Développement et déterminants précoces de la connaissance des nombres et des habiletés mathématiques à l'enfance

Thèse

Gabrielle Garon-Carrier

Doctorat en psychologie
Philosophiae Doctor (Ph.D.)

Québec, Canada

Développement et déterminants précoces de la connaissance des nombres et des habiletés mathématiques à l'enfance

Thèse

Gabrielle Garon-Carrier

Sous la direction de :

Michel Boivin, directeur de recherche
Ginette Dionne, codirectrice de recherche

Résumé

La connaissance des nombres, un précurseur des habiletés mathématiques, est essentielle à la maitrise de concepts fondamentaux en début de scolarisation. On sait toutefois peu de choses des mécanismes qui sous-tendent la connaissance des nombres, des facteurs qui influencent son développement et de sa contribution à long terme au développement des mathématiques. Dans le cadre de cette thèse doctorale, des trajectoires de développement de la connaissance des nombres ont été établies entre l'âge de 4 et 7 ans auprès de 1597 enfants. Quatre trajectoires ont été identifiées, dont l'une est constituée d'enfants (10%) qui se caractérisent par une connaissance des nombres constamment inférieure aux autres. Ces enfants ont été comparés aux autres sur leurs compétences en mathématiques à 8 et 10 ans, et ont également été évalués sur différents aspects de leur environnement familial et sur leurs habiletés cognitives à 41 mois. Les résultats montrent que les enfants avec une faible connaissance des nombres à l'âge préscolaire demeurent avec un rendement en mathématiques inférieur à celui des autres enfants et ce, jusqu'à la fin de l'école primaire. Ces enfants se caractérisent d'ailleurs par un revenu familial moindre, une faible scolarité du père, et des habiletés visuospatiales, une capacité de rétention et un développement cognitif général inférieurs à ceux des autres enfants. De plus, des modélisations génétiques effectuées à 5, 7, et 10-12 ans montrent que l'environnement commun aux jumeaux (p.ex., l'éducation familiale) explique principalement les variations individuelles de la connaissance des nombres à l'enfance alors qu'en vieillissant, ces variations s'expliquent davantage par les facteurs génétiques et spécifiques à l'environnement de chaque individu. Ces résultats sont similaires pour les garçons et les filles. Les résultats montrent également que la variance génétique est associée à la stabilité de la connaissance des nombres et à son association prédictive au rendement en mathématiques. Ces facteurs génétiques expliquent aussi des changements qui sont spécifiques au rendement en mathématiques, ce qui suggère l'apport de nouveaux gènes au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire. Les facteurs de l'environnement, commun et unique à chacun des jumeaux, contribuent tous deux à la stabilité de l'association entre la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques, sans apport additionnel significatif de ces facteurs après la période préscolaire. Ensemble, les résultats de cette thèse révèlent que la période préscolaire s'avère la plus propice pour intervenir auprès d'enfants afin de prévenir les difficultés en mathématiques.

Abstract

Number knowledge and skills (NKS), the conceptual and procedural understanding of whole numbers, predicts later scholastic achievement. However, little is known about the mechanisms underlying the NKS, its antecedents in early childhood, and its predictive validity to later math achievement. Children's NKS was assessed four times at regular intervals between the ages 4 and 7 years in a large, representative population-based sample. Developmental trajectories of NKS were established for 1597 children. Four different groups of preschoolers were identified. About 10% of the children belonged to a trajectory of constantly and significantly lower performance compared with the other trajectories. These children were compared with others on their mathematics achievement at ages 8 and 10, and were also evaluated with respect to several features of their family environment at 5, 18 and 30 months, as well as their cognitive skills at age 41 months. The results showed significant differences between the trajectories of NKS with respect to later math achievement in elementary school, with the low trajectory-group remaining low throughout these years. The onset and developmental course of low NKS were associated with low household income and father educational background, low children's early cognitive development, and more specifically, weak visual-spatial skills and memory span. Children with low cognitive abilities and poor living condition are at risk of low NKS profile from late preschool to school entry, and therefore, deserve special attention to alleviate later mathematic difficulties. Moreover, genetic multivariate analysis at ages 5, 7, and 10-12 years showed that shared environmental factors between twins of the same family (e.g. sharing the same home environment) mainly explained individual variations in preschool NKS, with increased heritability with time – genetic factors play the dominant role in later math achievement, suggesting different mechanisms in math-related tasks over the years. However, these mechanisms were similar for boys and girls. Genetic factors accounted for continuity from preschool NKS to late primary math achievement, but also explained specific variations in mathematics achievement, which suggest activation of new genes relevant to mathematics in late primary school years. The shared and non-shared environmental factors involved in preschool NKS were carried over to mathematics achievement, with no additional age-specific effect after the preschool period. Altogether, the results of this thesis highlight the preschool age as an optimum window for prevention and intervention of math difficulties. Given this, screening for early NKS and math difficulties should be afforded before school entry in order to provide additional support as soon as difficulties emerge in this area.

Table des matières

Listes des tableaux

Liste des figures

Liste des abréviations

Δ-2LL	Statistique du rapport de vraisemblance / -2 Log Likelihood ratio
A	Paramètre génétique / genetic parameter estimates
ANOVA	Analyse de variance / Analysis of variance
AIC	Critère d'information d'Akaike / Akaike's information criterion
BIC	Critère d'information Bayésien / Bayesian Information Criterion
C	Paramètre de l'environnement partagé / Shared environmental parameter estimates
CFI	Indice d'ajustement comparatif / Comparative fit index
DZ	Dizygote / Dizygotic
E	Paramètre de l'environnement unique / Nonshared environmental parameter estimates
FILM	Maximum de vraisemblance / Full information maximum likelihood
MCAR	Données manquantes complètement aléatoire / Missing completely at random
MVA	Analyse de valeurs manquantes / Missing value analysis
MZ	Monozygote / Monozygotic
NKS	Connaissance des nombres / Number knowledge and skills
NKT	Test de la connaissance des nombres / Number knowledge test
PACOTIS	Échelle des cognitions et des conduits parentales envers l'enfant / Parental Cognitions and Conduct Toward the Infant Scale
PMK	Personne connaissant mieux l'enfant / Person most knowledgeable
PPVT	Échelle de vocabulaire en images Peabody / Peabody Picture Vocabulary Test
QLSCD	Étude Longitudinale du développement des enfants du Québec / Quebec Longitudinal Study of Child Development
QNTS	Étude de jumeaux nouveau-nés du Québec / Quebec Newborn Twin Study
RMSEA	Erreur quadratique moyenne de l'approximation / Root mean square error of approximation
NSE/SES	Niveau socioéconomique / socioeconomic status
TLI	Indice de Tucker– Lewis / Tucker– Lewis index
VCR	Test de rappel d'indices visuels / Visually Cued Recall Task
WPPSI-R	Échelle d'intelligence de Wechsler pour la période préscolaire et primaire / Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence Revised

Remerciements

Cette thèse symbolise l'aboutissement d'un long cheminement personnel pavé d'obstacles et de succès. Je remercie sincèrement toutes les personnes qui en ont pris part en commençant, tout d'abord, par mon directeur de thèse, Dr. Michel Boivin, pour toutes les opportunités qu'il m'a offertes, pour sa vision, sa rigueur intellectuelle, ses réflexions critiques quant à mes travaux de recherche, et pour son soutien dans les moments décisifs. J'aimerais également remercier ma co-directrice de thèse, Dr. Ginette Dionne pour ses idées novatrices, son regard singulier sur mes travaux et ses encouragements tout au long de mon parcours. Je tiens aussi à remercier les membres de mon comité de thèse, Dr. Jean-Pascal Lemelin et Dr. Sébastien Tremblay pour leurs commentaires justes et constructifs.

Ce projet n'aurait pu voir le jour sans l'implication des membres de l'équipe de recherche du GRIP-Laval. Merci à Bei Feng et Hélène Paradis, pour leur aide à la réalisation de mes analyses statistiques, Nadine Forget-Dubois, pour ses judicieux conseils et son assistance aux étudiants, et Marie-Noëlle St-Pierre, pour ses services quotidiens au sein du groupe de recherche. Merci aussi à mes collègues Catherine Mimeau, Jeffrey Henry, et Vickie Plourde, avec qui j'ai partagé mes réflexions et mes états d'âmes.

J'aimerais également remercier tous les participants de l'Étude Longitudinale du Développement des Enfants du Québec et de l'Étude des Jumeaux Nouveau-nés du Québec, ainsi que le Fonds de recherche du Québec – Société et culture, et le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada pour les généreuses bourses qu'ils m'ont octroyées et sans lesquelles je n'aurais pu réaliser mes études doctorales.

J'aimerais finalement exprimer toute ma reconnaissance envers mes parents Michel et Micheline, et mon frère Julien pour leur soutien constant et leur intérêt envers ma thèse. Merci à mes précieuses amies Laura et Paméla, et plus particulièrement à Léa et Greg pour nos longues heures de discussion dans mes moments de découragements. Finalement, merci à mon amoureux Manuel qui croit en moi et qui m'accompagne dans la réalisation de mes projets.

Avant-Propos

Les Chapitres 2 et 3 de cette thèse constituent des articles empiriques soumis à des revues scientifiques en vue d'être publiés. En tant qu'auteure principale, j'ai conçu les études et rédigé ces deux articles. Les auteurs de ces articles sont, dans l'ordre, Gabrielle Garon-Carrier de l'Université Laval, Michel Boivin de l'Université Laval et Tomsk State University, Jean-Pascal Lemelin de l'Université de Sherbrooke, Yulia Kovas de Goldsmith College University of London et Tomsk State University, Jean R. Séguin et Frank Vitaro de l'Université de Montréal, Richard E. Tremblay affilié à l'Université de Montréal, University College Dublin et Tomsk State University, et Ginette Dionne de l'Université Laval.

Chapitre 1 :

Introduction

C’est au cours de la période préscolaire que l’enfant fait l’acquisition de plusieurs habiletés sur les plans cognitif et social, habiletés qui lui permettront d’assurer un bon fonctionnement à l’école (Melhuish et al., 2008; Zuckerman & Halfon, 2003). Durant cette période, l’enfant apprend des notions de base sur les nombres qui faciliteront sa préparation scolaire et sa réussite académique à l’école primaire (Duncan et al., 2007; Lemelin et al., 2007). Cette connaissance des nombres réfère à la grandeur relative des nombres (7 > 4), la capacité de compter (n+1), d’appliquer des concepts arithmétiques de base (2+2) et d’effectuer des opérations mentales (Okamoto & Case, 1996)[1]. La connaissance des nombres permettrait une compréhension plus profonde de problèmes mathématiques plus complexes tels que le calcul multi-chiffres et la résolution de problèmes mathématiques écrits (Gersten, Clarke, & Jordan, 2007). Elle favoriserait également l’acquisition de techniques de résolution de problèmes telles que compter sur ses doigts, compter verbalement, récupérer directement la réponse en mémoire et décomposer un problème arithmétique en étape (Geary, 2004). La connaissance des nombres serait donc un déterminant présumé important des habiletés mathématiques futures (Byrnes & Wasik, 2009; Duncan et al., 2007; Lemelin et al., 2007).

Les recherches sur les habiletés numériques en bas âge constituent une base empirique essentielle à la compréhension du développement des mathématiques. Près de 10% des élèves reçoivent un diagnostic de trouble d’apprentissage en mathématiques au cours de l’école primaire (Barbaresi, Katusic, Colligan, Weaver, & Jacobsen, 2005; Jordan, 2010; Shalev, Manor, Gross-Tsur, 2005), sans compter que 23% de la population canadienne adulte ne maitrise pas les habiletés mathématiques nécessaires au fonctionnement quotidien (Statistics Canada, 2013). En effet, les mathématiques sous-tendent plusieurs aptitudes sollicitées dans la vie quotidienne. La planification des finances personnelles et la gestion du temps sont des situations courantes qui exigent la maitrise d’habiletés comme les fractions, les pourcentages et les ratios (Siegler, 2007). Les mathématiques sont aussi importantes pour la réussite ultérieure de l’enfant, et s’avère un outil indispensable à plusieurs professions (Duncan et al., 2007; Jordan, 2010; Smith, 2004). Elles sont d’ailleurs à l’origine d’un système de pensées qui permet de comprendre les relations entre différents phénomènes, de comparer les coûts et les bénéfices, et d’envisager l’ensemble des stratégies possibles pour résoudre un problème (Siegler, 2007; Smith, 2004).

[1] Les articles de la présente thèse utilisent le terme Number knowledge and skills (NKS) afin de refléter plus justement ce que mesure le test de connaissance des nombres.

Ainsi, la compréhension des mécanismes à l'origine de la connaissance des nombres et de l'évolution de ces mécanismes au cours de la petite enfance pourrait favoriser un dépistage précoce des difficultés dans ce domaine. Cela permettrait également d'envisager de nouvelles pistes d'intervention, d'éclairer les parents et les intervenants du milieu de l'éducation quant aux pratiques pédagogiques à privilégier et, dans une plus large mesure, orienter les politiques en matière d'éducation à la petite enfance.

La présente thèse de doctorat vise à étudier le développement de la connaissance des nombres, ses déterminants, et les processus qui régissent l'association entre la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques au cours de l'enfance. Elle se compose de deux chapitres rédigés sous forme d'articles scientifiques. Le premier article documente le développement de la connaissance des nombres à la fin de la période préscolaire jusqu'à l'entrée à l'école primaire, et vise à prédire l'appartenance à une trajectoire à risque de difficultés en mathématiques à partir de divers facteurs cognitifs et sociodémographiques qui caractérisent le milieu de vie de l'enfant. Le deuxième article porte sur les déterminants génétiques et environnementaux de la connaissance des nombres en début de scolarité (5 et 7 ans) et du rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire (10-12 ans). Cet article examine également les déterminants génétiques et environnementaux liés à la stabilité et aux variations de la connaissance des nombres au cours du développement, et à leur association au rendement en mathématiques.

1.1. DÉVELOPPEMENT DES MATHÉMATIQUES

Dès la première année de vie, les nourrissons auraient des habiletés numériques préverbales (Cordes & Brannon, 2008; Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009). Une de ces habiletés, communément appelée la perception des nombres (*number sense*) (Dehaene, 1997), s'observerait chez les humains et certaines espèces non-humaines (Anderson & Cordes, 2013), et serait liée à la survie de l'espèce (Uller, Urquhart, Lewis, & Berntsen, 2013). Chez les humains, la perception des nombres serait nécessaire à l'apprentissage de notions complexes associées au calcul et à la résolution de problèmes mathématiques (Halberda & Feigenson, 2008).

On dit de la perception des nombres qu'elle est intuitive en ce sens qu'elle implique l'existence d'un système primitif de représentation non-symbolique des nombres fondé sur la discrimination visuelle d'objets qui permettrait de dénombrer de petites quantités d'objets (< 3) bien avant l'acquisition du langage (Anderson & Cordes, 2013; VanMarle, 2013). Malgré son caractère universel, des différences individuelles dans la perception des nombres non-symboliques chez l'humain seraient tout de même observées en bas âge (Baroody, Lai, & Mix, 2006) et associées aux habiletés numériques au cours du développement (Halberda & Feigenson, 2008). En effet, la représentation des nombres évolue au cours de la petite enfance, évoluant d'une représentation non-symbolique (quantité) à une représentation symbolique du nombre (chiffre) (Halberda & Feigenson, 2008; Xu & Arriaga, 2007).

1.1.1. REPRÉSENTATION NON-SYMBOLIQUE DES NOMBRES

Tout débute chez le nourrisson par une capacité précoce à distinguer des ensembles d'objets de grande et de petite quantité à l'aide de deux mécanismes perceptivo-cognitifs distincts possiblement à l'origine de la perception des nombres. D'une part, les nourrissons seraient dotés d'un système de suivi visuel d'objets qui, dès l'âge de 3 mois, leur permettrait de distinguer de petites quantités d'objets (3 items ou moins). Ce système de suivi visuel d'objet (object tracking system) est toutefois limité dans sa capacité à suivre visuellement plusieurs objets à la fois (Anderson & Cordes, 2013; McCrink & Wynn, 2004). Cette forme de représentation numérique est limitée à un certain nombre d'indices dans l'environnement, ce qui permet à l'enfant de maintenir un contact visuel avec des objets en mouvement. Ce mécanisme est utilisé pour établir une correspondance un à un entre un objet et une unité, et favoriserait une représentation exacte de petites quantités d'objets (Anderson & Cordes, 2013).

En plus de solliciter le système visuel, ce mécanisme sollicite également les ressources attentionnelles des nourrissons. Le système de suivi visuel d'objets demande à l'enfant de sélectionner des éléments dans l'environnement (attention sélective) et de les suivre visuellement lorsqu'ils se déplacent (attention soutenue). Une étude récente montre d'ailleurs que ces deux types d'habiletés attentionnelles sont des précurseurs de la numératie chez les enfants de 3 à 6 ans et prédisent leurs habiletés mathématiques un an plus tard (Steele, Karmiloff-Smith, Cornish, & Scerif, 2012).

Par ailleurs, des études appuient l'existence d'un mécanisme de représentation approximative des nombres connu sous le nom de « analog-magnitude system » ou « approximate number system » (Anderson & Cordes, 2013; McCrink & Wynn, 2004). La capacité des enfants à se représenter mentalement les nombres et les mesures continues (p.ex., la durée, la superficie, etc.) reposerait sur un système d'estimation des quantités qui suit la loi de Weber voulant que les enfants soient plus sensibles à la différence de proportion plutôt qu'à la différence absolue entre deux quantités. Il est ainsi plus facile de distinguer 8 vs. 16 items (ratio 1:2) que de distinguer 16 vs. 24 items (ratio de 2:3), bien que la différence absolue soit de 8 items dans les deux cas. Les études montrent d'ailleurs que ce système d'estimation des nombres serait impliqué dans la distinction d'ensembles d'objets de grande quantité (Anderson & Cordes, 2013). Présent dès l'âge de 6 mois (Xu, Spelke, & Goddard, 2005), ce mécanisme gagnerait en précision avec l'âge en raison du développement des capacités cognitives. La précision et la rapidité avec laquelle les enfants estiment les quantités d'objets seraient d'ailleurs significativement associées à la mémoire de travail (Soltész, Szűcs, & Szűcs, 2010). À 6 mois, les bébés seraient capables de distinguer deux ensembles d'objets dont l'écart respecte une proportion de 1:2 (McCrink & Wynn, 2007), tandis qu'à 9-10 mois, cet écart peut prendre une proportion de 2:3 (Anderson & Cordes, 2013; Lipton & Spelke, 2003; McCrink & Wynn, 2004; Xu & Arriga, 2007). Le ratio critique, c'est-à-dire le ratio dont une proportion inférieure augmente significativement le taux d'erreur, évolue avec le développement et atteint une proportion de 7:8 à l'âge adulte (Halberda & Feigenson, 2008).

Ainsi, dès la petite enfance, les enfants développent un éventail d'habiletés par rapport aux nombres non-symboliques (Resnick, 1989; Griffin, 2004). Ils commencent intuitivement à construire certains concepts fondamentaux comme ceux décrivant la taille absolue des quantités (p.ex., grand, petit), la relation entre les parties d'un tout, et à y développer un raisonnement proto-quantitatif, c'est-à-dire, un raisonnement qualitatif en regard à des entités non quantifiées mais perceptibles, comme lorsqu'un enfant identifie et classifie des objets par propriétés (couleurs, formes, etc.) (Resnick, 1989; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004).

1.1.2. REPRÉSENTATION SYMBOLIQUE DES NOMBRES

Ce n'est qu'avec l'acquisition du langage, l'exposition informelle aux nombres et le développement des capacités cognitives que ces deux mécanismes de perception des nombres interagiront mutuellement dans un système de représentation des nombres plus complet (Halberda & Feigenson, 2008). Le modèle triple code de Dehaene et Cohen (1995) soutient que la représentation symbolique des nombres se développe à partir de trois dimensions. Les quantités seraient d'abord traitées de manière non-symbolique par le mécanisme de représentation approximative des nombres (code analogue). C'est par l'exposition au langage et à l'enseignement informel que l'enfant acquiert ensuite le nom des nombres (code verbal) et identifie les symboles, c.-à-d. les chiffres arabes (code visuel), qui correspondent aux quantités (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999). L'enfant atteint alors une représentation symbolique des nombres, c.-à-d. qu'il associe le symbole du chiffre (p.ex., 4) à quatre unités distinctes (p.ex., blocs). Son raisonnement quant à la grandeur relative des nombres (plus petit que, plus grand que, égal à) se complexifie à mesure qu'il développe une compréhension plus sophistiquée de l'ordre des chiffres et des quantités (Gersten et al., 2007), comme lorsqu'un enfant apprend que 8 est plus grand que 3. Ces habiletés favorisent l'acquisition graduelle d'habiletés plus avancées pour compter. Vers l'âge de 4 ans, les enfants apprennent à compter en ordre inverse et à compter par bond de deux. Ils apprennent également le concept de base-10 et les règles pour combiner les noms des nombres (p.ex., la combinaison de trente et de trois forme un nombre plus élevé, trente-trois) (Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003). Ces compétences sont des préalables à la résolution de tâches arithmétiques de base (p.ex., 5 + 4 = 9). Elles reposent d'abord sur le principe d'itération (n+1) et ensuite, sur la récupération directe de données arithmétiques en mémoire (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004).

1.1.3. MATHÉMATIQUES

Les habiletés plus complexes comme le calcul multi-chiffres et la compréhension écrite de problèmes mathématiques sont à leur tour facilitées par cette connaissance des nombres, notamment par de meilleures habiletés pour compter, la maitrise d'opérations arithmétiques de base, la récupération en mémoire de données arithmétiques, et la compréhension conceptuelle de l'ordre des chiffres et de leur valeur numérique (Geary, 2004). Par exemple, une fois que la capacité de récupérer des nombres en mémoire est devenue automatique, les ressources attentionnelles peuvent être dirigées sur des opérations plus laborieuses et permettre de résoudre des calculs plus complexes (Aunola et al., 2004).

Les études sur les capacités de calcul des enfants ont d'ailleurs permis de distinguer deux types de compétences, la compétence conceptuelle qui demande de comprendre les concepts numériques de base (p.ex., le concept de base-10) et la compétence procédurale qui se définit par la capacité d'appliquer une procédure (p.ex., commencer par la colonne des unités vers la colonne des dizaines) lors de la résolution écrite de problèmes arithmétiques complexes (p.ex., soustraire 129 de 243) (Geary, 2004; Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). La compétence conceptuelle regroupe des habiletés comme la connaissance des nombres et la mémoire sémantique, c.-à-d. la capacité d'emmagasiner et de récupérer l'information abstraite de manière efficace, tandis que la compétence procédurale fait référence à la mémoire procédurale, c.-à-d. la capacité de rapporter dans une séquence appropriée l'information pertinente retrouvée dans un problème mathématique (Baroody, 2003). Ces deux types de compétences sont nécessaires à la résolution de problèmes arithmétiques (Duncan et al., 2007; Geary, 2004; Gersten et al., 2005; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009).

Ainsi, c'est en raison d'habiletés essentielles semblables à la connaissance des nombres, incluant la mémoire sémantique et la mémoire procédurale que l'enfant en vient à développer une pensée logico-mathématiques (Resnick, 1989), comme lorsque les individus établissent des liens plus abstraits entre des phénomènes, réfléchissent à l'aide de symboles (raisonnement algébrique) et en terme de probabilité, et formulent des hypothèses alternatives (raisonnement hypothétique). Ces habiletés mathématiques sollicitent des fonctions cognitives de plus haut niveau dont la maturation se poursuit jusqu'à la fin de l'adolescence, telles que la flexibilité cognitive, l'inhibition et l'attention (Cragg & Gilmore, 2014). Le développement des habiletés mathématiques se ferait donc de manière hiérarchique à partir de certaines facultés cognitives et composantes de base qui constituent le fondement même d'habiletés plus développées (Aunola et al., 2004; Dowker, 2005; Entwisle & Alexander, 1990; Mazzocco & Myers, 2003).

1.1.3.1. Différences individuelles

Bien que des stades de développement des premières habiletés en mathématiques aient été identifiés, des différences de développement sont tout de même présentes entre les enfants. D'une part, le développement différencié s'effectue par une accumulation graduelle de connaissances et d'habiletés divergentes entre les enfants au fil des années (Aunola et al., 2004; Byrnes & Wasik, 2009; Dowker, 2005; Entwisle & Alexander, 1990; Mazzocco & Myers, 2003). Les enfants qui au départ, ont de bonnes habiletés de base et une meilleure connaissances relatives aux nombres avant l'apprentissage formel des mathématiques augmenteraient davantage leur performance au fil du temps que ceux dont les compétences initiales sont moins grandes. Le développement de la connaissance des nombres se traduit alors par une amplification des différences individuelles; le niveau initial de performance prédit la croissance ultérieure de la performance de l'individu, accentuant ainsi les différences interindividuelles avec le temps.

Par exemple, Aunola et ses collègues (2004) ont examiné auprès d'un échantillon normatif (n = 194) d'enfants de 5 et 6 ans (M = 75.0 mois, ET = 3.3 mois) le rôle des antécédents cognitifs dans le développement des habiletés mathématiques de la prématernelle à la 2^{e} année de l'école primaire. Les habiletés mathématiques des enfants ont été évaluées à six reprises soit au mois d'octobre (T1) et d'avril (T2) de la prématernelle, au mois d'octobre (T3) et d'avril (T4) de la 1re année, et au mois d'octobre (T5) et de mars (T6) de la 2^{e} année du primaire. Les antécédents cognitifs comme la capacité de compter, l'attention visuelle, et la compréhension orale de l'enfant ont été mesurés à T1. Ces chercheurs ont montré que la progression des compétences est plus rapide pour ceux qui débutent l'école avec un plus grand niveau d'acquis en mathématiques. De plus, le niveau de performance initial tout comme sa croissance sont davantage prédits par la capacité de compter des enfants que par les autres antécédents cognitifs. Les résultats de cette étude laissent donc entendre que le développement des mathématiques dépend en partie des habiletés préscolaires de l'enfant, en particulier de la capacité de compter, et que les différences individuelles en mathématiques semblent s'amplifier avec l'âge.

Toutefois, sous certaines conditions, plutôt que d'augmenter les différences individuelles peuvent aussi diminuer avec le temps (Jordan, Kaplan, Oláh, & Locuniak, 2006). Nous observons ce phénomène lorsque les enfants qui débutent l'école primaire avec une moins grande connaissance des nombres progressent plus rapidement et rattrapent ceux qui à l'origine avaient une meilleure connaissance des nombres. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'école primaire offre un environnement d'apprentissage plus homogène aux enfants, notamment lorsque le curriculum scolaire est le même au sein d'une même région démographique. L'exposition à un curriculum scolaire similaire pour tous les enfants permet à ceux qui ont un niveau de connaissance des nombres moins élevé d'apprendre les notions que certains avaient déjà acquises avant l'entrée à l'école primaire. Dans ces conditions, l'entrée à l'école primaire pourrait réduire les différences initialement présentes entre les enfants sur le plan de la connaissance des nombres avant le début de la scolarisation.

Jordan et ses collègues (2006) ont étudié le développement des habiletés numériques auprès de 411 enfants de maternelle (*M* = 5,8 ans). Les enfants ont été évalués à quatre reprises au cours de l'année sur leur connaissance des nombres (grandeur relative des nombres, compter, identification des nombres, calcul non-verbal, etc.). Les chercheurs ont identifié trois groupes d'enfants. Les enfants du premier groupe se caractérisaient par une faible connaissance des nombres en début de la maternelle, et ont maintenu un faible niveau de connaissance des nombres au cours de l'année. Les enfants du deuxième groupe ont entamé la maternelle avec un niveau élevé de connaissance des nombres, ont montré une progression modérée de leurs habiletés au cours de l'année et ont terminé la maternelle avec un niveau élevé de connaissance. Enfin, le dernier groupe d'enfants ont débuté la maternelle avec une connaissance des nombres relativement faible, mais ont progressé rapidement au cours de l'année et ont terminé la maternelle avec un niveau d'habiletés moyen à élevé, diminuant ainsi l'écart entre le niveau de connaissance des nombres de ces enfants et ceux du deuxième groupe.

Ces résultats montrent une hétérogénéité dans le développement des habiletés numériques. Le développement de la connaissance des nombres varie selon les enfants (Aunola et al., 2004) et dès l'âge préscolaire, des différences sont observées quant à la performance et la vitesse à laquelle les enfants progressent. En effet, les enfants ne sont pas tous préparés de façon équivalente à faire leur entrée à l'école. Ceux qui présentent un faible niveau de connaissance des nombres sont plus à risques quant à leur cheminement académique (Aunola et al., 2004; Jordan et al., 2006), ce qui peut refléter l'apparition précoce des premières difficultés scolaires. De plus, alors que certains groupes d'enfants présentent une progression linéaire de leur connaissance des nombres, d'autres ont une progression croissante, mais dont le rythme fluctue, suggérant ainsi que la connaissance des nombres ne se développe pas de façon linéaire pour tous. Ces divergences dans le développement de la connaissance des nombres entre les enfants, et notamment un niveau de connaissance des nombres nettement inférieur aux autres, sont attribuables à différents facteurs.

1.2. DÉTERMINANTS DE LA CONNAISSANCE DES NOMBRES

Plusieurs facteurs peuvent influencer le développement de la connaissance des nombres et expliquer les différences entre les enfants sur ce plan. La connaissance des nombres se développerait en partie par l'enseignement formel et informel des parents, des frères et sœurs ou des professeurs (Griffin, Case, & Siegler, 1994; Aunola et al., 2004). La connaissance des nombres en bas âge serait donc tributaire des premières expériences de l'enfant (Siegler & Booth, 2004), mais aussi de ses caractéristiques personnelles, notamment liées à l'expression de certains facteurs biologiques (Berch, 2005; Haworth, Kovas, Petrill, & Plomin, 2007; Plomin & Kovas, 2005; Plomin, Kovas, & Haworth, 2007; Siegler & Booth, 2004).

1.2.1. CARACTÉRISTIQUES DE L'ENFANT

1.2.1.1. Habiletés cognitives

La connaissance des nombres varie selon certaines caractéristiques propres à l'enfant. Si la connaissance des nombres fait appel à une variété d'habiletés cognitives, certaines habiletés cognitives semblent plus importantes que d'autres. Au-delà de leur faible performance en calcul multi-chiffres, les enfants présentant des difficultés en mathématiques sont plus susceptibles d'avoir une capacité limitée de se représenter mentalement les quantités en l'absence de référents physiques, et à récupérer en mémoire des données arithmétiques (Geary et al., 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007; Mazzocco & Myers, 2003; Swanson & Beebe-frankenberger, 2004). Des limites quant à la capacité de récupérer correctement des données numériques de base en mémoire sont d'ailleurs considérées comme une caractéristique distinctive des difficultés en arithmétique (Barrouillet, Fayol, & Lathuliére, 1997; Bull, Espy, & Wiebe, 2008; Geary et al., 2004; Geary, 2011). La récupération de données arithmétiques en mémoire est soutenue par un système de structures neuronales responsable des représentations phonétiques et sémantiques sollicitées lorsque l'enfant effectue des opérations de bases avec les nombres (Dehaene, Molko, Cohen, & Wilson, 2004; Geary, 2004). Par exemple, l'action de compter nécessite typiquement le système de représentation langagier phonétique et sémantique (p.ex., comprendre la quantité associée aux noms des nombres) (Jordan et al., 2003; Jordan & Levine, 2009; Vukovic & Lesaux, 2013). Ce même système est également sollicité lors de la manipulation d'informations en mémoire, comme lorsque l'on compte dans un ordre et dans l'ordre inverse. La plupart des enfants qui ont des difficultés en mathématique en 1ière année du primaire et au cours des années subséquentes manifestent des problèmes dans la capacité de se représenter ou de récupérer l'information issue du système phonétique et sémantique du langage, lui-même associé aux représentations symboliques des nombres (Jordan & Levine, 2009). Ainsi, des perturbations au sein du système langagier phonétique et sémantique mèneraient à des difficultés à compter et à résoudre des problèmes arithmétiques (Dehaene & Cohen, 1995, 1997; Geary, 2004).

Les habiletés visuospatiales sont également impliquées dans l'apprentissage des nombres et la résolution de certains problèmes mathématiques. Par exemple, les habiletés visuospatiales sont sollicitées pour déterminer la grandeur relative des nombres (Dehaene et al., 1999). Zorzi, Priftis, et Umiltà (2002) ont constaté que les individus qui ont un déficit dans l'orientation spatiale manifestent également des difficultés à produire et à se référer à une ligne mentale des nombres (*number line*), c.-à-d. à se représenter des quantités numériques sous une forme analogue à une ligne spatiale de chiffres. Cette ligne mentale des nombres est notamment utilisée pour estimer la grandeur relative des nombres (p.ex., 12 > 7), et des quantités lors de la résolution approximative de problèmes arithmétiques (p.ex., 9 + 8 = 15 ou 25). Cette estimation approximative des problèmes arithmétiques implique des capacités visuospatiales qui semblent être indépendantes de celles liées au langage (Dehaene et al., 1999; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001). Par ailleurs, les habiletés visuospatiales sont aussi nécessaires en géométrie et en résolution de calculs mathématiques écrits (Bull et al., 2008; Dehaene et al., 1999; Mazzocco & Myers, 2003). Bull et collaborateurs (2008) ont démontré que des déficits sur le plan des habiletés visuospatiales pourraient affecter les compétences en mathématiques, notamment quant à l'alignement des chiffres en colonne dans la résolution d'opérations arithmétiques écrites.

1.2.1.2. Facteurs génétiques

Par ailleurs, la connaissance des nombres impliquerait potentiellement des processus génétiques; la connaissance des nombres repose sur des habiletés cognitives qui elles, seraient en partie associées aux caractéristiques génétiques de l'enfant (Blair, 2006; Thompson, Detterman, & Plomin, 1991; van Leeuwen, van Den Berg, Hoekstra, & Boomsma, 2009). Ceci laisse entendre que la connaissance des nombres pourrait, en partie, être héritable.

Les études antérieures ont montré une corrélation génétique de .67 et .68 entre les mathématiques et les habiletés cognitives générales (*g*) à l'âge 7 et 10 ans, respectivement (Kovas, Harlaar, Petrill, & Plomin, 2005; Davis et al., 2008). Ces résultats suggèrent que les gènes contribuant aux habiletés cognitives générales sont aussi associés aux mathématiques, et expliquent une large proportion de la corrélation phénotypique entre ces deux traits. Il en est de même pour l'association entre les habiletés visuospatiales et les mathématiques. Les résultats d'une étude effectuée sur des jumeaux âgés de 12 ans ont montré que les facteurs génétiques expliquent environ 60% de l'association entre les habiletés visuospatiales et les mathématiques (Tosto et al., 2014). Ces résultats appuient que les habiletés cognitives générales, tout comme celles associées à la connaissance des nombres (c.-à-d. les habiletés visuospatiales) sont associées aux mathématiques en partie par des facteurs génétiques. Cependant, les résultats de ces mêmes études font aussi ressortir l'importance des facteurs environnementaux. Si les facteurs génétiques expliquent 60% de l'association entre les habiletés visuospatiales et les mathématiques; les facteurs environnementaux, eux, en expliquent 40% (Tosto et al., 2014). Ainsi, la connaissance des nombres pourrait être associée aux caractéristiques génétiques de l'enfant, mais aussi être sous l'influence de facteurs environnementaux.

1.2.2. FACTEURS DE L'ENVIRONNEMENT

1.2.2.1. Niveau socioéconomique

L'écart entre la performance des enfants au plan des habiletés mathématiques se creuserait sur la base du revenu familial dès l'âge préscolaire (Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva, & Hedges, 2006; Starkey, Klein, & Wakeley, 2004). Comparativement à leurs pairs de milieux socioéconomiques plus élevés, les enfants de familles à faible revenu auraient quatre fois plus de risques de débuter l'école avec de faibles habiletés mathématiques et de montrer une progression plus lente de leurs compétences numériques de la maternelle à la 1ière année (Jordan et al., 2006; Jordan et al., 2009). Ces enfants seraient donc à risque de développer des difficultés en mathématiques (Griffin et al., 1994; Jordan & Levine, 2009; Jordan et al., 2009).

En ayant recours à une version du *Number Knowledge Test* (NKT; Okamoto & Case, 1996), Griffin et collaborateurs (1994) ont constaté que les enfants de milieux socioéconomiques élevés qui entrent à la maternelle ont une meilleure connaissance de la grandeur relative des nombres (96% de réussite) comparativement aux enfants de familles à faible revenu (18%). De plus, à l'âge de 4 ans, malgré leur participation aux services de soutien à l'apprentissage offerts (Head Start Programs), les enfants d'âge préscolaire de faible niveau socioéconomique (NSE) réussissent moins bien que les autres enfants de NSE moyen (Klibanoff et al., 2006). Ainsi, comparativement aux enfants de milieux socioéconomiques plus favorisés, les enfants de milieux désavantagés sur le plan socioéconomique sont plus susceptibles de manifester une moins bonne connaissance des nombres, et de façon générale, ont une plus grande probabilité de connaitre un problème d'apprentissage, de doubler une année scolaire et à terme, d'abandonner l'école (Jordan & Levine, 2009).

Bien qu'associé au revenu familial, le niveau d'éducation des parents jouerait aussi un rôle important dans l'apprentissage des nombres chez les enfants, les études ayant montré que l'éducation des parents prédit le rendement en mathématiques de leurs enfants (Demir, Kilic, & Unal, 2010). L'association entre d'une part le revenu familial et le niveau de scolarité des parents et d'autre part, la connaissance des nombres des enfants pourrait en partie s'expliquer par la perception des parents, notamment leurs croyances et attentes quant au développement de leur enfant (DeFlorio & Beliakoff, 2015). Par exemple, au sein de familles à faible revenu, les mères de plus faible niveau d'éducation ont montré de moins grandes attentes quant à la réussite scolaire de leurs enfants, et ces attentes prédiraient un moins bon rendement en lecture et en mathématiques (DeFlorio & Beliakoff, 2015; Halle, Kurtz-Costes, & Mahoney, 1997; Davis-Kean, 2005).

