MAHDOKHT NAGHIBI-BEIDOKHTI

UN PORTRAIT DE LA COMPRÉHENSION DU CONCEPT DE LA FRACTION :
Une étude exploratoire en Iran

TOME 2

Thèse présentée
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de doctorat en didactique
pour l'obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.)

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2008

Chapitre IV

La compréhension de la fraction manifestée par les réponses des élèves

1 Description générale du chapitre

Dans ce quatrième chapitre, nous procédons à l'étude des réponses fournies par les élèves de nos différents groupes aux questions auxquelles ils ont été soumis. Le but est de mettre en lumière la compréhension du concept de fraction manifestée dans ces réponses et d'arriver ainsi à brosser un portrait de cette compréhension que les élèves sont parvenus à développer.

Pour préparer cette analyse *a posteriori* des réponses des élèves, nous avons d'abord réalisé une analyse *a priori* des réponses plausibles à notre questionnaire : nous avons alors retenu, pour chaque question posée, un ensemble de réponses qu'on pouvait retrouver sur les copies des élèves participants et nous avons, dans la foulée, proposé une lecture de ces réponses en termes de la description de la compréhension de la fraction décrite dans le cadre du modèle de Herscovics et Bergeron. C'est ce que nous venons de présenter, sous forme de fiches d'analyse, au chapitre III.

Chacune de ces fiches d'analyse définit, par sa liste de réponses plausibles à chacune des questions, un ensemble de catégories sous lesquelles nous avons regroupé les réponses effectivement obtenues des élèves interrogés : nous avons analysée chacune de ces réponses effectives d'élève et l'avons catégorisée en la rattachant à celle des réponses plausibles qui lui correspondait dans la fiche liée à la question considérée. Cela a constitué la première des trois étapes de l'analyse *a posteriori* présentée dans les pages qui suivent. Nos ensembles de catégories se sont avérés raisonnablement complets, la plupart des réponses des élèves trouvant sans peine à s'y loger. On s'en doute, il y a tout de même eu quelques exceptions, certaines des réponses des élèves n'ayant pas été prévues. Heureusement, nous avions choisi la prudence en laissant nos catégorisations ouvertes : nous gardions toujours la possibilité de les compléter en fonction des réponses que nous fourniraient les élèves. Cela s'est d'ailleurs produit à quelques reprises, par exemple à la question 1 du questionnaire I où s'est ajoutée une réponse 8' à la fiche d'analyse.

En nous appuyant sur ces outils, nous avons donc pu caractériser les réponses des élèves en fonction de leur contenu. Pour arriver, dans une deuxième étape, à un portrait d'ensemble de la compréhension manifestée par les élèves, nous avons d'abord procédé à des études de fréquences, regardant le nombre des réponses recueillies dans les copies de nos élèves rangées dans chacune des catégories définies par les réponses imaginées *a priori*. Cela nous a conduit aux divers tableaux qui apparaissent plus loin et intitulés **Fréquence des catégories de réponses à la question n.** Nous avons ainsi pu préciser le niveau de présence de diverses réponses possibles, les tendances importantes qui se dégagent et de juger ensuite de la compréhension manifestée par les élèves en nous fondant sur les jugements rattachés à ces réponses.

Comme cela a été décrit plus tôt, au deuxième chapitre, nous avions aussi établi une forme de hiérarchie des réponses plausibles. Des cotes ont été attribuées suivant que la compréhension traduite par chacune de ces réponses possibles était jugée très bonne (cote 100), bonne (200), moyenne (300), faible (400) ou non manifeste (500). Cette hiérarchisation nous a permis, dans la troisième étape de l'analyse *a posteriori*, un autre regard sur la compréhension manifestée par les élèves dont les réponses effectives se sont retrouvées cotées en fonction des catégories auxquelles elles appartenaient : nous avons ainsi pu calculer une forme de « compréhension moyenne » manifestée par l'ensemble des réponses fournies par les élèves. Nous avons aussi procédé à quelques études de corrélations lorsque l'existence d'une telle corrélation semblait plausible et que nous pouvions lui donner un sens.

Les trois premières sections du chapitre présentent respectivement les analyses touchant les élèves des quatrième et cinquième années du primaire (groupes 1 et 2) et de la première année du secondaire junior (groupe 3). Nous y rappelons, pour chaque groupe, le questionnaire utilisé et y présentons l'analyse des réponses question par question, commençant par les études des fréquences des réponses de chacune des catégories et poursuivant avec les études, aussi appuyées sur les fréquences observées, de ces réponses hiérarchisées par cotes. Ce sont ces fréquences qui sont données dans les multiples tableaux qui apparaissent dans les trois premières sections du chapitre. La section 4 propose une synthèse et une discussion des résultats obtenus : cette synthèse est présentée par questions « correspondantes », c'est-à-dire qu'au lieu d'y aller par groupes, nous avons regardé les questions qui, pour l'ensemble des groupes, touchaient les mêmes matières et avons regardé ce que les résultats nous permettaient de dire sur la compréhension manifestée dans les réponses obtenues à ces questions. Cette synthèse débouche sur une première conclusion.

Une dernière et très brève étape arrive en sus de ces analyses sur la compréhension, étape présentée à la cinquième et dernière section du chapitre. Comme cela a été annoncé au chapitre II, nous y étudions la présence de liens potentiels entre les réponses fournies par les élèves et les données socio-économiques que nous avions recueillis au moment d'interroger ces élèves. Cette partie, rappelons-le, se situe un peu à l'écart des visées annoncées de la thèse et n'est là que pour vérifier, caractère exploratoire du travail oblige, si des études plus poussées méritent d'être lancées sur de telles matières.

2 Analyse des réponses des élèves du groupe 1

Les élèves du groupe 1 appartiennent à la quatrième année du primaire et ont répondu aux questions de la version I du questionnaire.

2.1 Question 1 : équipartition et choix

Tableau 36
Fréquence des catégories de réponses à la question 1

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	22	29,7	29,7	29,7
	2	11	14,9	14,9	44,6
	3	9	12,2	12,2	56,8
	4	5	6,8	6,8	63,5
	5	5	6,8	6,8	70,3
	6	4	5,4	5,4	75,7
	8'	4	5,4	5,4	81,1
	8	13	17,6	17,6	98,6
	9	1	1,4	1,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

44.6% de l'échantillon, soit 33 élèves, ont très bien répondu en réalisant une équipartition parfaite ou suffisante et choisi le bon nombre de parts (réponses de catégories 1 et 2 respectivement).

55,4 %, soit 41 élèves ont moins bien répondu : nous notons que 31 élèves n'ont pu réaliser d'équipartition correcte (réponses des catégories 3, 5, 8 ou 8'). Problème de la complexité de la figure ou de la tâche ? Travaillant avec des enfants, Pothier et Sawada (1984a, 1994b) ont découvert que souvent ceux-ci ne semblent pas comprendre les propriétés géométriques d'une figure : au lieu de se concentrer plutôt sur la figure pour décider du type d'équipartition qui convient, ils utilisent les procédures ou les techniques dominantes qu'ils possèdent déjà. Or ici, ces procédures ne devaient guère convenir à cause du caractère particulier de la figure. Nous verrons que ceci a joué en analysant la question Q2.

Ces problèmes d'équipartition se combinent de divers manières avec ceux liés au nombre de parts et/ou de choix sans qu'une tendance claire ne se dessine : 13 se trompent sur les deux, nombre de parts et de choix (réponses 8), cinq partagent en un nombre inexact de parts pour retenir un bon nombre de choix (réponse 5) et huit font l'inverse en se trompant sur le nombre de choix (réponses 6 ou 8').

2.2 Question 2 : partie du tout correspondant à une fraction donnée

Tableau 37
Fréquence des catégories de réponses à la question 2

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	40	54,1	54,1	54,1
	2	23	31,1	31,1	85,1
	3	4	5,4	5,4	90,5
	4	1	1,4	1,4	91,9
	5	2	2,7	2,7	94,6
	6	3	4,1	4,1	98,6
	8	1	1,4	1,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Comme nous pouvions le prévoir, avec une figure et une tâche plus simple le pourcentage de réussite au chapitre de l'équipartition, du nombre de parts et du nombre de choix, est amélioré puisque 85.1 % des réponses sont rangées dans les catégories 1 et 2.

Au chapitre des erreurs, qui sont tout de même rares (environ 15%), la moitié des élèves concernés ont des difficultés avec l'équipartition, lesquelles se combinent ou non avec de mauvais nombres de parts ou de choix.

Pour mieux juger des réponses des élèves du premier groupe, nous avons regardé ensemble les réponses aux questions 1 et 2 pour, en particulier, faire la part de la complexité de la figure et de la formulation de la tâche à la question 1. La figure de la question 2 est un simple carré et la question posée est plus directe, n'exigeant pas d'interprétation à partir du moment où l'élève connaît l'écriture fractionnaire, tout en lui demandant de réaliser, comme à la question 1, une équipartition et de choisir le bon nombre de parts parmi celles obtenues.

Pas de surprise pour les 33 élèves dont les réponses ont été classées dans les catégories 1 ou 2 à la question 1, ils ont maintenu ou amélioré leur classement lorsqu'on regarde la question 2. Seuls trois cas sont passés de la catégorie 1 à la question 1 à la catégorie 2 à la question 2 en faisant manifestement preuve de moins de soin dans la partition de la figure sans que cela ne traduise un manque de connaissances ou de compréhension, leurs réponses demeurant largement satisfaisantes.

Neuf élèves ont vu leur réponse placée dans la catégorie 3 à la question 1, ayant partagé le tout en quatre parts inégales. Cependant, ils ont tous réalisé une équipartition satisfaisante à la question 2. On peut donc légitimement croire que ces élèves ont été perturbés par la complexité de la figure en 1 et que, sans bien savoir comment la réaliser dans ce cas précis, ils avaient tout de même une bonne idée de l'équipartition. Cela nous a amené à juger leur compréhension bonne (cote 200) au regard du critère visé par la question 1.

Pour des raisons analogues, nous avons attribué la cote 200 aux deux élèves qui ont donné les réponses 4 à la question 1 et 2 à la question 2. Cependant, il nous a fallu attribuer la cote 500 (compréhension non manifeste) aux deux qui, avec des réponses aussi de catégorie 4 à la question 1, ont donné les réponses 5 ou 8 à la question 2. De même, ceux qui ont donné la réponse 5 à la question 1 ont obtenu des cotes 200, 400 ou 500 selon qu'ils ont donné la réponse 1 (trois cas où ces élèves ont l'idée d'équipartition comme le montre leur réponse en 2, mais ont sans doute voulu partager en trois à cause du contexte de la présence de trois amis), la réponse 3 ou la réponse 5 à la question 2.

Les réponses 6 ou 7 à la question 2 n'ont pas été considérées à la lumière des réponses à la question 2 puisque, pour la réponse 6, ce n'était pas vraiment pertinent alors qu'aucun élève n'a fourni la réponse de catégorie 7. Par contre les réponses 8 à la question 1 se sont vues attribuer les cotes 200 si la réponse en 2 était de catégories 1 ou 2 (11 cas) et 300 si elle était de catégorie 6 (deux cas). Ce sont là les seules combinaisons rencontrées. De même, les réponses de catégorie 8' à la question 1 ont reçues les cotes 200 ou 500 suivant que la réponse en 2 était de catégorie 1 (deux cas) ou 3 (deux cas aussi).

Tableau 38
Fréquence des cotes des réponses à la question 1

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	33	44,6	45,2	45,2
	200	32	43,2	43,8	89,0
	300	2	2,7	2,7	91,8
	400	1	1,4	1,4	93,2
	500	5	6,8	6,8	100,0
	Total	73	98,6	100,0	
	pas de réponse	1	1,4		
	Total	74	100,0		

Moyenne : 180,82 Mode : 100 Écart-type : 106,27

La « moyenne » des cotes attribuées aux réponses à la question 1 est de 180,8. Cela situe la compréhension qui s'y manifeste un peu au-dessus de bonne, l'écart-type de 100 montrant que le gros de l'échantillon a donné des réponses qui traduisent une compréhension allant de moyenne à très bonne. Nous en concluons que ces élèves ont une perception raisonnable des idées d'équipartition et de choix. Nous pouvons ajouter que leurs habiletés à réaliser des équipartitions et à retenir le bon nombre de parts sont un peu mises à mal lorsque la figure et la mise en contexte sont plus complexes comme le montre le succès moindre obtenu à la question 1 lorsqu'on compare à la question 2 où 85% des élèves ont répondu de manière remarquablement satisfaisante.

Tableau 39
Fréquence des cotes des réponses à la question 2

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	63	85,1	85,1	85,1
	300	8	10,8	10,8	95,9
	400	2	2,7	2,7	98,6
	500	1	1,4	1,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Moyenne : 135,14 Mode : 100 Écart-type : 88,26

Examinant ce dernier tableau des résultats obtenus à la question 2 avec une moyenne de 135,14 et un écart-type de 88,3 et, pouvons-nous ajouter, un mode de 100, on doit conclure que les élèves interrogés ont vraiment développé l'habileté à « trouver la partie du tout représentant une fraction donnée », critère visée par notre deuxième tâche.

2.3 Question 3 : fraction correspondant à une partie donnée du tout

Tableau 40
Fréquence des catégories de réponses à la question 3.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	24	32,4	32,4	32,4
	3	1	1,4	1,4	33,8
	4	23	31,1	31,1	64,9
	5'	4	5,4	5,4	70,3
	5	3	4,1	4,1	74,3
	6	19	25,7	25,7	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Tableau 41
Fréquence des catégories de réponses à la question 3.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	19	25,7	25,7	25,7
	3	3	4,1	4,1	29,7
	4	26	35,1	35,1	64,9
	5'	6	8,1	8,1	73,0
	5	1	1,4	1,4	74,3
	6	19	25,7	25,7	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Tableau 42
Fréquence des catégories de réponses à la question 3.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	20	27,0	27,0	27,0
	3	1	1,4	1,4	28,4
	4	29	39,2	39,2	67,6
	5'	7	9,5	9,5	77,0
	6	17	23,0	23,0	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

La plupart des élèves ont eu leurs réponses catégorisées de la même manière pour les trois parties a, b, c de la question 3. Autour de 30% ont répondu correctement (réponses 1 ou 3). Chez ceux qui n'y sont pas parvenu, beaucoup ont eu des difficultés à établir une équipartition (réponses 4 ou 5') : 36.5% pour a, 43.2% pour b, et 48.7% pour c. C'est donc une tendance dominante et le pourcentage d'erreur croît de a à c avec la complexité de la figure. Une autre tendance apparaît : les nombres de réponses absentes qui sont de 19, 19 et 17 pour les parties a, b et c respectivement, soit le quart de l'échantillon pour chaque sous-question. La tâche les a-t-elle surpris ou embêtés ? C'est plausible, surtout que la seule autre tâche avec un pourcentage de non réponses équivalent est la tâche 9 (droite numérique) qui, on le sait de façon plus sûre que pour celle-ci, était une tâche inhabituelle pour ces élèves. Nous y reviendrons en regardant cette question 9 plus loin.

Tableau 43
Fréquence des cotes des réponses à la question 3.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	24	32,4	43,6	43,6
	200	1	1,4	1,8	45,5
	500	30	40,5	54,5	100,0
	Total	55	74,3	100,0	
Absente	pas de réponse	19	25,7		
	Total	74	100,0		

Moyenne : 320,00 Mode : 500 Écart-type : 354,39

Tableau 44
Fréquence des cotes des réponses à la question 3.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	19	25,7	34,5	34,5
	200	3	4,1	5,5	40,0
	500	33	44,6	60,0	100,0
	Total	55	74,3	100,0	
Absente	pas de réponse	19	25,7		
	Total	74	100,0		

Moyenne : 345,45 Mode : 500 Écart-type : 192,28

Tableau 45

Fréquence des cotes des réponses à la question 3.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	20	27,0	35,1	35,1
	200	1	1,4	1,8	36,8
	500	36	48,6	63,2	100,0
	Total	57	77,0	100,0	
	pas de réponse	17	23,0		
	Total	74	100,0		

Moyenne : 354,39 Mode : 500 Écart-type : 192,79

Considérant maintenant les réponses hiérarchisées, on note sans surprise que la cohérence se maintient entre les différentes parties de la question, les moyennes étant de 320, 345 et 354 pour a, b et c respectivement. Cela situe la compréhension globale entre moyenne et faible avec un étalement plutôt grand puisque les écarts-types sont un peu inférieurs à 200. Ces moyennes perdent leur sens puisque, si l'on y regarde de plus près, les réponses exprimées se retrouvent aux extrémités du spectre (cote 100 ou 500). C'est un peu la situation des bassines d'eau brûlante et glacée, il devient insignifiant de parler d'eau tiède et donc confortable pour les mains en moyenne…

Trois éléments sont donc à retenir : d'abord, un peu plus du quart, près du tiers pour la partie a, des élèves de ce premier groupe ont satisfait le critère visé et « trouvé la fraction du tout représentée par une partie ; ensuite, de 36 % en a jusqu'à 48 % en c n'ont pu le faire, pratiquement toujours parce qu'ils n'ont pu effectuer les équipartitions nécessaires pour arriver aux solutions ; enfin, les non réponses sont de l'ordre de 25 % de l'échantillon pour chacune des trois parties de la question.

2.4 Question 4 : invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement du tout

Tableau 46
Fréquence des catégories de réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	39	52,7	52,7	52,7
	2	1	1,4	1,4	54,1
	3	25	33,8	33,8	87,8
	4	1	1,4	1,4	89,2
	5	4	5,4	5,4	94,6
	6	2	2,7	2,7	97,3
	7	2	2,7	2,7	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Plus que la moitié des élèves (55,5%), soit 41 personnes, ont très bien répondu à la question (réponses 1, 2 ou 4). Ces élèves ont donc bien compris l'invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement.

33.8%, soit 25 élèves préfèrent des procédures d'équipartition particulières pour partager le carré en quatre (réponse 3). Comme l'annoncent Pothier et Sawada (1984a, 1984b, 1989), il y a des procédures d'équipartition qui sont dominantes chez les enfants. Leurs applications se voient même au moment de choisir entre deux procédures. Dans notre cas, il peut arriver que l'enfant préfère par exemple les lignes perpendiculaires aux côtés, ou encore les diagonales. Il peut même arriver qu'aux yeux d'un élève, une des façons de partager ne soit pas vraiment équitable. On peut donc conclure ici que les 25 élèves ne satisfont pas encore le critère visé puisqu'ils sont encore attachés au mode de fractionnement. Les autres réponses erronées (8.5% d'échantillon), ainsi que les réponses absentes (2.7%), sont rares et ne traduisent pas de tendance notable.

Tableau 47
Fréquence des cotes des réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	40	54,1	55,6	55,6
	200	1	1,4	1,4	56,9
	400	25	33,8	34,7	91,7
	500	6	8,1	8,3	100,0
	Total	72	97,3	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,7		
	Total	74	100,0		

Moyenne : 238,89 Mode : 100 Écart-type : 160,59

Considérant les réponses cotées de 100 à 500, la moyenne de 238,9, laisse croire à une compréhension se situant globalement entre moyenne et bonne. Un phénomène analogue à celui observé à la question précédente force toutefois à nuancer. En effet, les réponses sont regroupées dans essentiellement deux catégories, celles qui ont reçu la cote très bonne (cote 100) et celles jugées faibles (cote 400). En somme, il y a ceux qui ont construit l'invariant, 57 % des réponses valides (cotes 100 et 200 réunies) et ceux qui n'y sont pas encore arrivés, 43 % (cotes 400 et 500).

2.5 Question 5 : invariance de la fraction par rapport au choix de parties

Tableau 48
Fréquence des catégories de réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	38	51,4	51,4	51,4
	3	26	35,1	35,1	86,5
	5	3	4,1	4,1	90,5
	6	4	5,4	5,4	95,9
	7	3	4,1	4,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Si la question 4 visait un invariant, celui qui est en lien avec le mode de fractionnement, la cinquième s'attache à son complément, l'invariance de la fraction par rapport au choix particulier de parties retenues. Il y a un parallélisme évident entre les réponses plausibles aux deux questions. Et lorsque l'on passe aux réponses effectivement données par les élèves, on constate sans surprise qu'il y a cohérence, les pourcentages attachés aux réponses obtenues à cette question 5 correspondent à ceux que nous avions observés à la question 4 : 51.4%, soit 38 élèves ont répondu correctement à la question (réponse 1) et montrent qu'ils ont construit l'invariance de la fraction par rapport au choix des parties ; 35.1% , soit 26 élèves préfèrent un choix particulier de ces parties (réponse 3), ce qui signifie qu'ils n'ont pas encore bâti l'invariant visé ; et les 13.6% qui restent, 10 personne au total, ont donné d'autres réponses erronées (réponses 5 ou 6), ou n'ont pas répondu (7).

Tableau 49
Fréquence des cotes des réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	38	51,4	53,5	53,5
	400	26	35,1	36,6	90,1
	500	7	9,5	9,9	100,0
	Total	71	95,9	100,0	
Absente	pas de réponse	3	4,1		
	Total	74	100,0		

Moyenne 249,30 Mode : 100 Écart-type : 163,77

Les réponses hiérarchisées traduisent les mêmes tendances. Ici comme à la question 4, la moyenne traduit mal les observations puisque les réponses se retrouvent essentiellement vers les extrêmes, 100 ou 400, un peu plus de la moitié des élèves ayant construit l'invariant alors que les autres demeuraient encore attachés au choix particulier de parties ou, de façon minoritaire, ont donné d'autres réponses erronées.

Nous évoquions plus haut le parallélisme entre les réponses plausibles aux deux questions, 4 et 5, de même que la cohérence des réponses fournies par nos participants à ces questions. On constate ainsi que sur les 71 élèves qui ont répondu aux deux questions, plus des deux-tiers (48 sur 71) ont vu leurs réponses catégorisées de la même manière, ce qui laisse croire à un lien entre la construction des deux invariants. Nous avons procédé à un test de chi-carré pour voir si nos chiffres étaient significatifs : ce test donne une valeur de 0,000, valeur inférieure à 0,5 ce qui permet de conclure à une relation significative comme nous le pensions. Nous n'insistons pas, car ceci déborde des visées de notre étude.

Tableau 50
Croisement des cotes des réponses des questions 4 et 5

		Q.5.S			
		100	400	500	Total
Q.4.S	100	31	6	3	40
	400	6	17	2	25
	500	1	3	1	5
Total		38	26	6	70

Tableau 51
Résultats du test de Chi-carré

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-carré	22,495(a)	4	,000

Nombre de cas valides : 70

2.6 Question 6 : équivalence de relations partie/tout

Tableau 52
Fréquence des catégories de réponses à la question 1

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	26	35,1	35,1	35,1
	2	5	6,8	6,8	41,9
	3	5	6,8	6,8	48,6
	4	1	1,4	1,4	50,0
	5'	1	1,4	1,4	51,4
	5	20	27,0	27,0	78,4
	6	11	14,9	14,9	93,2
	7	2	2,7	2,7	95,9
	8	3	4,1	4,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

37 élèves (réponses 1 à 4) soit 50 % des participants reconnaissent l'équivalence des relations partie/tout. Parmi eux, il y en a 26 (35.1%) qui répondent en s'appuyant sur le critère d'abstraction (réponse 1). Cinq autres utilisent les formules pour trouver les dénominateurs communs afin de comparer les fractions (réponse 2). Les six derniers parmi les 37 ont justifié leur réponse par des explications non pertinentes (réponse 3) ou encore sans aucune explication (réponse 4).

Dans les réponses erronées une autre tendance parait importante : 21 élèves (28.4%) réfèrent à leurs connaissances antérieures sur les nombres entiers (réponses 5 et 5'). Comme l'indiquent Ball (1993), Gray (1993), Neuman (1993) et Streefland (1991), ces connaissances font parfois obstacle au développement du concept de fraction. Parmi ces élèves, il en est un qui applique une stratégie additive plutôt sophistiquée : il compare les différences entre le nombre de parties données au départ et le nombre de celles qui ont été mangées (cote 5'). Comme nous verrons, le nombre d'erreurs de ce type augmente lorsque les fractions deviennent, dans la version III, vraiment plus sophistiquées.

Parmi les élèves restant, 13 ont fourni une mauvaise réponse accompagnée d'une explication non pertinente ou sans explication (réponses 6 ou 7) ou n'ont rien répondu (réponse 8).

Tableau 53
Fréquence des cotes des réponses à la question 6

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	31	41,9	43,7	43,7
	300	6	8,1	8,5	52,1
	500	34	45,9	47,9	100,0
	Total	71	95,9	100,0	
Absente	pas de réponse	3	4,1		
	Total	74	100,0		

Moyenne 308,45 Mode : 500 Écart-type : 192,54

Les réponses hiérarchisées par cote montrent des regroupements autour des extrêmes (100 et 500) avec un tout petit nombre d'élèves dans la moyenne de 300. Encore ici, cette moyenne traduit mal une tendance générale puisque les réponses se retrouvent très majoritairement à l'un ou l'autre des pôles, suivant qu'ils satisfont clairement le critère (~44 % des réponses valides) ou que leur réponse ne manifeste pas la forme de compréhension visée par la question (~48 %).

2.7 Question 7 : réversibilité d'un partage

Tableau 54
Fréquence des catégories de réponses à la question 1

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	19	25,7	25,7	25,7
	2	13	17,6	17,6	43,2
	3	4	5,4	5,4	48,6
	4	26	35,1	35,1	83,8
	5	2	2,7	2,7	86,5
	6	4	5,4	5,4	91,9
	7	3	4,1	4,1	95,9
	8	3	4,1	4,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

32 élèves (43.2%) ont donné une bonne réponse (1 ou 2, suivant le degré de précision de la représentation qu'ils ont fournie). Ceux-là ont acquis la réversibilité du partage, arrivant à reconstruire le tout à partir du morceau correspondant à la fraction donnée.

33 élèves (44.6%) ont construit un tout, sans que leurs réponses soient vraiment satisfaisantes. Ainsi, 26 élèves (35.1%) ont dessiné un tout quelconque (réponse 4) montrant qu'ils savent que le tout doit être plus grand que la partie donnée, mais ils n'arrivent pas à retrouver le tout correspondant à cette partie donnée. Quatre élèves (5.4%) donnent un tout qui ne réunit pas trois parties (réponse 3) et trois autres (4.1%), un tout comportant le bon nombre de parties, mais ces parties ne correspondent pas à celle qui a été donnée dans la question (réponse 8). Le nombre d'élèves donnant ce type de réponse 8 va augmenter dans les autres versions du questionnaire, à mesure que la figure représentant la partie deviendra plus complexe, un peu comme si les élèves n'avaient pas l'habileté nécessaire pour dessiner le tout à partir de celle-ci.

Les neuf élèves restant ne reconstituent pas un tout (réponse 5 ou 6) ou, dans trois cas, ne répondent rien (catégorie 7).

Tableau 55
Fréquence des cotes des réponses à la question 7

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	32	43,2	45,1	45,1
	300	3	4,1	4,2	49,3
	400	30	40,5	42,3	91,5
	500	6	8,1	8,5	100,0
	Total	71	95,9	100,0	
Absente	pas de réponse	3	4,1		
	Total	74	100,0		

Moyenne 269,01 Mode : 100 Écart-type : 158,20

Une fois les réponses hiérarchisées, on se retrouve à nouveau avec deux pôles. 45 % de ceux qui ont répondu sont dans le premier puisque leur réponse, cotée 100, traduit l'atteinte du critère, alors que 50,8 % n'ont pas encore manifesté la réversibilité attendue, leurs réponse se voyant attribuer les cotes 400 ou 500.

2.8 Question 8 : relation inverse entre nombre et taille des parts

Tableau 56
Fréquence des catégories de réponses à la question 8

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	41	55,4	55,4	55,4
	2	4	5,4	5,4	60,8
	3	2	2,7	2,7	63,5
	4	1	1,4	1,4	64,9
	5	9	12,2	12,2	77,0
	6	9	12,2	12,2	89,2
	7	2	2,7	2,7	91,9
	8	6	8,1	8,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

45 élèves (60.8%) répondent de manière à montrer clairement qu'ils reconnaissent la relation inverse entre le nombre et la taille des parts (réponses 1 ou 2), disant qu'il faut partager en deux maintenant plutôt qu'en quatre plus tard. Par contre, neuf élèves (12.2%) répondent qu'il faut attendre l'arrivée des amis car ce serait plus juste. Nous avons ici une réponse qui correspond à la réponse plausible 5 où il était prévu que l'élève souhaite attendre les autres pour des raisons de générosité ou de justice. Lors de l'analyse *a priori*, nous avons décidé d'être prudents en jugeant une telle réponse car il est plausible que l'élève sache que les morceaux obtenus sont plus petits, auquel cas, on pourrait dire qu'il satisfait le critère. Mais ne pouvant nous en assurer et parce que la réponse ne correspond pas vraiment à la question comme elle a été formulée, nous avons parlé de manifestation de compréhension « moyenne », souhaitant attribuer une cote plutôt neutre (300) à ce type de réponse. Deux autres élèves (2.7%) donnent une bonne réponse, mais sans ajouter d'explications (réponse 3).

Douze élèves (16 %) fournissent d'autres mauvaises réponses. Un élève (1.4%) se trompe en faisant référence à ses connaissances des nombres entiers (réponse 4), neuf (12.2%) : errent pour des raisons diverses (réponse 6), alors que deux (2.7%) donnent une réponse erronée sans explications (réponse 7). Six (8.1%) n'ont pas répondu (réponse 8).

Tableau 57
Fréquence des cotes des réponses à la question 8

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	41	55,4	60,3	60,3
	200	4	5,4	5,9	66,2
	300	11	14,9	16,2	82,4
	500	12	16,2	17,6	100,0
	Total	68	91,9	100,0	
Absente	pas de réponse	6	8,1		
	Total	74	100,0		

Moyenne 208,82 Mode : 100 Écart-type : 154,28

Les réponses hiérarchisées sont ici plus diversifiées qu'aux questions précédentes. La moyenne de 208,8 permet de conclure à une « bonne » compréhension globale, les divers pourcentages rattachés aux cotes montrant que plus de 60 % 66% si l'on s'attache aux seules réponses exprimées, des élèves satisfont le critère (cotes 100 et 200), les autres élèves se situant à des niveaux divers mais moins avancés de compréhension, quelques-uns n'en manifestant guère.

2.9 Question 9 : la fraction sur la droite numérique

Tableau 58
Fréquence des catégories de réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	4	10	13,5	13,5	13,5
	7	40	54,1	54,1	67,6
	8	24	32,4	32,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

La question 9 où il fallait trouver le point correspondant à une fraction sur la droite numérique est, de loin, celle qui a été la moins réussie par les élèves du premier groupe, ceux qui ont reçu la version 1 du questionnaire. Comme le montre le tableau, seules trois catégories de réponses apparaissent, lesquelles témoignent toutes de la non familiarité des élèves avec la tâche.

Dix élèves (13.5%) donnent une mauvaise réponse de la catégorie 4, c'est-à-dire qu'ils représentent d'une façon quelconque le choix de trois parts sur quatre. Ils ne regardent que les démarcations correspondant aux nombres 1, 2, 3 et 4 et, considérant ces démarcations comme formant une quantité discrète, en choisissent trois sur quatre. Si l'on peut noter une forme de compréhension de l'idée de fraction, la réponse témoigne en même temps d'une méconnaissance des codes touchant la droite numérique. Cela ne doit pas surprendre dans la mesure où cette droite n'est pas à l'étude dans la classe des élèves interrogés. C'est ce qui explique que 40 autres élèves (54.1%) donnent des réponses n'ayant guère à voir avec la tâche proposée (réponse 7), alors que 24 élèves (32.4%) ne répondent rien (réponse 8). Ce taux de non réponses dépasse ceux que nous avions observés aux trois parties de la question 3 et pousse à croire que les absences de réponses traduisent une incapacité à le faire. Mais nous sommes consciente d'être ici tout près de tomber dans l'inférence négative et nous nous garderons de retenir cette remarque comme une conclusion autre que simplement plausible.

Tableau 59
Fréquence des cotes des réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	400	10	13,5	20,0	20,0
	500	40	54,1	80,0	100,0
	Total	50	67,6	100,0	
Absente	pas de réponse	24	32,4		
	Total	74	100,0		

Moyenne 480,0 Mode : 500 Écart-type : 40,41

Les dix élèves qui ont donné la réponse de type 4 se sont vus attribuer une cote 400, même si leur représentation sur la droite numérique n'a rien de standard ; en effet elle témoigne d'une forme de compréhension car il y a vraiment une formalisation de la fraction, une représentation imagée qui a du sens. Par ailleurs, la moyenne des cotes correspondant à une compréhension globalement non manifeste et l'écart-type montrant que les élèves sont regroupés autour de cette moyenne traduisent ce qu'un coup d'œil rapide au tableau révélait déjà, les élèves ne satisfont globalement pas le critère visé ici.

2.10 Question 10 : invariance de la fraction par rapport à la grandeur ou à la forme du tout

Tableau 60
Fréquence des catégories de réponses à la question 10

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	27	36,5	36,5	36,5
	2	15	20,3	20,3	56,8
	4	23	31,1	31,1	87,8
	5	6	8,1	8,1	95,9
	6	3	4,1	4,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Largement plus de la moitié des élèves, 42 sur les 74 soit 56.8%, perçoivent la fraction comme un nombre, c'est-à-dire qu'ils ont saisi l'invariance de la fraction par rapport à la grandeur ou à la forme du tout qui la représente (réponses 1 ou 2).

À l'opposé, 29 élèves (39,2%) donnent une mauvaise réponse, certains pouvant y avoir été poussés par la formulation de la question qui suggérait l'existence d'une meilleure représentation. De ce nombre, 23 élèves (31.1%) ajoutent des explications qui se réfèrent à la forme ou à la grandeur du tout (réponse 4), montrant qu'ils sont attachés aux représentations physiques au point de conclure que les fractions (présentées par les parties hachurées) ne sont pas égales. Les six autres (8.1%) choisissent une représentation particulière sans expliquer leur choix ou en fournissant une explication peu ou pas pertinente (réponse 5). On a jugé qu'ils étaient encore assez convaincus de l'importance de la forme ou de la taille du tout pour ne pouvoir résister à notre question tendancieuse ou alors, qu'ils préféraient une représentation, à leurs yeux meilleure ou plus acceptable que les autres.

Tableau 61
Fréquence des cotes des réponses à la question 10

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	42	56,8	59,2	59,2
	500	29	39,2	40,8	100,0
	Total	71	95,9	100,0	
Absente	pas de réponse	3	4,1		
	Total	74	100,0		

Moyenne 249,30 Mode : 100 Écart-type : 163,77

En hiérarchisant les réponses, on obtient à nouveau deux groupes bien distingués se situant chacun aux extrêmes (cotes 100 et 500). Une bonne majorité n'a pas été abusée par la question et témoigne de sa perception de la fraction comme nombre, mais un pourcentage encore important des élèves (environ 40 %) n'ont pas encore construit l'invariance de la fraction par rapport à la façon dont elle est représentée.

2.11 Question 11 : comparaison de fractions données symboliquement

En regardant les trois tableaux de fréquences qui viennent, on peut d'abord noter que presque toutes les catégories de réponses plausibles y sont représentées. Une seule en est systématiquement absente, la réponse 7 qui pourrait sans doute être évincée de la liste. On remarque aussi que les réponses effectivement fournies par les élèves sont très diversifiées en ce sens que chacune des catégories se voit convenablement représentée, sans qu'une tendance nette ne se manifeste même si, dans chacun des tableaux, certaines sont plus fréquentes.

2.11.1 Partie (a)

Tableau 62
Fréquence des catégories de réponses à la question 11.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	12	16,3	16,3	16,3
	3	15	20,3	20,3	36,5
	4	23	31,1	31,1	67,6
	5	9	12,2	12,2	79,7
	6	5	6,8	6,8	86,5
	8	6	8,1	8,1	94,6
	9	3	4,1	4,1	98,6
	10	1	1,4	1,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

La partie a est la plus facile puisque les fractions ont même dénominateur. 50 élèves (67.6%) donnent la bonne réponse, un peu plus de la moitié en utilisant les fractions équivalentes (réponse 1 avancée par 12 élèves), ce qui est direct dans ce cas-ci, ou en passant par des règles de calcul plus générales comme la multiplication croisée (réponse 3 donnée par 15 élèves). Par contre, 23 répondent correctement sans fournir d'explications (réponse 4), ce qui rend hasardeux tout jugement sur leur compréhension véritable. 23 élèves (31.2%) arrivent à une mauvaise réponse, neuf parce qu'ils ont utilisé une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), cinq ont établi une comparaison multiplicative erronée (réponse 6), les neuf autres commettant des erreurs diverses (réponse 8) ou ne donnant pas d'explications permettant de voir comment ils se sont trompés (réponse 9).

