–40, 2010.
- [68] T. Herr, V. Brasch, J. Jost, C. Wang, N. Kondratiev, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 145–152, 2014.
- [69] M. H. Pfeiffer, C. Herkommer, J. Liu, H. Guo, M. Karpov, E. Lucas, M. Zervas, and T. J. Kippenberg, “Octave-spanning dissipative kerr soliton frequency combs in si₃n₄ microresonators,” *Optica*, vol. 4, no. 7, pp. 684–691, 2017.
- [70] Q. Li, T. C. Briles, D. A. Westly, T. E. Drake, J. R. Stone, B. R. Ilic, S. A. Diddams, S. B. Papp, and K. Srinivasan, “Stably accessing octave-spanning microresonator frequency combs in the soliton regime,” *Optica*, vol. 4, no. 2, pp. 193–203, 2017.
- [71] K. Saha, Y. Okawachi, B. Shim, J. S. Levy, R. Salem, A. R. Johnson, M. A. Foster, M. R. Lamont, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Modelocking and femtosecond pulse generation in chip-based frequency combs,” *Optics express*, vol. 21, no. 1, pp. 1335–1343, 2013.
- [72] E. D. Black, “An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics*, vol. 69, no. 1, pp. 79–87, 2001.
- [73] R. Drever, J. L. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Applied Physics B*, vol. 31, no. 2, pp. 97–105, 1983.
- [74] T. Carmon, L. Yang, and K. Vahala, “Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities,” *Optics Express*, vol. 12, no. 20, pp. 4742–4750, 2004.
- [75] Lightel, “Lightel cw-5000.” <http://lightel.com/product/73/cw-5000-coupler-workstation>, 2017.
- [76] T. A. Birks and Y. W. Li, “The shape of fiber tapers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 4, pp. 432–438, 1992.
- [77] J. D. Love and W. M. Henry, “Quantifying loss minimisation in single-mode fibre tapers,” *Electronics Letters*, vol. 22, no. 17, pp. 912–914, 1986.
- [78] J. Villatoro, D. Monzón-Hernández, and E. Mejía, “Fabrication and modeling of uniform-waist single-mode tapered optical fiber sensors,” *Applied Optics*, vol. 42, no. 13, pp. 2278–2283, 2003.

- [79] J. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. Birks, "Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper," *Optics letters*, vol. 22, no. 15, pp. 1129–1131, 1997.
- [80] J. C. for Guides in Metrology, "Jcgm 100 : Evaluation of measurement data - guide to the expression of uncertainty in measurement," tech. rep., JCGM, 2008.
- [81] Fujikura, "Lazermaster lzm-100 laser splicing system." <http://www.fujikura.co.uk/products/fusion-splicers-and-accessories/fusion-splicers-specialty/lazermaster-lzm-100-laser-splicing-system/>, 2016.
- [82] M. Boivin, M. El-Amraoui, Y. Ledemi, S. Morency, R. Vallée, and Y. Messaddeq, "Germanate-tellurite composite fibers with a high-contrast step-index design for non-linear applications," *Optical Materials Express*, vol. 4, no. 8, pp. 1740–1746, 2014.
- [83] A. J. Maker and A. M. Armani, "Fabrication of silica ultra high quality factor microresonators," *Journal of visualized experiments : JoVE*, no. 65, 2012.
- [84] Vytran, "Ldc-400 large diameter fiber cleaver." <http://www.vytran.com/product/ldc-400>, 2017.
- [85] Dremel, "Dremel multi pro 395 type 5." https://www.dremel.com/en_US/, 2017.
- [86] Coherent, "Diamond G-Series 150." http://www.istcgroup.com/pdf/G_100_150.pdf, 2016.
- [87] SCAPS, "SAMLIGHT." <http://www.scaps.com/index.php?id=10>, 2016.
- [88] RAYLASE, "Focus on laser ms-14[c]d1." <http://www.raylase.de/products/>, 2016.
- [89] Luna, "Resource library, phoenix 1400." <http://lunainc.com/resource-library-products/phoenix-1400/>, 2016.
- [90] J. Buus, M.-C. Amann, and D. J. Blumenthal, *Tunable laser diodes and related optical sources*. Wiley-Interscience New York, 2005.
- [91] smartechconsulting, "Ino c-band fad-180 edfa erbium-doped fiber amplifier." <http://www.smartechconsulting.com/FAD-180>, 2016.
- [92] I. Pritel, "High power optical fiber amplifiers." http://www.pritel.com/high_p.htm, 2016.
- [93] Bullet, "Bullet bare fiber adapter." <http://www.fibrasopticasdemexico.com/fichas/adaptadores%20de%20fibra%20desnuda.pdf>, 2017.
- [94] T. Carmon, H. G. Schwefel, L. Yang, M. Oxborrow, A. D. Stone, and K. J. Vahala, "Static envelope patterns in composite resonances generated by level crossing in optical toroidal microcavities," *Physical Review Letters*, vol. 100, no. 10, p. 103905, 2008.