1.2.2.2. Perception des parents

En bas âge, il est possible que la perception des parents quant au développement de leurs enfants reflète la qualité de leur implication parentale (Boivin et al., 2005). La croyance des parents quant à leur capacité à prendre soin de leur enfant, et leurs attentes quant à l'impact de leurs actions, semblent être à la base des compétences parentales (Bornstein, 2002; Parke & Buriel, 1998; Teti & Gelfand, 1991; Thompson, 1998). Par exemple, la manière dont les parents perçoivent le développement de leurs enfants pourrait être liée à leurs pratiques parentales, telles que le degré et/ou le type d'activités dans lesquelles les parents s'engagent avec leurs enfants. Jusqu'à présent, plusieurs études appuient qu'une faible implication des parents (p.ex., manque d'exposition aux nombres, absence d'activités de jeux avec les nombres) est associée à des habiletés numériques moins développées chez l'enfant (LeFevre et al., 2009; Ramani, Siegler, & Hitti, 2012; Bodovski &

Young, 2011; Cumming & Elkins, 1999; Griffin, et al., 1994; Glascoe & Leew, 2010; Miller & Mercer, 1997; Pagani, Fitzpatrick, Belleau, & Janosz, 2011).

Stipek, Milburn, Clements, et Daniels (1992) ont évalué la perception de parents de 551 enfants de 4 et 5 ans (prématernelle et maternelle) quant aux meilleures pratiques éducatives à adopter, et quant aux activités d'apprentissage dans lesquelles ils s'engagent avec leurs enfants. Les résultats de l'étude montrent que les mères dont le niveau d'éducation est plus élevé mettent l'accent sur une approche centrée sur l'enfant (child-centered), et s'engagent davantage dans des activités d'apprentissage informelles des nombres avec leurs enfants; alors que les mères avec un niveau d'éducation moins élevé perçoivent une approche didactique centrée sur la performance, ainsi que les activités d'apprentissage formelles comme étant plus favorable à l'apprentissage des nombres. Ces résultats suggèrent que la perception des parents quant à l'apprentissage de leur enfant joue un rôle dans le type d'activités éducatives dans lesquelles ils s'engagent, certaines étant plus bénéfiques que d'autres pour le développement de la connaissance des nombres.

En résumé, les habiletés précoces en mathématiques, comme celles relatives à la connaissance des nombres s'appuient sur des caractéristiques propres à l'enfant, telles que ses habiletés cognitives (Geary et al., 2004; Geary et al., 2007; Mazzocco & Myers, 2003; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004). La récupération en mémoire de faits arithmétiques, les habiletés langagières – liées au système de représentation exacte des nombres et des quantités; ainsi que les habiletés visuospatiales – plus intimement liées au système de représentation approximatif des nombres et des quantités, sont associés à la connaissance des nombres et des mathématiques (Dehaene et al., 1999; Dehaene et al., 2004; Geary et al., 2004; Geary et al., 2007; Hanich et al., 2001; Mazzocco & Myers, 2003; Swanson & Beebe-frankenberger, 2004; Zorzi et al., 2002). Ces habiletés cognitives seraient elles-mêmes partiellement sous l'influence de facteurs génétiques propres à l'enfant. Par ailleurs, la connaissance des nombres serait aussi associée à l'environnement de l'enfant, notamment l'exposition informelle et formelle aux nombres (Griffin et al., 1994; Aunola et al., 2004), ou encore de façon plus générale, le NSE de la famille (Byrnes & Wasik, 2009; Jordan & Levine, 2009; Jordan et al., 2006; Starkey et al., 2004). Ainsi, la connaissance des nombres se développerait en partie sous l'influence de facteurs environnementaux et du patrimoine génétique de l'enfant.

1.3. MÉCANISMES À L'ORIGINE DES NOMBRES

Afin de favoriser une meilleure compréhension des processus développementaux liés à la connaissance des nombres, il est important de pouvoir quantifier dans quelle mesure la connaissance des nombres relève des expériences vécues et/ou des caractéristiques de l'enfant. Afin de départager les facteurs propres à l'enfant de ceux qui relèvent de l'environnement pour un phénotype en particulier, il est possible de recourir aux études de jumeaux. La méthode de jumeaux constitue un moyen empirique unique de quantifier les contributions relatives des caractéristiques de l'enfant et des facteurs environnementaux qui pourraient expliquer pourquoi certains enfants ont une meilleure connaissance des nombres et un meilleur rendement en mathématiques que d'autres.

1.3.1. PRINCIPE DES ÉTUDES DE JUMEAUX

La méthode des jumeaux consiste à comparer des jumeaux monozygotes (MZ), c.-à-d. des jumeaux identiques qui partagent 100% de leurs gènes, à des jumeaux dizygotes (DZ), c.-à-d. des jumeaux non-identiques qui en partagent 50%. Tous les jumeaux, qu'ils soient MZ ou DZ, partagent une partie de leur environnement, ce qui en principe pourrait accentuer leur similarité (p.ex., le même environnement familial, partager le même climat scolaire, etc.). Ce type d'environnement réfère à *l'environnement partagé* entre les jumeaux d'une même famille. Par ailleurs, les jumeaux vivent aussi des expériences qui leurs sont propres, comme le fait d'avoir un groupe d'amis distinct, d'être traité différemment par l'enseignant et par un parent, et qui potentiellement les rendent plus différents. On réfère alors à *l'environnement unique* à chaque jumeau d'une même famille. Ceci étant, il est donc possible d'évaluer dans quelle mesure le fait que deux jumeaux d'une même famille se ressemblent sur un phénotype donné s'explique par leur similarité génétique, et/ou par le même environnement lié au fait qu'ils partagent la même famille.

Ainsi, la contribution de facteurs génétiques aux variations de la connaissance des nombres est mise en évidence lorsque les co-jumeaux MZ sont plus similaires que les co-jumeaux DZ sur ce plan. Plus l'écart de similarité entre les co-jumeaux MZ et DZ est grand, et plus la contribution relative des gènes aux variations individuelles de la connaissance des nombres est grande. Par ailleurs, plus les co-jumeaux MZ et DZ sont également similaires quant à leur connaissance des nombres, et plus la contribution de l'environnement partagé est grande. Finalement, les différences individuelles dans la connaissance des nombres qui ne sont pas attribuables aux facteurs génétiques et à l'environnement partagé reflètent la contribution potentielle de l'environnement unique aux jumeaux d'une même famille et à l'erreur de mesure. Ces facteurs environnementaux accentuent les différences entre les jumeaux d'une même paire.

Concrètement, les études de jumeaux permettent de décomposer la variance phénotypique d'un trait, de même que la covariance entre plusieurs traits en trois composantes, soit la composante génétique (représentée par la lettre A), la composante de l'environnement commun (représenté par la lettre C), c.-à-d. tout environnement qui rend les jumeaux plus similaires, et la composante de l'environnement unique (représenté par la lettre E), qui rend les jumeaux différents.

1.3.2. RÉSULTATS DES ÉTUDES EMPIRIQUES

Jusqu'à présent, aucune étude n'ait spécifiquement examinée la contribution des facteurs génétiques et environnementaux à la connaissance des nombres. Toutefois, les études antérieures ont permis de tirer certaines conclusions quant à l'importance relative de ces facteurs dans l'explication des différences individuelles en mathématiques. Le Western Reserve Twin Project (Petrill, Deater-Deckard, Thompson, DeThorne, & Schatschneider, 2006) a conduit l'une des premières études sur le sujet en examinant les habiletés mathématiques des paires de jumeaux MZ (N=146) et DZ (N=132) âgés entre 6 et 12 ans. Les résultats de l'étude ont révélé que les habiletés en mathématiques, telles que mesurées par un test standardisé, sont modérément héritables (.19) et que les facteurs de l'environnement partagé et unique expliquent en grande majorité les différences individuelles quant aux habiletés en mathématiques (.71 et .10, respectivement; Thompson, et al., 1991).

À l'inverse de ces résultats, une autre étude a plutôt montré la prépondérance des facteurs génétiques pour rendre compte des habiletés en mathématiques (Alarcón, Knopik, & DeFries, 2000). Les chercheurs ont comparé 555 paires de jumeaux âgés de 8 à 20 ans qui manifestent des difficultés en lecture et en mathématiques à 570 paires de jumeaux «contrôle» du même âge. Les résultats de l'étude ont révélé une héritabilité de .90 dans chacun des groupes, avec très peu d'influence de l'environnement partagé et unique.

Les écarts observés dans les résultats de ces études pourraient s'expliquer par des différences de méthode. D'abord, il est possible que les corrélations intra-classes aient été gonflées par des facteurs communs aux jumeaux. Ces deux études n'ont pas tenu compte de l'âge des jumeaux dans leurs analyses, et n'incluaient que des jumeaux de même sexe, ce qui pourrait augmenter artificiellement l'association entre chacun des jumeaux d'une même paire (McGue & Bouchard, 1984). En effet, l'écart d'âge au sein des échantillons était considérable, soit de 6 à 12 ans (Thompson, et al., 1991) et de 8 à 20 ans (Alarcón, et al., 2000).

Il est préférable d'utiliser un échantillon de jumeaux dont l'âge est homogène, et ce, pour plusieurs raisons. Premièrement, la mesure opérationnelle des habiletés en mathématiques change au cours des années scolaires; les habiletés en mathématiques impliquent des processus cognitifs et motivationnels différents selon l'âge (voir l'article en Annexe B), ce qui se reflète dans la manière dont elles sont mesurées (voir l'article en Annexe A). Deuxièmement, il est possible que de nouveaux facteurs génétiques et environnementaux deviennent actifs et influents au cours du développement, reflétant, par exemple, des changements liés à la maturation (p.ex., puberté; Wehkalampi et al. 2008), d'ordre personnel (p.ex., processus de socialisation; Santos, Vaughn, Peceguina, Daniel, & Shin, 2014) et liés au contexte d'apprentissage.

Basées sur le Twins Early Development Study (TEDS; Haworth, Davis, & Plomin, 2012), un échantillon de jumeaux dont l'âge est homogène, des études plus récentes ont observé une héritabilité de .66 quant au rendement en mathématiques à 7 ans tel que rapporté par les enseignants (Oliver et al., 2004) et de .72 à 9 ans (Kovas et al., 2007). Cette héritabilité s'est avérée stable (entre .63 et .73) selon différentes composantes mathématiques (Kovas et al., 2007). Le rôle de l'environnement partagé s'est avéré négligeable, alors que l'environnement unique traduisait de 26% à 28% des différences individuelles.

D'autres études ont montré une contribution modérée des facteurs génétiques aux habiletés en mathématiques à 10 ans (Kovas, Haworth, Petrill, & Plomin, 2007). En ayant recours à des tests mathématiques informatisés administrés en ligne à 2674 paires de jumeaux, les chercheurs ont observé une héritabilité de .42 et .45 aux tâches de « Compréhension des nombres » et « Calculs et connaissances ». À nouveau le rôle de l'environnement partagé s'est avéré négligeable, alors que l'environnement unique a contribué modérément (entre .42 et .48) aux différences individuelles des habiletés en mathématiques. Cet écart dans la contribution des facteurs génétiques pourrait s'expliquer par la manière dont les mathématiques ont été mesurées. Alors que certaines études ont recours à l'évaluation du professeur (Oliver et al., 2004; Kovas et al., 2007), d'autres utilisent plutôt des mesures directes, soit des tests à choix multiples ou des tests mathématiques administrés en ligne (Kovas et al., 2007). L'administration d'une tâche en ligne, par exemple, pourrait diminuer la contribution des facteurs génétiques, et augmenter celles de l'environnement unique aux jumeaux. Ces tâches sont, pour la plupart, accomplies sur l'ordinateur au domicile des jumeaux. Plusieurs facteurs pourraient distraire le participant lors de la complétion de la tâche (bruit, être entouré d'autres personnes, etc.), et ainsi, augmenter l'erreur de mesure – incluse dans la contribution de l'environnement unique aux jumeaux.

1.3.2.1. Sources génétiques et environnementales du développement des habiletés en mathématiques

Rares sont les études de jumeaux qui ont permis d'examiner sur le plan longitudinal le développement des mathématiques. Il est possible que certains facteurs génétiques et environnementaux soient impliqués de façon persistante dans l'apprentissage des mathématiques, mais aussi que de nouvelles sources génétiques et environnementales s'ajoutent au cours du développement.

Quelques études ont évalué dans quelle mesure les mêmes facteurs génétiques et environnementaux sont responsables des variations selon l'âge, c.-à-d. si les facteurs génétiques et environnementaux sous-jacents au rendement en mathématiques à un âge donné se prolongent plus tard). Les chercheurs ont examiné le rendement en mathématiques de jumeaux à 7, 9 et 10 ans (Kovas et al., 2007). Ils ont découvert que les facteurs génétiques à 7 ans expliquaient près de la moitié de la variance génétique à 10 ans, et donc contribuaient dans une forte proportion à la stabilité du rendement en mathématiques pendant cette période. Les facteurs génétiques impliqués à 9 et à 10 ans étaient aussi en bonne partie unique à chacun de ces âges, suggérant ainsi l'implication progressive de nouveaux facteurs génétiques. De plus, l'activation de ces nouveaux gènes à 9 ans était aussi associée à la variance génétique à 10 ans, expliquant à nouveau une partie de la stabilité du rendement en mathématiques entre 9 et 10 ans. Tout comme les facteurs génétiques, l'environnement partagé a également contribué à la stabilité du rendement en mathématiques pendant cette période, c.-à-d. que les facteurs liés à l'environnement partagé observés à 7 ans se prolongeaient aussi aux deux mesures subséquentes. La contribution des facteurs de l'environnement partagé à la stabilité du rendement en mathématiques s'avérait toutefois très modeste. L'environnement unique ne contribuait que modestement au changement, et s'avérait davantage spécifique à chacun des temps de mesures.

Le modèle Cholesky utilisé dans l'étude de Kovas et al. (2007) est toutefois limité du fait qu'il ne tire pas avantage de l'aspect longitudinal des données. Le modèle Cholesky permet d'examiner la transmission génétique et environnementale d'un phénotype à un autre, autant lorsque les phénotypes sont mesurés au même temps de mesure, ou à des moments différents. Cependant, il ne modélise pas une causalité linéaire et unidirectionnelle, où les facteurs génétiques et environnementaux à un phénotype sont transmis par le temps de mesure précédent (Boomsma, Martin, & Molenaar, 1989). Néanmoins, les résultats de cette modélisation ont tout de même permis de tirer des conclusions intéressantes quant aux mécanismes impliqués dans le développement des mathématiques: la contribution des facteurs génétiques et environnementaux aux différences individuelles en mathématiques varierait au cours du développement. Alors que certains gènes semblent expliquer la stabilité du rendement en mathématiques, d'autres contribuent plutôt aux changements, et suggèrent l'apport de nouveaux gènes au cours du développement.

1.4. CONCLUSION

En somme, plusieurs études appuient l'idée que la connaissance des nombres en début de scolarisation est un déterminant important du rendement en mathématiques ultérieur de l'enfant (Berch, 2005; Byrnes & Wasik, 2009; Duncan et al., 2007; Gersten et al., 2005; Gersten et al., 2007; Lemelin et al., 2007). Cependant, peu d'études ont documenté la valeur prédictive de la connaissance des nombres au rendement en mathématiques avant le processus de scolarisation, c.-à-d. l'âge préscolaire, et la nature de cette association. Une compréhension plus approfondie des mécanismes sous-jacents à la connaissance des nombres dès l'âge préscolaire, et de son association prédictive au rendement en mathématiques est une étape préalable nécessaire à l'élaboration de stratégies d'aide aux enfants ayant des difficultés d'apprentissage dans ce domaine.

Par ailleurs, peu d'études ont documenté le développement de la connaissance des nombres dès l'âge préscolaire, sur la base d'une évaluation répétée de cette compétence au cours d'une longue période développementale. Pourtant, des différences entre les enfants sont observées dans le niveau initial de performance, mais aussi dans la vitesse à laquelle ils et elles progressent sur le plan de la connaissance des nombres (Aunola et al., 2004). Ceux et celles dont la connaissance des nombres est retardée sont à risques de difficultés en mathématiques à l'école primaire. L'identification de profils d'enfants à risques de difficultés en mathématiques dès l'âge préscolaire, et l'examen des déterminants qui favorisent le maintien d'une faible connaissance des nombres chez ses enfants pourraient ainsi fournir des pistes de solutions pour l'intervention préventive. Tel que mentionné, le développement de la connaissance des nombres peut varier selon plusieurs facteurs. L'environnement dans lequel grandit l'enfant serait associé à la connaissance des nombres (Haworth et al., 2007; Lemelin et al., 2007; Byrnes & Wasik, 2009; Jordan & Levine, 2009; Jordan et al., 2006; Starkey et al., 2004), et cette association serait déjà présente dès la petite enfance (Jordan, 2010; Klibanoff et al., 2006; Starkey et al., 2004). Les caractéristiques de l'enfant comme ses habiletés langagières, mnémoniques, et visuospatiales (Geary et al., 2004; Geary et al., 2007; Mazzocco & Myers, 2003; Swanson & Beebe-frankenberger, 2004), ou encore, l'expression de ses facteurs biologiques, seraient aussi associées à la connaissance des nombres. Cependant, la nature et la force de ces associations demeurent encore peu connues.

1.5. OBJECTIFS DE LA THÈSE

De façon générale, la présente thèse souhaite répondre à la question suivante: quels sont les déterminants précoces associés au développement de la connaissance des nombres et des habiletés en mathématiques? La thèse de doctorat poursuit plusieurs objectifs subsidiaires qui permettront de répondre à cette question. D'abord, elle vise à établir des trajectoires de développement de la connaissance des nombres dès l'âge préscolaire, et à identifier des prédicteurs cognitifs et familiaux précoces de l'appartenance à une trajectoire à risque de difficultés en mathématiques. La thèse vise aussi à examiner les mécanismes à l'origine de la connaissance des nombres, en départageant la contribution des facteurs propres à l'enfant de ceux de l'environnement aux variations individuelles de la connaissance des nombres à l'âge préscolaire et en début de scolarité, et de son association prédictive au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire. L'approche longitudinale permettra d'éclairer les processus de développement de la connaissance des nombres, et d'identifier la contribution des déterminants génétiques et environnementaux qui expliquent les causes de stabilité et de changement de la connaissance des nombres et de son association au rendement en mathématiques.

Chapitre 2 : Developmental Trajectories of Number Knowledge From 4 to 7 Years: Low-Persistent Profile and Early-Life Associated Factors

Gabrielle Garon-Carrier[1], Michel Boivin[1,2], Jean-Pascal Lemelin[3], Yulia Kovas[4,5], Jean R. Séguin[6,7], Frank Vitaro[8], Richard E. Tremblay[2,9,10], & Ginette Dionne[1]

[1] School of Psychology, Université Laval, Canada

[2] Institute of Genetic, Neurobiological, and Social Foundations of Child Development, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

[3] Department of Psychoeducation, Université de Sherbrooke, Canada

[4] Department of Psychology, University of London, Goldsmiths, England

[5] Laboratory for Cognitive Investigations and Behavioural Genetics, Tomsk State University, Russian Federation

[6] Department of Psychiatry, Université de Montréal, Canada

[7] CHU Ste-Justine Research Center, Université de Montréal, Montréal, Canada

[8] Department of Psychoeducation, Université de Montréal, Montréal, Canada.

[9] Department of Pediatrics and Psychology, Université de Montréal, Canada

[10] School of Public Health, Physiotherapy and Population Sciences, University College Dublin, Ireland

Article en préparation

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J-P., Kovas, Y., Séguin, J. R., Vitaro, F., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (En préparation). Developmental trajectories of number knowledge from 4 to 7 years: Low-persistent profile and early-life associated factors.

2.1. RÉSUMÉ

Cette étude examine le développement de la connaissance des nombres de l'âge préscolaire au début de l'école primaire. L'étude détermine également la capacité de la connaissance des nombres à prédire le rendement en mathématiques, et investigue les facteurs associés à une trajectoire d'enfants à risques de difficultés en mathématiques. Pour ce faire, la connaissance des nombres a été évaluée à quatre reprises à des intervalles réguliers entre l'âge de 4 et 7 ans auprès d'un échantillon représentatif d'enfants québécois. Des trajectoires de développement de la connaissance des nombres ont été établies auprès de 1597 enfants. Ces enfants ont été évalués sur différents aspects de leur environnement (revenu familial, diplôme d'études des parents, etc.) et sur leurs habiletés cognitives à 41 mois; et ont été comparés aux autres enfants sur leurs compétences mathématiques à 8 et 10 ans. D'abord, quatre trajectoires de développement de la connaissance des nombres ont été identifiées: *Faible & progressive* (10% des enfants), *Modérée & progressive* (39%), *Modérée & à progression rapide* (32%) et *Élevée & progressive* (19%). Ces trajectoires se différencient sur le rendement en mathématiques au cours de l'école primaire; la trajectoire *Faible & progressive demeurant* constamment inférieure aux autres. Ces enfants se caractérisent par un revenu familial moindre, une faible scolarité du père, et des habiletés visuospatiales, une capacité de rétention et un développement cognitif général inférieurs aux autres enfants. Ainsi, des habiletés cognitives et des conditions de vie inférieures aux autres constituent des facteurs de risques à une faible connaissance des nombres et par conséquent, méritent une attention particulière pour limiter le développement de difficultés ultérieures en mathématiques.

2.2. ABSTRACT

Little is known about the development of number knowledge and skills (NKS) and the antecedents of low NKS profiles in early childhood. We examined the developmental trajectories of NKS across the transition from preschool to primary school, tested its predictive validity to later math achievement, and investigated early-life risk factors associated with low NKS profiles. Children's NKS was assessed four times at regular intervals between the ages 4 and 7 years in a large, representative population-based sample. Developmental trajectories of NKS were established for 1597 children. These children were also assessed with respect to several features of their family environment at 5, 18 and 30 months, as well as their cognitive skills at age 41 months. Analyses revealed a best-fitting 4-trajectory model, characterized by a *Low-Increasing* (10% of the children), a *Moderate-Increasing* (39%), a *Moderate-Fast Increasing* (32%) and a *High-Increasing,* groups (19%). These trajectories differed significantly with respect to later math achievement in elementary school, with the *Low-Increasing* group remaining low throughout these years. The onset and developmental course of *Low-Increasing* NKS were associated with low household income and father educational background, poor early cognitive development, and more importantly, poor visual-spatial skills and memory span. Children with poor cognitive abilities and living conditions are at risk of low NKS profiles from late preschool to school entry, ensuing poor math achievement, and therefore, deserve special attention to alleviate later mathematic difficulties.

2.3. INTRODUCTION

For most children, the preschool period marks a transition from less to more structured social and educational experiences. With greater opportunities for social interactions and, in many cases, more systematic exposure to educational resources, preschool children acquire social and cognitive skills that provide for their readiness to learn and respond adequately to the demands of school (Boivin & Bierman, 2013; Zuckerman & Halfon, 2003).

One specific cognitive dimension of school readiness that strongly predicts later scholastic achievement is early mathematical abilities, as defined here by number knowledge and skills (NKS), the conceptual and procedural understanding of whole numbers (National Research Council, 2009; Chard, Clarke, Baker, Otterstedt, Braun, & Katz, 2005; Clarke & Shinn, 2004; Duncan et al., 2007; Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Göbel, Watson, Lervag, & Hulme, 2014; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Lemelin et al., 2007; Passolunghi, Vercelloni, & Schadee, 2007). Core components of NKS include understanding concepts of quantity and relative magnitude, counting, and the ability to carry out simple operations, which are seen as core abilities underlying early mathematic abilities in preschool and the early school years (National Research Council, 2009).

NKS has been posited to develop steadily and gradually throughout early childhood, and to lead to more sophisticated mathematic abilities (Piaget, 1977). After an initial understanding of counting through linking numbers to objects (sensorimotor stage), the preoperational stage (2-7 years) is characterised by an increased capacity to solve mathematic problems, using tangible materials (e.g., blocks). The concrete operations stage (7-11 years) marks the transition from concrete NKS to more abstract mathematical concepts, a radical improvement in children's ability to subtract numbers, and operate logic series (e.g. if A > B and B > C, then A > C). Finally, children reach the formal operations stage (11 years plus) where they can generate hypotheses and deduct possible consequences, as well as reason with symbols.

Early NKS and the ensuing mathematic skills are thus developmentally interlocked. However, very little is known about individual differences in the development of these skills. If the discrete developmental stages from NKS to mathematics usually follow chronological age, the rate at which children transit through these stages may differ significantly; some children quickly master mathematic concepts and operations while others struggle.

For both theoretical and empirical reasons, it is crucial to document early NKS, especially during the transition from late preschool to school entry. This period is characterized by substantial developmental changes; this transition not only coincides with shifts in physical, cognitive, emotional, and behavioral capacities, but it also entails a modification of the learning context, as children start to be systematically exposed to formal training in early mathematical skills. Accordingly, there is a need to assess inter-individual variations in trends of NKS development across the period from late preschool to school entry. Previous studies provide strong evidence for the relevance of mathematical skills at school entry for academic outcomes up to age 9 and 10 (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Byrnes & Wasik, 2009; Duncan et al., 2007; Koponen, Aunola, Ahonen, & Nurmi, 2007; Krajewski & Schneider, 2009). However, NKS has only been studied during the school years and only at single time-points (Aunola et al. 2004; Krajewski & Schneider, 2009), providing little information on its early development and validity in predicting later math achievement and difficulties.

In the present study, we argue for the identification of subsets of developmental trajectories based on repeated measures of evolving NKS during the preschool and early school years. To reflect the evolving and discrete nature (i.e., stage-wise) of NKS, we used the Number Knowledge Test (NKT; Okamato & Case, 1996), which provides a four-level assessment of several aspects of numerical competence (see Method).

Such an approach posits heterogeneity in the developmental trajectories, and thus identifies homogeneous subgroups with respect to the evolution of NKS over the targeted period of time. Previous studies have often used arbitrary cut-offs to establish groups or patterns of NKS and mathematic skills (e.g. above 10% vs. over 90%; 2 SD above and over the mean). For example, one study classified children with mathematic scores under the 30th percentile as children with mathematic learning disability (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004). Here, we used a clustering procedure based on semi-parametric modeling (Nagin, 1999). This quantitative approach offers several advantages over uniform longitudinal analysis, such as growth curve analysis (Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003; Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2007). First, it considers individual differences in trajectories to determine the optimal number of groups needed to describe different patterns of change over time. Second, it does not make strong assumptions about the population distribution of the putative developmental trajectories. Third, the model defines the form of the trajectory for each potential cluster of trajectories, which allows for the possibility that subgroups of children show distinct developmental trends in NKS, thus providing a more nuanced view of NKS development, and one that could reveal non-linear changes in development (see Leblanc et al., 2008 for a more extensive discussion of these points).

Furthermore, from a preventive perspective, not only is it essential to document the various early developmental pathways in NKS, but it is also crucial to estimate from a person-centered perspective (Laursen & Hoff, 2006) (1) whether and how some of these developmental profiles forecast later difficulties in mathematics, and then, (2) to identify early risk factors that predict low and enduring profiles of NKS over time, and forecast a possible evolution into mathematic difficulties. Children with poor mathematic abilities are more likely to dropout of school (Balfanz & Letgers, 2004; Jordan & Levine, 2009), have reduced employment opportunities and experience difficulties in common day-to-day activities in adolescence and adulthood (Geary, 2011). These difficulties are also quite prevalent. For instance, between 6% and 10% of children suffer from learning disabilities in mathematics (Barbaresi, Katusic, Colligan, Weaver, & Jacobsen, 2005; Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 2005), and 23% of the adult population in Canada does not master the requisite mathematical skills for daily functioning (Statistics Canada, 2013). Many individuals struggle with mathematics without a formal diagnosis. Those showing early persistent difficulties in math may never catch up to their normally achieving peers. Thus, identifying specific predictors of low and enduring NKS might provide useful benchmarks for early screening of children at risk of failure in school.

2.3.1. EARLY COGNITIVE CORRELATES OF NKS

Several factors have been associated with children struggling with mathematics. Poor cognitive abilities, such as language and visual-spatial skills have been associated with low math skills (Geary, 2004). Language is involved when manipulating information within working memory, as when counting forward and backward. Difficulties in processing numbers have also been associated with reading difficulties and/or language impairment (Jordan et al., 2003). Clearly, the phonetic and semantic systems are activated when counting, if only to connect the quantities with number words (Jordan & Levine, 2009; Vukovic & Lesaux, 2013), and to solve arithmetic problems (Jordan et al., 2003). Deficits in these systems might result in difficulties in counting, and arithmetic reasoning as well as in concurrent reading difficulties (Dehaene & Cohen, 1995, 1997).

The visual-spatial system is solicited when representing conceptual knowledge; visual-spatial skills are involved in basic geometry problems, in magnitude comparisons (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999), as well as in estimating and mentally manipulating numbers encoded as spatial forms (e.g. number line; see Zorzi, Priftis, & Umiltà, 2002). Accordingly, poor visual-spatial skills have been linked to low numeracy skills (Bull, Espy, & Wiebe, 2008; Geary, 2004; LeFevre et al., 2010).

Finally, deficits in working memory, such as in memorizing relevant and inhibiting irrelevant information during fact retrieval (Barrouillet, Fayol, & Lathuliére, 1997; Bull et al., 2008; Geary, 2011; Geary et al., 2004), have also been linked with math difficulties. Children experiencing difficulties in mathematics fail to correctly retrieve basic arithmetic facts from memory. Such a predictive association may also be present in the case of early NKS.

2.3.2. PRESENT STUDY

Accordingly, the main goals of the present study were, (a) through a group-based modeling approach, to identify discrete patterns of developmental trajectories of NKS between ages 4 and 7, and to compare these trajectories on their mathematic skills during the elementary school years (age 8 and 10), at a time when mathematics become more complex and differentiated, and (b) to examine the early cognitive predictors of lower developmental trajectories of NKS while controlling for early family correlates of NKS. Environmental adversities, such as poor living and educational conditions (e.g. low SES, poor teaching and school quality) (Byrnes & Wasik, 2009; Jordan & Levine, 2009; Jordan, Kaplan, Oláh, & Locuniak, 2006; Starkey, Klein, & Wakeley, 2004), and low parental involvement in children’s education (e.g., lack of exposure to formal and informal numerical activities) (LeFevre et al., 2009; Ramani, Siegler, & Hitti, 2012) have been associated with low math skills (Bodovski & Young, 2011; Cumming & Elkins, 1999; Griffin, Case, & Siegler, 1994; Glascoe & Leew, 2010; Miller & Mercer, 1997; Pagani, Fitzpatrick, Belleau, & Janosz, 2011).

While very few studies examining cognitive predictors of early math controlled for family factors that may influence both cognitive and math development (Watts et al., 2015), the present study examines the contribution of cognitive factors to low developmental trajectories of NKS over and above these early-life factors. Inclusion of these family control variables should help to reduce bias in the estimation of the unique contributions of the cognitive predictors to the longitudinal NKS trajectories we investigated.

2.4. METHOD

2.4.1. PARTICIPANTS

This study was conducted within the Quebec Longitudinal Study of Child Development (QLSCD), a population-based study of children born in 1997-98 in the province of Quebec, Canada, excluding children living in Cree or Inuit territories, Indian reserves, and northern Quebec. Children were recruited through the Quebec Master Birth Registry of the Ministry of Health and Social Services, using a stratified procedure based on living area and birth rate. Families were excluded if children were born at less than 24 weeks or at more than 42 weeks of gestation or if the duration of the pregnancy could not be determined from the birth record. Of 2940 infants initially recruited, 2223 infants participated in the study when they were 5 months old, representing 75.6% of the target population (Jetté & Des Groseillers, 2000a, 2000b). Participants were followed longitudinally from 5 months to 15 years, and were assessed on various child and family characteristics. This study covers the developmental period from ages 5 months to 10 years.

2.4.2. MEASURES AND PROCEDURE

2.4.2.1. Number knowledge and skills

NKS was measured through an adapted version of the Number Knowledge Test (NKT; Okamoto & Case, 1996). The NKT was initially created for teachers for early screening of children's mathematic difficulties (Gersten et al., 2007). The Cronbach alpha (α = .94) revealed high internal consistency (Gersten et al., 2007).

This test measures several aspects of numerical competence, such as counting and basic arithmetic skills on 4 levels. The baseline level (around ages 3-4) requires children to count small sets of tangible objects (e.g. the experimenter shows 5 unordered chips to the child, and then ask him/her to count the chips; the experimenter shows image with two piles of chips, and then asks the child which pile has more chips). The first level (around age 6) measures unidimensional mental representations of numbers, i.e. numerical comparison, with items that were designed to probe for the “mental number line” structure (e.g. which number is closer to 5: 6 or 2?). The second level (about age 8) reflects bi-dimensional representations, i.e. understanding numerical “difference” (e.g. How many numbers are there in between 7 and 9?), and the base-ten system with double-digit numbers (e.g. What number comes 5 numbers after 49?). The third level (age 10) reflects integrated bi-dimensional mental representations of numbers, i.e. constructing and comparing two sums or differences rather than just one (e.g. Which difference is smaller: the difference between 48 and 36 or the difference between 84 and 73?). At this level, children also have to deal with triple-digit numbers and/or to solve more complex problems involving double-digit numbers.

Knowledge at each level is a prerequisite for the next one and follows the normal age for numerical knowledge acquisition (Gersten et al., 2005; Gersten, Clarke, & Jordan, 2007). Children kept moving to the next level until they made three consecutives errors. A trained research assistant administered the baseline and first level of this test during a face-to-face interview with children at ages 4, 5 (preschool period), and 6 (kindergarten), and administered the second level in addition to the previous ones at age 7 (Grade 1). The score consisted of the total number of correct items across levels.

2.4.2.2. Achievement in mathematics

Achievement in mathematics was assessed at ages 8 (Grade 2) and 10 (Grade 4) through children’s capacity to perform mathematical operations such as addition, subtraction, multiplication and division (Canadian Test Center, 1992). Division operations were only performed at 10 years. Children had to select the right answer out of four choices within a given time depending on the item difficulty. The internal consistency of this measure at ages 8 and 10 was $\alpha = .76$, and $\alpha = .81$, respectively, and its Grade 2-4 stability was $r = .49$ (Garon-Carrier, Boivin, Ouellet, Tremblay, & Dionne, in preparation; see Annexe A).

2.4.2.3. Family characteristics

When children were 5 months old, a face-to-face interview with the person most knowledgeable about the child (PMK, who was the biological mother in 99.7% of cases) provided data on a 9-point scale of household income using a ordinal scale ranging from 1 (- 10,000$/year) to 9 (+ 80,000$/year), as well as on the mother's and the father's school attainment as revealed by their highest diploma. The self-reported measure used a 4-point scale ranging from 1 (no high school diploma) to 4 (undergraduate degree). These two ordinal variables were normally distributed but somewhat flat according to the kurtosis value (i.e., household income = -.77; mother diploma = -1.17; and the father diploma = -1.22), nonetheless, they were treated as continuous variables in the analyses (see Pasta, 2009; Powers & Xie, 2008).

An assessment of the parents' perceived impact with respect to their child's development was also provided at 5, 18 and 30 months by both the mother and the father. The parents had to indicate on a continuous 11-point scale (i.e., from 0 to 10) to what extent each statement regarding the perceived impact of their behavior on their developing child accurately described their actions or thoughts. These perceived parenting impact items (5 items) were selected from the Parental Cognitions and Conduct Toward the Infant Scale (PACOTIS) (Boivin et al., 2005), and revealed adequate internal consistency from 5 to 30 months (α = .71–.78).

2.4.2.4. Children's early cognitive skills

At 30 months, children were assessed on their early cognitive development with 3 items (naming 4 colors, counting 3 objects and pronouncing partial sentence of 3 words or more) rated by the PMK on a 3-point scale. At 41 months, they were similarly assessed during a face-to-face interview by a trained research assistant with respect to (1) their memory-span with the Visually Cued Recall task (VCR; Zelazo, Jacques, Burack, & Frye, 2002). The VCR reflects incremental capacity to encode and recall visual items. This test has high internal consistency (α = .95). Children had to remember an increasing number of items shown on a card, representing 11 different levels of difficulty. The test ended when children made two errors on two subsequent levels. The score consisted of the highest level reached by children (N= 1462, M= 3.25, SD= 2.21); (2) their receptive vocabulary according to the Peabody Picture Vocabulary Test-Third Edition (PPVT-III; Dunn, Theriault-Whalen, & Dunn, 1993; Dunn & Dunn, 1997), a standardized language test that assessed phonological recognition and semantic understanding of words upon hearing them. This test had good internal consistency (α = .93) and validity for use with French and English speakers (Dunn et al., 1993; Flipsen, 1998). The test consisted of 170 cards each depicting four different objects, actions, or emotions. Children had to identify the correct corresponding image to the word said by the experimenter. One point was allowed for each correct answer (N= 1493, M= 30.46, SD= 14.63). The test stopped when children made six errors within a sequence of eight cards; and (3) their visual-spatial skills with the Block Design subtest of the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence–Revised (WPPSI-R) (Wechsler, 1989). This subtest is composed of 14 models depicted on pictures and that children had to re-create using blocks. Bonus points could be gained for some models as a function of time, and the test ended after three consecutive failures. Raw scores varied from 0 to 42. The Block Design mainly required visual processing ability, including perceptions of spatial relations and mental manipulations of visual patterns. This subscale most highly correlated with the Full Scale WPPSI-R score (r = .62). It had excellent internal consistency and test–retest reliability (see Sattler, 2001).

2.4.3. TREATMENT OF MISSING DATA

Missing data ranged between less than 1% and 8.5%. Based on the Little's MCAR test, the missing data were not completely at random (χ^2 = 1020.86, df = 516, p < .001). A series of t tests obtained with the MVA module in SPSS 20.0 for Windows (SPSS Inc, Chicago, IL) showed that children who were missing tended to have lower NKS, and were from a significantly lower socioeconomic background. To control for this potential bias, the Full Information Maximum Likelihood (FIML) approach was used to treat missing data. All the statistics reported were estimated using FIML.