2.11.2 Partie (b)

Tableau 63
Fréquence des catégories de réponses à la question 11.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	1	1,4	1,4	1,4
	2	7	9,5	9,5	10,8
	3	4	5,4	5,4	16,2
	4	12	16,2	16,2	32,4
	5	18	24,3	24,3	56,8
	6	3	4,1	4,1	60,8
	8	14	18,9	18,9	79,7
	9	13	17,6	17,6	97,3
	10	2	2,7	2,7	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

La partie b est plus difficile car on a des dénominateurs différents, l'un étant multiple de l'autre. Le nombre de bonnes réponses chute de moitié, à 24. Un seul élève utilise les fractions équivalentes (réponse 1), alors que sept passent par l'abstraction, reconnaissant que plus les parts sont nombreuses, plus elles sont petites (réponse 2). Quatre autres répondent à la question correctement d'une autre façon, par exemple en utilisant la multiplication croisée (réponse 3), les douze derniers répondent correctement sans donner d'explications (réponse 4).

Des 48 élèves (64.9%) qui donnent une mauvaise réponse, 18 (24.3%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), trois sur une comparaison multiplicative erronée (réponse 6), alors que les 27 autres commettent des erreurs diverses (14 élèves, réponse 8) ou n'expliquent pas leur façon de faire (13 élèves, réponse 9).

2.11.3 Partie (c)

Tableau 64
Fréquence des catégories de réponses à la question 11.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	2	7	9,5	9,5	9,5
	3	4	5,4	5,4	14,9
	4	10	13,5	13,5	28,4
	5	19	25,7	25,7	54,1
	6	3	4,1	4,1	58,1
	8	15	20,3	20,3	78,4
	9	15	20,3	20,3	98,6
	10	1	1,4	1,4	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

La partie c est d'autant compliquée que cette fois, les dénominateurs sont premiers entre eux. Aucun élève n'a répondu en trouvant des fractions équivalentes car cela n'a pas encore été abordé en classe. Celui qui avait utilisé l'équivalence en b paraît ici désemparé, au point de donner une mauvaise réponse. Par contre, le niveau général de performance se maintient raisonnablement puisque 21 élèves (28.4%) réussissent à donner une bonne réponse. Tous les sept qui ont répondu correctement en utilisant l'abstraction (réponse 2) en b en font autant ici et il en va de même pour les quatre qui ont répondu à la question correctement d'une autre façon, par exemple en utilisant la multiplication croisée (réponse 3). Des 10 élèves (13.5%) qui répondent ici à la question correctement sans donner d'explications (réponse 4), 9 avaient fait de même à la partie b.

Cette fois, 52 élèves (70.4%) fournissent de mauvaises réponses, les façons d'errer et les fréquences rattachées aux erreurs en c demeurant très semblables à ce qu'elles étaient en b. Somme toute, les participants se sont révélés remarquablement cohérents dans leurs réponses, autant ceux qui ont bien répondu que ceux qui se sont trompés.

L'étude des réponses hiérarchisées est particulièrement intéressante car elle permet de situer la compréhension globale malgré la diversité des réponses. Il faut toutefois noter que, lors de l'analyse *a priori*, les réponses ont été regroupées en trois catégories, seules, les cotes 100, 300 et 500 ayant été retenues pour les caractériser. Cela nous a amené aux trois tableaux ci-dessous, où, rappelons-le, la cote 300 sert strictement à neutraliser la réponse 4 qui est correcte mais que l'élève n'explique pas.

Tableau 65
Fréquence des cotes des réponses à la question 11.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	26	35,1	35,6	35,6
	300	23	31,1	31,5	67,1
	500	24	32,4	32,9	100,0
	Total	73	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	74	100,0		

Moyenne 294,52 Mode : 100 Écart-type : 166,58

Tableau 66
Fréquence des cotes des réponses à la question 11.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	12	16,2	16,7	16,7
	300	12	16,2	16,7	33,3
	500	48	64,9	66,7	100,0
	Total	72	97,3	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,7		
	Total	74	100,0		

Moyenne 400,0 Mode : 500 Écart-type : 153,82

Tableau 67
Fréquence des cotes des réponses à la question 11.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	11	14,9	15,1	15,1
	300	10	13,5	13,7	28,8
	500	52	70,3	71,2	100,0
	Total	73	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	74	100,0		

Moyenne 412,33 Mode : 500 Écart-type : 149,02

On voit clairement le taux de succès (cote 100) coupé de moitié lorsqu'on passe de la partie a aux parties b et c. Si on s'attarde aux cotes 100 et 300 réunies, le même phénomène apparaît comme l'indiquent les pourcentages cumulés. Mais, il n'est pas surprenant de voir ainsi le pourcentage des cotes 500 doubler lorsqu'on arrive aux tâches b et c car on traite fort peu de la comparaison de fractions avec dénominateurs différents dans la classe des élèves concernés. On peut aussi retenir que la comparaison de fractions demeure difficile pour ces élèves, la moyenne des cotes traduisant une compréhension elle-même très moyenne en a et qui plonge vers faible dans les deux autres parties.

3 Analyse des réponses des élèves du groupe 2

Les élèves du groupe 2, c'est-à-dire de la cinquième année du primaire, ont répondu aux questions de la version II du questionnaire.

3.1 Question 1 : partie du tout correspondant à une fraction donnée

La plupart des élèves ont eu leurs réponses catégorisées de la même manière ou placées dans des catégories très proches l'une de l'autre pour les parties a et b de la question 1. Par exemple, si la réponse de l'élève est catégorisée 3 pour la partie a, celle-ci serait aussi 3, ou alors 2, pour la partie b. C'est pourquoi nous étudions les deux parties a et b en même temps.

Tableau 68
Fréquence des catégories de réponses à la question 1.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	23	31,5	31,5	31,5
	2	26	35,6	35,6	67,1
	3	22	30,1	30,1	97,3
	8	2	2,7	2,7	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Tableau 69
Fréquence des catégories de réponses à la question 1.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	32	43,8	43,8	43,8
	2	35	47,9	47,9	91,8
	3	4	5,5	5,5	97,3
	8	1	1,4	1,4	98,6
	9	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Comme nous pouvions le prévoir, dans la partie b, avec une figure et une tâche plus simple, le pourcentage de réussite au chapitre de l'équipartition, du nombre de parts et du nombre de choix, est plus grand qu'à la partie a : 49 élèves (67,1%) pour a, et 67 élèves (91,8%) pour b, ont très bien répondu en réalisant une équipartition parfaite (réponse 1) ou suffisante et choisi le bon nombre de parts (réponse 2). 30,1 % (22 élèves) et 5,5% (4 élève) de l'échantillon ont moins bien répondu aux parties a et b respectivement (réponse 3) : ils n'ont pu réaliser d'équipartition correcte.

Deux élèves dans la partie a, et un élève dans partie b, se sont trompés en partageant en un nombre inexact de parts et/ou en retenant un mauvais nombre de ces parts (réponse 8). Un élève n'a pas répondu à la partie b (réponse 9).

Tableau 70
Fréquence des cotes des réponses à la question 1.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	49	67,1	67,1	67,1
	300	22	30,1	30,1	97,3
	500	2	2,7	2,7	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 171,23 Mode : 100 Écart-type : 107,34

Tableau 71
Fréquence des cotes des réponses à la question 1.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	67	91,8	93,1	93,1
	300	4	5,5	5,6	98,6
	500	1	1,4	1,4	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 116,67 Mode : 100 Écart-type : 65,00

Pour la partie a, la « moyenne » des cotes attribuées aux réponses est de 171,23. Cela situe la compréhension qui s'y manifeste un peu au-dessus de bonne, l'écart-type de 107,34 montrant que le gros de l'échantillon a donné des réponses qui traduisent une compréhension allant de moyenne à très bonne. Pour la partie b, avec une moyenne de 116,67 et un écart-type de 65, on doit conclure que les élèves interrogés ont vraiment développé l'habileté à trouver la partie du tout représentant une fraction donnée : la majorité des cas (93,1%) ont une très bonne compréhension (cote 100).

Nous en concluons que, pour cette question, ces élèves ont une bonne perception des idées d'équipartition et de choix. Nous pouvons ajouter que leurs habiletés à réaliser des équipartitions et à retenir le bon nombre de parts sont un peu mises à mal lorsque la figure est plus complexe comme le montre le succès moindre obtenu à la partie a (67,1%) lorsqu'on compare à la partie b où 93,1 % des élèves ont répondu de manière remarquablement satisfaisante.

3.2 Question 2: fraction correspondant à une partie donnée du tout

Pour cette question comme pour la précédente, la plupart des élèves ont fourni des réponses de mêmes catégories aux trois parties a, b, c. Nous étudions donc les trois parties a, b et c en même temps.

Tableau 72
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	48	65,8	65,8	65,8
	4	23	31,5	31,5	97,3
	5'	1	1,4	1,4	98,6
	5	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Tableau 73
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	39	53,4	53,4	53,4
	4	31	42,5	42,5	95,9
	5'	1	1,4	1,4	97,3
	5	1	1,4	1,4	98,6
	6	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Tableau 74
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	39	53,4	53,4	53,4
	4	28	38,4	38,4	91,8
	5'	1	1,4	1,4	93,2
	5	4	5,5	5,5	98,6
	6	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

65,8% pour a, 53.4% pour b, et 53, 4% pour c, ont trouvé la fraction du tout représentée par une partie donnée, par mesure conventionnelle ou non conventionnelle (réponse 1). Certains ont eu des difficultés à établir une équipartition (réponse 4 ou 5') : 32,9% pour a, 43,9% pour b, et 39,8% pour c. Il y a une seule personne dans chacune des parties a et b, et quatre élèves dans la partie c, qui ont utilisé une autre démarche erronée pour trouver les fractions (réponse 5). Le nombre de réponses absentes sont de zéro, un et un pour les parties a, b et c respectivement (réponse 6). On obtient donc des taux de succès partout supérieurs à la moitié, l'équipartition demeurant l'élément qui explique la majorité des erreurs de ceux qui n'y arrivent pas.

Tableau 75
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	48	65,8	65,8	65,8
	500	25	34,2	34,2	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 236,9 Mode : 100 Écart-type : 191,13

Tableau 76
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	39	53,4	54,2	54,2
	500	33	45,2	45,8	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 283,33 Mode : 100 Écart-type : 200,70

Tableau 77
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	39	53,4	54,2	54,2
	500	33	45,2	45,8	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 283,33 Mode : 100 Écart-type : 200,70

Considérant maintenant les réponses hiérarchisées, avec les moyennes 236,99, 283,33, 283,33 et les écarts-types de 191,13, 200,70 et 200,70 pour les parties a, b et c respectivement, on situe la compréhension globale entre moyenne et bonne avec un étalement plutôt grand puisque les écarts-types sont autour de 200. Ces moyennes perdent une part de leur sens puisque, si l'on y regarde de plus près, les réponses exprimées se retrouvent aux extrémités du spectre (cotes 100 ou 500). En somme, la majorité est parvenue à établir une équipartition pertinente et a fait preuve d'une très bonne compréhension pour ce qui est de trouver la fraction du tout représentée par une partie donnée alors que la plupart des autres ont éprouvé des difficultés avec cette équipartition et n'ont pu manifesté une telle compréhension.

3.3 Question 3 : invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement du tout

Tableau 78
Fréquence des catégories de réponses à la question 3

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	25	34,2	34,2	34,2
	2	1	1,4	1,4	35,6
	3	37	50,7	50,7	86,3
	5	8	11,0	11,0	97,3
	6	1	1,4	1,4	98,6
	7	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

35,6%, soit 26 des élèves, ont très bien répondu à la question (réponses 1 ou 2). Ils ont donc bien compris l'invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement.

Parmi les réponses erronées, celles liées à la préférence de procédures d'équipartition apparaissent comme une autre tendance : 37 élèves (50,7%) préfèrent une des façons de partager présentée dans la question (réponse 3). Les autres réponses erronées (12,4 % d'échantillon), ainsi qu'une seule réponse absente (1,4%), sont rares et ne traduisent pas de tendance notable.

Tableau 79
Fréquence des cotes des réponses à la question 3

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	26	35,6	36,1	36,1
	400	37	50,7	51,4	87,5
	500	9	12,3	12,5	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 304,17 Mode : 400 Écart-type : 157,83

Encore ici, la moyenne 304,17 traduit mal les observations en laissant croire à une compréhension globalement moyenne. Un phénomène analogue à celui observé à la question précédente force toutefois à nuancer. En effet, les réponses sont regroupées dans essentiellement deux catégories, celles qui ont reçu la cote très bonne (cote 100) et celles jugées faibles (cote 400). En somme, il y a ceux qui ont construit l'invariant, 36% des réponses (cotes 100 et 200 réunies) et ceux qui n'y sont pas encore arrivés, 64 % (cotes 400 et 500). On peut conclure que la plupart des élèves ont des difficultés à construire cette invariance.

3.4 Question 4 : invariance de la fraction par rapport au choix de parties

Tableau 80
Fréquence des catégories de réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	40	54,8	54,8	54,8
	2	1	1,4	1,4	56,2
	3	25	34,2	34,2	90,4
	5	5	6,8	6,8	97,3
	7	2	2,7	2,7	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Si la question 3 visait un invariant, celui qui est en lien avec le mode de fractionnement, la quatrième s'attache à son complément, l'invariance de la fraction par rapport au choix particulier de parties retenues. Il y a un parallélisme évident entre les réponses plausibles aux deux questions. Et lorsqu'on passe aux réponses effectivement obtenues des élèves, on constate que plus que la moitié des élèves ont donné ici une réponse de la même catégorie qu'à la question 3.

Cette question étant un peu plus facile que la question 3, les élèves ont mieux réussi à y répondre: 56,2%, soit 41 élèves ont répondu correctement (réponses 1 ou 2) et montrent qu'ils ont construit l'invariance de la fraction par rapport au choix des parties ; 34,21%, soit 26 élèves, préfèrent un choix particulier de parts (réponse 3), ce qui signifie qu'ils n'ont pas encore bâti l'invariant visé ; et les 9,5% qui restent, 7 personnes au total, ont donné d'autres réponses erronée, ou n'ont pas répondu (réponses 5 ou 7).

Tableau 81
Fréquence des cotes des réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	42	57,5	59,2	59,2
	400	24	32,9	33,8	93,0
	500	5	6,8	7,0	100,0
	Total	71	97,3	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,7		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 229,58 Mode : 100 Écart-type : 158,92

Ici, comme à la question précédente, la moyenne de 229,9 n'a pas de sens véritable : elle situe la compréhension globale entre moyenne et bonne avec un étalement plutôt grand puisque les écarts-types sont autour de 150, alors qu'en réalité les réponses se retrouvent essentiellement dans deux catégories, celles qui ont reçu la cote très bonne (cote 100) et celles jugées faibles (cote 400). On observe donc que un peu plus de la moitié des élèves ont construit l'invariant alors que les autres demeurent encore attachés au choix particulier de parties ou, de façon minoritaire, ont donné d'autres réponses erronées ou encore, n'ont pas répondu.

Comme dans la version 1, nous avons voulu confirmer l'existence du lien entre les réponses aux questions 3 et 4 portant respectivement sur l'invariance par rapport au mode de fractionnement et sur celle touchant le choix particulier de parties. Encore une fois, les chiffres obtenus sont significatifs, le test de chi-carré donnant une valeur de 0,002, toujours inférieure donc au 0,05 qui est notre frontière au-delà de laquelle on ne peut parler de relation significative.

Tableau 82
Croisement des cotes des réponses aux questions 3 et 4

		Q.4.S			
		100	400	500	Total
Q.3.S	100	22	3	0	25
	400	17	17	2	36
	500	3	4	2	9
Total		42	24	4	70

Tableau 83
Résultats du test de Chi-carré

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	16,685(a)	4	,002

Nombre de cas valides: 70

3.5 Question 5 : équivalence de relations partie/tout

Tableau 84
Fréquence des catégories de réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	29	39,7	39,7	39,7
	2	8	11,0	11,0	50,7
	3	6	8,2	8,2	58,9
	4	1	1,4	1,4	60,3
	5'	1	1,4	1,4	61,6
	5	15	20,5	20,5	82,2
	6	12	16,4	16,4	98,6
	8	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

37 élèves (50,7%) reconnaissent l'équivalence des relations partie/tout. Parmi eux, il y a 29 (39,7%) qui répondent en s'appuyant sur le critère d'abstraction (réponse 1). Huit autres (11%) utilisent les formules pour trouver les dénominateurs communs afin de comparer les fractions (réponse 2). Les 7 derniers parmi les 37 ont justifié leur réponse par des explications non pertinentes (catégorie 3) ou n'ont pas donné de justification (catégorie 4).

Au chapitre des erreurs (38,3%), 15 élèves (20,5%) réfèrent encore à leurs connaissances antérieures sur les nombres entiers (réponse 5). Parmi ces élèves, un seul applique une stratégie additive plus sophistiquée : il compare les différences entre le nombre de parties données au départ et le nombre de celles qui ont été mangées (réponse 5'). Parmi les élèves restant, 12 ont fourni une mauvaise réponse accompagnée d'une explication non pertinente (réponses 6) ou n'ont rien répondu (réponse 8).

Tableau 85
Fréquence des cotes des réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	37	50,7	51,4	51,4
	300	7	9,6	9,7	61,1
	500	28	38,4	38,9	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 275,00 Mode : 100 Écart-type : 189,70

Les réponses hiérarchisées par cotes montrent des regroupements autour des extrêmes (100 et 500) avec un tout petit nombre d'élèves dans la moyenne de 300. Encore ici, cette moyenne traduit mal une tendance générale puisque les réponses se retrouvent très majoritairement à l'un ou l'autre des pôles, suivant qu'ils satisfont clairement le critère (environ 51 % des réponses valides) ou que leur réponse ne manifeste pas la forme de compréhension visée par la question (autour de 39 %).

3.6 Question 6 : réversibilité d'un partage

Tableau 86
Fréquence des catégories des réponses à la question 6

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	10	13,7	13,7	13,7
	2	23	31,5	31,5	45,2
	4	1	1,4	1,4	46,6
	5	23	31,5	31,5	78,1
	6	10	13,7	13,7	91,8
	8	6	8,2	8,2	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

33 élèves (45,2%) ont donné une bonne réponse (1 ou 2, suivant le degré de précision de la représentation qu'ils ont fournie). Ceux-là ont acquis la réversibilité du partage, arrivant à reconstruire le tout à partir du morceau correspondant à la fraction donnée.

7 élèves (9,6%) ont construit un tout, sans que leurs réponses soient vraiment satisfaisantes. Ainsi, un seul élève (1,4%) a dessiné un tout quelconque (réponse 4) montrant qu'il sait que le tout doit être plus grand que la partie donnée, mais il n'arrive pas à retrouver le tout correspondant à cette partie donnée. Six élèves (8,2%) représentent un tout comportant le bon nombre de parties, mais ces parties ne correspondent pas à celle qui a été donnée dans la question (réponse 8).

Parmi les 33 élèves (45,2%) qui ne construisent pas le tout, 23 (31,5%) divisent la partie donnée en trois parts égales, puis hachurent une de celles-ci (réponse 5) et 10 autres (13,7%) donnent une autre mauvaise réponse (réponse 6).

Tableau 87
Fréquence des cotes des réponses à la question 6

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	33	45,2	45,2	45,2
	300	6	8,2	8,2	53,4
	400	1	1,4	1,4	54,8
	500	33	45,2	45,2	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 301,37 Mode : 100 Écart-type : 191,84

La majorité des élèves se répartissent en deux groupes de même importance aux extrêmes (cotes 100 et 500), ce que révèle d'ailleurs l'écart-type de près de 200 : 45,2 % de ceux qui ont répondu sont dans le premier groupe puisque leurs réponses, cotées 100, traduisent l'atteinte du critère, alors que 45,2 % n'ont pas encore manifesté la réversibilité attendue, leurs réponses se voyant attribuer les cotes 400 ou 500.

3.7 Question 7 : relation inverse entre nombre et taille des parts

Tableau 88
Fréquence des catégories des réponses à la question 7

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	41	56,2	56,2	56,2
	2	5	6,8	6,8	63,0
	4	4	5,5	5,5	68,5
	5	8	11,0	11,0	79,5
	6	11	15,1	15,1	94,5
	7	1	1,4	1,4	95,9
	8	3	4,1	4,1	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

46 élèves (63%) reconnaissent la relation inverse entre le nombre et la taille des parts (réponses 1 ou 2). Huit élèves (11%) donnent une mauvaise réponse qui, par sa formulation, paraît découler de leur sens de la justice ou d'une forme de générosité qui les pousse à prévoir ou à réserver des parts pour les amis qui vont arriver (réponse 5). Seize élèves (16 %) fournissent d'autres mauvaises réponses. Quatre de ceux-ci (5,5%) se

trompent en faisant référence à leurs connaissances des nombres entiers (réponse 4), onze (15,1%) errent pour des raisons diverses (réponse 6), alors qu'un (1,4%) donne une réponse erronée sans explications (réponse 7). Trois participants (4,1%) n'ont pas répondu à la question (réponse 8).

Tableau 89
Fréquence des cotes des réponses à la question 7

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	41	56,2	58,6	58,6
	200	5	6,8	7,1	65,7
	300	8	11,0	11,4	77,1
	500	16	21,9	22,9	100,0
	Total	70	95,9	100,0	
Absente	pas de réponse	3	4,1		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 221,43 Mode : 100 Écart-type : 165,85

Les réponses hiérarchisées se font ici plus diversifiées qu'aux questions précédentes. La moyenne de 221,43 permet de conclure à une « bonne » compréhension globale, les divers pourcentages rattachés aux cotes montrant que plus de la moitié, 65,7% des élèves qui ont fourni une réponse satisfont le critère, les autres se situant à des niveaux divers mais moins avancés de compréhension alors que dans les seize réponses (22,9 %), la compréhension ne se manifeste guère.

3.8 Question 8 : la fraction sur la droite numérique

Tableau 90
Fréquence des catégories des réponses à la question 8

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	4	43	58,9	58,9	58,9
	5	3	4,1	4,1	63,0
	7	21	28,8	28,8	91,8
	8	6	8,2	8,2	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

La question 8 où il fallait trouver le point correspondant à la fraction 3/5 sur la droite numérique est celle qui a été la moins réussie par rapport aux autres questions. Comme le montre le tableau, seules quatre catégories (4, 5, 7 et 8) de réponses apparaissent, les meilleures réponses demeurant absentes.

Trois élèves (4,1%) ont indiqué les points correspondants aux nombres 1, 2, 3, 4 et 5 sur la droite numérique et écrivent le nombre 3/5 au-dessous du point correspondant au nombre 3. Ils voient la fraction 3/5 comme une mesure de 3 des 5 parties égales. Même si la fraction trouvée est 3/5 d'une nouvelle unité, l'intervalle de 0 à 5, et non pas 3/5 de l'unité de mesure de départ (réponse 5), ceci témoigne d'une compréhension plus avancée et plus générale, celle d'interpréter la fraction comme une mesure où intervient le dénombrement des unités utilisées pour couvrir un segment et le choix d'un bon nombre de ces unités. On peut donc conclure à une compréhension de la mesure et aussi de la relation partie/tout, mais à une connaissance des conventions de la droite numérique encore incomplète.

43 élèves (58,9%) donnent une mauvaise réponse de la catégorie 4, c'est-à-dire qu'ils représentent d'une façon quelconque le choix de trois parts sur cinq. Ils ne regardent que les démarcations correspondant aux nombres 1, 2, 3, 4 et 5 et, considérant ces démarcations comme formant une quantité discrète (et non pas comme une mesure), en choisissent trois sur cinq. On observe une augmentation du nombre de réponses pour ce groupe d'élèves (version II) par rapport à celui du groupe précédent (version I). Ceci peut traduire un commencement ou un léger progrès dans la compréhension de la droite numérique chez ces derniers. La même chose peut expliquer le fait d'avoir une remarquable diminution des nombres de réponses de catégories 7 et 8 par rapport à la version I : 21 élèves (28,8%) donnent des réponses n'ayant guère à voir avec la tâche proposée (réponse 7), alors que 6 élèves (8,2%) ne répondent rien (réponse 8).

Tableau 91
Fréquence des cotes des réponses à la question 8

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	300	3	4,1	4,5	4,5
	400	43	58,9	64,2	68,7
	500	21	28,8	31,3	100,0
	Total	67	91,8	100,0	
Absente	pas de réponse	6	8,2		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 426,87 Mode : 400 Écart-type : 53,89

La cote 300 a été attribuée à la réponse des trois élèves qui ont trouvé la fraction comme celle d'une nouvelle unité, cote qui correspond à une compréhension moyenne mais pas complète. La majorité des cas, 43 élèves (64,2%), qui ont donné la réponse de type 4 se sont vu attribuer une cote 400, même si leur représentation sur la droite numérique n'a rien de standard ; en effet elle témoigne d'une forme de compréhension, même si faible, car il y a vraiment une formalisation de la fraction, une représentation imagée qui a du sens. On peut ici conclure que la moyenne des cotes (près de 427), si elle correspond à une compréhension globalement faible, traduit quand même une compréhension un plus avancée que celle observée chez les élèves du groupe 1.

3.9 Question 9 : invariance de la fraction par rapport à la grandeur ou à la forme du tout

Tableau 92
Fréquence des catégories des réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	43	58,9	58,9	58,9
	2	21	28,8	28,8	87,7
	4	7	9,6	9,6	97,3
	5	1	1,4	1,4	98,6
	6	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

La majorité, 64 élèves sur les 73, soit 87,7% de l'échantillon, perçoit la fraction comme un nombre, c'est-à-dire qu'ils ont saisi l'invariance de la fraction par rapport à la grandeur ou à la forme du tout qui la représente (réponses 1 ou 2).

À l'opposé, 8 élèves (11%) donnent une mauvaise réponse. De ce nombre, 7 élèves (9,6%) ajoutent des explications qui se réfèrent à la forme ou à la grandeur du tout (réponse 4), montrant qu'ils sont attachés aux représentations physiques au point de conclure que les fractions (présentées par les parties hachurées) ne sont pas égales. L'autre choisit une représentation particulière sans donner d'explication pertinente (réponse 5). Un dernier n'a rien répondu (réponse 6).

Encore ici, on observe que le nombre d'erreurs ainsi que les réponses absentes diminuent par rapport à la version I.

Tableau 93
Fréquence des cotes des réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	64	87,7	88,9	88,9
	500	8	11,0	11,1	100,0
	Total	72	98,6	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,4		
	Total	73	100,0		

Moyenne : 144,44 Mode : 100 Écart-type : 126,59

En hiérarchisant les réponses, on obtient à nouveau deux groupes bien distingués se situant chacun aux extrêmes (cotes 100 et 500). Une bonne majorité (88,9%) n'a pas été abusée par la question et témoigne de sa perception de la fraction comme nombre. Alors que seulement 8 élèves (environ 11 %) n'ont pas encore construit l'invariance de la fraction par rapport à la façon dont elle est représentée. On peut donc conclure que les élèves ont généralement bien atteint le critère visé.

3.10 Question 10 : comparaison de fractions données symboliquement

En regardant les quatre tableaux de fréquences qui viennent, on peut d'abord noter que presque toutes les catégories de réponses plausibles sont représentées. Une seule en est systématiquement absente, la réponse 7 qui pourrait sans doute être évincée de la liste. La catégorie 6 ne s'est présentée que dans la quatrième partie. On remarque aussi que les réponses effectivement fournies par les élèves sont très diversifiées en ce sens que chacune des catégories se voit convenablement représentée.

3.10.1 Partie (a)

Tableau 94
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	60	82,2	82,2	82,2
	3	1	1,4	1,4	83,6
	4	8	11,0	11,0	94,5
	5	2	2,7	2,7	97,3
	8	1	1,4	1,4	98,6
	9	1	1,4	1,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

La partie a est la plus facile puisque les fractions ont même dénominateur. 69 élèves (94,5%) donnent la bonne réponse, la majorité (82,2%) en utilisant les fractions équivalentes (réponse 1 avancée par 60 élèves), ce qui est direct dans ce cas-ci, ou en passant par des règles de calcul plus générales comme la multiplication croisée (réponse 3 donnée par un seul élève). Par contre, huit répondent correctement sans fournir d'explication (réponse 4), ce qui rend hasardeux tout jugement sur leur compréhension véritable.

Quatre élèves (5,5%) arrivent à une mauvaise réponse, deux parce qu'ils ont utilisé une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), deux autres commettant des erreurs diverses (réponse 8) ou ne donnant pas d'explication permettant de voir comment ils se sont trompés (réponse 9).

3.10.2 Partie (b)

Tableau 95
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	43	58,9	58,9	58,9
	2	4	5,5	5,5	64,4
	4	5	6,8	6,8	71,2
	5	4	5,5	5,5	76,7
	7	5	6,8	6,8	83,6
	8	10	13,7	13,7	97,3
	9	2	2,7	2,7	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

La partie b est plus difficile malgré des numérateurs identiques car on a des dénominateurs différents. Le nombre de bonnes réponses chute de 69 à 47. 43 élèves, soit 58,9% utilisent les fractions équivalentes (réponse 1), alors que quatre passent par l'abstraction, reconnaissant que plus les parts sont nombreuses, plus elles sont petites (réponse 2). Cinq autres répondent à la question correctement sans donner d'explication (réponse 4).

Des 21 élèves (28,7%) qui donnent une mauvaise réponse, 4 (5,5%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), trois généralisent la règle de comparaison entre les fractions ayant les mêmes dénominateurs (réponse 7), alors que les 12 autres commettent des erreurs diverses (10 élèves, réponse 8) ou n'expliquent pas leur façon de faire (2 élèves, réponse 9).

3.10.3 Partie (c)

Tableau 96
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	53	72,6	72,6	72,6
	4	5	6,8	6,8	79,5
	5	10	13,7	13,7	93,2
	8	3	4,1	4,1	97,3
	9	2	2,7	2,7	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

La partie c semble être plus facile pour les élèves que la partie b : 58 élèves (79,5%) donnent la bonne réponse, la majorité (72,6%) en utilisant les fractions équivalentes (réponse 1 avancée par 53 élèves). Cinq autres élèves répondent à la question correctement sans donner d'explication (réponse 4).

Des 15 élèves (20,5%) qui donnent une mauvaise réponse, 10 (13,7%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), alors que les 5 autres commettent des erreurs diverses (3 élèves, réponse 8) ou n'expliquent pas leur façon de faire (2 élèves, réponse 9).

3.10.4 Partie (d)

Tableau 97
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.d

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	46	63,0	63,0	63,0
	2	1	1,4	1,4	64,4
	4	6	8,2	8,2	72,6
	5	8	11,0	11,0	83,6
	6	1	1,4	1,4	84,9
	8	8	11,0	11,0	95,9
	9	3	4,1	4,1	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

53 élèves (72,6%) répondent correctement : la majorité, soit 46 élèves (63%) en utilisant les fractions équivalentes (réponse 1), un seul passe par l'abstraction (réponse 2). Des six élèves qui répondent ici à la question correctement sans donner d'explications (réponse 4), 3 avaient fait de même à la partie a et b et c.

Des 20 élèves (27,5%) qui donnent une mauvais réponse, 8 élèves (11%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), un seul sur une stratégie de *comparaison multiplicative erronée* (réponse 6), 11 autres commettant des erreurs diverses (réponse 8) ou ne donnant pas d'explication permettant de voir comment ils se sont trompés (réponse 9).

L'étude des réponses hiérarchisées est particulièrement intéressante car elle permet de situer la compréhension globale malgré la diversité des réponses. Il faut toutefois rappeler que, lors de l'analyse *a priori*, les réponses ont été regroupées en trois catégories, seules, les cotes 100, 300 et 500 ayant été retenues pour les caractériser. De plus, la cote 300 ne sert qu'à neutraliser la réponse de la catégorie 4 où les élèves répondent correctement, mais sans justification permettant un vrai jugement sur leur compréhension. Cela nous amène aux tableaux ci-dessous

Tableau 98
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	61	83,6	83,6	83,6
	300	8	11,0	11,0	94,5
	500	4	5,5	5,5	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 143,8 Mode : 100 Écart-type : 106,70

Tableau 99
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	47	64,4	64,4	64,4
	300	5	6,8	6,8	71,2
	500	21	28,8	28,8	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 228,77 Mode : 100 Écart-type : 180,65

Tableau 100
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	53	72,6	72,6	72,6
	300	5	6,8	6,8	79,5
	500	15	20,5	20,5	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 195,89 Mode : 100 Écart-type : 163,67

Tableau 101
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.d

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	47	64,4	64,4	64,4
	300	6	8,2	8,2	72,6
	500	20	27,4	27,4	100,0
	Total	73	100,0	100,0	

Moyenne : 226,03 Mode : 100 Écart-type : 177,97

Il y a vraiment progrès par rapport à la version I. Ainsi, il n'y a plus que 5% des élèves qui n'arrivent pas à comparer des fractions avec même dénominateur (partie a). Les parties b, c et d montrent des pourcentages importants de réussite, surtout si l'on accorde le bénéfice du doute à ceux qui n'ont pas justifié leur réponse par ailleurs correcte (cote 300).

4 Analyse des réponses des élèves du groupe 3

Les élèves de la première année du secondaire junior constituent le groupe 3 et ont répondu aux questions de la version III du questionnaire.

4.1 Question 1 : partie du tout correspondant à une fraction donnée

Pour cette question, nous étudions les deux parties a et b en même temps.

Tableau 102
Fréquence des catégories de réponses à la question 1.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	55	53,9	53,9	53,9
	2	28	27,5	27,5	81,4
	3	16	15,7	15,7	97,1
	5	1	1,0	1,0	98,0
	8	1	1,0	1,0	99,0
	9	1	1,0	1,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Tableau 103
Fréquence des catégories de réponses à la question 1.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	29	28,4	28,4	28,4
	2	9	8,8	8,8	37,3
	3	42	41,2	41,2	78,4
	5	19	18,6	18,6	97,1
	8	1	1,0	1,0	98,0
	9	2	2,0	2,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Comme nous pouvions le prévoir, les élèves ont mieux réussi dans la partie a, au chapitre de l'équipartition, du nombre de parts et du nombre de choix, avec une figure et une tâche plus simple que dans la partie b : 83 élèves (81.4%) pour a, et 38 élèves (37.3%) pour b, ont très bien répondu en réalisant l'équipartition parfaite (réponse 1) ou suffisante (réponse 2) et choisi le bon nombre de parts.

Au chapitre des erreurs (18.7% pour a et 62.8% pour b), la majorité des élèves concernés a des difficultés avec l'équipartition, lesquelles se combinent ou non avec de mauvais nombre de parts ou de choix : 15.7 % (16 élèves) pour la partie a, et 41.2% (42 élèves) pour partie b, n'ont pu réaliser l'équipartition correcte mais le nombre de parties correspond au dénominateur, et le nombre de parties choisi correspond au numérateur (réponse 3). Il y a 19 élèves (18.6%) qui divisent inégalement la figure b en un nombre inexact de parts (réponse 5), alors qu'un seul le fait pour la partie a.

La différence entre les performances des élèves pour les deux parties montre effectivement la difficulté liée à la complexité de la figure b (une étoile). Ainsi les caractères géométriques de la figure perdent de leur importance pour certains élèves de sorte qu'ils utilisent les procédures ou les techniques dominantes qu'ils possèdent déjà pour partager la figure en cinq : par exemple, plusieurs ont tracé des verticales sur l'étoile, obtenant un partage surprenant et certainement pas équitable.

Tableau 104
Fréquence des cotes des réponses à la question 1.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	83	81,4	82,2	82,2
	300	16	15,7	15,8	98,0
	400	1	1,0	1,0	99,0
	500	1	1,0	1,0	100,0
	Total	101	99,0	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 138,61 Mode : 100 Écart-type : 85,99

Tableau 105
Fréquence des cotes des réponses à la question 1.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	39	38,2	39,0	39,0
	300	41	40,2	41,0	80,0
	400	19	18,6	19,0	99,0
	500	1	1,0	1,0	100,0
	Total	100	98,0	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 243,00 Mode : 300 Écart-type : 121,65

Le phénomène devient flagrant lorsqu'on regarde les cotes hiérarchisées. La fréquence des réponses correspondant à une très bonne compréhension est coupée de plus de moitié alors que les réponses moyennes passent de près de 16 % à plus de 40 % et celles jugées faibles ou ne manifestant pas de compréhension (cotes 400 et 500) passent de 2 % à 20 %. C'est pourquoi la moyenne qui, en a, se rapproche d'une compréhension très bonne en se situant à 138,6 (écart-type de 86) descend d'un cran à 243, entre compréhension bonne et moyenne, avec un écart de près de 122. L'essentiel des glissements s'explique par la difficulté à partager la figure b et relève donc des procédures d'équipartition en lien avec la complexité de cette figure.

4.2 Question 2: fraction correspondant à une partie donnée du tout

Pour cette question, nous étudions les trois parties a, b et c en même temps.

