FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

L'HABILETÉ DES ÉLÈVES DU DISTRICT FÉDÉRAL DU BRÉSIL À ESTIMER DES RÉSULTATS DE CALCULS

GEESSINA GERDA BOESSENKOOL

Mémoire
présenté
pour l'obtention
du grade de maître ès arts (M.A.)
en didactique des mathématiques

ÉCOLE DES GRADUÉS
UNIVERSITÉ LAVAL

FÉVRIER 1990

RÉSUMÉ

Cette recherche vise deux objectifs: (1) évaluer l'habileté des élèves brésiliens à estimer des résultats de calculs, et (2) mettre en évidence les stratégies qu'ils utilisent pour faire de telles estimations. Pour atteindre le premier, nous avons administré à l'aide du rétroprojecteur un test à 197 élèves de 5^{e} et 172 de 8^{e} année provenant de trois écoles (une privée et deux publiques) du Brésil. Pour réaliser le second, nous avons fait des entrevues cliniques avec 16 sujets, choisis parmi les précédents d'après leur rendement fort, moyen ou faible au test d'estimation. Les résultats obtenus montrent que les élèves des deux niveaux sont très faibles dans l'estimation de résultats de calculs, qui n'est pas enseignée à l'école. La plupart n'emploient qu'une stratégie d'estimation: la stratégie frontale. Les élèves de 8^{e} année affichent un rendement nettement supérieur, de même que les élèves provenant de l'école privée. Les garçons obtiennent de meilleurs résultats que les filles.

AVANT-PROPOS

Nous tenons à remercier le professeur Claude Gaulin qui a su nous guider et nous procurer les conseils nécessaires ayant servi à la préparation et à la rédaction de ce mémoire. Nous voulons le remercier d'une façon particulière pour la confiance qu'il a bien voulu nous accorder.

Nous sommes reconnaissants envers le professeur Richard Bertrand pour ses conseils judicieux durant l'analyse statistique des données.

Nous aimerons également remercier les élèves qui ont collaboré avec nous à la réalisation de notre experimentation au Brésil.

Une recherche de ce genre comporte parfois des difficultés et des frustrations. C'est pourquoi nous adressons nos remerciements les plus sincères aux professeurs, collègues et amis(es) qui, d'une façon ou d'une autre, nous ont appuyée et encouragée.

Finalement, nous voulons exprimer notre gratitude à la CAPES, dont l'aide financière nous a permis de réaliser à l'Université Laval les études qui ont conduit à ce travail.

TABLE DE MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DE GRAPHIQUES

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1 INTRODUCTION

Notre recherche vise à évaluer l'habileté des élèves brésiliens à faire des estimations de résultats de calculs arithmétiques et à mettre en évidence les stratégies qu'ils utilisent pour arriver à de telles estimations.

Remarquons qu'il est question ici de l'habileté à estimer des résultats de calculs et non pas de l'habileté à estimer des mesures. L'estimation de résultats de calculs est définie ainsi par Reys et al. (1981, p. 119):

> "Computational estimation can thus be defined as an interaction of mental computation, number concepts, and technical arithmetic skills such as rounding and place value. It is a mental process which is performed quickly (without any recording tools) and which results in answers that are reasonably close to a correctly computed result."

Estimer le résultat d'un calcul consiste donc à trouver mentalement et rapidement une valeur approchée de ce résultat.

Il est important de bien faire la distinction entre "calculer mentalement" et "estimer". Certes, dans les deux cas, il s'agit d'opérer mentalement, c'est-à-dire sans l'aide de moyens externes (papier et crayon, calculatrice, etc). Mais, dans le premier, il s'agit de trouver le résultat exact des calculs en question, alors que dans le second, il s'agit d'obtenir une valeur approchée du résultat et cela assez rapidement, en utilisant une stratégie appropriée.

Par exemple, on peut calculer mentalement le produit 38 x 22 de la façon suivante: 38 x 20 = 760; 38 x 2 = 76; 760 + 76 = 836, mais on peut se contenter d'en faire une estimation en effectuant mentalement et rapidement 40 x 20 = 800. De même, par calcul mental, on peut trouver que 23% de 80 donne 18,4, alors qu'en effectuant par exemple 80 ÷ 4 = 20, on peut obtenir une estimation de ce résultat.

Ces exemples mettent en évidence deux faits importants: d'abord, l'estimation du résultat d'un calcul fait intervenir à la fois le remplacement de certains nombres par des valeurs approchées commodément choisies et du calcul mental avec les opérations données ou d'autres; ensuite elle met en œuvre l'application de certaines connaissances et habiletés arithmétiques.

Il est également essentiel de bien faire la distinction entre l'estimation de résultats de calculs et l'estimation de mesures, laquelle est définie ainsi par Bright (1976, p. 89):

> "Estimating is the process of arriving at a measurement or measure without the aid of measuring tools. It is a mental process, though there are often visual or manipulative aspects to it. It requires that several ideas be firmly in mind: 1) the unit of measure to be used, 2) the size of that unit relative to familiar objects or to other units of measure for the same attribute, 3) other measurements in that unit, and 4) a commitment to perform the estimating so that the product is as close to the actual measurement as possible."

Par exemple, on peut estimer à 30 cm la hauteur de la présente feuille en la comparant mentalement avec une règle graduée. De même, on peut estimer à 50 m la hauteur de la tour de l'Éducation à l'Université Laval en considérant qu'elle comprend 16 étages, chacun d'à peu près 3 m de hauteur.

1.2 PROBLÈMES DE TERMINOLOGIE

Avant d'expliquer la pertinence de notre recherche, il convient de mentionner deux problèmes de terminologie inhérents à notre sujet.

Un premier problème résulte du fait que le mot estimation s'emploie aussi bien pour désigner une certaine action (mentale) que le résultat (numérique) de cette action.

Un autre problème concerne la distinction confuse qui demeure entre les termes estimation et approximation, lesquels sont fréquemment utilisés dans la vie courante et en mathématiques. En effet, les uns (par exemple Usiskin 1986) s'en servent de façon synonyme, tandis que les autres leur donnent des sens différents. Par ailleurs, certains auteurs (par exemple Siegel 1982) préfèrent ne pas employer le mot estimation à propos de résultats de calculs. Voyons un peu plus en détails ce qu'il en est.

En consultant des dictionnaires de mathématiques (James & James 1959; Bouvier et al. 1979; Glenn et al. 1984) et des encyclopédies (L'encyclopédie AZ, 1978; Dictionnaire encyclopédique Quillet, 1979; Dictionnaire encyclopédique Alpha, 1983; Encyclopaedia of Mathematics, 1988), nous avons constaté que le terme <u>approximation</u> était utilisé dans deux sens en mathématique: 1) "évaluation qui n'est pas rigoureusement exacte" (Dictionnaire encyclopédique Alpha 1983, p. 157); 2) "évaluation par excès ou par défaut d'un chiffre exact que l'on cherche sans pouvoir l'atteindre précisément" (Dictionnaire encyclopédique Alpha 1983, p. 157). Par ailleurs, sauf en ce qui concerne le sens spécifique qu'il acquiert en statistique, les mêmes ouvrages se contentent de définir vaguement le terme <u>estimation</u>, par exemple: "détermination de la valeur d'un bien, de la mesure approximative d'une grandeur" (Dictionnaire encyclopédique Alpha 1983, p. 1029). Le dictionnaire de James et James va un peu plus loin, en opposant <u>l'action d'estimer</u> à celle de faire des calculs systématiques: "to pass judgment based upon very general considerations, as contrasted to finding the quantity by exact mathematical procedure."

Par ailleurs, en consultant des publications mathématiques et didactiques sur l'estimation de résultats de calculs, nous avons constaté que beaucoup d'auteurs en parlent sans même en donner une définition et sans faire de lien avec le terme approximation. Toutefois, Thompson (1979, p. 575) présente une distinction nette entre ces deux termes: d'une part cette chercheuse définit l'action d'estimer de la même façon que James et James; d'autre part, elle définit ainsi le processus d'approximation: "an attempt to come near a target value which can be approched as closely as desired, although sometimes not reached".

Dans notre travail, lorsqu'il sera question d'<u>estimer</u> en général, nous emploierons ce terme dans le sens donné par James et James. Par ailleurs, nous parlerons plus spécifiquement d'<u>estimation de résultats de calculs</u> suivant la définition de Reys et al. que nous avons donnée dans la section 1.1. Pour éviter toute ambiguïté, nous n'utiliserons pas le terme approximation. Néanmoins, nous serons amenée à utiliser de temps en temps l'adjectif "<u>approximatif</u>" (dans le sens d'"approché") et l'adverbe "<u>approximativement</u>" (dans le sens d'"environ" ou d'"à peu près")

1.3 L'IMPORTANCE D'ENSEIGNER AUX ÉLÈVES À ESTIMER DES RÉSULTATS DE CALCULS

Pendant les années 80, plusieurs éducateurs et chercheurs, principalement aux États-Unis, ont souligné l'importance d'enseigner aux élèves à faire des estimations au primaire et au secondaire. En 1980, le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) a insisté, dans son rapport "Agenda for Action", sur la nécessité d'adapter le curriculum de mathématiques aux besoins réels de la vie quotidienne et professionnelle et, en particulier, d'y inclure l'estimation de résultats de calculs et de mesures. Plus récemment, le même organisme a publié un document intitulé "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics", dans lequel le développement de l'habileté à estimer apparaît comme un objectif à privilégier dans l'enseignement de la mathématique de la 1ère à la 8e année. Pour sa part, le National Council of Supervisors in Mathematics (NCSM) parle de cette habileté comme étant essentielle pour développer la compétence mathématique pour agir comme un adulte responsable:

> "Students should be able to carry out rapid approximate calculations through the use of mental arithmetic and a variety of computational estimation techniques. When computation is needed in a problem or consumer setting, an estimate can be used to check reasonableness, examine a conjecture, or make a decision. Students should acquire simple techniques for estimating measurement such as length, area, volume and mass (weight). They should be able to decide when a particular result is precise enough for the purpose at hand". (NCSM 1988, p.2)

Malgré l'importance qu'on donne aux estimations et en particulier aux estimations de résultats de calculs, ce thème demeure négligé dans les curriculums et dans l'enseignement des mathématiques. Selon l'américain Trafton (1986, p. 16):

> "Conventional instruction presents highly prescribed ways of working with numbers rounded to multiples of 10, 100, 1000, and so forth, and stresses finding a single "correct" estimate. Not only does such instruction fail to teach students quick, efficient ways of estimating easily, but, even more significantly, it fails to develop (a) the sense that estimation is a highly useful tool and (b) the sensitivity and flexibility that are crucial to being an effective estimator".

À notre connaissance, le même thème est également absent dans les programmes de mathématiques au Brésil. Tout au long de notre expérience d'enseignement dans ce pays, nous avons d'ailleurs remarqué que les manuels scolaires ne faisaient aucune référence aux estimations de résultats de calculs.

Pourquoi est-il donc si important d'enseigner aux élèves à faire de telles estimations? Nous y voyons deux raisons principales, que nous allons maintenant présenter.

1.3.1 Les estimations de résultats de calculs sont couramment utilisées dans la vie quotidienne

Une première raison pour pour laquelle il faut enseigner les estimations à tous les élèves est que dans la vie quotidienne des adultes, voire même des jeunes, les estimations interviennent de façon constante. Selon Reys (1984), des enquêtes montrent que plus de 80% de la mathématique utilisée par des adultes suppose l'usage d'estimations. Le même auteur Reys (1984, p. 2) affirme également que:

> "The widespread use of estimations in many everyday situations involving mathematics is well recognized, including the fact that estimation is often more important and practical than exact computation for many everyday uses of mathematics."

Voici quelques exemples de situations de la vie courante faisant appel à des estimations (en supposant qu'il s'agit de répondre assez rapidement à ces questions). Dans les trois premières, des données exactes sont disponibles; dans la situation d), les données ne sont pas disponibles, mais elles peuvent être trouvées avec exactitude; dans la situation e), les données ne sont pas disponibles non plus, mais on peut en supposer des valeurs approchées.

a) Qu'est-ce qui est le plus économique: une boîte de "Tide" de 500 g à 1,93 $ ou une boîte de "Tide" de 2000 g à 7,15 $?

b) Avec 200 $, suis-je capable d'acheter un appareil photographique qui coûte 179,50 $ plus 9% de taxe?

c) Avec un chèque de 450 $ je veux payer mon compte de téléphone de 78,25 $ et effectuer un dépôt de 200 $. Quel est à peu près le montant du solde à encaisser?

d) Est-ce que $ 5,00 suffit pour acheter 2 litres de lait et 2 pains?

e) A quelle heure dois-je partir en voiture de Québec pour arriver à Ottawa pour 12h00?
N.B. Même si l'individu connaît la distance entre Québec et Ottawa, il ne sait pas exactement à quelle vitesse il va faire ce voyage.

Dans les média de communication, par exemple dans les journaux, on est également fréquemment confronté à l'idée d'estimation et en particulier d'estimation de résultats de calcul. Voyons, par exemple, l'article suivant (Le Soleil, 28 juillet 1989, p. A-2), dans lequel on trouve beaucoup de valeurs approximatives. Il est raisonnable de supposer que certaines de ces valeurs ont été obtenues par estimation, par exemple que le journaliste a écrit "plus de 4000" après avoir estimé la somme 3 600 + 500 + 57.

Les incendies de forêt au Manitoba, en Saskatchewan et en Ontario

4,000 des 24,000 personnes délogées peuvent enfin rentrer chez elles

WINNIPEG (PC) — Plus de 4,000 des 24,000 personnes délogées par les incendies de forêt ont été autorisées à réintégrer leurs maisons, hier, au Manitoba, en Saskatchewan et en Ontario.

La grande majorité, 3,600, habitent la réserve de Cross Lake, au sud de Thompson, au Manitoba. Il y en a 500 à Sandy Bay, dans le nord-est de la Saskatchewan, et 57 à Deer Lake, dans le nord-ouest de l'Ontario.

Quatre cents autres doivent retourner à Bearskin Lake, en Ontario, aujourd'hui, et 135 dans le centre-nord de l'Ontario au cours des prochains jours.

Il reste encore quelque 20,000 personnes évacuées, qui ignorent quand elles pourront retourner chez elles.

« Il est impossible de le prévoir à ce moment-ci », a reconnu M. Albert Driedger, ministre responsable des mesures d'urgence au Manitoba.

« Nous allons procéder avec une extrême prudence, a-t-il ajouté, de façon à ne pas avoir à évacuer une seconde fois des gens qui sont retournés à la maison. »

M. Ken Rutten, ministre des Services sociaux de la Saskatchewan, a pour sa part constaté qu'il y avait « beaucoup de visages souriants » parmi les personnes qui ont repris le chemin de leurs maisons.

Aucun blessé

Il n'y a eu heureusement jusqu'ici aucun blessé ou aucune mort directement attribué aux incendies.

Au Manitoba, 2,800 pompiers combattent 227 foyers d'incendie. En Saskatchewan, il y a 155 incendies et 1,700 pompiers. En Ontario, 188 incendies et 1,500 pompiers.

Dans la seule province du Manitoba, les incendies ont consumé 1.6 million d'hectares de forêt depuis le début de l'année.

Ces incendies ont coûté $30 millions directement et pourront faire perdre jusqu'à $150 millions de revenus anticipés provenant du tourisme et de la pêche.

« Le montant peut atteindre le double, a noté M. Driedger. L'effet sur l'économie va être dramatique. »

Aux personnes évacuées, il faut fournir le logement, le vêtement et la nourriture.

Il nous apparaît important d'insister sur le fait que, dans la vie courante, toute estimation se fait dans un certain contexte. Underhill (1983) insiste sur l'importance de tenir compte de ce contexte pour communiquer des estimations. Pour mieux se faire comprendre, l'auteur se sert d'un dialogue entre deux fermiers où l'un demande à l'autre: "Combien d'oeufs produisent tes poules?" L'autre lui répond: "À peu près 35 douzaines". On peut imaginer que ces deux fermiers se comprennent parfaitement, sans même que le second n'ait besoin de préciser s'il s'agit d'une production par jour ou par semaine ou si "à peu près 35 douzaines" signifie "entre 34 et 36" ou "entre 30 et 40". Cependant, un étranger qui s'introduirait dans leur conversation aurait besoin de plus de détails pour bien comprendre ce qui se passe dans la production des oeufs du premier fermier. Selon Underhill, les besoins de trouver des résultats précis sont probablement plus grands dans les sciences que dans les conversations de la vie courante et c'est pourquoi les hommes de science parlent souvent par exemple de valeurs significatives à 0,01 ou 0,001 près.

1.3.2 Il est nécessaire de savoir estimer des résultats de calculs pour pouvoir employer adéquatement des instruments de calcul

Une autre raison pour laquelle nous croyons qu'il faut enseigner aux élèves à faire des estimations de calculs est que les machines à calculer sont de plus en plus utilisées dans la société: "The widespread uses of hand calculators gives added importance to the ability to estimate and recognize reasonable answers". (Reys, 1984, p.2).

En effet, étant donné l'usage répandu des calculatrices dans la vie quotidienne, les longs calculs effectués par écrit deviennent désuets. (Edward 1984, Levin 1981, Levine 1982 et Reys 1986). Il est donc nécessaire que les élèves développent l'habileté à estimer des résultats de calculs afin qu'ils soient capables de vérifier si le résultat obtenu à l'aide d'une machine à calculer est raisonnable ou non. En effet, il se peut que le résultat affiché soit faux et même déraisonnable parce que l'utilisateur de la calculatrice a pressé une mauvaise touche en l'utilisant, ou encore parce que la virgule décimale a été déplacée lors de l'entrée d'une quantité dans la calculatrice ou lors de la lecture d'un résultat. Dans de tels cas, en faisant mentalement une estimation de la réponse, l'utilisateur a de bonnes chances de s'en rendre compte.

1.3.3 Conclusion

Il est donc important, pour les deux raisons précédentes d'enseigner à l'école à estimer des résultats de calculs .

D'ailleurs, cela est avantageux, puisque les élèves ont ainsi l'occasion d'appliquer plusieurs concepts (Nelson 1967 et Reys 1984), propriétés (Buchanan 1978) et habiletés mathématiques. À ce sujet, Buchanan (1978) affirme que si l'on donne plus de place aux estimations à l'école, les élèves peuvent s'en servir pour mieux apprendre les algorithmes formels de même que pour vérifier si un résultat obtenu à travers un calcul précis est raisonnable.