2.5. RESULTS

2.5.1. DEVELOPMENTAL TRAJECTORIES OF NKS

Developmental trajectories of NKS were estimated from ages 4 years to 7 years for 1597 children using semi-parametric mixture models in the PROC TRAJ procedure in SAS (SAS Institute, Inc, Cary, NC; Jones & Nagin, 2007). To minimize attrition due to missing data, participants were included when at least two data time-points out of four were available. Solutions yielding two to five groups were examined, and the best fitting solution was derived based on the value of the Bayesian Information Criterion (BIC), which reflects the parsimony of the model, the Akaike information criterion (AIC), and the theoretical likelihood. Children were assigned to their most probable NKS trajectory-group.

As presented in Figure 2.1., the solution yielding a four-group model (one linear, three quadratic trajectories) was found to best fit the NKS data (BIC = -12886.15). The four groups consisted of 1) a *Low-Increasing* group (10%, [n = 153; boys = 71, girls = 82]), 2) a *Moderate-Increasing* group (39%, [n = 630; boys = 334, girls = 296]), 3) a *Moderate-Fast Increasing* group (32%, [n = 506; boys = 241, girls = 265]), and 4) a *High-Increasing* group (19%, [n = 308; boys = 132, girls = 176]). A chi-square analysis showed significant sex differences in NKS trajectory group membership, χ^2 (3) = 9.46, $p <$ .05, with a higher proportion of boys in the *Moderate-Increasing* trajectory and a higher proportion of girls in the *High-Increasing* trajectory.

A three-way repeated-measures ANOVA 4 (time) X 4 (group) X 2 (sex) performed on NKS scores from ages 4 to 7 showed significant group by time interaction, $F(8.48, 1848.43) = 73.93$, $p < .001$, $\eta^2 = .25$, and sex by time interaction, $F(2.83, 1848.43) = 3.19$, $p < .05$, $\eta^2 = .005$, but no significant group by sex interaction. Significant differences in NKS across all trajectory groups were found ($p < .001$), except between the *Moderate-Fast Increasing* trajectory (M = 15.45, SD = 1.55) and the *High-Increasing* trajectory (M = 15.26, SD = 2.25) at age 6. The *Low-Increasing* trajectory improved significantly from ages 5 to 6, and ages 6 to 7 ($p < .05$), but not from ages 4 to 5 ($p > .05$). The *Moderate-Increasing* and the *Moderate-Fast Increasing* trajectories improved between all ages; and the *High-Increasing* trajectory improved on NKS from ages 4 to 5, and from 5 to 6 ($p < .05$), but not from ages 6 to 7 ($p > .05$). Developmental patterns of NKS also differed across sex at age 7 ($p < .01$). Boys significantly progressed in their NKS from ages 6 to 7 ($p < .01$), whereas girls did not ($p > .05$).

Children's number knowledge was interpreted with reference to the developmental level conversion chart of the Number Knowledge Test (Okamato & Case, 1996). This conversion chart provided a rough index of the developmental levels normally reached as a function of age. Children following the *Low-Increasing* trajectory, although progressing over time, systematically trailed in terms of expected acquisition of NKS. These children were characterized by a persistent lower performance in NKS across the end of preschool and school entry. As indexed by the developmental level conversion chart, mean raw scores obtained at ages 4, 5, 6 and 7 by children in the low trajectory corresponded to children's NKS development from ages 2 to 5. This indicated a two-year delay in the expected level of NKS for children in this trajectory during this developmental period, thus signalling substantial underachievement in mathematics.

2.5.2. NKS TRAJECTORIES AND ACHIEVEMENT IN MATHEMATICS

We performed a 2 (time) X 4 (group) X 2 (sex) repeated-measures ANOVA on math scores at ages 8 and 10 to test whether boys and girls of various trajectories maintained their relative position from early NKS to math achievement during middle school. There was a significant group by time interaction confirming the expected difference in later mathematic achievement according to NKS trajectories ($p < .01$), but with the exception of the *Moderate-Fast Increasing* and the *High-Increasing* trajectories at age 10 that were not significantly different ($p > .05$). The significant sex by group and sex by time interactions further painted an evolving picture of sex differences in maths: in both the *Moderate-Increasing* and the *Moderate-Fast Increasing* trajectories, boys performed better in maths than girls ($p < .05$); and boys performed better overall than girls at age 8 ($p < .05$), but not at age 10 ($p < .05$). Most importantly, boys and girls of the *Low-Increasing* group were both systematically delayed in mastering mathematical skills in comparison to the other trajectory-groups, which also brings additional support to the developmental trajectories of NKS.

2.5.3. COGNITIVE PREDICTORS OF LOW NKS TRAJECTORY

Table 2.1. shows the pattern differences between the low and other trajectories of NKS on early family and child-cognitive factors at 5, 18, 30 and 41 months of age. The predictive associations between early-life family and child-cognitive factors and the low trajectory of NKS were first tested by chi-square tests (for categorical variables) or ANOVAs (for continuous variables) in which the low trajectory was compared to the other three trajectories of NKS (*Moderate-Increasing*, *Moderate-Fast increasing*, *High-Increasing*; see Figure 2.1.).

These analyses revealed significant predictive associations with family characteristics. Compared to children from other trajectories, children of the low NKS trajectory were from lower household income, and were more likely to have parents without high school diploma (30% of mothers, 38% of fathers); both mothers and fathers of children in the *Low-Increasing* trajectory also perceived they had lower impact on their child development compared to other parents. Significant differences were also found in children's cognitive abilities. Children of the low NKS trajectory had lower memory-span, visual-spatial skills, receptive vocabulary and overall early cognitive development.

We next conducted a binary logistic regression analysis to test the unique prediction by child-cognitive risk factors to inclusion in the *Low-Increasing* trajectory of NKS, after controlling for early-life family factors. The models were tested with Mplus 7.11 (Muthén & Muthén, 2012). The variables were grouped in three blocks that followed a developmental-hierarchical time order. The first two blocks included family characteristics: (a) the socio-demographic indicators, including household income and mother and the father diploma; and (b) perceived parental impact. The last block included the child cognitive skills, including the early cognitive development index, the visual-spatial skills as indexed by the Block Design task, the VCR memory-span task, and the PPVT receptive vocabulary test. We entered each block of predictors sequentially. Non-significant variables were removed from the regression model before adding a new block of variables. The regression models were compared to a baseline model that did not include any predictors to derive the best fitting model. Goodness-of-fit indices were quantified using the Akaike's information criterion (AIC), the percentage of variance explained (R^2), and the -2 Log Likelihood ratio (Δ-2LL). The lowest AIC index, the highest R^2, and a significant deterioration of the model fit indicated by the Δ-2LL value reflected a better fit of the regression model.

Table 2.2. shows the results of the binary logistic regression models, which tested the unique lcontributions of the risk factors to being included in the *Low-Increasing* trajectory of NKS, again using the three other trajectories as the basis for comparison. Low father diploma and household income initially (i.e., block 1) predicted inclusion in the *Low-Increasing* trajectory. Then, low mother perceived impact (block 2) added to the prediction of low NKS trajectory, but was no longer significant after child cognitive skills were considered in block 3. Three of the four variables in block 3, early cognitive development, visual-spatial skills, and memory span uniquely predicted inclusion in *Low-Increasing* trajectory of NKS. Compared to the baseline model, and according to the AIC index and the Δ-2LL value, the final regression model clearly improved the prediction, accounting for 26% of the variance. According to the Odds ratios, low early cognitive development best predicted inclusion in the *Low-Increasing* trajectory of NKS, followed by the father diploma, memory span, visual-spatial skills, and household income.

2.6. DISCUSSION

This study was the first to document the early developmental trajectories of NKS from late preschool to school entry, as well as the early predictors of low NKS across this developmental period. Using a large representative sample of children, four distinct developmental trajectories of NKS were revealed from ages 4 years to 7 years. Early development of NKS was not linear, but rather varied in onset level and rate of progression during the transition from late preschool to school entry. Specifically, heterogeneity in children's NKS development was organized around a small lower performing group (10%), a moderate group (39%), a moderate but fast increasing group (32%) and a higher performing group (19%).

As early as age 4, differences in children's level of NKS were significant among trajectory-groups. These differences were maintained throughout the elementary school years, suggesting long-term prediction of early NKS for later achievement. For instance, children in the *Low-Increasing* trajectory were well behind children in the other trajectories - about a two-year delay, and the gap between children in the *Low-Increasing* and those in the other trajectories did not narrow during the course of the school years. In grades 2 and 4, children in the *Low-Increasing* trajectory of NKS were trailing in mathematics compared to children in the other trajectories, reflecting a stable pattern of low early NKS leading to low mathematic achievement during elementary school. This low and persistent trajectory depicted the most atypical course of NKS in this sample and represented a minority of children. Notably, the prevalence rate for this group was consistent with those previously reported for mathematics learning disability (Barbaresi et al., 2005; Shalev et al., 2005). In other words, these children were already at risk of mathematic difficulties during preschool, and this preschool developmental delay was maintained for most of them during elementary school, suggesting that deficits in the number system knowledge likely hampers later mathematic and academic achievement (Aunola et al., 2004; Jordan, 2010).

Compared to the other trajectories of NKS, the *Low-Increasing* trajectory-group was characterized by several family and child-cognitive early-life risk factors, specifically low household income and father educational background, and delayed early cognitive development, visual-spatial skills and memory span. These associations are consistent with previous findings showing that both child cognitive abilities such as visual-spatial skills and memory-span, and children's home experiences underlie the emergence of early numeracy learning (LeFevre et al., 2009; Melhuish et al., 2008). These results are partly consistent with the triple code model (Dehaene & Cohen, 1995), which suggests that symbolic representation of numbers develops along three dimensions. Numerical quantities are handled at first in a non-symbolic way by the approximate magnitude mechanism (analog code), used for estimating quantities. Then, increasing exposure to language and informal educational activities lead children to learn number words (verbal code) and identify number symbols - Arabic digits (visual code) corresponding to the quantities (Dehaene et al., 1999).

Consistent with this model, we found weak visual-spatial skills (which may be apparent to the visual code) to predict low NKS. However, our results did not support poor receptive vocabulary skills (verbal code) as a significant cognitive risk factor for low-NKS profiles. As for NKS, receptive vocabulary skills rely on both phonological and semantic components of language. Deficiency was found in the language-based phonological loop for children diagnosed with a severe mathematic learning disability, i.e. dyscalculia (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007; Geary, 2011). However, contrary to children with dyscalculia, those experiencing mathematic difficulties but not reaching the clinical criteria for dyscalculia were found with a superior phonemic system to keep information in memory (Geary et al., 2007; Geary, 2011). Therefore, disruption in receptive vocabulary might characterised children with severe mathematic learning disability, but may not be a cognitive risk factor for children at-risk of early NKS difficulties. It is also possible that specific language components may be differentially associated to specific mathematic skills, such as NKS. For example, a recent longitudinal study following children from ages 6 to 9 years showed that vocabulary and listening comprehension predict later differences in geometry but not arithmetic or algebra (Vukovic & Lesaux, 2013). Consequently, receptive vocabulary might be associated to some components of NKS such as the counting skills, but not to magnitude comparisons, or procedural understanding of whole numbers. Indeed, LeFevre et al. (2010) have shown that linguistic skills such as elision and receptive vocabulary (PPVT) of preschool and kindergarten children uniquely predicted number naming, but not nonlinguistic arithmetic during the same year. Although strongly associated with numeration, linguistic skills were weakly associated with magnitude comparison two years later. This shows that the role of language in mathematics development vary depending upon the mathematical outcomes.

Interestingly, even when controlling for early family factors, father diploma, but not mother diploma, still uniquely predicted low NKS. Children of fathers with low educational background were more at risk of low NKS, suggesting that fathers with high education might prevent the development of low numeracy and later mathematic difficulties. It does not mean that mother diploma is not important for early NKS, but it rather shows the increment of higher paternal education, once the covariance with maternal education is taken into account. One possible explanation for this result is that fathers with higher degrees might provide more support for learning. Indeed, compared to parents from lower income and schooling, parents with higher educational background were found to engage more frequently with their children in a broader range of explicit mathematical-related activities (Siegler, 2009; Clements & Sarama, 2007; Starkey, Klein, & Wakeley, 2004). Accordingly, it is possible that fathers with low educational background were less engaged with their children in mathematic-related activities, resulting in slow and/or age inappropriate development of specific cognitive abilities involved in NKS and mathematics. Beyond parental involvement, it is also possible that fathers with low attained diploma and their at-risk child of low NKS shared common vulnerability to poor cognitive abilities. The role of fathers in the development of NKS should be further explored in future research to address this question.

Fathers' perceived parental impact on their children development was, however, not significantly associated to NKS, whereas low mothers perception of impact was initially predictive to low NKS trajectory. However, it did not uniquely predict to low NKS development once child cognitive variables were entered in the model. Parenting style and perceptions had previously been associated with children's school-trajectory (LeFevre et al., 2009; Kouimtzi & Stogiannidou, 2009). Here, mothers' perceived impact may have been associated to NKS through one or many child-cognitive factors and thus, lost its significance when entering the child cognitive abilities into the analyses. Parental beliefs and behaviors have been associated to knowledge such as counting objects and learning vocabulary (LeFevre et al., 2009; Glascoe & Leew, 2010). It is possible that mother's perception of impact promotes the development of NKS through children's cognitive abilities and knowledge implied in mathematics. Therefore, it is possible that mother's perception of impact promotes the development of NK through children's cognitive abilities and knowledge implied in mathematics. It may also be that our measure of parental perceptions was too general, not specifically tapping into children's learning of NK, but rather providing a global perspective.

2.6.1. IMPLICATIONS FOR RESEARCH AND PRACTICES

The present results challenge the view that linguistic skills are core predictors of low NK trajectory. Unlike the pathway (LeFevre et al., 2010) or the triple code model (Dehaene & Cohen, 1995), we did not find language component (i.e. receptive vocabulary) to lead to NK, and thus, this raise questions regarding the theoretical assumptions underlying this predictive association. The results also call for the need to take into consideration children's early cognitive development and knowledge (of colors, counting and pronouncing sentences). At 30 months, this is likely to reflect early home curriculum exposition.

These findings also have implications for early identification of children at risk of persistent mathematic difficulties and school underachievement, as well as for preventive intervention. First, it gives a clear portrait of children from preschool age that, without a formal diagnosis, showed persistently lower math skills compared to their typically achieving peers. Even when controlling for family characteristics, such as household income and father education, and for specific cognitive abilities – memory span, and visual-spatial skills, early cognitive development such as knowledge of colors, counting and speaking at 30 months substantially contribute to early NKS development. Thus, children already performing poorly at 30 months on these characteristics should deserve special attention to alleviate later NKS and math difficulties. Second, this study also reveals continuity from early NKS to mathematical skills during elementary school, and points to early NKS as a potential target for preventing the need of specialized services in the later academic years. This result reinforces the predictive value of NKS and highlights the transition from late preschool to school entry as a crucial period to assess and promote early numeracy. Given this, children's NKS skills should be assessed before school starts in order to provide additional support as soon as difficulties emerge in this area.

2.6.2. LIMITATIONS

The present study should be interpreted in the context of its limitations. First, examination of the distributions of the NKS scores revealed a bimodal distribution at ages 4 and 5 years, suggesting a possible ceiling effect of the Number Knowledge Test at this age in our sample (Okamoto & Case, 1996). As shown in Figure 2.1., the *High-Increasing* and the *Moderate-Fast Increasing* trajectories were close to the ceiling score at ages 5, 6, and 7, reducing variance in these trajectories. Thus, the decreasing gap between the top two trajectories in NKS performance over time, especially from ages 4 to 5, could potentially reflect a ceiling effect of the measure. Second, some predictors did not specifically tap into the mathematic domain and were not directly linked to NKS (e.g. parental perception of impact). Finally, our conclusions might only apply to a specific developmental window covering the 4 to 7 years range. Predictors of low-NKS trajectories could differ at different ages (Haworth, Kovas, Petrill, & Plomin, 2007).

2.7. REFERENCES

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*, 699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699

Balfanz, R., & Letgers, N. (2004). Locating the dropout crisis: Which high schools produce the nation's dropouts? Where are they located? Who attends them? Center for social organization of schools, Johns Hopkins University.

Barbaresi, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics, 5*, 281–289. doi: 10.1367/A04-209R.1

Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathuliére, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning disabilities. *International Journal of Behavioral Development, 21*, 253–275. doi: 10.1080/016502597384857

Bodovski, K. & Youn, M-J. (2011). The long term effects of early acquired skills and behaviors on young children's achievement in literacy and mathematics. *Journal of Early Childhood Research, 9*, 4–19. doi: 10.1177/1476718X10366727

Boivin, M. & Bierman, K. L. (2013). Promoting school readiness and early learning: Implications of developmental research for practice. New-York: Guilford Press

Boivin, M., Pérusse, D., Dionne, G., Saysset, V., Zoccolillo, M., Tarabulsy, G. M., …Tremblay, R. (2005). The genetic-environmental etiology of parents' perceptions and self-assessed behaviours toward their 5-month-old infants in a large twin and singleton sample. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46*, 12–630. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00375.x

Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental Neuropsychology, 33*, 205–228. doi: 10.1080/87565640801982312

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (2009). Factors predictive of mathematics achievement in kindergarten, first and third grades: An opportunity-propensity analysis. *Contemporary Educational Psychology, 34*, 167–183. doi: 10.1016/j.cedpsych.2009.01.002

Canadian Achievement Test, *Second Edition* (1992). Canadian Test Center. Retrieved from http://www.canadiantestcentre.com/

Chard, D., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using measures of Number Sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. *Assessment for Effective Intervention, 30*, 3–14. doi: 10.1177/073724770503000202

Clarke, B. & Shinn, M. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review, 33*, 234–248. Retrieve from http://www.aimsweb.com/uploads/news/id34/06.clarkeshinn.pdf

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 136−163. Retrieved from http://www.mheresearch.com/assets/products/6ea9ab1baa0efb9e/clementssarama.pdf

Cumming, J. J. & Elkins, J. (1999). Lack of automaticity in the basic addition facts as a characteristic of arithmetic learning problems and instructional needs. *Mathematical Cognition, 5*, 149–180. doi: 10.1080/135467999387289

Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83–120.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex, 33*, 219–250.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*, 970–974. doi: 10.1126/science.284.5416.970

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., … Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428

Dunn, L. M. & Dunn, L. M. (1997). Peabody Picture Vocabulary Test (3rd ed.). Circle Pines, MN, US: American Guidance Service.

Dunn, L. M., Theriault-Whalen, C. M., & Dunn, L. M. (1993). *Échelle de Vocabulaire en Images Peabody. Adaptation française du Peabody Picture Vocabulary Test-Revised. Manuel pour les formes A et B*. Toronto, Ontario, CANADA: PSYCAN.

Flipsen, P. (1998). Assessing receptive vocabulary in small-town Canadian kindergarten children: Findings for the PPVT-R. Journal of Speech-Language Pathology and Audiology, 22, 88–93.

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Ouellet, E., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (in preparation). Assessing children's computational skills: Validation of an adapted version of the Canadian Achievement Test - Second Edition for 10 year olds.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics, 32*, 250–263. doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88*, 121–151. doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development, 78*, 1343–1359. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293–304. doi: 10.1177/00222194050380040301

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Retrieved from http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Glascoe, F. P. & Leew, S. (2010). Parenting Behaviors, Perceptions and Psychosocial Risk: Impact on Child Development. *Pediatrics, 125*, 313–319. doi: 10.1542/peds.2008-3129

Göbel, S. M., Watson, S. E. Lervag, A., & Hulme, C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science, 25*, 789–798. doi: 10.1177/0956797613516471

Griffin, S., Case, R., & Siegler, R. (1994). Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for the first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice*. Cambridge, MA, US: The MIT Press.

Haworth, C. M. A., Kovas, Y., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2007). Developmental origins of low mathematics performance and normal variation in twins from 7 to 9 years. *Twin Research and Human Genetics, 10*, 106–117. doi: 10.1375/twin.10.1.106

Jetté, M., & Des Groseillers, L. (2000a). Survey description and methodology. In Longitudinal Study of Child Development in Quebec (ELDEQ 1998-2002) (Vol. 1, No. 1). Quebec City, Quebec, Canada: Institut de la statistique du Québec.
Retrieved from http://www.jesuisjeserai.stat.gouv.qc.ca/bebe/pdf/babyno1-1.pdf

Jetté, M., & Des Groseillers, L. (2000b). Family, child care, and neighbourhood characteristics. Longitudinal Study of Child Development in Quebec (ELDEQ 1998-2002) (Vol. 1, No. 2). Quebec City, Quebec, Canada: Institut de la statistique du Québec. Retrieved from http://www.iamillbe.stat.gouv.qc.ca/bebe/pdf/babyno2-1.pdf

Jones, B. L. & Nagin, D. S. (2007). Advances in Group-Based Trajectory Modeling and an SAS Procedure for Estimating Them. *Sociological Methods Research, 35*, 542–571. doi: 10.1177/0049124106292364

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology, 85*, 103–119. doi: 10.1016/S0022-0965(03)00032-8

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*, 36–46. doi: 10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x

Jordan, N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*, 850–867. doi: 10.1037/a0014939

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*, 60–68. doi: 10.1002/ddrr.46

Jordan, N. C. (2010). Early predictors of mathematics achievement and mathematics learning difficulties. *Encyclopedia on early childhood development*, 1–6. Retrieved from www.child-encyclopedia.com/documents/jordanangxp.pdf

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., Nurmi, J-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97*, 220–241. doi: 10.1016/j.jecp.2007.03.001

Kouimtzi, E-M., & Stogiannidou, A. (2009). Mothers of low achievers: Their perception as to their role in their children's school success and the willingness to seek psychoeducational support. *Psychology: The Journal of the Hellenic Psychological Society, 16*, 280–301.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*, 513–526. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Laursen, B. P. & Hoff, E. (2006). Person-centered and variable-centered approaches to longitudinal data. *Merrill-Palmer Quarterly, 52*, 377–389. doi: 10.1353/mpq.2006.0029

Leblanc, N., Boivin, M., Dionne, G., Tremblay, R., & Pérusse, D. (2008). The development ofhyperactive/impulsive behaviors during the preschool years: The predictive validity of parental assessments. *Journal of Abnormal Child Psychology, 36*, 977–987. doi:

10.1007/s10802-008-9227-7

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., … Penner Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*, 1753–1767. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

LeFevre, J-A., Skwarchuk, S-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science, 41*, 55– 66. doi: 10.1037/a0014532

Lemelin, J.-P., Boivin, M., Forget-Dubois, N., Dionne, G., Séguin, J. R., Brendgen, M., … Pérusse, D. (2007).The genetic-environmental etiology of cognitive school readiness and later academic achievement in early childhood. *Child Development, 78*, 1855–1869. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01103.x

Melhuish, E. C., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., Taggart, B., Phan, M. B., & Malin, A. (2008). Preschool influences on mathematics achievement. *Science, 321*, 1161–1162. doi: 10.1126/science.1158808

Miller, S. P. & Mercer, C. D. (1997). Educational aspects of mathematics disabilities. *Journal of Learning Disabilies, 30*, 47–56. doi: 10.1177/002221949703000104

Muthén, L.K. and Muthén, B.O. (1998-2012). Mplus User's Guide. Seventh Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén

Nagin, D. S. (1999). Analyzing developmental trajectories: A semiparametric, group-based approach. *Psychological Methods, 4*, 139–157. doi: 10.1037/1082-989X.4.2.139

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27–58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Pagani, L. S., Fitzpatrick, C., Belleau, L., & Janosz, M. (2011). « Prédire la réussite scolaire des enfants en quatrième année à partir de leurs habiletés cognitives, comportementales et motrices à la maternelle », Étude longitudinale du développement des enfants du Québec (ÉLDEQ 1998-2010) – De la naissance à 10 ans, Institut de la statistique du Québec, vol. 6, fascicule 1, 12 p.

Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development, 22*, 165–184.

Pasta, D. J. (2009). Learning when to be discrete: Continuous vs. categorical predictors. SAS Global Forum 2009, Statistics and data analysis, 248, 1–10.
Retrieved from http://support.sas.com/resources/papers/proceedings09/248-2009.pdf

Piaget, J. (1977). The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures. New-York: The

Viking Press

Powers, D. A. & Xie, Y. (2008). Statistical methods for categorical data analysis, 2nd Edition. Howard House, England: Emerald.

Ramani, G. B., Siegler, R. S., & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology, 104*, 661–672. doi: 10.1037/a0028995

Sattler, J. M. (2001). Assessment of children: Cognitive applications. San Diego, CA: Sattler.

Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology, 47*, 121–125. doi: 10.1111/j.1469-8749.2005.tb01100.x

Siegler, R. (2009). Improving the numerical understanding of children from low-income families. *Child Development, 3*, 118–124. doi: 10.1111/j.1750-8606.2009.00090.x

SPSS Inc. (2011). SPSS Base 20.0 for Windows User's Guide. SPSS Inc., Chicago, IL.

Statistics Canada, Employment and Social Development Canada, and Council of Ministers of Education, Canada. *Skills in Canada: First Results from the Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC)*, Catalogue no. 89-555-X, Ottawa, 2013. Retrieved from http://www.statcan.gc.ca/pub/89-555-x/89-555-x2013001-eng.pdf

Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 99–120. doi: 10.1016/j.ecresq.2004.01.002

Vukovic, R. K. & Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children’s mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology, 115*, 227–224. doi: 10.1016/j.jecp.2013.02.002

Watts, T.W., Duncan, G.J, Chen, M., Claessens, A., Davis-Kean, P.E., Duckworth, K., … Susperreguy, M.I. (2015). The role of mediators in the development of longitudinal mathematics achievement associations. *Child Development, 86*, 1892–1907. doi: 10.1111/cdev.12416

Wechsler, D. (1989). Manual for the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence–Revised. San Antonio, TX, US: Psychological Corporation.

Zelazo, P. D., Jacques, S., Burack, J. A., & Frye, D. (2002). The relation between theory of mind and rule use: Evidence from persons with autism-spectrum disorders. *Infant & Child Development, 11*, 171–195. doi: 10.1002/icd.304

Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature, 417*, 138–139. doi: 10.1038/417138a

Zuckerman, B., & Halfon, N. (2003). School Readiness: An Idea Whose Time Has Arrived. *Pediatrics, 111*, 1433–1436.
Retrieved from http://pediatrics.aappublications.org/content/111/6/1433.full.html

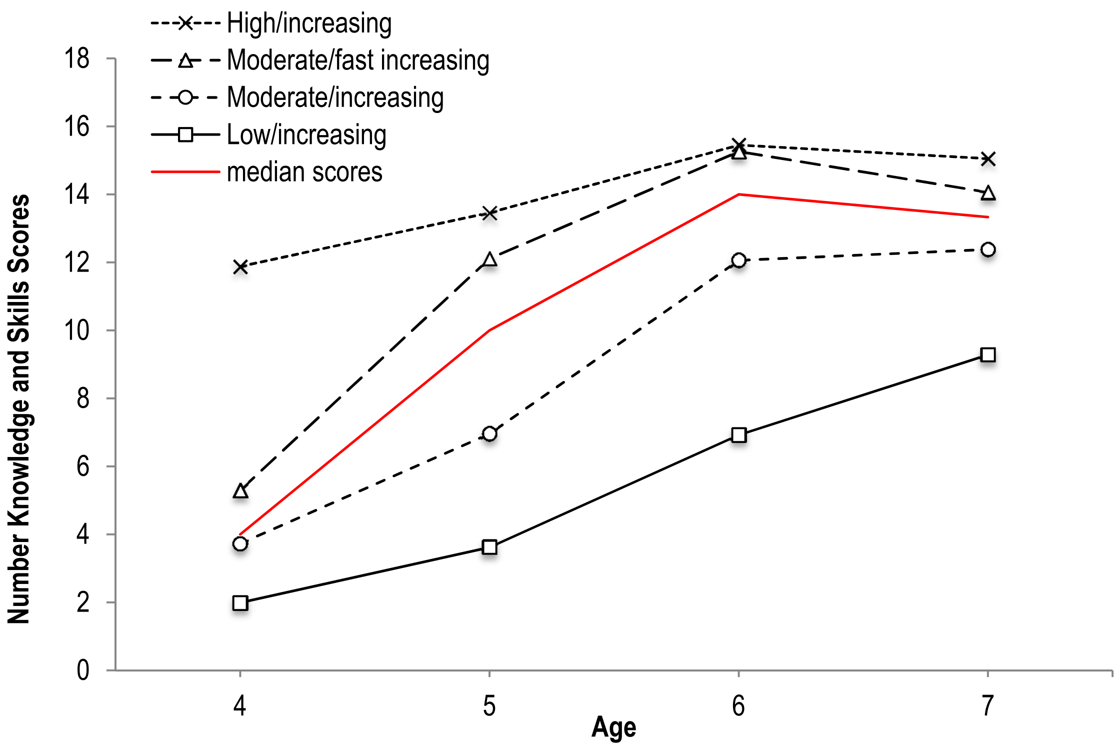

Figure 2.1. Developmental trajectories of number knowledge and skills (NKS) from 4 to 7 years of age (N = 1597): Low-Increasing (n=153; 10%), Moderate-Increasing (n=630; 39%), Moderate-Fast Increasing (n=506; 32%), High-Increasing (n=308; 19%), and the median NKS score. Data courtesy of the Quebec Institute of Statistics.

Table 2.1. Family and children characteristics associated with trajectories of low number knowledge and skills (NKS) from 4 to 7 years of age

Family and children variables	**Missing (n=1597)**	**Low-I (10%, n=153)**	**Other trajectories (90%, n=1444)**	*P*
Sociodemographic (5 months)				
Household income, 30 000$ or less per year	1.25	44.44	24.56	**<.001**
Maternal education, no high school diploma	0.06	30.06	15.18	**<.001**
Paternal education, no high school diploma	7.7	37.87	17.66	**<.001**
Parental perceptions (5 to 30 months)				
Perceived impact (mother)†	0.25	7.81 (1.79)	8.47 (1.46)	**<.001**
Perceived impact (father)†	7.14	7.90 (1.87)	8.52 (1.39)	**<.001**
Child cognitive abilities (41 months)				
Visual-spatial skills†	5.57	4.03 (3.16)	6.60 (3.82)	**<.001**
Receptive vocabulary†	6.51	21.20 (10.58)	31.38 (14.66)	**<.001**
Memory-span†	8.45	1.98 (1.37)	3.37 (2.24)	**<.001**
Early cognitive development†	0.56	1.58 (0.99)	2.30 (0.86)	**<.001**

Low-I refers to the Low-Increasing trajectory of NKS
Other trajectories refers to the Moderate-Increasing, Moderate-Fast increasing, and the High-Increasing trajectories of NKS
Missing indicates the percent of missing data (%)
Chi-square tests between the Low-I trajectory and the other trajectories were used for categorical variables (%)
ANOVAs between the Low-I trajectory and the other trajectories were used for continuous variables † (mean, SD)
Data are courtesy of the Quebec Institute of Statistics.

Table 2.2. Associations between significant covariates (from Table 2.1) and the low trajectory of number knowledge and skills (n=153)

Variables	β	*p*	OR	-2LL	Δ -2LL	*p*	AIC	R^2
Block 1: Sociodemographic (5 months)				-29681.14	71.67	0.00	59406.28	0.09
Household income	-0.20	**0.00**	0.85					
Mother diploma	-0.08	0.16	0.87					
Father diploma	-0.22	**0.00**	0.68					
Block 2: Parental perceptions (5 to 30 months)				-29675.01	84.33	0.00	59396.02	0.11
Household income	-0.19	**0.00**	0.85					
Father diploma	-0.23	**0.00**	0.66					
Perceived impact (mother)†	-0.11	**0.00**	0.87					
Perceived impact (father)†	-0.08	0.08	0.90					
Block 3: Child cognitive abilities (41 months)				-29621.23	180.81	0.00	59294.47	0.24
Household income	-0.13	**0.01**	0.89					
Father Diploma	-0.17	**0.00**	0.72					
Perceived impact (mother)†	-0.07	0.11	0.91					
Visual-spatial skills†	-0.28	**0.00**	0.86					
Receptive vocabulary†	-0.12	0.06	0.98					
Memory-span†	-0.20	**0.01**	0.83					
Early cognitive development†	-0.23	**0.00**	0.58					
Final model				**-29624.90**	**173.61**	**0.00**	**59297.79**	**0.26**
Household income	-0.15	**0.00**	0.87					
Father Diploma	-0.18	**0.00**	0.70					
Visual-spatial skills†	-0.29	**0.00**	0.86					
Memory-span†	-0.23	**0.00**	0.80					
Early cognitive development†	-0.26	**0.00**	0.55					

β: Standardized parameter estimates, OR: odds ratio, and †: continuous variables
The -2 Log Likelihood ratio (Δ-2LL), the Akaike's information criterion (AIC), and the variance explained (R2) indicates the adequacy of the model. Data are courtesy of the Quebec Institute of Statistics.

Chapitre 3 : Persistent Genetic and Environmental Contributions to Knowledge and Skills in Mathematics from Preschool to Late Childhood

Gabrielle Garon-Carrier[1], Michel Boivin[1,2], Yulia Kovas[3,4], Mara Brendgen[5], Frank Vitaro[6], Jean R. Séguin[7,8], Richard E. Tremblay[2,7,9,10], & Ginette Dionne[1]

[1] School of Psychology, Université Laval, Canada

[2] Institute of Genetic, Neurobiological, and Social Foundations of Child Development, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

[3] Department of Psychology, Goldsmiths, University of London, UK

[4] Laboratory for Cognitive Investigations and Behavioural Genetics, Tomsk State University, Russian Federation

[5] School of Psychology, Université du Québec à Montréal, Canada

[6] Department of Psychoeducation, Université de Montréal, Canada

[7] CHU Ste-Justine Research Center, Université de Montréal, Canada

[8] Department of Psychiatry, Université de Montréal, Canada.

[9] Department of Pediatrics and Psychology, Université de Montréal, Canada

[10] School of Public Health, Physiotherapy and Sports Science, University College Dublin, Ireland

Article en préparation

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Kovas, Y., Brendgen, M., Vitaro, F., Séguin, J. R., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (En préparation). Persistent Genetic and Environmental Contributions to Knowledge and Skills in Mathematics from Preschool to Late Childhood.

3.1. RÉSUMÉ

Cette étude investigue la stabilité et les variations de la contribution génétique et environnementale aux différences individuelles de la connaissance des nombres durant la transition de l'âge préscolaire à l'entrée scolaire, et de son association prédictive au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire. L'échantillon est issu de l'Étude des jumeaux nouveau-nés du Québec (EJNQ). Les jumeaux ont été évalués sur leurs connaissance des nombres à l'âge préscolaire (5 ans) et en 1re année (7 ans); et les enseignants ont rapporté le rendement en mathématiques de chacun des jumeaux en 4e et 6e année (10 et 12 ans). Un modèle simplex génétiquement informatif, qui prend en compte l'aspect longitudinal des données, a été effectué. Les résultats indiquent que les facteurs génétiques expliquent en grande partie la stabilité phénotypique de la connaissance des nombres de l'âge préscolaire à la 1re année du primaire, et de son association au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire, malgré les variations spécifiques au rendement en mathématiques qui se caractérisent par l'apport de nouveaux gènes. Les facteurs de l'environnement commun et unique à chacun des jumeaux, quant à eux, contribuent tous deux à la stabilité de l'association entre la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques, sans apport significatif additionnel après la période préscolaire. L'implication clinique de ces résultats est discutée.

3.2. ABSTRACT

This study investigated the stable and transient genetic and environmental contributions to individual differences in number knowledge and skills (NKS) in the transition from preschool (age 5) to school entry (age 7), and to its predictive association with math achievement (age 10-12). Participants were twins from the Quebec Newborn Twin Study, whose NKS were assessed by a trained research assistant in preschool (age 5) and grade 1 (age 7), and then through teacher ratings of achievement in mathematics in grades 4 and 6 (ages 10 and 12). We conducted genetic simplex modeling across these three time points. Genetic variance was transmitted from preschool NKS to late primary math achievement, with significant genetic innovation (i.e. new) at ages 10-12 years. The shared and non-shared environmental contributions to preschool NKS also predicted subsequent NKS and math achievement across time. There was no additional environmental contribution at time points subsequent to preschool. Results are discussed in light of their practical implications for children with mathematic difficulties as well as for preventive intervention.

3.3. INTRODUCTION

Early number knowledge and skills (NKS) forecasts later achievement in mathematics (Chard, Clarke, Baker, Otterstedt, Braun, & Katz, 2005; Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Okamoto & Case, 1996; Garon-Carrier et al., 2016). Core components of NKS, such as magnitude comparisons and counting abilities, underlie the development of effective counting strategies (Geary, 2004; LeFevre et al., 2010), which provides the foundation for a deeper understanding of mathematics allowing for the solving of complex operations, such as algebraic equations and multi-step arithmetic problems (Gersten, Clarke, & Jordan, 2007; Göbel, Watson, Lervag, & Hulme, 2014).

There is indeed good evidence of continuity from early NKS to achievement in mathematics (Chard et al., 2005; Duncan et al., 2007; Gersten et al., 2005; Göbel, et al., 2014; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009). Longitudinal studies of population-based samples of children, and studies of children showing learning disabilities in mathematics both indicate that NKS at school entry predicts later achievement in mathematics, at least up to grades 3 and 4 (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Jordan et al., 2009; Krajewski & Schneider, 2009). At the same time, there is substantial change in both the learning context and developmental processes underlying math performance over this period, including motivational (Garon-Carrier et al., 2016; see Annexe B), cognitive (Kleemans, Peeters, Segers, & Verhoeven, 2012; Decker & Roberts, 2015) and emotional processes (e.g. self-regulation, Krapohl et al., 2014).