Tableau 106
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	77	75,5	75,5	75,5
	3	9	8,8	8,8	84,3
	4	5	4,9	4,9	89,2
	5	11	10,8	10,8	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Tableau 107
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	81	79,4	79,4	79,4
	4	7	6,9	6,9	86,3
	5	14	13,7	13,7	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Tableau 108
Fréquence des catégories de réponses à la question 2.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	34	33,3	33,3	33,3
	4"	2	2,0	2,0	35,3
	4'	20	19,6	19,6	54,9
	4	22	21,6	21,6	76,5
	5	16	15,7	15,7	92,2
	6	3	2,9	2,9	95,1
	8	4	3,9	3,9	99,0
	9	1	1,0	1,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Encore ici, la complexité de la tâche liée à celle de la figure paraît jouer un rôle important car la plupart des élèves ont réalisé de meilleurs performances dans les partie a et b que dans la partie c. Des 102 élèves du groupe 3, 75.5% en a, 79.4% en b et 33,3 % en c, ont satisfait le critère en trouvant la fraction du tout représentée par la partie donnée, par mesure conventionnelle ou non conventionnelle (réponse 1). Il y a 9 (8.8%) élèves qui se trompent à la partie a tout simplement parce que la partie blanche est celle qu'ils distinguent, mais la fraction qu'ils trouvent pour cette partie est correcte (réponse 3).

Beaucoup ont eu des difficultés à établir une équipartition (réponse 4, 4' ou 4") : cinq élèves (4.9%) pour la partie a, sept élèves (6.9%) pour b, et 22 élèves (21.6%) pour c, n'ont pu trouver la bonne fraction, n'ayant pas tenu compte de l'équipartition en traitant globalement la figure (réponse 4). Dans la partie c, il y a 20 élèves (19.6%) qui donnent une réponse erronée 2/6 (réponse 4') : ils font l'équipartition en quatre de la partie gauche et comptent, en regardant l'ensemble de la figure, deux parties hachurées sur six. De même, deux élèves (2%) donnent une réponse erronée 1/4 + 1/2 (réponse 4") et quatre élèves (3.9%) donnent les fractions 1/4 et 1/2 comme réponse (réponse 8), tous traitant séparément les parties gauche et droite. À ceux-là, il faut ajouter un élève qui donne d'autres fractions qui ne correspondent pas aux parties hachurées dans les morceaux de gauche et de droite de la figure (réponse 9).

11 élèves (10.8%) pour la partie a, 14 élèves (13.7%) pour b, et 16 élèves (15.7%) pour c donnent d'autres formes de réponses erronées ne correspondant pas aux parties hachurées (réponse 5).

Tableau 109
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	77	75,5	75,5	75,5
	200	9	8,8	8,8	84,3
	500	16	15,7	15,7	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Moyenne : 171,57 Mode : 100 Écart-type : 145,14

Tableau 110
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	81	79,4	79,4	79,4
	500	21	20,6	20,6	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Moyenne : 182,35 Mode : 100 Écart-type : 162,54

Tableau 111
Fréquence des cotes des réponses à la question 2.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	34	33,3	34,3	34,3
	300	4	3,9	4,0	38,4
	400	22	21,6	22,2	60,6
	500	39	38,2	39,4	100,0
	Total	99	97,1	100,0	
Absente	pas de réponse	3	2,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 332,32 Mode : 500 Écart-type : 176,03

Encore ici, les résultats hiérarchisés confirment le rôle de la figure : toujours, ce sont moins les idées d'équipartition et de choix qui causent problème que l'habilité à réaliser l'équipartition lorsque la figure devient plus complexe. Ceux qui ont bien répondu en c, le tiers de l'échantillon, paraissent des virtuoses et ceux (le quart de nos participants) qui ont donné 1/4 + 1/2 ou 1/4 et 1/2 comme réponses, s'ils ont failli à la tâche, ont tout de même réussi des équipartitions localement correctes tout en étant abusés par leur interprétation de la figure où ils ont vu deux carrés-unités sans prendre cette figure comme unité.

4.3 Question 3 : invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement

Tableau 112
Fréquence des catégories de réponses à la question 3

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	37	36,3	36,3	36,3
	2	6	5,9	5,9	42,2
	3	14	13,7	13,7	55,9
	4	21	20,6	20,6	76,5
	5	21	20,6	20,6	97,1
	7	3	2,9	2,9	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

42.2%, soit 43 élèves, ont très bien répondu à la question (réponses 1 ou 2) et montrent qu'ils ont bien compris l'invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement.

Au chapitre des erreurs, 14 élèves (13.7%) préfèrent une des procédures d'équipartition présentée pour partager la figure (réponse 3). 21 (20.6%) élèves n'ont pas tenu compte de l'équipartition du tout ce qui les amène à une réponse erronée (réponse 4). 21 (20.6%) élèves ont donné une mauvaise réponse avec des explications non pertinentes (réponse 5).

Tableau 113
Fréquence des cotes des réponses à la question 3

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	43	42,2	43,4	43,4
	400	35	34,3	35,4	78,8
	500	21	20,6	21,2	100,0
	Total	99	97,1	100,0	
Absente	pas de réponse	3	2,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 290,91 Mode : 100 Écart-type : 172,08

La moyenne très centrée des réponses hiérarchisées ne signifie pas grand-chose ici car les élèves ne pouvaient guère se retrouver qu'aux extrêmes, ce qui est d'ailleurs observé. Un peu plus de 40 % des répondants ont manifesté une très bonne compréhension de l'invariant visé, les autres devant encore le construire. Notons que le pourcentage de succès est inférieur à celui (55,5 5) obtenu dans la version 1, ce qui pourrait traduire une forme de régression ; l'explication la plus plausible tient toutefois à la figure proposée ici qui rendait la tâche nettement plus difficile à nos participants du groupe 3.

4.4 Question 4 : invariance de la fraction par rapport au choix de parties

Tableau 114
Fréquence des catégories de réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	81	79,4	79,4	79,4
	2	1	1,0	1,0	80,4
	3	13	12,7	12,7	93,1
	5	4	3,9	3,9	97,1
	6	1	1,0	1,0	98,0
	7	2	2,0	2,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

80.4%, soit 82 élèves ont répondu correctement à la question (réponses 1 ou 2) et satisfont le critère de l'invariance de la fraction par rapport au choix particulier des parties ; 12.7%, soit 13 élèves préfèrent un choix particulier des parties (réponse 3) ce qui signifie qu'ils n'ont pas encore construit l'invariant visé ; et 6.9% soit sept personnes au total ont donné d'autres réponses erronées (réponse 5), ou n'ont pas répondu (réponse7).

Tableau 115
Fréquence des cotes des réponses à la question 4

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	82	80,4	82,0	82,0
	400	13	12,7	13,0	95,0
	500	5	4,9	5,0	100,0
	Total	100	98,0	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 159,00 Mode : 100 Écart-type : 128,00

La moyenne des réponses cotées montre que le groupe penche plutôt nettement vers le succès qui est le lot de plus de 80 % de nos répondants. Nous voyons une amélioration par rapport aux versions II (42 %) et I (53 %).

Le lien avec la tâche précédente paraît moins fort que ce que nous avions observé dans les deux autres versions du questionnaire. Cette impression est confirmée par le chi-carré qui est ici non significatif :

Tableau 116
Croisement des cotes des réponses aux questions 3 et 4

		Q.4.S			
		100	400	500	Total
Q.3.S	100	35	6	1	42
	400	28	4	2	34
	500	17	3	1	21
Total		80	13	4	97

Tableau 117
Résultat de test de Chi-carré

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	,700(a)	4	,951

Nombre de cas valides : 97

Il ne faut toutefois pas en conclure que les invariants considérés sont devenus indépendants car la tâche donnée à la question 3 paraît avoir été beaucoup plus ardue pour les élèves comme le montre le taux de succès diminué, alors qu'il s'est maintenu (ou amélioré) pour ce qui concerne la tâche 4.

4.5 Question 5 : équivalence de relations partie/tout

Tableau 118
Fréquence des catégories de réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	34	33,3	33,3	33,3
	2	14	13,7	13,7	47,1
	3	9	8,8	8,8	55,9
	4	2	2,0	2,0	57,8
	5'	15	14,7	14,7	72,5
	5	12	11,8	11,8	84,3
	6	13	12,7	12,7	97,1
	8	3	2,9	2,9	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

48 élèves, soit 47.1% des participants, reconnaissent l'équivalence des relations partie/tout (réponses1 à 4). Parmi eux, il y en a 34 (33.3%) qui répondent en appuyant sur le critère d'abstraction (réponse 1). Quatorze autres (13.7%) utilisent les formules pour trouver les dénominateurs communs afin de comparer les fractions (réponse 2). Les 11 derniers (10.8%) ont justifié leur réponse par des explications non pertinentes (réponse 3) ou ne l'ont pas expliquée (réponse 4).

Au chapitre des erreurs (39.2%), 12 élèves (11.8%) s'appuient encore sur leurs connaissances antérieures des nombres entiers (réponse 5). 15 autres (14.8%) appliquent une stratégie additive plus sophistiquée : ils comparent les différences entre les nombres de parties données au départ et les nombres de celles qui ont été mangées (réponse 5'). Nous voyons une augmentation de pourcentage pour cette réponse plausible par rapport aux autres versions où, à chaque fois, un seul élève y a eu recours. Le fait d'avoir des fractions avec numérateurs et dénominateurs plus grands (par rapport aux autres versions) semble causer ce type d'erreur : possiblement l'élève ne sait pas quoi faire avec des fractions complexes comme telles, il s'appuie donc sur cette stratégie additive.

Parmi les élèves restant, 16 ont fourni une mauvaise réponse accompagnée d'une explication non pertinente (réponses 6) ou n'ont rien répondu (réponse 8).

Tableau 119
Fréquence des cotes des réponses à la question 5

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	48	47,1	48,5	48,5
	300	11	10,8	11,1	59,6
	500	40	39,2	40,4	100,0
	Total	99	97,1	100,0	
Absente	pas de réponse	3	2,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 283,84 Mode : 100 Écart-type : 188,82

Les réponses hiérarchisées par cote montrent des regroupements autour des extrêmes (100 et 500) avec un tout petit nombre d'élèves dans la moyenne de 300. Encore ici, cette moyenne traduit mal une tendance générale puisque les élèves se retrouvent très majoritairement à l'un ou l'autre des pôles, suivant qu'ils satisfont clairement le critère (47 % des réponses valides) ou que leur réponse ne manifeste pas la forme de compréhension visée par la question (39 %).

4.6 Question 6 : réversibilité d'un partage

Tableau 120
Fréquence des catégories de réponses à la question 6

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	15	14,7	14,7	14,7
	2	17	16,7	16,7	31,4
	3	14	13,7	13,7	45,1
	4	12	11,8	11,8	56,9
	5	1	1,0	1,0	57,8
	6	2	2,0	2,0	59,8
	7	5	4,9	4,9	64,7
	8	36	35,3	35,3	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

32 élèves (31.4%) ont donné une bonne réponse (1 ou 2, suivant le degré de précision de la représentation qu'ils ont fournie) en reconstruisant le tout à partir du morceau correspondant à la fraction donnée.

33 élèves (44.6%) ont construit un tout, sans que leurs réponses soient vraiment satisfaisantes. Ainsi, 14 élèves (13.7%) construisent un tout qui ne réunit pas cinq parties (réponse 3). 12 (11.8%) ont dessiné un tout quelconque (réponse 4) montrant qu'ils savent que le tout doit être plus grand que la partie donnée, mais ils n'arrivent pas à retrouver le tout correspondant à cette partie donnée. 36 élèves (35.3%) dessinent un tout comportant le bon nombre de parties, mais ces parties ne correspondent pas à celle qui a été donnée dans la question (réponse 8).

Parmi les trois élèves (3%) qui ne construisent pas le tout, un divise la partie en trois parts égales, puis il hachure une part (réponse 5), alors que les deux autres donnent une autre mauvaise réponse (réponse 6). Les cinq élèves restant ne répondent rien (réponse 7).

Nous observons une remarquable augmentation de pourcentage pour le groupe des réponses où le tout est construit mais d'une façon inappropriée (44,6%) par rapport à la version II (9.6%). Par conséquence, il y a une chute de pourcentage pour le groupe des réponses, où le tout n'est pas construit du tout, de 45.2% à 3% pour cette version. On peut donc conclure que la réversibilité du partage est en train d'évoluer chez les élèves du troisième groupe.

Tableau 121
Fréquence des cotes des réponses à la question 6

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	32	31,4	33,0	33,0
	300	36	35,3	37,1	70,1
	400	26	25,5	26,8	96,9
	500	3	2,9	3,1	100,0
	Total	97	95,1	100,0	
Absente	pas de réponse	5	4,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 267,01 Mode : 300 Écart-type : 127,25

Les réponses hiérarchisées se font ici plus diversifiées et montrent des regroupements autour des trois cotes 100, 300 et 400. La moyenne permet de situer la compréhension globale un peu au-dessus de moyenne. Ceci traduit l'atteinte du critère même si ce n'est pas parfait. Les divers pourcentages rattachés aux cotes montrent qu'environ un tiers (33%) des élèves a la réversibilité de partage, 37,1% satisfont le critère moyennement et 26,8% ont une compréhension faible. Dans les trois autres réponses, la compréhension n'est pas manifeste.

4.7 Question 7: relation inverse entre nombre de parts et grandeur de la fraction unitaire

Tableau 122
Fréquence des catégories de réponses à la question 7

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	37	36,3	36,3	36,3
	2	18	17,6	17,6	53,9
	3	4	3,9	3,9	57,8
	4	20	19,6	19,6	77,5
	5	19	18,6	18,6	96,1
	6	2	2,0	2,0	98,0
	7	2	2,0	2,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

55 élèves (53.9%) perçoivent la relation inverse entre le nombre de parts et la grandeur d'une fraction unitaire (réponse 1 ou 2). Quatre élèves (3.9%) donnent une bonne réponse sans fournir d'explications (réponse 3).

Parmi les 41 élèves (40.2%) qui donnent une mauvaise réponse, 20 (19.6%) font référence aux connaissances des nombres entiers (réponse 4). 19 (18.6%) errent pour des raisons diverses (réponse 5), alors que les deux derniers donnent une réponse erronée sans explications (réponse 6). Deux autres n'ont pas répondu à la question (réponse 7).

Tableau 123
Fréquence des cotes des réponses à la question 7

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	55	53,9	55,0	55,0
	300	4	3,9	4,0	59,0
	500	41	40,2	41,0	100,0
	Total	100	98,0	100,0	
Absente	pas de réponse	2	2,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 272,00 Mode : 100 Écart-type : 194,93

Une fois les réponses hiérarchisées, on se retrouve à nouveau avec deux pôles. 55 % de ceux qui ont répondu sont dans le premier puisque leurs réponses, cotées 100, traduisent l'atteinte du critère, alors que 41,2 % n'ont pas encore perçu la relation inverse entre le nombre de parts et la grandeur d'une fraction unitaire, leurs réponses se voyant attribuer la cote 500.

4.8 Question 8 : la fraction sur la droite numérique

Pour cette question, nous étudions les deux parties a et b en même temps.

Tableau 124
Fréquence des catégories de réponses à la question 8.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	2	2,0	2,0	2,0
	2	2	2,0	2,0	3,9
	4	5	4,9	4,9	8,8
	7	49	48,0	48,0	56,9
	8	44	43,1	43,1	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Tableau 125
Fréquence des catégories de réponses à la question 8.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	1	1,0	1,0	1,0
	2	1	1,0	1,0	2,0
	6	51	50,0	50,0	52,0
	8	49	48,0	48,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

La question 8 où il fallait trouver les points correspondant aux deux fractions 3/7 et 6/5 sur la droite numérique, est parmi les plus difficiles, comme dans les autres questionnaires. Les pourcentages obtenus pour les réponses catégorisées pour les parties a et b se ressemblent. Peu d'élèves ont réussi à situer correctement ou approximativement les fractions demandées (réponses 1 ou 2) : 3,9% pour a et 2% pour b. Cinq élèves (4.9%) ont montré d'une façon quelconque, par exemple en marquant les points de 1 à 7 sur la droite et en cochant les trois premiers, le choix de trois parts sur sept (réponse 4) seulement pour la partie a.

Beaucoup d'élèves avaient des difficultés à trouver les fractions d'où les tendances dominantes : 49 élèves (48%) à la partie a (réponse 7) et 51 élèves (50%) à la partie b (réponse 6) fournissent des mauvaises réponses. Finalement, 44 élèves (43.1%) à la partie a et 49 élèves (48%) à la partie b ne répondent rien (réponse 8), des taux de non-réponse qui traduisent bien l'embarras des participants face à la tâche.

Tableau 126
Fréquence des cotes des réponses à la question 8.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	2	2,0	3,4	3,4
	200	2	2,0	3,4	6,9
	400	5	4,9	8,6	15,5
	500	49	48,0	84,5	100,0
	Total	58	56,9	100,0	
Absente	pas de réponse	44	43,1		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 467,24 Mode : 500 Écart-type : 92,51

Tableau 127
Fréquence des cotes des réponses à la question 8.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	1	1,0	1,9	1,9
	200	1	1,0	1,9	3,8
	500	51	50,0	96,2	100,0
	Total	53	52,0	100,0	
Absente	pas de réponse	49	48,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 486,79 Mode : 500 Écart-type : 68,04

On note que la cohérence se maintient entre les différentes parties de la question, les moyennes étant de 467,24 et 486,79 pour a et b respectivement. Cela situe la compréhension globale entre faible et non manifeste. D'ailleurs, les écarts-types de 92,5 et

68 pour a et b respectivement montrent que les élèves sont regroupés autour de cette moyenne : autour de la moitié des réponses pour les partie a ou b ont reçu la cote 500. Une autre tendance importante est celle des réponses absentes (catégorie 8) : 43,1% de l'échantillon pour la partie a et 48% pour la partie b. On peut donc conclure que les élèves ne satisfont globalement pas le critère visé ici.

4.9 Question 9 : perception de la fraction comme nombre

Tableau 128
Fréquence des catégories de réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	5	4,9	4,9	4,9
	2	24	23,5	23,5	28,4
	3	5	4,9	4,9	33,3
	4	9	8,8	8,8	42,2
	5	17	16,7	16,7	58,8
	6	3	2,9	2,9	61,8
	7	13	12,7	12,7	74,5
	8	26	25,5	25,5	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Il y a 47 élèves (46%) qui perçoivent la fraction comme un nombre (réponses 1, 2, 3 et 7). Parmi eux, cinq (4.9%) fournissent la bonne réponse en donnant des justifications mathématiques (réponse 1). 27 (23.5%) répondent en s'appuyant sur des justifications liées à l'idée d'avoir le même tout (réponse 2) et 13 autres (12,7 %) en s'appuyant sur une autre justification comme celle liée à l'abstraction : si le nombre des parts croît, la grandeur de la fraction décroît (réponse 7). Les cinq derniers ont justifié leur réponse par des explications inadéquates (réponse 3).

À l'opposé, 55 élèves, soit 53,9%, donnent une mauvaise réponse. De ce nombre, neuf élèves (9.6%) fournissent une réponse contradictoire comme : «En général, 1/4 <1/2, mais dans ce cas particulier on voit bien que 1/4 > 1/2» (réponse 4). 26 autres (25.5%) croient, en s'appuyant sur une justification erronée, que 1/4 > 1/2 (réponse 8). 17 (16.7%) donnent une autre réponse erronée (réponse 5). Et finalement trois ne répondent rien (réponse 6).

Tableau 129
Fréquence des cotes des réponses à la question 9

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	42	41,2	42,4	42,4
	200	5	4,9	5,1	47,5
	400	9	8,8	9,1	56,6
	500	43	42,2	43,4	100,0
	Total	99	97,1	100,0	
Absente	pas de réponse	3	2,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 306,06 Mode : 500 Écart-type : 189,96

En hiérarchisant les réponses, on obtient à nouveau deux groupes bien distingués se situant chacun aux extrêmes (cotes 100 et 500). Quarante-deux élèves soit 42,4 % de l'échantillon, témoignent de leur perception de la fraction comme nombre. Alors que 43 autres élèves (43,4 %) n'ont pas encore atteint le critère visé.

4.10 Question 10 : comparaison de fractions données symboliquement

En regardant les cinq tableaux de fréquences qui viennent, on peut d'abord noter que presque toutes les catégories de réponses plausibles y sont représentées. La catégorie 6 n'apparaît toutefois qu'aux partie c et e alors que la réponse 7, qui n'était pas présente dans les versions précédentes, apparaît cette fois-ci dans les parties d et e. On peut donc confirmer la nécessité de l'inclusion de cette réponse plausible dans notre liste et donc rejeter l'idée de l'évincer.

Tableau 130
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	71	69,6	69,6	69,6
	3	10	9,8	9,8	79,4
	4	10	9,8	9,8	89,2
	5	1	1,0	1,0	90,2
	8	9	8,8	8,8	99,0
	9	1	1,0	1,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Tableau 131
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	68	66,7	66,7	66,7
	3	11	10,8	10,8	77,5
	4	11	10,8	10,8	88,2
	5	1	1,0	1,0	89,2
	8	9	8,8	8,8	98,0
	9	1	1,0	1,0	99,0
	10	1	1,0	1,0	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Les pourcentages des réponses catégorisées sont très semblables pour les parties a et b puisque les élèves ont d'habitude répondu de la même manière pour comparer les fractions ayant les mêmes dénominateurs : autour de 88% donnent la bonne réponse (réponses 1 à 4) et on observe sans surprise que la majorité des élèves (69,6% et 66,7% pour les parties a et b respectivement) utilisent les fractions équivalentes (réponse 1). Environ 10% des élèves appliquent des règles de calcul plus générales comme la multiplication croisée (réponse 3) dans les deux parties. Par contre, autour de 10% de l'échantillon répond correctement sans fournir d'explication (réponse 4).

Des 11 élèves qui donnent une mauvaise réponse, un (1%) utilise une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), 10 autres commettant des erreurs diverses (réponse 8) ou ne donnant pas d'explications permettant de voir comment ils se sont trompés (réponse 9) dans chacune des parties a et b. Il y a un seul élève qui n'a rien répondu pour b.

Tableau 132
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	31	30,4	30,4	30,4
	2	7	6,9	6,9	37,3
	3	14	13,7	13,7	51,0
	4	9	8,8	8,8	59,8
	5	12	11,8	11,8	71,6
	6	1	1,0	1,0	72,5
	8	18	17,6	17,6	90,2
	9	10	9,8	9,8	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

La partie c est un peu plus difficile car on a des dénominateurs différents, l'un étant multiple de l'autre. Plus que la moitié des élèves (61 soit 59.8 % d'échantillon) répondent correctement à cette partie : 31 élèves (30.4%) en utilisant les fractions équivalentes (réponse 1), sept (6.9%) passent par l'abstraction (réponse 2). 14 élèves (13.7%) répondent à la question correctement d'une autre façon, par exemple en utilisant la multiplication croisée (réponse 3) et les neuf derniers (8.8%) répondent sans préciser leur démarche (réponse 4).

Des 41 élèves (40.2%) qui donnent une mauvais réponse, 12 (11.8%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), un seul sur une stratégie de *comparaison multiplicative erronée* (réponse 6), les 18 autres commettant des erreurs diverses (réponse 8) ou ne donnent pas d'explications permettant de voir comment ils se sont trompés (réponse 9). 10 élèves (9.8%) ne donnent aucune explication (réponse 9).

Tableau 133
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.d

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	15	14,7	14,7	14,7
	2	12	11,8	11,8	26,5
	3	21	20,6	20,6	47,1
	4	12	11,8	11,8	58,8
	5	8	7,8	7,8	66,7
	7	12	11,8	11,8	78,4
	8	11	10,8	10,8	89,2
	9	11	10,8	10,8	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

La partie d est un peu plus compliquée puisqu'il faut comparer des fractions ayant les mêmes numérateurs et mais avec des dénominateurs qui sont premiers entre eux. Un peu plus que la moitié des élèves (60 élèves, soit 58.8% d'échantillon) donne une bonne réponse. De ceux-ci, 15 (14.7%) utilisent les fractions équivalentes (réponse 1), alors que 12 élèves (11.8%) passent par l'abstraction, reconnaissant que plus les parts sont nombreuses, plus elles sont petites (réponse 2). 21 autres (20.6%) répondent en utilisant la multiplication croisée (réponse 3) et finalement les 12 derniers (11.8%) n'expliquent pas leur façon de faire (réponse 4).

Des 42 élèves (41.2%) qui donnent une mauvaise réponse, huit (7.8%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), 12 (11.8%) généralisent la règle de comparaison entre les fractions ayant les mêmes dénominateurs (réponse 7), alors que les 22 autres commettent des erreurs diverses (11 élèves, réponse 8) ou n'expliquent pas leur façon de faire (11 élèves, réponse 9).

Tableau 134
Fréquence des catégories de réponses à la question 10.e

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	1	23	22,5	22,5	22,5
	3	19	18,6	18,6	41,2
	4	12	11,8	11,8	52,9
	5	16	15,7	15,7	68,6
	6	1	1,0	1,0	69,6
	7	1	1,0	1,0	70,6
	8	17	16,7	16,7	87,3
	9	10	9,8	9,8	97,1
	10	3	2,9	2,9	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Dans cette partie e, il faut comparer les deux fractions avec numérateurs différents et dénominateurs premiers entres eux. Des 54 élèves (52.9%) qui donnent la bonne réponse, 23 (22.5%) utilisent les fractions équivalentes (réponse 1). 19 autres (18.6%) répondent d'une autre façon comme en utilisant la multiplication croisée (réponse 3). Les 12 (11.8%) derniers répondent sans donner d'explication (réponse 4).

Des 45 élèves (44.2%) qui donnent une mauvaise réponse, 16 (15.7%) s'appuient sur une stratégie de *comparaison additive* (réponse 5), un sur une stratégie de *comparaison multiplicative erronée* (réponse 6). Un seul (11.8%) généralise la règle de comparaison entre les fractions ayant les mêmes dénominateurs (réponse 7), alors que les 27 autres commettent des erreurs diverses (17 élèves, réponse 8) ou n'expliquent pas leur façon de faire (10 élèves, réponse 9). Il y en a aussi trois qui ne répondent rien (réponse 10).

L'étude des réponses hiérarchisées est particulièrement intéressante car elle permet de situer la compréhension globale malgré la diversité des réponses. Il faut toutefois rappeler que, lors de l'analyse *a priori*, les réponses ont été regroupées en trois catégories, seules les cotes 100, 300 et 500 ayant été retenues pour les caractériser. De plus, la cote 300 ne sert qu'à neutraliser la réponse de la catégorie 4 où les élèves répondent correctement, mais sans justification permettant un vrai jugement sur leur compréhension. Cela nous amène aux tableaux ci-dessous.

Tableau 135
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.a

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	81	79,4	79,4	79,4
	300	10	9,8	9,8	89,2
	500	11	10,8	10,8	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Moyenne : 162,75 Mode : 100 Écart-type : 131,95

Tableau 136
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.b

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	79	77,5	78,2	78,2
	300	11	10,8	10,9	89,1
	500	11	10,8	10,9	100,0
	Total	101	99,0	100,0	
Absente	pas de réponse	1	1,0		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 165,35 Mode : 100 Écart-type : 132,99

Dans les parties a et b, plus de 75% d'échantillon ont réussi de comparer les fractions ayant les mêmes dénominateurs (cote 100). On n'est pas surpris, puisque les enfants de ce groupe (1e année du secondaire) sont maintenant assez familiers avec la notion de la fraction et que la comparaison de ce type de fractions leur parait facile.

Tableau 137
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.c

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	52	51,0	51,0	51,0
	300	8	7,8	7,8	58,8
	500	42	41,2	41,2	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Moyenne : 280,39 Mode : 100 Écart-type : 191,94

En hiérarchisant les réponses pour la partie c, on obtient deux groupes bien distincts se situant chacun aux extrêmes (cotes 100 et 500). 52 élèves soit 51 % d'échantillon, témoignent leur habilité à comparer les fractions. Alors que 42 autres élèves (41,2 %) n'ont pas encore atteint le critère visé.

Tableau 138
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.d

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	48	47,1	47,1	47,1
	300	12	11,8	11,8	58,8
	500	42	41,2	41,2	100,0
	Total	102	100,0	100,0	

Moyenne : 288,24 Mode : 100 Écart-type : 188,42

Tableau 139
Fréquence des cotes des réponses à la question 10.e

		Fréquence	Pourcentage	Pourcentage valide	Pourcentage cumulatif
Valide	100	43	42,2	43,4	43,4
	300	11	10,8	11,1	54,5
	500	45	44,1	45,5	100,0
	Total	99	97,1	100,0	
Absente	pas de réponse	3	2,9		
	Total	102	100,0		

Moyenne : 304,04 Mode : 500 Écart-type : 189,48

Une fois les réponses hiérarchisées pour les parties d et e, on se retrouve à nouveau avec deux pôles et un certain nombre d'élèves entre les deux à la cote 300 puisqu'ils n'ont pas expliqué leur réponse, par ailleurs bonne. 47,1 % (partie d) et 43,4% (partie e) de ceux qui ont répondu sont dans le premier puisque leur réponse, cotée 100, traduit l'atteinte du critère, alors que 42 % (partie d) et 45,5% (partie e) n'ont pas comparé correctement les fractions, leurs réponses se voyant attribuer la cote 500.

5 Synthèse et discussion de l'étude des fréquences des réponses des élèves

Dans cette cinquième section du chapitre, nous présentons une synthèse des observations qui précèdent avec des discussions touchant simultanément nos trois groupes de participants. Nous abordons les questions dans l'ordre, avec parfois quelques regroupements et sans oublier que les questions sont décalées de 1 pour le groupe 1 qui a eu droit à une question supplémentaire. Les intertitres indiquent les numéros des questions concernées pour chacun des groupes.

5.1 Questions 1 et 2 (groupe 1) et question 1 (groupes 2 et 3)

Les élèves du groupe 1 semblent, pour la majorité, aptes à effectuer une équipartition puisque, à la question 2, 85% d'entre eux arrivent à la réaliser. Mais ils se laissent facilement perturber par une figure plus inhabituelle, le succès tombant à moins de 45% à la question 1. Ce constat vaut aussi pour les élèves des groupes 2 et 3. En somme, on peut dire que les notions d'équipartition et de choix sont bien présentes et que pour chacun des groupes, nous pouvons parler d'une compréhension bonne, voire très bonne à ce chapitre. Au niveau des procédures d'équipartition, les figures inhabituelles causent quelques soucis, même chez les élèves du groupe 3 où le taux de succès dans le partage de l'étoile n'est que de 38%.

5.2 Question 3 (groupe 1) et question 2 (groupes 2 et 3)

Les participants n'ont pas toujours trouvé facile cette tâche où il fallait réaliser des équipartitions particulières de figures afin de trouver la fraction représentée par une partie donnée du tout. Surtout que cette équipartition se trouvait souvent esquissée mais non complétée ce qui donne des figures partagées inégalement. Chez les élèves du groupe 1, on peut globalement dire qu'autour du tiers a réussi, mais que pour chacune des trois parties de la question, le quart n'y a pas répondu, réaction qui s'explique par le caractère inhabituel de la tâche pour ces élèves. La tâche paraît plus familière aux participants des deux autres groupes puisque le taux des non-réponses devient négligeable malgré des figures non banales. La compréhension des élèves du groupe 2 est jugée bonne ou très bonne pour largement plus de la moitié d'entre eux — les deux-tiers pour la partie a — mais non manifeste chez les autres. Les résultats sont encore meilleurs dans le groupe 3 où le taux de réussite traduisant une bonne ou très bonne compréhension sont de 85% et 80% pour les parties a et b, qui n'étaient pourtant pas banales. En c, seulement le tiers des participants font preuve d'une telle compréhension, mais il faut dire que la tâche était ici extrêmement difficile, le quart des élèves de ce groupe étant manifestement induit en erreur par une figure qu'ils ont mal interprétée.

Comme explication aux difficultés éprouvées par les élèves des trois groupes qui ont moins bien réussi, on peut rappeler, à la suite de Pothier et Sawada (1990), la faiblesse des manuels qui, dans l'étude des fractions, ne présentent le plus souvent que des figures dont le partage est complet et équitable, demandant aux élèves de simplement compter le nombre de parts hachurées et le nombre total de parts pour trouver la fraction représentée.

5.3 Questions 4 et 5 (groupe 1) et questions 3 et 4 (groupes 2 et 3)

Nous avons traité des liens qui existent entre ces questions portant sur la construction d'invariances « complémentaires », c'est-à-dire invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement pour la première, et par rapport au choix de parties pour la seconde. Ces liens nous paraissant naturels, nous avons décidé d'en vérifier l'existence en croisant les réponses aux questions concernées par un test de chi-carré. Les résultats du test se sont révélés statistiquement significatifs pour les groupes 1 et 2. La compréhension des élèves du groupe 1 a été jugée très bonne pour plus de la moitié des cas pour les deux invariants alors qu'elle est plutôt faible ou non manifeste pour un peu plus de 40% de cet échantillon. Si le taux de succès se maintient, (et même s'améliore à 56%) pour le second invariant dans le groupe 2, il y baisse sensiblement, autour de 36%, pour l'invariance par rapport au mode de fractionnement : plusieurs semblent avoir rejeté le deuxième partage de la figure qui y est tranchée verticalement pour obtenir les deux premières parts puis horizontalement pour terminer le partage. La complexité de la figure de la question 3 a aussi joué un rôle pour les élèves du groupe 3 : si plus de 40% y font preuve d'une très bonne compréhension, autour de 55% ont mal répondu faute de pouvoir réaliser une équipartition du trapèze dont il fallait décomposer puis recomposer les morceaux pour les comparer. Par contre, 80% de ces élèves ont correctement construit l'invariance de la fraction par rapport à un choix particulier des parties visées par la question 4. Les difficultés liées à la figure de la question 3 expliquent sans doute pourquoi le lien entre les réponses aux deux questions est non significatif dans le groupe 3.

5.4 Question 6 (groupe 1) et question 5 (groupes 2 et 3)

Pour ce qui est de l'équivalence des relations partie/tout, 42 % des élèves du groupe 1 n'éprouvent aucune difficulté et leur compréhension est jugée très bonne. À l'opposé, un pourcentage d'élèves légèrement supérieur voient leur compréhension jugée non manifeste, alors qu'un petit groupe (8%) se trouve en position « neutre » : leurs bonnes réponses s'appuyant sur des explications non pertinentes ou n'étant pas expliquées. Les résultats des groupes 2 et 3 sont légèrement meilleurs. Respectivement 51% et 47% des élèves voient leur compréhension jugée très bonne, alors que pour 38% ou 39% d'entre eux, elle est non manifeste. Pour les trois groupes, une bonne part des errements s'explique par le recours à des stratégies additives liées aux nombres naturels, stratégies qui se font par ailleurs plus sophistiquées chez les élèves du groupe 3, exposés à des fractions plus compliquées.

5.5 Question 7 (groupe 1) et question 6 (groupes 2 et 3)

La réversibilité d'un partage est construite par 45% des répondants du groupe 1, 50% d'entre eux n'arrivant pas à retrouver le tout à partir du morceau donné dans la question. Les pourcentages sont sensiblement les mêmes pour le groupe 2, soit 45%de succès et 45 % d'échecs, mais sont moins satisfaisants lorsqu'on arrive au groupe 3 où moins du tiers des participants fait preuve d'une très bonne compréhension, plus du tiers, d'une compréhension moyenne et les autres, d'une compréhension faible ou absente. On peut toutefois noter que la tâche présentée au groupe 3, soit deux losanges accolés qu'il fallait séparer pour trouver la partie à reproduire en cinq exemplaires pour ensuite les regrouper en un tout, était considérablement plus complexe que celle proposée aux autres groupes. À cet égard, on peut retenir que, dans les trois groupes, des répondants ont reconstruit un tout comportant le bon nombre de parts, mais des parts qui ne correspondent pas à celle représentée dans la question, comme s'ils n'avaient pas l'habileté nécessaire pour reproduire celle-ci afin de reconstituer le tout. C'est le cas de 35% des élèves du groupe 3 contre 4% et 8% dans les groupes 1 et 2 respectivement, ce qui vient appuyer notre hypothèse de résultats influencés par la difficulté du défi présenté par la tâche soumise aux élèves de ce groupe 3.

5.6 Question 8 (groupe 1) et question 7 (groupes 2 et 3)

La relation inverse entre le nombre de parts et leur taille a été reconnue par 66% des élèves qui ont répondu à la question dans les groupes I et II. Cette question a été remplacée par une autre visant plus précisément la relation inverse entre le nombre de parts et la grandeur d'une fraction unitaire pour les membres du groupe 3. 55% de ceux-ci ont atteint ce critère.

5.7 Question 9 (groupe 1) et question 8 (groupes 2 et 3)

Cette question où il fallait porter des points correspondant à des fractions sur la droite numérique a été la moins réussie de toutes. Cette tâche n'avait été manifestement que très peu abordée en classe par les élèves du groupe 1 dont aucun ne réussit à placer un point correspondant à 3/4, 32% n'essayant même pas de fournir une réponse. Ce taux de non-réponse tombe à 8% dans le groupe 2 qui est plus familier avec ce mode de représentation. 4% des élèves de ce groupe font preuve d'une compréhension de la mesure et de la relation partie/tout sans avoir saisi toutes les conventions régissant l'usage de la droite numérique. Les autres font preuve d'une compréhension faible (60% de l'échantillon), voire non manifeste (30%). L'impression qui se dégage est celle d'un apprentissage de la droite pour représenter des quantités entières, mais qui ne va pas jusqu'à permettre de situer des quantités fractionnaires entre les points correspondants aux entiers.