Ainsi l'estimation de la somme 7/8 + 11/10 fait appel au concept de nombre fractionnaire. De même, l'estimation de la valeur de 32 x 48 en effectuant 30 x 50 = 1500 ou encore l'estimation de l'aire d'un cercle de rayon 2,9 m en calculant $3 \times 3^2 = 27\ m^2$ est basée sur l'utilisation de propriétés des relations > et < entre des nombres, tandis que l'estimation $1,5 \times 41 = 1 \times 41 + 0,5 \times 41 \cong 40 + 20 = 60$ fait appel à la propriété de distributivité de l'addition par rapport à la multiplication. Également, l'habileté à estimer suppose la maîtrise des automatismes de base (additions et multiplications avec des nombres de 1 à 10), ainsi que l'habileté à arrondir (par exemple 27 x 327 = 30 x 300 = 9 000) et l'habileté à opérer avec des puissances de 10 (par exemple $2,5 : 0,03 = 250 : 3 \cong 80$).

Plusieurs professeurs de 6^e à 8^e année qui, durant toute une année, ont appris à des élèves à faire des estimations ont signalé que cela a renforcé et complété le curriculum de mathématiques qu'ils avaient enseigné; l'un d'eux a fait le commentaire suivant (Reys et al. 1984, p. 40): "My students seem to understand fractions better and that is helping them compute with fractions. They also are more sensitive to unreasonable answers when they compute".

Différents auteurs appuient l'inclusion des estimations dans le curriculum de la mathématiques, en soulignant qu'elles ont plus d'importance que les calculs écrits effectués à l'aide d'algorithmes. Nous y voyons nous-même un moyen de permettre aux élèves de développer une plus grande créativité en mathématiques. Souvent, en effet, il y a diverses manières de procéder pour estimer le résultat d'une opération arithmétique, de sorte que les enfants ont alors l'occasion de choisir entre plusieurs procédures ou encore d'en créer une.

Il nous semble particulièrement important et intéressant de réaliser une recherche de ce genre dans un contexte brésilien, puisque apparemment cela n'a jamais été fait. En effet, on ne sait pas très bien jusqu'à quel point les élèves brésiliens sont capables de faire des estimations de résultats de calculs. Il est connu, cependant, que plusieurs d'entre eux sont habiles à calculer mentalement, en particulier dans certains milieux économiquement faibles où les enfants doivent travailler pour leur subsistance. Ainsi, Carraher et al. (1988) ont observé différents enfants et adolescents de la région du Nord-Est, qui aidaient leurs parents dans des activités commerciales au marché, ou bien qui vendaient des sucreries ou de la crème glacée dans la rue. Ils ont constaté que, dans 98% des problèmes de la vie courante présentés aux enfants, ceux-ci savaient calculer mentalement la somme que leurs clients devaient payer ainsi que la monnaie qu'il fallait leur rendre, alors que les mêmes sujets réussissaient à résoudre seulement 37% des questions similaires présentées de façon purement symbolique et 73,7% des problèmes verbaux semblables. Dans la région du District Fédéral du Brésil, où nous avons décidé de mener notre recherche, on peut supposer que le phénomène précédent existe et que certains adolescents utilisent le calcul mental dans des expériences quotidiennes. Cependant, aucune étude n'a encore été faite sur l'habileté à faire des estimations ou l'habileté à calculer mentalement des enfants et adolescents dont la subsistance ne dépend pas de petites activités commerciales dans cette région.

Lorsqu'on analyse le programme de mathématique approuvé en 1986 par le gouvernement du District Fédéral du Brésil pour l'école primaire de cette région, on s'aperçoit qu'on y accorde assez d'importance à l'exécution de calculs précis et à la création d'algorithmes par les élèves mêmes pour faire des calculs exacts. Cependant, le thème de l'estimation n'y figure pas. Le calcul mental, un outil essentiel pour faire des estimations, y est également négligé. On peut faire les mêmes constatations en examinant les manuels scolaires utilisés dans cette région. Dans la plupart, en effet, à peine fait-on mention en quelques pages du calcul approché (par exemple $\sqrt{3} = 1{,}732.....$) ou de l'encadrement (par exemple $1{,}4 < \sqrt{2} <$ $< 1{,}5$) lorsqu'on introduit les nombres réels.

Il nous apparaît donc opportun et pertinent d'entreprendre une recherche sur l'habileté des élèves de la région du District Fédéral à estimer des résultats de calculs.

1.4 DIFFICULTÉS INHÉRENTES À L'ÉVALUATION DE L'HABILETÉ À ESTIMER DES RÉSULTATS DE CALCULS

Lorsqu'on veut évaluer l'habileté à faire des estimations de résultats de calculs, on fait face à un sérieux problème: il faut s'arranger pour accorder aux individus un temps limité pour répondre à chaque question. Ce temps doit être assez petit afin d'éviter que les individus fassent des calculs précis, soit mentalement, soit par écrit. Par contre, si le temps accordé est trop petit, il se peut que les individus essaient de répondre aux questions au hasard, ou encore qu'ils perdent la motivation d'y répondre.

Pour évaluer cette habileté chez des élèves, on ne peut donc pas se servir d'un instrument leur accordant un certain temps fixe pour répondre à un ensemble de questions. Autrement, il est très probable que les élèves répondront aux premières questions en faisant des calculs au long et qu'il ne leur restera pas suffisamment de temps pour répondre aux dernières. Le moyen le plus efficace trouvé par certains chercheurs pour faire face au problème du contrôle du temps consiste à employer un rétroprojecteur ou un projecteur de dia positives pour présenter les questions aux sujets; il devient ainsi possible d'accorder aux élèves un temps limité pour répondre à chaque question. Reys et al. (1980) a procédé de cette façon pour identifier des bons estimateurs de résultats de calculs parmi des élèves de 7^{e} à 12^{e} année et des adultes sélectionnés. Rubenstein (1983) a fait de même pour évaluer l'habileté à estimer des résultats de calculs chez des élèves de 8^{e} année.

1.5 REVUE DE LA LITTÉRATURE

Lorsqu'on fait une revue sommaire de la littérature pertinente, on se rend compte que les recherches sur l'estimation de mesures ou de résultats de calculs ne sont pas nombreuses. Dans les rapports-synthèses de recherches publiés annuellement dans la revue "Journal of Research in Mathematics Education", on mentionne un total de 2843 travaux (recherches ou publications) en didactique des mathématiques pour la période 1979 - 1983 . Parmi ces travaux, on en trouve seulement 12 (moins de 0,5%) sur l'enseignement ou l'apprentissage de l'estimation en général (Benton 1986). Selon Reys (1982), le petit nombre de recherches sur ce thème est une conséquence de la difficulté d'évaluer cette habileté chez les élèves. Suivant Driscoll (1983), il s'explique également par la difficulté de connaître les processus mentaux utilisés par les élèves pour faire des estimations.

Nous allons maintenant présenter les recherches existantes sur l'estimation de résultats de calculs en les classifiant en quatre catégories:

1) Recherches à propos du rendement et des types d'erreurs observés chez des élèves et des adultes faisant des estimations;
2) Recherches à propos des procédés et des stratégies utilisés pour faire des estimations;
3) Recherches à propos des connaissances et des habiletés mathématiques nécessaires pour faire des estimations;
4) Recherche et développement à propos de l'enseignement de l'estimation à l'école.

1.6 RECHERCHES À PROPOS DU RENDEMENT ET DES TYPES D'ERREURS OBSERVÉS CHEZ DES ÉLÈVES ET DES ADULTES QUI FONT DES ESTIMATIONS

1.6.1 Rendement observé

Les résultats du "National Assessment of Educational Progress" (NAEP), aux États-Unis, montrent la faiblesse des adolescents et des adultes à estimer des résultats de calculs. Une analyse des résultats de la première évaluation du NAEP (Carpenter 1976) a montré que seulement 54% des jeunes de 17 ans et 64% des adultes savaient estimer le résultat d'une somme de quatre termes; par ailleurs, la réponse d'un problème faisant intervenir une proportion n'a été estimée correctement que par 40% des jeunes de 17 ans et 56% des adultes. En plus de mettre en évidence un manque d'habileté à faire des estimations, ces données montrent que les adultes sont plus capables d'en faire que les jeunes, ce qui laisse croire que cette habileté se développe hors de l'école. Cela a d'ailleurs été confirmé dans une recherche de Reys et al. (1980), où les estimateurs ont affirmé qu'ils n'avaient pas appris cette habileté à l'école.

Les deuxième et troisième évaluations du NAEP (Reys 1984) ont montré également la faiblesse des étudiants à faire des estimations de résultats de calculs. Voici deux exemples à titre d'illustrations.

Exemple 1: estime la valeur de
12/13 + 7/8

Réponse choisie	Élèves de 13 ans	Élèves de 17 ans
1	7%	8%
2*	24%	37%
19	28%	21%
21	27%	15%
je ne sais pas	14%	1%

Exemple 2: estime la valeur de
5,09 x 4,3

Réponse choisie	Élèves de 13 ans	Élèves de 17 ans
2,2	28%	21%
22*	21%	37%
220	18%	17%
2200	23%	11%
Je ne sais pas	9%	12%
sans réponse	1%	2%

* Réponse correcte

Notons que, dans le cas de chaque question, le pourcentage des réponses correctes est assez bas pour les deux âges. En observant les réponses de l'exemple 1, on peut aussi constater que 36% des élèves de 17 ans et 55% des élèves de 13 ans ont choisi comme réponse 19 (somme des numérateurs) ou 21 (somme des dénominateurs), sans se rendre compte que la réponse doit être inférieure à 2.

Rubenstein (1983) a élaboré un test pour évaluer l'habileté à estimer des résultats de calculs. Ce test contient quatre parties: l) questions ouvertes; 2) questions à propos de résultats raisonnables ou non; 3) questions avec un nombre de référence; 4) questions sur l'ordre de grandeur. L'analyse des réponses de 309 élèves à ce test a permis à Rubenstein de constater que:

- les élèves réussissent mieux face à des questions sur l'ordre de grandeur et moins bien face à des questions ouvertes;

- les élèves manifestent plus de difficulté à estimer des résultats d'opérations sur des nombres décimaux que sur des nombres entiers et plus de difficulté à estimer les résultats de multiplications et de divisions que ceux d'additions et de soustractions; ces conclusions concordent avec celles trouvées par Bestgen et al. (1980);
- les questions formulées de façon purement symbolique présentent le même degré de difficulté que celles formulées à l'aide d'une illustration; ce résultat va à l'encontre d'une conclusion de Reys et al. (1980), lesquels ont observé que les élèves réussissent à faire de meilleures estimations lorsque les questions sont accompagnées d'illustrations.

Dans le cadre de recherches réalisées au Brésil, Carraher et al. (1988) ont trouvé que les élèves de 3e année (8 et 13 ans) réussissent mieux à répondre à des questions verbales, présentées oralement sous la forme de problèmes mathématiques ou de situations de vente, qu'à des questions numériques sans contexte. Il faut noter cependant que les conditions de cette expérience diffèrent des celles réalisées aux États-Unis quant à l'âge et au niveau socio-économique des sujets et quant au contenu mathématique (il s'agissait de calculs exacts et non d'estimations). On peut se demander si une telle préférence des enfants brésiliens pour les questions verbales se manifeste aussi dans les estimations de résultats de calculs.

1.6.2 Types d'erreurs observées

Nous n'avons relevé qu'une seule étude (Levine 1981) concernant les erreurs que les élèves commettent dans l'estimation de résultats de calculs. Cette chercheuse a identifié neuf types de difficultés, malentendus et erreurs lorsqu'elle a observé des adolescents en train d'estimer les résultats de multiplications et de divisions: processus incomplet, oubli d'étapes intermédiaires, stratégie incomplète, compréhension incorrecte d'une opération, mauvais ajustement d'un résultat, application incorrecte d'un algorithme, erreur de numération de position, erreur d'arrondissement, erreur d'ordre de grandeur.

1.7 RECHERCHES À PROPOS DES PROCÉDÉS ET DES STRATÉGIES UTILISÉS POUR FAIRE DES ESTIMATIONS

Pour étudier les procédés et les stratégies que des personnes utilisent pour estimer le résultat d'un calcul, les chercheurs ont recours à différentes techniques. Quelques-uns demandent aux sujets d'expliquer leur démarche par écrit. D'autres se servent d'entrevues enregistrées. D'autres encore enregistrent des sujets en train de "penser à haute voix" pendant qu'ils résolvent des exercices ou des problèmes. Les deux dernières techniques s'avèrent particulièrement efficaces, car elles permettent aux chercheurs d'intervenir pour faire expliciter les opérations mentales du sujet ou sa démarche lorsqu'elle n'est pas assez claire.

Reys et al. (1980) ont mené une recherche ayant pour but d'étudier les procédés et les stratégies utilisés par 59 bons estimateurs. Ces derniers ont été choisis parmi 1200 élèves de 7^e à 12^e année et des adultes sélectionnés. Ces chercheurs ont ainsi pu mettre en évidence des procédés fondamentaux et des stratégies d'estimation que nous allons maintenant décrire.

1.7.1 Procédés fondamentaux

L'étude de Reys et al. leur a permis d'identifier les trois procédés fondamentaux suivants pour estimer des résultats de calculs:

A Procédé de reformulation:

Ce procédé est défini ainsi:

> "The process of altering numerical data to produce a more mentally manageable form. This process leaves the structure of the problem intact". (Reys et al. 1982, p. 187)

Exemples d'utilisation du procédé:

A1 825 + 210 + 509. En changeant les nombres donnés pour 800, 200 et 500, on obtient pour somme 1500. Cette valeur est proche du résultat exact et elle représente une bonne estimation de la somme cherchée.

A2 52 x 39. Le résultat de cette opération peut être estimé en arrondissant chacun des facteurs: l'opération 50 x 40 donne 2000 comme estimation du produit.

B <u>Procédé de traduction</u>:

Ce procédé peut être défini de la façon suivante:

> "The process of changing the mathematical structure of the problem to a more mentally manageable form. This form was then used computationally to process the numerical data". (Reys et al. 1982, p. 188)

Exemples d'utilisation du procédé (en même temps que du procédé de reformulation):

B1 792 + 809 + 780 + 815. Chacun des termes est rapproché de 800, de sorte que 4 x 800 = 3200 donne une bonne estimation de la somme.

B2 26% de 3 580. Étant donné que 26% correspond à peu près à 1/4 la division 3600 : 4 = 900 fournit une bonne estimation du résultat.

C <u>Procédé de compensation</u>:

Ce procédé est défini ainsi:

> "Adjustments made to reflect numerical variation that came about as a result of translation or reformulation of the problem. These ajustments were typically a function of the amount of time available to make a response but were also influenced by the manageability of the numerical data, context of the problem, and the individual's tolerance for error". (Reys et al. 1982, p. 189)

Pour utiliser ce procédé, il faut donc utiliser au moins l'un des deux procédés précédents.

Exemples d'utilisation du procédé:

C1 315 x 21. Afin d'estimer le résultat de cette opération, on peut calculer 300 x 20 = 6000 (reformulation). Néanmoins, on obtient une meilleure estimation si l'on tient compte que les deux nombres ont été arrondis par défaut. Pour compenser, il suffit en effet d'augmenter un peu la valeur de 6000. Les chercheurs appellent cette forme de compensation "compensation finale".

C2 8720 + 7839 + 9420 + 4280. Il est possible d'estimer le résultat de cette addition en arrondissant les trois premiers nombres à 10 000. Pour compenser l'augmentation ainsi subie par les nombres donnés on peut laisser tomber le nombre 4280 de sorte que le résultat peut être estimé à 3 x 10 000 = 30 000. Les chercheurs appellent cette forme de compensation "compensation intermédiaire".

Tous les estimateurs interviewés pour Reys et al. ont fait appel au procédé de reformulation, tandis que les procédés de traduction et de compensation ont été utilisés seulement par les meilleurs estimateurs (voir tableau 1).

1.7.2 Stratégies d'estimation

Dans la même étude, Reys et al. disent avoir observé un grand nombre de stratégies d'estimation utilisées par les bons estimateurs qu'ils ont interviewés, mais ils n'en donnent que quelques exemples. Toutefois, quelques années plus tard, dans une autre publication, Reys (1986, p. 35-42) a mis en évidence 5 stratégies faisant intervenir chacune une combinaison des procédés fondamentaux de reformulation, de traduction et de compensation:

"stratégie frontale"
"stratégie de regroupement en grappes"
"stratégie d'arrondissement"
"stratégie des nombres compatibles"
"stratégie des nombres spéciaux"

Examinons chacune de ces stratégies plus en détails.

TABLEAU 1: Caractéristiques identifiées chez des bons estimateurs (Reys et al. 1982, p. 197)

NIVEAU 3	Calcul mental rapide (avec toutes sortes de nombres)	Compensation intermédiare	Stratégies variées	Confiance en soi	
NIVEAU 2	Reformulation (arrondissement par des nombres maniables et compatibles)	Compensation finale	Traduction	Utilisation de proprietés arithmétiques	
NIVEAU 1	Maîtrise des automatismes de base	Compréhension de la numération de position	Reformulation (arrondissement par des multiples de 10)	Calcul mental rapide (avec des nombres arrondis)	Tolérance pour des erreurs

NIVEAU 1	Chaque caractéristique est présente chez toutes les personnes interviewées
NIVEAU 2	Chaque caractéristique est présente chez la majorité des personnes interviewées
NIVEAU 3	Chaque caractéristique est présente chez 20% à 50% des personnes interviewées

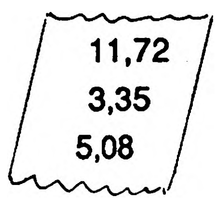
Indication des procédés fondamentaux

- Reformulation
- Traduction
- Compensation

A <u>Stratégie frontale</u> ("front-end strategy")

En utilisant cette stratégie d'estimation, on opère avec les chiffres de la gauche à la droite, en commençant par les premiers chiffres des nombres, contrairement à ce qui se passe lorsqu'on utilise les algorithmes habituels pour faire des calculs exacts de sommes, de différences et de produits.

Exemple:



Somme des dollars:
11 + 3 + 5 = 19
Ajustement des cents:
0,72 + 0,35 + 0,08 donne un peu plus de 1,00$

Donc, la somme peut être estimée à 20,00$.

B <u>Stratégie de regroupement en grappes</u> ("clustering strategy")

Cette stratégie d'estimation est particulièrement utilisée dans le cas de certaines additions. Elle consiste à faire des calculs en regroupant ensemble des termes ayant à peu près la même valeur.

Exemple:

Dépenses d'une famille pour la nourriture:
1^e semaine 95,75$
2^e semaine 87,25$
3^e semaine 90,27$
4^e semaine 88,50$

Combien cette famille a-t-elle dépensé en tout pour la nourriture pendant les 4 semaines?

La réponse peut être estimée à 4 x 90$ = 360,00$

C <u>Stratégie d'arrondissement</u> ("rounding strategy")

Cette stratégie consiste à arrondir certains nombres avant d'effectuer l'opération. Elle est particulièrement adéquate pour estimer le résultat de multiplications.

Exemple:

Un cahier coûte 2,87$. Combien devrai-je payer pour 8 cahiers?

Il suffit d'effectuer 8 x 3 = 24

Donc, une estimation de la réponse est 24,00$.