This well-documented predictive association between NKS and math achievement raises important questions regarding the underlying mechanisms. Specifically, what factors explain the high continuity of NKS throughout the years, and how do they predict later math achievement? Are they genetically and/or environmentally driven over time? The current study uses a twin design to assess the genetic and environmental factors underlying the continuity and change in NKS over time, as well as the predictive association with later achievement in mathematics. Early NKS could predict math achievement through the persistence of environmental factors (e.g., education, parental support for learning), and/or through the mediation of genetic factors across development. Examining whether NKS and math achievement share common etiological factors is a first step toward understanding the developmental pathways leading from NKS to math achievement in school.

Previous twin studies have shown mixed results regarding the genetic-environmental underpinnings of achievement in mathematics. One of the first twin studies, conducted in Ohio, examined mathematic skills of mixed age, 6- to 12-year-old twins (mean age, 9.8 years), and found that achievement in mathematics (standardized tests) was only modestly heritable in that age range (.19), with shared and non-shared environment accounting for most of the variation (.71 and .10, respectively) (Thompson, Detterman, & Plomin, 1991). However, this study included only age heterogeneous same-sex twin pairs and did not apply correction for age and sex (McGue & Bouchard, 1984) which may explains the high univariate shared environmental estimates to individual differences in mathematics. In contrast, another study of twins from Colorado aged between 8 and 20 years (mean age, 11.75 years) showed an average heritability of .90 for math achievement (standardized test), with negligible environmental influences (Alarcón, Knopik, & DeFries, 2000).

Using age-homogeneous groups of twins, recent studies consistently found strong heritability estimates for teacher-rated math achievement at age 7 years (.66; Oliver et al., 2004), and 9 years (.72; Kovas et al., 2007) as well as for web-based tests of math achievement at age 12 years (.61; Davis, Haworth, & Plomin, 2009), with negligible shared, and modest non-shared environmental source of variance.

Thus, inconsistencies across studies likely result from variations in age. Some non-longitudinal studies used a sample highly heterogeneous in age (6-12 years and 8-20 years, Thompson et al., 1991; Alarcón et al., 2000). However, twins should be assessed at a specific age, and followed longitudinally in order to adequately capture (1) changes in the trait, i.e., what we call ‘mathematics’ may subsume different cognitive and motivational processes with age, and (2) new genetic and environmental sources of variance during development, i.e., potential changes associated with personal maturation/development (e.g., puberty, socializing; Wehkalampi et al. 2008; Santos, Vaughn, Peceguina, Daniel, & Shin, 2014), or in the learning context. Results across studies may also vary as a function of the measures used. While some studies used teacher ratings of math achievement (Oliver et al., 2004; Kovas et al., 2007), others used multiple-choice math subtests of standardized scholastic achievement tests (Thompson et al., 1991; Alarcón, et al., 2000); combined scores of verbal and non-verbal arithmetic and of math subtests focusing on geometry and trigonometry problems (Alarcón, et al., 2000), or an online battery of mathematic tests (Davis et al., 2009).

Previous findings were also tainted by features limiting their interpretation. Achievement in mathematic substantially change from early childhood to adolescence, and so the mechanisms underlying this developmental change. However, no previous twin studies took advantage of a longitudinal design to disentangle the genetic and environmental contributions of individual differences in mathematics over time, and thus, only punctually covered a short developmental period. Moreover, early individual differences in math abilities such as assessed through NKS have never been documented within a genetically sensitive framework.

The present study is the first to investigate the genetic and environmental contributions to the continuity and changes in NKS during the transition from preschool to Grade 1, at a time when children start to be formally exposed to numbers; and the potential extension of these early contributions to achievement in mathematics in late primary school. We used an ongoing longitudinal twin study covering an extended developmental window, from preschool to late primary school, involving substantial changes in the learning context, as well as with respect to physical and psychological development. The following research questions were addressed: (1) What are the genetic and environmental contributions to preschool NKS, that is, before school entry (age 5), to grade 1 NKS (age 7), and to late primary math achievement (10-12 years)? (2) To what extent are genetic and environmental contributions to NKS stable, i.e., extending over time versus age specific? (3) To what extent are these initial genetic and environmental contributions to NKS extending to later achievement in mathematics?

3.4. METHODS

3.4.1. PARTICIPANTS

Participants were pairs of twins born in the greater Montreal area, Canada, who were recruited between April 1995 and December 1998 to participate in the ongoing Quebec Newborn Twin Study (Boivin et al., 2013). Of the 989 families initially contacted, 662 (67%) agreed to participate. This initial sample, which included both same-sex and opposite-sex twin pairs, was followed longitudinally from 5 months onward, and assessed on various child and family characteristics. Parental written informed consent was obtained at each assessment. Twins' zygosity was established at 5 and 20 months with the Zygosity Questionnaire for Young Twins (Goldsmith, 1991), and was derived from DNA samples for 123 and 113 twin pairs respectively. The concordance between the two methods reached 91.90% at 5 months and 93.80% at 20 months (Forget-Dubois et al., 2003). Zygosity was established for a total of 667 twin pairs (254 MZ and 413 DZ pairs including 203 opposite-sex pairs). Of the 667 families with zygosity information, 70 were lost through attrition and were not include in the analyses.

Information regarding children's NKS was collected at 5 (M= 5.30, SD= .26, range 4.69–5.91) and 7 (M= 7.06, SD= .27, range 6.42–7.75) years respectively, and mathematics achievement was collected at age 10 (M= 10.00, SD= .28, range 9.42–10.67) and 12 (M= 12.09, SD= .29, range 11.50–13.00) years. 75.60%, 70.30% and 60.30% of the twins were in different classrooms at ages 7, 10 and 12 years.

The average attrition rate from ages 5 to 12 years was less than 1% per year, although it varied slightly across measures and analyses (between 396 and 448 twin pairs; see Table 1). According to Little's missing completely at random (MCAR) test, participating twins differ from those lost due to attrition with regard to mathematics achievement and socioeconomic measures (χ^2= 176.76, *df*= 73, *p*= .001). A series of *t* tests showed that missing children at ages 5, 7 and 12 were from lower socioeconomic status at age 5 months, and those missing at ages 5 and 7 had lower math achievement at age 10. Accordingly, we used the Full Information Maximum Likelihood (FIML) approach of the Mplus 7.11 statistical package (Muthén & Muthén, 1998-2012) to make full use of available data and minimise biases due to attrition (Peugh & Enders, 2004). All statistics reported were estimated using FIML.

3.4.2. MEASURES AND PROCEDURE

3.4.2.1. Number knowledge and skills

A trained research assistant assessed NKS during a face-to-face interview when children were age 5 (preschool) and 7 years (grade 1). NKS was measured by an adapted version of the Number Knowledge Test (Okamoto & Case, 1996). This test measures multidimensional aspects of numerical competence such as counting and basic arithmetic skills. The test has 4 levels of difficulty ranging from 0 to 3 (Gersten et al., 2005; Gersten et al., 2007). The score consisted of the total number of correct items across a level, and varied between 0 and 18 at age 5, and between 0 and 35 at age 7. The Number Knowledge Test was initially designed for teachers to screen for early children's mathematics difficulties (Gersten et al., 2007). Item-response reliability initially conducted revealed an internal consistency of .94 (Gersten et al., 2007), and an acceptable preschool-Grade 1 NKS stability (see the results section).

3.4.2.2. Achievement in mathematics

Teachers rated each child's achievement in mathematics relative to his or her classmates on a 5-point scale ranging from 1 (lower achievers) to 5 (higher achievers), using two items at both ages 10 (Grade 4) and 12 (Grade 6): "In your opinion, how does this child's achievement in the following subjects compare with other children of the same age?" (1) mathematical calculations (ability to carry out basic mathematical operations at his or her level), and (2) mathematical problem solving (ability to grasp the elements of the problem, choose a method and carry out the operations needed). Teachers reported children's math achievement at the end of each school year. The correlations between the two items were .87 at age 10, and .89 at age 12; and the correlations between the corresponding items across ages were .60 at age 10, and .67 at age 12. Accordingly, the items were averaged across age to serve as an overall measure of mathematics achievement in late primary school.

3.4.3. TWIN METHOD

As a natural experiment, twin studies allow us to determine whether siblings sustain the same level of NKS and math, and whether this similarity is handled by their genetic relatedness and/or their shared environment. Genetic and/or environmental similarity can be determined by comparing intra-pair correlations of identical twins (monozygotic, MZ) who share 100% of their genes, and non-identical twins (dizygotic, DZ) who share 50% of their genes. Higher phenotypic similarity for MZ over DZ twins is assumed to reflect genetic sources of variance (i.e., heritability), whereas equal phenotypic similarity between MZ and DZ twin pairs represents shared environmental sources of variance. This methodological approach estimates the relative contributions of additive genetic effects (A); shared (C); and non-shared environmental sources of variance (E), through structural equation model fitting.

3.5. ANALYSES

3.5.1. UNIVARIATE ANALYSIS

A univariate genetic analysis was fitted to data to examine the genetic and environmental influences on preschool NKS, grade 1 NKS, and math achievement.

3.5.2. LONGITUDINAL ANALYSIS

Because we were interested in the possible transmission of initial genetic and environmental contributions over time, a simplex model was fitted to the data. The simplex model specifically tests the degree to which individual variations from preschool NKS to later math achievement is caused by continuous or transient effects (Boomsma, Martin, & Molenaar, 1989; Eaves, Long, & Heath, 1986; Neale & Cardon, 1992). The chief advantage of the simplex model is the partitioning of genetic and environmental variation transmitted from previous time-points to the next, and the estimation of new genetic and environmental influences (innovations) that may come into play at each occasion (Eaves et al., 1986).

The simplex model is mainly an autoregressive model where the latent variable at time (i) is assumed to be causally related with the immediately preceding latent variable (i – 1) through a linear relation (transmission coefficients). The innovations (time-specific influence) are part of the latent factor at time (i) that is not caused by the latent factor at time (i-1), but are part of every subsequent transmission coefficient time point (see Evans, Frazer, Boomsma, & Martin, 2001; Gillespie, Kirk, Evans, Heath, Hickie, & Martin, 2004, for a more detailed description).

In this study, the simplex model consisted of 16 parameters, i.e., three innovations (o, p, q) and two transmission coefficients (b) for each source of variance (A, C and E), and one measurement error (u) parameter (see Figure 3.1.). The measurement error parameters were constrained to equality at all three ages, thus accounting for one estimated parameter, and the factor loadings on the observed variables from the latent factors were set to 1 in order for the model to be identified. The variance of the innovation terms and the transmission coefficients were estimated. Confidence intervals were obtained by bootstrapping the sample 1000 times, which allowed us to determine the significance of the parameters.

The proportion (%) of genetic, shared and non-shared environmental variance transmitted from preschool NKS to Grade 1 NKS, and from preschool and Grade 1 NKS to math achievement were derived (see section 3.9.). We also derived the proportion of genetic, shared and non-shared environmental innovation specific to Grade 1 NKS and specific to math achievement.

3.6. RESULTS

3.6.1. ANALYSES OF INDIVIDUAL DIFFERENCES

Descriptive statistics and ANOVA results by sex and zygosity are presented in Table 3.1. These descriptive statistics are reported for one twin chosen at random from each pair. No significant sex differences were found in preschool NKS. However, boys performed significantly better than girls in grade 1 NKS. No significant zygosity differences, nor sex by zygosity interactions were found in both preschool and grade 1 NKS. Similarly, no significant sex differences, zygosity differences, or sex by zygosity interactions were found in math achievement during late primary school.

Moderate predictive associations were found between preschool NKS and grade 1 NKS (r=.54) and math achievement (r=.47), and between grade 1 NKS and math achievement (r=.56). These correlations suggest stable prediction from preschool NKS to late primary math achievement.

3.6.2. UNIVARIATE ANALYSIS

Prior to genetic analyses, NKS and math scores were standardized, as well as corrected for age and sex. Results from the univariate twin analyses are reported in Table 3.2. The results revealed low heritability for preschool NKS (18%), but moderate heritability for grade 1 NKS (49%) and math achievement (52%). We found a moderate shared environmental contribution to preschool NKS (35%), but a weak contribution of shared environment to grade 1 NKS (18%) and to later math achievement (21%). Non-shared environmental contribution was moderate in preschool NKS (47%) but decreased in grade 1 NKS (33%) and later math achievement (27%). Although all parameters were significant, a CE model best-fit preschool NKS, while an ACE model and an AE model best-fit grade 1 NKS and late primary school math achievement respectively (see Table S3.1.).

The sex-limitation models revealed no sex differences in the genetic and environmental contributions to both preschool and grade 1 NKS, and to later math achievement. In other words, the contributions of genetic or environmental factors to NKS and math achievement were of similar magnitudes for boys and girls (see Table S3.2.).

Additional analyses were conducted to examine whether (1) the estimated parameters for math achievement would vary when using twins in different classrooms only at ages 10-12 years, and (2) the estimated parameters for NKS and math achievement would vary when using same-sex twins only. The results (not shown but available from the authors) provided similar estimated parameters whether we used both twin pairs in same and different classrooms, or using only twin pairs in different classrooms. We also found similar estimates whether we used both same-sex and opposite-sex twins, or using only same-sex twin pairs.

3.6.3. LONGITUDINAL ANALYSIS

The proposed simplex model provided an adequate fit to the observed data, as shown by a non-significant χ^2 value (p = .61), high comparative fit index (CFI = 1.00) and Tucker– Lewis index (TLI = 1.00), as well as very small root mean square error of approximation (RMSEA = .00 [.00, .041]) (Hu & Bentler, 1999).

The resulting simplex model, with its significant parameter estimates (unstandardized), is presented in Figure 3.2. The proportion (%) of the transmission coefficients and innovations at each time point (not shown) were derived using the formulas presented in section 3.9. The parameter estimates revealed a large additive genetic transmission coefficient from preschool to grade 1 NKS, with 37% of the genetic variance at age 5 transmitted to the subsequent age, and no genetic innovation at age 7. A significant genetic age-specific contribution (i.e., innovation) was found for math achievement in late primary school. Specifically, 31% of the variance in math achievement was due to genetic innovation, whereas 22.5% was accounted for by genetic contributions transmitted from previous NKS. In other words, a significant part of the genetic variance in math achievement in late primary school was due to new genes being expressed over and above persistent genetic variance associated with previous NKS.

The shared environmental contributions to grade 1 NKS and later math achievement were entirely transmitted from shared environmental factors associated with preschool NKS. Indeed, 12% of the variance in grade 1 NKS was transmitted from preschool NKS shared environment, whereas 19.5% of the variance in math achievement originated from shared environmental contributions to both preschool and grade 1 NKS. No new significant shared environmental innovations were found in grade 1 NKS and in later math achievement. Non-shared environmental transmission coefficients were small, but significant, with less than 5% of non-shared environmental influences transmitted from preschool NKS to math achievement. Again, no significant non-shared environmental innovations were found in both grade 1 NKS and later math achievement.

3.7. DISCUSSION

This study is the first to examine longitudinally the stable and transient genetic and environmental sources of variance in preschool and Grade 1 NKS, and of their associations and patterns of change to the variation in late primary school achievement in mathematics. Our results revealed increasing heritability estimates from NKS to math achievement, from 18% at preschool to 52% in late primary school, but substantial genetic continuity from preschool NKS to late primary math achievement, with additional genetic contributions appearing in age 10-12 math achievement. In contrast, shared and non-shared environmental contributions decreased sharply from 5 to 10-12 years, from 35% to 21% (shared environment) and from 47% to 27% (non-shared environment), but entirely contributed to the continuity from preschool NKS to late primary math achievement. These results were similar for both boys and girls.

The finding of substantial (shared and non-shared) environmental sources of variance in preschool NKS is consistent with previous studies showing that preschool NKS largely develops through informal exposure to numbers and instructions received from parents, siblings, or teachers (Gersten et al., 2005; Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva, & Hedges, 2006). In contrast, while environmental sources account for most of the variance in preschool NKS, genetic factors explained half of the variance in grade 1 NKS and late primary school math achievement. This pattern of results has also been observed in other school subjects such as vocabulary (Hart et al., 2009; Olson et al., 2011). One potential explanation for the increased heritability is the timing of the changes we observed. The first transition, between preschool to grade 1 NKS (5 to 7 years), coincides with children's entry into formal education. This change might impact the relative contribution of genetic and environmental influences on NKS by bringing a more homogeneous learning environment across children, especially in Quebec where the school curriculum is unified and standardized. The ensuing reduced environmental variance leaves more room for genetic factors to drive differences in the phenotypes. Heritability is likely to increase when environmental differences such as SES or educational inequalities are attenuated; thus, heritability might index equity among individuals (Krapohl et al., 2014). Indeed, the heritability of NKS increased from preschool to grade 1. This increased heritability, however, was not driven by new genetic factors; rather, the same genetic factors that were important in preschool NKS continued to play a role in grade 1 NKS, but explaining individual differences at this age to a much greater degree.

By contrast, the increased heritability in late primary school math achievement seemed to reflect the activation of new genes relevant to mathematics. Mathematics achievement was found partly driven by age-specific genetic factors, which may reflect maturational factors around age 10-12 years, and the growing complexity of mathematical concepts. Arithmetic reasoning and growing abstract ways of thinking usually develop around age 12 years (Susac, Bubic, Vrbanc, & Planinic, 2014), with mathematics becoming increasingly differentiated from other school subjects at this age.

However, the contribution of the new genetic effects at age 10-12 might not be specific to mathematic skills. Previous studies have shown that most genetic variance in one school subject was also shared with other school subjects and/or cognitive abilities. A genetic correlation of .67 between mathematics and general intelligence, and of .74 between mathematics and reading was found at ages 7 and 10 years (Kovas, Harlaar, Petrill, & Plomin, 2005; Davis et al., 2008); suggesting that the same genes can explain most of the observed correlations among these traits (Kovas et al., 2007). Indeed, developing cognitive abilities, themselves partly genetically influenced, could lead to more complex mental computation abilities with age. Late primary school roughly coincides with a qualitative change in children's cognitive development. According to Piaget's theory of cognitive development (Piaget, 1977), this is the developmental period where most children progress from the concrete operational stage of thinking to the far more abstract formal operational stage (Piaget, 1977). This change in cognitive development is also supported by age-related brain maturational process in children and adolescents. For example, the neurocircuitry strengthens during adolescence, and it allows for multitasking, enhanced ability to solve problems, and the capability to process more complex information (Arain et al., 2013). Cognitive abilities involved in mathematics problem solving were indeed found to change in importance as children develop higher-level math skills (Decker & Roberts, 2015), and genetic contribution to these cognitive abilities was also found to increase with years, from 41% at age 9 years to 66% at age 17 years (Haworth et al., 2010).

Shared environmental factors significantly contributed to continuity from 5 to 10-12 years, with no innovation effects through time. The contribution of shared environmental factors to individual differences in mathematics overlapped completely with those of preschool and grade 1 NKS, and thus, mainly accounted for the continuity from preschool NKS to math achievement in late primary school. This finding suggests that shared environmental sources of variation from preschool NKS to math achievement may involve stable factors, such as SES, that contribute consistently to math performance (Jordan & Levine, 2009). Several factors shared by twin pairs impact on math development. The childcare quality shared by twins of the same family during their preschool years (Choi & Dobbs-Oates, 2014), or parental involvement in children's education (LeFevre, Skwarchuk, Smith-Chant, Fast, Kamawar, & Bisanz, 2009; Ramani, Siegler, & Hitti, 2012) have been associated with math skills (Bodovski & Young, 2011; Glascoe & Leew, 2010), and might be factors of persistent shared influence on math development over the years. Similarly, unique environmental influences contribute to continuity in mathematics; but no age-specific innovations were identified. The lack of additional age-specific influences might be explained by the removal of measurement error from the unique environmental factor. When disentangling these two sources, results become consistent with the absence of new unique environment contributions through time. This finding has implications for children with mathematic difficulties as well as for preventive intervention. It suggests that help offered to children with math difficulties in preschool may contribute to math development in a stable way. This points to the preschool age as an optimum window for prevention and intervention of math difficulties. Consequently, screening and support for early math difficulties should be afforded before school entry.

3.7.1. LIMITATIONS AND FUTURE DIRECTIONS

This study should be interpreted in the context of its limitations. First, some effects were possibly not detected due to the small twin sample size, reducing power to assess the significance of small effects. Second, some of the changes observed across the years might be due to measurement methodology (standardized test of NKS administered in laboratory vs. teachers report of math achievement) rather than genuine etiological change. However, the high phenotypic stability suggests great prediction from NKS to math achievement across ages, and the control for measurement-specific error in the simplex model may have been sufficient to minimize potential methodological bias.

In conclusion, the study provided new insights into the mechanisms that underlie the stability and change in NKS, and its prediction of later math achievement. We found an etiological shift from preschool NKS to math achievement in late primary school, with genetic influences – some of them new – becoming more important and environmental factors becoming less influential, possibly due to their standardization in formal school. Genetic factors accounted for both enduring and transient effects from preschool NKS to late primary math achievement, suggesting that the same genetic factors are needed to support the complex cognitive functions required for mathematical reasoning across development, but also that developmental changes occur in genetic expression and/or in the phenotype in late elementary school (NKS vs. math; and measures at different ages). Environmental factors were entirely transmitted longitudinally from early NKS to math achievement. This is of high relevance for prevention and intervention. Early learning activities experienced within the family and daycare context might help to inform parents about their child NKS, and prevent later math difficulties. Future research is needed to identify specific genes and environments that are relevant for mathematics development.

3.8. REFERENCES

Alarcón, M., Knopik, V.S., & DeFries, J.C. (2000). Covariation of mathematics achievement and general cognitive ability. *Journal of School Psychology, 38*, 63–77. doi: 10.1016/S0022-4405(99)00037-0

Arain, M., Haque, M., Johal, L., Mathur, P., Nel, W., Rais, A., … & Sharma, S. (2013). Maturation of the adolescent brain. *Neuropsychiatric Disease and Treatment, 9*, 449–461. doi: 10.2147/NDT.S39776

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*, 699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699

Bodovski, K. & Youn, M-J. (2011). The long term effects of early acquired skills and behaviors on young children's achievement in literacy and mathematics. *Journal of Early Childhood Research, 9*, 4–19. doi: 10.1177/1476718X10366727

Boivin, M., Brendgen, M., Dionne, G., Dubois, L., Pérusse, D., Robaey, P., … Vitaro, F. (2013). The Quebec Newborn Twin Study into adolescence: 15 years later. *Twin Research and Human Genetics, 16*, 64–69. doi: 10.1017/thg.2012.129.

Boomsma, D.I., Martin, N.G., & Molenaar, P.C.M. (1989). Factor and simplex models for repeated measures: Application to two psychomotor measures of alcohol sensitivity in twins. *Behavior Genetics, 19*, 79–96.

Chard, D., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using measures of Number Sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. *Assessment for Effective Intervention, 30*, 3–14. doi: 10.1177/073724770503000202

Choi, J.Y. & Dobbs-Oates, J. (2014). Childcare quality and preschoolers' math development. *Early Child Development and Care, 184*, 915–932. doi: 10.1080/03004430.2013.829822

Davis, O.S.P., Kovas, Y., Harlaar, N., Busfield, P., McMillan, A., Frances, J., … & Plomin, R. (2008). Generalist genes and the Internet generation: etiology of learning abilities by web testing at age 10. *Genes, Brain and Behavior, 7*, 455–462. doi: 10.1111/j.1601-183X.2007.00370.x

Davis, O.S.P., Haworth, C.M.A., & Plomin, R. (2009). Learning abilities and disabilities: generalist genes in early adolescence. *Cognitive Neuropsychiatry, 14*, 312–331. doi: 10.1080/13546800902797106

Decker, S. & Roberts, A. (2015). Specific cognitive predictors of early math problem solving. *Psychology in the Schools, 52*, 477–488. doi: 10.1002/pits.21837

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., … Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428

Eaves, L.J., Long, J., & Heath, A.C. (1986). A theory of developmental change in quantitative phenotypes applied to cognitive development. *Behavior Genetics, 16*, 143–162.

Evans, D.M., Frazer, I.H., Boomsma, D.I., & Martin, N.G. (2001). Developmental genetics of red cell indices during puberty: A longitudinal twin study. *International Journal of Human Genetics, 1*, 41–53.

Forget-Dubois, N., Pérusse, D., Turecki, G., Girard, A., Billette, J.-M., Rouleau, G., Boivin, M., …Tremblay, R. (2003). Diagnosing zygosity in infant twins: Physical similarity, genotyping, and chorionicity. *Twin Research, 6*, 479–485.

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Guay, F., Kovas, Y., Dionne, G., Lemelin, J-P., Séguin, J. R., & Tremblay, R. E. (2016). Intrinsic motivation and achievement in mathematics in elementary school: A longitudinal investigation of their association. *Child Development, 87*, 165–175. doi: 10.1111/cdev.12458

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J-P., Kovas, Y., Séguin, J., Vitaro, F., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (2016). Developmental trajectories of number knowledge from 4 to 7 years: Low-persistent profile and early-life associated factors.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Retrieved from http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293–304. doi: 10.1177/00222194050380040301

Gillespie, N.A., Kirk, K.M., Evans, D.M., Heath, A.C., Hickie, I.B., & Martin, N.G. (2004). Do the genetic or environmental determinants of anxiety and depression change with age? A longitudinal study of australian twins. *Twin Research, 7*, 39–53. doi: 10.1375/13690520460741435

Glascoe, F. P. & Leew, S. (2010). Parenting behaviors, perceptions and psychosocial risk: Impact on child development. *Pediatrics, 125*, 313–319. doi: 10.1542/peds.2008-3129

Göbel, S. M., Watson, S. E. Lervag, A., & Hulme, C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science, 25*, 789–798. doi: 10.1177/0956797613516471

Goldsmith, H. H. (1991). A zygosity questionnaire for young twins: A research note. *Behavior Genetics, 21*, 257–269. doi: 10.1007/BF01065819

Hart, S.A., Petrill, S.A., DeThorne, L.S., Deater-Deckard, K., Thompson, L.A., Schatschneider, C., &

Cutting, L.E. (2009). Environmental influences on the longitudinal covariance of expressive vocabulary: Measuring the home literacy environment in a genetically sensitive design. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 50*, 911–919. doi:10.1111/j.1469-7610.2009.02074.x.

Haworth, C. M. A., Wright, M. J., Luciano, M., Martin, N. G., de Geus, E. J. C., Beijsterveldt, V., Bartels, M., …Plomin, R. (2010). The heritability of general cognitive ability increases linearly from childhood to young adulthood. *Molecular Psychiatry, 15*, 1112–1120. doi: 10.1038/mp.2009.55

Hu, L. & Bentler, P.M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 6*, 1–55.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*, 850–867. doi: 10.1037/a0014939

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*, 60–68. doi:10.1002/ddrr.46

Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly, 27*, 471– 477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004

Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk". *Developmental Psychology, 42*, 59–69. doi: 10.1037/0012-1649.42.1.59

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., Nurmi, J-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97*, 220–241. doi: 10.1016/j.jecp.2007.03.001

Kovas, Y., Harlaar, N., Petrill, S.A., & Plomin, R. (2005). Generalist genes and mathematics in 7-year-old twins. *Intelligence, 33*, 473–489. doi: 10.1016/j.intell.2005.05.002

Kovas, Y., Haworth, C.M.A., Dale, P.S., Plomin, R., Weinberg, R. A., Thomson, J. M., & Fischer, K. W. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 72*, 1–160.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*, 513–526. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Krapohl, E., Rimfeld, K., Shakeshaft, N. G., Trzaskowski, M., McMillan, A., Pingault, J-B., … Plomin, R. (2014). The high heritability of educational achievement reflects many genetically influenced traits, not just intelligence. *PNAS, 111*, 15273–15278. doi: 10.1073/pnas.1408777111

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*, 1753–1767. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

LeFevre, J-A., Skwarchuk, S-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science, 41*, 55– 66. doi: 10.1037/a0014532

McGue, M., & Bouchard, T.J. (1984). Adjustment of twin data for the effects of age and sex. *Behavior Genetics, 14*, 325–343.

Muthén, L.K. and Muthén, B.O. (1998-2012). Mplus User's Guide. Seventh Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén

Neale, M. & Cardon, L. (1992). Methodology for genetic studies of twins and families. Springer Science & Business: New-York.

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27–58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Oliver, B., Harlaar, N., Hayiou-Thomas, M.E., Kovas, Y., Walker, S.O., Petrill, S.A., … Plomin, R. (2004). A twin study of teacher-reported mathematics performance and low performance in 7-year-olds. *Journal of Educational Psychology, 96*, 504–517. doi: 10.1037/0022-0663.96.3.504

Olson, R.K., Keenan, J.M., Byrne, B., Samuelsson, S., Coventry, W.L., Corley, R., … & Hulslander, J. (2011). Genetic and environmental influences on vocabulary and reading development. *Scientific Studies of Reading, 15*, 26–46. doi:10.1080/10888438.2011.536128

Peugh, J. L., & Enders, C. K. (2004). Missing data in educational research: A review of reporting practices and suggestions for improvement. *Review of Educational Research, 74*, 525–556. doi: 10.3102/00346543074004525

Piaget, J. (1977). The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures. New-York: The Viking Press

Ramani, G. B., Siegler, R. S., & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology, 104*, 661–672. doi: 10.1037/a0028995

Santos, A., Vaughn, B., Peceguina, I., Daniel, J. R., & Shin, N. (2014). Growth of social competence during the preschool years: A 3-year longitudinal study. *Child Development, 85*, 2062–2073. doi: 10.1111/cdev.12246

Susac, A., Bubic, A., Vrbanc, A., & Planinic, M. (2014). Development of abstract mathematical reasoning: the case of algebra. *Frontiers in Human Neuroscience*, *8*, 679. doi: 10.3389/fnhum.2014.00679

Thompson, L.A., Detterman, D.K., & Plomin, R. (1991). Associations between cognitive abilities and scholastic achievement: genetic overlap but environmental differences. *Psychological Science, 2*, 158–165. doi: 10.1111/j.1467-9280.1991.tb00124.x

Wehkalampi, K., Silventoinen, K., Kaprio, J., Dick, D. D., Rose, R. J., Pulkkinen, L., & Dunkel, L. (2008). Genetic and environmental influences on pubertal timing assessed by height growth. *American Journal of Human Biology, 20*, 414–423. doi: 10.1002/ajhb.20748

3.9. FORMULAS USED IN THE LONGITUDINAL SIMPLEX GENETIC ANALYSIS

The proportion (%) of genetic variance transmitted from preschool NKS to Grade 1 NKS was estimated using the following formulas:

- $ba_2^2 * O_1^2 / VT2$;

where VT2 represents variance in Grade 1 NKS calculated as follows:

- $VT2 = (ba_2^2) * O_1^2 + O_2^2 +$
  $(bc_2^2) * P_1^2 + P_2^2 +$
  $(be_2^2) * Q_1^2 + Q_2^2 + u^2$

The proportion (%) of genetic innovation specific to Grade 1 NKS was estimated as follows:

- $O_2^2 / VT2$

The proportion (%) of genetic variance transmitted from preschool and Grade 1 NKS to math achievement was estimated using the following formulas:

- $(ba_3^2) * ((ba_2^2) * O_1^2 + O_2^2) / VT3$;

where VT3 represents variance in math achievement calculated as follows:

- $VT3 = (ba_3^2) * ((ba_2^2) * O_1^2 + O_2^2) + O_3^2 +$
  $(bc_3^2) * ((bc_2^2) * P_1^2 + P_2^2) + P_3^2 +$
  $(be_3^2) * ((be_2^2) * Q_1^2 + Q_2^2) + Q_3^2 + u^2$

The proportion (%) of genetic innovation specific to math achievement was estimated as follows:

- $O_3^2 / VT3$

The proportion (%) of shared environmental variance transmitted from preschool NKS to Grade 1 NKS was estimated using the following formulas:

- $bc_2^2 * P_1^2 / VT2$;

The proportion (%) of shared environmental innovation specific to Grade 1 NKS was estimated as follows:

- $P_2^2 / VT2$

The proportion (%) of shared environmental variance transmitted from preschool NKS and Grade 1 NKS to math achievement was estimated using the following formulas:

- $(bc_3^2) * ((bc_2^2) * P_1^2 + P_2^2) / VT3$;

The proportion (%) of shared environmental innovation specific to Grade 1 NKS was estimated as follows:

- $P_3^2 / VT3$

The proportion (%) of nonshared/unique environmental variance transmitted from preschool NKS to Grade 1 NKS was estimated using the following formulas:

- $be_2^2 * Q_1^2 / VT2$;

The proportion (%) of nonshared/unique environmental innovation specific to Grade 1 NKS was estimated as follows:

- $Q_2^2 / VT2$

The proportion (%) of nonshared/unique environmental variance transmitted from preschool NKS and Grade 1 NKS to math achievement was estimated using the following formulas:

- $(be_3^2) * ((be_2^2) * Q_1^2 + Q_2^2) / VT3$;

The proportion (%) of nonshared/unique environmental innovation specific to math achievement was estimated as follows:

- $Q_3^2 / VT3$

Table 3.1. Raw score means (SD) by zygosity and sex; and ANOVA results showing significance and effect size.

Measures		**Zygosity**		**Sex**		**ANOVA**					
		MZ	**DZ**	**Male**	**Female**	**Zygosity**		**Sex**		**Zygosity*Sex**	
						p	**η^2**	***p***	**η^2**	***p***	**η^2**
Preschool NKS	N= 396	7.83 (3.87) n = 178	7.83 (4.37) n = 218	7.88 (.30) n = 194	7.79 (.29) n = 202	.97	.00	.42	.00	.84	.00
Grade 1 NKS	N= 418	14.40 (5.80) n = 182	14.40 (6.20) n = 236	15.32 (.42) n = 204	13.56 (.41) n = 214	.97	.00	**.00**	**.02**	.55	.00
Math achievement	N= 448	3.19 (1.00) n = 186	3.17 (1.10) n = 263	3.17 (.07) n = 217	3.18 (.07) n = 232	.86	.00	.93	.00	.46	.00

The statistics are reported for one twin chosen at random from each pair.

Table 3.2. Genetic and environmental parameter estimates

Measures	**A**	**C**	**E**
Preschool NKS	.18 (.03 / .39)	.35 (.17 / .49)	.47 (.39 / .56)
Grade 1 NKS	.49 (.27 / .69)	.18 (.01 / .37)	.33 (.26 / .41)
Math achievement	.52 (.36 / .66)	.21 (.08 / .35)	.27 (.22 / .34)

95% confidence intervals are presented in parentheses; genetic heritability (A), shared environmental (C) and nonshared environmental (E) parameter estimates.

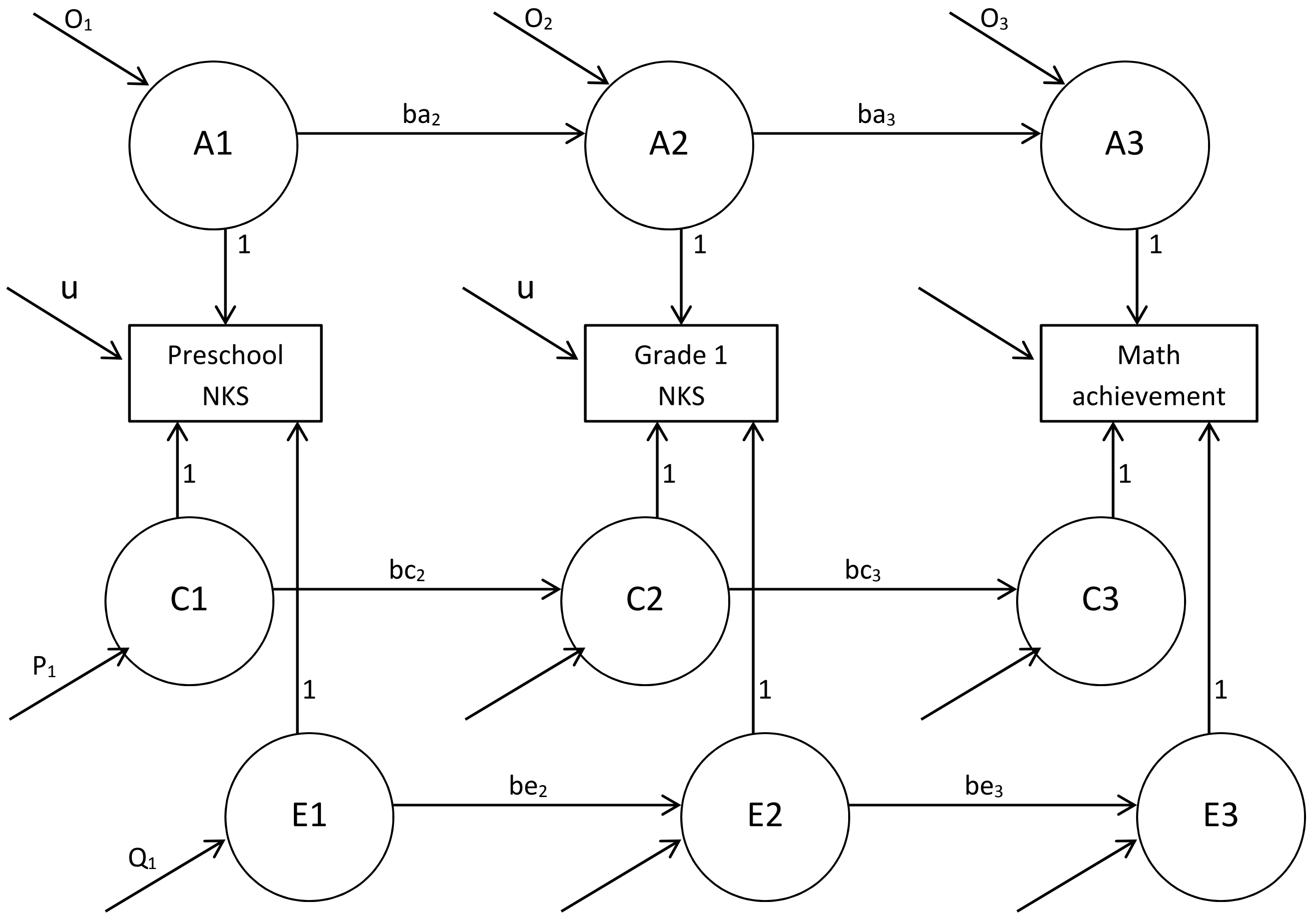

Figure 3.1. The simplex model with 16 parameter estimates; genetic (A), shared environmental (C) and non-shared environmental (E) estimates for each time-point of measurement; innovations for genetic (O), shared (P) and non-shared environment (Q) parameters; transmission coefficients for each source of genetic (ba_2 ba_3), shared (bc_2 bc_3) and non-shared (be_2 be_3) environmental variance; and the measurement error (u) parameters.