La familiarité avec les principes régissant l'usage de la droite numérique semble très légèrement plus grande dans le groupe 3. En effet, pour la partie a, 4% des élèves réussissent à placer la fraction 3/7, mais seulement deux élèves y arrivent pour 6/5, fraction plus grande que l'unité. À l'opposé, autour de 50% des élèves ne manifestent qu'une compréhension faible ou absente. Chose étonnante, les taux de non-réponses sont de 43% et de 49% respectivement pour chacune des parties de la question. Ceci pourrait laisser croire que la représentation sur la droite numérique a tout juste commencé à être abordée en classe sans qu'on n'ait vraiment traité de la représentation des fractions ; celle-ci est donc loin d'être maîtrisée par la plupart, à tel point qu'un grand nombre ne se sent pas suffisamment à l'aise pour répondre quelque chose. Cela expliquerait pourquoi le taux de non-réponse est ici beaucoup plus grand que dans le groupe 2 et même que dans le groupe 1.

5.8 Question 10 (groupe 1) et question 9 (groupes 2 et 3)

Les résultats sont ici très nettement tranchés. Largement plus de la moitié (57%) des répondants du groupe 1 montrent qu'ils ont construit l'invariance de la fraction par rapport à la grandeur et à la forme du tout qui la représente, alors que les autres ne manifestent pas cette forme de compréhension. Ces résultats s'améliorent pour le groupe 2 puisque le pourcentage des élèves dont la compréhension est jugée très bonne passe à 88% alors qu'elle demeure non manifeste chez 11%.

Une question différente et plus difficile a été soumise aux élèves du groupe 3, alors que l'on visait leur perception de la fraction comme nombre. Tâche plus difficile puisqu'il fallait non pas reconnaître 1/4 sous diverses représentations comme pour les groupes I et II, mais comparer des fractions 1/4 et 1/2 dont les représentations sont telles que 1/4 > 1/2. 46% des élèves de ce groupe 3 y arrivent et voient leur compréhension jugée très bonne ou bonne. Celle des 54% qui restent est faible (9%) ou non manifeste (42%) à moins qu'ils n'aient simplement pas répondu à la question.

5.9 Question 11 (groupe 1) et question 10 (groupes 2 et 3)

La dernière question visait la comparaison de fractions données symboliquement. Dans le groupe 1, approximativement le tiers des élèves arrivent à comparer correctement deux fractions ayant même dénominateur, mais seulement autour de 15% y parviennent lorsque les fractions ont des dénominateurs différents, que ces dénominateurs soient premiers entre eux ou que l'un soit multiple de l'autre. Si l'on ajoute à ces cas de succès indéniable les élèves qui ont répondu correctement mais sans expliquer leurs réponses, on double chacune des valeurs ci-dessus. Mais il devient alors hasardeux de prétendre que tous ces élèves ont compris, la chance pouvant aussi expliquer certains succès chez ceux qui n'ont pas justifié leur réponse. Par contre, il est sûr que le tiers des élèves ne réussissent pas à comparer des fractions avec même dénominateur, et qu'autour des deux-tiers n'y arrivent pas lorsque les dénominateurs sont différents.

À mesure que l'on passe aux autres groupes, les fractions deviennent plus complexes et l'on ajoute à la diversité des cas : dénominateurs différents mais mêmes numérateurs, fractions plus grandes que l'unité, etc. Si l'on regarde l'ensemble des tableaux des résultats, on constate que les élèves rangés dans la zone floue de ceux qui ont bien répondu sans toutefois justifier leur bonne réponse constituent de 7% à 12% de nos échantillons. Pour les fractions avec mêmes dénominateurs, 83,6% des élèves du groupe 2 les comparent correctement, et près de 80% (79,4% et 77,5% pour les parties a et b respectivement) de ceux du groupe 3 en font autant. Le pourcentage du succès diminue lorsque les dénominateurs sont différents. Pour résumer les observations, on peut globalement retenir que de 64 à 73% des répondants du groupe 2 ont une compréhension jugée très bonne, alors qu'elle est non manifeste chez 20 à 30% des membres de ce même groupe 2. Il semble y avoir une certaine régression lorsqu'on arrive au groupe 3, quoiqu'il faut aussi compter avec des fractions plus complexes : 51% des élèves ont vu leur compréhension jugée très bonne lorsqu'il fallait comparer des fractions dont le dénominateur de l'une est multiple de celui de l'autre, 47% lorsque les dénominateurs sont premiers entre eux et seulement 42% lorsque les dénominateurs premiers entre eux sont ceux de fractions plus grandes que l'unité.

Quant aux stratégies utilisées pour comparer correctement les fractions, nous observons des différences notables entre les groupes. Ainsi, pour la partie a (fractions avec même dénominateur), 16% des élèves du groupe 1 utilisent les fractions équivalentes, contre 82% de ceux du groupe 2 et 70 % de ceux du groupe 3. Ces pourcentages tombent pratiquement à 0 avec les fractions à dénominateurs différents pour le groupe 1 alors qu'ils varient de 59% à 73% pour le groupe 2 et varient de 22% à 70% suivant la complexité de la fraction pour le groupe 3. Une autre tendance importante est l'utilisation de la multiplication croisée (voir le détail en chapitre III, page 164), présente notamment dans le groupe 3 (10%, 10%, 14%, 21% et 19% pour les sous-questions a, b, c, d et e respectivement) et le groupe 1 (20%, 5%, 5% pour a, b et c), mais absente dans le groupe 2, sauf pour un élève à la partie b. Cette règle de la multiplication croisée apparaît un peu comme une porte de sortie lorsque les fractions équivalentes ne sont pas utilisées, peut-être parce qu'elles sont mal maîtrisées ou ont été oubliées.

Au chapitre des erreurs causées par des applications incorrectes de stratégies comme celles de comparaison additive et de comparaison multiplicative, nous remarquons la diminution de ces types d'erreurs en avançant du groupe 1 vers le groupe 3.

5.10 En guise de premières conclusions sur la compréhension des élèves

Dans cette sous-section, nous voulons résumer les principales conclusions que l'on peut retenir des synthèses qui précèdent en les situant dans les niveaux et composantes de la compréhension de la fraction comme elle est décrite dans le cadre du modèle de Herscovics et Bergeron (1988).

Aux deux niveaux de l'intuition et de la compréhension procédurale, alors que les élèves devaient réaliser des équipartitions, on peut affirmer qu'en général, ceux-ci ont fait preuve d'une compréhension satisfaisante, sauf dans deux circonstances où ils deviennent facilement perturbés : d'abord lorsqu'on leur fournit des figures inhabituelles, ayant des caractères géométriques plus complexe : leur compréhension serait mal servie par les habiletés procédurales souvent déficientes parce que très peu exercées sur des figures inhabituelles dans leurs manuels scolaires. Autre source de problèmes, celles des figures déjà coupées mais en parties inégales comme à la question 3 pour le groupe 1 (question 2 pour les groupes 2 et 3). Ce problème découle du fait que dans leurs manuels scolaires, en général, les exercices où des figures déjà partagées sont présentées, elles sont divisées en parties égales et la tâche attendue des élèves n'exige que de compter le nombre total des parties et le nombre des parties hachurées. Cette limite des manuels est aussi reconnue par Pothier et Sawada (1990) et n'est donc pas particulière à l'Iran.

Pour ce qui est de l'abstraction, le plus souvent, les élèves s'y débrouillent moyennement (autour de 50%). Encore là, leur compréhension se fait beaucoup moins affirmée lorsqu'apparaissent des figures plus complexes ; les difficultés résultent parfois du manque d'habiletés procédurales ou de failles dans les connaissances relatives aux propriétés géométriques de la figure. Ainsi, autour du tiers des élèves de groupe 3 ont de la difficulté à dessiner le tout à partir des morceaux donnés (question 7 ou 6). Autres observations à signaler, la présence de procédures d'équipartition dominantes chez des élèves des groupes I et II (30% et 50%), et aussi la référence aux connaissances antérieures des nombres entiers chez presque un tiers des élèves dans leur réponse à la question liée à l'équivalence des relations partie/tout (question 6 ou 5). Par contre, la plupart voient vraiment la fraction comme indépendante de sa présentation sous différentes figures. Alors que le cas où le quart de la surface d'une figure est plus grand que la demie d'une autre, s'est révélé plus difficile. Autre remarque, les liens qui existent entre les réponses aux questions portant sur l'invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement, et sur l'invariance de la fraction par rapport au choix des parties ont été jugés statistiquement significatifs pour les groupes 1 et 2, même si, dans l'ensemble, les élèves font preuve d'une compréhension plus achevée en répondant à la deuxième question qu'à la première.

Quant à la formalisation, elle n'est abordée que dans deux de nos questions. La première, celle de la droite numérique, n'a donné lieu qu'à peu de manifestation de compréhension, vraisemblablement parce que les élèves n'ont pas l'expérience pour présenter la fraction sur la droite numérique. Ils verraient plutôt cette droite comme une quantité discrète. L'autre question, qui comprend quelques sous-questions, a trait à la comparaison des fractions. Si le groupe 1 n'y fait guère preuve de compréhension, celle-ci se fait plus affirmée chez les élèves du groupe 2 et se maintient chez ceux du groupe 3, même si les questions présentées à ces élèves sont plus diversifiées et difficiles.

Enfin, nous avons remarqué une évolution de la compréhension de la notion de fractions équivalentes et de son usage en passant du groupe 1 vers le groupe 3, compréhension qui relève des deux composantes, l'abstraction logico-mathématique et la formalisation. Autre observation à retenir, l'augmentation de l'utilisation de la règle de la multiplication croisée pour comparer des fractions, utilisation notamment fréquente chez les élèves du groupe 3. Cette règle relève de la formalisation, mais il est un peu risqué de conclure à une compréhension dans ce cas puisqu'une telle règle peut souvent être appliquée mécaniquement, de manière purement instrumentale au sens des « règles sans raisons » de Skemp (1976)

Notre dernière remarque pour montrer que juger de la compréhension des élèves est une tâche complexe et délicate : il faut savoir nuancer car le tableau n'est jamais tout blanc ou tout noir. Les résultats obtenus ici sont vraiment dans les tons de gris car, s'ils n'indiquent pas une compréhension toujours parfaite et achevée, ils sont par ailleurs loin d'être mauvais, bien meilleurs en tout cas que ce que les conclusions de TIMSS pour l'Iran pouvaient laisser craindre.

6 Liens des réponses aux questions avec les données socio-économiques

Au moment de faire passer les questionnaires aux élèves, nous avons recueilli des données qualifiées de socio-économiques. Elles portaient sur le sexe des élèves eux-mêmes, sur les caractéristiques de l'école que ceux-ci fréquentaient : type d'école (privée ou publique), milieu où elle est établie (pauvre, moyen, riche), etc. L'idée première était de savoir à qui on s'adressait pour juger d'une suffisante diversité de nos échantillons, tout en sachant que celle-ci serait loin d'être parfaite, ce qui n'est pas un problème étant donné le caractère exploratoire de la recherche. Cependant, il nous a semblé que certains liens pouvaient être établis entre ces données et les réponses fournies par les élèves, liens qui pourraient révéler des tendances. Nous avons donc pensé réaliser quelques tests afin, non pas d'arriver à des conclusions définitives en ces matières, mais pour voir s'il y avait là des pistes de recherches qui mériteraient d'être explorées de manière plus systématique dans un contexte méthodologique adapté à ce genre de préoccupations. Comme cela a été dit plus tôt, nous sommes consciente de sortir ici des visées premières de notre projet, et si nous nous lançons brièvement dans cette voie, c'est strictement en vertu du caractère exploratoire de notre étude, qui se doit donc mettre à jour des questions qui pourraient se révéler intéressantes ou fécondes.

Ce qui a d'abord attiré notre attention, c'est que dans les tableaux où sont catégorisées les réponses des élèves en fonction de nos fiches d'analyse, les élèves des écoles privées se retrouvent en fin de listes (voir Tableau 4), ce qui nous a permis de distinguer les réponses de ces élèves de celles des élèves fréquentant l'école publique. Or, considérant ces réponses, on a eu l'impression d'une meilleure compréhension des premiers. De telles impressions pouvant se révéler trompeuses, nous avons décidé de les soumettre à des tests statistiques simples, essentiellement des chi-carrés comme nous l'avons annoncé au chapitre II, afin de voir dans quelle mesure elles tenaient la route. Et dans la foulée, nous avons procédé à d'autres tests de chi-carré pour croiser d'un côté les réponses de nos participants avec les variables socio-économiques les plus prometteuses, en termes de liens significatifs, du tableau 4 du chapitre II.

6.1 Résultats des élèves vs le type d'école

Ainsi, comme le montre le tableau 140, page suivante, pour ce qui est du caractère privé ou publique de l'école de provenance des élèves, seuls les résultats des tests de chi-carré où ce caractère est croisé avec les réponses aux questions 7, 9, 10 et 11a du groupe 1 sont positifs, c'est-à-dire inférieurs à 0,05. Il faut toutefois les lire avec beaucoup de précautions puisque nous obtenons plusieurs tableaux comportant des cellules vides[18], cela sans compter que les nombres d'élèves des écoles publiques et privées ne sont pas équilibrés, les premiers étant, pour ce groupe, quatre fois plus nombreux que les seconds. Des résultats comparables ont été obtenus pour le groupe 2, résultats même moins intéressants puisqu'ils

---

[18] Nous considérons ici les tableaux où les réponses des élèves sont regroupées par cotes, ce qui diminue sensiblement, mais sans les faire totalement disparaître, le nombre de ces cellules vides.

ne sont significatifs que pour les questions 2b et 10c. La seule conclusion possible ici, c'est que certaines tâches, par exemple la comparaison de fractions avec même dénominateur de la question 10 (11 pour le groupe 1) sont plus familières à certaines classes d'élèves qui y performent donc mieux. Il serait toutefois malhonnête de conclure à une meilleure compréhension de la fraction chez, par exemple, les élèves des écoles privées, pour les raisons qui, disions-nous à l'instant, doivent pousser à lire les résultats des tests avec prudence, et aussi parce que ces résultats ne valent que pour certaines tâches, les autres ayant conduit à des résultats non significatifs.

Tableau 140
Résultats des tests de chi-carré
Réponses aux questions vs type (publique ou privée) d'école

	Résultats		Résultats	
	Groupe 1		Groupe 2	Groupe 3
QUESTION 1	0,094			
QUESTION 2	0,681	QUESTION 1A	0,631	0,368
		QUESTION 1B	0,553	0,001
QUESTION 3A	0,809	QUESTION 2A	0,114	0,009
QUESTION 3B	0,968	QUESTION 2B	0,015	0,039
QUESTION 3C	0,813	QUESTION 2C	0,229	0,000
QUESTION 4	0,478	QUESTION 3	0,557	0,000
QUESTION 5	0,213	QUESTION 4	0,527	0,357
QUESTION 6	0,513	QUESTION 5	0,202	0,000
QUESTION 7	0,006	QUESTION 6	0,456	0,001
QUESTION 8	0,227	QUESTION 7	0,122	0,001
QUESTION 9	0,018	QUESTION 8 ET 8A	0,667	0,311
		QUESTION 8B		0,664
QUESTION 10	0,009	QUESTION 9	0,129	0,000
QUESTION 11A	0,004	QUESTION 10A	0,558	0,029
QUESTION 11B	0,126	QUESTION 10B	0,215	0,026
QUESTION 11C	0,194	QUESTION 10C	0,051	0,001
		QUESTION 10D	0,197	0,085
		QUESTION 10E		0,004

Le test est significatif si la valeur est inférieure à 0,05.

Le tableau est très différent pour les élèves du groupe 3 puisque la majorité des tests de chi-carré sont ici significatifs et montrent que les participants des écoles privées ont vraiment fait preuve, à travers les diverses tâches, d'une compréhension plus achevée. Les seules exceptions sont les questions 1a et 4 où plus de 80% des élèves ont, de toute manière et peu importe leur provenance, manifesté une très bonne compréhension) et à la question 8 (a et b) sur la droite numérique où l'incapacité de plus de 90% des élèves à répondre ne laissaient pas vraiment de place à des différences. Sachant que le groupe 3 est composé d'élèves du secondaire, peut-on conclure à une forme de supériorité du privé à cet ordre d'enseignement ? Cette conclusion paraît prématurée. Les tests sont, comme les précédents, à lire avec prudence à cause des cellules vides dans certains tableaux croisés et du déséquilibre entre le nombre d'élèves du public et du privé, ces derniers n'étant représentés que par une classe de vingt-huit filles provenant d'une seule école. Mais il est possible que le phénomène corresponde à une réalité : il y a ici une question de recherche possible et qui devrait amener à des investigations plus en profondeur.

6.2 Résultats des élèves vs le sexe des élèves

Nous nous sommes ensuite posé la question d'un lien entre les résultats et le sexe des élèves : les filles comprennent-elles mieux que les garçons ? La réponse est loin d'être nette comme le montre le tableau 226 donné en appendice F. On observe bien quelques indications faiblement significatives en faveur des filles, aux questions 7 et 11 pour le groupe 1, à la question 6 pour le groupe 2 et aux questions 1b, 2c et 10a, b et c pour le groupe 3, mais rien qui permette d'y voir un « phénomène ».

6.3 Résultats des élèves vs la zone où est située l'école

Nous avons obtenu des chiffres légèrement plus significatifs en croisant les résultats des élèves avec la localisation (urbaine, banlieusarde ou semi-rurale) de l'école qu'ils fréquentent (tableau 228 de l'appendice F). Ainsi, pour le groupe 1, la compréhension manifestée aux questions 1, 3, 7 et 11 serait statistiquement meilleure chez les participants des écoles urbaines. Il en va de même des questions 1b, 2c, 3, 6, 7, 8a et 10c, d, e pour le groupe 3. Par contre, les quelques résultats significatifs dans le groupe 2 favorisent tantôt les élèves du milieu urbain (questions 2, 8 et 10b, c, d), tantôt ceux du milieu semi-rural (questions 3 et 10a). Tous les numéros de questions non-mentionnés, la grande majorité donc, n'ont conduit qu'à des résultats non significatifs. Cela, et la présence encore ici de cellules vides dans plusieurs des tableaux de croisement des variables, pousse à conclure très prudemment : les résultats significatifs risquent fort de n'indiquer que certains aspects de la fraction ont été moins abordés dans certaines écoles que dans d'autres ou, à l'inverse, l'ont été plus récemment de sorte que le phénomène de l'oubli a moins joué…

Les tests réalisés autour des autres données socio-économiques se sont révélés encore moins significatifs. Peut-être vaudra-t-il la peine de les revoir avec des échantillons plus grands et plus représentatifs, mais pour l'instant, aucune tendance nette ne se manifeste.

Chapitre V

L'enseignement de la fraction vu par les enseignants

Dans ce dernier chapitre avant la conclusion de la thèse, nous traitons de l'enseignement de la fraction comme il est vu par des enseignants iraniens. Nous avons évoqué, au départ de cette thèse, les liens qui existent entre enseignement et apprentissage. L'enseignement, disions-nous, n'explique pas tout des apprentissages, mais il y joue un rôle non négligeable. C'est pourquoi nous avons souhaité y jeter un coup d'œil pour accompagner notre regard sur la compréhension de la fraction chez les élèves. Cette compréhension se révélant meilleure que ce à quoi nous nous attendions, notre curiosité s'est faite plus vive : on peut supposer que ce que font les maîtres n'est pas étranger au développement de cette compréhension, il est légitime de penser que leur enseignement favorise chez les élèves la construction d'un sens au concept de fraction. Mais qu'en est-il vraiment ? Est-ce un enseignement de la fraction orienté vers la construction des connaissances par les élèves ? En classe par exemple, quelle est la place laissée à l'élève et quel rôle se réserve le maître ? Les élèves ont-ils l'occasion d'explorer la notion de fraction par eux-mêmes ? Comment sont-ils accompagnés dans leur démarche ? Voilà autant de caractéristiques de l'enseignement qui marquent les apprentissages réalisés et qui peuvent expliquer, pour une part du moins, ce que nous avons obtenu comme résultats dans notre étude de la compréhension de la fraction chez les élèves. D'où l'intérêt d'y jeter un œil.

Pour ce faire, comme cela a été expliqué au chapitre II traitant de la méthode, nous avons élaboré un questionnaire que l'on trouvera en appendice E. Après une première partie où l'on recueillait les renseignements généraux — sexe, âge, niveau scolaire auquel ils enseignent,... — une seconde partie traitait de l'enseignement de la fraction en s'appuyant sur quatre questions : comment les enseignants l'abordent-ils ? Comment présentent-ils la comparaison de fractions, par exemple 1/2 et 1/3 ? Comment réagissent-ils à une erreur courante commise par les élèves ? Comment traitent-ils des fractions équivalentes ?

Les réponses à ces questions ont été analysées suivant deux points de vue, pédagogique et mathématique. Notre façon de faire et les éléments retenus pour caractériser les réponses ont été expliqués au chapitre II et résumés dans deux tableaux, les tableaux 6 et 7, qui sont repris, avec quelques précisions supplémentaires sur les modalités de notre analyse, dans la section 1 qui suit. Les analyses proprement dites viennent ensuite, à la section 2, elle-même suivie d'une section synthèse, la troisième du chapitre, et d'une section de conclusions, la quatrième, qui viendra clore celui-ci.

1 Quelques précisions sur les analyses

La première analyse des réponses des enseignants a été à caractère pédagogique. Nous avons d'abord résumé chacune, puis l'avons caractérisée en fonction des descriptions du tableau 6 que nous reproduisons en taille légèrement réduite à la page suivante. On y retrouve quatre grandes catégories (numérotées de I à IV) fondées sur des modes de représentation, catégories ensuite subdivisées en fonction des rôles respectifs de l'enseignant et de l'élève. Ainsi, une réponse qui se voit attribuer la cote (I b) signifie que l'enseignant a parlé d'utilisation d'un matériel, mais qu'il dirige étroitement les élèves dans leurs manipulations.

Avant d'aller plus loin, signalons deux points à retenir à propos de l'attribution des cotes aux réponses des enseignants. Le premier pour dire qu'une réponse à une question donnée peut parfois correspondre à une seule, mais aussi souvent à plusieurs des descriptions-catégorisations présentées dans le tableau : ainsi, l'attribution des cotes (I b), (II c) à la réponse d'un enseignant à, par exemple, la question 2 signifie que, dans un premier temps, un matériel didactique est utilisé par les élèves, mais que c'est l'enseignant qui donne les instructions nécessaires, puis que, dans un second temps, une représentation graphique est utilisée par l'enseignant et qu'il donne les explications nécessaires en posant parfois des questions aux élèves. Le second point pour signaler que les réponses des enseignants sont parfois très brèves. Ainsi, il arrive qu'au lieu d'expliquer les séquences d'enseignement, ils donnent quelques indices ou quelques pistes de cheminement pour cet enseignement. Si dans la parenthèse qui suit une description il n'y a qu'un chiffre, (I) par exemple, cela signifie que l'enseignant a parlé de matériel, mais sans préciser si c'est lui-même ou les élèves qui font les manipulations.

Tableau 141
Approches pédagogiques : Modes de représentation et rôles du maître et de l'élève

I) En utilisant des matériels didactiques (manipulation d'objets concrets) :
a) manipulés par les élèves : ce sont les élèves eux-mêmes qui découvrent leur cheminement et qui construisent leurs connaissances à part de quelques indications nécessaires que donne l'enseignant pour les orienter et les soutenir. b) manipulés par les élèves, mais l'enseignant donne des instructions aux élèves étape par étape et leur pose parfois des questions pour orienter leur réflexion. c) manipulés par l'enseignant : en posant parfois des questions aux élèves, il réalise l'activité jusqu'à la conclusion. (les élèves sont plus des témoins que des participants actifs).
II) En utilisant des représentations graphiques (recours à des objets semi-concrets) :
a) dessinées par les élèves, l'enseignant pose des questions pour mettre les élèves en réflexion et pour orienter l'activité. b) dessinées par les élèves, l'enseignant pose des questions pour mettre les élèves en réflexion, mais c'est lui qui donne les instructions. c) dessinées par l'enseignant qui pose des questions aux élèves pour les mettre en réflexion et, en expliquant, complète l'activité. d) dessinées par l'enseignant qui explique les étapes à franchir et complète l'activité dont les élèves sont simplement témoins.
III) En utilisant des représentations symboliques ou des représentations mentales :
a) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des objets *physiques* et pose des questions aux élèves pour orienter leur processus d'apprentissage vers l'objectif. b) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des objets *physiques* en donnant des explications nécessaires pour résoudre le problème. c) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des représentations *graphiques* et pose des questions aux élèves pour orienter leur processus d'apprentissage vers l'objectif. d) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des représentations *graphiques* en donnant des explications nécessaires pour résoudre le problème. e) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des *idées ou des règles* et pose des questions aux élèves pour orienter leur processus d'apprentissage vers l'objectif. f) l'enseignant fait référence au sens des symboles et/ou évoque des *idées ou des règles* en donnant des explications nécessaires pour résoudre le problème.
IV) L'enseignant énonce les règles et formules pour résoudre le problème.

Finalement, au moment de considérer les propos des enseignants, il ne faut pas oublier l'influence de la « désirabilité sociale » sur ces derniers : même si nous avons voulu nous montrer très prudente dans l'élaboration des questions pour que les enseignants se sentent le moins évalués possible, il se peut que ce que répond l'enseignant soit ce qu'il juge être « correct », ou « attendu » de la part de l'examinateur, et ne corresponde pas exactement à sa façon d'enseigner dans sa classe. Toutefois, nous pouvons regarder positivement cette réponse qui demeure utile puisqu'elle nous renseigne sur ce que l'enseignant juge être la façon la plus « acceptable » d'enseigner, souvent parce qu'elle correspond à ce qu'on a proposé lors de sa formation.

Ces analyses que nous qualifions de pédagogiques, ont été suivies, pour chacun des enseignants interrogés, d'une autre où nous avons porté un jugement mathématique sur les réponses fournies par cet enseignant. Dans ce jugement fondé sur les critères explicités et justifiés à la section 2.2.2.2 du chapitre 2, nous nous sommes arrêtée aux éléments de savoirs dont nous jugions essentielle la présence dans les propos de l'enseignant. Ces éléments sont rappelés dans le tableau 7 de ce même chapitre II et que nous reproduisons ci-dessous.

Tableau 142
Jugement mathématique des réponses d'enseignant

	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Éléments à considérer pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**				
Présence de l'idée de **choix**				
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)				
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				
Question 3				
Reconnaître la nécessité des touts identiques				
Raisonner que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$				
Question 4				
Effectuer une démarche[19] correcte pour trouver les fractions équivalentes				
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

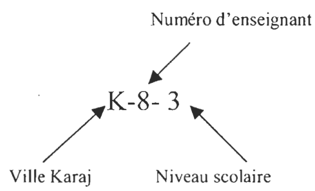
Dans la présentation des analyses dans la section qui suit, nous avons regroupé les enseignants par niveaux, d'abord ceux qui œuvrent à la troisième année du primaire, puis ceux de la quatrième et finalement, de la cinquième. Pour chacun des enseignants, nous exposons notre analyse pédagogique de chacune de ses réponses, analyse qui résume en

---

[19] Ça peut être les représentations graphiques ou les démarches mathématiques comme la multiplication croisée ou la multiplication du numérateur et du dénominateur d'une fraction par une constante.

même temps ladite réponse. Puis vient un tableau, copie quasi conforme du tableau 7 ci-dessus, où sont résumées non pas les analyses pédagogiques dont nous venons de parler, mais bien les analyses mathématiques qui les ont suivies.

Avant de commencer cette présentation, un mot des notations utilisées pour identifier les enseignants : apparaît d'abord une lettre, par exemple K ou M, selon la ville (Karaj ou Mashad) où se trouve l'enseignant. Un premier nombre donne ensuite le numéro de l'enseignant dans cette ville, un second indiquant finalement le niveau scolaire dans lequel œuvre l'enseignant. Par exemple :



2 Analyse pédagogique et mathématiques des réponses des enseignants

2.1 Analyse des réponses des enseignants de 3^e^

2.1.1 Enseignante K-9-3

Femme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante dessine un cercle divisé en trois parties égales dont elle hachure une partie. En demandant aux élèves quel est le nombre total des parties et le nombre des parties hachurées, elle présente l'écriture de la fraction 1/3 où trois indique le nombre des parties et un, le nombre de parties hachurées (ou choisies) (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

À l'aide d'un dessin, elle compare les fractions : elle dessine deux rectangles identiques. Elle hachure une partie sur trois du premier rectangle pour représenter la fraction 1/3, et une partie sur deux du deuxième pour illustrer la fraction 1/2 (II d). Elle annonce ensuite la règle concernant la comparaison de deux fractions ayant le même numérateur (IV).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante n'a pas clairement formulé ses idées : elle dit qu'elle explique à l'élève que pour 1/4, il y a une partie sur 4 alors que pour 1/2, c'est une partie sur deux qui est coloriée (III d) (Nous devons supposer qu'elle a considéré un même tout au départ pour ses justifications). Ensuite, en donnant la règle générale pour les fractions ayant le même numérateur, elle conclut que 1/4 < 1/2 (IV).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante semble vérifier l'égalité entre ces trois fractions en prenant le plus grand dénominateur (8) comme le dénominateur commun pour deux autres fractions, et trouve leur numérateur à l'aide de règles usuelles (IV).

Tableau 143
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-9-3)

<table>
<tr><th>K-9-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.2 Enseignant K-10-3

Homme
Expérience : moins de 2 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignant propose l'utilisation de matériels concrets et aussi de représentations graphiques. Comme matériel, il utilise les pommes. Cependant, les explications qu'il donne au sujet de sa démarche ne semblent pas être très correctes et claires et sont même plutôt contradictoires : il dit qu'il divise trois pommes de façon égale, il coupe une de ces pommes et il demande aux élèves combien de ces pommes ont été coupées. Il attend que les élèves répondent que sur trois pommes, une est coupée. Il conclut donc que 1/3 des pommes est coupé (I). Nous notons beaucoup de confusion ici : à certains moments, l'unité semble être l'ensemble des trois pommes, alors que les propos émis à d'autres moments nous ramènent à l'unité « pomme », un peu comme s'il perdait le fil de son explication. Il dit ensuite passer à l'utilisation de représentations graphiques au tableau, mais sans donner de détails à ce propos (II).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignant suggère encore l'utilisation de matériels concrets ainsi que de représentations graphiques (II), mais il décrit sa façon d'aborder le concept seulement avec la manipulation d'objets concrets : il divise une pomme en deux et une autre en trois et en prend une partie de chacune. Il demande aux élèves de comparer ces deux parties pour conclure que 1/2 est plus grand que 1/3 (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Il utilise la représentation graphique afin d'intervenir auprès de l'élève, mais ses explications ne sont pas très claires : il semble vouloir dire qu'il divise une figure en quatre et hachure une partie et qu'il divise ensuite la figure en deux parties. Il conclut ensuite que 1/2 est plus grand que 1/4 (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignant utilise un matériel concret pour son raisonnement mais d'une façon inappropriée (I). Il dit qu'il divise huit crayons entre trois amis, i.e. de huit parties il hachure la première fois 1/2, la deuxième fois 2/4, et la troisième fois 4/8.

L'explication est troublante : pourquoi trois amis? Parce qu'il y a trois fractions ? Nous ne pouvons guère conclure, sinon pour dire qu'il y a ici une certaine confusion. Mais nous pouvons deviner le sens de son explication : si un ami a la moitié de huit crayons, il a la même chose que les amis qui prendraient respectivement les 2/4 ou les 4/8 de huit crayons.

Tableau 144
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-10-3)

K-10-3	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓[20]			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques		✓		
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes				
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

[20] Mais il utilise des unités de manière très ambiguë.

2.1.3 Enseignant K-11-3

Homme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignant dit seulement qu'il commence d'abord par la *demi* et qu'il explique dans l'ordre les fractions 1/2, 1/3 et 1/4. Cependant, il n'explique pas de quelle façon il procède.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Il ne répond pas à cette question.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Il suggère l'utilisation de dessins (II). Cependant, ses explications ne sont ni complètes ni claires : il dit qu'on dessine quatre figures et qu'on en colorie une. On divise ensuite deux figures en deux parties et on les compare.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Ses explications ne sont pas du tout compréhensibles : il dit qu'on dessine de la plus grande parties jusqu'à la plus petite partie de la figure. Quelle figure ou quelle partie ? Comment compléter l'activité, nous ne le savons pas. Mais nous pouvons quand même rattacher sa façon de procéder à la catégorie (II).

Il nous semble que cet enseignant a répondu sans grand soin comme le montrent sa façon d'écrire et ses réponses brèves et incomplètes. Il est aussi plausible que sa compétence laisse à désirer

Tableau 145
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-11-3)

K-11-3	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**			✓	
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				✓
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)				
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques			✓	
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$			✓	
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes			✓	
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.1.4 Enseignant K-12-3

Homme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignant suggère l'utilisation de matériels concrets (I) ainsi que de représentations graphiques. Il explique qu'il divise une figure en trois parties égales dont il colorie une partie. Il demande aux élèves le nombre de parties en tout et aussi le nombre de parties coloriées pour finir de présenter l'écriture de la fraction 1/3 (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Dans ses explications, il parle d'utilisation de représentations graphiques. Mais ses explications ne sont ni claires ni correctes : il dit que pour comparer les fractions, il montrerait (probablement à l'aide d'une figure) d'abord la fraction 1/3. Après qu'il ait bien fait apprendre cette fraction aux élèves, il leur demanderait de montrer la fraction 1/2 (II c). Il dit que de cette façon, les élèves vont comprendre que 1/3 de la figure est la même chose que 1/2 de celle-ci, et qu'ils peuvent donc comparer ces deux fractions.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignant explique que 1/2 est plus grand que 1/4 puisque, 1/2 est une demie d'une figure alors que 1/4 est une partie sur quatre (III d). Ainsi, la fraction 1/4 est une plus petite partie que la fraction 1/2.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Les explications que l'enseignant fournit ne sont pas très précises. Nous essayons de les traduire d'une façon plus compréhensible. Il dit qu'il montrerait à l'aide d'une figure que 1/2 est transformable facilement à 2/4 et vice versa : en augmentant le nombre de divisions dans la même figure, sans changer la grandeur de parties hachurées et non-hachurées, il dit qu'il pourrait transformer l'une des fractions mentionnées en l'autre (II).

Il utilise le même raisonnement pour les fractions 4/8 et 2/4 et donc 1/2 et conclut finalement que les trois fractions sont égales.

Tableau 146
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-12-3)

K-12-3	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions			✓	
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques		✓		
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.1.5 Enseignant K-13-3

Homme
Expérience : moins de 2 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

Après avoir présenté les nombres entiers, nous pouvons, dit l'enseignant, introduire la fraction par exemple 1/3, en montrant une figure dont une partie sur trois est coloriée (II).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignant utilise la présentation graphique pour son raisonnement mais d'une façon inappropriée. Il hachure une partie sur deux d'un rectangle. Il prend 1/3 de la partie hachurée (i.e. 1/3 de 1/2) et pose quelques questions aux élèves et puis il s'arrête. Même si cette réponse ne correspond pas à nos attentes, nous pouvons attribuer sa réponse à la catégorie (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignant affirme qu'en regardant les figures, 1/4 est plus grand que 1/2. Et il continue, en donnant des explications tout à fait incorrectes et incohérentes : il dit qu'il demanderait aux élèves de dire de combien de parties égales est formée la figure (probablement la figure (a)). Ils répondraient une partie sur quatre. Il dit ensuite qu'ayant une partie coloriée sur quatre parties, 1/2 de celle-ci (?) est donc coloriée. Cependant, le critère de la catégorie (II d) se manifeste dans ce qu'il propose pour résoudre le problème.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Il propose de trouver le dénominateur commun, puis additionne de cette façon les fractions : $\left(\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}\right)=\frac{4}{8}+\frac{4}{8}=\frac{1}{8}$

Puisqu'il passe directement à des formules ni appropriées ni correctes, nous rattachons sa réponse à (IV) même si les mathématiques sont ici massacrées.

Tableau 147
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-12-3)

K-13-3	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**		✓		
Présence de l'idée de **choix**		✓		
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions			✓	
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques			✓	
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$			✓	
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes			✓	
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions			✓	

2.1.6 Enseignante K-14-3

Femme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante dite qu'elle utiliserait un papier divisé en trois dont une partie est hachurée (I) pour introduire la fraction 1/3. Elle dit qu'elle dessinerait ensuite une figure au tableau pour expliquer davantage (II). Elle ne fournit pas d'autres informations sur la façon dont elle procèderait à l'aide de ces matériels.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante choisit deux cartes rectangulaires identiques. Elle colorie une partie sur deux du premier rectangle et une partie sur trois du deuxième. Puis elle compare les parties coloriées pour voir quelle est la plus grande (Id). En dessinant ces cartes au tableau, elle explique ensuite que 1/2 >1/3 (II).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Elle affirme simplement que pour comparer les fractions, il faut que les figures soient identiques (III d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante divise une figure en deux parties égales et colorie une partie. Ensuite elle divise une autre fois la même figure en deux pour obtenir au total quatre parties égales. En divisant la figure de la même façon en huit parties, les élèves vont constater que, présume-t-elle, les nombres de parties hachurées (et non hachurées) vont augmenter sans avoir besoin de colorier une autre partie (II).