- [95] I. S. Grudinin, L. Baumgartel, and N. Yu, "Impact of cavity spectrum on span in microresonator frequency combs," *Optics express*, vol. 21, no. 22, pp. 26929–26935, 2013.
- [96] X. Xue, "Wideband mode-locked optical frequency combs." <http://spie.org/newsroom/6229-wideband-mode-locked-optical-frequency-combs?highlight=x2404&ArticleID=x116474&SS0=1>, 2015.
- [97] G. Lin, K. Saleh, R. Henriët, S. Diallo, R. Martinenghi, A. Coillet, and Y. K. Chembo, "Wide-range tunability, thermal locking, and mode-crossing effects in kerr optical frequency combs," *Optical Engineering*, vol. 53, no. 12, p. 122602, 2014.
- [98] Y. K. Chembo and N. Yu, "Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators," *Physical Review A*, vol. 82, no. 3, p. 033801, 2010.
- [99] Y. Liu, Y. Xuan, X. Xue, P.-H. Wang, S. Chen, A. J. Metcalf, J. Wang, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, "Investigation of mode coupling in normal-dispersion silicon nitride microresonators for kerr frequency comb generation," *optica*, vol. 1, no. 3, pp. 137–144, 2014.
- [100] Malitson, "Optical constants of sio2." <http://refractiveindex.info/?shelf=main&book=SiO2&page=Malitson>, 2016.
- [101] K. Hill, Y. Fujii, D. C. Johnson, and B. Kawasaki, "Photosensitivity in optical fiber waveguides : Application to reflection filter fabrication," *Applied physics letters*, vol. 32, no. 10, pp. 647–649, 1978.
- [102] D. Hélie, *Micro-usinage de lamelles de verre au laser femtoseconde*. PhD thesis.
- [103] M. N. Polyanskiy, "Refractive index database."
- [104] Matlab, "Prominence." <https://www.mathworks.com/help/signal/ug/prominence.html>, 2018.
- [105] Accuratus, "Fused silica, sio2 glass properties." <http://accuratus.com/fused.html>, 2013.
- [106] M. Weber, *HANDBOOK OF OPTICAL MATERIAL*. CRC Press LLC, 2003.
- [107] V. Michaud-Belleau, J. Roy, S. Potvin, J.-R. Carrier, L.-S. Verret, M. Charlebois, J. Genest, and C. N. Allen, "Whispering gallery mode sensing with a dual frequency comb probe," *Optics express*, vol. 20, no. 3, pp. 3066–3075, 2012.
- [108] I. Teraoka and S. Arnold, "Whispering-gallery modes in a microsphere coated with a high-refractive index layer : polarization-dependent sensitivity enhancement of the resonance-shift sensor and te-tm resonance matching," *JOSA B*, vol. 24, no. 3, pp. 653–659, 2007.

- [109] Y. Xuan, Y. Liu, L. T. Varghese, A. J. Metcalf, X. Xue, P.-H. Wang, K. Han, J. A. Jaramillo-Villegas, A. A. Noman, C. Wang, S. Kim, M. Teng, Y. J. Lee, B. Niu, L. Fan, J. Wang, D. E. Leaird, A. M. Weiner, and M. Qi, “High-q silicon nitride microresonators exhibiting low-power frequency comb initiation,” *Optica*, vol. 3, pp. 1171–1180, Nov 2016.
- [110] X. Tang, K. G. Irvine, D. Zhang, and M. G. Spencer, “Linear electro-optic effect in cubic silicon carbide,” *Applied physics letters*, vol. 59, no. 16, pp. 1938–1939, 1991.
- [111] X. Lu, J. Y. Lee, P. X.-L. Feng, and Q. Lin, “Silicon carbide microdisk resonator,” *Optics letters*, vol. 38, no. 8, pp. 1304–1306, 2013.
- [112] A. Savchenkov, A. Matsko, D. Strekalov, M. Mohageg, V. Ilchenko, and L. Maleki, “Low threshold optical oscillations in a whispering gallery mode CaF_2 resonator,” *Physical Review Letters*, vol. 243905, no. 24, 2005.
- [113] A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D. Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, “Optical hyperparametric oscillations in a whispering-gallery-mode resonator : Threshold and phase diffusion,” *Physical Review A*, vol. 71, no. 3, p. 033804, 2005.
- [114] D. W. Scott, “On optimal and data-based histograms,” *Biometrika*, vol. 66, no. 3, pp. 605–610, 1979.
- [115] A. J. Izenman, “Review papers : Recent developments in nonparametric density estimation,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 86, no. 413, pp. 205–224, 1991.
- [116] E. Limpert, W. A. Stahel, and M. Abbt, “Log-normal distributions across the sciences : Keys and clues : On the charms of statistics, and how mechanical models resembling gambling machines offer a link to a handy way to characterize log-normal distributions, which can provide deeper insight into variability and probability—normal or log-normal : That is the question,” *AIBS Bulletin*, vol. 51, no. 5, pp. 341–352, 2001.
- [117] J. Aitchison and J. A. Brown, “The lognormal distribution with special reference to its uses in economics,” 1957.
- [118] Matlab, “Negative loglikelihood of probability distribution.” https://www.mathworks.com/help/stats/prob.normaldistribution.negloglik.html?searchHighlight=negloglik&s_tid=doc_srchttitle, 2018.
- [119] D. Fraser, P. McDunnough, A. Naderi, and A. Plante, “On the definition of probability densities and sufficiency of the likelihood map,” *Probability and Mathematical Statistics-PWN*, vol. 15, pp. 301–310, 1994.
- [120] C. A. Rohde, *Introductory statistical inference with the likelihood function*. Springer, 2016.