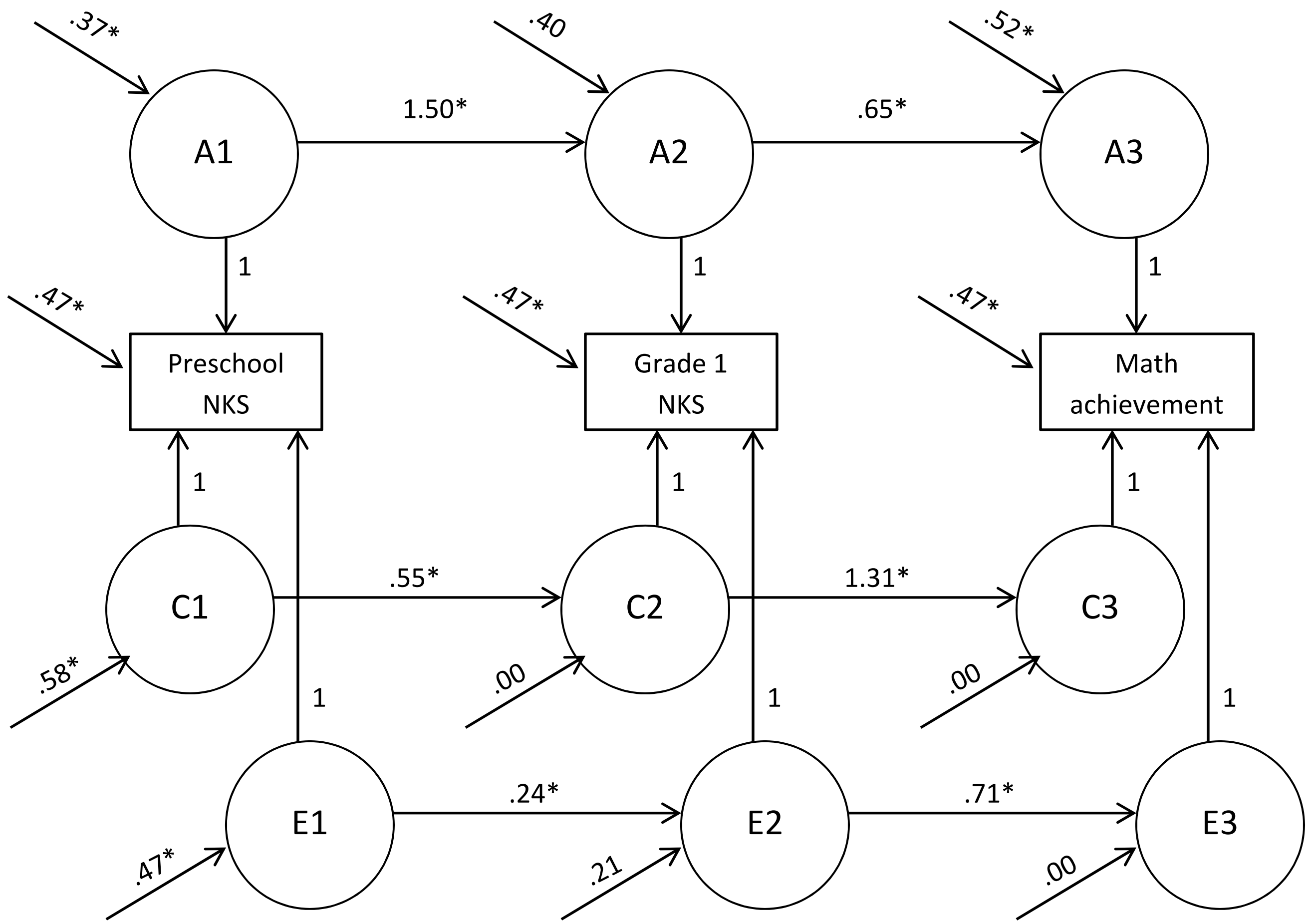

Figure 3.2. Results of the simplex model; * indicates significant unstandardized parameter estimates; genetic (heritability A), shared environmental (C) and nonshared environmental (E) parameter estimates.

Table S3.1. Comparison fit statistics for each nested models

	Models	**-2LL**	**Df**	***p***	**AIC**	**Δ-2LL**
Preschool NKS	Saturated	2041.27	773	--	495.27	--
	ACE	2044.95	779	.72	486.95	3.67
	CE	**2046.24**	**780**	**.66**	**486.24**	**4.97**
	AE	2053.95	780	.08	493.95	12.68
Grade 1 NKS	Saturated	2058.55	821	--	416.55	--
	ACE	**2061.53**	**827**	**.81**	**407.53**	**2.98**
	CE	2076.01	828	.01	420.01	17.47
	AE	2064.36	828	.56	408.36	5.81
Math achievement	Saturated	2199.75	870	--	459.75	--
	ACE	2206.73	876	.32	454.73	6.98
	CE	2237.10	877	.00	483.10	37.34
	AE	**2208.17**	**877**	**.29**	**454.17**	**8.42**

-2LL= -2 Loglikelihood; df= degrees of freedom; Δ-2LL= difference in likelihood between the compared models; AIC= Akaike Information Criterion; *p*= significance in change of likelihood between compared models. The fit of the nested-alternated models is compared against the fit of the Saturated model. Lower AIC index the better fit. The best fitting model is marked with bold characters.

	Models	-2LL	Df	*p*	AIC	BIC
Preschool NKS	Full	2102.86	774	--	554.86	-2683.67
	Quantitative	2106.95	777	.25	552.95	-2698.13
	Qualitative	2102.86	775	1.00	552.86	-2689.86
	Null	**2109.03**	**778**	**.19**	**553.03**	**-2702.23**
Grade 1 NKS	Full	2182.78	822	--	538.78	-2900.59
	Quantitative	2188.25	825	.14	538.25	-2913.67
	Qualitative	2183.38	823	.44	537.38	-2906.17
	Null	**2189.42**	**826**	**.16**	**537.41**	**-2918.69**
Math achievement	Full	2218.75	871	--	476.75	-3167.64
	Quantitative	2224.05	874	.15	476.05	-3180.90
	Qualitative	2218.75	872	1.00	474.75	-3173.83
	Null	**2225.52**	**875**	**.15**	**475.52**	**-3185.61**

Table S3.2. Sex Limitation Models Fitting

-2LL=-2 Loglikelihood; df= degrees of freedom; *p* =significance in change of likelihood between compared models; AIC= Akaike Information Criterion; BIC= Bayesian Information Criterion. The best fitting model (bold characters) is inferred when the change in likelihood associated with the drop of the estimated parameter of the nested quantitative, qualitative or null models is not significantly different than the Full comparison Model (indicated by the p value), and does not produce a worsening in fit. For preschool NKS, grade 1 NKS and math achievement, the fit of the most nested model (Null Model) is not significantly better than the Full model, indicating no qualitative, quantitative or variance sex differences.

Chapitre 4 :

Conclusion

La présente thèse de doctorat avait pour objectif général d'étudier le développement et les déterminants de la connaissance des nombres au cours de l'enfance. L'examen des déterminants génétiques et environnementaux de la connaissance des nombres, et de son association avec le rendement en mathématiques constitue une première étape vers une compréhension du développement des mathématiques. Les études antérieures ont mis en évidence que les habiletés mathématiques en début de scolarisation prédisent le rendement scolaire jusqu'à l'âge de 9-10 ans (Aunola et al., 2004; Byrnes & Wasik, 2009; Duncan et al., 2007; Koponen et al., 2007; Krajewski & Schneider, 2009). Cependant, les facteurs qui expliquent la continuité de la connaissance des nombres dès l'âge préscolaire, et son association prédictive avec le rendement mathématique futur des enfants demeuraient encore inconnus à ce jour.

Pour des raisons théoriques et empiriques, il était également nécessaire de documenter le développement de la connaissance des nombres à la fin de la période préscolaire, et lors de la période de transition que constitue l'entrée à l'école primaire. Cette période se caractérise par des changements substantiels dans le développement; elle coïncide non seulement avec plusieurs changements physiques, cognitifs, émotionnels, et comportementaux, mais aussi avec une modification du contexte d'apprentissage où les enfants commencent à être exposés à un apprentissage plus formel des nombres et des mathématiques. Jusqu'à présent, aucune étude n'avait documenté de façon longitudinale les variations interindividuelles dans le développement de la connaissance des nombres en couvrant cette période développementale. Certains enfants manifestent des difficultés dans leur apprentissage des mathématiques. En identifiant des groupes homogènes d'enfants qui suivent une même trajectoire développementale identifiée sur la base d'évaluations répétées de la connaissance des nombres, il devenait possible de distinguer les enfants aux prises avec des difficultés persistantes et marquées, de ceux ayant un cheminement normatif avec ou sans difficulté transitoire. D'un point de vue préventif, il devenait alors utile d'examiner les facteurs de risques qui contribuent à une faiblesse persistante sur ce plan de même qu'à des possibles difficultés en mathématiques.

4.1. CONTRIBUTION ET RÉSUMÉ DES RÉSULTATS DE LA THÈSE

La présente thèse accentue l'importance de la période préscolaire, d'abord en montrant que les écarts entre les enfants quant à leur connaissance des nombres sont présents dès cette période et qu'ils se maintiennent au cours de l'école primaire. Il est donc possible d'identifier les enfants qui ont des difficultés bien avant le début de la scolarisation.

Pour ce faire, la connaissance des nombres a été évaluée à quatre reprises entre l'âge de 4 et 7 ans. Des analyses de trajectoires ont mis en évidence quatre patrons de développement de la connaissance des nombres: 1) une trajectoire dont le niveau initial de connaissance des nombres est faible, et dont la progression est linéaire mais lente (faible et progressive), 2) une trajectoire modérée et progressive, 3) modérée et à progression rapide, 4) élevée et progressive (voir Figure 2.1.). Les analyses ont révélé que les trajectoires se distinguent quant à leur niveau initial de connaissance des nombres, et quant à la vitesse à laquelle les enfants progressent dans cette compétence. Bien que réalisant des progrès, les enfants de la trajectoire faible et progressive se caractérisent par une connaissance des nombres constamment inférieure aux autres et maintiennent un rendement en mathématiques inférieur aux enfants des autres trajectoires en 2e et 4e année de l'école primaire (voir Annexe A sur les mesures de mathématiques). Ces résultats soulignent le rôle persistant de la connaissance des nombres à l'âge préscolaire, et comme un prédicteur à long terme du rendement en mathématiques.

Ces résultats ont d'ailleurs soulevé des interrogations quant aux facteurs à l'origine des trajectoires et de leur association avec le rendement ultérieur en mathématiques. C'est pourquoi la présente thèse s'est penchée sur les déterminants génétiques et environnementaux de la connaissance des nombres à l'âge préscolaire (5 ans) et à l'entrée scolaire (7 ans), ainsi que ceux qui sous-tendent le rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire (10-12 ans). La modélisation de facteurs génétiques et environnementaux effectuée à 5 ans a d'abord montré que l'environnement commun aux jumeaux d'une même famille explique principalement les variations individuelles de la connaissance des nombres à cet âge. À l'entrée scolaire et à la fin de l'école primaire, les différences observées s'expliquent davantage par des facteurs génétiques et des facteurs de l'environnement spécifique à chaque jumeau. Les résultats ont aussi montré une étiologie de la connaissance des nombres et du rendement en mathématiques similaire pour les garçons et les filles.

Les résultats de cette même étude révèlent également que les facteurs génétiques expliquent en partie la stabilité phénotypique de la connaissance des nombres de l'âge préscolaire à l'entrée à l'école primaire, et que ce sont les mêmes gènes qui sont impliqués. Ces facteurs génétiques expliquent aussi, en partie, le lien prédictif entre la connaissance des nombres au préscolaire au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire. Toutefois, l'apport de nouveaux gènes au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire sous-tend l'émergence d'une distinction phénotypique entre la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques. Ce changement coïncide avec celui de l'expression des facteurs génétiques liés au développement physiologique (p.ex., puberté) et cognitif (p.ex., capacité d'abstraction, traitement plus rapide d'information complexe) (Wehkalampi et al. 2008; Decker & Roberts, 2015). Cependant, plus important encore, cette étude a révélé que les facteurs de l'environnement commun et unique à chacun des jumeaux associés à la connaissance des nombres prédisent depuis la période préscolaire le rendement en mathématiques ultérieur, et ce, sans innovation environnementale subséquente. En démontrant que les facteurs environnementaux qui contribuent à la connaissance des nombres jouent un rôle constant, sans apport additionnel significatif après cette période, les résultats de la thèse appuient l'idée que l'âge préscolaire est une fenêtre de développement optimale pour la prévention et l'intervention auprès d'enfants qui ont des difficultés en mathématiques.

Finalement, en déterminant les facteurs qui prédisent l'appartenance à une trajectoire faible de connaissance des nombres, les résultats de la thèse ont permis de dresser un portrait clair des enfants qui, dès l'âge préscolaire et sans diagnostic formel, manifestent des difficultés persistantes en mathématiques, et nécessitent un soutien additionnel pour réussir. En prenant en compte les caractéristiques familiales, les enfants appartenant à la trajectoire faible et progressive de connaissance des nombres se caractérisent précocement par un revenu familial moindre, une faible scolarité du père et des habiletés visuospatiales, une capacité de rétention et un développement cognitif général inférieurs aux autres enfants. Ainsi, un faible niveau de connaissance des nombres à la petite enfance, qui mène à des difficultés persistantes dans le développement des mathématiques, est associé au cumul de plusieurs facteurs de risques environnementaux (et familiaux), cognitifs et génétiques.

4.2. FACTEURS ASSOCIÉS À LA CONNAISSANCE DES NOMBRES

4.2.1. FACTEURS ENVIRONNEMENTAUX ET GÉNÉTIQUES

Tel que décrit en introduction, et démontré dans le premier article de la thèse (voir Chapitre 2), le développement de la connaissance des nombres n'est pas le même pour tous les enfants. Ces différences individuelles observées peuvent provenir d'une variation dans l'architecture génétique et/ou des expositions environnementales. Par exemple, un faible niveau de connaissance des nombres et les difficultés subséquentes en mathématiques pourraient autant provenir de l'action et de l'interaction de plusieurs gènes, d'une mutation génétique particulière, et/ou de l'accumulation d'un retard dû à une défavorisation dans l'environnement de l'enfant (p.ex., manque d'exposition aux nombres, pauvreté, etc.).

Les résultats de la thèse soulignent l'importance de l'environnement dans l'explication des différences individuelles de la connaissance des nombres. D'une part, les résultats de la première étude montrent que certains facteurs de l'environnement, dont un faible revenu et niveau de scolarité, sont associés à la connaissance des nombres de 4 à 7 ans. L'association entre le niveau socioéconomique (NSE) et l'apprentissage des nombres des enfants peut s'expliquer de différentes manières (Jordan et al., 2006). D'abord, le niveau d'exposition à du matériel d'apprentissage en milieu familial peut varier selon le revenu des parents, et jouer un rôle distinctif dans l'apprentissage des enfants (Galindo & Sonnenschein, 2015). Les enfants dont les parents ont plus de moyens financiers ont plus accès à des livres, des jouets, des ressources éducatives (encyclopédie, dictionnaire, ordinateur, internet) (Jariene & Razmantiene, 2006). Le NSE peut aussi agir comme un « stresseur » au sein de la famille et compromettre les compétences parentales. Le NSE est d'ailleurs associé aux comportements et croyances des parents (Davis-Kean, 2005; DeFlorio & Beliakoff, 2015). Ainsi, le rôle du NSE dans l'apprentissage de la connaissance des nombres peut s'opérer de différentes manières. Nous n'avons pu tester l'ensemble de ces effets médiateurs potentiels dans le cadre de la présente thèse. Toutefois, les résultats montrent que la perception des parents quant au développement de leur enfant ne prédit pas une faible connaissance des nombres au-delà du revenu et du diplôme d'études du père. Il est possible que, comparativement à la perception des parents, le revenu familial et le niveau de scolarité soient des facteurs stables qui exercent un rôle constant. Tel que montré par les résultats de la deuxième étude (voir Chapitre 3), ces facteurs partagés au sein de la famille sont présents dès l'âge préscolaire et peuvent contribuer à la stabilité des écarts observés entre les enfants quant à la connaissance des nombres et leur rendement en mathématiques. D'ailleurs, les résultats de la première étude montrent que le développement cognitif précoce, tel qu'indexé par la capacité à nommer 4 couleurs, compter 3 objets et prononcer une phrase partielle de 3 mots et plus à l'âge de 30 mois, constitue le meilleur prédicteur de l'appartenance à une trajectoire faible de connaissance des nombres. Or, cet indicateur de développement cognitif reflète potentiellement les opportunités d'apprentissage du milieu familial en bas âge.

Cependant, la persistance de la contribution de l'environnement partagé et unique à chacun des jumeaux – de la connaissance des nombres à l'âge préscolaire au rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire – et l'absence d'innovation environnementale, ont des implications importantes pour la prévention et l'intervention. Ces résultats signifient que l'environnement familial ou encore les services de gardes offerts avant l'entrée à l'école primaire pourraient avoir un apport durable, et ainsi être des agents potentiels pour prévenir le développement ultérieur de difficultés en mathématiques. Par ailleurs, ces résultats convergent avec les résultats des trajectoires développementales qui montrent que, bien que tous les enfants progressent sur le plan de la connaissance des nombres, l'écart entre les enfants, c.-à-d. les différences individuelles, persistent. Ensemble, les résultats de ces deux articles pourraient laisser entendre que les ressources humaines et financières du système scolaire allouées aux élèves en difficultés ne se traduisent pas par une diminution des écarts entre les enfants au-delà de la période préscolaire. Ces résultats doivent toutefois être interprétés avec prudence puisque l'effet de l'aide offerte aux enfants n'a pas été testé dans la présente thèse. Pour pouvoir s'y prononcer définitivement, il serait nécessaire pour les études futures de documenter le niveau d'aide qu'obtiennent les enfants, distinguer les enfants sur cette base et examiner dans quelle mesure les trajectoires de connaissance des nombres diffèrent sur le niveau d'aide apporté aux enfants.

Les résultats de la seconde étude montrent aussi que des facteurs génétiques expliquent une partie des différences individuelles de la connaissance des nombres, et de son association phénotypique avec le rendement en mathématiques. Bien que l'association entre la connaissance des nombres à 5 et 7 ans s'expliquent entièrement par les mêmes gènes, et qu'une partie de ces gènes expliquent l'association au rendement en mathématiques, il existe d'importantes nuances quant aux mécanismes sous-jacents à la connaissance des nombres et aux mathématiques. D'abord, les différences individuelles de la connaissance des nombres à 5 ans s'expliquent surtout par des facteurs de l'environnement (partagé et unique), alors que le rendement en mathématiques à l'âge de 10-12 ans s'explique essentiellement par les facteurs génétiques et liés à l'environnement unique à chacun des jumeaux. Par ailleurs, la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques ne seraient pas entièrement associés aux mêmes gènes. L'apparition de nouveaux gènes impliqués dans le rendement en mathématiques émerge vers l'âge de 10-12 ans et signe une distinction mécanistique entre ces deux construits. Cette discontinuité de l'influence génétique peut ainsi refléter un changement sur le plan phénotypique entre la connaissance des nombres et le rendement en mathématiques.

Il est aussi possible, sinon probable que l'innovation génétique ne soit pas spécifique aux mathématiques. Par exemple, le développement des habiletés cognitives, elles-mêmes partiellement sous influence génétique, peut mener à une capacité à effectuer des calculs mentaux plus complexes avec l'âge. L'âge de 10-12 ans correspond approximativement aux changements qualitatifs observés dans le développement cognitif. Selon la théorie du développement cognitif de Piaget (Piaget, 1977), la fin de l'école primaire est une période développementale où la plupart des enfants progressent vers un stade de pensée beaucoup plus abstrait (Piaget, 1977). C'est au cours de ce stade que les enfants commencent à raisonner à l'aide de symboles sans l'appui de données perceptibles. Ils sont capables d'abstraction, d'induction et de déduction, et peuvent générer des hypothèses, envisager différentes possibilités, et appliquer des concepts mathématiques à des situations de la vie courante. Ces changements dans le développement cognitif sont aussi appuyés par la maturation cérébrale qui survient en début d'adolescence. Il s'agit d'une période où les circuits cérébraux se consolident, ce qui permet d'effectuer plusieurs tâches, d'améliorer nos habiletés en résolution de problèmes, et de traiter efficacement de l'information plus complexe (Arain et al., 2013). Ainsi, le rôle des habiletés cognitives croît en importance à mesure que les enfants développent leurs habiletés mathématiques (Decker & Roberts, 2015). Ceci pourrait en partie s'expliquer par des gènes sous-jacents aux habiletés en mathématiques et à d'autres habiletés cognitives. L'hypothèse des *gènes généralistes* stipule qu'un même regroupement de gènes serait à la source d'une variété de compétences cognitives distinctes. Selon cette hypothèse, les gènes associés à une aptitude particulière telle que les mathématiques seraient aussi associés à d'autres aptitudes académiques comme la lecture par exemple (Plomin & Kovas, 2005). Ainsi, les nouveaux gènes qui émergent vers la fin de l'école primaire pourraient être impliqués dans l'apprentissage des mathématiques et dans plusieurs habiletés cognitives de haut niveau nécessaires à l'apprentissage des mathématiques.

4.2.2. HABILETÉS COGNITIVES

La capacité mnémonique est l'une des habiletés cognitives qui a été le plus systématiquement associée aux mathématiques dans les études antérieures. Les enfants ayant des difficultés en mathématiques manifestent des difficultés persistantes à récupérer en mémoire des faits arithmétiques de base (Geary, Hamson, & Hoard, 2000; Geary, 1990; Geary, 2011; Jordan et al., 2003). Cela ne veut pas nécessairement dire que ces enfants ne sont pas en mesure de mémoriser ou de récupérer des faits, mais plutôt qu'ils récupèrent correctement les faits arithmétiques significativement moins souvent, et donc, qu'ils présentent un taux d'erreurs plus élevé que les autres enfants. Trois mécanismes ont été proposés comme source potentielle de difficultés dans la récupération de données arithmétiques de base en mémoire (Geary, 2011).

Le premier est un déficit dans les habiletés de représentations phonétiques et sémantiques en mémoire à long terme. Cette hypothèse converge avec la tendance qu'ont les enfants en bas âge de compter (oralement ou sur leurs doigts) pour résoudre des problèmes arithmétiques. L'action de compter repose sur le système phonétique et sémantique du langage, de manière à associer la quantité au nom des nombres (Jordan et al., 2003). Des perturbations dans la capacité de se représenter ou de récupérer des informations de ce système devraient, en théorie, aboutir à des difficultés lorsque l'enfant compte, tente de résoudre des problèmes arithmétiques, ou même de lire correctement le nom des nombres dans un problème de mise en situation écrite. Un tel déficit se manifeste également par un retard au niveau du système symbolique du nombre qui soutient les représentations exactes de petites quantités.

Le second mécanisme, quant à lui, consiste en un déficit ou un retard au niveau du système non-symbolique du nombre qui permet une représentation approximative de grande quantité. La logique est que l'apprentissage précoce de l'arithmétique chez les enfants peut dépendre d'une compréhension intuitive du nombre. Le système non-symbolique du nombre est en partie responsable de l'apprentissage des quantités, et de l'arithmétique à l'école. En ce sens, les déficits associés à la récupération en mémoire sont secondaires à un déficit plus profond dans le système de représentation approximative des nombres.

Le troisième mécanisme potentiel consiste en l'intrusion d'informations impertinentes (ou d'une difficulté à inhiber cette information) durant le processus de récupération de faits arithmétiques. L'information impertinente qui empêche l'enfant de récupérer correctement la réponse est souvent associée aux nombres contenus dans le problème à résoudre. Par exemple, récupérer 36 lors de la résolution de 6x5, ou répondre 8 lorsqu'on tente de résoudre le problème suivant 4+7. L'erreur du premier problème est dite « erreur liée à la table » puisqu'il s'agit d'une bonne réponse à un problème similaire (6x6) dans les tables de multiplications; la seconde erreur se dit « une erreur de comptage en chaine » puisque la réponse 8 suit un des nombres à additionner (7) lorsque l'on compte (8 vient après 7). Ces deux types d'intrusion se produisent régulièrement chez les enfants ayant des difficultés en mathématiques, au même titre que les intrusions entre types d'opération, c.-à-d. rappeler 40 pour 8+5, au lieu de 8x5.

La présente thèse permet, dans une certaine mesure, de se positionner sur les mécanismes mnémoniques liés aux difficultés en mathématiques. Les résultats de la première étude montrent que les habiletés langagières, évaluées par une mesure de vocabulaire réceptif, ne sont pas associées à une trajectoire à risque de difficultés en mathématiques. Ces résultats laissent entendre que les enfants de la trajectoire faible et progressive de la connaissance des nombres n'auraient pas de déficit particulier dans le système de représentation sémantique du langage. En effet, la tâche de vocabulaire réceptif (PPVT-III, Dunn & Dunn, 1997) nécessite la compréhension de la signification du mot nommé (sémantique). Ainsi, les résultats de l'étude n'appuient pas l'hypothèse d'un déficit des représentations phonétiques et sémantiques du langage en mémoire à long terme (1er mécanisme). Cependant, la thèse apporte un appui supplémentaire à la possibilité d'un déficit au niveau du système non-symbolique du nombre (2e mécanisme). Ce système repose entre autres sur les habiletés visuospatiales requises pour estimer et comparer des quantités (p.ex., grandeur relative des nombres, 6 > 2; situer un nombre sur une ligne du nombre, *number line*), et est dit indépendant des représentations langagières du nombre qui sont, quant à elles, davantage associées au système symbolique du nombre (p.ex., faits arithmétiques exacts, 4 + 2 = 6). Les études en neuropsychologie montrent d'ailleurs un patron d'activation cérébral distinct selon la nature de la tâche. Alors qu'une représentation exacte du nombre requiert l'activation du cortex frontal inférieur gauche – également sollicité pour générer des associations entre les mots (domaine spécifique au langage), les représentations approximatives du nombre, à l'inverse, ne reposent pas sur l'activation de régions cognitives liées au langage. Les représentations approximatives (non-symbolique) activent les régions du circuit visuospatial des lobes pariétaux (Dehaene et al., 1999). Ainsi, tel que démontré dans le premier article de la thèse, les enfants dont le développement de la connaissance des nombres est retardé se caractérisent par de faibles habiletés visuospatiales, qui sous-tendent potentiellement un déficit plus profond dans le système de représentation approximative des nombres. D'ailleurs, dès les premiers mois de la vie, des différences existent entre les nourrissons quant au système lié à la perception des nombres (c.-à-d., le système de représentation approximative des quantités). Les bébés qui ont un score plus élevé de préférence aux changements des quantités auraient une meilleure perception des nombres comparativement à ceux qui ont un score moins élevé de préférence aux changements; et ce score prédirait un meilleur rendement en mathématiques (Starr, Libertus, & Brannon, 2013). Ainsi, une perception des nombres inférieure aux autres pourrait, dès les premiers mois de vie, être un signe annonciateur de difficultés en mathématiques.

Au-delà des mécanismes liés aux difficultés en mathématiques, il est aussi possible que le vocabulaire réceptif, un index de représentations sémantiques du langage, ne soit pas suffisant à une compréhension des concepts numériques. Il est bien démontré que le langage et les mathématiques ont des bases cognitives communes (Geary & Hoard, 2001; Kovas et al., 2007). En bas âge, les habiletés cognitives sous-jacentes à la connaissance des nombres sont associées à plusieurs autres matières scolaires. Par exemple, les enfants qui ont des difficultés en mathématiques ont aussi souvent des difficultés en lecture et en écriture (Kovas et al., 2007; Jordan, 2007). Cependant, bien que nécessaires à l'apprentissage du nom des nombres (Klibanoff et al., 2006; LeFevre et al., 2010), les études empiriques soutiennent que le vocabulaire est un marqueur cognitif des mathématiques à l'âge préscolaire, mais seulement pour les enfants qui excellent (Gray & Reeve, 2016); ceci expliquerait pourquoi cette habileté cognitive ne prédit pas un profil d'enfants à risques de difficultés en mathématiques.

4.3. IMPLICATIONS DE LA THÈSE POUR L'INTERVENTION PRÉVENTIVE

Les résultats de la présente thèse soulignent l'importance de la connaissance des nombres au cours de cette période développementale. La connaissance des nombres prédit à long terme le rendement en mathématiques et dans une plus large mesure, le cheminement scolaire des enfants. Duncan et collaborateurs (2007) ont même montré que la connaissance des nombres, mieux que la lecture, prédit le cheminement scolaire des enfants. Ainsi, un programme d'apprentissage autant orienté sur l'éveil à la lecture et l'écriture, que l'éveil aux nombres faciliterait la préparation à l'entrée scolaire des enfants, en s'assurant par exemple, que les enfants sont capables de compter le nombre d'objets contenus dans un petit ensemble, de faire la distinction entre des ensembles de petites et de grandes quantités (2 vs. 5 objets). Ceci permettrait également d'effectuer un dépistage précoce des difficultés en numératie, et d'intervenir dès la prématernelle.

4.3.1. DÉPISTAGE ET INTERVENTION PRÉCOCE

Bien qu'il ne s'agisse pas d'un instrument diagnostic, le test de connaissance des nombres (*Number knowledge test*, NKT; Okamato & Case, 1996) constitue un outil d'évaluation qui permet d'identifier les enfants ayant un retard dans le développement de leurs habiletés numériques. Désigné pour mesurer la connaissance intuitive des nombres, le NKT est un test développemental à 4 niveaux allant de 0 à 3, où les différents niveaux du test sont adaptés à l'âge d'acquisition normale des capacités mathématiques (Okamato & Case, 1996). Ce test évalue les composantes fondamentales de la compétence numérique, tant les connaissances conceptuelles que procédurales, et tel que démontré dans le premier article de thèse (Chapitre 2), il possède également une bonne validité prédictive.

Le NKT génère un score total brut qui peut être interprété d'après la charte de développement de la connaissance des nombres (Okamato & Case, 1996). Cette charte fournit de façon approximative le niveau de connaissance des nombres attendu selon l'âge de l'enfant. Ceci permet de positionner le niveau de connaissance des nombres d'un enfant par rapport à la moyenne des autres enfants et ainsi, rapidement informer l'éducateur quant au retard potentiel de l'enfant. Ce test est d'ailleurs conçu pour être utilisé par les établissements éducatifs. En effet, le but du NKT est d'informer les professeurs des écarts relatifs entre la connaissance des nombres des élèves et d'aider les professeurs à identifier les élèves dont les connaissances nécessaires pour réussir en mathématiques sont insuffisantes, afin de leur offrir un soutien plus intensif (Gersten et al., 2007).

Comparativement à d'autres instruments, le NKT permet de mesurer l'aspect multidimensionnel des nombres (Okamoto & Case, 1996; Gersten et al., 2007). Cet outil tente aussi de cerner les stratégies de calculs utilisées par les enfants (p.ex., compter à partir du plus grand chiffre à additionner pour résoudre un problème d'addition). Les stratégies de calculs constitueraient une base fondamentale pour le développement de la pensée mathématique utilisée dans la résolution de problèmes et permettraient souvent de caractériser les enfants qui ont des difficultés en mathématiques (Geary, 2004). Cet instrument faciliterait donc le dépistage précoce des premières difficultés et ainsi, permettrait d’identifier les enfants à risques d’échecs ultérieurs en mathématiques. Les résultats du premier article de thèse montrent d’ailleurs que 10% des enfants appartiennent à une trajectoire faible de connaissance des nombres. Cette proportion correspond à la prévalence d’enfants qui ont un trouble d’apprentissage lié aux mathématiques observée dans différentes études (Barbaresi et al., 2005; Shalev, Manor, Gross-Tsur, 2005).

Tout comme le dépistage précoce, les interventions qui surviennent dès l’apparition des premières difficultés relatives aux nombres ont d’importantes répercussions sur le cheminement scolaire de l’enfant (Clements & Sarama, 2007; Toll & Van Luit, 2013). D’ailleurs, la présente thèse de doctorat met de l’avant l’importance de mettre en place des interventions précoces. En identifiant des prédicteurs à la petite enfance qui nous permettent de caractériser les enfants qui suivent une trajectoire faible de connaissance des nombres, la thèse permet non seulement une meilleure compréhension du développement de la connaissance des nombres, mais accentue l’importance d’une mise en place d’interventions précoces auprès d’enfants ciblés qui présentent un retard sur le plan de la connaissance des nombres, et dont le retard se maintien tout au long de l’école primaire.

4.3.2. IMPORTANCE DU MILIEU FAMILIAL

Les expériences d’apprentissage avant le début de la scolarisation ont une contribution durable au développement des mathématiques. Le milieu familial, qui constitue le principal lieu d’apprentissage avant l’entrée scolaire, représente donc une source de prévention possible aux difficultés en mathématiques, en commençant par une sensibilisation des parents à l’importance des activités d’apprentissage informelles des nombres (Skwarchuk, Sowinski, & LeFevre, 2014).

Dans leur modèle d’un apprentissage de la numératie à domicile (*home numeracy environment*), Skwarchuk et ses collègues (2014) distinguent deux types d’expériences numériques vécues: (1) les expériences d’apprentissage formelles des nombres, qui réfèrent à l’apprentissage explicite des nombres par des activités d’enseignement structurées; et (2) les expériences d’apprentissage informelles des nombres, qui impliquent des situations quotidiennes d'apprentissage spontané (p.ex., casse-têtes, cubes, bloc légo, jeux de cartes, etc.). Des études empiriques suivant le modèle de Skwarchuk et collègues ont montré que les types d'expériences numériques (formelles vs. informelles) sont différemment associés au développement des habiletés mathématiques. Alors que les expériences d'apprentissages formelles contribuent de façon unique à l'acquisition d'une connaissance symbolique des nombres, les expériences informelles contribuent uniquement au développement d'une compréhension non-symbolique des quantités.

Bien que les deux types d'expériences d'apprentissage soient importants, la thèse révèle que les habiletés qui contribuent au système de représentation approximative des quantités (c.-à-d. les habiletés visuospatiales) prédisent un profil d'enfant ayant un retard sur le plan de la connaissance des nombres. Ainsi, des activités régulières d'apprentissage informelles des nombres en bas âge (p.ex., jouer avec des blocs, faire des casse-têtes, etc.) pourraient potentiellement prévenir de telles difficultés en numératie.

4.3.3. IMPLICATION DES GÈNES EN ÉDUCATION

Les études en génétiques du comportement suggèrent plusieurs avenues sur la manière dont les facteurs génétiques associés au développement des mathématiques peuvent contribuer au domaine de l'éducation. D'abord, il est important de reconnaitre qu'à l'âge scolaire, les enfants diffèrent entre eux dans l'apprentissage des mathématiques en partie pour des raisons génétiques. Nous avons parfois tendance à facilement blâmer les enseignants, au lieu de reconnaitre que l'apprentissage est plus difficile pour certains enfants (Krapohl et al., 2014).

Par ailleurs, l'omniprésence de facteurs génétiques en éducation accentue l'idée d'un modèle d'apprentissage actif à l'école (Asbury & Plomin, 2013). En fait, l'éducation va bien au-delà de ce que les enfants apprennent passivement en classe; les enfants participent activement à la sélection, la modification, et la création d'expériences qui favorisent leur apprentissage et qui sont corrélées avec leur propension génétique, ce que l'on appelle un processus de corrélation gène-environnement. Il existe plusieurs types de corrélations entre les facteurs génétiques et les facteurs environnementaux. Une corrélation passive est observée lorsque les parents transmettent à leur enfant leurs gènes et l'environnement qu'ils ont créé. Par exemple, des parents avec de moins bonnes habiletés mathématiques risquent de fournir un environnement familial/éducatif moins favorable au développement des habiletés mathématiques. Une corrélation active se produit lorsque les individus recherchent un environnement qui correspond à leurs caractéristiques génétiques. Par exemple, un enfant qui a de la facilité en mathématiques risque d'aimer les mathématiques et d'en faire plus souvent. Puis, une corrélation réactive est observée lorsque les caractéristiques génétiques d'une personne suscitent une réponse dans son environnement. Par exemple, des parents feront des activités moins élaborées avec les nombres si à leur enfant manifeste des difficultés évidente en mathématiques.

Le modèle de corrélation gène-environnement soutient la tendance actuelle en éducation de s'orienter vers un apprentissage personnalisé. Le besoin d'explication et de temps supplémentaire alloué aux mathématiques pour les enfants qui éprouvent des difficultés dans ce domaine peut être plus difficile à accommoder dans un système d'éducation comme le nôtre. Cependant, cette tendance pour l'apprentissage personnalisé est devenue possible avec l'avancement des technologies et des logiciels éducatifs. De nos jours, plusieurs programmes d'intervention et de remédiation en ligne existent pour soutenir les enfants qui font face à des difficultés d'apprentissage en mathématiques (p.ex., Dynamo Math). Ces programmes enregistrent les activités de l'enfant, ce qui permet de tracer le cheminement de l'enfant et d'identifier ses faiblesses. Cela permet d'informer les parents des écarts entre l'apprentissage des enfants, et les aide à préparer un plan éducatif individualisé. En permettant, par exemple, d'effectuer des devoirs en ligne et en favorisant un partenariat domicile-école, ces programmes fournissent des infrastructures personnalisées qui soutiennent l'apprentissage des enfants en mathématiques.