D <u>Stratégie des nombres compatibles</u>

En se servant de cette stratégie d'estimation, il s'agit de transformer des nombres de telle façon que l'on puisse ensuite opérer facilement avec des paires de nombres. Il ne s'agit pas nécessairement d'arrondir les nombres. Cette stratégie est particulièrement utile lorsqu'il s'agit de divisions.

Exemple:

À peu près combien dois-je payer mensuellement pour une télévision qui coûte 385,00$, si je veux la payer en 12 versements?

A fin d'estimer le résultat de l'opération 385 : 12, on peut par exemple calculer 360 : 12 ou 390 : 13

On peut donc estimer la réponse à 30,00$.

E <u>Stratégie des nombres spéciaux</u>

Cette stratégie d'estimation présente quelques caractéristiques des stratégies déjà mentionnées. Elle consiste à remplacer des nombres par d'autres qui facilitent le calcul mental.

Exemples:

$7/8 + 12/13 \cong 2$	car chaque nombre est proche de 1
$11/21$ de $300 \cong 150$	car 11/21 est proche de 1/2
23% de $80 \cong 20$	car 23% vaut presque 1/4
$988 \times 3 \cong 3000$	car 988 vaut environ 1000

Reys et al. ont constaté que le choix de l'une ou l'autre des stratégies précédentes pour estimer le résultat d'un calcul dépend de plusieurs facteurs, entre autres: l'expérience du sujet interviewé, l'opération arithmétique en question, l'ordre de grandeur des nombres et les rapports entre eux. D'ailleurs, en général, il y a une variété de stratégies possibles pour estimer le résultat de calculs donnés.

Dans une autre recherche, Levine (1982) a constaté que les étudiants ayant une bonne habileté numérique ("quantitative ability") étaient davantage capables d'estimer les résultats de multiplications et de divisions et qu'ils utilisaient une plus grande variété de stratégies à cette fin, tandis que les étudiants n'ayant pas une habileté numérique développée préféraient surtout employer des algorithmes traditionnels pour estimer des résultats de calculs. Selon Levine, il se peut que cette préférence "réflète chez les élèves une dépendance vis-à-vis d'algorithmes bien définis de calcul écrit, ainsi qu'un manque relatif de familiarité avec l'estimation" (p. 357). Il est important de mentionner que Levine n'a pas limité le temps que les étudiants avaient pour répondre à chaque question, ce qui peut avoir influencé le fait que plusieurs sujets aient fait appel à des algorithmes traditionnels pour faire des estimations.

1.8. RECHERCHES À PROPOS DES CONNAISSANCES ET HABILETÉS MATHÉMATIQUES NÉCESSAIRES POUR FAIRE DES ESTIMATIONS

Comme nous l'avons vu dans dans les sections 1.1 et 1.3.3, l'habileté à estimer des résultats de calculs fait appel à certains connaissances mathématiques. Reys (1980) et Rubenstein (1983) sont les seuls chercheurs qui ont tenté de déterminer plus en détails les habiletés essentielles pour faire de telles estimations.

En analysant les procédés fondamentaux d'estimation, Reys et al. ont détecté chez les bons estimateurs les connaissances et habiletés mathématiques suivantes, déjà mentionnées dans le tableau 1: maîtrise des automatismes de base, compréhension de la numération de position, arrondissement par des multiples de 10, calcul mental rapide avec toutes sortes de nombres, utilisation de propriétés arithmétiques.

Pour sa part, à l'aide de tests qu'elle a administrés, Rubenstein a conclu que les habiletés qui contribuent le plus à faire des estimations sont: opérer (multiplier et diviser) avec des puissances de 10, comparer des résultats d'opérations et comparer des nombres. Selon cette chercheuse "l'enseignement de l'estimation ne peut pas se limiter seulement à l'enseignement de l'arrondissement, de la numération de position et des opérations avec des nombres arrondis". (p.117)

1.9 RECHERCHE ET DÉVELOPPEMENT À PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DE L'ESTIMATION DE RÉSULTATS DE CALCULS À L'ÉCOLE

1.9.1 Recherches

Différents chercheurs ont étudié les effets d'un enseignement de l'estimation de résultats de calculs. Unanimement, ils affirment qu'un tel enseignement a une influence positive sur l'habileté à estimer des élèves.

Nelson (1967) a cherché à voir s'il est efficace d'enseigner aux élèves de 4^{e} et 6^{e} année à faire des estimations à l'aide de la stratégie d'arrondissement (voir 1.7.2). En 6^{e} année, les élèves du groupe expérimental ont démontré une meilleure habileté à estimer des résultats de calculs et une meilleure connaissance des concepts et applications mathématiques que ceux du groupe de contrôle. Par ailleurs, en comparant le groupe expérimental et le groupe de contrôle de 4^{e} année, Nelson a remarqué que le groupe expérimental était meilleur du point de vue de l'habileté à estimer et moins bon du point de vue de l'habileté à faire des calculs exacts.

Schoen et al. (1981) ont vérifié qu'il est possible d'enseigner assez rapidement à des élèves de 4^e année à estimer le résultat d'une multiplication de nombres naturels (n. d'un chiffre x n. de 2 chiffres, n. d'un chiffre x n. de 3 chiffres et n. de 2 chiffres x n. de 2 chiffres). Dans cette recherche, le groupe expérimental a reçu un enseignement des stratégies frontale et d'arrondissement (voir 1.7.2) pour estimer les résultats de multiplications de nombres naturels, mais non le groupe de contrôle. Après un certain temps, le groupe ayant appris à faire des estimations est devenu plus habile à estimer mais aussi habile à effectuer des calculs exacts que le groupe de contrôle. Les auteurs n'ont donc pas pu conclure que l'enseignement de l'estimation de résultats de calculs améliore l'apprentissage des calculs exacts ou qu'il produit des interférences avec ceux-ci. Schoen et al. ont également mené une recherche plus étendue avec des élèves de 5^e et 6^e année. Ils ont trouvé des résultats semblables aux précédents. De plus, ils n'ont pas constaté de transfert de l'habileté à estimer des résultats de calculs à la résolution de problèmes. Cependant, ils ont observé que les enfants ayant appris à faire des estimations affichaient une meilleure performance dans l'estimation des réponses numériques à des problèmes verbaux. Les auteurs ont également vérifié que les élèves retenaient pendant une période d'au moins une semaine ce qu'ils avaient ainsi appris.

Paul (1971) a constaté l'existence d'une relation entre l'habileté à estimer et l'habileté à résoudre des problèmes mathématiques par tâtonnements (essais et erreurs).

Bestgen et al. (1980) ont étudié les effets de l'enseignement à de futurs instituteurs de l'estimation de résultats de calculs faisant intervenir les quatre opérations de base sur des nombres naturels et sur des décimaux. En plus de constater une supériorité du groupe expérimental du point de vue de l'estimation de résultats de calculs, ils ont vérifié que les effets de cet enseignement étaient plus grands dans le cas de multiplications et de divisions sur des nombres décimaux.

1.9.2 Développement de matériels didactiques

Les résultats de la recherche de Reys (1980) sur les procédés fondamentaux et les stratégies utilisés par de bons estimateurs ont amené Reys et al. (1984) à développer un matériel d'enseignement dans le cadre du projet "Development and

Evaluation of Computational Estimation Material in the Middle Grades". Ce matériel consiste en 15 cours pour chacune des 6^e, 7^e et 8^e année, visant le développement chez les élèves de l'habileté à estimer des résultats de calculs faisant intervenir les quatre opérations de base sur des nombres naturels, fractionnaires et décimaux, ainsi que des pourcentages. Ce matériel a également pour but d'amener les élèves à développer une attitude positive vis-à-vis de l'estimation de résultats de calculs.

Nous n'avons pas rencontré d'autres matériels didactiques visant spécifiquement à enseigner l'estimation dans les écoles.

1.9.3 Suggestions pour l'enseignement de l'estimation

B.J. Reys (1986) a formulé quatre suggestions pour faire un enseignement efficace de l'estimation de résultats de calculs.

Premièrement, il faut que l'élève développe une attitude positive de sorte qu'il considère l'estimation comme un outil pratique pour résoudre des problèmes de la vie courante. Les enseignants doivent donc introduire l'estimation, à partir de situations qui la nécessitent et qui sont familières aux élèves. Le langage propre aux estimations (à peu près, près de, entre, un peu plus, un peu moins, etc.) doit être utilisé et les enseignants doivent accepter toutes les estimations produites par les élèves qui permettent une prise de décision correcte.

Deuxièmement, il faut préparer l'élève de sorte qu'il soit capable de s'apercevoir du rapport qui existent entre l'estimation et le résultat exact d'une opération. Plusieurs auteurs qualifient ce rapport de "sens du nombre" ("number sense"). Par exemple, pour estimer la valeur de 48 x 39, on peut effectuer mentalement l'opération 50 x 40. Étant donné que 48 est un peu plus petit que 50 et 39 un peu plus petit que 40, le produit 48 x 39 est plus petit que 2000.

Troisièmement, l'élève doit comprendre la signification des fractions et des nombres décimaux et être capable d'associer à un nombre naturel ou rationnel une quantité correspondante.

Quatrièmement, l'élève doit être capable de choisir et d'utiliser une stratégie d'estimation appropriée à chaque situation.

1.10 VARIABLES QUI INFLUENCENT LES ESTIMATIONS DE RÉSULTATS DE CALCULS

En analysant les recherches auxquelles nous avons fait référence dans les sections en 1.7 et 1.8, on peut remarquer que les variables influençant les estimations de résultats de calculs se partagent naturellement en deux catégories.

Certaines variables se rapportent à la question demandant de faire une estimation. Il s'agit de:
- la nature des opérations (addition, soustraction, multiplication, division): les élèves manifestent plus de facilité à estimer des résultats d'additions et de soustractions (Bestgen et al. 1980; Rubenstein 1983);
- la nature des nombres (naturels, décimaux): les élèves manifestent plus de facilité à estimer des résultats d'opérations sur des nombres naturels que sur des nombres décimaux (Bestgen et al. 1980; Rubenstein 1983);
- l'ordre de grandeur des nombres et le rapport entre eux: le choix de la stratégie d'estimation dépend de ces facteurs (Reys 1980);
- le type de question (ouverte, avec un nombre de référence, sur l'ordre de grandeur): les élèves manifestent plus de facilité avec des questions sur l'ordre de grandeur et plus de difficulté avec des questions ouvertes (Rubenstein 1983).
- le mode de présentation de la question (de façon purement symbolique, à l'aide d'illustrations): Reys (1980) et Rubenstein (1983) ont obtenu des résultats contradictoires à propos de l'influence de cette variable.

Les autres variables ayant une influence se rapportent à la personne qui fait l'estimation. Il s'agit de:
- l'âge de la personne: les adolescents plus âgés et les adultes affichent un meilleur rendement dans l'estimation de résultats de calculs (Carpenter 1976);
- l'expérience de la personne pour estimer des résultats de calcul: certaines personnes utilisent des stratégies qu'elles ont développées à travers des expériences de la vie quotidienne qui nécessitent des estimations de résultats de calculs (Reys 1980);

- l'habileté de la personne à faire des calculs exacts: les élèves qui maîtrisent bien les automatismes de base, la numération de position, les propriétés des opérations, l'arrondissement à un multiple de 10 près, la comparaison de nombres et la comparaison de résultats d'opérations obtiennent un meilleur rendement dans l'estimation de résultats de calculs (Levine 1982; Reys 1980; Rubenstein 1983);
- le sexe de la personne: Reys(1980) et Rubenstein (1983) ont constaté que les garçons sont meilleurs que les filles pour faire des estimations de résultats de calculs.

1.11 LES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS SONT-ILS APPLICABLES DANS LE CONTEXTE PARTICULIER DU BRÉSIL?

Les recherches mentionnées dans ce chapitre nous donnent des informations précieuses sur l'habileté des individus à faire des estimations de résultats de calculs. Cependant, les conclusions obtenues (pour la plupart aux États-Unis) pourraient bien ne pas s'appliquer telles quelles dans le contexte du Brésil. En effet, en supposant que des individus apprennent à faire des estimations de résultats des calculs dans la vie courante, en grande partie dans des situations impliquant de l'argent, il faut se rappeler qu'il y a une profonde différence entre les systèmes monétaires des deux pays. Aux États-Unis, les prix (en dollars) rencontrés dans la vie courante font appel à des nombres beaucoup plus petits que les prix (en cruzados) que l'on rencontre au Brésil. Car, en raison de la grande inflation qui prévaut au Brésil, les prix des choses courantes sont exprimés par des multiples de 1000. Compte tenu de ce fait, il se peut que les adolescents brésiliens aient moins d'habileté à estimer des résultats d'opérations sur des nombres décimaux, tout en développant une plus grande habileté à estimer des résultats d'opérations sur des grands nombres.

A la lumière de ce qui précède il nous semble donc pertinent de mener une recherche sur l'habileté des élèves brésiliens à faire des estimations de résultats de calculs. D'ailleurs, une meilleure connaissance des capacités de ces élèves et des stratégies d'estimation qu'ils utilisent ne peut qu'être bénéfique pour faire un enseignement convenable de l'estimation de résultats de calculs dans les écoles du Brésil.

CHAPITRE II

OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

Compte tenu de la problématique que nous avons présentée dans le chapitre précédent et compte tenu également de ce qui nous apparaît réaliste dans le contexte du District Fédéral du Brésil, nous avons décidé de centrer notre recherche sur les deux objectifs suivants.

2.1 PREMIER OBJECTIF

Le premier objectif de notre recherche est:

> Étudier le rendement des élèves de 5^{e} et 8^{e} années du District Fédéral du Brésil du point de vue de leur habileté à estimer des résultats de calculs.

De façon plus spécifique, nous allons essayer de répondre entre autres aux questions suivantes:

a) Y-a-t-il des différences de rendement observables
- selon le niveau scolaire des élèves?
- selon le milieu socio-économique dont les élèves proviennent
- selon le sexe des élèves?

b) Observe-t-on une différence significative dans le rendement des élèves, selon que les questions leur sont présentées d'une façon purement symbolique ou bien à l'aide d'illustrations?

c) Les élèves affichent-ils un meilleur rendement dans l'estimation de résultats de certaines opérations arithmétiques comparativement à d'autres?

2.2 DEUXIEME OBJECTIF

Le deuxième objectif de notre travail est le suivant:

Identifier et décrire les stratégies utilisées par des élèves pour estimer de résultats de calculs.

De manière plus spécifique, nous cherchons entre autres à répondre aux questions suivantes:

a) Quelles stratégies les élèves utilisent-ils et avec quelle fréquence?

b) S'agit-il des mêmes stratégies que Reys a mises en évidence dans ses travaux (1986)?

c) Les élèves utilisent-ils certaines stratégies fausses?

d) Quelles différences qualitatives observe-t-on dans les stratégies utilisées par des élèves
   - de rendement différent?
   - de niveaux scolaires ou de milieux socio-économiques différents?

Nous allons maintenant présenter la méthodologie que nous avons retenue pour atteindre les deux objectifs de notre recherche.

2.3 MÉTHODOLOGIE CHOISIE POUR ATTEINDRE LE PREMIER OBJECTIF

Rappelons que notre premier objectif est d'étudier le rendement des élèves de 5^{e} et 8^{e} années du District Fédéral du Brésil du point de vue de leur habileté à estimer des résultats de calculs.

Comme nous l'avons dit dans notre problématique, on fait face à un sérieux problème lorsqu'on cherche à évaluer cette habileté chez des individus. En effet, il est nécessaire de contrôler avec soin le temps que l'on accorde à un sujet pour estimer le résultat d'un calcul; il faut s'organiser pour qu'il n'ait pas le temps d'effectuer mentalement ou par écrit le calcul en question. Une des meilleures méthodes consiste à utiliser un rétroprojecteur pour poser des questions d'estimation, en donnant aux sujets un nombre prédéterminé de secondes pour répondre à chacune.

Notre revue de la littérature nous a permis de trouver deux instruments de ce genre (voir section 1.4): a) l'instrument que Reys et al. (1980) ont construit pour identifier des bons estimateurs parmi des élèves de 7e à 12e année et parmi des adultes; b) l'instrument élaboré par Rubenstein (1983) pour évaluer plusieurs aspects de l'habileté à estimer des résultats de calculs (voir section 2.3.1). Pour atteindre notre premier objectif, nous avons choisi de nous servir du test de Rubenstein, lequel nous est apparu mieux adapté à notre population d'élèves. Nous avons donc décidé de traduire ce test en portugais et de l'adapter à la réalité brésilienne.

2.3.1 Description du test de Rubenstein

Le test de Rubenstein (1983, p. 96-116) comprend 3 parties[1] (voir annexe A): 16 "questions ouvertes", 16 "questions avec un nombre de référence" et 16 "questions sur l'ordre de grandeur". Dans chacune de ces parties, on trouve 8 questions formulées de façon purement symbolique et 8 questions formulées à l'aide d'illustrations. Dans chaque partie, on trouve des questions concernant les quatre opérations fondamentales sur des nombres naturels et sur des nombres décimaux. Le tableau 2 montre la répartition des 48 questions du test.

---

[1] Le test élaboré par Rubenstein était initialement constitué de 4 parties, dont une partie n'avait pas un indice de fiabilité assez élevé (0.51). La chercheuse a par la suite éliminé cette partie du test au moment de l'analyse de ses résultats. (voir ibidem, p.76)

TABLEAU 2: Répartition des questions du test de Rubenstein

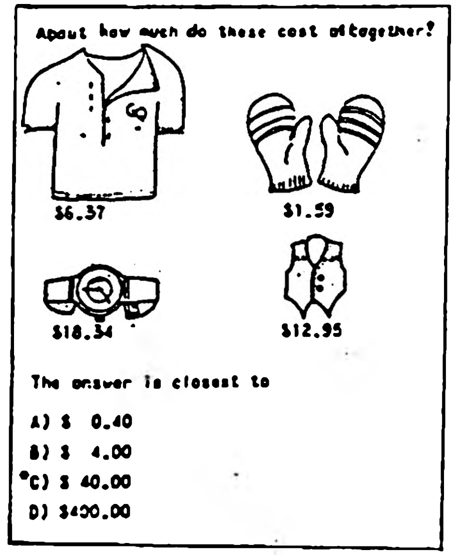
Type	Questions ouvertes				Questions avec un nombre de référence				Questions sur l'ordre de grandeur			
Forme	S (8)		I (8)		S (8)		I (8)		S (8)		I (8)	
Nombres	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D
Opérations	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :	+ - x :

S Questions purement symboliques
I Questions présentées à l'aide d'illustrations
(8) Nombre de questions
N Nombres naturels
D Nombres décimaux

2.3.2 Test utilisé au Brésil

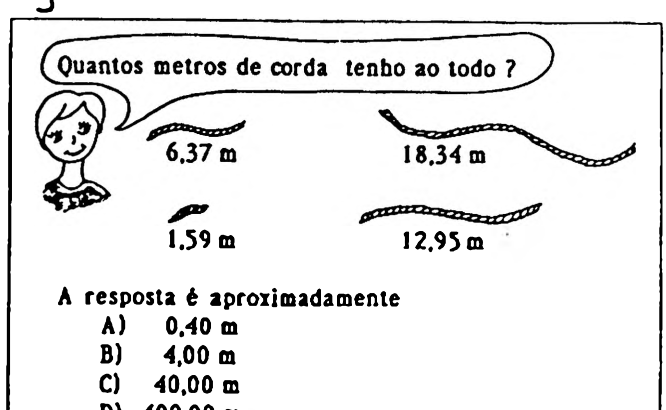
Le test de Rubenstein existant en langue anglaise et ayant été conçu en fonction du contexte des États-Unis, il nous a fallu le traduire en portugais et adapter à la réalité brésilienne les questions présentées à l'aide d'une illustration. Tout en demeurant consciente des difficultés inhérentes à toute adaptation d'un contexte culturel à l'autre, nous avons fait tout notre possible pour adapter le test en respectant l'essentiel du test original. Ainsi, seules les illustrations ont été adaptées, les nombres et les opérations en jeu demeurant exactement les mêmes. Dans le cas de quelques questions, nous avons dû ajouter quelques mots en portugais afin de faciliter la compréhension des illustrations par les élèves.