Tableau 148
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-14-3)

<table>
<tr><th>K-14-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.7 Enseignante M-2-3

Femme
Expérience : entre 5 et 10 ans
Diplôme : baccalauréat
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante propose l'utilisation d'un matériel concret composé de parties dont certaines sont coloriées, matériel qu'elle distribue aux élèves regroupés en équipes. L'enseignante demande alors à la première équipe d'identifier la part de son tout qui est coloriée : 1/2. L'enseignante poursuit avec la deuxième équipe qui a reçu une représentation de 1/3. L'exploration, toujours dirigée par l'enseignante, continue avec les autres équipes qui ont reçu des représentations d'autres fractions unitaires. Cela permet aux élèves, explique l'enseignante, de voir des représentations de plusieurs fractions (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Elle dit qu'elle demande à un élève (ou elle-même le fait) de couper prudemment (elle le précise…) une pomme en 2 parties égales et à un autre élève de diviser sa pomme en 3. Elle demande au troisième élève de prendre une partie de chaque pomme et de comparer les deux parties obtenues. L'enseignante dit que les élèves concluront que 1/2 est plus grand que 1/3 (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit que pour pouvoir comparer les fractions 1/4 et 1/2, il faut que nos figures (unités) au départ soient identiques (III d). Sinon, comme on le voit dans cet exemple, elle explique que l'élève peut commettre l'erreur.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dit qu'on divise trois pommes identiques en deux, quatre et huit respectivement. On compare les parts composées respectivement de un morceau sur deux, deux sur quatre et quatre sur huit. Les élèves observent ainsi que les ensembles retenus sont égaux (I c).

Tableau 149
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-2-3)

<table>
<tr><th>M-2-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.8 Enseignante M-3-3

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

Elle demande aux élèves de diviser une bande de papier en trois parties égales et de colorier une partie (I b). En insistant sur l'idée d'équipartition, elle répète la démarche en utilisant les représentations graphiques (II b) pour arriver finalement à l'écriture formelle de la fraction 1/3.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit que pour représenter les fractions 1/2, 1/3, 1/4 et 1/5, les élèves colorient une partie sur chacune des bandes de papier qui sont déjà divisées en deux, trois, quatre et cinq respectivement (II b). L'enseignante suggère ensuite l'utilisation de matériel concret. Elle partage une pomme entre deux personnes et une autre pomme identique entre trois. Elle demande aux élèves de dire quel groupe a les morceaux les plus gros pour arriver à la conclusion que 1/2>1/3 (I b). Finalement, elle demande aux élèves de faire des exercices du manuel concernant la comparaison des fractions ayant même numérateur en plaçant les symboles >, < ou = entre les fractions proposées. On ne sait si les élèves pourront répondre en s'appuyant sur du matériel ou autrement, la seule chose sûre étant que les exercices sont présentés de manière symbolique et que la réponse finale doit aussi s'exprimer symboliquement, d'où la cote (III) donnée sans plus de précision. L'enseignante précise toutefois que les élèves arriveront ainsi à comprendre la règle.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante explique que pour comparer ces fractions, les figures doivent être égales (III d). Elle affirme que ces figures ne sont pas considérées correctement. Ensuite elle suggère l'utilisation d'objets concrets (I c) : il s'agit d'une forme de casse-tête intéressant. Celui-ci est composé de trois cercles en papier de couleurs différentes et dont un des rayons est découpé. Cela permet de les emboîter à plat et, en les tournant, d'obtenir un cercle où la fraction 1/2 est représentée sur un côté et la fraction 1/4 sur l'autre. Elle conclut qu'ainsi l'élève prend conscience de son erreur.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Elle dit que, à l'aide d'un cercle divisé en deux dont une partie est coloriée, on demande aux élèves de montrer la fraction 1/2. Puis, ils colorient deux parties sur quatre d'un autre cercle identique pour représenter la fraction 2/4 qui est équivalente à la première (II b). Elle reprend ensuite la même démarche en utilisant le matériel concret (I b). Finalement, elle dit qu'on les amène à expliquer la règle générale pour trouver les fractions équivalentes (IV).

Tableau 150
Résumé du jugement mathématique des réponses d'enseignant (M-3-3)

<table>
<tr><th rowspan="1">M-3-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td colspan="5">Question 1</td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Question 2</td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Question 3</td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Question 4</td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.9 Enseignante M-4-3

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante demande aux élèves d'amener en classe quatre bandes de papiers identiques. Ceux-ci doivent alors partager une des bandes en, par exemple, trois parties égales dont une est coloriée. On s'interroge ensuite sur ce qui signifie par exemple 1/3 et on amène les élèves à l'écriture formelle. L'enseignante n'a pas pourtant précisé jusqu'à quel point les élèves sont guidés dans l'activité. Il nous semble, d'après sa façon de dire, que sa proposition se rattache plutôt au critère (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit qu'on peut montrer ces fractions à l'aide de bandes de papier de même grandeur et qu'on peut les comparer, en plaçant les bandes les unes à côté des autres (I). Pour avoir une compréhension approfondie, l'enseignante dessine sur le tableau, trois rectangles identiques (représentant les trois bandes de papier) qu'elle partage en deux, trois et cinq respectivement dont les parties coloriées sur chacun représentent 1/2, 1/3, 1/5 (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit qu'il faut faire comprendre à l'élève que pour comparer des fractions, les deux figures doivent être égales (III d). Elle remarque que, avec les figures présentées dans le questionnaire, on ne peut pas comparer les fractions. Elle propose ensuite l'utilisation de deux bandes de papier ou de deux carrés identiques (I).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante suggère d'abord du matériel concret comme des bandes de papier ou des cercles identiques pour l'enseignement de ce concept. Elle n'ajoute aucune précision à ce sujet (I). Elle dessine ensuite trois cercles identiques à l'aide desquels elle représente les fractions 1/2, 2/4 et 4/8 pour montrer que les parties hachurées de chacun sont les mêmes (II).

Tableau 151
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-4-3)

<table>
<tr><th>M-4-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.10 Enseignante M-5-3

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

Premièrement, l'enseignante demande à chaque groupe d'élèves d'amener quelques pommes en classe. Elle leur demande de partager chaque pomme, de façon égale, entre trois amis et de dire combien de morceaux a chaque ami pour ensuite indiquer qu'un morceau de la pomme correspond à l'écriture 1/3 (I b). Deuxièmement, elle propose la même démarche avec des représentations dessinées par les élèves au tableau (II). Troisièmement, elle demande aux élèves de se référer à leur manuel sans préciser si c'est pour les dessins, les explications ou simplement pour les exercices. Nous sommes peut-être dans la catégorie (III), mais nous ne pouvons en être assurée.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante suggère d'utiliser les mêmes pommes pour montrer les fractions 1/2 et 1/3 et de demander aux élèves de dire quel morceau est plus gros (I b). Elle reprend ensuite la même démarche avec des enfants en utilisant la représentation graphique (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Elle précise que l'on exige l'égalité des figures pour comparer des fractions (III d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante propose d'utiliser le matériel concret avec les groupes d'enfants sans préciser exactement les rôles respectifs du maître et de l'élève (I) : on prend trois objets (comme des pommes ou des bandes de papier) identiques qu'on divise en deux, quatre et huit parts respectivement. On prend une part du premier, deux parts du deuxième et quatre du troisième. On peut constater que ces parties, représentants les fractions 1/2, 2/4, 4/8, sont égales.

Tableau 152
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-5-3)

<table>
<tr><th>M-5-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.1.11 Enseignante M-9-3

Femme
Expérience : entre 5 et 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante dit qu'elle enseignerait le concept de la fraction en divisant 5 pommes identiques respectivement en 1, 2, 3, 4 et 5 parties, (I). Mais elle ne dit pas comment elle procéderait, et quels rôles elle réserverait aux élèves dans la démarche. Elle dit aussi que, à l'aide de matériels didactiques construits à cette fin, ainsi que de représentations graphiques, elle indiquerait le lien entre la fraction et la division (I, II). Elle n'ajoute toutefois aucun détail sur ce qu'elle ferait.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit qu'elle utiliserait des matériels didactiques mentionnés plus haut pour représenter les fractions (I). Puis, à l'aide d'exercices, elle enseignerait les notions « la plus grande que » et « la plus petite que » (pour comparer les fractions). Mais nous ne savons pas quel(s) type(s) d'exercices elle vise.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale qu'il faut comparer les mêmes figures (III d). Elle demanderait aux élèves de comparer 1/2 de la figure (a) avec 1/4 de la même figure ou encore 1/2 de la figure (b) avec 1/4 de la même figure pour arriver à la bonne conclusion (III c).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dit qu'en simplifiant les fractions (IV), à l'aide de représentations graphiques (II), ainsi que de problèmes concrets sans donner plus de précisions (III a ou b), on peut enseigner ce concept.

Tableau 153
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-9-3)

M-9-3	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**			✓	
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				✓
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$		✓		
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes				
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.1.12 Enseignante M-13-3

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante suggère de représenter la fraction 1/3 à l'aide de différents types de matériels concrets les plus accessibles aux élèves (I). Par exemple : 1/3 de leurs crayons ou de leurs livres, 1/3 des pupitres de la classe ou 1/3 des pavés qui couvrent le sol de la classe, etc. Ici, les touts sont des ensembles discrets.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante recommande l'approche qu'elle utilise souvent, toujours avec succès : elle amène quelques pommes à l'aide desquelles on représente les fractions 1/2 et 1/3. Elle demande par exemple à un élève de comparer le morceau de sa pomme qu'il a divisée en deux, avec le morceau de la pomme d'un ami qui a divisé la sienne en trois (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale la nécessité d'avoir le même tout pour comparer des fractions (III f).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Les explications de l'enseignante ne sont pas très précises. Elle semble dire qu'en multipliant le numérateur et le dénominateur de la fraction 1/2 par 1, 2, 3, etc. dans un sens et, réciproquement, en divisant les résultats par les mêmes nombres dans l'autre sens, on peut bien montrer les fractions équivalentes (IV).

Tableau 154
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-13-3)

<table>
<tr><th rowspan="1">M-13-3</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.2 Analyse des réponses des enseignants de 4^e

2.2.1 Enseignante K-3-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante veut motiver ses élèves en utilisant une pomme qu'elle coupe elle-même en trois parties égales dont elle donne un morceau à un élève (I c). Elle pose ensuite quelques questions pour finir par indiquer qu'un morceau de la pomme correspond à l'écriture 1/3. Dans un deuxième temps, elle reprend la même démarche en utilisant un rectangle dessiné au tableau dont elle a hachuré une partie sur trois (II c). À plusieurs reprises, elle réfère explicitement à l'idée d'équipartition et de choix.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante précise avoir déjà comparé des fractions ayant même dénominateur avec ses élèves. Elle rappelle la règle puis donne directement la règle pour comparer des fractions avec même numérateur (IV).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante ne parait pas dire à l'élève qu'il se trompe, mais lui fournit un exemple qui est en conflit avec sa propre conclusion : elle dessine au tableau deux figures identiques où l'une est divisée en quatre et l'autre en deux. Elle hachure ensuite une partie de chacune et compare deux surfaces désignant 1/2 et 1/4, et arrive à la conclusion que 1/2 > 1/4 (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine au tableau trois rectangles identiques qu'elle partage en deux, quatre et huit respectivement et dont les parties hachurées sur chacun représentent 1/2, 2/4, 4/8. Elle montre ensuite au tableau que les parties hachurées des trois figures restent identiques et que seul le nombre de parties a été augmenté dans les deux dernières figures. Elle annonce finalement l'égalité des trois fractions comme fractions équivalentes (II d).

Tableau 155
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-3-4)

K-3-4	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques		✓		
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.2.2 Enseignant K-7-4

Homme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

À l'aide de figures dessinées et divisées en un certain nombre de parties égales sur papier, l'enseignant commence par aborder la notion de l'équipartition. Il dessine ensuite quelques figures au tableau et les divise en un certain nombre de parties égales. En posant quelques questions aux élèves, il les dirige vers l'idée du choix. Il demande chaque fois combien de parties sont coloriées par rapport au nombre total de parties. Puis il passe à l'écriture formelle de la fraction (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignant prend deux feuilles, il divise l'une en deux et l'autre en trois parties égales. Puis il demande aux élèves de reconnaître laquelle des deux feuilles comprend les parties les plus grandes. En indiquant 1/2 sur les parties de la première feuille et 1/3 sur les parties de la deuxième, il leur demande ensuite de comparer 1/2 et 1/3. Il propose, au besoin, l'utilisation des représentations graphiques au tableau afin de conduire les élèves à comprendre que pour comparer des fractions ayant le même numérateur, celle qui a le plus grand nombre de parties est la plus petite (I).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Il rappelle que pour comparer les fractions 1/2 et 1/4, la figure (l'unité) de départ doit être la même (III d). Il poursuit ses explications en dessinant deux rectangles identiques dont il hachure une partie sur deux du premier et une partie sur trois — et non pas sur quatre, comme s'il avait perdu de vue la question de départ — du deuxième (II).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignant hachure 1/2 d'une figure sur le tableau et demande aux élèves quelle fraction représente la partie hachurée. Puis, il divise la figure à nouveau dans un autre sens de sorte qu'on ait à nouveau deux parties hachurées. Il demande de trouver la fraction concernée. À l'aide de quelques questions, il fait réfléchir les élèves sur la transformation de 1/2 à 2/4 pour conclure que c'est seulement le nombre de divisions qui a augmenté (II c).

Tableau 156
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-7-4)

<table>
<tr><th>K-7-4</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.2.3 Enseignante K-8-4

Femme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : rurale
Milieu socio-économique : pauvre

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante fournit une réponse qui est une indication générale sur son approche. Elle dit qu'elle utiliserait dans un premier temps les matériels concrets comme une chose qui serait divisée en trois (I). Elle propose, dans un deuxième temps, l'utilisation de représentations graphiques : elle dessine une figure divisée en trois parties égales (II). Finalement, elle montre l'écriture formelle de la fraction 1/3 (III d) en expliquant que celle-ci signifie que sur trois parties, on en a choisi une. Nous retrouvons ici la succession des trois modèles (étapes) de représentation déjà apparus, concret, semi-concret et abstrait, sans que nous sachions quels rôles sont réservés aux élèves.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dessine un cercle divisé en deux au tableau pour montrer la fraction 1/2. Elle désigne un autre cercle divisé en trois à l'aide duquel elle présente la fraction 1/3. Elle compare 1/2 du premier cercle et 1/3 du deuxième pour conclure que 1/2 > 1/3 (II d).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale d'abord que les deux figures qui servent à présenter les fractions 1/2 et 1/4, doivent être égales (III d). Elle dessine ensuite deux carrés identiques, un divisé en deux et l'autre en quatre, pour conclure que 1/2 >1/4 (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

En simplifiant les fractions 2/4 et 4/8 à leur forme irréductible 1/2, elle démontre que 1/2 = 2/4 = 4/8 (IV).

Tableau 157
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-8-4)

K-8-4	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes				
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.2.4 Enseignante M-1-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

Il semble que l'enseignante fait une erreur visuelle et lit 1/2 au lieu de 1/3 comme fraction suggérée dans le questionnaire. Elle propose d'amener une pomme dans la classe et de la diviser en deux parties égales dont elle montre une partie aux élèves en indiquant que cette partie représente une demie et correspond à l'écriture1/2 (I c). En répétant la même activité, mais cette fois-ci en posant quelques questions aux élèves, elle les dirige vers la même conclusion (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Elle remarque d'abord que pour la comparaison de fractions, il existe différents cas pour lesquels différentes façons d'enseigner sont nécessaires : les fractions ayant les mêmes dénominateurs, les fractions ayant les même numérateurs et les fractions en général.

Pour comparer les fractions 1/2 et 1/3 qui ont les mêmes numérateurs, elle propose d'abord l'utilisation d'un matériel concret. Elle choisit deux pommes identiques où elle divise l'une en deux parties égales et l'autre en trois. Elle demande aux élèves de dire quelle partie ils préfèrent. Ils répondent : 1/2. Elle demande pourquoi et les élèves répondront : parce que c'est plus grand (I b). Elle explique qu'à l'étape suivante, celle de la représentation graphique, elle dessine deux rectangles identiques. Elle divise verticalement l'un en deux et l'autre en trois et elle colorie une partie sur chacune des rectangles. En répétant la même démarche qu'à l'étape précédente, elle conduit enfin les élèves vers la règle liée à la comparaison des fractions ayant les mêmes numérateurs (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale que pour comparer les fractions 1/2 et 1/4, il faut que les figures soient identiques (III d). Elle dessine ensuite, à côté de la figure (a), un premier carré identique à celui de cette figure (a) et en colorie une partie sur deux, puis, à côté de la figure (b), un deuxième carrée identique à celui de cette figure (b) et en colorie une partie sur quatre. Elle indique finalement la possibilité de comparer les fractions 1/2 et 1/4 représentées par les parties hachurées dans chacun des couples de touts identiques, (a) ou (b) (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Dans un premier temps, elle dessine trois rectangles identiques au tableau. À l'aide d'une partie coloriée, elle représente la fraction 1/2 sur le premier rectangle qu'elle a déjà divisé en deux. Elle montre ensuite la fraction 2/4 sur le deuxième rectangle dans lequel le nombre de parties est deux fois plus que dans le premier. Elle répète la même démarche pour le troisième rectangle pour représenter 4/8 (II d). Dans un deuxième temps, elle donne la formule pour trouver les fractions équivalentes (IV).

Tableau 158
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-1-4)

M-1-4	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$		✓		
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.2.5 Enseignante M-6-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante propose d'abord l'utilisation d'un matériel concret comme une feuille de A4 ou un papier, déjà divisé en trois parties égales qu'elle colorie avec trois couleurs différentes. Elle propose aussi de montrer la fraction 1/3 à l'aide de trois élèves (considérés comme le tout) (I c). À l'étape suivante, elle dit qu'elle représente la fraction 1/3 à l'aide de plusieurs représentations graphiques (II d). Finalement, elle associe la forme symbolique de la fraction à la représentation concrète (III b) ou à la représentation graphique (III d) proposées plus tôt.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Pour comparer les fractions demandées, l'enseignante propose quatre démarches :

1- À l'aide de deux pommes dont l'une serait divisée en deux et l'autre en trois (I).
2- À l'aide de deux figures dont l'une serait divisée en deux et l'autre en trois (II).
3- À l'aide de deux dessins où l'un représente 1/2 et l'autre 1/3.
4- À l'aide de bandes de papier qui seraient divisées par chaque élève en 2 et en 3. Puis, les élèves discuteraient en groupe de leurs résultats et donneraient leurs avis.

Nous voyons ici, dans les trois premier cas, le manque de précision à propos des rôles attribués à l'enseignante et à l'élève. Alors que dans le quatrième, elle explique mieux : il semble donc que cette enseignante s'attache plutôt au critère (I a), puisque d'après ce qu'elle dit, les élèves arriveront à la conclusion par eux-mêmes.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale d'abord la nécessité d'avoir deux figures identiques pour comparer deux fractions (III d). Elle dit qu'on divise deux carrés identiques respectivement en quatre et deux parties égales à l'aide desquelles on représente les fractions 1/4 et 1/2. Ainsi les élèves arrivent eux-mêmes à la conclusion (1/2 >1/4) (II). Elle dit que dans l'approche où les enfants travaillent en groupe, ils découvriront eux-mêmes pendant l'activité et qu'ils compareront correctement sans cependant dire comment ils procèdent.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Les explications que donne l'enseignante ne sont ni très précises ni complètes. Nous essayons de les traduire de façon plus compréhensible : on dessine des figures (probablement identiques) sur des bandes de papier. On en choisit une, puis on la découpe et on la colle au tableau. On répète la même démarche pour la deuxième figure en la divisant cette fois en quatre, et ainsi de suite. Cependant, dans sa démarche, elle n'a pas expliqué de quelle façon elle compare ces fractions ni quels rôles elle attribue aux élèves (I).

Tableau 159
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-6-4)

M-6-4	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.2.6 Enseignante M-7-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

Dans un premier temps, l'enseignante divise une feuille rectangulaire en trois parties égales. Elle demande quelques questions aux élèves en insistant sur l'idée d'équipartition et de choix. Elle explique donc qu'une partie sur trois est coloriée (I b).

Dans un deuxième temps, Elle propose ensuite la même démarche avec les représentations graphiques dessinées au tableau pour indiquer que un morceau de la pomme correspond à l'écriture 1/3 (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Ce qu'explique l'enseignante, ce sont plutôt les étapes qu'elle considère pour introduire le concept de fraction unitaire : elle insiste d'abord sur la notion d'équipartition, laquelle elle montrerait à l'aide de matériels concrets ou semi-concrets (I et II). Puis, elle parlerait (enseigner) du vocabulaire comme un demi, un tiers, un quart etc. Elle propose d'utiliser les matériels concrets et semi-concrets pour introduire la fraction 1/2 comme ce qu'on a fait pour la fraction 1/3 déjà mentionnée à la question précédente.

Il semble que l'enseignante n'a pas bien saisi la question puisque ici notre but était la comparaison de fractions et non pas la présentation de l'idée de fraction.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit que pour faciliter la comparaison de fractions ayant même numérateur, on peut utiliser les dessins au tableau. Elle divise ensuite deux rectangles identiques respectivement en deux et quatre parties égales dont elle hachure une partie sur chacun.

En continuant, elle conclut que 1/2 est plus grand que 1/4, puisque la partie hachurée que représente 1/2 est plus grande que celle de 1/4 (II).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante suggère d'abord l'utilisation de matériel concret comme des bandes de papier. Elle demande au premier élève de diviser sa bande en deux parties égales et hachure une partie et ensuite de coller sa bande sur le tableau et d'écrire, à côte, la fraction concernée. Elle répète la même démarche avec un deuxième élève, mais cette fois-ci pour représenter la fraction 2/4, elle lui demande de diviser de la bande en quatre parties égales où deux parties sont hachurées (I b).

Ensuite, pour compléter l'activité, elle dessine un rectangle divisé verticalement en 5 dont elle hachure une partie et elle écrit la fraction représentée. Puis, elle divise une autre fois le même rectangle horizontalement en notant la fraction représentée. Elle demande aux élèves si la partie (hachurée au départ) est changée. Elle conclut que la fraction 1/5 est donc égale à 2/10 et elle dit qu'ainsi, les élèves arriveraient à la règle générale pour trouver des fractions équivalentes (II c).

Tableau 160
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-7-4)

M-7-4	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				✓
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.2.7 Enseignante M-10-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante propose d'imaginer des exemples faciles et compréhensibles pour les élèves, par exemple un gâteau de chocolat qui doit être partagé de façon équitable entre trois membres d'une famille (III b). L'enseignante demande aux élèves de dire quelle serait la part de chacun. À l'aide d'un matériel concret comme une bande de papier et en imaginant la situation problème proposée par l'enseignante, les élèves partageront la bande et trouveront la partie qui représente la part de chaque membre de la famille. Ici, c'est l'enseignante qui dirige l'activité et donne des instructions (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit qu'elle suivrait la même démarche que dans la question 1, sans préciser de quelle façon elle comparerait les fractions (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante propose de partager une barre de chocolat entre un groupe de quatre amis et une autre barre identique entre un autre groupe de deux amis. En demandant aux groupes de comparer leurs parts, elle les amènerait à une bonne conclusion (I b).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Encore à l'aide de l'exemple mentionné à la question 1, elle demande d'imaginer de partager un gâteau entre deux personnes. Elle explique que si le nombre de divisions augmente, la part totale de chacune de deux personnes restent inchangée : elles recevraient plus de morceaux de gâteau, mais ces morceaux seraient plus petits (III b).

Ensuite, elle propose l'utilisation de représentations graphiques au tableau pour que les élèves puissent mieux concrétiser le problème et arriver à la conclusion (II c).

Tableau 161
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-10-4)

M-10-4	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				✓
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques		✓		
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$		✓		
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.2.8 Enseignante M-14-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : non mentionné
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante demande aux élèves de plier chacun une bande de papier en trois parties égales dont ils colorient une partie. Elle-même indiquerait pour finir qu'un morceau de la bande correspond à l'écriture 1/3 et au vocabulaire « un tiers » (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit qu'en prenant deux bandes de papier identiques où l'une est pliée en deux et l'autre en trois et qu'une partie de chacune est coloriée, les enfants se rendent compte que la fraction 1/2 est plus grande que 1/3 (I). Elle annonce ensuite la formule concernant la comparaison de fractions ayant même numérateur (IV).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale que pour comparer des fractions, les touts doivent être égaux (III f).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Dans ce qu'explique l'enseignante, il y a quelques ambiguïtés qui aboutissent à une erreur : problème d'attention ? Sentiment de devoir répondre rapidement ? Ou problème plus profond ? Il ne nous est pas possible de conclure ici.

L'enseignante représente d'abord la fraction 1/2 : elle plie horizontalement la feuille en deux parties et en hachure une. Elle plie ensuite la feuille dans l'autre sens et obtient 4 parties égales pour représenter, à ce qu'elle dit, 1/4. Elle plie une autre fois dans le même sens et elle obtient ainsi huit parties pour montrer, dit-elle, la fraction 1/8. Elle conclut finalement que : 1/2 = 1/4 = 1/8.

Malgré les erreurs dans sa démarche mathématique, sa démarche pédagogique s'attache au critère (I c).

Tableau 162
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-14-4)

<table>
<tr><th>M-14-4</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
</table>

2.2.9 Enseignante M-15-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante insiste d'abord très fortement sur l'idée d'équipartition. Puis, à l'aide d'une figure dessinée au tableau et divisée en un certain nombre de parties, elle explique l'écriture formelle, la (les) partie(s) qui représente(nt) le numérateur et l'ensemble de toutes les parties qui correspond au dénominateur. Elle finit par indiquer qu'une partie sur trois correspond donc à l'écriture 1/3 (II d).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante commence d'abord par comparer des fractions ayant même dénominateur ne traitant pas ainsi le problème posé dans notre question : elle dessine deux figures identiques divisées en un même nombre de parties égales. Elle hachure une partie de l'une et deux parties de l'autre et demande dans quelle figure la partie hachurée est plus grande (II c). Ensuite, s'attachant à la question posée sur la comparaison des fractions 1/2 et 1/3, elle donne la règle générale pour trouver les fractions équivalentes (IV).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit qu'on ne peut pas comparer ces deux figures, puisqu'elles n'ont pas la même grandeur (III d). Elle rappelle encore la règle pour trouver les fractions équivalentes afin de comparer les fractions 1/2 et 1/4 (IV).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante signale que chaque fraction a un nombre infini de fractions équivalentes (IV). Elle dessine ensuite un cercle divisé verticalement en deux dont elle hachure une partie. Elle poursuit la procédure pour diviser le cercle en quatre et puis en huit pour représenter les fractions 2/4 et 4/8. Elle remarque que seul le nombre de divisions a été augmenté et que les parties hachurées restent identiques (II d).

Elle explique finalement qu'en multipliant (divisant) le numérateur et dénominateur d'une fraction par un nombre, on trouve une fraction équivalente. Elle vérifie l'égalité entre les fractions 1/2, 2/4 et 4/8 (IV).

Tableau 163
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-15-4)

<table>
<tr><th>M-15-4</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.2.10 Enseignante M-17-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

En considérant l'intérêt qu'ont des enfants pour la nourriture, l'enseignante commence par diviser une barre de chocolat en trois parties égales dont elle donne une à un élève. Elle pose quelques questions sur le nombre de parties obtenues en divisant la barre, et sur le nombre de parties distribuées (I b). Elle dessine ensuite un rectangle divisé en trois dont elle colorie une partie et elle pose quelques questions comme plus tôt (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante amènerait deux gâteaux identiques en classe et demanderait à un élève de couper un gâteau en deux parties égales dont il prend une. Elle demanderait aux élèves de dire quelle fraction représente la partie. Puis, elle demanderait à un autre élève de diviser l'autre gâteau en trois. L'enseignante reprendrait la même démarche pour 1/3 et demanderait enfin aux élèves de comparer les parties représentant les fractions 1/2 et 1/3 (II b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante ne répond pas à cette question.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine trois rectangles identiques qu'elle demande aux élèves de partager en deux, quatre et huit respectivement et dont les parties hachurées sur chacun représentent 1/2, 2/4, 4/8. Elle montre ainsi que les surfaces hachurées des trois figures, et donc les fractions illustrées, sont égales (II b). Elle annonce finalement la règle concernant les fractions équivalentes (IV).

Tableau 164
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-17-4)

M-17-4	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				✓
Reconnaître la nécessité de touts identiques				
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$				
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.2.11 Enseignante M-19-4

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante dit qu'elle commence par l'utilisation d'un matériel concret pour les élèves pour montrer ce que signifie «une partie sur trois» (I c). Elle propose ensuite la même démarche avec des représentations graphiques dessinées au tableau. Elle demande aux élèves de dire quelle fraction illustre la figure dessinée (II c). Elle demande aux élèves finalement de dessiner une figure illustrant la fraction 1/3 (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante demande aux élèves de dessiner deux figures (identiques) qui correspondent respectivement aux fractions 1/2 et 1/3 et de les comparer (II b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit d'abord que la partie représentant la fraction 1/2 est plus grande. Mais elle se rend compte de son erreur, puisqu'elle donne tout de suite une autre justification. Elle demande aux enfants de dire dans quel cas ils reçoivent un morceau plus gros : lorsqu'on divise une pomme en 2, ou lorsqu'on la divise en 4 ? Elle conclut alors que 1/2 est plus grand (III a).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dit qu'on divise trois pommes identiques en deux, quatre et huit respectivement. On compare les parts composées respectivement de un morceau sur deux, deux sur quatre et quatre sur huit. Les élèves observent ainsi que les ensembles retenus sont égaux (I c).

Tableau 165
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-19-4)

<table>
<tr><th>M-19-4</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3 Analyse des réponses des enseignants de 5e

2.3.1 Enseignante K.1.5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante suggère l'utilisation de matériels comme une orange coupée en 3 dont on prend 1 morceau sans préciser les rôles respectifs du maître et de l'élève (I). Elle propose ensuite la même démarche pour les autres figures dessinées sur le tableau ou sur une feuille dont elle a hachuré trois parties sur quatre, en demandant aux élèves quelles fractions représentent respectivement les parties hachurées et la partie non hachurée (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

À l'aide de quelques exemples, l'enseignante donne directement les règles pour comparer les fractions, d'abord avec même dénominateur, ensuite avec même numérateur, puis dicte finalement la règle générale pour trouver les dénominateurs communs (IV). Elle déclare pouvoir enseigner tous les cas ci-haut à l'aide des figures, mais elle ne donne aucune précision à ce sujet (II).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale l'impossibilité de comparaison de ces deux fractions en raison de l'inégalité des figures (III d). Elle dessine ensuite deux carrés identiques dont elle hachure une partie sur deux dans le premier, et une partie sur quatre dans le deuxième. En comparant les parties hachurées, elle conclut que 1/2 > 1/4 (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine au tableau deux rectangles identiques. Elle divise horizontalement le premier en deux parties et en hachure une. Pour le deuxième rectangle, elle divise à nouveau en deux horizontalement, puis elle le divise dans l'autre sens en quatre parties égales. Ainsi elle obtient huit parties égales dont quatre parties sont hachurées. Elle montre ainsi que 1/2 = 4/8 (II d).

Tableau 166
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-1-5)

K-1-5	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**		✓		
Présence de l'idée de **choix**		✓		
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.3.2 Enseignante K.2.5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante fournit une première réponse qui est une indication générale sur son approche sans faire référence à une fraction particulière comme la fraction 1/3 suggérée dans la question. Elle dit qu'elle montrerait quelques figures divisées en un nombre de parties égales, en demandant le nombre de parties hachurées dans chacune (I c). Elle reprend ensuite la démarche pour la fraction 1/3, cette fois-ci à l'aide d'un dessin au tableau (dans son cas, un triangle dont elle a hachuré une partie sur trois), puis elle amène les élèves à l'écriture formelle des fractions (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dessine au tableau deux figures identiques où l'une est divisée en trois et l'autre en deux. Elle hachure ensuite une partie de chacune et dit qu'elle demandera aux élèves de comparer ces deux parties (II c). Elle reprend ensuite la même démarche en utilisant deux pommes (I b). Elle annonce finalement la règle concernant la comparaison des fractions ayant les mêmes numérateurs (IV).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante explique que ce que dit l'élève n'est pas tout à fait incorrect puisque 1/2 de la figure (b) est plus petit que 1/4 de la figure (a). Mais elle signale qu'en général, ceci n'est pas correct et que, pour comparer deux fractions, les figures doivent être identiques (III d). Pour un apprentissage approfondi, l'enseignante rappelle l'exemple de 1/2 ou 1/4 d'une pomme et demande aux élèves de les comparer (III a). Ici, les références aux figures et aux objets physiques sont constantes.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine au tableau un cercle divisé verticalement en deux dont elle hachure une partie. Ensuite elle divise une autre fois le même cercle horizontalement. Elle demande aux étudiants de dire quelle fraction est représentée par ces parties hachurées. Ils répondent 2/4. Elle poursuit la procédure pour diviser le cercle en huit pour représenter la fraction 4/8 (II c). Son dessin montre qu'elle pourrait illustrer sa démarche à l'aide de plusieurs cercles identiques. Elle remarque que la grandeur des surfaces hachurées (au total), reste la même et que c'est seulement la taille de parties qui devient plus petite.

Tableau 167
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-2-5)

K-2-5	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$	✓			
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.3.3 Enseignante K-4-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : baccalauréat
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante dit qu'elle commence par l'utilisation d'un matériel familier pour les élèves comme une pomme coupée en trois parties égales, en donne un morceau à un élève et lui demande le nombre de parties qu'il a sur trois (I b). Elle propose ensuite la même démarche avec les représentations graphiques dessinées au tableau pour indiquer que un morceau de la pomme correspond à l'écriture 1/3 (II c). Puis elle demande aux élèves de se référer à leur manuel sans préciser si c'est pour les dessins, les explications ou simplement pour les exercices. Nous sommes peut-être dans la catégorie (III), mais nous ne pouvons en être assurée.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante divise d'abord un objet en deux parties égales dont elle donne une partie à un élève. Elle répète la même démarche, mais cette fois-ci pour un objet identique divisé en trois. Elle demande à l'élève de dire quelle partie est la plus grande (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Elle précise que l'on exige l'égalité des figures pour comparer des fractions (III d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante suggère de former 1/2 sur une figure (dessinée au tableau) qu'on divise en deux parties égales et dont on colorie une partie. Ensuite elle dit qu'il faut former la fraction 2/4 sur la même figure pour voir que la partie déjà coloriée présente cette fois-ci la fraction 2/4. En construisant la fraction 4/8 de la même façon, on constate qu'on n'a pas besoin de colorier une autre partie et donc les trois fractions sont équivalentes (II).

Tableau 168
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-4-5)

<table>
<tr><th rowspan="1">K-4-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.4 Enseignante K-5-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante propose deux approches par lesquelles on peut introduire la fraction 1/2 : la représentation graphique et la manipulation concrète. Elle utilise les deux termes « façon non-concrète[21]» et « façon concrète » pour indiquer ces deux approches. Concernant la représentation graphique, elle dit qu'elle dessinerait une figure au tableau et qu'elle la diviserait en deux parties égales dont elle colorierait une partie. En demandant le nombre de parties coloriées aux élèves, elle explique que cette partie représente la fraction 1/2 (II c). Quant à la manipulation concrète, elle répète la démarche mais cette fois-ci à l'aide d'une pomme (I b) : elle divise une pomme en deux parties égales dont elle donne une partie à un élève. En demandant aux élèves quel est le nombre de parties données sur deux, elle les conduit vers la fraction 1/2.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dessine au tableau un rectangle divisé horizontalement en deux dont elle hachure une partie. Elle présente ainsi 1/2. Ensuite elle divise une autre fois le même rectangle verticalement en trois parties et elle hachure une partie sur trois d'une autre manière. Elle demande aux élèves de dire quelle fraction est représentée cette fois-ci. Elle explique qu'ainsi elle amène les élèves à utiliser les fractions équivalentes — des sixièmes dans le cas présent — pour comparer les fractions mentionnées (II c).

---

[21] Peut-être voulait-elle dire «semi concrète», l'expression fréquemment utilisée dans des cours des formations de maîtres, mais qu'elle ne s'est pas rappelée le mot.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

Sa réponse demeure difficile à comprendre, mais semble indiquer qu'elle ne saisit pas bien le problème. Elle a pris la figure (b) (voir la questionnaire des enseignants à l'appendice E) comme l'unité de mesure et compare les parties hachurées des deux figures a et b, en fonction de l'unité choisie. En montrant les figures au tableau, l'enseignante dit ainsi que 1/4 est plus grande que 1/2 puisque la partie représentant 1/2 est une partie d'unité, alors que la partie représentant 1/4 est égale à l'unité (II d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine au tableau un cercle divisé verticalement en deux dont elle hachure une partie. Ensuite elle divise une autre fois le même cercle horizontalement. Elle poursuit la procédure pour diviser le cercle en 8 pour représenter la fraction 4/8. Elle conclut ainsi que 1/2 = 2/4 = 4/8 (II d). Elle propose ensuite l'utilisation des matériels didactiques au besoin (I).