4.4. FORCES ET LIMITES DE LA THÈSE

4.4.1. FORCES

La présente thèse de doctorat comporte certaines forces et limites qui méritent d'être discutées. D'abord, la thèse s'intéresse à une période sensible du développement, c.-à-d. l'âge préscolaire. Jusqu'à présent, aucune étude ne s'est penchée sur les déterminants précoces de la connaissance des nombres, et très peu ont documenté le développement de la connaissance des nombres dès l'âge préscolaire, de 4 à 7 ans. Il s'agit pourtant d'une période qui vient marquer une transition importante: celle de l'entrée à l'école primaire. Cette période se caractérise par des changements substantiels dans le développement de l'enfant.

En plus de mettre l'accent sur une période sensible du développement, la présente thèse couvre une large période développementale, de l'âge préscolaire à la fin de l'école primaire. Bien que les études antérieures appuient la capacité de prédiction de la connaissance des nombres au rendement scolaire (Aunola et al., 2004; Byrnes & Wasik, 2009; Duncan et al., 2007; Koponen et al., 2007; Krajewski & Schneider, 2009), peu d'études ont mesuré à plusieurs reprises la connaissance des nombres. Les études antérieures couvraient soit, une courte période développementale, ou ne mesuraient la connaissance des nombres qu'à un seul moment. En ayant recours à un devis longitudinal, la présente thèse a permis de dresser un portrait plus juste du développement de la connaissance des nombres et de sa validité prédictive.

Par ailleurs, même si les mécanismes associés aux différences individuelles en mathématiques sont déjà bien connus, ceux relatifs à la connaissance des nombres en bas âge et à sa prédiction du rendement en mathématiques demeuraient, à ce jour, encore inexplorés. Il s'agit donc d'un apport considérable de la présente thèse (voir Chapitre 3). Le recours à un modèle autorégressif représente également un avantage ici. Cette analyse est utilisée lorsque le phénotype est mesuré à plusieurs reprises. Contrairement au modèle Cholesky, ce modèle permet de prendre en compte l'aspect longitudinal des données (Eaves, Long, & Heath, 1986). L'avantage de cette analyse est qu'elle permet précisément de départager la proportion avec laquelle les variations individuelles de l'âge préscolaire à la fin de l'école primaire sont causées par des effets génétiques et/ou environnementaux stables (c.-à-d. transmis par les temps de mesures précédents) ou transitoires (c.-à-d. innovations génétiques ou environnementales à chacun des temps de mesures) (Boomsma et al., 1989; Eaves et al., 1986; Neale & Cardon, 1992). Ce modèle permet également de contrôler l'erreur de mesure spécifique à chacune des variables, en excluant l'erreur de mesure de l'environnement unique (E). Ce contrôle de l'erreur de mesure spécifique aux variables permet ainsi de quantifier la contribution unique de l'environnement unique à chacun des jumeaux et de minimiser les biais potentiels attribuables à l'erreur de mesure.

La thèse utilise également un échantillon d'enfants de taille remarquable, i.e. un échantillon représentatif de la population d'enfants du Québec (voir Chapitre 2). La taille de cet échantillon a permis de fournir la puissance statistique nécessaire afin d'effectuer les modélisations voulues pour répondre aux objectifs de la thèse. Ceci permet également d'augmenter la validité externe des études, en généralisant les résultats à l'ensemble des enfants de la population québécoise.

Finalement, cette thèse offre une compréhension plus pointue et complète de la connaissance des nombres: son développement, ses déterminants, et son association prédictive au rendement en mathématiques. En étudiant de façon longitudinale les variations interindividuelles dans le développement de la connaissance des nombres au cours d'une période dite critique du développement, et en effectuant des analyses statistiques d'envergures (p.ex., trajectoire développementale, modèle simplex) sur des échantillons représentatifs de la population d'enfants au Québec, la présente thèse contribue à la compréhension fondamentale des processus pouvant influencer la connaissance des nombres, et ainsi, vient combler un manque dans la littérature scientifique sur ce sujet.

4.4.2. LIMITES

Malgré les aspects novateurs de la thèse, nous y retrouvons des limites importantes. D'abord, les variables utilisées pour prédire la trajectoire faible et progressive de connaissance des nombres, bien que documentées dans la littérature, s'avèrent tout de même générales et non spécifiques au contexte d'apprentissage (p.ex., la perception des parents) ou aux déficits connus associés aux difficultés en mathématiques. Par exemple, la nature de la tâche de langage, c.-à-d. la mesure de vocabulaire réceptif, utilisée dans la présente thèse s'avère générale et non spécifique au domaine des mathématiques, ce qui a pu limiter son pouvoir prédictif. La thèse ne permet donc pas de précisément décortiquer les types d'habiletés cognitives (ou déficit cognitif) en bas âge associés à un profil d'enfants à risques de difficultés en mathématiques. En ce sens, il aurait été pertinent d'inclure des indicateurs plus raffinés de déficit potentiel tels que les stratégies de calculs (Geary, 2011), le taux et le types d'erreurs effectuées par les enfants (Geary, 2011), ou encore, un score combinant le temps de réaction (Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013), et l'exactitude des réponses (Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011). L'inclusion de mesures de fonctions exécutives et notamment, la mémoire de travail, et la vitesse de traitement de l'information (Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010); ou encore, des mesures du système de représentation approximative des quantités, tels que l'énumération de point (*dot enumeration*), la grandeur relative des quantités (*magnitude comparison*), et la différence de proportion (p.ex., Weber fraction; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011), aurait davantage permis de décrire les mécanismes fondamentaux au développement de la connaissance des nombres.

De même, bien que prenant en compte l'aspect multidimensionnel des nombres, le NKT demeure un test général qui inclut plusieurs « types » de connaissances relatives aux nombres. Par exemple, les études montrent que les habiletés langagières prédisent des aspects spécifiques de la connaissance des nombres (p.ex., mise en situation, problèmes lus oralement etc.), alors que plusieurs autres aspects de la connaissance des nombres ne sont pas prédits par cette variable (Kyttälä, Aunio, Lepola, & Hautamäki, 2014; Purpura & Ganley, 2014). Il en est de même pour les habiletés visuospatiales (Kyttälä et al., 2014). Il existe ainsi des variations dans la force des associations entre ces habiletés cognitives et la connaissance des nombres. Certaines de ces habiletés sont associées à des composantes spécifiques de la connaissance des nombres plus qu'à d'autres. De ce fait, les recherches actuelles sur le développement de la connaissance des nombres s'intéressent davantage aux habiletés spécifiques qui constituent la connaissance des nombres, et leurs associations avec différents prédicteurs cognitifs et/ou environnementaux (LeFevre et al., 2010; Träff, 2013).

Le second article de la thèse (Chapitre 3) utilise un échantillon de jumeaux identiques et non-identiques et donc, il importe de comprendre le fonctionnement des études de jumeaux, et de ses limites inhérentes. D'abord, les études en génétique quantitative ne peuvent déterminer la contribution des facteurs génétiques et environnementaux aux différences de groupes. Cette approche permet d'évaluer les sources de variance entre les individus d'un échantillon, mais pas les sources de variance entre la performance moyenne de différents échantillons. Ainsi, des différences environnementales peuvent expliquer en totalité les différences moyennes entre des groupes, même si les facteurs génétiques expliquent les différences individuelles observées à l'intérieur de chacun de ces groupes. Ensuite, il est important de comprendre que les variations entre individus sont plus susceptibles d'être attribuables aux facteurs génétiques lorsque l'environnement des jumeaux présentes peu de variation. Par exemple, les différences individuelles observées sur le rendement scolaire sont plus susceptibles d'être attribuables aux variations génétiques lorsque le programme scolaire est homogène à travers la province (Samuelsson et al., 2007). Les résultats du deuxième article de thèse permettent de rendre compte de cet effet, lors du passage de l'âge préscolaire à l'entrée à l'école primaire. L'entrée à l'école primaire pourrait réduire la contribution relative des facteurs environnementaux à la connaissance des nombres en fournissant aux enfants un milieu d'apprentissage constant et homogène. La diminution de cette variance environnementale permet davantage l'expression des facteurs génétiques à l'explication des différences individuelles de la connaissance des nombres, allant de 18% à l'âge préscolaire à 49% à l'entrée à l'école primaire. Par ailleurs, l'estimation de la contribution des facteurs génétiques et environnementaux à la connaissance des nombres et au rendement en mathématiques ne permet pas de se prononcer sur la possibilité de changer le niveau moyen de rendement de la population en manipulant, par exemple, la quantité de temps alloué aux mathématiques ou la qualité des instructions données aux enfants, ni sur les bénéfices potentiels d'une intervention pour les élèves aux prises avec des difficultés en mathématiques.

Finalement, il pourrait y avoir une relation plus complexe qu'un simple cumul d'effets entre les facteurs génétiques et les facteurs environnementaux. Bien que la thèse n'ait pu l'examiner, une interaction entre les gènes et l'environnement serait possible (GXE). Dans un tel cas, la contribution relative des gènes et de l'environnement varierait en fonction du génotype de l'individu ou de l'environnement dans lequel il se trouve. Par exemple, en faisant l'agrégation de 10 polymorphismes (*SNP set*) qui compte pour 2.9% de la variance des habiletés mathématiques, Docherty, Kovas & Plomin (2011) ont montré que le score agrégé de polymorphismes était plus fortement associé aux habiletés mathématiques dans des milieux familiaux chaotiques et quand les parents exprimaient un plus grand niveau d'émotions négatives envers leur enfant, que dans d'autres circonstances. Ainsi, il est important de garder en tête que la présente thèse porte sur la contribution de facteurs génétiques exprimés, et que l'expression de ces gènes peut varier selon l'environnement de l'individu.

4.5. CONSIDÉRATIONS FUTURES

La présente thèse visait plus précisément à répondre aux questions suivantes: 1) Pouvons-nous identifier des patrons distincts de développement de la connaissance des nombres? 2) La connaissance des nombres prédit-elle le rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire? 3) Quels sont les facteurs qui prédisent l'appartenance à une trajectoire à risque de difficultés en mathématiques? 4) Quelle est la contribution des facteurs génétiques et environnementaux à l'explication des différences individuelles de la connaissance des nombres à l'âge préscolaire, à l'entrée scolaire, et du rendement en mathématiques à la fin de l'école primaire? 5) Dans quelle mesure ces facteurs génétiques et environnementaux liés aux variations individuelles de la connaissance des nombres sont stables de l'âge préscolaire à l'entrée scolaire, et/ou spécifique à chacun des temps de mesure? 6) Les facteurs génétiques et environnementaux aux différences individuelles du rendement en mathématiques sont-ils les mêmes que ceux associés à la connaissance des nombres et/ou sont-ils spécifiques au rendement en mathématiques?

Cette thèse apporte des réponses à ces importantes questions de recherche. Néanmoins, plusieurs questions demeurent. Pour continuer de faire avancer les connaissances dans le domaine des nombres et des mathématiques, il serait pertinent d'établir des associations détaillées entre les habiletés qui constituent la connaissance des nombres, et différents prédicteurs cognitifs et/ou environnementaux (LeFevre et al., 2010; Träff, 2013). Par exemple, l'action de compter – une composante principale de la connaissance des nombres, implique à elle seule 5 principes qui doivent être maitrisés. Par exemple, le principe d'adéquation unique implique que chaque mot énoncé doit être mis en correspondance unique avec un objet de la collection à dénombrer; le principe d'ordre stable consiste à toujours nommer les nombres dans un même ordre; alors que le principe de cardinalité consiste à comprendre que le dernier nombre nommé indique le nombre d'objets total dans un ensemble (Geary, 2011). Ces différents principes sont potentiellement différemment associés à l'action de compter, ou ont peut-être un lien de prédiction unique au développement de la connaissance des nombres. Ainsi, les études futures devraient orienter leur recherche vers l'identification de prédicteurs précis et spécifiques aux différentes composantes de la connaissance des nombres (Cirino, 2011).

Deuxièmement, les études de la thèse ont été menées sur une population normale, et non sur un échantillon clinique d'enfants qui présentent des difficultés en mathématiques. Il serait pertinent de conduire des études similaires à celles retrouvées dans la thèse, mais auprès d'enfants avec un trouble de dyscalculie. Cela pourrait aiguiller les chercheurs quant à l'origine de leurs difficultés. Il est possible que la contribution relative des gènes et de l'environnement varie en fonction de la présence d'un trouble d'apprentissage en mathématiques. Jusqu'à présent, certains chercheurs ont examiné cette question en montrant que les facteurs génétiques et environnementaux responsables des variations normales en mathématiques sont aussi les mêmes responsables de difficultés en mathématiques (Oliver et al., 2004; Haworth et al., 2007; Plomin & Kovas, 2005; Kovas et al., 2007; Haworth et al. 2009b; Petrill, Kovas, Hart, Thompson, & Plomin, 2009). Concrètement, ces chercheurs ont montré que l'extrémité (15% supérieur vs. 15% inférieur à la moyenne) de la distribution normale du rendement en mathématiques est influencée par les mêmes gènes et facteurs environnementaux, et ce à des âges différents – bien qu'aucune de ces études ne soit longitudinale. Ces résultats positionnent le rendement en mathématiques sur un continuum, dont la contribution relative des facteurs génétiques et environnementaux demeure la même d'une extrémité à l'autre. Néanmoins, ces quelques études sont effectuées auprès d'un échantillon normatif, et non sur un échantillon d'enfants qui présentent un trouble d'apprentissage en mathématiques. Les déterminants génétiques et environnementaux de la connaissance des nombres et des mathématiques des enfants avec un trouble d'apprentissage dans ce domaine doit donc d'être étudiée de façon particulière pour déterminer si elle diffère de celle des enfants à développement typique, et d'en faire un suivi longitudinal.

Troisièmement, bien que la présente thèse ait quantifié leur apport relatif, les gènes et les facteurs environnementaux spécifiques à la connaissance des nombres et aux mathématiques demeurent encore peu documentés. L'identification de gènes et de facteurs environnementaux propres à la connaissance des nombres et aux mathématiques est un passage obligé des recherches futures. Quelques études ont permis de constater la présence plus fréquente de troubles d'apprentissage en mathématiques dans certaines maladies causées par une anomalie monogénique (ou mutation génétique) (Bertella et al., 2005; Murphy & Mazzocco, 2008). C'est le cas du Syndrome Prader-Willi, un trouble neurodéveloppemental causé par un manque de l'activation de la région concernée (15q11-q13) situé sur le chromosome 15 paternel. Normalement, les gènes de la région 15q11-q13 sont fonctionnels sur le chromosome 15 d'origine paternelle, et ne remplissent pas leur fonction sur le chromosome 15 d'origine maternelle (inactivation par méthylation), ce qui n'est pas le cas dans le Syndrome Prader-Willi. Néanmoins, aucune étude n'a à ce jour identifié des marqueurs biologiques et environnementaux clairs et spécifiques aux mathématiques (p.ex., dyscalculie) et quant à la connaissance des nombres. Bien entendu, ces considérations futures, surtout la deuxième et la troisième exigent de recruter et d'étudier des familles qui présentent des problèmes de dyscalculie, ce qui est un défi de taille.

En somme, bien que cette thèse soit une étape importante pour la compréhension du développement de la connaissance des nombres, de son association aux mathématiques, de ses mécanismes et ses déterminants, elle soulève également plusieurs pistes de recherches futures. La thèse propose d'examiner les prédicteurs précis et spécifiques aux différentes composantes de la connaissance des nombres et des mathématiques. Elle propose également la réplication des études auprès d'une population clinique d'enfants aux prises avec un trouble d'apprentissage en mathématiques, et l'identification de marqueurs biologiques précis de la connaissance des nombres et des mathématiques.

Bibliographie

CHAPITRE 1

Alarcón, M., Knopik, V.S., & DeFries, J.C. (2000). Covariation of mathematics achievement and general cognitive ability. *Journal of School Psychology, 38*, 63–77. doi: 10.1016/S0022-4405(99)00037-0

Anderson, U. S., & Cordes, S. (2013). 1 < 2 and 2 < 3: non-linguistic appreciations of numerical order. *Frontiers in psychology, 4*, 1–13. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00005

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*, 699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699

Barbaresi, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics, 5*, 281–289. doi: 10.1367/A04-209R.1

Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. Dans A. J. Baroody, & A. Dowker (dir.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise studies* (p. 1–34). Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Baroody, A. J., Lai, M. L., Mix, K. S. (2006). The development of number and operation sense in early childhood. In: Saracho, O., Spodek, B., eds. *Handbook of research on the education of young children*. Mahwah, NJ: Erlbaum: 187–221.

Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathuliére, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning disabilities. *International Journal of Behavioral Development, 21*, 253–275. doi: 10.1080/016502597384857

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 333–339. doi: 10.1177/00222194050380040901

Blair, C. (2006). How similar are fluid cognition and general intelligence? A developmental neuroscience perspective on fluid cognition as an aspect of human cognitive ability. *Behavioral and Brain Sciences, 29*, 109–160. doi: 10.1017/S0140525X06009034

Bodovski, K. & Youn, M-J. (2011). The long term effects of early acquired skills and behaviors on young children's achievement in literacy and mathematics. *Journal of Early Childhood Research, 9*, 4–19. doi: 10.1177/1476718X10366727

Boivin, M., Pérusse, D., Dionne, G., Saysset, V., Zoccolillo, M., Tarabulsy, G. M., …Tremblay, R. (2005). The genetic-environmental etiology of parents' perceptions and self-assessed behaviours toward their 5-month-old infants in a large twin and singleton sample. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46*, 12–630. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00375.x

Boomsma, D.I., Martin, N.G., & Molenaar, P.C.M. (1989). Factor and simplex models for repeated measures: Application to two psychomotor measures of alcohol sensitivity in twins. *Behavior Genetics, 19*, 79–96.

Bornstein, M.C. (2002). Handbook of parenting (vols 1–4). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental Neuropsychology, 33*, 205–228. doi: 10.1080/87565640801982312

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (2009). Factors predictive of mathematics achievement in kindergarten, first and third grades: An opportunity-propensity analysis. *Contemporary Educational Psychology, 34*, 167–183. doi: 10.1016/j.cedpsych.2009.01.002

Cordes, S. & Brannon, E. (2008). The difficulties of representing continuous extent: using number is just easier. *Child Development, 79*, 476–489. doi: 10.1111/j.1467 8624.2007.01137.x.

Cragg, L. & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education, 3*, 63–68. doi: 10.1016/j.tine.2013.12.001

Cumming, J. J. & Elkins, J. (1999). Lack of automaticity in the basic addition facts as a characteristic of arithmetic learning problems and instructional needs. *Mathematical Cognition, 5*, 149–180. doi: 10.1080/135467999387289

Davis-Kean, P.E. (2005). The influence of parent education and family income on child achievement: The indirect role of parental expectations and the home environment. *Journal of Family Psychology, 19*, 294–304. doi: 10.1037/0893-3200.19.2.294

Davis, O.S.P., Kovas, Y., Harlaar, N., Busfield, P., McMillan, A., Frances, J., … & Plomin, R. (2008). Generalist genes and the Internet generation: etiology of learning abilities by web testing at age 10. *Genes, Brain and Behavior, 7*, 455–462. doi: 10.1111/j.1601-183X.2007.00370.x

DeFlorio, L. & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: The contribution of home activities and parent beliefs. *Early Education and Development, 26*, 319–341. doi: 10.1080/10409289.2015.968239

Dehaene, S. (1997). *The NumberSense: How the Mind Creates Mathematics*. NewYork, NY: Oxford University Press.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83–120.

Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion* *in Neurobiology, 14*, 218–224. doi: 10.1016/j.conb.2004.03.008

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*, 970–974. doi: 10.1126/science.284.5416.970

Demir, I., Kılıç, S., & Unal, H. (2010). Effects of students' and schools' characteristics on mathematics achievement: Findings from PISA 2006. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 2*, 3099–3103. doi: 10.1016/j.sbspro.2010.03.472

Dowker, A. (2005). Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education: New York, NY, US: Psychology Press.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., … Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428

Entwisle, D. R., & Alexander, K. L. (1990). Beginning school math competence: Minority and majority comparisons. *Child Development, 61*, 454–471. doi: 10.2307/1131107

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics, 32*, 250–263. doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88*, 121–151. doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development, 78*, 1343–1359. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Récupéré de http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293–304. doi: 10.1177/00222194050380040301

Glascoe, F. P. & Leew, S. (2010). Parenting Behaviors, Perceptions and Psychosocial Risk: Impact on Child Development. *Pediatrics, 125*, 313–319. doi: 10.1542/peds.20083129

Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 173–180. doi: 10.1016/j.ecresq.2004.01.012

Griffin, S., Case, R., & Siegler, R. (1994). Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for the first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. Dans K. McGilly (dir.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice*. Cambridge, MA, US: The MIT Press.

Halberda, J. & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the “number sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*, 1457–1465. doi: 10.1037/a0012682.

Halle, T., Kurtz-Costes, B., & Mahoney, J. (1997). Family influences on school achievement in low-income, African American children. *Journal of Educational Psychology, 89*, 527–537. doi: 10.1037/0022-0663.89.3.527

Hanich, L.B, Jordan, N.C, Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 93*, 615–626. doi: 10.1037/0022-0663.93.3.615

Haworth, C. M. A., Kovas, Y., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2007). Developmental origins of low mathematics performance and normal variation in twins from 7 to 9 years. *Twin Research and Human Genetics, 10*, 106–117. doi: 10.1375/twin.10.1.106

Haworth, C.M.A., Davis, O., & Plomin, R. (2012). Twins early development study (TEDS): A genetically sensitive investigation of cognitive and behavioral development from childhood to young adulthood. *Twin Research and Human Genetics, 16*, 117–125. doi: 10.1017/thg.2012.91

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America (PANS), 106*, 10382–10385. doi: 10.1073/pnas.0812142106

Jordan, N. C. (2010). Early predictors of mathematics achievement and mathematics learning difficulties. *Encyclopedia on early childhood development*, 1–6. Récupéré de www.child-encyclopedia.com/documents/jordanangxp.pdf

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology, 85*, 103–119. doi: 10.1016/S0022-0965(03)00032-8

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*, 850–867. doi: 10.1037/a0014939

Jordan, N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*, 60–68. doi: 10.1002/ddrr.46

Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk." *Developmental Psychology, 42*, 59–69. doi: 10.1037/0012-1649.42.1.59

Kovas, Y., Harlaar, N., Petrill, S.A., & Plomin, R. (2005). Generalist genes and mathematics in 7-year-old twins. *Intelligence, 33*, 473–489. doi: 10.1016/j.intell.2005.05.002

Kovas, Y., Haworth, C.M.A., Dale, P.S., Plomin, R., Weinberg, R. A., Thomson, J. M., & Fischer, K. W. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 72*, 1–160. doi:

Kovas, Y., Haworth, C.M.A., Petrill, S.A., & Plomin, R. (2007). Mathematical ability of 10-year-old boys and girls: genetic and environmental etiology of typical and low performance. *Journal of Learning Disabilities, 40*, 554–567.

LeFevre, J-A., Skwarchuk, S-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science, 41*, 55– 66. doi: 10.1037/a0014532

Lemelin, J.-P., Boivin, M., Forget-Dubois, N., Dionne, G., Séguin, J. R., Brendgen, M., … Pérusse, D. (2007). The genetic-environmental etiology of cognitive school readiness and later academic achievement in early childhood. *Child Development, 78*, 1855–1869. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01103.x

Lipton, J. S, & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science, 14*, 396–401.

Mazzocco, M. I. M. M., & Myers, G. F. (2003). Complexities in identifying and defining mathematics learning disability in the primary school-age years. *Annals of Dyslexia, 53*, 218–253. doi: 10.1007/s11881-003-0011-7

McCrink, K. & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science, 15*, 776–781. doi: 10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x

McCrink, K., & Wynn, K. (2007). Ratio abstraction by 6-month-old infants. *Psychological Science, 18*, 740–746. doi: 10.1111/j.1467-9280.2007.01969.x

McGue, M., & Bouchard, T.J. (1984). Adjustment of twin data for the effects of age and sex. *Behavior*

Genetics, 14, 325–343. doi: 10.1007/BF01080045

Melhuish, E. C., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., Taggart, B., Phan, M. B., & Malin, A. (2008). Preschool influences on mathematics achievement. *Science, 321*, 1161–1162. doi: 10.1126/science.1158808

Miller, S. P. & Mercer, C. D. (1997). Educational aspects of mathematics disabilities. *Journal of Learning Disabilies, 30*, 47–56. doi: 10.1177/002221949703000104

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27–58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Oliver, B., Harlaar, N., Hayiou-Thomas, M.E., Kovas, Y., Walker, S.O., Petrill, S.A., … Plomin, R. (2004). A twin study of teacher-reported mathematics performance and low performance in 7-year-olds. *Journal of Educational Psychology, 96*, 504–517. doi: 10.1037/0022-0663.96.3.504

Petrill, S. A., Deater-Deckard, K., Thompson, L. A., DeThorne, L. S., & Schatschneider, C. (2006). Genetic and environmental effects of serial naming and phonological. *Journal of Cross-cultural Psychology, 32*, 618–635. doi: 10.1177/0022022101032005006.

Plomin, R., & Kovas, Y. (2005). Generalist genes and learning disabilities. *Psychological Bulletin, 131*, 592–617. doi: 10.1037/0033-2909.131.4.592

Plomin, R., Kovas, Y., & Haworth, C. M. A. (2007). Generalist genes: Genetic links between brain, mind, and education. *Mind, Brain, and Education, 1*, 11–19. doi: 10.1111/j.1751-228X.2007.00002.x

Pagani, L. S., Fitzpatrick, C., Belleau, L., & Janosz, M. (2011). « Prédire la réussite scolaire des enfants en quatrième année à partir de leurs habiletés cognitives, comportementales et motrices à la maternelle », Étude longitudinale du développement des enfants du Québec (ÉLDEQ 1998-2010) – De la naissance à 10 ans, Institut de la statistique du Québec, vol. 6, fascicule 1, 12 p.

Parke, R.D., & Buriel, R. (1998). Socialization in the family: Ethnic and ecological perspectives. In W. Damon (Ed.), Handbook of child psychology (5th edn, vol. 3 pp. 135–210). New York: John Wiley & Sons.

Ramani, G. B., Siegler, R. S., & Hitti, A. (2012). Taking It to the Classroom: Number Board Games as a Small Group Learning Activity. *Journal of Educational Psychology, 104*, 661–672. doi: 10.1037/a0028995

Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44*, 162–169. doi: 10.1037/0003-066X.44.2.162

Santos, A., Vaughn, B., Peceguina, I., Daniel, J. R., & Shin, N. (2014). Growth of social competence during the preschool years: A 3-year longitudinal study. *Child Development, 85*, 2062–2073. doi: 10.1111/cdev.12246

Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology, 47*, 121–125. doi: 10.1111/j.1469-8749.2005.tb01100.x

Siegler, R.S. (2007). The birth of a new discipline. Dans D. Berch, & M. Mazzocco (dir.), *Why is math so hard for some children?* (foreword). Baltimore, MD, US: Paul H. Brookes Publishing Co.

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development, 75*, 428–444. doi: 10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x

Smith, A. (2004). Making mathematics count: The report of professor Adrian Smith's inquiry into post-14 mathematics education. DfES. Récupéré de http://www.mathsinquiry.org.uk/report/MathsInquiryFinalReport.pdf

Soltész, F., Szűcs, D., & Szűcs, L., (2010). Relationships between magnitude representation, counting and memory in 4- to 7-year-old children: A developmental study. *Behavioral and Brain Functions, 6*, 1–14. doi: 10.1186/1744-9081-6-13

Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 99–120. doi: 10.1016/j.ecresq.2004.01.002

Statistics Canada, Employment and Social Development Canada, and Council of Ministers of Education, Canada. *Skills in Canada: First Results from the Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC)*, Catalogue no. 89-555-X, Ottawa, 2013. Retrieved from http://www.statcan.gc.ca/pub/89-555-x/89-555-x2013001-eng.pdf

Steele, A., Karmiloff-Smith, A., Cornish, K., & Scerif, G. (2012). The multiple subfunctions of attention: Differential developmental gateways to literacy and numeracy. *Child Developmental*, *83*, 2028–2041. doi: 10.1111/j.1467-8624.2012.01809.x

Stipek, D., Milburn, S., Clements, D., & Daniels, D. H. (1992). Parents' beliefs about appropriate education for young children. *Journal of Applied Developmental Psychology, 13*, 293–310. doi: 10.1016/0193-3973(92)90034-F

Swanson, H. L. & Beebe-frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology, 95*, 471–491. doi: 10.1037/0022-0663.96.3.471

Teti, D.M., & Gelfand, D.M. (1991). Behavioral competence among mothers of infants in the first year: The mediational role of maternal self-efficacy. *Child Development, 62*, 918–929. doi: 10.2307/1131143

Thompson, R.A. (1998). Early sociopersonality development. In W. Damon (Ed.), Handbook of child psychology (5th edn, vol. 3, pp. 25–104). New York: John Wiley & Sons.

Thompson, L.A., Detterman, D.K., & Plomin, R. (1991). Associations between cognitive abilities and scholastic achievement: genetic overlap but environmental differences. *Psychological Science, 2*, 158–165. doi: 10.1111/j.1467-9280.1991.tb00124.x

Tosto, M.G., Hanscombe, K.B. Haworth, C.M.A., Davis, O.S.P., Petrill, S.A., Dale, P.S. Malykh, S., Plomin, R., & Kovas, Y. (2014). Why do spatial abilities predict mathematical performance? *Developmental Science, 17*, 462–470. doi: 10.1111/desc.12138

Uller, C., Urquhart, C., Lewis, J., & Berntsen, M. (2013). Ten-month-old infants' reaching choices for « more » : the relationship between inter-stimulus distance and number. *Frontiers in psychology, 4*, 1–5. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00084

van Leeuwen, M., van Den Berg, S.M., Hoekstra, R.A., & Boomsma, D.I. (2009). The genetic and environmental structure of verbal and visuospatial memory in young adults and children. *Neuropsychology, 23*, 792–802. doi: 10.1037/a0016526

Vanmarle K. 2013. Infants use different mechanisms to make small and large number ordinal judgments. *Journal of Experimental Child Psychology, 114*, 102–110. doi : 10.1016/j.jecp.2012.04.007

Vukovic, R. K. & Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology, 115*, 227–224. doi: 10.1016/j.jecp.2013.02.002

Wehkalampi, K., Silventoinen, K., Kaprio, J., Dick, D. D., Rose, R. J., Pulkkinen, L., & Dunkel, L. (2008). Genetic and environmental influences on pubertal timing assessed by height growth. *American Journal of Human Biology, 20*, 414–423. doi: 10.1002/ajhb.20748

Xu, F. & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology, 25*, 103–108. doi: 10.1348/026151005X90704

Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science, 8*, 88–101. doi: 10.1111/j.1467-7687.2005.00395.x

Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature, 417*, 138–139. doi: 10.1038/417138a

Zuckerman, B., & Halfon, N. (2003). School readiness: An idea whose time has arrived. *Pediatrics, 111*, 1433–1436.

CHAPITRE 4

Arain, M., Haque, M., Johal, L., Mathur, P., Nel, W., Rais, A., … & Sharma, S. (2013). Maturation of the adolescent brain. *Neuropsychiatric Disease and Treatment, 9*, 449–461. doi: 10.2147/NDT.S39776

Asbury, K. & Plomin, R. (2013). G is for Genes: The Impact of Genetics on Education and Achievement (Wiley-Blackwell, Chichester, UK)

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*, 699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699

Barbaresi, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. Ambulatory *Pediatrics, 5*, 281–289. doi: 10.1367/A04-209R.1

Bertella, L., Girelli, L., Grugni, G., Marchi, S., Molinari, E., & Semenza, C. (2005). Mathematical skills in Prader-Willi Syndrome. *Journal of Intellectual Disability Research, 49*, 159–169. doi : 10.1111/j.1365-2788.2004.00634.x

Boomsma, D.I., Martin, N.G., & Molenaar, P.C.M. (1989). Factor and simplex models for repeated measures: Application to two psychomotor measures of alcohol sensitivity in twins. *Behavior Genetics, 19*, 79–96.

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (2009). Factors predictive of mathematics achievement in kindergarten, first and third grades: An opportunity-propensity analysis. *Contemporary Educational Psychology, 34*, 167–183. doi: 10.1016/j.cedpsych.2009.01.002

Cirino, P.T. (2011). The interrelationships of mathematical precursors in kindergarten. *Journal of Experimental Child Psychology, 108*, 713–733. doi: 10.1016/j.jecp.2010.11.004

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 136−163. Retrieved from http://www.mheresearch.com/assets/products/6ea9ab1baa0efb9e/clementssarama.pdf

Davis-Kean, P.E. (2005). The influence of parent education and family income on child achievement: The indirect role of parental expectations and the home environment. *Journal of Family Psychology, 19*, 294–304. doi: 10.1037/0893-3200.19.2.294

Decker, S. & Roberts, A. (2015). Specific cognitive predictors of early math problem solving. *Psychology in the Schools, 52*, 477–488. doi: 10.1002/pits.21837

DeFlorio, L. & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: The contribution of home activities and parent beliefs. *Early Education and Development, 26*, 319–341. doi: 10.1080/10409289.2015.968239

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*, 970–974. doi: 10.1126/science.284.5416.970

Docherty, S.J., Kovas, Y., & Plomin, R. (2011). Gene-environment interaction in the etiology of mathematical ability using SNP sets. *Behavioral Genetics, 41*, 141–154.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., … Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428

Dunn, L. M. & Dunn, L. M. (1997). Peabody Picture Vocabulary Test (3rd ed.). Circle Pines, MN, US: American Guidance Service.

Eaves, L.J., Long, J., & Heath, A.C. (1986). A theory of developmental change in quantitative phenotypes applied to cognitive development. *Behavior Genetics, 16*, 143–162.

Evans, D.M., Frazer, I.H., Boomsma, D.I., & Martin, N.G. (2001). Developmental genetics of red cell indices during puberty: A longitudinal twin study. *International Journal of Human Genetics, 1*, 41–53.

Galindo, C. & Sonnenschein, S. (2015). Race/Ethnicity and Early Mathematics Skills: Relations Between Home, Classroom, and Mathematics Achievement. The Journal of Educational Research, 108, 261–277. doi: 10.1080/00220671.2014.880394

Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. Journal of Experimental Child Psychology, 49, 363–383.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics, 32*, 250–263. doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. Journal of Experimental Child Psychology, 77, 236–263. doi: :10.1006/jecp.2000.2561

Geary, D.C. & Hoard, M.K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology, 15*, 635–647. doi: 10.1080/02687040143000113

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Récupéré de http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Gray, S.A. & Reeve, R.A. (2016). Number-specific and general cognitive markers of preschoolers' math ability profiles. *Journal of Experimental Child Psychology, 147*, 1–21. doi: 10.1016/j.jecp.2016.02.004

Haworth, C. M. A., Kovas, Y., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2007). Developmental origins of low mathematics performance and normal variation in twins from 7 to 9 years. *Twin Research and Human Genetics, 10*, 106–117. doi: 10.1375/twin.10.1.106

Haworth, C.M.A., Kovas, Y., Harlaar, N., Hayiou-Thomas, M.E., Petrill, S.A., Dale, P.S., & Plomin, R. (2009a). Generalist genes and learning disabilities: A multivariate genetic analysis of low performance in reading, mathematics, language and general cognitive ability in a sample of 8000 12-year-old twins. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 50*, 1318–1325. doi: 10.1111/j.1469-7610.2009.02114.x

Haworth, C.M.A., Wright, M.J., Martin, N.W., Martin, N.G., Boomsma, D.I., Bartels, M., … Plomin, R. (2009b). A twin study of the genetics of high cognitive ability selected from 11,000 twin pairs in six studies from four countries. *Behavior Genetics, 39*, 359–370. doi: 10.1007/s10519-009-9262-3

Jariene, R. & Razmantiene, A. (2006). The influence of pupils' socio-economic background on achievements in reading and writing skills. Intergovernmental Conference *Languages of Schooling: towards a Framework for Europe, Strasbourg*

Jordan, N. C. (2007). Do words count? Connextions between mathematics and reading difficulties. Dans Berch, D. B. et Mazzocco, M. M. (Eds), Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities (p. 107-120). Baltimore, MD, US: Paul H Brookes Publishing.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology, 85*, 103–119. doi: 10.1016/S0022-0965(03)00032-8

Jordan, N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x

Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk". *Developmental Psychology, 42*, 59–69. doi: 10.1037/0012-1649.42.1.59

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., Nurmi, J-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97*, 220–241. doi: 10.1016/j.jecp.2007.03.001

Kovas, Y., Haworth, C.M., Harlaar, N., Petrill, S.A., Dale, P.S., & Plomin, R. (2007). Overlap and specificity of genetic and environmental influences on mathematics and reading disability in 10-year-old twins. Journal of Child Psychology and Psychiatry, 48, 914–922.

Kovas, Y., Haworth, C.M.A., Dale, P.S., Plomin, R., Weinberg, R. A., Thomson, J. M., & Fischer, K. W. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 72*, 1–160.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*, 513–526. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Krapohl, E., Rimfeld, K., Shakeshaft, N. G., Trzaskowski, M., McMillan, A., Pingault, J-B., … Plomin, R. (2014). The high heritability of educational achievement reflects many genetically influenced traits, not just intelligence. *PNAS, 111*, 15273–15278. doi: 10.1073/pnas.1408777111

Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2014). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. Educational Psychology, 34, 674–696. doi: 10.1080/01443410.2013.814192

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*, 1753–1767. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

Libertus, M.E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science, 14*, 1292–1300. doi: 10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x

Libertus, M.E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is Approximate Number Precision a Stable Predictor of Math Ability? *Learning and Individual Differences, 25*, 126–133. doi: 10.1016/j.lindif.2013.02.001

Mazzocco, M.M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE, 6*, e23749. doi: 10.1371/journal.pone.0023749

Murphy, M.M. & Mazzocco, M.M. (2008). Mathematics learning disabilities in girls with fragile X or Turner syndrome during late elementary school. Journal of Learning Disabilities, 41, 29–46. doi: 10.1177/0022219407311038

Neale, M. & Cardon, L. (1992). Methodology for genetic studies of twins and families. Springer Science & Business: New-York.