- [121] LaserDiodeSource, “Laser diodes.” <http://www.laserdiodesource.com/laser-diode-product-page/1530nm-1565nm-narrow-linewidth-laser-RI0>, 2016.
- [122] Wikipedia, “Pearson correlation coefficient.”
- [123] Statstutor, “Pearson’s correlation.”
- [124] K. TECHNOLOGIES, “81600b tunable laser source family.” <http://www.keysight.com/en/pd-214916-pn-81600B/tunable-laser-source-family?cc=CA&lc=eng>, 2016.
- [125] P. Welch, “The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms,” *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, vol. 15, no. 2, pp. 70–73, 1967.
- [126] M. L. Gorodetsky and I. S. Grudinin, “The measurement of thermo-refractive noise in microspheres,” in *Proceedings of SPIE*, vol. 4969, pp. 215–226, 2003.
- [127] A. E. Fomin, M. L. Gorodetsky, I. S. Grudinin, and V. S. Ilchenko, “Nonstationary nonlinear effects in optical microspheres,” *JOSA B*, vol. 22, no. 2, pp. 459–465, 2005.
- [128] Yokogawa, “Optical spectrum analyzer, aq6370 series.” <https://www.yokogawa.com/rd/pdf/TR/rd-te-n05301-005.pdf>, 2016.
- [129] E. Mateo, F. Yaman, and G. Li, “Control of four-wave mixing phase-matching condition using the brillouin slow-light effect in fibers,” *Optics letters*, vol. 33, no. 5, pp. 488–490, 2008.
- [130] F. Vanier, F. Côté, M. El Amraoui, Y. Messaddeq, Y.-A. Peter, and M. Rochette, “Low-threshold lasing at 1975 nm in thulium-doped tellurite glass microspheres,” *Optics letters*, vol. 40, no. 22, pp. 5227–5230, 2015.
- [131] Y. Ruan, K. Boyd, H. Ji, A. Francois, H. Ebendorff-Heidepriem, J. Munch, and T. M. Monro, “Tellurite microspheres for nanoparticle sensing and novel light sources,” *Optics Express*, vol. 22, no. 10, pp. 11995–12006, 2014.
- [132] C. Ciminelli, C. M. Campanella, F. Dell’Olio, C. E. Campanella, and M. N. Armenise, “Label-free optical resonant sensors for biochemical applications,” *Progress in Quantum Electronics*, vol. 37, no. 2, pp. 51–107, 2013.
- [133] D. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. Streed, and H. Kimble, “High-q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared,” *Optics letters*, vol. 23, no. 4, pp. 247–249, 1998.
- [134] M. Soltani, S. Yegnanarayanan, and A. Adibi, “Ultra-high q planar silicon microdisk resonators for chip-scale silicon photonics,” *Optics express*, vol. 15, no. 8, pp. 4694–4704, 2007.

- [135] S. B. Papp and S. A. Diddams, “Spectral and temporal characterization of a fused-quartz-microresonator optical frequency comb,” *Physical Review A*, vol. 84, no. 5, p. 053833, 2011.
- [136] K. Kono, M. Koashi, T. Hirano, and M. Matsuoka, “Controlling the correlation between the signal and idler mode photons,” *Optics Communications*, vol. 127, no. 4, pp. 237 – 242, 1996.
- [137] N. Riesen, T. Reynolds, A. François, M. R. Henderson, and T. M. Monro, “Q-factor limits for far-field detection of whispering gallery modes in active microspheres,” *Optics express*, vol. 23, no. 22, pp. 28896–28904, 2015.