Tableau 169
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-5-5)

K-5-5	La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**	✓			
Présence de l'idée de **choix**	✓			
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques			✓	
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$			✓	
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.3.5 Enseignant K-6-5

Homme
Expérience : entre 2 et 5 ans
Diplôme : baccalauréat
École : publique
Zone : banlieue
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignant dessine au tableau un rectangle divisé verticalement en trois. Il demande d'abord aux élèves de dire en combien de parties la figure est divisée. Il colorie ensuite une partie en demandant aux élèves combien de parties sur trois sont coloriées pour indiquer finalement qu'une partie sur trois correspond à l'écriture 1/3 (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignant propose d'abord l'utilisation des matériels comme deux pommes identiques où l'une est divisée en deux et l'autre coupée en trois parties égales. Il donne un morceau de chacune à deux élèves et demande aux élèves de dire quel morceau est plus grand pour arriver à la conclusion que 1/2 > 1/3 (I c). Il dessine ensuite deux rectangles identiques divisés l'un en deux et l'autre en trois au tableau, et poursuit la même démarche (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignant signale d'abord l'erreur de l'élève en dessinant deux rectangles identiques où il divise l'un en deux et l'autre en quatre et colorie une partie de chacun. Il demande ensuite à l'élève de comparer les parties coloriées afin de conclure que 1/2 > 1/4 (II c). À la fin, il donne la règle pour comparer deux fractions ayant le même numérateur (IV).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignant dessine au tableau un rectangle divisé verticalement en deux dont il hachure une partie. Ensuite il divise une autre fois le même rectangle horizontalement. Il poursuit la procédure pour diviser le rectangle en huit pour représenter la fraction 4/8 (II d). Il remarque que pour trouver les fractions équivalentes à 1/2, il faut simplement augmenter le nombre de division. Ainsi, les parties hachurées restent identiques.

Tableau 170
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (K-6-5)

<table>
<tr><th>K-6-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.6 Enseignant M-8-5

Homme
Expérience : entre 5 et 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignant dit aux élèves d'amener chacun une pomme en classe. Puis, il demande à un élève de diviser sa pomme en trois parties égales et de donner une partie à un ami. Il demande aux autres de dire si les parties sont bien égales. Il signale donc qu'on a choisi une partie sur trois (I b). Il passe ensuite aux représentations graphiques : en dessinant différentes figures dont lui-même ou les élèves colorient une partie sur trois (II c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignant propose d'abord l'utilisation de matériel comme deux pommes identiques divisées, l'une en 2 et l'autre en 3, par les élèves ; on donne ensuite une partie de la première pomme à un élève et une partie de la deuxième à un autre élève en demandant à la classe de dire quel élève aura la plus grande partie (II b).

Il reprend ensuite la même démarche avec les élèves, mais à l'aide de représentations graphiques (II c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignant signale l'impossibilité de comparer des parties hachurées puisqu'on n'a pas des figures identiques (III d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignant dessine deux cercles identiques. Il colorie une partie sur deux du premier et deux parties sur quatre du second. Puis, il demande aux élèves de comparer les parties hachurées dans chaque cercle pour comparer les fractions (II c). Finalement, il donne la règle générale pour trouver des fractions équivalentes (IV).

Tableau 171
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-8-5)

<table>
<tr><th>M-8-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.7 Enseignante M-11-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : baccalauréat
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante suggère d'abord l'utilisation de matériels concrets comme un biscuit ou une feuille (I). Puis elle propose des dessins au tableau (II).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante dit qu'elle comparerait les fractions 1/2 et 1/3, d'abord à l'aide de matériel concret (I) et ensuite avec des présentations graphiques (II). Elle dit que les élèves concluront qu'entre deux fractions ayant même numérateur, celle qui a un dénominateur plus petit est la plus grande.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante ne répond pas à cette question.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante ne répond pas à cette question.

Tableau 172
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-11-5)

M-11-5	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**			✓	
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions				✓
Question 3				✓
Reconnaître la nécessité de touts identiques				
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$				
Question 4				✓
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes				
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.3.8 Enseignante M-12-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : privée
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante suggère l'utilisation d'un matériel concret et simple comme une pomme ou une bande de papier (I). Elle n'ajoute toutefois aucune autre précision.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante montre d'abord deux cartons dont 1/2 de l'un et 1/3 de l'autre sont coloriés (I c). Elle demande ensuite aux élèves de représenter ces fractions à l'aide de cartons qui sont à leur disposition (I b). L'enseignante propose finalement l'utilisation de dessins au tableau (II) pour conclure que 1/2 >1/3.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale que pour comparer les fractions 1/2 et 1/4, il faut que les figures soient identiques et dit que, puisque les deux figure dessinées dans cette question ne sont pas identiques, la comparaison est impossible (III c).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessine au tableau deux cercles identiques qu'elle partage en deux et quatre respectivement et dont les parties hachurées sur chacun représentent 1/2, 2/4. Elle signale que les surfaces hachurées de deux figures restent identiques même si l'on divise le cercle en huit ou 16 parties (II d).

Tableau 173
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-12-5)

M-12-5	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**			✓	
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)	✓			
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions	✓			
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$				✓
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions	✓			

2.3.9 Enseignante M-16-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante propose l'utilisation de quelques matériels concrets et de représentations graphiques, mais elle ne précise cependant pas quel(s) rôle(s) elle réserve à l'élève ou à l'enseignant (I, II) et ne donne guère de détails sur ce qu'elle ferait.

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

Elle dit qu'à l'aide de dessins, elle montrerait la comparaison de fractions (II). Puis, elle annoncerait la règle concernant la comparaison des fractions ayant même numérateur (IV). En continuant, elle propose un exemple qui semble inapproprié : afin d'assurer une meilleure compréhension du concept de comparaison, elle demanderait aux élève de dire s'ils choisiraient la plus grande ou la plus petite galette d'une boîte de galettes.

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit qu'elle essaie de montrer la fraction 1/4 sur la même figure que 1/2 (II d). Elle explique qu'alors la figure et la partie hachurée restent inchangées, mais que les parties deviennent plus petites : ses propos semblent ici mêler la comparaison de 1/2 et 2/4 et la comparaison de 1/2 et 1/4.

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

Elle demande aux élèves de dessiner quelques figures identiques divisées en parties égales en tenant compte des numérateurs et des dénominateurs des fractions mentionnées (II b). Elle ne précise ni le nombre de divisions, ni le nombre de parties hachurées dans chaque figure. Elle remarque que la partie coloriée de la première figure (représentant la fraction 1/2) est la même dans les autres figures.

Elle demande ensuite aux élèves de dire (en comparant les fractions) par quel nombre le numérateur et le dénominateur ont été multipliés (divisés) chaque fois (IV).

Tableau 174
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-15-5)

M-16-5	**La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique**			
Critères pour chaque question	Oui		Non	Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse
	explicitement	implicitement		
Question 1				
Présence de l'idée d'**équipartition**			✓	
Présence de l'idée de **choix**			✓	
Question 2				
Présence de l'idée d'**équipartition ou de choix** (implicitement ou explicitement)			✓	
Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions			✓	
Question 3				
Reconnaître la nécessité de touts identiques	✓			
Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$				✓
Question 4				
Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes	✓			
Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions				

2.3.10 Enseignante M-18-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : certificat après secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : riche

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante divise un carton en trois parties égales dont elle donne une partie à un élève. Elle indique ensuite que cette partie correspond à l'écriture 1/3 (I c).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante prend deux feuilles, elle divise l'une en deux et l'autre en trois parties égales. Puis elle colorie une partie de chacune. En comparant les deux parties hachurées, les élèves découvrent que 1/2 > 1/3 (I c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale la nécessité d'avoir des figures identiques pour comparer des fractions (III d).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante dessinerait trois cercles identiques qu'elle partage en deux, quatre et huit respectivement et dont les parties hachurées sur chacun représentent 1/2, 2/4, 4/8. Elle demande quelles sont les différences entre ces figures. Les élèves répondraient : le numérateur et le dénominateur de la fraction 1/2 sont multipliés par deux et (la fraction 1/2) est transformée en fraction 2/4. Et on arrive de manière analogue à la fraction 4/8 (II c). Elle explique qu'en divisant les fractions 2/4 et 4/8 en deux et quatre respectivement, on obtient la même fraction 1/2. Elle conclut finalement à l'égalité de ces fractions (IV).

Tableau 175
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-18-5)

<table>
<tr><th rowspan="1">M-18-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.11 Enseignante M-20-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : étude secondaire
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante suggère l'utilisation de matériel concret qu'on peut diviser en trois parties égales. À l'aide de ce matériel, les enfants vont montrer une fraction : le tout détermine le dénominateur et un certain nombre de parties correspondra au numérateur. Elle ne précise cependant pas, de quelle façon, les élèves font l'activité (I).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante propose l'utilisation des matériels comme deux pommes identiques où l'une est coupée en deux et l'autre en trois parties égales. Elle prend un morceau de chacune et demande aux élèves de dire quel morceau est plus grand pour arriver à la conclusion que $1/2 > 1/3$ (I c).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante dit que, à l'aide de dessins ou de bandes de papier, les élèves observent quelle partie est plus grande (I, II). Puis à l'aide de quelques exercices donnés au tableau conduisant à trouver le dénominateur commun, on aura $1/4 < 1/2$ (III e).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante divise d'abord une feuille en deux parties égales. Puis, elle divise à nouveau, les parties obtenues en deux et ainsi de suite. Elle explique qu'au début on avait une feuille, ensuite elle était transformée en deux et puis en quatre et finalement en huit feuilles. Elle attire l'attention des élèves d'abord sur le dénominateur et puis sur le numérateur (II d).

Sa démarche nous semble au début correcte, mais la façon de la décrire est pour le moins ambiguë.

Tableau 176
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-20-5)

<table>
<tr><th>M-20-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Critères pour chaque question</th><th colspan="2">Oui</th><th rowspan="2">Non</th><th rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</th></tr>
<tr><th>explicitement</th><th>implicitement</th></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.12 Enseignante M-21-5

Femme
Expérience : plus de 10 ans
Diplôme : baccalauréat
École : publique
Zone : urbaine
Milieu socio-économique : moyen

Question 1 : initiation au concept de fraction (par exemple 1/3)

L'enseignante demande aux élèves de diviser une bande de papier en deux parties égales. Puis ils superposent les parties pour s'assurer de l'égalité de celles-ci. On nomme chaque partie « un demi ». L'enseignante reprend la même démarche pour un tiers, en indiquant finalement qu'une partie sur trois correspond à l'écriture 1/3 (I b).

Question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

L'enseignante demande aux élèves, qui sont en groupe de deux ou de quatre, de montrer chacun les fractions 1/2 et 1/3 à l'aide des bandes de papier identiques en effectuant trois étapes :

1- diviser la bande de papier en parties ;
2- s'assurer de l'égalité des bandes de papier en superposant l'une sur l'autre ;
3- indiquer le nom de chaque fraction présentée.

En comparant les parties désignant respectivement les fractions 1/2 et 1/3, les élèves concluent que 1/2 > 1/3 (I b).

Question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

L'enseignante signale d'abord que pour comparer des fractions, il faut utiliser des figures identiques (III d). Elle dessine ensuite deux carrés identiques à celui de la figure (a), carrés divisés en deux et quatre respectivement où elle colorie sur chacun une partie. Elle demande aux élèves de dire quelle partie est plus grande. Les élèves concluent donc 1/2 > 1/4 (II c). Elle reprend la même démarche pour la figure (b).

Question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

L'enseignante amène quelques bandes de papier identiques et demande aux élèves de les partager respectivement en deux demies, trois tiers, quatre quarts etc. puis de disposer les bandes les unes sous les autres (I b). Ainsi, en plaçant un règle verticalement sur la demie de la première bande, on obtient les fractions équivalentes à celles-ci sur les autres bandes et ils constatent que 1/2 = 2/4 = 4/8.

Tableau 177
Résumé du jugement mathématique des réponses de l'enseignant (M-21-5)

<table>
<tr><th>M-21-5</th><th colspan="4">La présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Critères pour chaque question</td><td colspan="2">Oui</td><td rowspan="2">Non</td><td rowspan="2">Pas de réponse ou non mentionné dans la réponse</td></tr>
<tr><td>explicitement</td><td>implicitement</td></tr>
<tr><td>Question 1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée de choix</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 2</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Présence de l'idée d'équipartition ou de choix (implicitement ou explicitement)</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte, pour comparer les fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 3</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Reconnaître la nécessité de touts identiques</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Raisonner que $\frac{1}{4} \prec \frac{1}{2}$</td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Question 4</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Effectuer une démarche correcte pour trouver les fractions équivalentes</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Faire une vérification d'équivalence correcte entre des fractions</td><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

3 Synthèse et constats des analyses des réponses obtenues de la part des enseignants

Dans cette section, nous allons synthétiser les analyses détaillées qui précèdent et dégager nos constats des réponses fournies par les enseignants en procédant par questions et en considérant les deux aspects, pédagogique et mathématique, que nous avons explorés. Ceci nous amènera, dans la section qui suivra celle-ci, à des éléments de conclusions sur ce qu'ils disent de leurs enseignement, avec, en mémoire, les interrogations que nous avons sur les rôles respectifs, du maître et de l'élève et sur la place réservée aux divers types de représentations. Le tableau 178, qui occupe la page suivante, résume deux types de jugements, pédagogique et mathématique, portés sur les réponses des enseignants.

3.1 Réponses à la question 1 : initiation au concept de fraction (1/3)

La question 1 porte sur la façon dont les maîtres disent aborder le concept de fraction. Ce qui frappe d'abord, c'est que sur les 35 répondants, 28 (80%) prônent, sur le plan pédagogique, le recours au matériel concret puisqu'on attribue la cote (I) à leur réponse ou à une partie de leur réponse. On note aussi qu'aucun ne dit laisser la responsabilité d'organiser les manipulations aux élèves. 12 affirment laisser les élèves manipuler par eux-mêmes en les dirigeant dans l'activité (I b). Six autres vont plutôt faire eux-mêmes les manipulations devant les élèves. Par contre dix enseignants ne sont pas explicites : ils parlent d'utilisation du matériel sans préciser ni leur rôle, ni celui des élèves.

Sur les 35 répondants, 24 disent avoir recours aux représentations graphiques (II). La majorité de ceux-ci (13 sur 24) ont reçu la cote (II c) puisqu'ils expliquent faire eux-mêmes les dessins tout en questionnant les élèves et en les laissant intervenir. Un seul enseignant demande aux élèves de dessiner tout en les guidant dans ce travail (II b), alors que deux autres prennent complètement la charge de l'activité (II d). Par contre, huit parlent du recours aux représentations graphiques sans expliquer leur rôle et le rôle des élèves. Un coup d'œil sur le tableau 178 révèle aussi que 14 des 35 répondants se proposent d'utiliser à la fois le matériel concret et les représentations graphiques.

Tableau 178
Résumé des jugements pédagogiques et mathématiques

Enseignant	Question 1		Question 2		Question 3		Question 4	
	P	**M**	**P**	**M**	**P**	**M**	**P**	**M**
K-1	I, II c	S	IV, II	S	III d, II d	S	II d	S
K-2	I c, II c	S	II c, I b, IV	S	III d, III a	S	II c	S
K-3	I c, II c	S	IV	A	II d	S	II d	S
K-4	I b, II c, III	S	I b	S	III d	A	II	A
K-5	II c, I b	S	II c	S	II d	E,N	II d, I	S
K-6	II c	S	I c, II c	S	II c, IV	S	II d	S
K-7	II c	S	I	S	III d, II	S	II c	S
K-8	I, II, III d	S	II d	S	III d, II d	S	IV	S
K-9	II c	S	II d, IV	S	III d, IV	S	IV	S
K-10	I, II	S	II, I b	A	II d	S	I	N
K-11	—	N	—	—	II	N	II	N
K-12	I, II c	S	II c,	N,E	III d	A	II	S
K-13	II	S	II c	N	II d	N,E	IV	N,E
K-14	II	A	I d, II	S	III d	A	II	S
M-1	I c, I b	S	I b, II c	S	III d, II d	A	II d, IV	S
M-2	I b	A	I b	S	III d	S	I c	S
M-3	I b, II b	S	II b, I b, III	S	III d, I c	S	II b, I b, IV	S
M-4	I b	S	I, II c	S	III d, I	A	I, II	S
M-5	I b, II, III	S	I b, II c	A	III d	A	I	S
M-6	I c, II d, III (b ou d)	A	I, II, I a	A	III d, II	S	I	S
M-7	I b, II c	S	I, II	N	II	S	I b, II c	S
M-8	I b, II c	S	II b, II c	S	III d	A	II c, IV	S
M-9	I, II	N	I	N	III d, III c	S	IV, II, III(a ou b)	S
M-10	III b, I b	S	I b	N	I b	S	III b, II c	S
M-11	I, II	N	I, II	N		—		—
M-12	I	N	I c, I b, II	S	III c	A	II d	S
M-13	I	N	I b	A	III f	A	IV	S
M-14	I b	S	I, IV	S	III f	A	I c	N, E
M-15	II d	S	II c, IV	N	III d, IV	S	II d, IV	S
M-16	I, II	N	II, IV	N	II d	A	II b, IV	S
M-17	I b, II c	S	II b	S	—	—	II b, IV	S
M-18	I c	S	I c	S	III d	A	II c, IV	S
M-19	I c, II c, I b	A	II b	A	III a	A	I c	S
M-20	I	A	I c	S	I, II, IIIe	A	II d	A
M-21	I b	S	II b	S	III d, II c	S	I b	S

P : pédagogique (cotes I à IV)
M : mathématique
- **S** : satisfaisant (le maître répond comme l'on souhaite aux critères essentiels)
- **A** : acceptable (une des critères les plus importants est présent)
- **N** : non acceptable (les critères ne sont pas présents)
- **E** : erreur (de calcul mathématique ou d'un choix inapproprié d'unité)

— : pas de réponse ou pas de cote

Très peu de réponses d'enseignants (5 sur 35) été classées dans la catégorie III (représentations symboliques et mentales) et aucune n'appartient à cette catégorie de manière exclusive : cela signifie que si on peut aller jusqu'aux représentations mentales et même jusqu'au symbolisme en présentant la fraction, on ne doit pas s'y limiter et tous jugent nécessaires d'utiliser les représentations matérielles ou graphiques. À l'opposé, neuf enseignants n'évoquent que le travail avec le matériel et six autres n'ont parlé que de l'usage des représentations graphiques.

Sur le plan mathématique, 24 des 35 réponses ont été jugées pleinement satisfaisantes et cinq, au moins acceptables, au sens où l'idée la plus importante, celle d'équipartition, était présente. Cela nous laisse six réponses jugées non acceptables. Mais il ne faut pas taxer les maîtres concernés d'incompétence. En effet, aucune de ces six réponses cotées N n'est erronée du point de vue mathématique. Si celles-ci ont reçu ce N, c'est qu'aucune des idées d'équipartition et de choix n'y apparait, même implicitement. Cela signifie simplement que le maître n'y pense pas au moment de répondre et la question, très générale, ne l'a pas amené sur ce terrain. On peut aussi noter que, de ces six participants, un (K-11-3) n'a pratiquement rien répondu et que les réponses des cinq autres ont reçu des cotes I ou II sans plus de précisions : elles sont plutôt générales et sommaires, du genre « il faut utiliser du matériel ou des dessins ».

En somme, et cela tient lieu de constats analytiques, les enseignants laissent presque toute la place aux manipulations et/ou aux représentations imagées. Ils n'abordent pas le concept de fraction de manière symbolique ou formelle. Par contre, ces maîtres se disent très présents lors d'explorations par les élèves, en les orientant même lorsque qu'ils laissent ceux-ci manipuler le matériel, et ce rôle que se réserve le maître est accentué dans l'usage de représentation graphique. Doit-on-y voir des restes d'une tradition d'enseignement magistral ? Si oui, celle-ci est vraisemblablement atténuée par une tendance à saveur plus constructiviste : on laisse à l'élève la chance de mieux appréhender le concept en mettant ses sens à contribution. Le maître demeure par ailleurs contrôlant : peut-être sent-il, par exemple, que le temps est limité pour voir la matière.

3.2 Réponses à la question 2 : initiation à la comparaison de fraction (par exemple 1/2 et 1/3)

La deuxième question porte sur la manière dont les enseignants présenteraient la comparaison de fractions comme 1/2 et 1/3.

Sur le plan pédagogique, une large majorité de réponses reçoit des cotes I et/ou II puisque de nombreux maîtres disent choisir une démarche où l'usage de matériels concrets ou d'images est présent. Sur 34 qui ont répondu, 21 personnes abordent la question avec du matériel. Fait rare, une de celle-ci voit même une partie de sa réponse classée (I a) puisqu'elle se propose de laisser les élèves découvrir la solution par eux-mêmes. La plupart, 10 sur 21, laissent aussi manipuler les élèves, mais les orientent dans ce travail, alors que six autres parlent de matériels sans dire qui ferait quoi.

24 des 34 enseignants ayant répondu se proposent d'utiliser des représentations graphiques. Dans la moitié des cas, le maître ferait des dessins, la réflexion des élèves étant mise à contribution dans 10 de ces cas (II c), alors que dans les deux autres, les élèves seraient moins actifs. Dans huit cas, les rôles respectifs du maître et de l'élève ne sont pas précisés.

10 enseignants, dont celui qui voulait laisser les élèves découvrir la solution par eux-mêmes avec l'aide du matériel, utiliseraient les deux modes de représentation, le matériel concret et le dessin que certains qualifient de semi-concret.

Les réponses de la catégorie III sont à nouveau quasi absentes. Une seule (M-3-3) reçoit cette cote et encore, elle est accompagnée des cotes (I b) et (II b), c'est-à-dire que cette enseignante préparerait le terrain avant d'en venir au symbolisme des exercices du manuel dont elle parle.

La catégorie IV regroupant les réponses où une règle pour la comparaison de fractions est directement donnée aux enfants apparaît sept fois. Dans deux cas, c'est la seule cote attribuée, alors que dans les cinq autres, elle précède ou suit une cote I ou II : le terrain aurait donc été préparé, même si la présentation de la règle est considérée comme une étape en soi par le maître.

Sur le plan mathématique, nous pouvons retenir que sept des réponses ont été jugées non acceptables. De celles-ci, une seule paraît erronée, l'enseignant expliquant de manière un peu déroutante que les élèves verraient que 1/2 est la même chose que 1/3... Distraction ? Abus de langage ? Il est difficile de juger, sinon que ce maître s'est bien débrouillé dans le reste du questionnaire. Il est donc tentant, sinon légitime, de conclure qu'il s'est ici expliqué de façon maladroite. Les autres réponses ont été jugées non acceptables parce que la démarche proposée, sans être fautive en soi, était non pertinente au regard de la notion à traiter.

À titre de constats, retenons que les maîtres disent encore vouloir laisser beaucoup de place à l'utilisation des manipulations et dessins, même si — le problème soumis s'y prêtant davantage que ce que l'on avait à la question 1 — l'idée d'une règle les préoccupe manifestement plus. Et comme à la question 1, ils souhaitent demeurer les maîtres du jeu.

3.3 Réponses à la question 3 : réaction à une erreur d'élève pour qui 1/4 > 1/2

La troisième question se distingue en ce qu'elle ne porte plus sur la façon de présenter l'idée de fraction ou celle de la comparaison de deux fractions mais sur la manière de corriger une erreur apparue dans une activité de comparaison de fractions s'appuyant sur des représentations graphiques.

Ce qui frappe d'abord sur le plan pédagogique, c'est que sur les 33 répondants, très peu (quatre) disent vouloir revenir à l'usage du matériel et un peu moins de la moitié, 15 sur 33, propose le recours explicite au dessin même si, nous le disons un peu plus loin, les références aux représentations graphiques sont nombreuses. Il n'en demeure pas moins de sept cas où le maître a une réaction catégorisée II d, c'est-à-dire qu'il s'appuie sur une figure pour expliquer à l'élève. Deux le font hélas de manière erronée, comme nous le verrons plus bas. Un autre élément remarquable est la large majorité des réponses catégorisées « d », cinq étant de catégorie II, 14, de catégorie III, trois autres se rattachant à la fois aux catégories II et III et deux dernières, aux catégories III et IV. Ce « d » signifie que le maître joue ici un rôle très central dans l'explication donnée à l'élève.

Un grand nombre des cotes (III d) ont été attribuées à des références à la représentation graphique, référence du genre : « pour comparer des fractions, il faut utiliser des figures identiques ! » Dans sept cas, l'explication s'arrête là. Mais dans huit autres, elle se prolonge avec quelques éléments de catégorie II ou même I : le maître propose alors vraiment un dessin ou le recours au matériel pour permettre à l'élève de comprendre son erreur. Dans deux autres cas, l'explication supplémentaire demeure de la catégorie III initiale, mais avec référence à un matériel (III a) ou à une nouvelle représentation graphique (III b). Dans les deux derniers cas, la réponse cotée (III d) se prolonge par le simple énoncé d'une règle générale (IV).

Sur le plan mathématique, seulement trois réponses sont ici jugées non acceptables. Une d'entre elles (K-11-3) est simplement incompréhensible et paraît non pertinente au regard de la question posée, mais, fait plus troublant, deux autres sont erronées, une enseignante (K-5-5) paraissant notamment conclure que 1/4 est effectivement plus grand que 1/2. Peut-être veut-elle dire que c'est le cas avec les représentations de la question, mais sa réponse devient ainsi très ambiguë et ne pourrait guère aider un élève.

Ce que l'on retiendra ici comme constat, c'est que si les enseignants reviennent peu au matériel, la plupart font référence à la représentation graphique même si dans la plupart des cas, ils se contentent de l'évoquer (catégorie III plutôt que II). Cette référence fréquente à une figure ne doit toutefois pas surprendre puisque l'erreur de l'élève à laquelle on demande au maître de réagir s'appuie justement sur une utilisation erronée de figures.

3.4 Réponses à la question 4 : initiation à la notion de fractions équivalentes

La quatrième question s'attache à la manière dont les enseignants présenteraient la notion de fractions équivalentes (par exemple 1/ 2 = 2/4 = 4/8 = …).

Sur le plan pédagogique, le tiers des 34 répondants prône un recours au matériel (catégorie I), trois disant vouloir laisser les enfants découvrir la notion en manipulant eux-mêmes le matériel, trois autres se proposant de faire les manipulations devant leurs élèves et cinq ne précisant pas leurs intentions à cet égard. Les représentations graphiques demeurent de loin les plus populaires puisque 23 des maîtres interrogés souhaitent les utiliser (catégorie II), dont quatre le feraient conjointement avec le matériel. De ces 23 enseignants, 14 se réservent le rôle central puisqu'ils feraient eux-mêmes les représentations, seulement trois laissant ce rôle aux élèves auxquels ils donneraient des directives (catégorie II b), alors que les six autres ne précisent pas leurs intentions.

Un détail frappe à nouveau ici, la quasi absence de la catégorie III : seuls deux des enseignants feraient référence aux représentations symboliques, et encore, cela serait fait conjointement avec l'utilisation de représentations graphiques pour préparer les élèves. Par contre, autre élément important, 12 des 34 répondants insistent pour transmettre la règle formelle (catégorie IV). De ceux-ci, quatre vont se limiter à la présentation de cette règle, les huit autres l'intégrant à une démarche faisant généralement intervenir les représentations graphiques (catégories II et IV), afin que la règle ait du sens.

Sur le plan mathématique, presque toutes les réponses sont satisfaisantes, quatre seulement étant jugées non acceptables : deux parce que les démarches proposées sont inappropriées, les explications s'y révélant confondantes (K10 et K11), alors que dans les deux autres, les maîtres commettent des erreurs mathématiques pour le moins troublantes où l'on doit par exemple conclure que 4/8 + 4/8 = 1/8 ou que 1/2 =1/4 =1/8…

Retenons, à titre de constat, la place prépondérante prise par les représentations graphiques. Dans une large majorité des cas où les rôles respectifs du maître et de l'élève sont précisés, on note aussi que l'enseignant se réserve un rôle important puisque c'est généralement lui qui fera les manipulations ou les dessins.

4 Éléments de conclusion sur les propos des enseignants

Il faut l'avouer, nous posions au départ un regard sombre sur l'enseignement des mathématiques tel que pratiqué en Iran, enseignement que nous aurions alors qualifié de magistral et autoritaire, symbolique et formel. Le discours des maîtres que nous avons entendus nous force à apporter des nuances : il y est par exemple beaucoup question de recours au matériel et de l'usage des représentations graphiques, ce qui nous éloigne de l'image d'un enseignement strictement fondé sur la transmission des connaissances d'un maître savant vers un élève docile.

En général, il y a plus de réponses cataloguées I, c'est-à-dire parlant d'utilisation de matériel didactique, aux questions 1 et 2. Ce matériel paraît plus négligé lorsqu'on va vers les notions plus avancées comme celle de fractions équivalentes. Par contre, les représentations graphiques gardent davantage la cote comme le montre la présence de réponses que nous avons rangées dans la catégorie II à chacune des quatre questions. Cette présence souvent dominante s'explique peut-être parce que ces représentations sont plus faciles à utiliser : il est plus simple de dessiner une figure au tableau ou sur une feuille que de penser à amener et à garder en classe des pommes et des gâteaux. Et pour un cas qui relève de la nécessité de réagir sur le champ à une erreur d'élève (question 3), on n'aura pas nécessairement une tarte sous la main alors qu'on peut facilement dessiner un cercle, ce que savent bien tous les maîtres d'expériences, peu importe l'endroit et le niveau scolaire où ils œuvrent. On peut aussi ajouter que cette présence des représentations graphiques témoigne, comme celle des représentations matérielles, d'un souci, chez les maîtres, de permette à leurs élèves de donner du sens aux notions qu'ils doivent ensuite aborder d'un point de vue plus symbolique et formel.

On remarque par ailleurs que les réponses de catégories I ou II sont plus nombreuses aux questions 1, 2 et 4, où il s'agit d'introduire une notion, qu'à la question 3 où l'enseignant doit revenir sur une notion déjà étudiée où l'on relève une domination des représentations symboliques et mentales, c'est-à-dire des réponses de catégorie III. Dernier détail significatif, la présence plutôt discrète des réponses de catégorie IV où le maître se contenterait d'énoncer une règle ou une formule. De telles réponses, lorsqu'elles apparaissent, sont rarement seules, accompagnant le plus souvent des éléments de catégorie II, ce qui signifie que l'enseignant a habituellement préparé le terrain à la règle par le recours à des représentations graphiques qui permettent à l'élève de lui donner du sens.

L'enseignement paraît par contre demeurer plutôt directif, les maîtres ne semblant pas vouloir perdre ou abandonner le « contrôle » des activités. Ainsi, la quasi-totalité des réponses de catégories I ou II pour lesquelles l'enseignant a précisé qui manipulerait ou ferait les dessins se retrouvent dans les sous-catégories b, où l'élève agit en suivant les instructions du maître et c où le maître fait les choses tout en interrogeant les élèves pour les aider à suivre et à réfléchir. On peut rappeler qu'une telle attitude peut s'observer dans bien des classes de bien des pays, la culture d'intervention étant partout bien ancrée, ce qui n'a rien d'anormal.

Dans l'ensemble, les compétences disciplinaires manifestées par les enseignants sont correctes malgré quelques erreurs sur le plan mathématique. Ces erreurs sont rares et paraissent relever davantage de maladresses dans l'expression que de savoirs insuffisants. Ils pourraient toutefois causer certains problèmes aux élèves en créant de la confusion dans leur esprit.

Un seul enseignant (K-11) a fourni des réponses dont la qualité laisse constamment à désirer. Ces réponses sont sommaires, souvent peu compréhensibles. Fait-il preuve de lacunes importantes sur les plans pédagogique et mathématique ? La question peut se poser, d'autant que sa formation s'est arrêtée avec la fin de son secondaire ; quoique c'est aussi le cas de 18 des enseignants qui ont répondu au questionnaire et chez eux, on n'a pas relevé plus de difficultés de cet ordre que dans l'ensemble de l'échantillon. Il est donc aussi plausible que cet enseignant, sans avoir osé refuser de répondre aux questions, n'était pas vraiment intéressé et l'a fait sans conviction.

Dernière remarque, ce que nous avons analysé reste un discours des maîtres sur leur enseignement. Un tel discours ne reflète pas nécessairement toute la réalité de cet enseignement : il se peut par exemple qu'un phénomène de désirabilité ait joué, les participants livrant les propos qu'ils jugeaient les plus acceptables où qu'ils sentaient attendus des personnes qui les interrogeaient. Ainsi, lors de leur formation ou dans des activités de perfectionnement, les maîtres ont appris la séquence du concret au semi-concret à l'abstrait et cela se retrouve dans le discours de plusieurs. Il se peut aussi que certains aient répondu avec une franchise totale, mais qu'ils voient leur enseignement d'une manière qui ne corresponde pas tout à fait à ce qu'il est. Mais on peut retenir que le discours entendu témoigne d'une connaissance réelle des théories modernes sur l'apprentissage, ce qui est de bon augure pour un enseignement de qualité. Il ne reste plus qu'à aller voir ce qui se passe dans les classes…

CONCLUSION

Cette dernière partie de la thèse sera d'abord composée d'un certain nombre de rappels. D'abord un rappel de la problématique afin de remettre en mémoire l'origine et la nature des préoccupations à la clef de ce travail et les questions de recherche qui en sont le fil conducteur. Suivra un rappel de la méthode qui a permis de trouver des éléments de réponses à ces questions. Cela nous amènera à résumer ces éléments de réponses, d'abord ceux concernant la compréhension de la fraction chez les élèves, puis ceux tirés du discours des enseignants sur leur enseignement de la fraction. Nous effectuerons ensuite un retour critique sur ce qui a été fait, traitant, encore là, d'abord de la partie touchant les élèves, puis de celle qui concerne les maîtres. Cette conclusion sera close par une réflexion brève sur les apports de notre recherche.

1 Rappel de la problématique

Comme nous l'avons décrit au premier chapitre, la qualité de l'apprentissage des mathématiques en Iran peut être perçue comme inquiétante, surtout si l'on s'attarde à un rapport comme celui de l'étude internationale du TIMSS. En effet, les résultats des performances des élèves iraniens se situent en bas de la liste de 40 pays au travers du monde. Ceci nous a sensibilisée à regarder la situation plus en profondeur, puisque cette étude internationale demeure très générale et ne contient aucun élément diagnostique.

En réaction à cette absence, notre objectif de recherche a donc été d'élaborer un premier portrait diagnostique de l'apprentissage des mathématiques en Iran. Cette étude s'est d'abord attachée à la qualité des apprentissages réalisés par les élèves iraniens et nous avons voulu plus particulièrement évaluer la compréhension que les élèves iraniens se donnent des mathématiques. Elle s'est aussi prolongée, même si cela est d'abord apparu comme une visée secondaire, du côté de l'enseignement, les acquis des élèves étant, jusqu'à un certain point, tributaires de l'enseignement prodigué. Nous voulions savoir quelles conceptions des mathématiques et de leur apprentissage sont véhiculées par les enseignants. Le projet ainsi décrit était vaste et, ajoutons-nous, sans précédent dans la mesure où aucune étude de ce genre n'avait encore été conduite en Iran. Il nous a donc fallu le ramener à des dimensions plus modestes pour espérer le mener à un terme heureux. Ne pouvant traiter de tout le domaine des mathématiques enseignées, nous avons d'abord réduit le champ de notre investigation en la centrant sur un concept à la fois important et difficile, celui de fraction. Et comme il n'est pas vraiment d'expérience accumulée sur la compréhension de la fraction à l'échelle à laquelle nous voulions la traiter, nous avons parlé d'un premier portrait de cette compréhension pour insister sur le caractère exploratoire de notre travail. De là, nous avons aussi été amenée à choisir certains niveaux scolaires : nous en avons retenu trois, les quatrième et cinquième années du primaire et la première année du secondaire junior puisqu'elles sont cruciales dans l'apprentissage de la fraction. Nous avons ainsi centré notre recherche sur la question suivante : *Quelle compréhension, au sens du modèle constructiviste élargi de Herscovics et Bergeron, les élèves iraniens de la fin du primaire et du début du secondaire junior ont-ils développée du concept de fraction ?* Notre étude débouche sur des éléments de réponses à cette question, mais aussi et surtout des questions plus précises accompagnées d'hypothèses et de suggestions pour des outils de recherche qui permettront de poursuivre les investigations. C'est là l'objet premier de toute recherche vraiment exploratoire.