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27–58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Oliver, B., Harlaar, N., Hayiou-Thomas, M.E., Kovas, Y., Walker, S.O., Petrill, S.A., … Plomin, R. (2004). A twin study of teacher-reported mathematics performance and low performance in 7-year-olds. *Journal of Educational Psychology, 96*, 504–517. doi: 10.1037/0022-0663.96.3.504

Petrill, S.A., Kovas, Y., Hart, S.A., Thompson, L.A., & Plomin, R. (2009). The genetic and environmental etiology of high math performance in 10-year-old twins. *Behavior Genetics, 39*, 371–379. doi: 10.1007/s10519-009-9258-z

Piaget, J. (1977). The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures. New-York: The Viking Press

Plomin, R., & Kovas, Y. (2005). Generalist genes and learning disabilities. *Psychological Bulletin, 131*, 592–617. doi:10.1037/0033-2909.131.4.592

Purpura, D.J. & Ganley, C.M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology, 122*, 104–121. doi: 10.1016/j.jecp.2013.12.009

Raghubar, K.P., Barnes, M.A., & Hecht, S.A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences, 20*, 110–122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005.

Samuelsson, S., Olson, R.K., Wadsworth, S., Corley, R., DeFries, J.C., Willcutt, E., … Byrne, B. (2007). Genetic and environmental influences on pre-reading skills and early reading and spelling development: A comparison among United States, Australia, and Scandinavia. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal, 20*, 51–75. doi: 10.1007/s11145-006-9018-x

Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology, 47*, 121–125. doi: 10.1111/j.1469-8749.2005.tb01100.x

Skwarchuk, S.L., Sowinski, C., & LeFevre, J. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, *121*, 63–84. doi: 10.1016/j.jecp.2013.11.006

Starr, A., Libertus, M.E., & Brannon, E.M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 110*, 18116–18120. doi: 10.1073/pnas.1302751110

Toll, S.W.M. & Van Luit, J.E.H. (2013). Early numeracy intervention for low-performing kindergartners. *Journal of Early Intervention, 34*, 243–264. doi: 10.1177/1053815113477205

Träff, U. (2013). The contribution of general cognitive abilities and number abilities to different aspects of mathematics in children. *Journal of Experimental Child Psychology, 116*, 139–156. doi: 10.1016/j.jecp.2013.04.007

Wehkalampi, K., Silventoinen, K., Kaprio, J., Dick, D. D., Rose, R. J., Pulkkinen, L., & Dunkel, L. (2008). Genetic and environmental influences on pubertal timing assessed by height growth. American Journal of Human Biology, 20, 414–423. doi: 10.1002/ajhb.20748

ANNEXE A : Assessing Children's Computational Skills: Validation of an Adapted Version of the Canadian Achievement Test - Second Edition for 10 year olds

Gabrielle Garon-Carrier[1], Michel Boivin[1,2], Emmanuel Ouellet[3], Richard E. Tremblay[2,4,5], & Ginette Dionne[1]

[1] School of Psychology, Université Laval, Canada

[2] Institute of Genetic, Neurobiological, and Social Foundations of Child Development, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

[3] CHU de Québec Research Center, Canada

[4] Department of Pediatrics and Psychology, Université de Montréal, Canada

[5] School of Public Health, Physiotherapy and Population Sciences, University College Dublin, Ireland

Article en préparation

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Ouellet, E., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (En préparation). Assessing Children's Computational Skills: Validation of an Adapted Version of the Canadian Achievement Test - Second Edition for 10 year olds.

ABSTRACT

This study tested the validity of the mathematic subtest of the Canadian Achievement Test – Second Edition (CAT/2; Canadian Test Centre, 1992) for 10 year olds, adapted from the original version administered at age 8. The analyses showed satisfactory internal consistency of the adapted version at age 10, and slightly higher internal consistency than that of the original version at age 8 (.81 vs .76). The total scores distribution of the age 10 version were slightly negatively skewed, suggesting that the tool is sensitive to assess children with lower mathematic abilities. Using a correlational design, the results showed substantial cross-age convergent validity between the age 8 and age 10 versions (.49, $p < .001$), and cross-measure convergent and discriminant validity of this adapted version. We conclude that the adapted mathematics subtest of the Canadian Achievement Test could be used to reliably measure children's computational skills at age 10.

Keywords: Validation, Mathematics, School achievement, Teacher reports, Computational skills.

INTRODUCTION

Frequent and ongoing assessment of mathematic abilities during childhood is paramount to ensure an optimal development of these skills. At the individual level, assessing mathematic abilities with standardized tools informs teachers and parents of a child's relative level of mastery and comprehension of mathematics, and may help identify delays that could be addressed by early interventions. At a population level, it provides useful benchmarks for mathematic programs adjustment and educational policy.

The Canadian achievement Test – second edition (CAT/2; Canadian Test Centre, 1992) measures general knowledge and performance in five content areas: reading, spelling, language, study skills and mathematics up to grade 3. This test has been found to correlate well with measures of intelligence, such as the Wechsler Abbreviated Scale of Intelligence (Saklofske, Caravan, & Schwartz, 2000). The present study focused on the mathematic content of the CAT/2. This age-appropriate test is considered to be an objective measure of children's academic performance in mathematics (Human Resources Development & Statistics Canada, 1997), and the level of complexity varies according to school grade of the child (Carter, Dubois, & Ramsay, 2010). For example, at ages 8 and 9 (grades 2 and/or 3), the mathematic subscale of the CAT/2 consists of 21 multiple-choice questions designed to test children's capacity to compute addition, subtraction, and multiplication operations on whole numbers. This subtest was administered at age 8 (grade 2) in a Quebec sample of more than 1500 children.

In Canada, education is regulated and administered at the provincial level. The overall structure of the education system is comparable across all ten provinces, except for Québec where it is slightly different (with a K-11 rather than a K-12 system) (Haeck, Lefebvre, & Merrigan, 2012). This sometimes requires the need to adapt academic assessment tools for this particular province. Consequently, we adapted the mathematic subtest of the CAT/2 to evaluate children's computational skills at age 10. We first obtained the copyright permission of Canadian Test Centre to use the CAT/2 test items. We conducted a pilot study (n=10) with kids of age 10 years. According to the teacher, these kids were classified into 3 levels: (1) low achievers (high difficulty); (2) moderate achievers (moderate difficulty); (3) high achievers (low difficulty). Items were created to reflect these 3 levels of difficulty. Based on the Quebec educational program curriculum in primary school, we increased the difficulty level of the addition, subtraction and multiplication operations by adding new items and eliminating items with little variance based on pilot testing. We also added division operations to the original test, as children are exposed to division operations for the first time around age 10 (MELS, 2013; NCTM, 2006).

Items of the pilot testing that were 100% achieved and 0% achieved by children were removed. We kept 25% of the items achieved by less than 20% of children; 25% of items achieved by more than 80% of children; and 50% of items achieved by 20% to 80% of children.

The goal of the present study was to validate the adapted mathematic subtest of the CAT/2 for use with 10 year-olds by: 1) Assessing its' internal consistency and capacity to capture the variance in skills at age 10 (grade 4); 2) Assessing its' convergent validity with the original version at age 8; 3) Assessing its' convergent validity with standardized measures of mathematic and teacher reports of school achievement in various domains.

METHODS

PARTICIPANTS

This report is based on an ongoing prospective longitudinal study of a representative sample of infants born in the province of Quebec, Canada in 1998. All infants of 59 and 60 weeks of gestational age were selected through the Master Birth Register of the Ministry of Health and Social Services. Those for whom the duration of the gestation could not be determined in the birth record, those born at less than 24 weeks or at more than 42 weeks of gestation or those living in the Far North administrative regions including Cree territory, Inuit territory, and aboriginal reserves were excluded. From 2675 families initially targeted, 2223 were met for a first visit, and 2120 were followed on an annual basis from the age of 5 months (Jetté & Des Groseillers, 2000). The CAT/2 was used to assess math skills at age 8 years on 1466 children, of whom 1147 in grade 2, 6 were in grade 1, and 18 in grade 3; and at age 10 years on 1328 children, of whom 1165 were in grade 4, 19 in grade 1, 5 in grade 2, 39 in grade 3, 29 in grade 5, and 2 in grade 6. The grade was not available for the remaining children.

INSTRUMENTS AND PROCEDURE

Computational skills in mathematics

Computational skills were assessed at age 8 with the mathematic subtest of the Canadian Achievement Test – second edition (CAT/2; Canadian Test Center, 1992). This test assesses children's ability to perform additions, subtractions, and multiplications. Children had to choose the right answer out of four choices within a limited time for each item. One point was attributed for each correct answer. Scores were computed by adding the correct items, separately for each type of operation and for the whole test, with a maximum of 21 for the total test score. The internal consistency of this subtest in the Quebec sample was .76.

In the adapted version at age 10, twelve items from the original scale were retained based on their ability to capture variance in a small pilot sample. New items were developed for each operation to raise the difficulty level: 1 new item was developed for the addition, 1 item for subtraction and 2 items for multiplication. In addition, 4 division items were added to reflect the mathematics curriculum taught in grade 4 in the province of Quebec for a total of 20 items.

Number knowledge

Number knowledge was measured annually between the ages of 4 and 7 years with the standardized Number Knowledge Test (NKT; Okamoto & Case, 1996). This test has 4 levels and follows the normative acquisition of number knowledge as a function of age (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005; Gersten Clarke, & Jordan, 2007). An internal consistency of .94 was obtained from the item response reliability test (Gersten et al., 2007). Two different versions of the NKT were administered; an 18-item version administered at ages 4, 5 and 6, and a 27-item version at age 7. Strong associations between the computational skills and the number knowledge would indicate convergent validity for the adapted version of the CAT/2 mathematic subtest.

Basic numeracy

The Early Development Instrument (EDI; Janus & Offord, 2007) is a teacher-rated questionnaire that measures five broad domains of children's school readiness. Teachers completed this questionnaire when children were 6 years of age. We only used the items related to basic numeracy for the purpose of this study (11 items). Items were coded on a yes-no scale (1-0 score) reflecting whether the child has mastered the designated skill or not. The total numeracy score varies between 0 and 11 and the internal consistency for this subscale is .78. Strong associations between the basic numeracy module of the EDI and the score on the adapted version of the CAT/2 at age 10 would support convergent validity.

School achievement

School achievement was measured through teacher ratings of the child's achievement relative to his or her classmates at ages 7, 8, 10 and 12 years (1st, 2nd, 4th and 6th grades). Teachers answered on a 5-point Likert scale from 1 (near the bottom of the class) to 5 (near the top of the class) to the following questions: "How would you rate this child's current academic achievement in mathematics?…reading?…written work?... science?" Teachers reported achievement in science only when children were 10 and 12 years of age. A higher association between the score on the adapted version of the CAT/2 at age 10 and teacher reports of mathematic achievement, compared to other school achievement domains, would support convergent and discriminant validity of the adapted tool.

ANALYSES

We analyzed missing data with the MVA module in SPSS 20.0 for Windows (SPSS Inc, Chicago, IL). Missing data for the CAT/2 at age 8 and the adapted version at age 10 were respectively 30.8% and 37.4%; 54.5% for the basic numeracy module of the EDI (Janus & Offord, 2007); between 16.6% and 53.3% for number knowledge from ages 4 to 7; and between 39.2% and 61.3% for school achievement from ages 7 to 12. According to Little's MCAR test, data were missing completely at random for the school achievement measure (χ^2 = 1788.51, *df* = 1818, $p > .05$, respectively), but were not missing completely at random for computational skills at 8 and 10 (χ^2 = 31.05, *df* = 10, $p < .05$), number knowledge (χ^2 = 57.90, *df* = 27, $p < .05$) and basic numeracy measures (χ^2 = 1317.88, *df* = 623, $p < .05$). A series of *t*-tests obtained with the MVA module showed that children who were missing on computational skills, number knowledge and basic numeracy tended to have lower mathematic skills and were from significantly lower socioeconomic background from ages 5 months to 5 years.

Therefore, we used the Full information maximum likelihood (FILM) method for the treatment of missing data, producing the least biased and most efficient parameter estimates (Peugh & Enders, 2004; Graham, Olchowski, & Gilreath, 2007). Correlations were calculated with children's age and school grade as control variables using Mplus 5.21 statistical package (Muthén & Muthén, 1998-2004).

RESULTS

Descriptive statistics for the computational skills at ages 8 and 10 are shown in Table A1. Children performed more poorly in multiplication at age 8, and in division at age 10. Addition and subtraction are well mastered at both ages, while multiplication and division, as expected, are clearly more challenging. Descriptive statistics for number knowledge, basic numeracy, and achievement in mathematic, science, reading and writing are presented in Table A2. While number knowledge largely improved, academic achievement within each school domains slightly decreased over time. These results suggest that teachers tend to evaluate more positively children's academic achievement in early grades of primary school.

Figure A1 shows the data distribution for each operation subtest of the adapted mathematics scale of the CAT/2. The distributions were negatively skewed for addition (-1.88) and subtraction (-1.97), but normally distributed for the multiplication and division. The total scores were also negatively skewed (-1.36), suggesting that this tool might be more discriminant for children in the lower curve of the distribution and thus, could potentially be used to detect children with lower mathematic abilities.

INTERNAL CONSISTENCY

An item response reliability test showed acceptable internal consistency for the adapted mathematic scale of the CAT/2 at age 10 (α = .81). Moreover, the internal consistency did not vary with the suppression of the items added or changed from the original test administered at age 8.

CROSS-AGE CONVERGENT VALIDITY

Correlations (see Table A3) supported the convergent validity between ages 8 and 10 computational skills measures with significant associations of .29 for *addition*, .34 for *subtraction*, .23 for *multiplication* and .47 for the *total test score* (Ps < .001). The division subscale at age 10 was also significantly associated with addition, subtraction, multiplication and the total score at age 8, with correlations ranging from .21 and .35. Correlations across operations at each age were comparable ranging from .30 to .60.

CROSS-MEASURE CONVERGENT VALIDITY

The computational skills at ages 8 and 10 show similar associations with number knowledge, from ages 4 to 7, albeit slightly stronger for the CAT/2 at age 8. The correlations of number knowledge with the adapted age 10 subtests ranged from .15 to .23 at age 4, .24 to .34 at age 5, .24 to .37 at age 6, and .28 to .42 at age 7 (see Table A4), very similar to those with the CAT/2 at age 8 that ranged from .21 to .30 at age 4, .21 to .32 at age 5, .30 to .43 at age 6, and .36 to .50 at age 7.

The basic numeracy score of the EDI at age 6 was also moderately and similarly correlated with the computational skills at ages 8 and 10, with slightly higher correlations with the age 10 measure (.32 for *additions* at 10 vs .29 at 8; .29 for *subtractions* at 10 vs .29 at 8; .27 for *multiplications* at 10 vs .26 at 8; .26 for the *divisions* at 10; and .39 for the *total score* at 10 vs .35 at 8).

Finally, correlations with teacher reports of school achievement indicated that computational skills at ages 8 and 10 were slightly stronger with concurrent measures of mathematics achievement (see Table A5) than with achievement in other domains (see Table A6) supporting the discriminant validity of the adapted version of the CAT/2 mathematics subtest. Indeed, concurrent associations with achievement in mathematics ranged between .29 and .45 at 10 and between .40 and .51 at 8 for computational skills subtests and total scores whereas concurrent correlations with achievement in other domains ranged from .26 to .43 at 10 and from .30 and .46 at 8.

Longitudinal correlations were also stronger for achievement in mathematics (between .29 - .49) than for achievement in other domains (between .21- .49) for both age 8 and age 10 computational skills. Moreover, correlations of ages 8 and 10 computational skills with achievement scores were highly similar. Teacher-report achievement in mathematics correlations at age 7 ranged from .30 - .45 at 10 vs .38 - .49 at 8; from .30 - .44 between mathematics achievement at 8 and computational skills at 10; from .35 - .47 between mathematics achievement at 10 and computational skills at 8; and correlations at age 12 ranged from .30 - .40 at 10 vs .29 - .41 at 8 (see Table A5). By contrast, longitudinal correlations with achievement in other domains at age 7 ranged from .29 -.49 at 10 vs .29-.46 at 8; between achievement in other domains at age 8 and age 10 computational skills ranged from .28 - .43; between achievement at age 10 and computational skills at age 8 ranged from .25-.39 and with achievement in other domains at age 12, ranged from .21-.33 at 10 vs .22-.33 at 8 (see Table A6). These results further support the discriminant validity of the adapted version of the CAT/2 mathematics subtest.

DISCUSSION

The purpose of this study was to test the validity of an adapted mathematics subtest from the Canadian Achievement Test – Second Edition (CAT/2; Canadian Achievement Center, 1992) to assess computational skills in 10 year-olds. The results provide evidence of 1) the reliability of the measure with an internal consistency index superior to the original subtest at age 8, 2) the cross-age convergent validity with the CAT/2 administered at age 8, and 3) the cross-measure convergent and discriminant validity with standardized tests of number knowledge and basic numeracy as well as teacher reports of mathematic achievement and achievement in other school domains (reading, writing and science).

Reliability and validity evidence for this adapted instrument was limited to one concurrent measure done at age10. However, based on the present findings, the results still showed that the adapted mathematics subtest of the Canadian Achievement Test could be used to reliably measure Quebec children's computational skills at age 10. The adapted age 10 version of the CAT/2 was validated on a large representative sample of children in Quebec and thus, supports the generalizability of the results to this population. Moreover, as the original measure developed for Canadian children was shown to reliably assess computational skills at age 8 in this sample, we also conclude that the adapted version could reliably assess Canadian children's computational skills at age 10.

However, this instrument might be more useful for screening children with mathematical difficulties. The addition, the subtraction and the total score distributions of the computational skills at age 10 were negatively skewed, suggesting better psychometric proprieties to detect children with lower mathematic abilities in the simpler operations. Despite the inclusion of more difficult items, these asymmetric distributions might reflect a possible ceiling effect of the measure, and reduced efficiency to capture variance among children especially in addition and subtraction.

Finally, by covering a period from age 4 to grade 6, the results provided additional support for the stability of mathematics performance throughout childhood. The computational skills at age 10 were more associated with measures tapping into mathematic performance than measures of achievement in other school domains; and the associations of the computational skills at ages 8 and 10 with the measures of number knowledge, basic numeracy and mathematics achievement from ages 4 to 12 were somewhat similar. These results parallel those of other studies showing high stability of achievement in mathematics (Garon-Carrier et al., in preparation). From an individual perspective, this high stability of mathematic achievement over time points out how early mathematic experiences shapes later mathematic abilities. Indeed, one previous study from our group has shown early number knowledge to predict later individual variation in mathematic achievement, supporting the need to focus on early childhood as a crucial developmental window to learn numbers (Garon-Carrier et al., in preparation).

However, many changes in numerical ability occur across development despite the high stability of mathematic achievement. For example, learning about fractions emerges as a crucial process in mathematic development. The acquisition of fractions lead children to understand that several apparently invariant properties of whole numbers such as having one single successor, constantly increasing with addition and multiplication, or invariably decreasing with subtraction and division, are erroneous and do not define numbers in general (Siegler, Thompson, & Schneider, 2011). Accordingly, frequent and accurate assessment of children's mathematic abilities is needed throughout childhood and the adapted CAT2 computational skills at age 10 can be one tool used to carry those assessments beyond the first tier of primary school. Follow-up versions could be developed based on the principles highlighted here and their validity assessed within the same framework.

REFERENCES

Canadian Achievement Test, *Second Edition* (1992). Canadian Test Center. Retrieved from http://www.canadiantestcentre.com/

Entwisle, D. R., & Alexander, K. L. (1990). Beginning school math competence: Minority and majority comparisons. *Child Development, 61*, 454-471. doi: 10.2307/1131107

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J-P., Kovas, Y., Séguin, J., Vitaro, F., Tremblay, R. E., & Dionne, G. (En préparation). Developmental trajectories of number knowledge from 4 to 7 years: Low-persistent profile and early-life associated factors.

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Retrieved from http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293-304. doi: 10.1177/00222194050380040301

Graham, J. W., Olchowski, A. E., Gilreath, T. D. (2007). How many imputations are really needed? Some practical clarifications of multiple imputation theory. *Prevention Science, 8*, 206-213. doi: 10.1007/s11121-007-0070-9

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology,102*, 843–859. doi:10.1037/a0019824

James, C. & Francis-Pelton, L. (2005). Using Achievement Test Scores to Predict Student Success in Adult Basic Education. *The Canadian journal for the study of adult education, 19*, 1-13.

Janus, M. & Offord, D. (2007). Development and psychometric properties of the Early Development Instrument (EDI): A measure of children's school readiness. *Canadian Journal of Behavioral Science*, *39*, 1-22. doi: 10.1037/cjbs2007001

Jordan, N., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grade. *Learning and Individual Differences, 20*, 82-88. doi: 10.1016/j.lindif.2009.07.004

Ministère de l'Éducation, des Loisir et du Sports (MELS, 2013). Progression des apprentissages au primaire. Retrieved from http://www1.mels.gouv.qc.ca/progressionPrimaire/mathematique/index.asp?page=arithmetique_03

Muthén, L.K. and Muthén, B.O. (1998–2004). Mplus User's Guide. Third Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2006). Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics. <http://www.nctm.org/focalpoints/downloads.asp>.

OECD (2010), PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I).
Retrieved from http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27-58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Peugh, J. L. & Enders, C. K. (2004). Missing Data in Educational Research: A Review of Reporting Practices and Suggestions for Improvement. *Review of Educational Research, 74*, 525-556. doi: 10.3102/00346543074004525

Resnick, L. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44*, 162-169. doi: 10.1037/0003

Reyna, V. F. & Brainerd, C. J. (2007). The importance of mathematics in health and human judgment: Numeracy, risk communication, and medical decision making. *Learning and Individual Differences, 17*, 147–159. doi: 10.1016/j.lindif.2007.03.010

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology, 62*, 273–296. doi: 10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

SPSS Inc. (2011). SPSS Base 20.0 for Windows User's Guide. SPSS Inc., Chicago, IL.

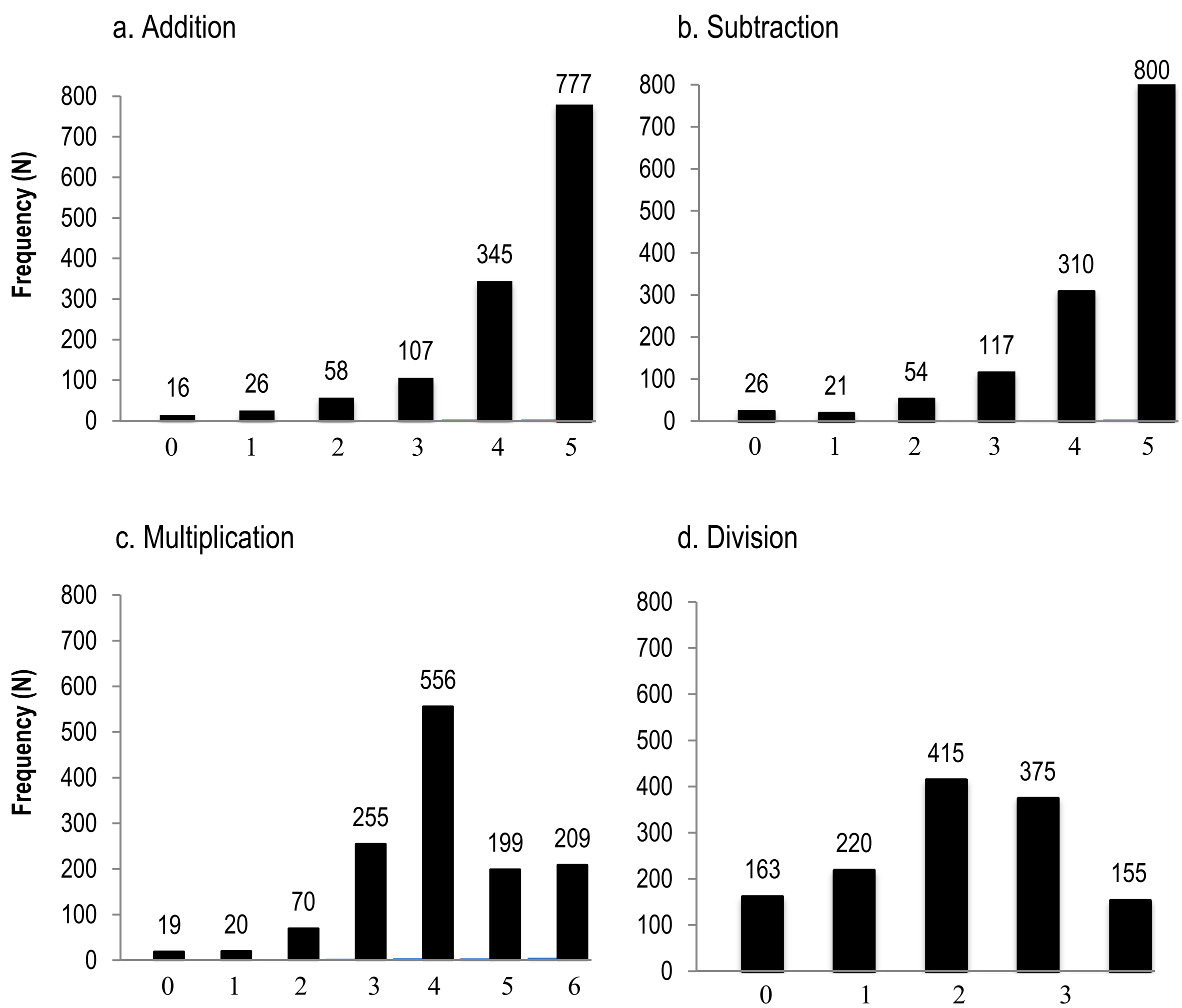

Figure A.1. Number of children per number of succeeds items for each mathematics computational operations subtest.

Tableau A.1. Descriptive statistics for computational skills at age 8 (CAT/2) and the adapted version at age 10

	N	M	SD	Min	Max
Computational skills 8 years					
Total Score	1466	13.13	4.71	0	21
Addition	1466	5.16	1.63	0	7
Subtraction	1466	5.30	2.28	0	8
Multiplication	1466	2.67	1.94	0	6
Computational skills 10 years					
Total Score	1328	14.79	3.42	0	20
Addition	1329	4.31	1.06	0	5
Subtraction	1328	4.31	1.10	0	5
Multiplication	1328	4.06	1.24	0	6
Division	1328	2.10	1.18	0	4

Tableau A.2. Descriptive statistics for the number knowledge (NKT), the total score of basic numeracy module (EDI), the school achievement in mathematics, science, reading, and writing

	N	M	SD	Min	Max
Number knowledge					
4 years	1768	5.60	3.92	0	18
5 years	989	9.61	4.10	1	18
6 years	1189	13.29	3.27	3	18
7 years	1426	13.17	2.60	.67	18
Basic numeracy					
6 years	965	8.99	1.90	0	11
Teacher ratings of achievement in mathematics					
7 years	1269	3.67	1.17	1	5
8 years	1244	3.62	1.20	1	5
10 years	922	3.52	1.18	1	5
12 years	934	3.44	1.24	1	5
Teacher ratings of achievement in science					
10 years	820	3.59	.99	1	5
12 years	849	3.55	1.06	1	5
Teacher ratings of achievement in reading					
7 years	1288	3.52	1.33	1	5
8 years	1259	3.54	1.28	1	5
10 years	951	3.42	1.26	1	5
12 years	979	3.37	1.23	1	5
Teacher ratings of achievement in writing					
7 years	1282	3.40	1.29	1	5
8 years	1260	3.37	1.26	1	5
10 years	945	3.30	1.26	1	5
12 years	976	3.29	1.30	1	5

Tableau A.3. Correlations between the Computational skills at age 8 and 10

	1	2	3	4	5	6	7	8
Computational skills 8 years								
1. Total Score								
2. Addition	.79							
3. Subtraction	.86	.60						
4. Multiplication	.74	.38	.39					
Computational skills 10 years								
5. Total Score	**.47**	.42	.44	.25				
6. Addition	.29	**.29**	.27	.13	.71			
7. Subtraction	.35	.34	**.34**	.15	.72	.51		
8. Multiplication	.37	.31	.34	**.23**	.75	.33	.34	
9. Division	.35	.30	.33	.21	.73	.32	.30	.46

Note. The results were controlled for age & school grade.

Tableau A.4. Correlations between the Computational skills at age 10 and the number knowledge from age 4 to 7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Computational skills 8 years									
1. Total Score									
Computational skills 10 years									
2. Total Score	.47								
3. Addition	.29	.71							
4. Subtraction	.35	.72	.51						
5. Multiplication	.37	.75	.33	.34					
6. Division	.35	.73	.32	.30	.46				
Number knowledge									
7. 4 years	**.30**	**.23**	**.17**	**.19**	**.15**	**.15**			
8. 5 years	**.32**	**.34**	**.25**	**.25**	**.24**	**.25**	.43		
9. 6 years	**.43**	**.37**	**.28**	**.32**	**.25**	**.24**	.36	.55	
10. 7 years	**.50**	**.42**	**.34**	**.33**	**.28**	**.29**	.37	.42	.51

Note. The results were controlled for age & school grade.

Tableau A.5. Correlation between Computational skills at age 10 and math achievement from age 7 to 12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Computational skills 8 years									
1. Total Score									
Computational skills 10 years									
2. Total Score	.47								
3. Addition	.29	.71							
4. Subtraction	.35	.72	.51						
5. Multiplication	.37	.75	.33	.34					
6. Division	.35	.73	.32	.30	.46				
Teacher ratings of achievement in mathematics									
7. 7 years	.49	.45	.30	.34	.34	.34			
8. 8 years	.51	.44	.30	.33	.32	.33	.69		
9. 10 years	.47	**.45**	**.29**	**.33**	**.35**	**.34**	.61	.64	
10. 12 years	.41	.40	.24	.32	.31	.30	.48	.57	.61

Note. The results were controlled for age & school grade.

Tableau A.6. Correlations between the Computational skills at age 10 and achievement in Science, Reading, and Writing from age 7 to 12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Computational skills 8 years															
1. Total Score															
Computational skills 10 years															
2. Total Score	.47														
3. Addition	.29	.71													
4. Subtraction	.35	.72	.51												
5. Multiplication	.37	.75	.33	.34											
6. Division	.35	.73	.32	.30	.46										
Teacher ratings of achievement in science															
7. 10 years	.29	**.38**	**.26**	**.28**	**.29**	**.29**									
8. 12 years	.29	.32	.21	.25	.25	.23	.45								
Teacher ratings of achievement in reading															
8. 7 years	.38	.44	.33	.32	.32	.31	.49	.41							
10. 8 years	.38	.43	.31	.34	.29	.30	.57	.45	.72						
11. 10 years	.32	**.40**	**.28**	**.30**	**.31**	**.30**	.68	.52	.60	.66					
12. 12 years	.29	.33	.24	.27	.24	.22	.73	.66	.51	.57	.64				
Teacher ratings of achievement in writing															
13. 7 years	.36	.44	.35	.32	.33	.29	.51	.41	.88	.72	.62	.53			
14. 8 years	.36	.42	.32	.33	.30	.28	.54	.44	.69	.85	.64	.58	.71		
15. 10 years	.31	**.43**	**.30**	**.33**	**.32**	**.31**	.67	.49	.63	.66	.81	.65	.65	.67	
16. 12 years	.32	.33	.22	.26	.22	.25	.45	.63	.53	.58	.63	.82	.55	.62	.68

Note. The results were controlled for age & school grade.

ANNEXE B : Intrinsic motivation and achievement in mathematics in elementary school : A longitudinal investigation of their association

Gabrielle Garon-Carrier[1], Michel Boivin[1,2], Frédéric Guay[3], Yulia Kovas[4,5], Ginette Dionne[1], Jean-Pascal Lemelin[6], Jean Séguin[7,8], Frank Vitaro[9], & Richard E. Tremblay[2,10,11]

[1] School of Psychology, Université Laval, Canada

[2] Institute of Genetic, Neurobiological, and Social Foundations of Child Development, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

[3] Department of Basic and Applied Education, Université Laval, Canada

[4] Department of Psychology, University of London, Goldsmiths, England

[5] Laboratory for Cognitive Investigations and Behavioural Genetics, Tomsk State University, Russian Federation

[6] Department of Psychoeducation, Université de Sherbrooke, Canada

[7] Department of Psychiatry, Université de Montréal, Canada

[8] CHU Ste-Justine Research Center, Université de Montréal, Canada

[9] Department of Psychoeducation, Université de Montréal, Canada

[10] Department of Pediatrics and Psychology, Université de Montréal, Canada

[11] School of Public Health, Physiotherapy and Population Sciences, University College Dublin, Ireland

Article publié dans la revue *Child Development*

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Guay, F., Kovas, Y., Dionne, G., Lemelin, J-P., Séguin, J. R., & Tremblay, R. E. (2016). Intrinsic motivation and achievement in mathematics in elementary school: A longitudinal investigation of their association. *Child Development, 87*, 165-175.
Doi: 10.1111/cdev.12458

ABSTRACT

This study examined the associations between intrinsic motivation and achievement in mathematics in a sample of 1478 Canadian school-age children followed from grades 1 to 4 (age 7-10). Children self-reported their intrinsic motivation toward mathematics, whereas achievement was measured through direct assessment of mathematics abilities. Cross-lagged models showed that achievement predicted intrinsic motivation from grades 1 to 2, and from grades 2 to 4. However, intrinsic motivation did not predict achievement at any time. This developmental pattern of association was gender invariant. Contrary to the hypothesis that motivation and achievement are reciprocally associated over time, our results point to a directional association from prior achievement to subsequent intrinsic motivation. Results are discussed in light of their theoretical and practical implications.

INTRODUCTION

The question as to whether intrinsic motivation predicts academic achievement has attracted much attention among education researchers and school professionals (Reeve, 2002). Under self-determination theory (SDT), intrinsic motivation refers to being engaged in an activity because of one's inherent interest and pleasure for this activity rather than due to external contingencies (Ryan & Deci, 2000). It is conceptualized as a natural catalyst for learning and achievement (Ryan & Deci, 2009; Gottfried, 1985; Gottfried, 1990).

Intrinsic motivation and academic achievement are seen as developmentally interlocked; intrinsic motivation lies at the core of self-determined activity (Ryan & Deci, 2000) and is expected to be reciprocally associated with achievement. According to SDT, intrinsic motivation is driven by two cognitive processes: (1) the degree to which individuals perceive that their action fulfills their need for autonomy, and (2) the degree to which they feel effective in an activity. When the psychological needs of autonomy and competence are satisfied, intrinsic motivation and achievement are mutually reinforced: intrinsically motivated individuals will persist at the task, and thus will be more likely to achieve. Concurrently, higher achievement in a given activity (i.e., good marks in a school subjects) promotes perceived competence, which subsequently leads to greater intrinsic motivation in this activity.

In this study we focus on intrinsic motivation for mathematics. Mathematics skills are clearly important for overall academic and professional achievement (OECD, 2010; Duncan et al., 2007; Reyna & Barinerd, 2007). Previous research suggests a positive association between intrinsic motivation (sometimes indexed as math interest), and achievement in mathematics across childhood and adolescence (Aunola, Leskinen, & Nurmi, 2006; Denissen, Zarrett, & Eccles, 2007; Lepper, Corpus Henderlong, & Iyengar, 2005; Viljaranta, Lerkkanen, Poikkeus, Aunola, & Nurmi, 2009; Wilkins & Ma, 2003). However, the direction of this developmental association remains unclear. Consistent with SDT, some studies have shown that intrinsic motivation predicts achievement and learning behaviors in mathematics (Areepattamannil, Freeman, & Klinger, 2011; Gottfried, 1985; Murayama, Pekrun, Lichtenfeld, & vom Hofe, 2013; Spinath, Spinath, Harlaar, & Plomin, 2006), but others did not (Bouffard, Marcoux, Vezeau, and Bordeleau, 2003; Marsh, Trautwein, Lüdtke, Koller, & Baumert, 2005). A few other studies found that intrinsic motivation and achievement in mathematics are reciprocally related over time (Aunola et al., 2006; Corpus, McClintic-Gilbert, & Hayenga, 2009; Koller, Schnabel & Baumert, 2001; Luo, Kovas, Haworth, & Plomin, 2011; Viljaranta et al., 2009).

In addition to appearing inconsistent, previous findings were also tainted by features limiting their interpretation. First, intrinsic motivation has been measured in various ways in past studies; while some studies used a task-value scale in mathematics (Aunola et al., 2006; Viljaranta et al., 2009), others used a multidimensional scale measuring challenge-seeking, independent mastery, and curiosity-driven engagement (Corpus et al., 2009; Lepper et al., 2005). Second, most studies did not specifically test for bidirectional associations, with only a few studies taking advantage of a longitudinal cross-lagged design to more clearly document the direction of the association between intrinsic motivation and achievement (Luo et al., 2011; Marsh et al., 2005; Viljaranta et al., 2009). Specifically, Marsh et al. (2005) found evidence for bidirectional associations between self-concept (or self-perceived ability) and achievement in mathematics, but not for intrinsic motivation and achievement. Bidirectional associations were found in Luo et al. (2011), but using a combined score of intrinsic motivation and academic self-concept items. Intrinsic motivation and academic self-concept are clearly related (Guay et al., 2010), but they should not be confounded as they imply self-agency versus self-description, respectively. As there is substantial evidence for bidirectional associations between academic self-concept and achievement (Guay, Marsh, & Boivin, 2003; Marsh et al., 2005), the composite score may have blurred the pattern of associations. Finally, Viljaranta et al. (2009) clearly showed a bidirectional association between intrinsic motivation and achievement, but their study only used two data points to cover a short developmental period within the first year in school. While this period may set the stage for later intrinsic motivation and achievement, it is also important to document the nature of these associations in the following years of school. There is indeed a documented decline in intrinsic motivation for mathematics with age (Gottfried, Fleming, & Gottfried, 2001; Gottfried, Marcoulides, Gottfried, Oliver, & Guerin, 2007; Wigfield, Eccles, Schiefele, Roeser, & Davis-Kean, 2006). This decline in motivation could be due to the growing challenges of mathematics compared to other school subjects (Stodolsky, Salk, & Glaessner, 1991; Smith, 2004). This increased pressure to perform in mathematics, combined with an improved capacity to self-evaluate their competence with age (Boivin, Vitaro, & Gagnon, 1992) could increase the likelihood of reciprocal associations between intrinsic motivation and achievement in mathematics over time.