L'adaptation du test de Rubenstein nous a causé parfois des sérieuses difficultés. Par exemple, pour adapter la question suivante:



il ne suffisait pas de simplement changer les dollars américains en cruzados (monnaie utilisée au Brésil). En effet, en cruzados, les quantités 6,37, 1,59, 18,34 et 12,95 ne correspondaient à rien au Brésil au moment où nous avons décidé d'administrer le test. (Pour fixer les idées, disons qu'un bonbon coûtait 30,00 cruzados.) Par ailleurs, nous ne voulions pas changer les nombres en jeu, ni leur ordre de grandeur, puisque cela aurait pu modifier la difficulté de la question. C'est pourquoi nous avons décidé de formuler une question équivalente dans un contexte de mesure. Après adaptation, la question est devenue:

9



De la même façon, les autres questions faisant intervenir de petites sommes d'argent (en dollars et en cents) ont été reformulées dans un contexte de mesure. Dans le cas des questions impliquant de grandes sommes d'argent, il nous a suffi de changer les objets correspondants, par exemple de remplacer une voiture par un petit radio.

Une fois complétée l'adaptation des 24 questions du test présentées avec des illustrations, nous avons décidé d'en faire une préexpérimentation avec une classe de 5e année et une autre de 8e année dans une école publique du District Fédéral du Brésil. En effet, nous avons jugé important de prendre la peine de vérifier si les questions telles que formulées en portugais étaient compréhensibles pour les élèves et également de vérifier de combien de temps les élèves avaient besoin pour y répondre. Plus spécifiquement, notre préexpérimentation avait pour but de vérifier:

a) si les questions formulées en portugais et les contextes utilisés étaient compréhensibles pour des élèves brésiliens;
b) si le temps de 15 secondes, accordé par Rubenstein pour répondre à chaque question, était adéquat pour des élèves brésiliens et s'il fallait leur accorder le même temps pour chacune des questions.

Cette préexpérimentation nous a permis de constater qu'une question n'était pas bien formulée et devait être corrigée. Par ailleurs, elle nous a montré que le temps de 15 secondes accordé pour répondre à chaque question était adéquat: l'augmenter permettrait à de nombreux élèves de calculer le résultat précis au lieu de faire une estimation, alors que le diminuer provoquerait des frustrations chez plusieurs, qui renonceraient à y répondre. Toutefois, nous avons remarqué que les élèves - ceux de 5e année surtout - avaient besoin de plus de temps pour lire et interpréter quelques-unes des questions présentées à l'aide d'illustrations, tout particulièrement des questions qui faisaient intervenir des opérations de division et auxquelles nous avions dû ajouter quelques mots. Une fois constaté ce fait, nous avons décidé de vérifier avec deux groupes de 3 élèves, l'un de 5e année et l'autre de 8e année, le temps dont ils avaient besoin pour lire et comprendre toutes les questions du test. Chacun des groupes était formé d'un élève fort, un élève moyen et un élève faible du point de vue du rendement scolaire. Ces élèves avaient été choisis par la direction de l'école où nous avons réalisé la préexpérimentation. Nous avons ainsi remarqué que généralement les élèves comprenaient une question après 3 ou 5 secondes. Cependant, pour les divisions (avec des nombres naturels et des décimaux) et les multiplications (avec des décimaux) présentées à l'aide d'illustrations, les élèves prenaient de 8 à 10 secondes pour découvrir quelle était l'opération nécessaire. Ce délai est dû au fait qu'il y avait beaucoup de texte à lire dans ces questions. Nous avons aussi observé que les élèves de 5e année ne lisaient pas à la même vitesse que ceux de 8e année. En nous basant sur ces préexpérimentations, nous avons pris la décision d'augmenter le temps devant être accordé aux élèves pour répondre à certaines questions. (Voir le tableau 4)

Le test que nous avons finalement administré (voir annexe B) était donc constitué des 48 questions du test de Rubenstein adaptées pour le Brésil. Nous avons décidé d'en administrer les trois parties dans l'ordre suivant: questions sur l'ordre de grandeur (Partie I), questions avec un nombre de référence (Partie II), questions ouvertes (Partie III). Notre décision s'appuie sur le fait suivant: les résultats obtenus aux États-Unis ont permis de constater que les questions les mieux réussies par les élèves sont celles sur l'ordre de grandeur, suivies de celles avec un nombre de référence, les questions ouvertes demeurant les plus difficiles. En présentant d'abord les questions les plus faciles, nous avons pensé que cela stimulerait les élèves à répondre à l'ensemble du test.

Nous allons maintenant décrire chaque partie du test et, dans chacune, montrer des exemples de questions formulées de façon purement symbolique et d'autres présentées à l'aide d'illustrations.

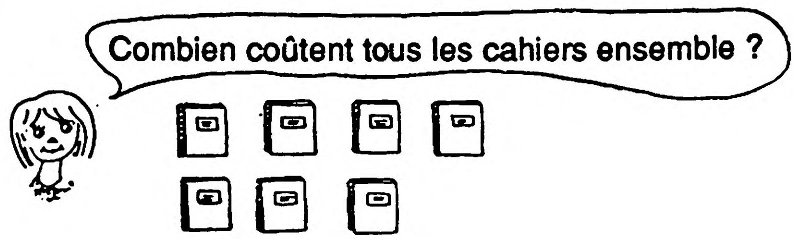
A) Partie I: Questions sur l'ordre de grandeur

Dans chacune de ces questions, l'élève doit choisir, parmi quatre nombres donnés, celui qui constitue la meilleure estimation du résultat d'une opération, les nombres en question ne différant que par un facteur égal à une puissance de 10.

Exemple de question présentée de façon purement symbolique

> 77 + 36 + 58 vaut approximativement
>
> A) 0,17
> B) 1,7
> C) 17
> D) 170

Exemple de question présentée à l'aide d'une illustration.



329 cruzados chacun

La réponse est approximativement

A) 23

B) 230

C) 2300

D) 23000

B) Partie II: Questions avec un nombre de référence

Dans chacune de ces questions, l'élève doit juger si le résultat d'une opération est plus grand ou plus petit qu'un nombre donné.

Exemple de question présentée de façon purement symbolique

83,2 : 26 est

A) Plus grand que 4

B) Plus petit que 4

C) Je ne sais pas

Exemple de question présentée avec l'aide d'une illustration.

26,950 kg   55,650 kg

A) Plus grande que 20 kg
B) Plus petite que 20 kg
C) Je ne sais pas

C) Partie III: Questions ouvertes

Dans chacune de ces questions, l'élève doit estimer le résultat d'une opération donnée, résultat qu'il doit écrire sur une feuille de réponse. La réponse est considérée comme correcte si elle se trouve dans un intervalle préétabli.

Exemple de question présentée de façon purement symbolique

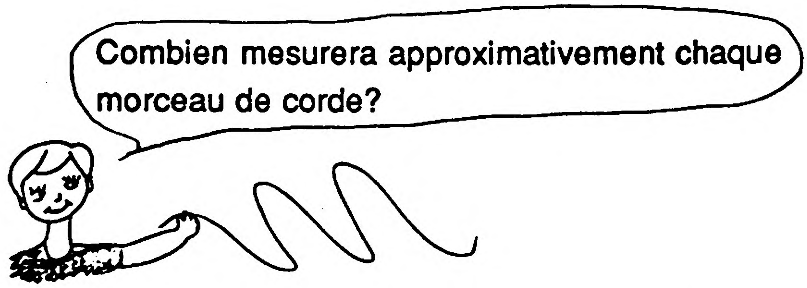
Estimé.

328 x 8

Intervalle acceptable pour la réponse 2 400 - 2 800

Exemple de question présentée avec l'aide d'une illustration

Estime.



5,40 mètres de corde à couper en 24
morceaux approximativement égaux

Intervalle acceptable pour la réponse: [0,20 - 0,25]

2.3.3 Échantillon choisi

Conformément à notre objectif, nous avons décidé d'administrer le test à des classes d'élèves brésiliens de 5^{e} et 8^{e} années. Notre choix s'est porté sur la 5^{e} année parce que, d'après le programme de mathématique du primaire de la région du District Fédéral, les élèves cessent d'étudier l'arithmétique à ce niveau. Comme nous l'avons mentionné dans notre revue de la littérature présentée au chapitre I (voir section 1.8), l'habileté à faire des calculs est une variable influençant l'habileté à faire des estimations de calculs. Nous voulions donc voir quel est le rendement des élèves du point de vue de l'estimation de résultats de calculs lorsqu'ils terminent l'étude de l'arithmétique à l'école. Par ailleurs, le choix de la 8^{e} année se justifie par le fait qu'au Brésil, il s'agit de la dernière année du cours primaire. Étant donné que la plupart des élèves brésiliens finissent leurs études à ce niveau, nous avons cherché à voir l'habileté des élèves à estimer des résultats de calculs lorsqu'ils terminent l'école primaire.

Pour participer à l'expérimentation, nous avons choisi 369 élèves du District Fédéral du Brésil provenant de 3 écoles différentes et distribués de la façon suivante: 197 élèves de 5^{e} année et 172 élèves de 8^{e} année. Le tableau 3 donne l'essentiel sur la répartition des sujets.

TABLEAU 3: Répartition des sujets ayant répondu au test d'estimation de résultats de calculs

École	Année	Groupe	nº de élèves
École privée de Brasília	5e 8e	I et II I et II	53 44
École publique de Sobradinho	5e 8e	I et II I et II	70 66
École publique de Ceilândia	5e 8e	I et II I et II	74 62
Total	5e 8e	6 groupes 6 groupes	197 172
Grand total		12 groupes	369

Les trois écoles choisies, une école privée et deux écoles publiques, sont situées dans trois régions géographiques du District Fédéral du Brésil et elles affichent des caractéristiques différentes:

- École privée de Brasília: milieu favorisé, où la plupart des gens ont un niveau supérieur d'éducation
- École publique de Ceilândia: milieu défavorisé, où la plupart des gens sont analphabètes ou semi-analphabètes
- École publique de Sobradinho: milieu se situant dans une position intermédiaire par rapport aux précédents.

2.3.4 Administration du test

Calendrier

Nous avons décidé d'administrer le test à la fin de novembre et au début de décembre 1988 (période correspondant à la fin de l'année scolaire au Brésil), selon le calendrier suivant:

22-11-1988	2 classes de 8e année	École privée de Brasília
24-11-1988	2 classes de 5e année	École privée de Brasília
28-11-1988	2 classes de 5e année	École publique de Sobradinho
01-12-1988	2 classes de 8e année	École publique de Sobradinho
05-12-1988	2 classes de 8e année	École publique de Ceilândia
05-12-1988	2 classes de 5e année	École publique de Ceilândia

Préparation des élèves

Voici comment nous avons préparé les élèves à la passation du test. Au début, nous leur expliquons que notre but est d'étudier leur habileté à estimer des résultats de calculs. Pour clarifier cet objectif, nous leur précisons que par estimer nous voulons dire calculer le résultat approximatif d'une opération. Nous insistons sur le fait qu'il ne s'agit pas de trouver le résultat exact de cette opération et que l'estimation doit être faite mentalement, c'est-à-dire sans l'aide d'outils (crayon et papier, calculatrice, etc.). Nous disons aussi aux élèves et qu'ils(elles) auront un temps limité pour répondre à chaque question.

Nous demandons aux élèves de collaborer avec nous en répondant aux questions le plus sérieusement possible. Nous leur assurons que leurs résultats au test seront strictement confidentiels, c'est-à-dire que nous ne les montrerons ni aux enseignants ni à la direction de l'école, mais que chaque élève pourra connaître éventuellement ses résultats sur demande.

Afin que les élèves aient une bonne idée du contenu des trois parties du test, nous avons décidé de procéder de la façon suivante avant d'aborder chacune de ces parties. D'abord, nous avons montré un exemple de question au tableau. Puis nous en avons donné la réponse correcte, sans aucune explication. Ensuite, les élèves ont eu l'occasion de répondre sur leur feuille à 3 questions présentées à l'aide du rétroprojecteur. Nous leur avons accordé 15 secondes pour répondre à chacune afin de les habituer à toutes les conditions du test. Toutefois nous n'avons pas corrigé ces trois questions d'essai. Les exemples utilisés pour introduire chaque partie sont inclus dans l'annexe B.

Les élèves ont eu l'occasion de nous poser des questions pendant la période de préparation. En répondant à ces questions, nous avons pris soin de ne pas expliquer comment procéder pour trouver l'estimation d'un résultat de calcul.

Procédure d'administration

L'administration du test s'est faite sans l'aide des enseignants des classes. Elle s'est déroulée en une seule séance, mais en trois étapes, chacune étant séparée de la suivante par un intervalle de 5 à 10 minutes. À chaque étape, les élèves ont répondu aux 16 questions d'une partie du test. Nous avons projeté successivement chaque question sur un écran durant un certain temps, à l'aide d'un rétroprojecteur. La durée exacte de projection de chaque question est donnée dans le tableau 4, lequel est valable pour chacune des trois parties du test.

TABLEAU 4: Durée de projection des questions du test au rétroprojecteur

Questions	Temps de projection en 5e année	Temps de projection en 8e année
1	15 sec	15 sec
2	15 sec	15 sec
3	15 sec	15 sec
4	15 sec	15 sec
5	15 sec	15 sec
6	15 sec	15 sec
7	16 sec	16 sec
8	19 sec	17 sec
9	15 sec	15 sec
10	15 sec	15 sec
11	15 sec	15 sec
12	15 sec	15 sec
13	15 sec	15 sec
14	15 sec	15 sec
15	20 sec	20 sec
16	21 sec	20 sec

Entre la présentation de deux questions successives, il s'est écoulé une période de 5 secondes durant laquelle les élèves devaient inscrire leur réponse sur la feuille de réponse (voir annexe B, p. 18 B)

2.3.5 Analyse des données obtenues

Dans le chapitre 3, nous préciserons la façon avec laquelle nous avons corrigé les réponses au test et les méthodes statistiques que nous avons utilisées pour analyser les données obtenues.

2.4 MÉTHODOLOGIE CHOISIE POUR ATTEINDRE LE DEUXIEME OBJECTIF

Rappelons que notre deuxième objectif est d'identifier et de décrire les stratégies utilisées par des élèves pour estimer des résultats de calculs. Pour atteindre cet objectif, nous avons choisi de réaliser des entrevues individuelles semi-dirigées avec des élèves ayant démontré divers degrés d'habileté à estimer des résultats de calculs.

Nous avons décidé de procéder à des entrevues parce que nous voyons là un bon moyen pour étudier la manière de penser des élèves, à propos de laquelle les réponses au test précédent ne donnent aucune indication. Plus spécifiquement, nous avons choisi de réaliser des entrevues semi-dirigées. En effet, celles-ci permettent à la fois de poser certaines questions fixées d'avance et d'en formuler d'autres en fonction des réponses des élèves, et ainsi de mieux respecter le raisonnement naturel de ces derniers.

2.4.1 Sélection des sujets interviewés

Nous avons pensé qu'il serait intéressant de pouvoir comparer les stratégies utilisées par des élèves manifestant divers degrés d'habileté à estimer des résultats de calculs. C'est pourquoi nous avons décidé d'interviewer seulement des sujets ayant précédemment passé notre test d'estimation et d'inclure dans notre échantillon trois type d'élèves:

- des élèves "forts", c.-à-d. ayant obtenu au moins 75% au test
- des élèves "moyens", c.-à-d. ayant obtenu entre 50% et 75% au test
- des élèves "faibles", c.-à-d. ayant obtenu entre 25% et 50% au test

Afin de pouvoir également comparer les stratégies utilisées par des élèves de différents niveaux scolaires et de diverses écoles, nous avons tenté de sélectionner 18 sujets à interviewer répartis ainsi:

TABLEAU 5: Répartition des sujets interviewés

École	5e année			8e année		
	fort	moyen	faible	fort	moyen	faible
Brasília	x	x	x	x	x	x
Sobradinho	x	x	x	x	x	x
Ceilândia	x	x	x	x	x	x

De façon à mieux différencier les sujets qualifiés de "forts", "moyens" et "faibles", nous avons utilisé les critères suivants pour trouver un élève correspondant à chaque case du tableau précédent:

1) Parmi les élèves "forts" des deux classes en question, choisir le(la) plus "fort(e)" de tous.
2) Parmi les élèves "moyens" des deux classes en question, en choisir un(e) ayant obtenu au test un résultat le plus rapproché possible de 62,5%.
3) Parmi les élèves "faibles" des deux classes en question, en choisir un(e) ayant obtenu au test un résultat le plus rapproché possible de 37,5%.

2.4.2 Questions et situations utilisées

Durant chaque entrevue, nous avons utilisé 16 questions du test administré auparavant: 4 questions sur l'ordre de grandeur (questions 3, 4, 14 et 16) et 12 questions ouvertes (questions 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15). Nous avons décidé de choisir un grand nombre de questions ouvertes, car celles-ci offrent plus d'occasions aux élèves de se servir des stratégies identifiées par Reys et al. (voir section 1.7). Nous avons également présenté à chaque sujet interviewé 5 situations avec du matériel concret. Ces situations se trouvent décrites dans l'annexe C.

2.4.3 Déroulement des entrevues

Chaque entrevue a duré à peu près 45 minutes et a été enregistrée sur bande magnétique. Durant l'entrevue, nous avons pris note de certaines conduites non verbales du sujet: manipulation d'objets, "écriture avec un doigt", etc.

Pour la réalisation de chacune, nous avons suivi les trois étapes suivantes.