À cette première question s'est ajoutée une préoccupation parallèle portant sur les caractéristiques de l'enseignement des mathématiques auquel ces élèves sont soumis, préoccupation qui a pris de l'importance lorsque nos constats autour de la compréhension de la fraction manifestée par les élèves ont révélé une situation moins dramatique que ce que nous craignions. Il devenait clair à nos yeux que les élèves arrivaient à donner du sens à leurs apprentissages et que l'enseignement auquel ils avaient été soumis leur avait permis cette construction. Cette préoccupation pour l'enseignement demeurait tout de même subsidiaire car, pour porter notre regard sur l'enseignement, nous nous sommes appuyée sur ce que nous disent les enseignants. Or il y a parfois, le phénomène est connu, des différences importantes entre la pratique et le discours sur la pratique, alors que le phénomène de « désirabilité » peut amener quelques distorsions dans la description d'une réalité pour accorder celle-ci à un certain idéal ou à ce qui peut être perçu comme attente. Mais ce discours ne pouvait tout de même qu'être révélateur de ce que les maîtres pensent souhaitables, notamment autour de la question des rôles qu'ils s'attribuent et de ceux qu'ils réservent à leurs élèves ou encore, de la place qu'ils font aux représentations matérielles, graphiques ou mentales, éléments sur lesquels nous avons centré notre analyse de l'enseignement de la fraction.

2 Rappel des modalités de la recherche

Les participants à notre étude ont été, d'une part, trois groupes d'élèves, de quatrième et de cinquième années du primaire et de la première année du secondaire junior, provenant de 13 classes différentes pour un grand total de 249 élèves et, d'autre part, 35 enseignants auxquels nous avons posé nos questions sur leurs façons d'aborder la fraction. Il faut noter que ces enseignants n'étaient pas nécessairement ceux qui enseignaient aux élèves participant à l'étude.

Afin d'évaluer et de juger la compréhension de la fraction chez nos élèves, nous avons d'abord décrit cette compréhension en nous appuyant sur le modèle constructiviste de Bergeron et Herscovics. Souhaitant travailler avec le plus grand nombre possible de participants, nous avons ensuite choisi un certain nombre d'éléments-clefs du tableau de critères de compréhension élaboré et construit un questionnaire d'entrevue autour de ces éléments. Après quelques mises à l'épreuve auprès d'élèves, ce questionnaire d'entrevue a été transformé pour être administré sous forme écrite à nos répondants, trop nombreux pour qu'il soit possible de les interroger verbalement un à un. Comme nous avions trois groupes d'élèves de niveaux différents, nous avons adapté notre questionnaire à chaque niveau en élaborant trois versions qui touchent les mêmes critères du tableau de la compréhension de la fraction, mais où le degré de difficulté des questions varie pour mieux correspondre au degré d'avancement des élèves à qui chacune des versions est destinée.

Nous avons ensuite préparé un plan d'analyse *a priori* à l'intérieur duquel nous trouvons une fiche d'analyse pour chaque question. Nous pouvions ainsi catégoriser les réponses données par les élèves à chaque question au regard des réponses plausibles retenues dans notre fiche d'analyse. Pour établir un portrait d'ensemble, nous avons procédé à des études de fréquences d'apparition de ces réponses plausibles dans l'ensemble des questionnaires remplis par les élèves participants. Nous avons ainsi pu mesurer de la présence des diverses réponses possibles, dégager des tendances et, nous appuyant sur les jugements rattachés à ces réponses, juger de la compréhension manifestée par les élèves. Afin de parfaire un portrait plus global de la compréhension de l'ensemble des élèves pour chaque question, nous avons complété cette analyse *a priori* par une hiérarchisation des réponses plausibles à l'aide de cotes de 100 à 500 (600 lorsqu'il n'y a pas de réponse) traduisant le niveau de compréhension atteint.

Finalement, nous avons pensé à recouper certaines données socio-économiques (les milieux de provenance des élèves, la situation géographique de l'école, etc.) recueillies lors de la passation des questionnaires avec les réponses des élèves afin de voir si certaines corrélations pouvaient se révéler significatives.

Quant aux enseignants, nous voulions connaître leurs conceptions de l'enseignement de la fraction. À cet effet, nous avons construit un questionnaire écrit en transformant, encore là, des questions d'abord mises à l'épreuve lors de quelques entrevues, afin de rejoindre un nombre suffisant d'enseignants et d'exercer un meilleur contrôle sur cette partie de l'investigation. Ce questionnaire comprenait deux parties, la première n'ayant pour but que de situer notre échantillon : formation et expérience des maîtres interrogés, classes où ils exercent, etc. La partie vraiment importante pour la recherche, la seconde, portait de façon globale, sur leurs conceptions, leur manière de traiter de la « fraction ». Pour analyser les réponses obtenues, une grille d'analyse a été construite autour des caractéristiques importantes et intéressantes de la pédagogie mise en œuvre et des façons d'aborder les concepts par le maître. Le premier axe de notre analyse, celui qui a présidé à la définition de nos catégories, s'attache aux modes de représentations — matériel, image, etc. — retenus dans les activités d'enseignement et d'apprentissage proposées. À l'intérieur des catégories ainsi définies, nous nous sommes arrêtés plus particulièrement aux rôles réservés à l'enseignant et à l'élève. En parallèle, nous avons posé un jugement mathématique sur la réponse fournie par l'enseignant : à l'aide des critères pour chaque question, nous avons vérifié la présence des éléments importants pour le concept de fraction au plan mathématique.

3 Rappel des conclusions tirées des analyses pour les élèves

Peut-être avons-nous fait preuve de beaucoup de générosité dans nos évaluations de la compréhension des élèves, mais il n'en demeure pas moins que les résultats obtenus par les élèves iraniens qui ont participé à notre étude sont nettement meilleurs que ce à quoi on pouvait s'attendre, notamment à la suite du TIMSS. Il est vrai que les visées de cette vaste enquête n'étaient pas les nôtres, qu'elle ratissait un large terrain où la fraction n'occupait qu'un tout petit espace, sans doute trop réduit pour qu'un jugement définitif sur l'apprentissage de ce concept puisse être honnêtement émis. Ceci étant admis, considérant le concept de fraction, il est clair que ces élèves ont réalisé des apprentissages significatifs : même si plusieurs restent faibles, même si autour de certains aspects du concept, on constate des faiblesses généralisées à la majorité de nos répondants, beaucoup d'élèves ont fait preuve d'une compréhension satisfaisante, parfois remarquable, et il est des points forts qui ressortent pour l'ensemble des participants.

Ainsi, aux niveaux de l'intuition et de la compréhension procédurale, pour ce qui est de l'équipartition et du choix, la majorité des élèves interrogés ont fait preuve d'une compréhension satisfaisante lorsqu'ils ont traité de figures familières, mais ont été plutôt troublés lorsqu'ils ont eu à trouver la fraction correspondant à une partie présentée sur une figure inhabituelle, ayant des caractères géométriques plus complexe. Ceci peut-être parce qu'ils n'ont pas rencontré un tel type de problème dans leurs manuels scolaires et qu'ils n'ont ainsi pas eu l'occasion de développer leurs habiletés procédurales. Il faut se rappeler que dans leurs manuels scolaires, les exercices où des figures déjà partagées sont présentées, elles sont généralement partagées en parties égales et la tâche attendue des élèves n'exige que de compter le nombre total des parties et le nombre des parties hachurées. Cette limite des manuels n'est par contre pas exclusive à l'Iran puisqu'elle est aussi reconnue et rapportée par Pothier et Sawada (1990).

Au chapitre de l'abstraction et plus particulièrement de la construction des invariants, leur compréhension s'est, le plus souvent, révélée moyenne. Encore là, le manque d'habiletés procédurales et d'informations relatives aux propriétés géométriques de la figure paraissent freiner les progrès. Ainsi, certains élèves avaient de la difficulté à reconstruire un tout à partir d'une partie géométriquement plus compliquée à dessiner. Une autre observation touche la présence de procédures d'équipartition préférées ou dominantes chez les élèves. Cette présence se fait même très sensible et dérangeante au moment de décider entre deux procédures. Il peut même arriver qu'une des façons de partager, pourtant acceptable, ne soit pas vraiment équitable aux yeux d'un élève. Ceci a déjà été relevé par Pothier et Sawada (1984a, 1984b, 1989). Le recours aux stratégies additives liées aux nombres naturels est une autre source d'erreurs pour ces élèves pour, par exemple, reconnaître l'équivalence des relations partie/tout. Comme indiquent Ball (1993), Gray (1993), Neuman (1993) et Streefland (1991), ces connaissances font parfois obstacle au développement du concept de fraction. Ces stratégies additives se font par ailleurs plus sophistiquées lorsque apparaissent des fractions plus compliquées au moment de comparer (ou construire) des fractions équivalentes.

Lorsqu'on arrive à la formalisation, trouver les points correspondant aux fractions demandées sur la droite numérique, est la tâche qui s'est révélé la plus difficile de toutes pour les élèves. Rappelons que le phénomène n'est toutefois pas strictement iranien puisque de telles difficultés liées à la droite numérique pour les élèves de différents âges ont été rapportées par de nombreux chercheurs (Hannula, 2003; Bright *et al.*, 1988; Behr *et al.,* 1983; Novillis-Larson, 1980; Nik Pa, 1989) œuvrant dans plusieurs contrées différentes, comme nous l'avons d'ailleurs signalé au moment de présenter l'analyse a priori de cette question (section 10 du chapitre III). Certains chercheurs (Davydov et Tsvetkovich, 1991; Novillis-Larson, 1980; Novillis, 1976) considèrent la capacité de reconnaître ou de placer les fractions sur la droite numérique comme une preuve de la compréhension de nature quantitative de la fraction. Mais, au primaire en Iran, nous n'utilisons la droite numérique que pour des additions et soustractions d'entiers relatifs. À cet égard, répondre à cette question devenait, pour les élèves interrogés, une vraie résolution de problème. Selon Novillis-Larson (1980), des lacunes de connaissances concernant de la représentation de la droite numérique amènent les enfants à utiliser mécaniquement une routine inappropriée comme celle de partie-tout (pour des quantités discrètes ou encore pour une région géométrique).

La comparaison des fractions données symboliquement n'est pas très bien réussie chez les élèves du groupe le plus jeune, sans doute parce qu'ils ne possèdent pas encore les habiletés nécessaires afin de trouver des fractions équivalentes. Alors que dans les deux autres groupes, les résultats s'améliorent grandement. Quant aux stratégies utilisées, nous observons de plus en plus l'apparition des fractions équivalentes en passant du groupe I au groupe III, apparition qui s'accompagne d'une diminution du nombre des erreurs liées aux stratégies de comparaison additive ou multiplicative. Le développement du concept des fractions équivalentes se manifeste à mesure que les enfants vieillissent. Dans le groupe III, nous remarquons aussi une augmentation de l'utilisation de la règle de la multiplication croisée notamment pour comparer les fractions plus compliquées.

On le constate, les résultats n'ont rien de catastrophiques même si la compréhension manifestée n'est certes pas toujours complète et achevée. Comment cette situation des élèves iraniens se compare-t-elle à celle d'élèves d'autres contrées ? Il serait plus qu'intéressant d'avoir un point de comparaison avec les élèves d'un pays où le succès a été meilleur dans l'étude internationale de TIMSS, puisque c'est la réussite mitigée des élèves iraniens qui nous a alertée et pousser vers la présente recherche. Nous y reviendrons un peu plus loin, au moment de jeter un regard critique sur notre travail et de proposer de nouvelles pistes de recherche.

Au moment où s'achevaient nos analyses concernant les élèves, il nous a semblé que certains liens pouvaient être établis entre les réponses qu'ils avaient fournies et certaines des données socio-économiques que nous avions recueillies pour situer nos échantillons, liens qui pouvaient révéler des tendances intéressantes. Même si la chose n'avait pas été prévue au départ, nous avons donc réalisé quelques tests de chi-carrés, croisant les réponses obtenues et ces données socio-économiques, pour obtenir des compléments d'information. Le but était non pas d'arriver à des conclusions définitives en ces matières, mais, en accord avec le caractère exploratoire de notre recherche, de voir s'il y avait là des pistes qui mériteraient d'être explorées de manière plus systématique dans un contexte méthodologique adapté à ce genre de préoccupations. Les résultats n'ont pas été probants, même si certaines tendances se dessinent. Ainsi, dans les groupes du secondaire (groupe III), les élèves des écoles privées paraissent faire preuve d'une meilleure compréhension que ceux des écoles publiques. Les limites de la recherche ne permettent toutefois pas de conclure clairement, ni sur cet aspect, ni sur les autres (sexe, zone de localisation de l'école) où les résultats sont vraiment moins nettement tranchés. Une seule chose paraît sûre, il faudrait élargir et approfondir les recherches pour arriver à des conclusions sur ces phénomènes, et même pour voir s'il s'agit bien là de phénomènes dignes de soins et d'attention, ce dont nous nous permettons de douter.

4 Rappel des conclusions tirées des analyses pour les enseignants

Comme avec les élèves, nous avons eu d'agréables surprises avec les enseignants qui se sont montrés beaucoup moins dogmatiques, magistraux et formels que ce à quoi nous nous attendions.

Dans l'enseignement de la fraction, les maîtres interrogés laissent une large place à l'utilisation du matériel ou des représentations imagées, de manière à ce que les élèves puissent mieux « voir » les notions et puissent ainsi mieux leur donner du sens. Le recours aux représentations graphiques est le plus fréquent, sans doute parce qu'il est le plus commode, parce que toujours accessible, pour aborder les concepts en classe. Les maîtres se réservent par ailleurs un rôle important tout au long des démarches d'enseignement et d'apprentissage. Pour introduire le concept de la fraction avec leurs élèves, les enseignants préfèrent presque toujours utiliser des matériels concrets ou des représentations graphiques. Par contre, ces maîtres se font très présents lors d'explorations par les élèves, en les orientant même lorsque ceux-ci manipulent le matériel, et ce rôle que se réserve le maître est accentué dans l'usage de représentations graphiques. Ceci peut sans doute s'expliquer par le fait que les maîtres se sentent limités par le temps, mais aussi parce qu'ils peuvent souhaiter mieux contrôler la situation, attitude normale que l'on retrouve chez tous les enseignants de tous les pays. Pour aborder la comparaison des fractions avec leurs élèves, les enseignants réagissent de la même façon qu'au moment de présenter la fraction elle-même : ils laissent beaucoup de place à l'utilisation des manipulations et des dessins, mais se gardent un rôle directif très central et essentiel. Pour corriger l'erreur de l'élève (1/4 > 1/2) et l'amener à voir la fraction comme un nombre, indépendamment de sa représentation, la plupart des enseignants évoquent la représentation graphique. Un certain nombre propose le recours explicite au dessin. Ces choix d'interventions ne doivent toutefois pas surprendre puisque l'erreur de l'élève à laquelle on demande au maître de réagir s'appuie justement sur une utilisation ou une interprétation erronée de figures. Encore là, le maître joue un rôle central dans l'explication donnée à l'élève. Pour ce qui est des fractions équivalentes, le recours aux représentations graphiques est encore dominant. L'enseignant s'y réserve toujours un rôle important puisque c'est généralement lui qui fera les manipulations ou les dessins.

Sur le plan mathématique, les compétences de la plupart des maîtres ont été jugées satisfaisantes ou, au moins acceptables, au sens où, pour chaque thème abordé, l'idée la plus importante est généralement présente. Les erreurs sont plutôt rares et relèvent possiblement de la difficulté à décrire une situation. Quelques remarques sont importantes à retenir pour un tableau complet de la situation. Il faut d'abord rappeler que nous avons ici analysé un discours des enseignants et non des données d'observations en classe. Il ne faut donc pas oublier l'effet de désirabilité: ce que disent les maîtres n'est pas forcement ce qu'ils font dans leurs classes. Il se peut qu'ils répondent ce qu'ils jugent « correct », ou « désiré » de la part de l'examinateur. Nous pouvons malgré tout regarder positivement leurs réponses qui demeurent utiles puisqu'elles nous renseignent sur ce que l'enseignant pense être la façon la plus « acceptable » d'enseigner, souvent parce qu'elle correspond à ce qu'on a pu lui proposer lors de sa formation.

5 Retour critique sur la recherche et ses outils

Dans cette avant-dernière partie de la conclusion, nous effectuons un retour critique, d'abord ce que nous avons fait avec les élèves, ensuite avec les maîtres, afin d'en tirer des orientations pour de futures recherches.

5.1 La recherche sur les élèves

En choisissant le concept de fraction comme notion au centre du projet de recherche, nous avions conscience de retenir un concept difficile. Difficile pour les élèves d'abord comme l'ont montré toutes les études sur la question. Mais difficile aussi pour nous car il nous fallait définir un cadre qui nous permette de parler d'une façon que nous voulions éclairante des apprentissages des élèves. L'analyse du concept à l'aide du modèle constructiviste élargi de Bergeron et Herscovics s'est révélé un choix heureux à cet égard même s'il a été exigeant. Il nous a en effet fallu établir des critères pour les différents niveaux et modes de compréhension du concept, ce qui n'avait été fait que pour la fraction unitaire (Boulet, 1993, 1998). Nous avons heureusement pu nous appuyer sur les réflexions de nombreux chercheurs et sur des échanges avec des gens ayant travaillé la question lors d'échanges en équipes ou de cours gradués pour obtenir un tableau de critères qui, s'il est sans doute perfectible, s'est montré plus qu'utile pour cerner la compréhension manifestée par les élèves.

Autour des critères les plus importants, nous avons en effet pu imaginer un certain nombre de questions et de tâches, d'abord mises à l'épreuve lors de quelques entrevues préliminaires, puis organisées en un questionnaire écrit soumis aux élèves des divers groupes constituant notre échantillon. Ce questionnaire nous a permis d'atteindre nos objectifs de manière plus que raisonnable, d'autant qu'il a été complété par des grilles d'analyses *a priori* qui ont fort bien servi l'analyse des réponses fournies par les élèves.

Le questionnaire n'était pas sans défauts. Aurait-il été, par exemple, préférable de soumettre nos trois grands groupes d'élèves exactement aux mêmes tâches ? En choisissant de préparer trois versions du questionnaire pour adapter le niveau de difficulté des questions au degré d'avancement des élèves, nous avons rendu difficiles les comparaisons entre groupes et l'appréciation des progrès en passant d'un groupe à l'autre. Par contre, en conservant les mêmes tâches pour tous, certaines auraient été trop faciles pour les groupes plus avancés ou trop ardues pour les débutants. Alors qu'on pouvait mieux évaluer la compréhension des élèves en prévoyant des questions correspondant à leur niveau présumé. Notre choix demeure donc défendable au regard des visées de la recherche, même si un choix autre aurait aussi conduit à des conclusions utiles, quoique de nature différente.

Autre inconvénient de l'utilisation d'un questionnaire écrit comme le nôtre, l'impossibilité de faire clarifier une réponse ambiguë, d'en faire approfondir certains aspects, ce qu'aurait permis l'entrevue. Évidemment, nous n'aurions pu travailler avec le même nombre de participants : cela aurait donc été une recherche différente, plus éloignée de notre objectif très général d'arriver à un portrait de l'apprentissage de grands concepts mathématiques en Iran. Par contre, si l'on pense au futur, l'idéal serait sans doute de marier les deux façons de faire, test écrit et entrevue : on pourrait très bien utiliser nos questionnaires écrits avec de grands nombres d'élèves, puis en faire une première analyse superficielle afin de détecter un certain nombre d'élèves dont les réponses sont ambiguës et quelques autres choisis comme « représentants typiques » et les interviewer, leur faisant par exemple commenter leurs réponses écrites afin d'approfondir ce qu'elles peuvent signifier ou cacher.

Si l'on revient à notre conclusion centrale où nous avons retenu que les élèves ont fait preuve d'une compréhension de la notion de fraction qui, sans être idéale, s'est révélée meilleure que celle attendue, une question demeure : comment la compréhension de la fraction des élèves iraniens se compare-t-elle à celle des élèves d'ailleurs ? Et, disions-nous un peu plus haut, puisque ce sont les performances décevantes aux épreuves de TIMSS qui nous ont amenée à jeter ce coup d'œil sur l'apprentissage et l'enseignement de la fraction en Iran, il serait intéressant d'avoir des éléments de comparaisons avec des études de compréhension menées auprès d'élèves de contrées où les succès au TIMSS sont notables. Coïncidence heureuse, le Québec est une de ces contrées. Malheureusement, la compréhension qu'ont les élèves québécois de la fraction n'a pas, à ce jour, fait l'objet d'études sur une échelle permettant d'établir des comparaisons. Non plus qu'en Iran d'ailleurs, puisqu'il nous faut reconnaître que l'échantillon des élèves iraniens retenu aux fins de notre étude demeure limité et que nous ne pouvons prétendre avoir brossé un portrait général et définitif de la compréhension de la fraction chez les élèves iraniens Il y aurait donc là une première investigation à conduire parallèlement au Québec et en Iran et qui, si elle concluait à une compréhension supérieure chez les élèves du Québec, fournirait peut-être une partie de l'explication de la piètre performance des élèves Iraniens au TIMSS. Sinon[22], nous n'aurions pas perdu notre temps et connaîtrions mieux ce que les élèves du Québec et d'Iran comprennent de la fraction, ce qu'il est possible d'améliorer, tout en sachant qu'il faut regarder ailleurs pour comprendre les résultats au TIMSS.

Il serait aussi important d'élargir l'étude à d'autres concepts que la fraction. Non que celle-ci ait été un mauvais choix car elle demeure un concept important dans le curriculum. Par contre, elle occupait peu de place dans le TIMSS. Il faudrait donc regarder les autres concepts abordés dans l'épreuve et faire, autour de ces notions, des études analogues à celle menée ici, encore une fois en travaillant parallèlement en Iran et au Québec pour comparer les résultats.

5.2 La recherche auprès des enseignants

L'autre partie de notre recherche touchait les enseignants et leurs façons de concevoir l'enseignement et l'apprentissage. Nous avons voulu cerner ces conceptions en interrogeant les maîtres sur leurs pratiques pour en déduire les représentations sous-jacentes. Nous avons donc préparé un questionnaire essentiellement fondé sur quelques mises en situation et qui a été administré par écrit. Ce questionnaire était accompagné d'un cadre d'analyse des réponses que nous jugeons, après usage, particulièrement bien conçu. Il nous a en effet permis un regard nuancé sur la vision qu'ont les maîtres de l'enseignement de la fraction et, détail intéressant, ce cadre d'analyse pourrait facilement être utilisé pour regarder l'enseignement d'une foule d'autres concepts.

Il faut toutefois faire attention, comme avec la compréhension de la fraction chez les élèves plus tôt, de ne pas généraliser ce qu'on obtient comme résultat de notre petit échantillon (35 personnes) et le considérer comme un portrait général de l'enseignement

---

[22] Ce « sinon », comme le « peut-être » qui apparaît vers la fin de la phrase précédente, est à la fois plausible et important car, rappelons-le, les visées de l'étude de TIMSS sont très différentes de celles de la recherche sur la compréhension que nous proposons ici, sans compter que la part congrue réservée à la fraction dans TIMSS rend contestable l'idée d'isoler les conclusions sur l'apprentissage de ce concept par les répondants à cette étude internationale.

des mathématiques en Iran. Nos résultats ne fournissent qu'une indication sur des caractéristiques d'un enseignement qu'il faut explorer plus à fond et avec des échantillons plus importants afin d'assurer une meilleur représentation de l'ensemble des pratiques d'enseignement.

Ceci dit, nos outils destinés aux maîtres avaient leurs limites. La première est qu'ils s'arrêtaient à un discours et, qui plus est, à un discours écrit, c'est-à-dire un discours où il n'était pas possible de faire lever d'éventuelles ambiguïtés ou de faire clarifier certains éléments nébuleux. Cela pourrait en partie se corriger, par exemple en prolongeant à l'oral, par quelques entrevues auprès de participants jugés « typiques », l'administration du questionnaire écrit à un grand nombre de maîtres. Mais nous aurions toujours un discours, avec ce qu'il peut traduire de manière partielle et partiale de la réalité pour des raisons déjà explicitées plus haut : phénomène de désirabilité, maître ayant une image déformée de leur pratique, etc. D'où la nécessité, impérieuse, de compléter la recherche par des observations en classe : non que l'observation nous assure d'un regard sans faiblesse sur la réalité, car on sait à quel point le fait de se sentir observé peut amener un enseignant à modifier sa pratique. Mais nous aurions un point de vue complémentaire qui serait forcément précieux. Et à ce propos, on peut signaler que le cadre d'analyse du discours élaboré pour la présente recherche fournirait la base d'une grille d'observation vraiment intéressante.

6 Quelques apports de la recherche

Au moment de conclure, il est encourageant de regarder quels sont les apports du travail effectué. On peut d'abord dire que cette thèse nous munit d'un cadre pour l'étude de la compréhension de la fraction. Ce cadre se prolonge en des outils efficaces, questionnaires et fiches d'analyse, pour scruter de manière fine la compréhension de la fraction chez les élèves. Dans un domaine connexe, elle apporte aussi une démarche, fondée sur des questions centrées sur des mises en situation, et complétée par une grille d'analyse permettant de jeter un regard nuancé sur l'enseignement.

Dans une autre veine, notre étude montre que l'apprentissage et l'enseignement du concept de la fraction en Iran donnent des résultats positifs, même s'il pourrait être amélioré, comme il le pourrait partout ailleurs. Mais surtout, cette thèse ouvre des voies prometteuses pour l'étude de l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, que ce soit en Iran ou ailleurs, et, dans la foulée, pour conduire à des améliorations dans ces champs.

BIBLIOGRAPHIE

Ball, D. (1993). Halves, pieces and twoths : Constructing and using representational contexts in teaching fractions. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T.A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 327-362). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A. (1983). Rational-number concept. In R. Lesh & M. Landau (dir.), *Acquisition of mathematics concepts and process,* (p. 91-126). New York : Academic Press.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational-number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (dir.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning,* (p. 296 – 333). Don Mills, ON : Maxwell Macmillan.

Behr, M., Harel, G, Post, T. R., & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analyse : Emphasis on the Operator Construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema, T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 327-362). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Bergeron, J. C. & Herscovics, N. (1987). Unit Fraction of a Continuous Whole. *Proceedings of 11th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (p. 357-365). Montréal.

Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau : la multiplication par un et demi.* Québec : Édition Bande Didactique.

Bonotto, C. (1993). *A research Project on rational numbers*, Department of pure and Applied Mathematics, University of Padova, Italy, paper presented at the International Study Group on the Rational Numbers of Arithmetic, University of Georgia, Athens, GA.

Boukhssimi, D. (1990). *Analyse épistémologique des influences d'un logiciel, et les interventions du maître sur la compréhension de la droite et de son équation.* Thèse de doctorat, Faculté des sciences de l'éducation, Université Laval.

Boulet, G. (1993). *The Construction of the Unit Fraction.* Thèse de doctorat, Faculté des études supérieures, Université de Montréal.

Boulet, G. (1998). Didactical Implications of Children's Difficulties in Learning the Fraction Concept. *Focus on Learning Problem in Mathematics*, 20 (4), 19–34.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des mathématiques,* 7 (2), 33-115.

Bruner, J. S. (1960). *The process of education,* (p. 57–58). Cambridge : Harvard.

Byers, V., & Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. *Mathematics Teaching*, 81, 24–27.

Cyr, M. (2003). *Les représentations de la fraction: schèmes et connaissances chez des élèves de la fin du primaire*. Mémoire présenté à la faculté des études supérieures de l'Université Laval.

D'ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5, (1), 44-48.

Davis, G., Hunting, R. & Pearn, C. (1993a). Iterates and relations: Eliot and Shannon's fraction scheme. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, & F. Lin (eds.), *Proceedings of 7th Conference of International Group for the Psychology of mathematics Education,* vol. III, (p. 154-161). Tsukuba : University of Tsukuba.

Davis, G., Hunting, R. & Pearn, C. (1993b). What might a fraction mean to a child and how would a teacher know? *Journal of Mathematics Behaviour*, 12 (1), 63-76.

DeBlois, L. & Squalli H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics,* 50 (2), 212-237.

Dionne, J. J. (1988). *Vers un renouvellement de la formation et du perfectionnement des maîtres du primaire : le problème de la didactique des mathématiques*. Collection Prix Grégoire, Faculté des sciences de l'éducation. Université de Montréal.

Dubinsky, E. & Lewin, P. (1986). Reflective abstraction and mathematics education: the genetic decomposition of induction and compactness. *Journal of Mathematical behaviour,* 5, 55-92.

Éducation en république Islamique d'Iran (2004). Ministère de l'Éducation, le bureau international de coopération scientifique, Iran.

Ehrenberg, R. G. & Brewer, D. J. (1994). Do school and teacher characteristics matter? Evidence from high school and beyond. *Economics of Education Review, 14*, 1-21.

English, L. & Halford, G. S. (1995). *Matematics education: Models and processes*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Boston : D. Reidel publishing company.

Gleman, R. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structure: Initial and transcendent construction. In S. Carey & R. Gelman (eds.), *The epigenesist of mind : Essays on biology and cognition,* (p. 293-322). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Goldhaber, D. D. & Brewer, D. J. (2000). Does teacher certification matter? High school certification status and student achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 22*, 129-146.

Gray, E.M. (1993). *The Transition from Whole Number to Fraction*, paper presented at the International Study Group on the Rational Numbers of Arithmetic. Athens : University of Georgia.

Greenwald, R., Hedges, L. V., & Laine, R. D. (1996a). Interpreting Research on School Resources on Student Achievement : A Rejoinder to Hanushek. *Review of Educational Research,* 66 (3), 411-416.

Greenwald, R., Hedges, L.V., & Laine, R. D. (1996b). The School Funding Controversy: Reality Bites. *Educational Leadership,* 53 (5), 78-79.

Hart, K. (1981). *Children's understanding of mathematics: 11 –16.* London : Murray.

Herscovics, N. & Bergeron, J. C. (1982). Des modèles de la compréhension. *Revue des Sciences de l'Education*, VIII, (3), 576-596.

Herscovics, N. & Bergeron, J. C. (1988). An Extended Model of Understanding. In M. Behr, C. Lacompagne & M. Wheeler (eds.), *Proceedings of The 10th Annual Meeting of PME-NA,* (p. 15–22). Illinois : Northern Illinois University.

Hiebert, J. A. (1993). Benefits and costs of research that links teaching and learning mathematics. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 327-362). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Hutin, R. (1977). *Comment concilier un plan d'étude par objectifs avec une pédagogie faisant appel à des situations mathématiques et à l'apprentissage par conflits*. Exposé présenté lors du colloque sur la pédagogie par objectifs organisé par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université d'Orléan.

Kiamanesh, A. (1999). *Third International Mathematics and Science Study: Mathematics Achievement in the Primary School Years in Iran.* Tehran : IER.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (ed.), *Number and measurement : Papers from a research workshop,* (p. 101–144). Columbus, OH : ERIC/SMEAC.

Kieren, T. (1980). The rational number construct - Its elements and mechanisms. In T. Kieren (ed.), *Recent research on number learning,* (p. 125-150). Columbus : ERIC/SMEAC.

Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. Behr (eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* (p. 53–92). Reston: NCTM.

Leinhardt, G. (1988). Getting to Know: Tracing Student's Mathematical Knowledge from Intuition to Competence. *Educational Psychologist*, 23 (2), 119-144.

Lamon, S. (1993). Ratio and Proportion: Children's cognitive and Metacognitive Processes. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 131-156). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Lamon, S. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies'. *Journal for Research for Mathematics Education*, 27 (2), 170-193.

Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratio for understanding*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Lemay, F. (1978). *Genèse des systèmes de nombres à partir de l'idée de mesure*. Québec : Université Laval.

Lesh, R., Post, T. R. & Behr, M. J. (1988). Proportional Reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* (p. 93-118). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mack, N. (1990). Learning Fraction with Understanding: Building on Informational Knowledge. *Journal for Research for Mathematics Education*, 21 (1), 16-32.

Mack, N. (1995). Learning Rational Number with Understanding: the case of Informal Knowledge, *Rational Numbers: An Integration of Research*, (p. 85-105). Hillsadale : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Mercier, P. & DeBlois, L. (2004). Passage primaire-secondaire dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions. *Envol*, 127, 17-24.

Monk, D. H., & King, J. (1994). Multilevel teacher resource effects on pupil performance in secondary mathematics and science: The case of teacher subject-matter preparation. In R. Ehrenberg (ed.), *Contemporary policy issues: Choices and consequences in education*, (p. 29-58). Ithaca, NY: ILR.

Mathématiques de 3^{e} année du primaire, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Mathématiques de 4^{e} année du primaire, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Mathématiques de 5^{e} année du primaire, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Mathématiques de 1^{e} année du secondaire junior, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Mathématiques de 2^{e} année du secondaire junior, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Mathématiques de 3^{e} année du secondaire junior, Ministère de l'éducation, Tehran, Iran.

Miloudi, B. (1995). *Premières constructions des concepts de fonctions logarithmiques et exponentielles chez des élèves âgés de 16-17 ans*. Thèse de doctorat, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal.

Nantais, N. (1992). *La mini entrevue : un nouvel outil d'évaluation de la compréhension mathématique au primaire***.** Montréal : Université de Montréal.

Neuman, D. (1993). Early conception of fractions: A phenomenographic approach, In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, and F.Lin (eds.), *Proceedings of 7th Conference of International Group for the Psychology of mathematics Education,* Vol.III, (p. 170-177). Tsukuba : University of Tsukuba, .

Ohlsson, S. (1987). Sense and reference in the design of interactive illustrations for rational numbers. In R. W. Lawler & M. Yazdani (eds.), *Artificial intelligence and education,* (p. 307–344). Norwood, NJ : Ablex.

Ohlsson, S. (1988). Mathematical Meaning and Applicational Meaning in the Semantics of Fractions and related Concepts. In J. Hiebert & M. Behr (eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* (p. 53–92). Reston : NCTM.

Pepper, K. L. (1991). Preschoolers Knowledge of Counting and Sharing in Discrete Quantity Settings. In R. P. Hunting & G. Davis (eds.). *Recent Research in Psychology : Early Fraction Learning*, (p. 103-127). New York : Springer-Verlag.

Pepper, K. L. (1993). *Preschoolers' Knowledge of Counting and Sharing in Discrete Quantity Settings*. Thesis submitted in fulfilment of requirement for the degree of Mastering of Education. Trobe University, Bundoora, Australia.

Pirie, S. E. B. (1988). Understanding : Instrumental, relational, intuitive, constructed, formalized, …? How we know ? *For the Learning of Mathematics*, 8 (3), 2–6.

Post, T. R., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching, and assessing of rational number concept. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 327-362). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Pothier, Y. (1981). Partitioning: The development of rational number ideas in young children. Unpublished doctoral dissertation, University of Alberta, Edmonton.

Pothier, Y. & Sawada D. (1983). Partitioning: The emergence of rational number ideas in young children. *Journal for Research for Mathematics Education.* 14 (4), 307-317.

Pothier, Y. & Sawada, D. (1990). Partitioning: An Approach to Fractions. *Arithmetic Teacher.* 38(4), 12-16.

Pothier, Y. & Sawada, D. (1984a). *Children's judgements concerning "easy" partitioning tasks as related to a theory of partitioning.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans. (Eric Document Reproduction Service, N° ED 245 836).

Pothier, Y. & Sawada, D. (1984b). Some geometrical aspects of early fraction experiences. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* 5, 215-28.

Pothier, Y. & Sawada, D. (1989). Children's interpretation of equality in early fraction activities. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 11 (3), 27-38.

Resnick, L. B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlmutter (ed.), *Perspective on intellectual development: The Minnesota Symposia on Child Psychology,* vol. 19, (p. 159-194). Hilsdale, NJ: Lawrence Elbraum Associates Inc.

Robitaille, D. (1997). *National Contexts for Mathematics and Science Education : An Encuclopedia of the Education Systems participating in TIMSS*, (p. 189–196). Vancouver : Pacific Educational Press.

Rowan, B., Chiang, F. S. & Miller, R. J. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education, 70*, 256-284.

Schmit, W. H. & McKnight, C. C. (1997). *Many Vision, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics.* Vol. 1. Boston : Kluwer Academic publishers.

Servais, W. (1976). Harmoniser l'enseignement de la mathématique. *Mathématique des écoles publiques.* Rennes.

Sierpinska, A. (1995). *La compréhension en Mathématiques*. Québec : Mont Royal.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Sowder, J. T. (1988). Mental Computation and Number Comparison: Their roles in the Development of Number Sense and Computational Estimation. In J. Hiebert &t M. Behr (eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* (p. 182-197). Reston: NCTM.

Statistiques de l'éducation (2004), Ministère de l'Éducation de république Islamique d'Iran.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*. Dordrecht : Kluwer.

Streefland, L. (1993). Fractions: A Realistic Approach. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers : An integration of research,* (p. 289-325). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates Inc.

UNESCO, (1999). *Annuaire Statistique*. New York : Bernan Press.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process,* (p. 127-174). New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* (p. 141–161). Reston: NCTM.

Vézina, N. (1994). *Le développement de la partition en nombres pairs et impairs chez les jeunes enfants*. Mémoire de maîtrise. Université de Moncton.

Wayne, A. J., & Youngs, P. (2003). Teacher Characteristics and Student Achievement Gains: A Review. *Review of Educational Research, 73* (1), 89-122.