In the present study, we followed a representative sample of children from grade 1 to grade 4 (age 7-10) to examine possible transactional associations between intrinsic motivation and achievement in mathematics. The present study aimed to overcome limitations of previous studies. First, it focused on a precise definition of intrinsic motivation grounded in SDT theory. Accordingly, intrinsic motivation toward mathematics was defined as enjoyment and interest in that topic (Guay et al., 2010; Ryan & Deci, 2000). Second, it used a longitudinal follow-up to conduct cross-lagged analyses on intrinsic motivation and achievement in mathematics from school entry to grade 4. Third, achievement in mathematics was operationalized through age-appropriate direct assessments of knowledge and abilities, rather than by indirect measures such as teacher assessments. Fourth, children were also assessed on their non-verbal cognitive abilities to precisely capture, through statistical control of fluid cognitive skills, the association between achievement and intrinsic motivation (Kyttälä & Lehto, 2008). Based on SDT and previous research, we predicted that intrinsic motivation and achievement toward mathematics would be reciprocally related over time.

The study also provided a unique opportunity to test for possible sex differences in intrinsic motivation and achievement in mathematics (Cleary & Chen, 2009; Jacobs et al., 2002). Previous studies found boys to be more intrinsically motivated toward mathematics than girls (Guay et al., 2010). One study showed sex differences favouring males in mathematics in the beginning of junior high school, but no such difference in the early grades of elementary school (Leahey & Guo, 2001). To date, few longitudinal studies tested for the possible sex difference in both achievement and intrinsic motivation, and in their pattern of associations.

METHODS

SAMPLE

The Quebec Longitudinal Study of Child Development (QLSCD) is a representative birth cohort of 2223 children born between October 1997 and July 1998 to mothers residing in the province of Quebec, Canada, with the exception of those born at less than 24 weeks, at more than 42 weeks of gestation, or living in the Far North Quebec region. Of 2940 families initially recruited, 2223 families participated in the study when they were 5-month-old, and 2120 families agreed to be evaluated almost yearly (Jetté & Des Groseillers, 2000). Participants were longitudinally assessed from 5 months to 15 years on various child and family characteristics.

In the province of Quebec, school attendance is mandatory for all children up to age 16. Schooling starts with 7 years of elementary school (generally in the same school), i.e. kindergarten (age 5-6) and grades 1 to 6 (ages 7-12), and follows with 5 years of secondary school (ages 13-17), then leading to college and university. This article describes findings from the elementary school follow-up that took place in grade 1 (N = 1528; age: M = 85.82 months, SD = 3.06), grade 2 (N = 1451; age: M = 8.10 years, SD = .26), and grade 4 (N = 1334; age: M = 10.14 years, SD = .26). Participating children started school the same year. The average attrition rate from ages 7 to 10 was 4.37 % per year, although it varied slightly across measures and analyses (between 1323 and 1478; see Table B1).

PROCEDURE

Achievement measures in mathematics were individually administrated at school, or at home by a trained research assistant. Motivation was assessed through a questionnaire filled out by children during a face-to-face interview.

INSTRUMENTS

Motivation in mathematics

Children self-reported their intrinsic motivation in mathematics with 3 items from The Elementary School Motivation Scale (Guay et al., 2010): “I like mathematics”; “Mathematics interest me a lot”; “I do mathematics even when I am not obliged to do so”. Six independent experts had reviewed the items and approved the content and response format; a confirmatory factor analysis also revealed an adequate factor structure (Guay et al., 2010). Children answered each item using a 4-point Likert scale ranging from 1 (never enjoying) – 4 (always enjoying) mathematics. The internal consistency of the scale ranged from .75 to .81 from grade 1 to grade 3 (Guay et al., 2010).

Achievement in mathematics

Achievement in mathematics was measured through a series of age-appropriate assessments in grades 1, 2, and 4. Two standardized instruments were used: the Number Knowledge Test (NKT; Okamoto & Case, 1996) in grade 1, and the Canadian Achievement Test (CAT; Canadian Test Center, 1992) in grades 2 and 4. The NKT is a reliable 27-item test of basic arithmetic skills, such as magnitude comparisons and counting abilities (Gersten, Clarke, & Jordan, 2007; Gersten, Jordan, &

Flojo, 2005). Its internal consistency was α = .79. The NKT was also significantly associated with the Canadian Achievement Test in grades 2 (r = .53) and 4 (r = .47), thus supporting its validity.

The CAT measures children's capacity to perform arithmetic operations. Addition, subtraction, and multiplication were assessed in grades 2 and 4. Division operations were only assessed in grade 4. Children had to choose the right answer out of four choices within a limited time. Internal consistency of the CAT was α = .76, and α = .81, in grades 2 and 4 respectively, and CAT scores were fairly stable (r = .50) between grade 2 and grade 4 (see Table B2).

General cognitive abilities

Non-verbal cognitive abilities were assessed during a laboratory visit when the participants were 6 years old using the Block Design subtest of the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence– Revised (WPPSI-R; Wechsler, 1989). The Block Design is highly correlated with the Full WPPSI-R scale (r = .62). The scores were adjusted for age as instructed in the test manual. As in previous research (Kuncel, Hezlett, & Ones, 2004; Spinath et al., 2006), non-verbal cognitive abilities were positively associated with achievement in mathematics (r = .35 in grade 1, r = .36 in grade 2, and r = .27 in grade 4).

ANALYSES

Missing data were examined with the MVA module in SPSS 20.0 for Windows (SPSS Inc, Chicago, IL). According to Little's MCAR test, participating children in grade 1 did not differ from those lost due to attrition with regard to motivation, but slightly differed on the level of achievement in mathematics (χ^2 = 84.30, df = 38, p = .00). A series of t-tests showed that children whose achievement scores were missing tended to have lower mathematics achievement and were from lower socioeconomic background at all ages. Missing data were treated through Full information maximum likelihood (FIML). FIML treats missing data by fitting the model to all non-missing data for each observation. It yields the least biased, and most reliable estimates (Peugh & Enders, 2004; Graham, Olchowski, & Gilreath, 2007). All statistics reported in this article were estimated using FIML.

We used cross-lagged structural equation modeling to examine the direction of the predictive associations between intrinsic motivation and achievement in mathematics across grades 1, 2, and 4 (see Figure B1). This model assessed the stability of motivation and achievement in mathematics, as well as changes in these constructs over time. It also controls for initial levels of motivation and achievement in the associations. Four longitudinal stability paths were estimated: two paths linking mathematics achievement across time (paths *a and b*), and two paths linking intrinsic motivation in mathematics across time (paths *c and d*). Four cross-lagged paths predicting change over time were also estimated: two paths captured the prediction from achievement to later intrinsic motivation (paths *a1 and b1*), and two paths reflected the prediction from intrinsic motivation to later achievement (paths *a2 and b2*).

To test our hypothesis, the cross-lagged paths were constrained to equality (*a1* = *a2* and *b1* = *b2*). A non-deterioration of the model fit would suggest equal reciprocal associations between intrinsic motivation and achievement in mathematics, whereas a deterioration of the model fit would suggest that one direction is more predictive that the other.

We also tested the sex-invariance in the associations between achievement and intrinsic motivation, as well as the measurement-invariance of intrinsic motivation across time. The models were tested with Mplus 7.11 (Muthén & Muthén, 1998–2012). In all models, we controlled for non-verbal cognitive abilities in time-specific scores of achievement in mathematics, and included the correlated uniqueness estimates specific to matching items of intrinsic motivation in grades 1, 2, and 4 (Marsh et al., 2005).

RESULTS

Descriptive statistics are presented in Table B1. The mean statistic of the intrinsic motivation scores suggests an overall decrease in the level of intrinsic motivation in mathematics for both boys and girls.

TRENDS IN MOTIVATION

To test whether intrinsic motivation significantly decreased across age and sex, a 3 (time) X 2 (sex) repeated-measures ANOVA was performed. The sex by time interaction was statistically significant, $F(1.98, 2385.46) = 5.66$, $p < .01$, $\eta^2 = .005$. Boys showed a significant higher level of intrinsic motivation than girls at all ages (*p*s < .01). Girls' motivation significantly decreased from grade 1 to grade 2, but not from grade 2 to 4 (p >.05). A 3 (time) X 2 (sex) repeated-measures ANOVA also tested for sex difference in mathematics achievement. The sex by time interaction was statistically significant, $F(1.97, 2329.13) = 4.23$, $p < .05$, $\eta^2 = .004$. Boys performed significantly better than girls in grades 1 and 2 (ps < .05), but not in grade 4 ($p > .05$). However, for both intrinsic motivation and achievement, the effect sizes indicate that these sex differences account for a small percentage of the variance.

ASSOCIATIONS BETWEEN MOTIVATION AND ACHIEVEMENT IN MATHEMATICS

The correlation matrix is presented in Table B2. Cross-sectional correlations indicated that intrinsic motivation for mathematics was increasingly positively correlated to achievement in mathematics (r = .13 in grade 1 to r = .22 in grade 4).

TESTING THE DIRECTION OF THE ASSOCIATIONS

The fit statistics of the cross-lagged models are presented in Table B3. The chi-square goodness-of-fit statistics showed significant deterioration of the fit when the cross-lagged paths were equated, $\Delta\chi^2$ (2) = 10.17, p = .00, suggesting that the associations between achievement and intrinsic motivation in mathematics were not reciprocal. Accordingly, the non-constrained model was retained as the best fitting and final model. This final standardized model is presented in Figure B2.

The non-constrained model showed small, but significant cross-lagged paths connecting prior achievement to subsequent intrinsic motivation. The cross-lagged paths from motivation to achievement were not statistically significant. The stability paths for achievement were .76 from grade 1 to grade 2, and .74 from grade 2 to 4. The stability paths for intrinsic motivation in mathematics were somewhat lower, but slightly increased over time from .31 to .42, although the increase did not reach significance when the longitudinal stability paths were constrained to equality (c = d, see Figure B1), as shown by a non-significant deterioration of the fit, $\Delta\chi^2$ (1) = .55, p = .46 (results available from the authors).

The measure of intrinsic motivation was invariant over time, with non-significant difference in the model fit when factor loadings for matching items of intrinsic motivation were constrained to equality, $\Delta\chi^2$ (4) = 3.92, p = .42 (results available from the authors).

Sex differences

To test for possible sex differences in these patterns of longitudinal associations, we conducted a sex-invariant model. The factor loadings, the stability links, the cross-links and the covariance were constrained to equality across sex. Compared to the non-constrained model, the fit of the sex-invariant model was not deteriorated, $\Delta\chi^2$ (26) = 36.26, *p* = .08, CFI = .97, TLI = .96, RMSEA = .034 [.030, .038]. Thus, the associations between intrinsic motivation and mathematics achievement did not vary across sex.

DISCUSSION

The present study examined the developmental association between intrinsic motivation and achievement in mathematics during elementary school. Specifically, a longitudinal cross-lagged design with three data points extending from grade 1 to grade 4 was used to disentangle, and specifically test for the directions of these associations. Controlling for early non-verbal cognitive abilities, achievement in mathematics was found to systematically predict later intrinsic motivation in mathematics over time. However, there was no evidence for the reverse: intrinsic motivation for mathematics did not predict later (or changes in) achievement in mathematics. This pattern was similar for both sexes, despite small mean sex differences. On average, boys performed better in mathematics in the early grades, and were more motivated than girls, whereas girls' intrinsic motivation significantly declined over time.

The finding of such a systematic directional prediction from achievement to intrinsic motivation runs in contrast to studies that found a reverse (Areepattamannil, et al., 2011; Gottfried, 1985; Murayama et al., 2013; Spinath et al., 2006) or reciprocal pattern (Aunola et al., 2006; Corpus et al., 2009; Luo et al., 2011; Viljaranta et al., 2009). As argued previously, a prominent explanation for this discrepancy is that most previous studies did not use a cross-lagged design and thus, did not specifically test for reciprocal associations. Of those who did, one failed to find a specific association for intrinsic motivation (Marsh et al., 2005), and another found a bidirectional association, but for a score combining intrinsic motivation and academic self-concept in mathematics (Luo et al., 2011). Only in Viljaranta et al. (2009) was a clear bidirectional association revealed, but only over a short period in the first school year. It is thus possible that an early bidirectional association exists, but only over a short period of time.

The present results challenge the view that intrinsic motivation naturally leads to higher achievement in mathematics, and thus raise questions regarding the theoretical assumptions underlying this predictive association. Contrary to SDT tenets, intrinsic motivation did not translate into higher achievement in mathematics. According to SDT, this directed link is expected when the needs for autonomy and competence are fulfilled. It may be that the typical learning process in mathematics in the early years of school is mostly driven by school contingencies, such as mandatory schedule, homework and learning exercises; these conditions may create an unfavorable context for self-determined activity, and thus for intrinsic motivation to bring about consequent learning behaviour in mathematics. The possible interplay of these contextual factors should be investigated further in future research.

The finding that higher achievement in mathematics led to higher intrinsic motivation in mathematics, while consistent with SDT, may be interpreted in various ways. The simplest explanation for this predictive association is that achievement in mathematics is self-reinforcing, and thus brings about an increase in intrinsic motivation. A more stringent test of SDT would involve testing the mediating role of self-concept in mathematics in this predictive association. Indeed, SDT posits that academic self-concept develops with integrated feedback from past and actual school evaluations. Accordingly, it has been associated to achievement and engagement in activities, as well as to intrinsic motivation in mathematics (Marsh et al., 2005).

However that may be, to put these findings in perspective, one has to consider the differential stability observed for intrinsic motivation versus achievement in mathematics over the primary school years. Indeed, an enduring feature of the present results is that individual differences in mathematics achievement were highly stable despite variation in the measures. In contrast, individual differences in intrinsic motivation toward mathematics were initially moderate, but became increasingly stable during elementary school. Clearly, intrinsic motivation in mathematics behaved as a developmental construct; it was more likely to change at school entry, but became progressively more crystallized later in children development, partly due to previous achievement in mathematics.

IMPLICATION FOR EDUCATIONAL PRACTICES

Interventions in education try to increase intrinsic motivation, and hopefully achievement through promoting students autonomy in instructional setting (e.g., opportunity to select work partners and assignment tasks; Koller et al., 2001). The present findings could mean that these practices may not be the best approach in the early school years (Cordova & Lepper, 1996; Wigfield & Wentzel, 2007). However, we should refrain from concluding to hastily. The present study shows that intrinsic motivation does not lead to higher achievement in mathematics, but does not speak specifically to the impact of intervention on intrinsic motivation and achievement. It may still be possible to improve intrinsic motivation through intervention, but at the population level, intrinsic motivation does not "naturally" increase achievement in mathematics. It could also be that within the population, the relation between intrinsic motivation and performance in mathematics differs as a function of ability level (Cleary & Chen, 2009; Jõgi, Kikas, Lerkkanen, & Mägi, 2015) or the nature of the mathematics skills (Cerasoli, Nicklin, & Ford, 2014). For instance, intrinsic motivation more likely predicts the quality (i.e. complex task that seeks more skills, and commands personal investment) than the quantity (i.e. task with less personal cognitive investment) of achievement (Cerasoli et al., 2014). Further research is needed to verify if this pattern can be reproduced using different samples, different measures of intrinsic motivation and achievement, and different types of motivation (see Ryan & Deci, 2009). Future research should also examine if the actual results may be generalized to other school subjects, as well as to other school period (Marsh et al., 2005; Green, Martin, & Marsh, 2007). Most importantly, future research should conduct experiments, ideally randomized controlled trials, to test if intrinsic motivation can be fostered in young children, and if so, to what extent and how it leads to increased achievement.

Finally, an important feature of the present results is that achievement level in mathematics was fairly well established early in primary school, and subsequently predicts intrinsic motivation toward mathematics. This stability of achievement and the ensuing consistent motivational trend in mathematics underscore the need to document the early school years as a crucial period for the assessment, and fostering of early numeracy.

Several limitations should, however, be acknowledged. First, measures of achievement in mathematics differed over time. However, the high stability of achievement in mathematics across ages suggests that these measures tap into a similar ability construct. Second, the present findings were specific to mathematics, and may only apply to mathematics (Marsh et al., 2005; Green et al., 2007; Guay et al., 2010). The same could be said about the age range; the findings covered the early years of primary school, and may only be relevant to that school period. Third, the present study defined intrinsic motivation as a combination of interest and enjoyment. However, enjoyment may also be seen as part of academic interest (Krapp, Schiefele, & Winteler, 1992). It would have been relevant to distinguish academic interest from intrinsic motivation. Unfortunately, the focused nature of the motivation scale did not allow this distinction. Finally, the statistical fit comparison between the non-constrained and the constrained cross-lagged models was based on the chi-square goodness-of-fit. This statistical index is sensitive to sample sizes (see Bentler & Bonett, 1980), so that the fit deterioration of the constrained model, in comparison to the non-constrained model, could partly be a consequence of the sample size.

These limitations notwithstanding, this study convincingly showed that contrary to the hypothesis that intrinsic motivation drives achievement or that motivation and achievement entertain reciprocal influences over time, it is rather achievement that predicts later intrinsic motivation in mathematics during the primary school years. The results also provide a consistent pattern across gender, and thus warrant greater confidence in their generalizability and replicable nature for this time period.

REFERENCES

Areepattamannil, S., Freeman, J. G., & Klinger, D. A. (2011). Intrinsic motivation, extrinsic motivation, and academic achievement among Indian adolescents in Canada and India. *Social Psychology of Education, 14*, 427–439. doi: 10.1007/s11218-011-9155-1

Aunola, K., Leskinen, E., &Nurmi, J.-E. (2006). Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology, 76*, 21-40. doi: 10.1348/000709905X51608

Bentler, P. M., & Bonett, D. G. (1980). Significance tests and goodness of fit in the analysis of covariance structures. *Psychological Bulletin, 88*, 588-606. doi: 10.1037/0033-2909.88.3.588

Boivin, M., Vitaro, F., & Gagnon, C. (1992). A reassessment of the self-perception profile for children: Factor structure, reliability, and convergent validity of a French version among second through sixth grade children. *International Journal of Behavioral Development, 15*, 275-290. doi: 10.1177/016502549201500207

Bouffard, T., Marcoux, M.-F., Vezeau, C., & Bordeleau, L. (2003). Changes in self-perceptions of competence and intrinsic motivation among elementary school children. *British Journal of Educational Psychology, 73*, 171-186. doi: 10.1348/00070990360626921

Canadian Achievement Test, *Second Edition* (1992). Canadian Test Center. Retrieved from http://www.canadiantestcentre.com/

Cerasoli, C. P., Nicklin, J. M., & Ford, M. T. (2014). Intrinsic motivation and extrinsic incentives jointly predict performance: A 40-year meta-analysis. *Psychological Bulletin.* Advance online publication. http://dx.doi.org/10.1037/a0035661

Cleary, T., & Chen, P. (2009). Self-regulation, motivation, and math achievement in middle school: variations across grade level and math context. *Journal of school psychology, 47*, 291-314. doi:10.1016/j.jsp.2009.04.002

Cordova, D., & Lepper, M. R. (1996). Intrinsic motivation and the process of learning: Beneficial effects of contextualization, personalization, and choice. *Journal of Educational Psychology, 88*, 715–730. doi: 10.1037/0022-0663.88.4.715

Corpus Henderlong, J., McClintic-Gilbert, M. S., & Hayenga, A. O. (2009). Within-year changes in children's intrinsic and extrinsic motivational orientations: Contextual predictors and academic outcomes. *Contemporary Educational Psychology, 34*, 154–166. doi: 10.1016/j.cedpsych.2009.01.001

Denissen, J. J. A., Zarrett, N. R., & Eccles, J. S. (2007). I like to do it, I'm able, and I know I am: Longitudinal couplings between domain-specific achievement, self-concept, and interest. *Child Development, 78*, 430-447. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01007.x

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., … Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*, 1428–1446. doi:10.1037/0012-1649.43.6.1428

Gersten, R., Clarke, B. S., & Jordan, N. C. (2007). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. NH: RMC. Research Corporation, Center on Instruction. Retrieved from http://www.centeroninstruction.org/files/COI%20Math%20Screening1.pdf

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293-304. doi:10.1177/00222194050380040301

Gottfried, A. E. (1985). Academic intrinsic motivation in elementary and junior high school students. *Journal of Educational Psychology, 77*, 631–645. doi: 10.1037/0022-0663.77.6.631

Gottfried, A. E. (1990). Academic intrinsic motivation in young elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 82*, 525–538. doi: 10.1037/0022-0663.82.3.525

Gottfried, A. E., Fleming, J. S., & Gottfried, A. W. (2001). Continuity of academic intrinsic motivation from childhood through late adolescence: a longitudinal study. *Journal of Educational Psychology, 93*, 3-13. doi: 10.1037/0022-0663.93.1.3

Gottfried, A. E., Marcoulides, G. A., Gottfried, A.W., Oliver, P. H., & Guerin, D. W. (2007). Multivariate latent change modeling of developmental decline in academic intrinsic math motivation and achievement: Childhood through adolescence. *International Journal of Behavioral Development, 31*, 317-327. doi: 10.1177/0165025407077752

Graham, J. W., Olchowski, A. E., Gilreath, T. D. (2007). How many imputations are really needed? Some practical clarifications of multiple imputation theory. *Prevention Science, 8*, 206-213. doi:10.1007/s11121-007-0070-9

Green, J., Martin, A. J., & Marsh, H. W. (2007). Motivation and engagement in English, mathematics and science high school subjects: Towards an understanding of multidimensional domain specificity. Learning and Individual Differences, 17, 269–279. doi: 10.1016/j.lindif.2006.12.003

Guay, F., Chanal, J., Ratelle, C. F., Marsh, H. W., Larose, S., & Boivin, M. (2010). Intrinsic, identified, and controlled types of motivation for school subjects in young elementary school children. *British Journal of Educational Psychology, 80*, 711–735. doi: 10.1348/000709910X499084

Jacobs, J. E., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Changes in children's self-competence and values: gender and domain differences across grades one through twelve. *Child Development, 73*, 509-527. doi: 10.1111/1467-8624.00421

Jetté, M., & Des Groseillers, L. (2000). Survey description and methodology. In Longitudinal Study of Child Development in Quebec (ELDEQ 1998-2002) (Vol. 1, No. 1). Quebec City, Quebec, Canada: Institut de la statistique du Québec.

Jõgi, A-L., Kikas, E., Lerkkanen, M-K., & Mägi, K. (2015). Cross-lagged relations between math-related interest, performance goals and skills in groups of children with different general abilities. *Learning and Individual Differences.* doi: 10.1016/j.lindif.2015.03.018

Koller, O., Baumert, J., & Schnabel, K. (2001). Does interest matter? The relationship between academic interest and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*, 448- 470. doi: 10.2307/749801

Krapp, A., Schiefele, U., & Winteler, A. (1992). Interest as a predictor of academic achievement: a meta-analysis of research. In K. A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (Eds.), *The role of interest in learning and development* (pp. 183-196). Hillsdale: Erlbaum

Kuncel, N. R., Hezlett, S. A., Ones, D. S. (2004). Academic performance, career potential, creativity, and job performance: Can one construct predict them all? *Journal of Personality and Social Psychology, 86*, 148-161. doi: 10.1037/0022-3514.86.1.148

Kyttälä, M. & Lehto, J. E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education, 23*, 77-94. doi: 10.1007/BF03173141

Lepper, M. R., Corpus Henderlong, J., & Iyengar, S.S. (2005). Intrinsic and extrinsic motivational orientations in the classroom: Age differences and academic correlates. *Journal of Educational Psychology, 97*, 184–196. doi: 10.1037/0022-0663.97.2.184

Luo, Y. L., Kovas, Y., Haworth, C., & Plomin, R. (2011). The etiology of mathematical self-evaluation and mathematics achievement: Understanding the relationship using a cross-lagged twin study from ages 9 to 12. *Learning and Individual Differences, 21*, 710-718. doi: 10.1016/j.lindif.2011.09.001

Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O., Koller, O., & Baumert, J. (2005). Academic self-concept, interest, grades, and standardized test scores: Reciprocal effects models of causal ordering. *Child Development, 76*, 397-416. doi: 10.1111/j.1467-8624.2005.00853.x

Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., & vom Hofe, R. (2013). Predicting long-term growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child Development, 84*, 1475–1490. doi: 10.1111/cdev.12036

Muthén, L.K. and Muthén, B.O. (1998-2012). Mplus User's Guide. Seventh Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén

Niehaus, K., Moritz Rudasill, K., & Adelson, J. L. (2012). Self-efficacy, intrinsic motivation, and academic outcomes among latino middle school students participating in an after-school program. *Hispanic Journal of Behavioral Sciences, 34*, 118-136. doi: 10.1177/0739986311424275

OECD (2010), PISA 2009 Results: What students know and can do – Student performance in reading, mathematics and science (Volume I). Retrieved from http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*, 27-58. doi: 10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x

Peugh, J. L. & Enders, C. K. (2004). Missing data in educational research: A review of reporting practices and suggestions for improvement. *Review of Educational Research, 74*, 525-556. doi: 10.3102/00346543074004525

Reeve, J. (2002). Self-determination theory applied to educational settings. In E. L. Deci, & R. M. Ryan (Eds.), *Handbook of self-determination research* (pp. 183-203). New York: Rochester.

Reyna, V. F. & Brainerd, C. J. (2007). The importance of mathematics in health and human judgment: Numeracy, risk communication, and medical decision making. *Learning and Individual Differences, 17*, 147–159. doi: 10.1016/j.lindif.2007.03.010

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology, 25*, 54–67. doi: 10.1006/ceps.1999.1020

Ryan, R.M., & Deci, E. L. (2009). Promoting self-determined school engagement. In K. R. Wentzel & A. Wigfield (Eds.), *Handbook of motivation at school* (pp. 171-195). New York: Routledge.

Smith, A. (2004). Making mathematics count: The report of professor Adrian Smith's inquiry into post-14 mathematics education.
Retrieved from http://www.mathsinquiry.org.uk/report/MathsInquiryFinalReport.pdf

Spinath, B., Spinath, F. M., Harlaar, N., & Plomin, R. (2006). Predicting school achievement from general cognitive ability, self-perceived ability, and intrinsic value. *Intelligence, 4*, 363-374. doi: 10.1016/j.intell.2005.11.004

SPSS Inc. (2011). SPSS Base 20.0 for Windows User's Guide. SPSS Inc., Chicago, IL.

Stodolsky, S., Salk, S., & Glaessner, B. (1991). Student view about learning math and social studies. *American Educational Research Journal, 28*, 89-116. doi: 10.2307/1162880

Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and Instruction, 19*, 335-344. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.06.011

Wechsler, D. (1989). Manual for the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence–Revised. San Antonio, TX: Psychological Corporation.

Wigfield, A., Eccles, J. S., Schiefele, U., Roeser, R. W., & Davis-Kean, P. (2006). Development of achievement motivation. In W. Eisenberg & R. M. Lerner (Eds.), *Handbook of child* *psychology: Social, emotional, and personality development* (pp. 933–1002). Hoboken: Wiley.

Wigfield, A., & Wentzel, K. (2007). Introduction to motivation at school: Interventions that work [Special Issue: Promoting motivation at school: Interventions that work]. *Educational Psychologist, 42*, 191–196.doi: 10.1080/00461520701621038

Wilkins, J. L. M., & Ma, X. (2003). Modeling Change in Student Attitude Toward and Beliefs About Mathematics. *The Journal of Educational Research, 1*, 52-63. doi: 10.1080/00220670309596628

Tableau B.1. Descriptive statistics of intrinsic motivation and achievement in mathematics by sex

		n	M	SD	Min.	Max.	Mode
		Intrinsic motivation in mathematics					
Grade 1	Boys	702	3.22	.75	1	4	4
	Girls	776	3.07	.80	1	4	4
Grade 2	Boys	698	3.14	.83	1	4	3.67
	Girls	769	2.91	.89	1	4	3
Grade 4	Boys	625	3.14	.75	1	4	3.67
	Girls	698	2.82	.88	1	4	3.67
		Achievement in mathematics					
		n	M	SD	Min.	Max.	Mode
Grade 1[1]	Boys	697	19.88	4.03	1	27	22
	Girls	764	19.56	3.82	8	27	21
Grade 2[2]	Boys	699	13.39	4.70	0	21	17
	Girls	767	12.89	4.70	1	21	18
Grade 4[2]	Boys	630	14.76	3.66	0	20	16
	Girls	698	14.82	3.18	0	20	16

[1] Number Knowledge

[2] Canadian Achievement Test

Tableau B.2. Sample correlation matrix of intrinsic motivation (IM) and achievement in mathematics (AM)

	1	2	3	4	5	6
1. IM grade 1						
2. IM grade 2	.30					
3. IM grade 4	.18	.39				
4. AM grade 1	**.13**	.11	.15			
5. AM grade 2	.08	**.11**	.15	.53		
6. AM grade 4	.11	.10	**.22**	.47	.50	

Note. All coefficients are significant at $p < .01$. Concurrent correlations between measures are indicated in bold character.

Tableau B.3. Summary of fit statistics for achievement in mathematics and intrinsic motivation in mathematics cross-lagged models

Models	χ^2	*df*	*p*	CFI	TLI	RMSEA	$\Delta\chi^2$	*p*
Non-constrained model	371.76	133	.00	.97	.96	.033 [.029, .037]	----	----
Constrained model	381.93	135	.00	.97	.96	.033 [.029, .037]	10.17	.00

Note. Represents the change in $\Delta\chi^2$ and degrees of freedom (*df*) for a particular model against the non-constrained model, in which it is nested. CFI = comparative fit index, TLI = Tucker Lewis index, RMSEA = root mean square error of approximation.

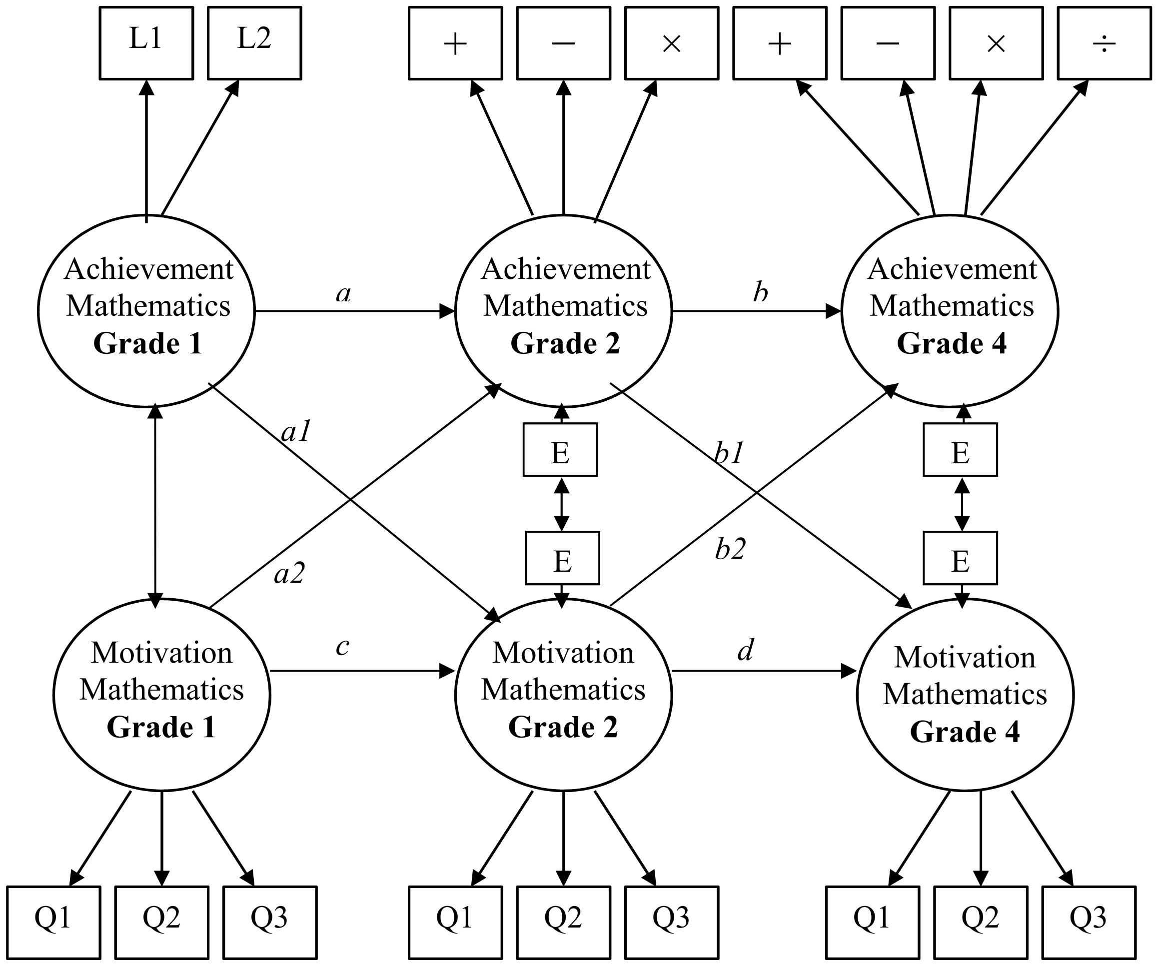

Figure B.1. Cross-lagged model of achievement and intrinsic motivation in mathematics. Achievement in mathematics was measured by Number Knowledge Test in grade 1; and by the Canadian Achievement Test for mathematics in grades 2 and 4. The cross-lagged paths were constrained to equality (a1 = a2, b1 = b2).

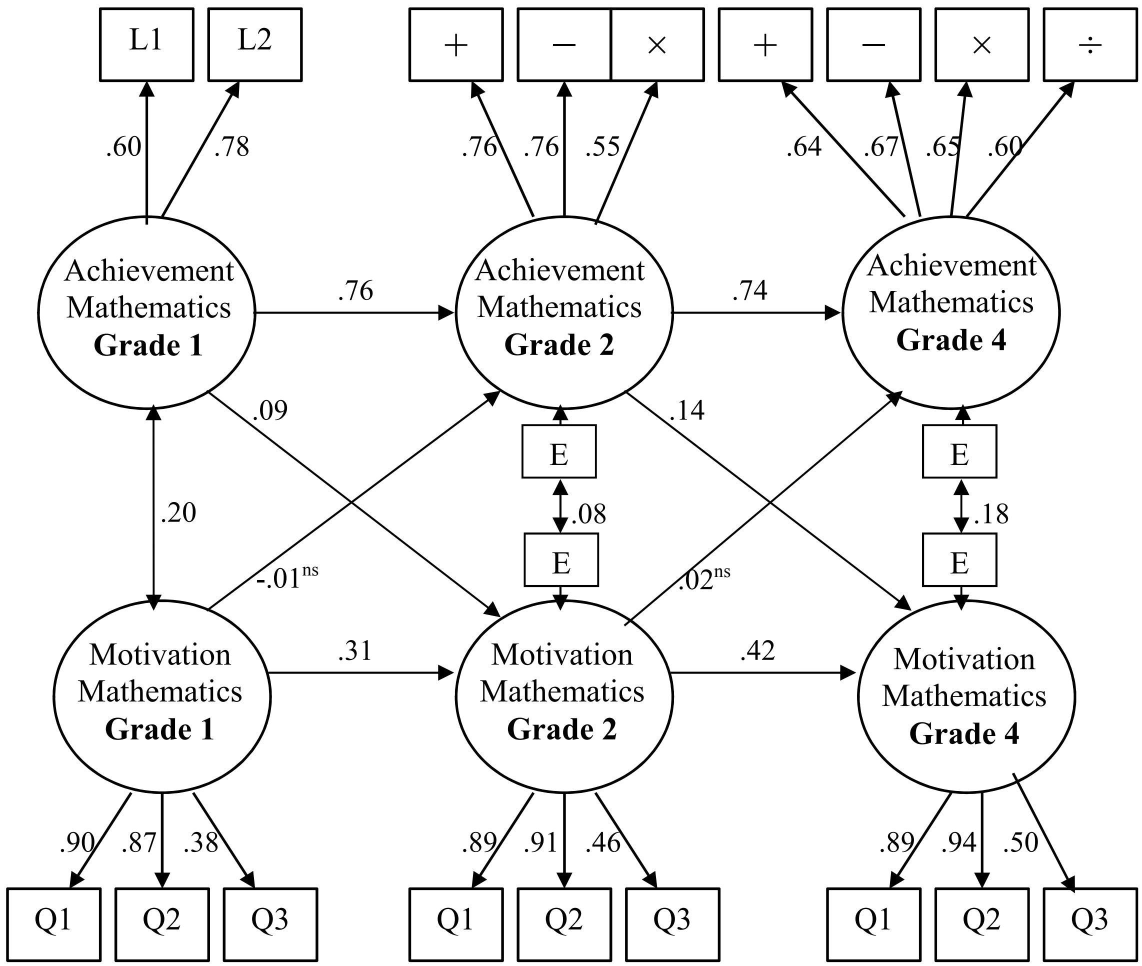

Figure B.2. Final cross-lagged model of achievement in mathematics and intrinsic motivation in mathematics. Standardized solution of the non-constrained model, all significant paths unless indicated otherwise (ns = non significant). Not shown are the correlated uniquenesses. Achievement in mathematics was controlled for general cognitive abilities. L1 and L2 = Level 1 and Level 2 in the Number knowledge test; the symbols (+, −, ×, ÷) indicate the mathematics dimensions of the achievement measure.