1º Introduction

Nous expliquons d'abord au sujet que le but pédagogique de l'entrevue est de savoir quelles stratégies il(elle) a utilisées durant le test pour estimer les résultats de certains calculs et de détecter quelques difficultés qu'il(elle) a rencontrées en faisant des estimations. Nous lui demandons son accord pour enregistrer l'entrevue, en insistant sur le fait que cet enregistrement sera strictement confidentiel et qu'aucun usage autre que pédagogique ne sera fait des informations qu'il contient. Nous visons ainsi à créer un climat de sécurité et de confiance.

2º Retour sur certaines questions du test

Nous présentons au sujet une première question, extraite du test administré auparavant. En lui montrant sa feuille de réponse, nous lui rappelons la réponse qu'il(elle) a donnée à cette question. Puis nous lui demandons de nous expliquer comment il(elle) a obtenu cette réponse, en lui posant des questions telles que: "comment as-tu répondu à cette question?", "peux-tu m'expliquer comment tu as trouvé ce nombre?" "pourquoi as-tu choisi telle réponse?". Lorsque le sujet a de la difficulté à expliquer sa stratégie, nous lui posons des questions comme: "où as-tu commencé à faire le calcul?", "quel chiffre as-tu trouvé d'abord?". Si nous ne comprenons pas le raisonnement du sujet, nous lui demandons de nous expliquer de nouveau son raisonnement. Dans le cas où le sujet ne s'en souvient pas, nous lui demandons de répondre encore une fois à la même question – en l'encourageant à répondre rapidement, tout en prenant soin de ne pas lui causer trop de stress – et ensuite de nous dire de quelle façon il(elle) a fait l'estimation demandée. Nous enregistrons le temps dont l'élève a besoin pour refaire l'estimation.

Ensuite, nous faisons de même successivement avec chacune des 15 autres questions du test prévues pour les entrevues.

3º) Questions à propos de situations avec du matériel concret

Nous montrons au sujet des objets "à acheter", chacun avec un prix marqué. Puis nous lui demandons de nous dire combien il en coûterait approximativement pour acheter telle ou telle quantité (donnée) de tel(s) et tel(s) objets...

Après avoir posé des questions de ce genre dans trois situations différentes de magasinage, nous proposons ensuite à l'élève deux autres situations:

1) Trois ensembles de fruits sont donnés, le poids de chaque ensemble étant indiqué; il s'agit d'estimer le poids total de tous ces fruits.
2) On monstre un ruban dont la longueur est indiquée; il s'agit d'estimer la longueur de chaque morceau que l'on obtiendrait en découpant le ruban en 12 parties approximativement égales.

Cette étape se déroule comme la précédente: chaque fois le sujet commence par faire une estimation, après quoi nous lui demandons de nous expliquer son procédé pour arriver à sa réponse.

2.4.4 Méthode d'analyse des entrevues

Dans le chapitre 4, nous expliquerons comment nous avons procédé pour analyser les entrevues réalisées. Dans ces analyses nous avons cherché à tenir compte aussi bien des protocoles obtenus après transcription des enregistrements que des observations que nous avons faites pendant et après chaque entrevue relativement aux conduites non verbales des sujets.

CHAPITRE III

ANALYSE DES RÉSULTATS DU TEST

3.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats du test des élèves au test d'estimation que nous avons administré en vue d'atteindre le premier objectif de notre recherche. Comme nous l'avons signalé dans le chapitre II, le test a été administré à 369 élèves répartis dans 12 classes du District Fédéral du Brésil, soit 6 classes d'élèves de 5^e année et 6 classes d'élèves de 8^e année. Ces classes étaient distribuées également entre 3 écoles, dont l'une privée et les deux autres publiques.

3.2 CODAGE DES SUJETS

En considérant la quantité énorme de données à traiter, nous avons décidé de nous servir de l'ordinateur pour analyser les données recueillies. Pour ce faire, nous avons attribué à chacun des 369 sujets un code numérique composé de cinq nombres représentant dans l'ordre: le niveau scolaire, l'école, la classe, le sexe, et le rang (dans sa classe) de l'élève.

I^{er} nombre:	5: élève de 5^e année 8: élève de 8^e année
2^e nombre:	1: élève de l'école privée de Brasília 2: élève de l'école publique de Sobradinho 3: élève de l'école publique de Ceilândia
3^e nombre:	1: élève de la première classe du niveau scolaire et de l'école en question 2: élève de la deuxième classe du niveau scolaire et de l'école en question
4^e nombre:	0: garçon 1: fille

5^{e} nombre: 1, 2, 3, 4, etc.: rang de l'élève dans sa classe (ce rang a été attribué selon l'ordre de réception des copies du test une fois complétées)

Ainsi le code 8-2-1-0-15 représente un élève de sexe masculin de la première classe de 8^{e} année de l'école publique de Sobradinho.

3.3 CORRECTION DU TEST ET SAISIE DES DONNÉES

Nous avons fait la correction du test et la saisie des données en trois étapes.

Dans une première étape, nous avons procédé à une correction manuelle des questions de la partie III en attribuant à chacune une note: "V" lorsque l'élève a donné une estimation dans l'intervalle acceptable de la réponse, "F" lorsque l'élève a donné une réponse hors de cet intervalle et "N" lorsque l'élève n'a donné aucune réponse.

Dans la deuxième étape, pour chacun des 369 élèves, nous avons entré dans l'ordinateur leur code et leur réponse à chacune des 32 questions des parties I et II, ainsi que leur note (V ou F ou N) pour chacune des questions de la partie III.

Dans la troisième étape, nous avons fourni à l'ordinateur la grille de correction, de façon à ce que chaque élève se voie attribuer une note 0 ou 1 pour chacune des 48 questions. Ainsi nous avons finalement obtenu une matrice de 369 rangées sur 53 colonnes, les 5 premières colonnes contenant les codes des élèves et les 48 suivantes les notes leur ayant été attribuées.

Une fois terminée la correction de tout le test à l'aide du logiciel EXCEL, nous avons fait calculer séparément, pour les 5^{e} et 8^{e} années, le pourcentage de réussite pour chacune des 48 questions.

3.4 COMPILATION DES RÉSULTATS DES ÉLEVES AU TEST

En nous servant de la matrice précédente,nous avons fait calculer le score de chaque élève, pour l'ensemble du test, pour chacune des trois parties, ainsi que pour divers groupes d'items définis d'après la nature des nombres, le mode de présentation, la nature des opérations, etc.

Ensuite nous avons fait calculer la moyenne et l'écart-type par classe, par niveau et par sexe.

Finalement nous avons recouru au logiciel SYSTAT pour faire l'analyse des items du test, pour construire quelques graphiques et pour vérifier si certaines différences observées étaient significatives ou non.

Nous allons maintenant présenter les pourcentages de réussite à chacune des questions du test, en 5^e et en 8^e année.

3.5 RÉSULTATS OBTENUS POUR CHAQUE QUESTION

Rappelons que le test administré aux élèves était constitué de 3 parties:
- Partie I : 16 questions sur l'ordre de grandeur (OGQ1 à OGQ16)
- Partie II : 16 questions avec un nombre de référence (RNQ1 à RNQ16)
- Partie III: 16 questions ouvertes (ABQ1 à ABQ16)

Dans chacune de ces parties, il y avait 8 questions présentées seulement avec des symboles et 8 autres présentées à l'aide d'illustrations Dans chaque groupe de 8 questions, il y avait 4 impliquant des nombres naturels et 4 faisant intervenir des nombres décimaux. Les quatre opérations de base étaient distribuées également, dans les trois parties, c'est-à-dire que dans chacune on retrouvait 4 additions, 4 soustractions, 4 multiplications et 4 divisions.

Le tableau 6 présente les pourcentages de réussite des élèves des 5^e et 8^e années à chacune des questions.

TABLEAU 6: Pourcentage de réussite à chacune des questions du test, par niveau scolaire

Parties du test	Question numéro	Caractéristiques de la question	Pourcentage de réussite en 5e année	Pourcentage de réussite en 8e année
PARTIE I	OGQ1	+ N I	51.78	69.19
	OGQ2	- N S	55.33	68.60
	OGQ3	x N S	80.71	84.88
	OGQ4	+ N S	85.79	94.19
	OGQ5	÷ N S	56.85	80.81
	OGQ6	- N I	55.33	75.00
	OGQ7	x N I	54.31	69.77
	OGQ8	÷ N I	62.44	82.56
	OGQ9	+ D I	56.85	77.91
	OGQ10	- D S	6.60	19.77
	OGQ11	x D S	49.24	70.93
	OGQ12	+ D S	6.60	45.93
	OGQ13	÷ D S	21.83	48.26
	OGQ14	- D I	53.30	76.74
	OGQ15	x D I	48.73	66.86
	OGQ16	÷ D I	15.74	35.47

Légende:

+ Addition
- Soustraction
x Multiplication
÷ Division
N Nombres naturels
D Nombres décimaux
S Question purement symbolique
I Question présentée à l'aide d'illustrations

	NRQ1	+	N	I	44,16	56,40
	NRQ2	-	N	S	69,04	81,98
	NRQ3	x	N	S	56,85	78,49
	NRQ4	+	N	S	74,11	86,63
	NRQ5	÷	N	S	45,69	50,58
	NRQ6	-	N	I	53,30	60,47
PARTIE	NRQ7	x	N	I	56,35	82,56
	NRQ8	÷	N	I	43,65	37,21
II	NRQ9	+	D	I	73,60	76,16
	NRQ10	-	D	S	36,55	76,74
	NRQ11	x	D	S	68,02	61,63
	NRQ12	+	D	S	75,13	68,60
	NRQ13	÷	D	S	28,43	55,81
	NRQ14	-	D	I	64,47	60,47
	NRQ15	x	D	I	30,46	46,51
	NRQ16	÷	D	I	48,73	52,91
	ABQ1	+	N	I	32,99	66,28
	ABQ2	-	N	S	20,30	41,28
	ABQ3	x	N	S	27.41	48.84
	ABQ4	+	N	S	12.69	31.40
	ABQ5	÷	N	S	12.69	23.26
	ABQ6	-	N	I	22.34	42.44
PARTIE	ABQ7	x	N	I	26.40	47.67
	ABQ8	÷	N	I	25.89	41.28
III	ABQ9	+	D	I	13.20	36.63
	ABQ10	-	D	S	10.66	29.07
	ABQ11	x	D	S	2.03	5.81
	ABQ12	+	D	S	8.12	33.72
	ABQ13	÷	D	S	2.54	15.12
	ABQ14	-	D	I	23.35	37.21
	ABQ15	x	D	I	0.51	7.56
	ABQ16	÷	D	I	2.54	9.30

3.6 NÉCESSITÉ D'IGNORER LES RÉSULTATS DE LA PARTIE II DU TEST

En examinant de près les résultats obtenus au test, on remarque que les élèves de 8e année ont un meilleur rendement que ceux de 5e année pratiquement pour toutes les questions, sauf pour les questions RNQ8, RNQ11 et RNQ12 de la partie II qui ont été mieux réussies par les élèves de 5e année.

Cette constatation nous a amenée à faire une analyse des items du test selon le modèle "split-half", le test étant divisé en deux selon les items de rang pair et ceux de rang impair. L'analyse nous a fourni une valeur de α, mesurant la fiabilité du test, de 0,87 (voir l'annexe D, p. D2). En observant la corrélation item-total corrigée ("r") et les valeurs de α correspondantes, nous avons remarqué qu'il y avait 5 questions (RNQ5, RNQ8, RNQ11, RNQ12 et RNQ16) avec une corrélation si faible que, si on les excluait du test, la valeur de α augmenterait. En particulier, les trois questions dont nous avons parlé précédemment avaient une corrélation très faible. De plus, il nous a semblé que les corrélations item-total corrigées les plus faibles étaient celles des items de la partie II. Nous avons donc pensé qu'il serait opportun de vérifier la consistance interne pour les trois parties du test. En procédant séparément pour chacune d'elles (voir l'annexe D, p. D4 à D6), nous avons obtenu les valeurs $\alpha = 0{,}76$ pour la partie I, $\alpha = 0.52$ pour la partie II et $\alpha = 0.81$ pour la partie III. Nous croyons que la faible valeur de α obtenue pour la partie II s'explique ainsi: face à chaque question avec trois choix de réponses, un grand nombre d'élèves ont choisi au hasard une des deux premières réponses. En effet, la dernière option "je ne sais pas" n'a été choisie que par quelques-uns. On peut supposer que beaucoup d'élèves n'ont pas su juger si la réponse exacte était plus grande ou plus petite que l'estimation donnée à cause de leur faiblesse dans l'estimation de résultats de calculs. Les faibles pourcentages de réussite à la plupart des questions le confirment.

Vu la faible consistance interne de toute la partie II, nous avons décidé d'éliminer cette partie au complet et de faire l'analyse des résultats obtenus pour les parties I et III seulement. Ainsi, nous avons pu maintenir la structure initiale du test (nombre égal de questions pour chaque question, nombre égal de questions impliquant des nombres naturels et des nombres décimaux, jumelage de questions présentées purement avec des symboles et à l'aide d'illustrations,...).

En faisant l'analyse des items des parties I et III selon le modèle "split-half", nous avons constaté que le coefficient de fiabilité pour les parties I et III ensemble demeurait 0,87 (voir l'annexe D, p. D7). Nous avons eu ainsi une indication que notre décision d'éliminer la partie II du test pour l'analyse était justifiée.

Dans la suite de ce chapitre, nous n'allons donc présenter que les résultats du "test réduit", composé de la partie I (questions sur l'ordre de grandeur) et de la partie III (questions ouvertes).

3.7 RÉSULTATS OBTENUS POUR L'ENSEMBLE DU TEST RÉDUIT

3.7.1 Résultats par niveau scolaire

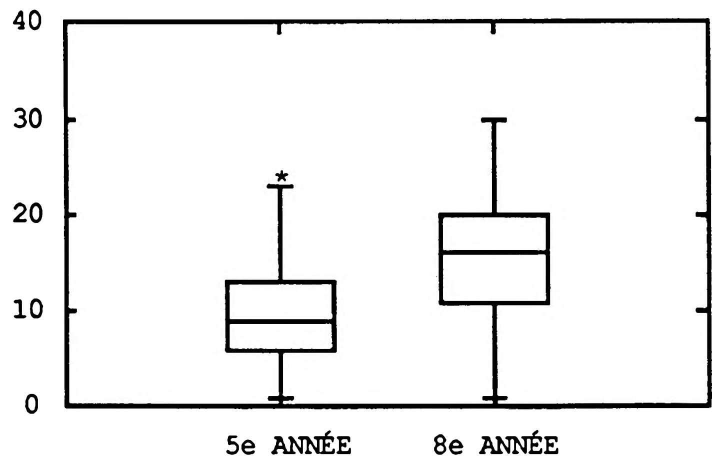
Le tableau 7 donne les moyennes et les écarts-types, trouvés en 5^{e} et 8^{e} années pour l'ensemble du test réduit.

TABLEAU 7: Moyennes et écarts-types par niveau scolaire au test réduit

Résultats	5^{e} année (N = 197)	8^{e} année (N = 172)
moyenne (sur 32)	10.05	15.84
écart-type	4.53	6.15

Ces résultats montrent que, de façon générale, les élèves des deux groupes ont beaucoup de difficulté à estimer le résultat d'une opération: ceux de 5^{e} année ont répondu correctement à moins d'un tiers des questions, tandis que ceux de 8^{e} année ont bien répondu à peu près à la moitié des questions.

Le graphique suivant permet de mieux visualiser le rendement des élèves (représenté en ordonnée) pour l'ensemble du test réduit. Les diagrammes en boîte montrent le rendement des élèves de 5^{e} et 8^{e} année. Chacun de ces diagrammes fournit la médiane, le premier quartile et le troisième quartile; l'astérisque représente une valeur aberrante.



GRAPHIQUE 1: RENDEMENT DES ÉLEVES PAR NIVEAU SCOLAIRE

La lecture du graphique précédent permet de constater que la médiane obtenue en 5^{e} année correspond à 9, tandis qu'en 8^{e} année elle correspond à 16. Les premier et troisième quartile en 5^{e} année sont respectivement 6 et 13, tandis que ceux de 8^{e} année sont 11 et 20.

En observant à la fois le tableau 6 et le graphique 1, on peut remarquer qu'il y a une différence assez grande entre le rendement des élèves de 5^{e} et ceux de 8^{e} année. Nous avons voulu vérifier, au moyen d'une analyse statistique, si la différence entre les moyennes était significative. Un spécialiste que nous avons consulté nous a suggéré de procéder par analyse de la variance. Cette analyse demande entre autres que les variances soient assez homogènes. Compte tenu que les variances que nous avons obtenues n'étaient pas homogènes, notre consultant nous a conseillé de nous organiser pour avoir le même nombre de sujets dans chaque groupe, de façon à minimiser les effets du manque d'homogénéité. En effet, selon Kirk (1982, p. 78): "When sample n_j are equal, there is little reason to test the homogeneity of variance assumption prior to performing an analysis of variance".

Nous avons donc finalement fait un test "t" avec 172 élèves (nombre de sujets de 8^{e} année) dans chaque groupe. Pour éliminer 25 élèves de 5^{e} année, nous nous sommes basée sur la matrice initiale où les élèves étaient disposés par niveau, par école, par classe et par rang dans la classe. Compte tenu que les élèves avaient tous fini le test en même temps, nous avons supposé que les élèves de 5^{e} année étaient énumérés au hasard dans cette liste et nous avons décidé d'y éliminer des élèves de sept en sept (puisque 197 : (197 - 172) vaut un peu plus de 7) jusqu'à un total de 25 élèves. Ainsi quelques élèves ont été éliminés dans chaque classe. Comme résultat du test, nous avons trouvé une valeur de t = 9,946 (voir l'annexe F, p. F2) plus grande que la valeur t =2,576 fournie dans les tables, ce qui indique qu'il y a une différence significative au niveau $\alpha = 0.01$ entre les moyennes obtenues en 5e et en 8e année.

À notre avis, trois raisons permettent d'expliquer cette différence significative entre le rendement des élèves des deux niveaux. D'abord, la plupart des gens apprennent à faire des estimations dans des situations de la vie de tous les jours (voir section 1.6), de sorte qu'il est raisonnable de supposer que les élèves de 8e année ont eu plus d'occasions d'en faire et devraient à priori être meilleurs que ceux de 5e année. Ensuite, beaucoup d'élèves de 5e année n'ont pas encore atteint le stade des opérations formelles et il se peut bien qu'à cause de cela, ils éprouvent des difficultés à appliquer les procédés fondamentaux identifiés par Reys et al. (voir section 1.7). Enfin les élèves de 5e année ont peut-être tendance à utiliser les algorithmes traditionnels de calcul sur lesquels l'accent est mis dans l'enseignement, plutôt qu'a chercher à faire des estimations. Étant donné que la 5e année est la dernière année où l'on enseigne les calcul avec les quatre opérations de base, nous pensons que cette tendance est moins prononcée en 8e année.