APPENDICE A

COMPRÉHENSION DE LA FRACTION UNITAIRE (BOULET, 1993; 1998)

Geneviève Boulet a été la première à proposer « officiellement », dans sa thèse de 1993 codirigée par Bergeron et Kieren, une description de la compréhension de la fraction se fondant sur le modèle de Bergeron et Herscovics que nous avons aussi retenu. Sa description s'arrête toutefois à la fraction dite unitaire[23] (forme 1/a). Nous résumons ici sous forme de tableaux l'essentiel de ce qu'elle propose. Pour plus d'explications et de détails, et ils sont nombreux que nous n'incluons pas dans notre bref résumé, nous renvoyons le lecteur à la thèse de Mme Boulet (1993, p. 36 à 44) ou à son article (Boulet, 1998) de la revue *Focus on Learning Problems in Mathematics*.

Au premier pallier, le pallier logico-physique, l'accent est mis sur l'idée de partage d'un tout en parties égales et sur la relation physique entre la partie et le tout.

Tableau 179
Pallier logico-physique de la compréhension de la fraction unitaire (Boulet, 1993, 1998)

Compréhension intuitive	Compréhension procédurale	Abstraction
- Capacité de distinguer un tout équipartitionné d'un tout partagé inégalement	- Habileté à réaliser l'équipartition d'un tout en un nombre donné de parts	- Conservation de la relation partie-tout malgré des variations dans les caractéristiques (forme, dimension, etc.) du tout. - Réversibilité du partage : reconnaître que le tout peut être reconstitué. - Reconnaissance de la relation entre la taille des parts et le nombre de celles-ci.

Le second pallier se distingue du précédent en ce que l'on s'y attache à la quantification de la relation partie-tout en sus de ses aspects physiques. Ainsi, les critères de

[23] La forme générale d'une fraction unitaire est : $1/a$, $a \neq 0$, et $a \in Z$

l'abstraction logico-mathématique reprennent, dans plusieurs cas, ceux de l'abstraction logico-physique auxquels s'intègre l'aspect numérique.

Tableau 180
Pallier logico-mathématique de la compréhension de la fraction unitaire (Boulet, 1993, 1998)

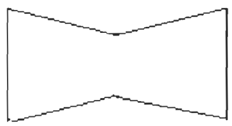
Compréhension procédurale	Abstraction	Compréhension formelle
- Habileté à quantifier des relations partie-tout. - Habileté à illustrer des fractions unitaires données verbalement.	- Invariance de la fraction unitaire par rapport à l'arrangement de la partie : par exemple, les 4 derniers jetons d'une rangée représentent 1/3 du tout comme les 4 premiers. - Habileté à illustrer une fraction unitaire différente d'une autre déjà illustrée dans une représentation particulière. - Capacité de reconstituer un tout à partir d'une fraction unitaire. - Capacité de saisir l'égalité de fractions unitaires malgré des variations dans les attributs physiques des touts. - Habileté à ordonner des fractions unitaires.	- Habileté à ordonner des fractions unitaires données symbolique-ment. - Capacité de reconstituer des touts ou des parties à partir de fractions unitaires données symboliquement. - Habileté à combiner des fractions unitaires pour obtenir des fractions générales : 2/3,c'est 1/3 et 1/3.

APPENDICE B

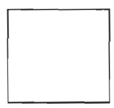
QUESTIONNAIRES DES ÉLÈVES POUR TROIS NIVEAUX SCOLAIRES

Questionnaire I- *Élèves de quatrième année du primaire*

1- Imaginons que la figure ci-dessous soit un gâteau. Tu veux partager ce gâteau entre toi et trois de tes amis. Sur la figure, hachure ta part.



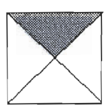
2- Hachurez $\frac{3}{4}$ de ce carré.



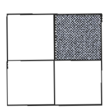
3- Quelle fraction de chaque figure est colorée?

(a) (b) (c)

4- J'ai demandé à Sara et Ali de colorer $\frac{1}{4}$ d'un carré. Sara le fait comme ça :

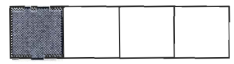


Ali le fait comme ça :

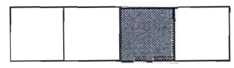


À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

5- Maryam a coloré $\frac{1}{4}$ d'un rectangle comme ça :



Ahmad le fait comme ça :



À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

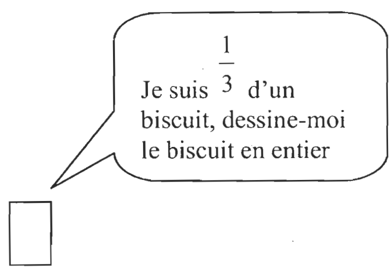
6- Amir et Arash ont chacun une pomme entière. Amir divise sa pomme en 4 parties égales et en mange 1 parties. Arash divise la sienne en 8 parties et en mange 2.

Amir dit à Arash : j'en ai mangé autant que toi!

Arash répond : Non. J'en ai mangé plus, car j'ai mangé 2 morceaux tandis que toi, tu en as mangé 1.

À ton avis, qui a raison? Pourquoi?

7-

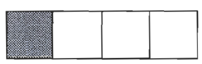


8- Hossein et Mohssen veulent partager une barre de chocolat entre eux. Dans une demi-heure, deux autres amis viendront les rejoindre et si on les attend, il faudra diviser le chocolat en 4 parties égales. Pour que Hossein et Mohssen puissent en avoir plus, est-il mieux qu'on le partage maintenant ou qu'on attende les amis? Pourquoi?

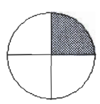
9- Trouver la fraction $\frac{3}{4}$ sur la droite numérique.

10- J'ai demandé à Nima, Ehssan et Neda de représenter $\frac{1}{4}$. Voici leurs réponses.

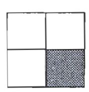
Nima :



Ehssan :



Neda :



Qui a raison? Pourquoi?

11- Utiliser un des signes $>$ ou $<$ ou $=$ dans ◯ .

a) $\frac{2}{5}$ ◯ $\frac{4}{5}$

b) $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{1}{6}$

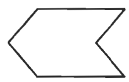
c) $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{1}{4}$

(On a demandé verbalement aux enfants d'expliquer leurs réponses.)

Questionnaire II- Élèves de cinquième année du primaire

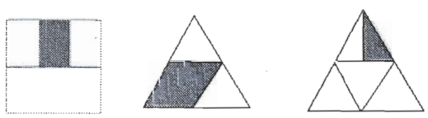
1- Colorer la fraction demandée sur chaque figure.

$\frac{3}{4}$

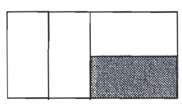


$\frac{3}{5}$

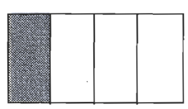
2- Quelle fraction de chaque figure est colorée?



3- J'ai demandé à Sara et Ali de colorer $\frac{1}{4}$ d'un rectangle. Sara le fait comme ça :

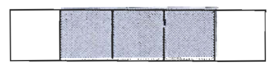


Ali le fait comme ça :

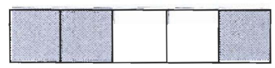


À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

4- Maryam a coloré $\frac{3}{5}$ d'un rectangle comme ça :



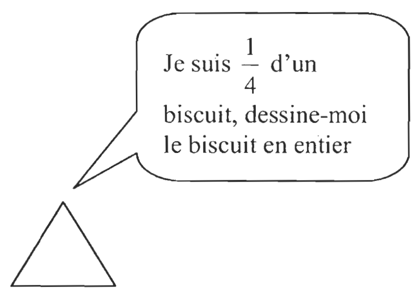
Ahmad le fait comme ça :



À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

5- Amir et Arash ont chacun une pomme entière. Amir divise sa pomme en 8 parties égales et en mange 2 parties. Arash divise la sienne en 16 parties et en mange 4.
Amir dit à Arash : j'en ai mangé autant que toi!
Arash répond : Non. J'en ai mangé plus, car j'ai mangé 4 morceaux tandis que toi, tu en as mangé 2.
À ton avis, qui a raison? Pourquoi?

6-

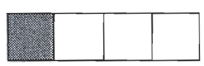


7- Hossein et Mohssen veulent partager une barre de chocolat entre eux. Dans une demi-heure, deux autres amis viendront les rejoindre et si on les attend, il faudra diviser le chocolat en 4 parties égales. Pour que Hossein et Mohssen puissent en avoir plus, est-il mieux qu'on le partage maintenant ou qu'on attende les amis? Pourquoi?

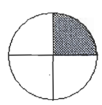
8- Trouver la fraction $\frac{3}{5}$ sur la droite numérique.

9- J'ai demandé à Nima, Ehssan et Neda de représenter $\frac{1}{4}$. Voici leurs réponses.

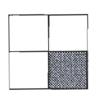
Nima :



Ehssan :



Neda :



Qui a raison? Pourquoi?

10- Utiliser un des signes > ou < ou = dans

. ◯

a) $\frac{3}{12}$ ◯ $\frac{4}{12}$

b) $\frac{2}{5}$ ◯ $\frac{2}{7}$

c) $\frac{4}{5}$ ◯ $\frac{3}{6}$

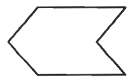
d) $\frac{6}{5}$ ◯ $\frac{10}{12}$

(On a demandé verbalement aux enfants d'expliquer leurs réponses.)

Questionnaire III- Élèves de 1$^{\text{ière}}$ année du secondaire junior

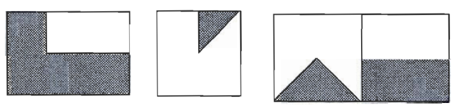
1- Colorer la fraction demandée sur chaque figure.

$\frac{3}{4}$

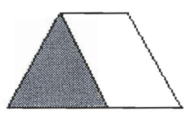


$\frac{1}{5}$

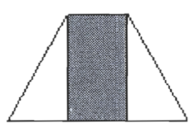
2- Quelle fraction de chaque figure est colorée?



3- J'ai demandé à Sara et Ali de colorer $\frac{1}{2}$ d'un trapèze. Sara le fait comme ça :

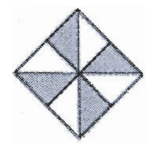


Ali le fait comme ça :

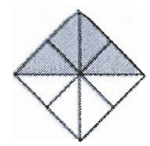


À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

4- Maryam a coloré $\frac{4}{8}$ d'un rectangle comme ça :



Ahmad le fait comme ça :



À ton avis, qui le fait correctement? Pourquoi?

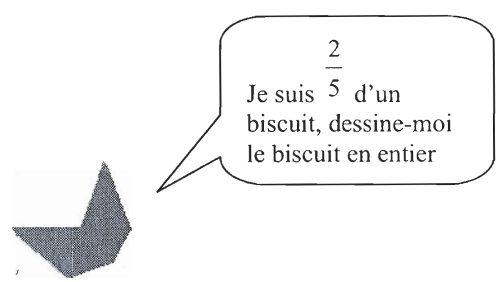
5- Amir et Arash ont chacun une pomme entière. Amir divise sa pomme en 12 parties égales et en mange 9 parties. Arash divise la sienne en 16 parties et en mange 12.

Amir dit à Arash : j'en ai mangé autant que toi!

Arash répond : Non. J'en ai mangé plus, car j'ai mangé 12 morceaux tandis que toi, tu en as mangé 9.

À ton avis, qui a raison? Pourquoi?

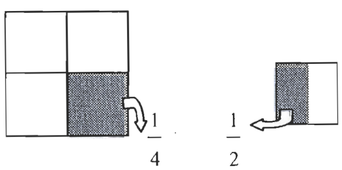
6-



7- Reza et Parissa demande à leur Maman de leur donner, respectivement $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$ d'une pomme entière. Parissa dit à Reza : ma part sera plus grande que le tienne, car 5 est plus grand que 3. Qu'est-ce que tu penses? Justifie ta réponse.

8- Trouver les fractions $\frac{3}{7}$ et $\frac{6}{5}$ sur la droite numérique.

9- Amin dit : j'ai déjà pensé que la fraction $\frac{1}{4}$ est plus petite que $\frac{1}{2}$, parce que $2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. Mais j'ai changé d'avis après que j'ai vu ces dessins :



Donc, la fraction $\frac{1}{4}$ pourrait être plus grande que la fraction $\frac{1}{2}$.

Qu'est-ce que tu penses à ce propos? Pourquoi?

10- Utiliser un des signes > ou < ou = dans ◯

a) $\frac{3}{11}$ ◯ $\frac{5}{11}$

b) $\frac{7}{4}$ ◯ $\frac{9}{4}$

c) $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{3}{12}$

d) $\frac{4}{7}$ ◯ $\frac{4}{9}$

e) $\frac{5}{6}$ ◯ $\frac{4}{7}$

(On a demandé verbalement aux enfants d'expliquer leurs réponses.)

APPENDICE C

TABLEAU DES CATÉGORIES DES RÉPONSES POUR LES VERSIONS II ET III

Tableaux des catégories des réponses pour la version II

Tableau 181
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 1(première figure) de la version II

<table>
<tr><th colspan="3" rowspan="2">Partition</th><th colspan="4">Quantification</th><th rowspan="3">Réponses plausibles</th></tr>
<tr><th colspan="2">Nombre de parties (dénominateur)</th><th colspan="2">Nombre de parties (numérateur)</th></tr>
<tr><th>Équitable</th><th>Approximativement équitable</th><th>Inéquitable</th><th>Exact</th><th>Inexact</th><th>Exact</th><th>Inexact</th></tr>
<tr><td>✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-1</td></tr>
<tr><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-3</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-5</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-6</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-7</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-8</td></tr>
<tr><td colspan="7">Ne fait rien</td><td>RI 3-9</td></tr>
</table>

Deuxième figure : le même grille.

Tableau 182
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 2(première figure) de la version II

Trouver la fraction demandée						Réponses plausibles
Correctement		Incorrectement				
Fraction irréductible	Fraction équivalente	Erreur visuelle	Absence d'équipartition		Autre	
			Partie/tout	Rapport		
✓						RI 3-1
	✓					RI 3-2
		✓				RI 3-3
			✓			RI 3-4
					✓	RI 3-5
				✓		RI 3-5'
Ne fait rien						RI 3-6

Deuxième figure : le même grille
Troisième figure (c) : le même grille

Tableau 183
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 3de la version II

Bonne réponse		Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Avec explication	Sans explication	Avec explication			Sans explication	
		Préférence pour une forme d'équipartition	Idée de rapport	Non pertinente		
✓						RI 4-1
	✓					RI 4-2
		✓				RI 4-3
			✓			RI 4-4
				✓		RI 4-5
					✓	RI 4-6
Ne fait rien						RI 4-7

Tableau 184
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 4de la version II

Bonne réponse		Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Avec explication	Sans explication	Avec explication			Sans explication	
		Préférence non pertinente	L'idée de rapport	Non pertinente		
✓						RI 5-1
	✓					RI 5-2
		✓				RI 5-3
			✓			RI 5-4
				✓		RI 5-5
					✓	RI 5-6
Ne fait rien						RI 5-7

Tableau 185
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 1de la version II

Bonne réponse				Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Avec explication		Avec explication inadéquate	Sans explication	Avec explication			Sans explication	
Abstraction	Formule classique			Lien avec connaissances de N	Différence entre dénom. et numé.	Non pertinente		
✓								RI 6-1
	✓							RI 6-2
		✓						RI 6-3
			✓					RI 6-4
				✓				RI 6-5
					✓			RI 6-5'
						✓		RI 6-6
							✓	RI 6-7
Ne fait rien								RI 6-8

Tableau 186
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 6de la version II

Réversibilité de partage							
Reconstruit le tout					Ne le reconstruit pas		Réponses plausibles
		Incorrectement					
Précisément	Approxima-tivement	Un tout qui ne réunit pas 4 parties	Un tout qui réunit 4 parties quelconques	Un tout quelconque	Divise la partie en 4 parts	Autre	
✓							RI 7-1
	✓						RI 7-2
		✓					RI 7-3
				✓			RI 7-4
					✓		RI 7-5
						✓	RI 7-6
			✓				RII III 7-8
Ne fait rien							RI 7-7

Tableau 187
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 7 de la version II

Bonne réponse			Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Avec explications		Sans explication	Avec explication			Sans explication	
Convaincantes	Moins convaincantes		Référence aux connaissances antérieures	Caractère généreux	Autre		
✓							RI 8-1
	✓						RI 8-2
		✓					RI 8-3
			✓				RI 8-4
				✓			RI 8-5
					✓		RI 8-6
						✓	RI 8-7
Ne fait rien							RI 8-8

Tableau 188
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 9 de la version II

Trouver la fraction 3/5 sur la droite numérique			Ne pas trouver 3/5 sur la droite numérique				Les réponses plausibles
Comme un nombre		Comme une fraction d'une nouvelle unité	Quantité discrète		Identifier seulement l'unité	Hors de propos	
Préci-sément	Appro-ximati-vement		Intervalle (0,1)	Intervalle (0,5)			
✓							RI 9-1
	✓						RI 9-2
			✓				RI 9-3
				✓			RI 9-4
		✓					RI 9-5
					✓		RI 9-6
						✓	RI 9-7
Ne fait rien							RI 9-8

Tableau 189
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 9 de la version II

Bonne réponse avec explications s'appuyant sur l'abstraction	Bonne réponse avec explications moins convaincantes ou sans explication	Mauvaise réponses			Les réponses plausibles
		Idée de rapport	Référence à la forme ou à la grandeur du tout	Autre	
✓					RI 10-1
	✓				RI 10-2
		✓			RI 10-3
			✓		RI 10-4
				✓	RI 10-5
Ne fait rien					RI 10-6

Tableau 190
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 10.a de la version II

Bonne réponse				Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Fractions équivalentes	Abstraction	Autre	Sans justification	Comparaison additive	Comparaison multiplicative erronée	Autre démarche erronée	Sans justification	
✓								RI 11-1
	✓							RI 11-2
		✓						RI 11-3
			✓					RI 11-4
				✓				RI 11-5
					✓			RI 11-6
						✓		RI 11-8
							✓	RI 11-9
Ne fait rien								**RI 11-10**

Tableau 191
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 10.b de la version II

Bonne réponse				Mauvaise réponse					Réponses plausibles
Fractions équivalentes	Abstraction	Autre	Sans justification	Compa-raison additive	Compa-raison multiplicative erronée	Générali-sation erronée	Autre démarche erronée	Sans justifi-cation	
✓									RI 11-1
	✓								RI 11-2
		✓							RI 11-3
			✓						RI 11-4
				✓					RI 11-5
					✓				RI 11-6
						✓			RI 11-7
							✓		RI 11-8
								✓	RI 11-9
Ne fait rien									RI 11-10

c) le même grille que a)
d) le même grille que a)

Tableaux des catégories des réponses pour la version III

Tableau 192
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 1 (première figure) de la version III

<table>
<tr><th colspan="3" rowspan="2">Partition</th><th colspan="4">Quantification</th><th rowspan="3">Réponses plausibles</th></tr>
<tr><th colspan="2">Nombre de parties (dénominateur)</th><th colspan="2">Nombre de parties (numérateur)</th></tr>
<tr><th>Équitable</th><th>Approximativement équitable</th><th>Inéquitable</th><th>Exact</th><th>Inexact</th><th>Exact</th><th>Inexact</th></tr>
<tr><td>✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-1</td></tr>
<tr><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-3</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>✓</td><td></td><td>RI 2-5</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-6</td></tr>
<tr><td colspan="2">✓</td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-7</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td>RI 2-8</td></tr>
<tr><td colspan="7">Ne fait rien</td><td>RI 2-9</td></tr>
</table>

Deuxième figure : le même grille

Tableau 193
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 2 (première figure) de la version III

Trouver la fraction demandée						Réponses plausibles
Correctement		Incorrectement				
Fraction irréductible	Fraction équivalente	Erreur visuelle	Absence d'équipartition		Autre	
			Partie/tout	Rapport		
✓						RI 3-1
	✓					RI 3-2
		✓				RI 3-3
			✓			RI 3-4
					✓	RI 3-5
				✓		RI 3-5'
Ne fait rien						RI 3-6

Deuxième figure : le même grille

Tableau 194
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 2 (troisième figure) de la version III

Trouver la fraction demandée									Réponses plausibles
Correctement		Incorrectement							
			Traite séparément les parties gauche et droite		Absence d'équipartition				
Fraction irréductible	Fraction équivalente	Erreur visuelle	Localement correcte	Localement incorrecte	2/6	1/2+1/4	Traite global-ement la figure	Autre	
✓									RI 3-1
	✓								RI 3-2
		✓							RI 3-3
							✓		RI 3-4
					✓				RI 3-4'
						✓			RI 3-4"
								✓	RI 3-5
			✓						RIII 3-8-c
				✓					R III 3-9-c
Ne fait rien									RIII 3-6

Tableau 195
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 3 de la version III

<table>
<tr><th colspan="2">Bonne réponse</th><th colspan="4">Mauvaise réponse</th><th rowspan="3">Réponses plausibles</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Avec explication</th><th rowspan="2">Sans explication</th><th colspan="3">Avec explication</th><th rowspan="2">Sans explication</th></tr>
<tr><th>Préférence pour une forme d'équipartition</th><th>Rapport erroné</th><th>Non pertinente</th></tr>
<tr><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 4-1</td></tr>
<tr><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 4-2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td>RI 4-3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td>RI 4-4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 4-5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td>RI 4-6</td></tr>
<tr><td colspan="6">Ne fait rien</td><td>RI 4-7</td></tr>
</table>

Tableau 196
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 4 de la version III

<table>
<tr><th colspan="2">Bonne réponse</th><th colspan="4">Mauvaise réponse</th><th rowspan="3">Réponses plausibles</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Avec explication</th><th rowspan="2">Sans explication</th><th colspan="3">Avec explication</th><th rowspan="2">Sans explication</th></tr>
<tr><th>Préférence non pertinente</th><th>L'idée de rapport</th><th>Non pertinente</th></tr>
<tr><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 5-1</td></tr>
<tr><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 5-2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td>RI 5-3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td>RI 5-4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 5-5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td>RI 5-6</td></tr>
<tr><td colspan="6">Ne fait rien</td><td>RI 5-7</td></tr>
</table>

Tableau 197
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 5 de la version III

Bonne réponse				Mauvaise réponse				Réponses plausibles
Avec explication adéquate		Avec explication inadéquate	Sans explication	Avec explication			Sans explication	
Abstraction	Formule classique			Lien avec connaissances de N	Différence entre dénom. et numé.	Non pertinente		
✓								RI 6-1
	✓							RI 6-2
		✓						RI 6-3
			✓					RI 6-4
				✓				RI 6-5
					✓			RI 6-5'
						✓		RI 6-6
							✓	RI 6-7
Ne fait rien								RI 6-8

Tableau 198
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 6 de la version III

Réversibilité de partage							
Reconstruit le tout					Ne le reconstruit pas		Réponses plausibles
		Incorrectement					
Précisément	Approximativement	Un tout qui ne réunit pas 5 parties	Un tout qui réunit 5 parties quelconques	Un tout quelconque	Divise la partie en 5 parts	Autre	
✓							RI 7-1
	✓						RI 7:2
		✓					RI 7-3
				✓			RI 7-4
					✓		RI 7-5
						✓	RI 7-6
			✓				RI 7-8
Ne fait rien							RI 7-7

Tableau 199
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 7III de la version III

Bonne réponse			Mauvaise réponse			Réponses plausibles
Avec explications		Sans explication	Avec explication		Sans explication	
Convaincantes	Moins convaincantes		Référence aux connaissances antérieures	Autre		
✓						RI 8-1
	✓					RI 8-2
		✓				RI 8-3
			✓			RI 8-4
				✓		RI 8-5
					✓	RI 8-6
Ne fait rien						RI 8-7

Tableau 200
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 8.a (la fraction 3/7) de la version III

<table>
<tr><th colspan="3">Trouver la fraction 3/7 sur la droite numérique</th><th colspan="4">Ne pas trouver 3/7 sur la droite numérique</th><th rowspan="3">Les réponses plausibles</th></tr>
<tr><th colspan="2">Comme un nombre</th><th rowspan="2">Comme une fraction d'une nouvelle unité</th><th colspan="2">Quantité discrète</th><th rowspan="2">Identifier seulement l'unité</th><th rowspan="2">Hors de propos</th></tr>
<tr><th>Préci-sément</th><th>Appro-ximati-vement</th><th>Intervalle (0,1)</th><th>Intervalle (0,7)</th></tr>
<tr><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 9-1</td></tr>
<tr><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 9-2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td>RI 9-3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td>RI 9-4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>RI 9-5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td></td><td>RI 9-6</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>✓</td><td>RI 9-7</td></tr>
<tr><td colspan="7">Ne fait rien</td><td>RI 9-8</td></tr>
</table>

Tableau 201
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 8.a (la fraction 6/5) de la version III

Trouver la fraction 6/5 sur la droite numérique		Ne pas trouver 6/5 sur la droite numérique				Les réponses plausibles
		Trouver les fractions		Indiquer seulement les nombres 1 et 2	Hors de propos	
Précisément	Approximativement	8/5	5/6			
✓						RIII 8-1
	✓					RIII 8-2
		✓				RIII 8-3
			✓			RIII 8-4
				✓		RIII 8-5
					✓	RIII 8-6
Ne fait rien						RIII8-8
Trouver seulement une des fraction demandée sur la droite numérique						RIII 8-9

Tableau 202
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 9 de la version III

Bonne réponse				Mauvaise réponse			Réponse plausible
Voir la fraction comme nombre	Idée d'avoir le même tout	Justification inadéquate	Autre	1/4 >1/2	Contradictoire	Autre	
✓							RIII 9-1
	✓						RIII 9-2
		✓					RIII 9-3
					✓		RIII 9-4
						✓	RIII 9-5
			✓				RIII 9-7
				✓			RIII 9-8
Ne fait rien							RIII 9-6

Tableau 203
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 10.a de la version III

Bonne réponse				**Mauvaise réponse**				**Réponses plausibles**
Les fractions équivalentes	**L'abst-raction**	**Une autre façon**	**Sans justificat-ion**	**Comparais-on additive**	**Compara ison multiplic ative erronée**	**Autre démarche erronée**	**Sans justification**	
✓								RI 11-1
	✓							RI 11-2
		✓						RI 11-3
			✓					RI 11-4
				✓				RI 11-5
					✓			RI 11-6
						✓		RI 11-8
							✓	RI 11-9
Ne fait rien								RI 11-10

b) le même grille que (a)
c) le même grille que (a)

Tableau 204
Résumé des catégories des réponses plausibles à la question 10.d de la version III

Bonne réponse				Mauvaise réponse					Réponses plausibles
Fractions équivalentes	Abstraction	Autre	Sans justification	Comparaison additive	Comparaison multiplicative erronée	Généralisation erronée	Autre démarche erronée	Sans justification	
✓									RI 11-1
	✓								RI 11-2
		✓							RI 11-3
			✓						RI 11-4
				✓					RI 11-5
					✓				RI 11-6
						✓			RI 11-7
							✓		RI 11-8
								✓	RI 11-9
Ne fait rien									RI 11-10

e) le même grille que (a)

APPENDICE D

TABLEAUX DES COTES HIÉRARCHISÉES POUR LES VERSIONS II ET III

Tableaux des cotes hiérarchisées pour la version II

Tableau 205
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 1 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 1	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	300	Moyenne
4	300	Faible
5	400	Faible
6	300	Moyenne
7	400	Faible
8	500	Non manifeste dans la réponse
9	600	Pas de réponse

Tableau 206
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 2 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 2	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	200	Bonne
4	500	Non manifeste dans la réponse
5	500	Non manifeste dans la réponse
5'	500	Non manifeste dans la réponse
6	600	Moyenne

Tableau 207
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 3 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 3	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
4	200	Bonne
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse

Tableau 208
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 4 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 4	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse

Tableau 209
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 5 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 5	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	300	Moyenne
4	300	Moyenne
5	500	Non manifeste dans la réponse
5’	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 210
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 6 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 6	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
4	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse
8	300	Moyenne

Tableau 211
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 7 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 7	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	200	Bonne
3	300	Moyenne
4	500	Non manifeste dans la réponse
5	300	Moyenne
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 212
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 8 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 8	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	200	Bonne
4	400	Faible
5	300	Moyenne
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 213
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 9 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 9	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
4	500	Non manifeste dans la réponse
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	600	Pas de réponse

Tableau 214
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 10 de la version II

Catégorie de la réponse à la question 10	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	100	Très bonne
4	300	Moyenne
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	500	Non manifeste dans la réponse
9	500	Pas de réponse
10	600	

Tableaux des cotes hiérarchisées pour la version III

Tableau 215
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 1 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 1	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	300	Moyenne
4	300	Faible
5	400	Faible
6	300	Moyenne
7	400	Faible
8	500	Non manifeste dans la réponse
9	600	Pas de réponse

Tableau 216
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 2 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 2	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	200	Bonne
4	500	Non manifeste dans la réponse
4’	400	Faible
4”	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
5’	500	Non manifeste dans la réponse
6	600	Pas de réponse
8	300	Moyenne
9	500	Non manifeste dans la réponse

Tableau 217
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 3 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 3	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
4	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse

Tableau 218
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 4 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 4	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse

Tableau 219
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 5 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 5	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	300	Moyenne
4	300	Moyenne
5	500	Non manifeste dans la réponse
5'	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 220
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 6 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 6	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	400	Faible
4	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse
8	300	Moyenne

Tableau 221
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 7 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 7	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	200	Bonne
3	300	Moyenne
4	500	Non manifeste dans la réponse
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	600	Pas de réponse

Tableau 222
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 8.a de la version III

Catégorie de la réponse à la question 8.a	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	200	Bonne
4	400	Faible
5	300	Moyenne
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 223
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 8.b de la version III

Catégorie de la réponse à la question 8.b	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	200	Bonne
6	500	Non manifeste dans la réponse
8	600	Pas de réponse

Tableau 224
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 9 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 9	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	200	Bonne
4	400	Faible
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	600	Pas de réponse
7	100	Très bonne
8	500	Non manifeste dans la réponse

Tableau 225
Attribution des cotes aux réponses plausibles à la question 10 de la version III

Catégorie de la réponse à la question 10	Cote	Compréhension
1	100	Très bonne
2	100	Très bonne
3	100	Très bonne
4	300	Moyenne
5	500	Non manifeste dans la réponse
6	500	Non manifeste dans la réponse
7	500	Non manifeste dans la réponse
8	500	Non manifeste dans la réponse
9	500	Pas de réponse
10	600	

APPENDICE E

QUESTIONNAIRE DES ENSEIGNANTS

Cher(ère) collègue !

Le questionnaire qui vous est fourni, est élaboré dans le but d'identifier quelques problèmes et déficits dans notre système d'enseignement qui se répercutent sur l'apprentissage de nos élèves. Évidemment, cette recherche ne pourrait avancer et donner les résultats souhaités sans votre aide, votre collaboration et la prise en considération de vos expériences.

Il faut noter toutefois que cette étude est entrain de se faire dans le cadre d'une thèse de doctorat et que notre intention n'est nullement de vous évaluer ni d'évaluer l'école à laquelle vous appartenez.

Sachant qu'une partie de cette étude sera fondée sur l'analyse de vos réponses, veuillez, chers collègues, bien vouloir répondre aux questions soigneusement.

Je vous remercie à l'avance pour votre attention et votre collaboration.

Mahdokht Naghibi-Beidokhti

Questionnaire des enseignants

<u>Partie A</u> : les identifications générales

1- Vous êtes de quel sexe?
féminin □ masculin□

2- Quelle est votre formation?
diplôme de secondaire □ diplôme d'enseignante primaire □
baccalauréat en enseignement de secondaire □ baccalauréat □
autre(expliquez) □

3- Depuis combien de temps enseignez-vous?
moins de 2 ans □ entre 2-5 ans ou 5 ans □ entre 5-10ans □
plus que 10 ans □

4- Quelles sont vos <u>principales sources</u> de références pour votre enseignement?
manuels scolaires □ guide du maître □ autre (expliquez) □

5- Dans ce qui suit, précisez les caractéristiques de classe dans laquelle vous enseignez présentement.

Niveau scolaire :
3 ière année du primaire □ 4 ière année du primaire □
5 ière année du primaire □ 1 ière année du secondaire junior □
2 ière année du secondaire junior □ 3 ière année du secondaire junior □

Cette classe se forme de quel groupe d'élèves?
fille □ garçon □ les deux □ adulte □

L'école dans la quelle vous enseignez cette classe, est de quel type?
publique □ privée □ autre (expliquez) □

L'école dans la quelle vous enseignez cette classe, se situe dans quelle zone?
urbaine □ banlieue ou semi-rurale □ rurale □

Le milieu socio-économique de l'école est : pauvre □ moyen □ riche □

Si vous avez seulement une classe d'élèves, passez à la partie B.

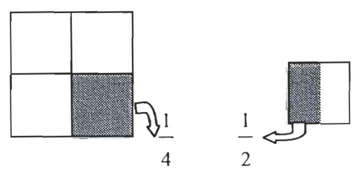
<u>Partie B</u> : enseignement de la notion de fraction

1- Imaginez que dans votre classe, vous voulez introduire aux élèves «la fraction » (par exemple la fraction $\frac{1}{3}$), comment allez-vous procéder?

2- Dans votre classe, pour enseigner une première fois aux élèves « la comparaison des fractions » (par exemple pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$), que ferez-vous?

3- Imaginez qu'un de vos élèves vous dise :
« $\frac{1}{4} > \frac{1}{2}$ car la partie hachurée de la figure (a) (représentant de $\frac{1}{4}$) est plus grande que la partie hachurée de la figure (b) (représentant de $\frac{1}{2}$) »
Comment réagissez-vous?

(a) (b)



4- Comment présentez-vous aux élèves, la notion de « fractions équivalentes » (par exemple $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = ...$) ?

APPENDICE F

TABLEAUX DES LIENS SOCIO-ÉCONOMIQUES AVEC LES RÉPONSES PLAUSIBLES

Tableau 226
Résultats des tests de chi-carré
Réponses aux questions vs sexe des élèves

	Résultats Groupe I		Résultats Groupe II	Groupe III
Question 1	0,612			
Question 2	0,791	Question 1a	0,608	0,
		Question 1b	0,325	0,
Question 3a	0,333	Question 2a	0,881	0,
Question 3b	0,252	Question 2b	0,953	0,
Question 3c	0,120	Question 2c	0,751	0,
Question 4	0,809	Question 3	0,129	0,
Question 5	0,061	Question 4	0,123	0,
Question 6	0,512	Question 5	0,673	0,
Question 7	0,013	Question 6	0,021	0,
Question 8	0,191	Question 7	0,571	0,
Question 9	0,149	Question 8 et 8a	0,853	0,
		Question 8b		0,
Question 10	0,000	Question 9	0,802	0,
Question 11a	0,006	Question 10a	0,251	0,
Question 11b	0,001	Question 10b	0,109	0,
Question 11c	0,003	Question 10c	0,100	0,
		Question 10d	0,144	0,
		Question 10e		0,

Le test est significatif si la valeur est inférieure à 0,05

Tableau 227
Résultats des tests de chi-carré
Réponses aux questions vs type (publique ou privée) d'école

	Résultats Groupe I		Résultats Groupe II	Résultats Groupe III
Question 1	0,094			
Question 2	0,681	Question 1a	0,631	0,368
		Question 1b	0,553	0,001
Question 3a	0,809	Question 2a	0,114	0,009
Question 3b	0,968	Question 2b	0,015	0,039
Question 3c	0,813	Question 2c	0,229	0,000
Question 4	0,478	Question 3	0,557	0,000
Question 5	0,213	Question 4	0,527	0,357
Question 6	0,513	Question 5	0,202	0,000
Question 7	0,006	Question 6	0,456	0,001
Question 8	0,227	Question 7	0,122	0,001
Question 9	0,018	Question 8 et 8a	0,667	0,311
		Question 8b		0,664
Question 10	0,009	Question 9	0,129	0,000
Question 11a	0,004	Question 10a	0,558	0,029
Question 11b	0,126	Question 10b	0,215	0,026
Question 11c	0,194	Question 10c	0,051	0,001
		Question 10d	0,197	0,085
		Question 10e		0,004

Le test est significatif si la valeur est inférieure à 0,05

Tableau 228
Résultat des tests de chi-carré
Réponses aux questions vs zone (urbaine, banlieue, semi-rurale) de l'école

	Résultats Groupe I		Résultats	
			Groupe II	Groupe III
Question 1	0,000			
Question 2	0,273	Question 1a	0,	0,
		Question 1b	0,	0,
Question 3a	0,010	Question 2a	0,	0,
Question 3b	0,008	Question 2b	0,	0,
Question 3c	0,002	Question 2c	0,	0,
Question 4	0,256	Question 3	0,	0,
Question 5	0,118	Question 4	0,	0,
Question 6	0,193	Question 5	0,	0,
Question 7	0,014	Question 6	0,	0,
Question 8	0,159	Question 7	0,	0,
Question 9	0,670	Question 8 et 8a	0,	0,
		Question 8b		0,
Question 10	0,531	Question 9	0,	0,
Question 11a	0,032	Question 10a	0,	0,
Question 11b	0,049	Question 10b	0,	0,
Question 11c	0,112	Question 10c	0,	0,
		Question 10d	0,	0,
		Question 10e		0,

Le test est significatif si la valeur est inférieure à 0,05