Compte tenu de la grande différence de rendement observée entre les élèves de 5e et ceux de 8e année, nous allons toujours par la suite présenter séparément les résultats des élèves pour chaque niveau.

3.7.2 Résultats par école

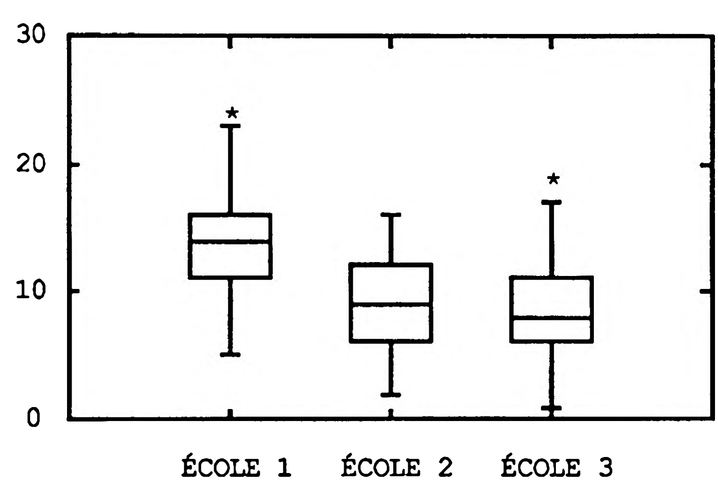
Le tableau 8 (où $\bar{X}$ représente la moyenne et S et l'écart-type) permet de constater certaines différences entre les écoles du point de vue du rendement des élèves.

TABLEAU 8: Moyennes et écarts-types par école au test réduit

Niveau	École 1	École 2	École 3
5^e année	(N = 53) $\bar{X}$ = 13.58 S = 4.72	(N = 70) $\bar{X}$ = 8.91 S = 3.47	(N = 74) $\bar{X}$ = 8.60 S = 3.91
8^e année	(N = 44) $\bar{X}$ = 20.71 S = 5.76	(N = 66) $\bar{X}$ = 15.71 S = 4.98	(N = 62) $\bar{X}$ =12.52 S = 5.28

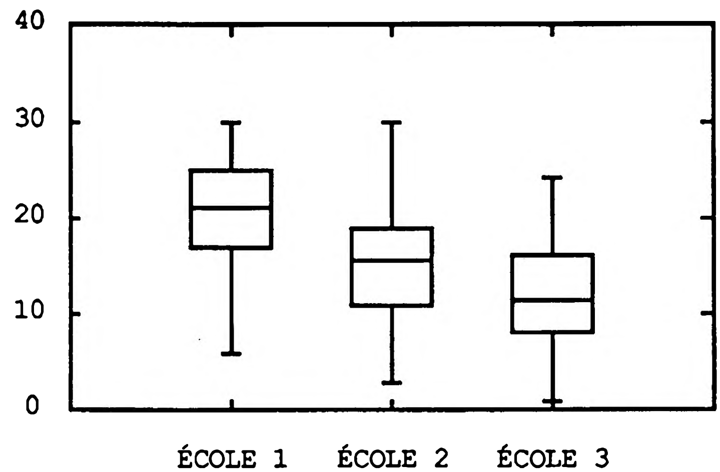
Notons que les élèves de l'école 1 (privée) ont eu un rendement plus élevé que ceux des écoles 2 et 3 (publiques). Entre ces deux dernières écoles, on observe une petite différence au niveau de la 5^e année et une différence plus accentuée au niveau de la 8^e année.

Les graphiques suivants permettent de mieux visualiser ces différences entre les trois écoles. Ainsi le graphique 2 fait voir la situation au niveau de la 5^e année: dans le cas de l'école privée 1, la médiane est 14, le premier quartile 11 et le troisième quartile 16, tandis ces valeurs sont respectivement 9, 6 et 12 dans le cas de l'école 2, et 8, 6 et 11 dans le cas de l'école 3.



GRAPHIQUE 2: RENDEMENT PAR ÉCOLE DES ÉLÈVES DE 5e ANNÉE

Le graphique 3 fait voir des différences semblables au niveau de la 8^e année: la médiane, le premier quartile et le troisième quartile sont respectivement égaux à 21, 17 et 25 pour l'école privée, 15,5, 11 et 19 pour l'école 2, et 11,5, 8 et 16 pour l'école 3.



GRAPHIQUE 3: RENDEMENT PAR ÉCOLE DES ÉLÈVES DE 8e ANNÉE

Nous avons voulu vérifier, au moyen d'une l'analyse de la variance, si les différences entre les moyennes des élèves des trois écoles étaient significatives. Étant donné que ce genre d'analyse requiert un nombre égal de sujets dans chaque groupe, nous avons réduit à 53 et 44 élèves respectivement les groupes de 5^e et 8^e année des écoles 2 et 3. Pour éliminer au hasard les élèves en trop, nous avons utilisé une procédure analogue à celle expliquée précédemment. Les résultats de cette analyse (voir l'annexe F, p. F3 à F6) nous ont permis de constater qu'il y a une différence significative au niveau de $\alpha = 0{,}01$ d'une part entre les moyennes des écoles 1 et 2 ainsi qu'entre les moyennes des écoles 1 et 3. En effet, pour ces écoles, la différence entre les deux moyennes est plus grande que l'écart critique (2,308 au niveau de 5^e année et 3,416 au niveau de 8^e année).

Étant donné que les élèves des trois écoles en question suivent à peu près le même programme de mathématique et qu'ils étudient tous avec des manuels scolaires ne contenant aucune initiation à l'estimation de résultats de calculs, on peut se demander d'où vient la différence significative de rendement entre de l'école privée et les écoles publiques.

Le niveau socio-économique des élèves ne devrait pas être la seule variable pouvant expliquer le meilleur rendement des élèves provenant de l'école privée. Autrement, nous aurions dû trouver une différence plus élevée entre le rendement des élèves des deux écoles publiques, où il existe une variation assez grande dans le niveau socio-économique des élèves.

À notre avis, il y a au moins trois facteurs qui permettent aux élèves de l'école privée d'avoir de meilleures conditions d'apprentissage en général. D'abord le nombre d'élèves est plus petit dans l'école privée. Ensuite, les parents des élèves de l'école privée, obligés de payer des taxes très élevées, exigent que l'école offre à leurs enfants un bon enseignement. Enfin, les professeurs des écoles publiques, afin d'obtenir l'ajustement de leur salaire au coût de l'inflation, ont souvent recours à des grèves, interrompant ainsi la continuité des cours dans ces écoles. On peut donc supposer a priori que les élèves de l'école 1 développent de meilleures habiletés arithmétiques que ceux des deux autres écoles. Comme nous l'avons vu (section 1.8), en effet, les habiletés arithmétiques influencent de façon positive l'habileté à faire des estimations de résultats de calculs.

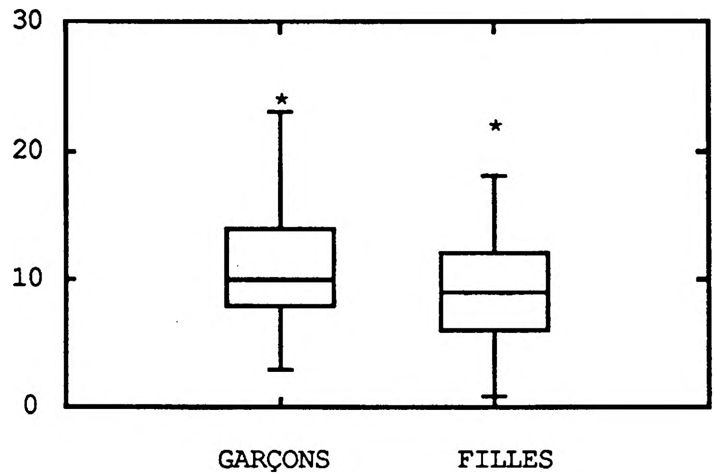
3.7.3 Résultats par sexe

Le tableau 9 (où $\overline{X}$ représente la moyenne et S l'écart-type) montre le rendement des élèves par sexe au test réduit.

TABLEAU 9: Moyennes et écarts-types par sexe au test réduit

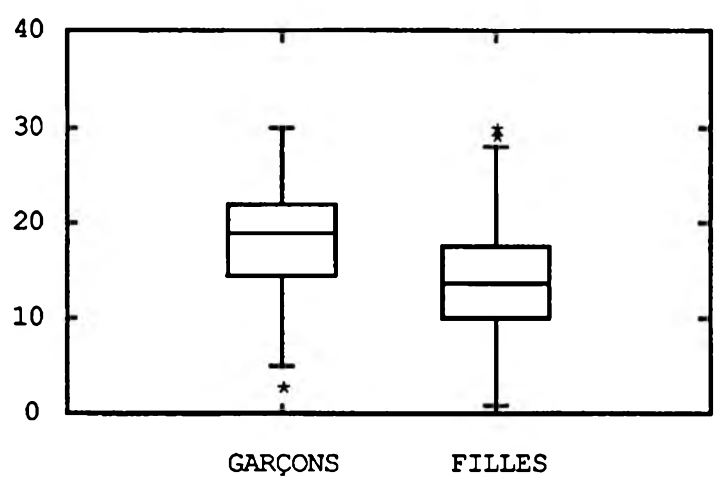
Niveau	Garçons	Filles
5e année	(N = 82) $\overline{X} = 11.20$ S = 4.57	(N = 115) $\overline{X} = 9.24$ S = 4.33
8e année	(N = 72) $\overline{X} = 18.42$ S = 5.53	(N = 100) $\overline{X} = 13.98$ S = 5.92

Les graphiques suivants permettent une meilleure visualisation des différences entre le rendement des garçons et celui des filles. Ainsi à la lecture du graphique 4, on constate une petite différence entre le rendement des élèves des deux sexes au niveau de la 5e année: la médiane, le premier quartile et le troisième quartile sont respectivement égaux à 10, 8 et 14 pour les garçons et à 9, 6 et 12 pour les filles.



GRAPHIQUE 4: RENDEMENT PAR SEXE DES ÉLÈVES DE 5e ANNÉE

Le graphique 5 met en évidence une différence plus grande au niveau de la 8e année. Ici la médiane, le premier quartile et le troisième quartile valent respectivement 19, 14,5 et 22 pour les garçons, tandis que pour les filles ces valeurs sont respectivement 13,5, 10 et 17,5.



GRAPHIQUE 5: RENDEMENT PAR SEXE DES ÉLÈVES DE 8e ANNÉE

Nous avons voulu vérifier au moyen d'un test statistique si ces différences étaient significatives. Ainsi nous avons trouvé au niveau de 5e année une valeur $t = 3{,}061$ et au niveau de la 8e année une valeur $t = 4{,}986$ (voir l'annexe F, p. F7), les deux sont plus grandes que la valeur $t = 2{,}576$ fournie dans les tables. On constate donc qu'à chacun des niveaux, il y a une différence significative au niveau $\alpha = 0.01$ entre la moyenne obtenue par les garçons et celle des filles.

Certains chercheurs aux États Unis (Reys et al. 1980 et Rubenstein 1983) ont également constaté que les garçons sont meilleurs que les filles dans les estimations de résultats de calculs. Nous ne connaissons pas d'études faites au Brésil qui puissent expliquer la différence que nous avons observée entre les garçons et les filles, et pourquoi cette différence croît avec le niveau scolaire. Nous croyons que plusieurs autres recherches seront nécessaires pour arriver à expliquer l'origine de cette différence de même que pour proposer des suggestions pour la diminuer.

3.8 RÉSULTATS OBTENUS POUR CERTAINS SOUS-TESTS

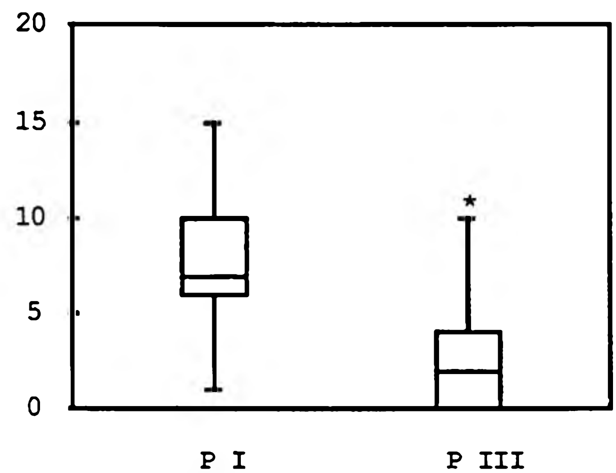
3.8.1 Résultats selon les deux parties du test réduit

En comparant le rendement des élèves dans les deux parties du test, nous avons constaté que les élèves des deux niveaux sont beaucoup plus faibles dans la partie III (questions ouvertes) que dans la partie I (questions sur l'ordre de grandeur), comme le montre le tableau 10.

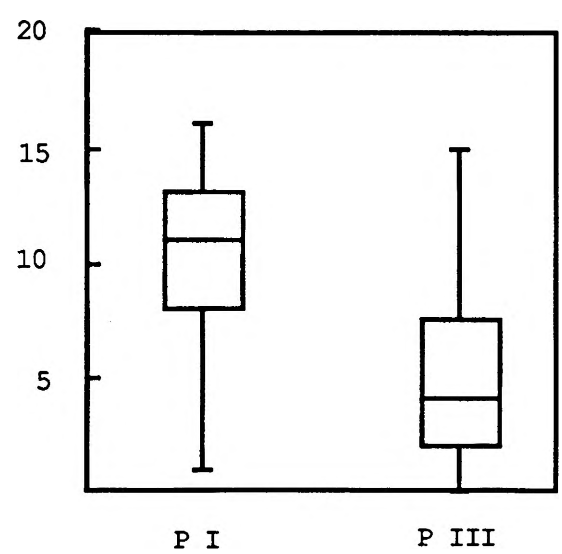
TABLEAU 10: Moyennes et écarts-types pour les parties I et III du test réduit

Niveau	Partie I (16 questions)	Partie III (16 questions)
5e année (N = 197)	$X = 7.61$ $S = 2.72$	$X = 2.44$ $S = 2.44$
8e année (N = 172)	$X = 10.67$ $S = 3.23$	$X = 5.17$ $S = 3.48$

Les graphiques suivants rendent encore plus évidentes ces différences, aussi bien au niveau de la 5e année que de la 8e année. Dans le graphique 6, on constate en effet que la médiane, le premier quartile et le troisième quartile sont égaux respectivement à 7, 6 et 10 pour la partie I du test, et à 2, 0 et 4 pour la partie III. Cela signifie qu'au moins 25% des élèves n'ont répondu correctement à aucune question de la partie III.



GRAPHIQUE 6: RENDEMENT DES ÉLÈVES DE 5e ANNÉE POUR LES PARTIES I ET III DU TEST



GRAPHIQUE 7: RENDEMENT DES ÉLÈVES DE 8e ANNÉE POUR LES PARTIES I ET III DU TEST

Dans le graphique 7, on constate que pour la partie I du test, la médiane, le premier quartile et le troisième quartile sont égaux respectivement à 11, 8 et 13, alors que pour la partie III ces valeurs valent respectivement 4, 2 et 7,5.

En 5e et 8e année, la différence entre le rendement des élèves dans les parties I et III est si grande qu'il nous a paru inutile de faire une analyse statistique pour montrer qu'elle était significative.

À notre avis, la différence très grande entre le rendement des élèves dans les parties I et III du test peut s'expliquer par le fait qu'il est plus facile de porter un jugement sur une estimation que de la produire.

3.8.1.1 Résultats pour chaque école

Nous avons vérifié que la conclusion précédente était valable pour chacune des écoles prise séparément.

3.8.2 Résultats selon la nature des nombres

Le tableau 11 montre le rendement des élèves selon la nature des nombres qui interviennent dans les calculs dont il s'agit d'estimer le résultat.

TABLEAU 11: Moyennes et écarts-types selon la nature des nombres

Niveau	Nombres naturels (16 questions)	Nombres décimaux (16 questions)
5e année (197 sujets)	X = 6.83 S = 3.02	X = 3.22 S = 1.95
8e année (172 sujets)	X = 9.67 S = 3.32	X = 6.16 S = 3.26

Comme on le voit, le rendement est beaucoup plus élevé lorsqu'il s'agit d'opérer sur des nombres naturels. Nous voyons deux explications à cela.

D'abord, l'apprentissage des nombres décimaux est a priori beaucoup plus complexe que celui des nombres naturels. D'ailleurs, le fait que l'enseignement et les manuels scolaires présentent les décimaux de façon plutôt formelle, en faisant très peu référence à des expériences de la vie quotidienne, n'en facilite pas du tout la compréhension par les élèves.

Ensuite, mentionnons le fait qu'au moment où nous avons administré le test, le système monétaire du Brésil ne fournissait pas d'occasions d'opérer avec des nombres décimaux. En effet, à cause de l'inflation élevée dans l'économie du Brésil, la fraction centésimale du cruzado (monnaie courante du Brésil) n'avait aucune valeur. Pratiquement, l'utilisation des décimaux dans la vie quotidienne s'y trouve ainsi limitée à l'emploi des mesures.

La différence de rendement observée ici selon qu'il est question de nombres naturels ou de nombres décimaux sera étudiée plus en détails dans le section 3.8.3.

3.8.2.1 <u>Résultats pour chaque école</u>

Nous avons vérifié que la conclusion précédente s'appliquait aussi à chacune des trois écoles.

3.8.3 Résultats selon la nature des opérations

Dans cette section, nous allons étudier le rendement des élèves pour chacune des quatre opérations de base successivement.

3.8.3.1 <u>Addition</u>

Voici les pourcentages d'élèves qui ont estimé correctement le résultat de chacune des additions:

TABLEAU 12: Pourcentage d'élèves ayant réussi chaque addition

Partie	Question numéro	Caractéristiques de la question	Pourcentage d'élèves en 5e année	Pourcentage d'élèves en 8e année
I	OGQ1	N I	51.78	69.19
	OGQ4	N S	85.79	94.19
	OGQ9	D I	56.85	77.91
	OGQ12	D S	6.60	45.93
III	ABQ1	N I	32.99	66.28
	ABQ4	N S	12.69	31.40
	ABQ9	D I	13.20	36.63
	ABQ12	D S	8.12	33.72

N question portant sur des nombres naturels
D question portant sur des nombres décimaux
I question présentée à l'aide d'une illustration
S question présentée purement avec des symboles

Questions où le rendement des élèves est relativement fort

En observant le tableau 12, on remarque que deux questions présentent un rendement plus fort que les autres. Relativement à la question OGQ4, nous considérons que les choix de réponse donnés la rendent plus facile, étant donné que toutes les options sauf celle qui est correcte sont plus petites que n'importe quel terme de l'addition. En ce qui concerne la question ABQ1, l'intervalle des réponses acceptables est assez grand et cela a dû favoriser un meilleur rendement des élèves pour cette question.

Questions où le rendement des élèves est relativement faible

On peut remarquer également que la question OGQ12 a causé beaucoup de difficulté aux élèves des deux niveaux scolaires et ce en dépit de son apparente facilité. En effet, 65.48%, des élèves de 5e année et 25.58% des élèves de 8e année (voir l'annexe E) ont choisi la réponse d), c'est-à-dire la réponse avec 4 chiffres, soit celle qui est correcte. Nous soupçonnons donc que beaucoup d'élèves ont répondu à cette question en se basant sur la quantité de chiffres et non pas sur la valeur réelle des nombres en jeu.

3.8.3.2 Soustraction

Voici les pourcentages d'élèves qui ont estimé correctement le résultat de chacune des soustractions.

TABLEAU 13: Pourcentage d'élèves ayant réussi chaque soustraction

Partie	Question numéro	Caractéristi-ques de la question	Pourcentage d'élèves en 5e année	Pourcentage d'élèves en 8e année
I	OGQ2	N S	55.33	68.60
	OGQ6	N I	55.33	75.00
	OGQ10	D S	6.60	19.77
	OGQ14	D I	53.30	76.74
III	ABQ2	N S	20.30	41.28
	ABQ6	N I	22.34	42.44
	ABQ10	D S	10.66	29.07
	ABQ14	D I	23.35	37.21

Questions où le rendement des élèves est relativement fort

Le rendement des élèves dans la question ABQ14 est relativement fort, compte tenu qu'il s'agit de nombres décimaux. Nous croyons que l'illustration avec le contexte de mesure de poids a incité les élèves à considérer seulement les nombres entiers et à donner une estimation raisonnable à cette question. Nous y reviendrons plus en détails dans la section 3.8.4.

Questions où le rendement des élèves est relativement faible

La question qui présente un rendement relativement faible est la OGQ10. Nous avons comparé les pourcentages des élèves ayant fait les autres choix de réponse pour cette question. Il est raisonnable d'affirmer que le rendement faible des élèves est, comme dans le cas de la question OGQ12, dû au fait que beaucoup d'élèves basent leur estimation surtout sur la quantité de chiffres des nombres en jeu.

3.8.3.3 Multiplication

Voici les pourcentages des élèves qui ont estimé correctement le résultat de chacune des multiplications.

TABLEAU 14: Pourcentage d'élèves ayant réussi chaque multiplication

Partie	Question numéro	Caractéristiques de la question	Pourcentage d'élèves en 5e année	Pourcentage d'élèves en 8e année
I	OGQ3	N S	80.71	84.88
	OGQ7	N I	54.31	69.77
	OGQ11	D S	49.24	70.93
	OGQ15	D I	48.73	66.86
III	ABQ3	N S	27.41	48.84
	ABQ7	N I	26.40	47.67
	ABQ11	D S	2.03	5.81
	ABQ15	D I	0.51	7.56

Questions où le rendement des élèves est relativement fort

La question OGQ3 se démarque beaucoup des autres. Le fait que les choix de réponse sont tous, à l'exception de la réponse correcte, plus petits que le facteur 275, peut expliquer ce phénomène.

Il convient de s'arrêter sur les questions OGQ11 et OGQ15 pour lesquelles beaucoup d'élèves, surtout en 8e année, ont su choisir la bonne réponse. Si on compare les pourcentages des réponses correctes avec ceux des questions ABQ11 et ABQ15, on peut en conclure que beaucoup d'élèves de ce niveau n'ont pas trop de difficulté à trouver l'ordre de grandeur d'une estimation. Cependant, il y a encore un grand pourcentage d'élèves de 5e année qui ne savent pas choisir le bon ordre de grandeur lorsqu'il s'agit d'estimer le résultat d'une multiplication de nombres décimaux, la plupart d'entre eux ayant tendance à choisir un ordre de grandeur trop grand.

Questions où le rendement des élèves est relativement faible

Les questions ABQ11 et ABQ15 ont posé beaucoup de difficulté aux élèves des deux niveaux. Nous supposons qu'elles ont présenté un double obstacle: a) le fait que les nombres étaient décimaux; b) le fait que les deux facteurs avaient deux chiffres. Il se peut que les élèves aient de la difficulté à utiliser la stratégie d'arrondissement, la plus adéquate dans des cas de ce genre-là.

3.8.3.4 Division

Voici les pourcentages d'élèves qui ont estimé correctement le résultat de chacune des divisions.

TABLEAU 15: Pourcentage d'élèves ayant réussi chaque division

Partie	Question numéro	Caractéristiques de la question	Pourcentage d'élèves en 5e année	Pourcentage d'élèves en 8e année
I	OGQ5	N S	56.85	80.81
	OGQ8	N S	62.44	82.56
	OGQ13	D S	21.83	48.26
	OGQ16	D I	15.74	35.47
III	ABQ5	N S	12.69	23.26
	ABQ8	N I	25.89	41.28
	ABQ13	D S	2.54	15.12
	ABQ16	D I	2.54	9.30

Questions où le rendement des élèves est relativement fort

- Comparativement aux autres questions, OGQ5 et OGQ8 ont été bien réussies par les élèves de 8e année. Cependant il y a encore beaucoup d'élèves de 5e année qui ne savent pas choisir le bon ordre de grandeur lorsqu'ils estiment le résultat d'une division.
- Même en étant faible, le rendement pour la question ABQ8 est supérieur à celui obtenu pour les autres questions de la même partie. Ce rendement relativement fort peut être dû au fait que l'illustration a aidé les élèves à trouver une réponse plus raisonnable ou au fait que les nombres de cette question (378 : 18) étaient plus faciles à diviser.

Questions où le rendement des élèves est relativement faible

- Toutes les questions avec des nombres décimaux ont posé beaucoup de difficulté aux élèves des deux niveaux.
- En observant les pourcentages d'élèves ayant réussi les questions OGQ13 et OGQ16, on peut voir que les élèves ont beaucoup de difficulté à choisir le bon ordre de grandeur lorsqu'ils estiment le résultat d'une division de nombres décimaux. En observant les pourcentages de réponses fausses que les élèves ont données, nous avons remarqué que les élèves, surtout ceux de 5e année, ont tendance à choisir des nombres trop grands comme estimations de quotients.
- Le faible rendement dans les questions ABQ13 et ABQ16 peut, comme dans le cas des multiplications, avoir été causé par le fait qu'il s'agissait de nombres décimaux et/ou par le fait qu'il s'agissait de divisions avec un diviseur de deux chiffres. Il semble que les élèves n'aient aucune stratégie pour estimer le résultat de telles divisions.

3.8.3.5 Remarque

Déjà dans le section 3.6, nous avons vu que certaines questions du test présentaient un faible coefficient de corrélation. Compte tenu des résultats que nous avons présentés dans les sections 3.8.3.1 à 3.8.3.4, nous sommes maintenant en mesure de donner quelques raisons qui, selon notre opinion, ont contribué à cela.

Rappelons d'abord que dans la partie II du test, il s'agissait de juger si le résultat exact d'une opération était plus grand ou plus petit qu'une estimation donnée de ce résultat. Nous supposons que la plupart des élèves n'étaient pas capables de porter ce jugement et qu'ils ont choisi au hasard une de ces réponses. Alors la faible consistence interne des questions de la partie II peut être une conséquence du fait qu'il n'y avait que deux façons d'y répondre (en plus de "je ne sais pas"). Cette supposition est basée sur le fait que les élèves présentent un rendement faible à presque toutes les questions. Il est donc raisonnable de penser qu'ils auraient aussi des difficultés pour juger entre les deux premières options des questions de cette partie du test.

Pour expliquer le coefficient de corrélation négatif de la question RNQ12 (7,43 + 5,99 + 17,77 + 4,02), nous nous référons aux réponses que les élèves ont données à la question OGQ12 (3,59 + 6,31 + 15,30 + 9,49). Rappelons que 65,48% des élèves de 5^{e} année et 28,58% des élèves de 8^{e} année ont répondu que 3400 était une bonne estimation à cette dernière question. On peut donc imaginer que les mêmes élèves qui ont répondu 3400 à la question OGQ12 jugent que la réponse exacte à la question RNQ12 doit être 3400, c'est-à-dire plus grande que 34, alors les élèves de 5^{e} année, qui ont mal répondu à la question OGQ12, ont donné la bonne réponse à la question RNQ12.

Nous croyons que le faible coefficient de corrélation de la question RNQ12 (29 x 0,45) peut être dû au fait que des élèves faibles ont des raisons de penser que la réponse exacte doit être plus grande que 12, par exemple parce que la réponse exacte doit être plus grande que l'un des deux facteurs et donc plus grande que 29, ou encore parce que la réponse exacte doit avoir quatre chiffres. En effet, comme nous l'avons vu dans la section 3.8.3.3, il y a bien des élèves qui choisissent un ordre de grandeur supérieur à celui qui est correct.

En ce qui concerne les autres questions (RNQ5, RNQ8, RNQ11 et RNQ16), nous n'avons pas trouvé d'autres raisons pour expliquer le faible coefficient de corrélation, sinon que les élèves ont choisi n'importe laquelle des deux options. Nous supposons qu'il s'agit de questions dont il était très difficile de juger du résultat.

3.8.3.6 Ensemble des quatre opérations de base

Comme nous l'avons dit dans la section 3.8.2, il y a une différence considérable de rendement des élèves entre les questions avec des nombres naturels et celles avec des nombres décimaux. Dans cette section, nous allons étudier le rendement des élèves pour l'ensemble des quatre opérations de base et selon que les opérations font intervenir des nombres naturels ou des nombres décimaux. Nous présenterons ce rendement pour l'ensemble des trois écoles et pour chaque école séparément.

A) Résultats globaux

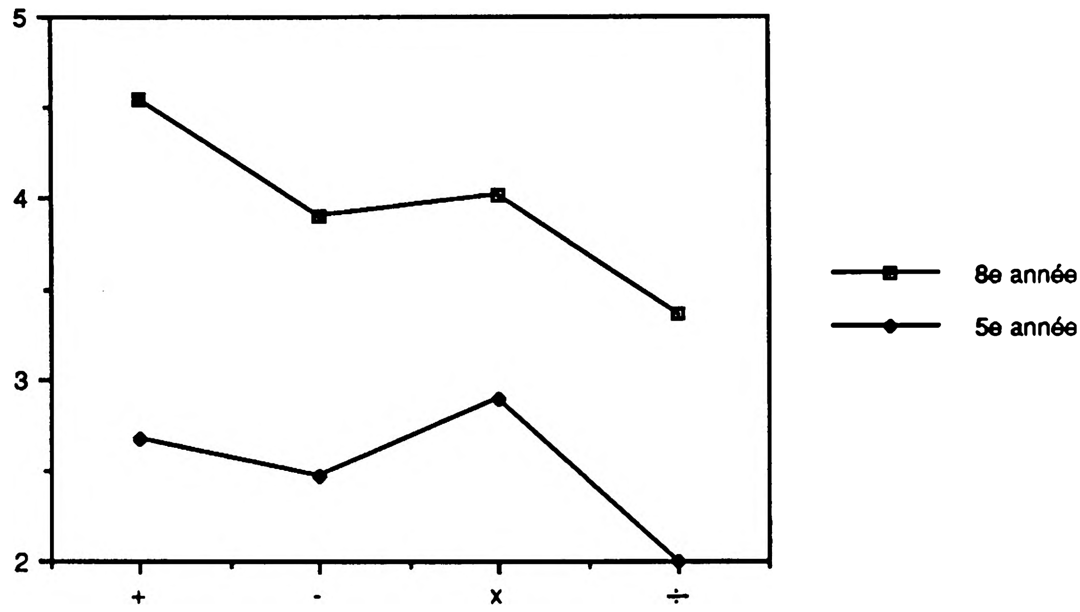
Le tableau 16 montre d'abord les moyennes (X) et les écarts-types (S) par opération de base. Ces valeurs sont ensuite présentées selon que les opérations font intervenir des nombres naturels ou des nombres décimaux.

TABLEAU 16: Moyennes et écarts-types pour chacune des opérations de base

		Addition		Soustraction		Multiplication		Division	
		X	S	X	S	X	S	X	S
5e Année	Total	2,68	1,50	2,47	1,77	2.89	1.40	2.01	1.35
	N.nat.	1.83	1.01	1.53	1.19	1.89	1.06	1.58	1.08
	N.dec.	0.85	0.82	0.94	0.92	1.01	0.73	0.43	0.59
8e Année	Total	4.55	2.03	3.90	2.04	4.02	1.63	3.36	1.63
	N.nat	2.61	1.06	2.27	1.25	2.51	1.14	2.28	0.98
	N.dec.	1.94	1.26	1.63	1.11	1.51	0.84	1.08	0.98

B) Résultats comparatifs par niveau

Le graphique 8 permet une meilleure visualisation des moyennes globales des élèves pour chacune des opérations de base.



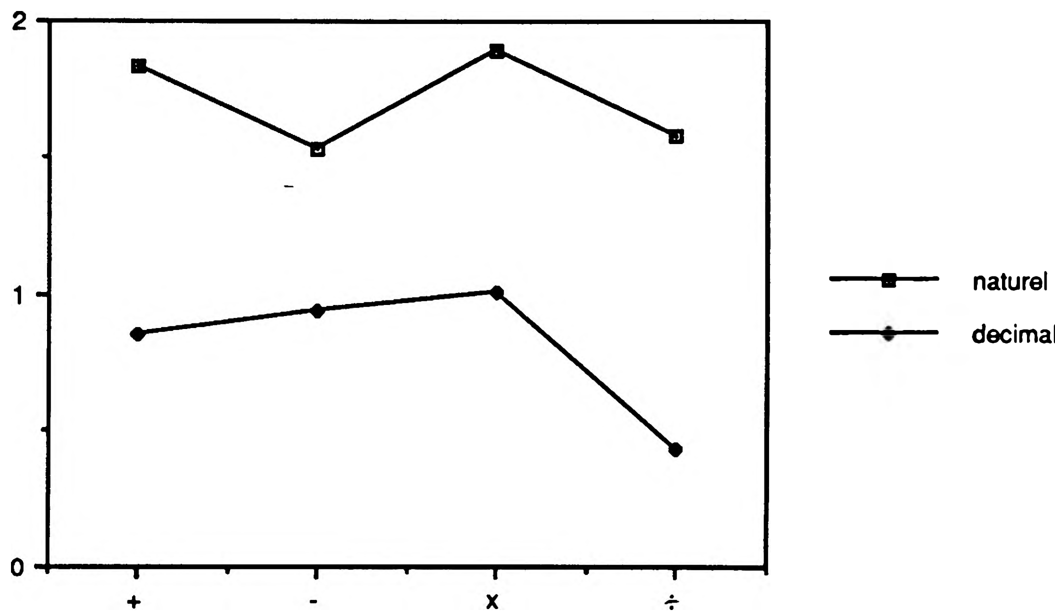
GRAPHIQUE 8: MOYENNES DES ÉLEVES POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE

En observant le tableau 16 et le graphique 8, on peut remarquer que les élèves de 5e année ont mieux réussi, dans l'ordre, les estimations de résultats de multiplications, d'additions, de soustractions et de divisions. Par contre, les élèves de 8e année ont mieux réussi, dans l'ordre celles de résultats d'additions, de multiplications, de soustractions et de divisions. Contrairement à ce que nous attendions, les élèves des deux niveaux ont mieux répondu aux multiplications qu'aux soustractions; la différence est cependant plus accentuée en 5e année. Les deux niveaux scolaires ont manifesté plus de difficulté à estimer le résultat d'une division. Ces résultats diffèrent de ceux trouvés par Rubenstein avec des élèves de 8e année aux États Unis (voir la section 1.6.1), où les élèves avaient mieux réussi, dans l'ordre, les additions, les soustractions, les multiplications et les divisions.

On constate qu'il y a une différence assez grande entre les moyennes des 5e et 8e années pour les additions et que la moyenne des élèves de 5e année pour la multiplication est relativement élevée. Il est possible que l'addition de plusieurs nombres dont la somme excède 20 pose encore des difficultés aux élèves de 5e année et que l'habileté à effectuer mentalement de telles sommes ne soit développée qu'au cours des années suivantes. Les moyennes obtenues par les élèves de 5e année semblent indiquer que les élèves savent mieux employer la stratégie frontale pour les multiplications que pour les additions. Puisqu'il s'agit de la dernière opération de base que les élèves apprennent, la division demeure donc la plus difficile. Comme il s'agit aussi d'une opération inverse, on peut imaginer que les élèves ont de la difficulté à en estimer le résultat. De plus, les stratégies utilisées pour estimer le résultat d'une division sont moins immédiates que celles employées pour les autres opérations. En effet, les stratégies frontale et d'arrondissement ne s'appliquent pas souvent pour estimer le résultat d'une division, la stratégie des nombres compatibles étant alors plus indiquée.

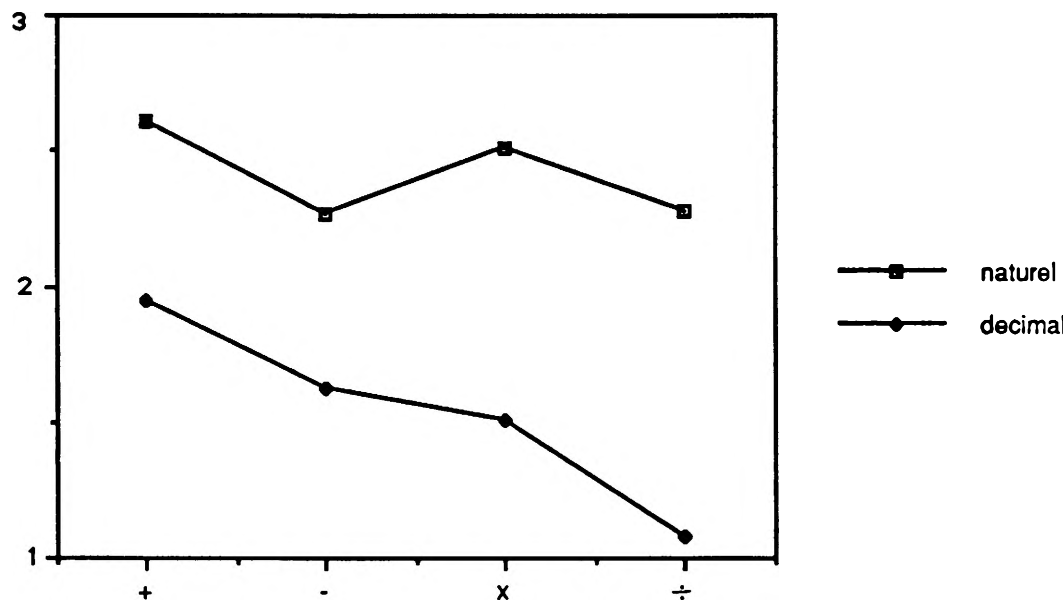
C) Résultats comparatifs selon la nature des nombres

Les graphiques 9 et 10 montrent les moyennes des élèves pour chacune des 4 opérations de base, selon qu'il est question de nombres naturels ou de nombres décimaux.



GRAPHIQUE 9: MOYENNES DES ÉLEVES DE 5e ANNÉE POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SELON LA NATURE DES NOMBRES

On peut donc constater que les élèves de 5e année ont un meilleur rendement pour les opérations directes (addition et multiplication) que pour les opérations inverses (soustraction et division) lorsqu'il s'agit de nombres naturels. Pour les opérations sur des nombres décimaux, ces élèves ont un rendement très faible pour l'addition, la soustraction et la multiplication. Le rendement pour la division est encore beaucoup plus faible. En comparant les deux courbes du graphique 9, nous remarquons que la moyenne des élèves pour la soustraction de nombres décimaux est élevée par rapport à leur moyenne pour la soustraction de nombres naturels.

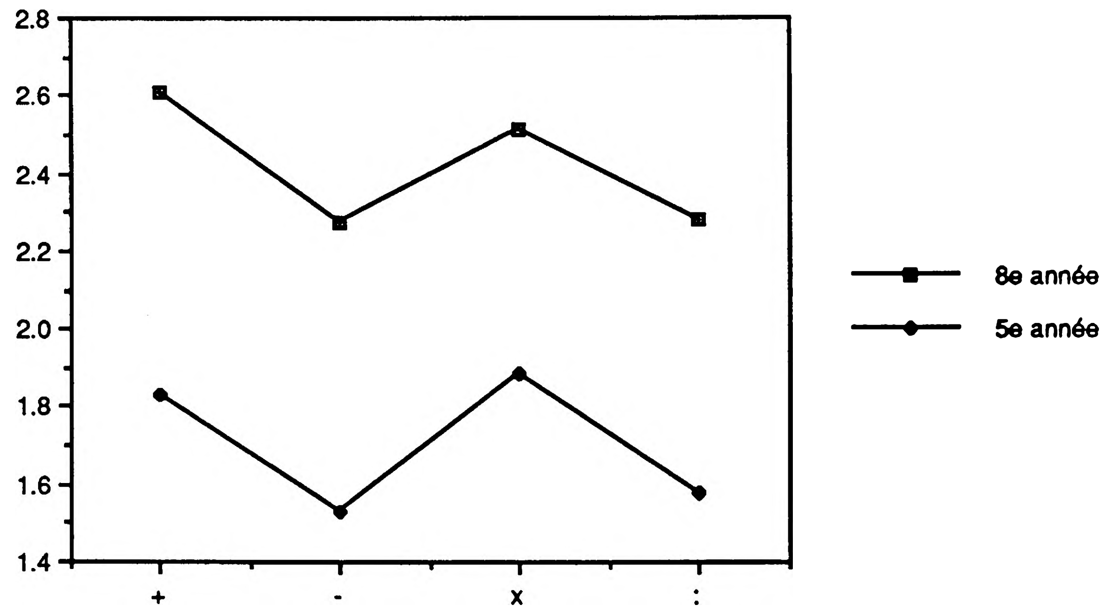


GRAPHIQUE 10: MOYENNES DES ÉLEVES DE 8e ANNÉE POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SELON LA NATURE DES NOMBRES

Les élèves de 8e année ont aussi un rendement plus élevé pour les opérations directes que pour les inverses, lorsqu'il s'agit de nombres naturels. L'ordre de réussite pour les opérations sur des nombres décimaux est: addition, soustraction, multiplication et division. En comparant les deux courbes du graphique 10, on peut observer que le rendement pour les opérations de multiplication et de division sur des nombres décimaux est faible par rapport au rendement pour les mêmes opérations sur des nombres naturels.

D) Résultats comparatifs par niveau dans le cas d'opérations sur des nombres naturels

Le graphique 11 montre qu'en 5e et en 8e année, les élèves ont eu plus de succès avec les opérations d'addition et de multiplication (opérations directes), alors qu'ils ont manifesté plus de difficulté pour les opérations de soustraction et de division (opérations inverses).



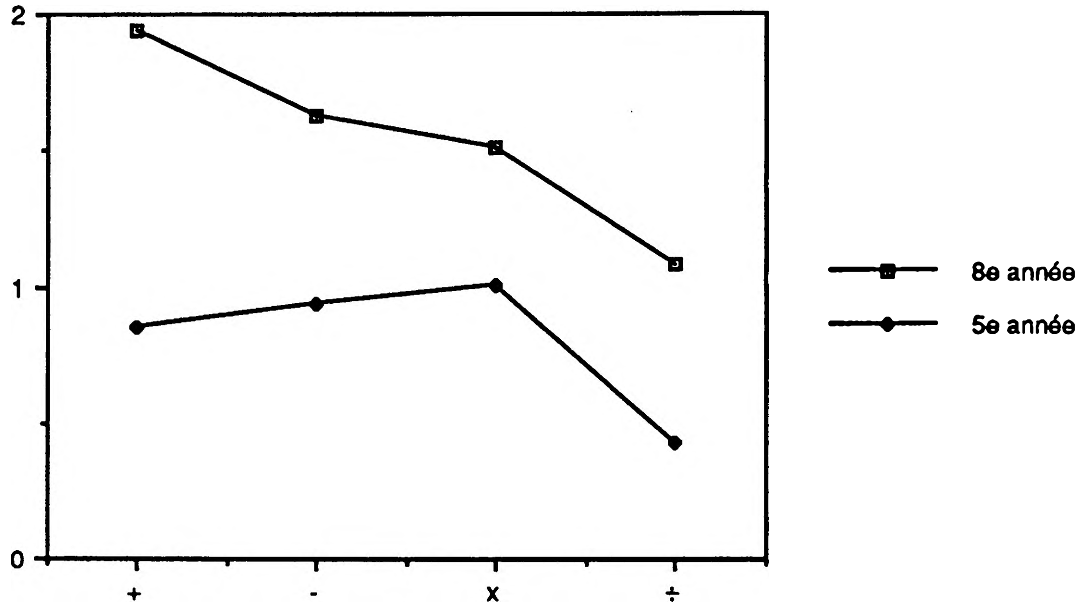
GRAPHIQUE 11: MOYENNES DES ÉLÈVES POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES NATURELS

Notons aussi que les deux courbes du graphique 11 sont assez semblables. De la 5^{e} à la 8^{e} année, on observe donc un progrès à peu près égal pour chacune des opérations et cela en dépit du fait que l'estimation de résultats de calculs n'y soit pas enseignée.

E) Résultats comparatifs par niveau dans le cas d'opérations sur des nombres décimaux

Le graphique 12 montre le rendement des élèves par niveau scolaire pour les 4 opérations de base faisant intervenir des nombres décimaux.

En 5^{e} année, les opérations les mieux réussies sont dans l'ordre: la multiplication, la soustraction et l'addition, quoiqu'il n'y ait pas beaucoup de différence entre les moyennes. Par contre, en 8^{e} année, les opérations les mieux réussies sont dans l'ordre: l'addition, la soustraction et la multiplication, avec une différence considérable entre les moyennes obtenues pour l'addition et la soustraction.



GRAPHIQUE 12: MOYENNES DES ÉLEVES POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES DÉCIMAUX

En observant les courbes du graphique 12, nous notons que la différence entre le rendement des deux niveaux scolaires est plus élevée pour l'addition. Rappelons que toutes les additions sur des nombres décimaux avaient 4 termes. Le meilleur rendement obtenu pour ces questions semble donc indiquer que les élèves acquièrent l'habileté d'additionner mentalement des nombres au cours des dernières années du primaire.

3.8.3.7 Résultats pour chaque école

A) Résultats globaux

Le tableau 17 montre les moyennes (X) et les écarts-types (S) pour chacune des opérations, séparément par niveau et par école. Nous présentons ces valeurs selon que les questions font appel à des nombres naturels ou à des nombres décimaux.

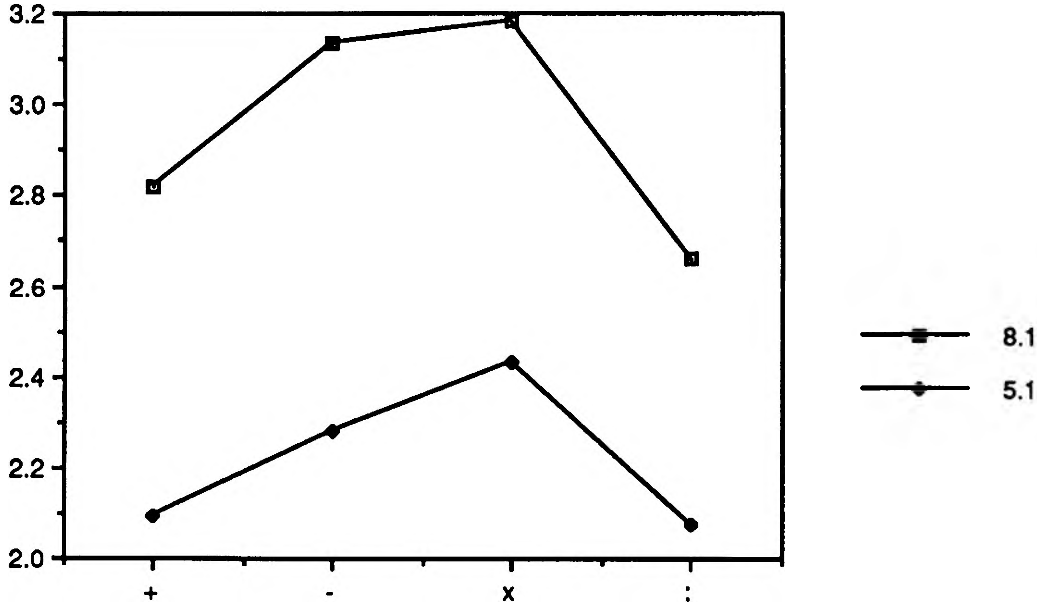
TABLEAU 17: Moyennes et écarts-types par école, pour chacune des opérations de base

École	Année	Nature des nombres	Addition		Soustraction		Multiplication		Division	
			$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S
1	5e	Total	3.36	1.57	3.85	1.85	3.72	1.38	2.66	1.36
		N. nat.	2.09	1.01	2.28	1.18	2.43	1.03	2.07	1.12
		N. déc.	1.26	1.06	1.57	1.01	1.28	0.79	0.59	0.63
	8e	Total	5.55	2.18	5.41	1.78	5.32	1.38	4.43	1.58
		N. nat.	2.82	1.13	3.14	0.98	3.18	0.92	2.66	0.99
		N. déc.	2.73	1.28	2.27	1.15	2.14	0.88	1.77	1.33
2	5e	Total	2.60	1.43	2.11	1.49	2.39	1.09	1.81	1.23
		N. nat.	1.86	1.01	1.23	1.09	1.15	0.79	1.40	0.98
		N. déc.	0.74	0.65	0.89	0.86	0.87	0.66	0.41	0.60
	8e	Total	4.67	1.70	3.86	1.71	3.86	1.38	3.32	1.50
		N. nat.	2.74	0.93	2.23	1.11	2.49	1.04	2.35	0.92
		N. déc.	1.92	1.10	1.64	1.02	1.38	0.70	0.97	0.86
3	5e	Total	2.27	1.36	1.82	1.38	2.78	1.42	1.72	1.31
		N. nat.	1.62	0.98	1.28	1.04	1.85	1.16	1.39	1.04
		N. déc.	0.65	0.65	0.54	0.62	0.93	0.71	0.32	0.53
	8e	Total	3.73	1.93	2.87	1.90	3.27	1.50	2.65	1.39
		N. nat.	2.32	1.08	1.71	1.25	2.07	1.16	1.94	0.94
		N. déc.	1.40	1.12	1.16	0.94	1.21	0.73	0.71	0.82

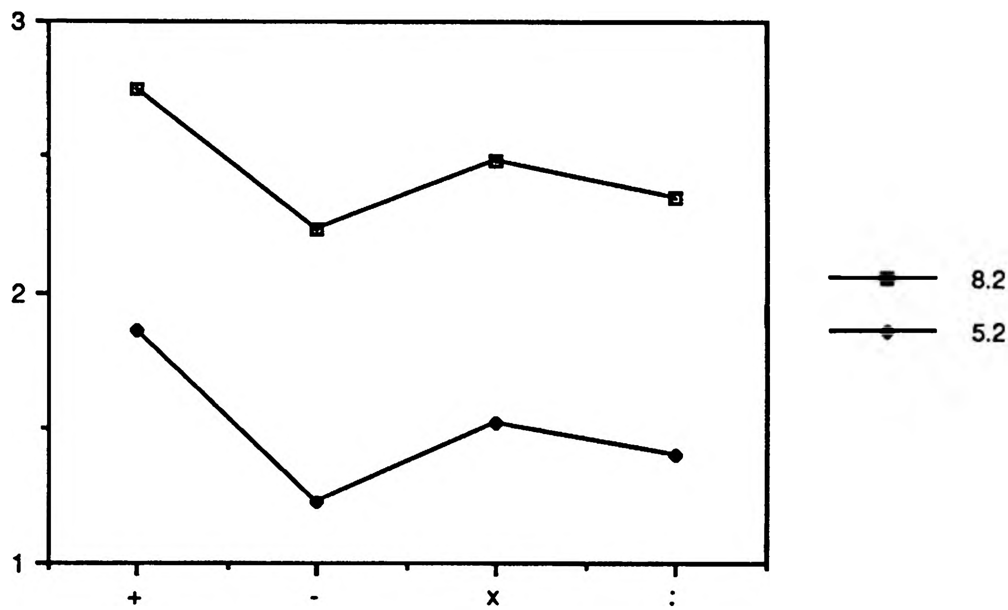
Nous allons nous limiter à présenter les résultats pour chaque école et à analyser les résultats selon la nature des nombres.

B) Résultats comparatifs par école dans le cas d'opérations sur des nombres naturels

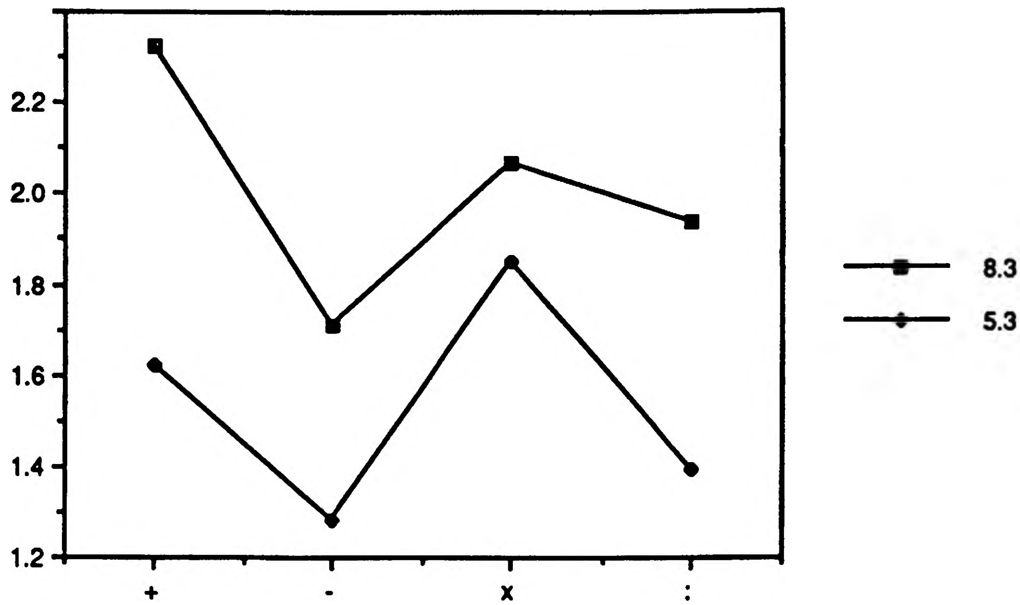
Les graphiques 13, 14 et 15 montrent les moyennes des élèves pour les 4 opérations de base sur des nombres naturels dans chacune des trois écoles.



GRAPHIQUE 13: MOYENNES DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE 1 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES NATURELS



GRAPHIQUE 14: MOYENNES DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE 2 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES NATURELS



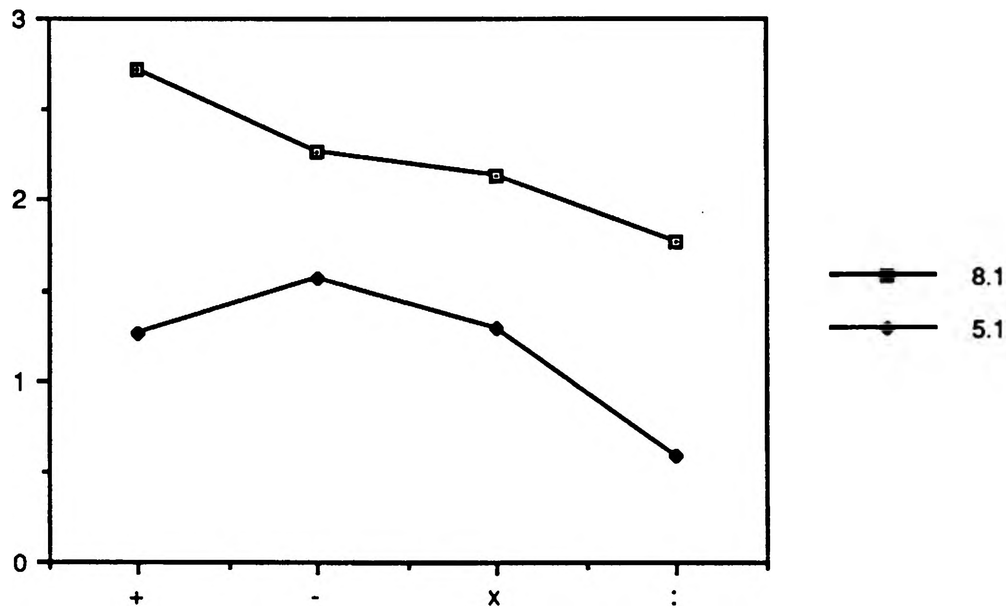
GRAPHIQUE 15: MOYENNES DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE 3 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES NATURELS

On peut remarquer une certaine homogénéité dans ces résultats. C'est-à-dire que, de la 5e à la 8e année, les élèves maintiennent à peu près le même ordre de performance pour les 4 opérations, avec une différence de rendement à peu près égale pour chaque opération. Compte tenu que les élèves n'apprennent pas à faire des estimations de résultats de calculs à l'école, ces données peuvent suggérer que l'habileté à faire des calculs exacts avec crayon et papier a une grande influence sur l'habileté à faire des estimations de résultats de calculs lorsqu'il s'agit de nombres naturels.

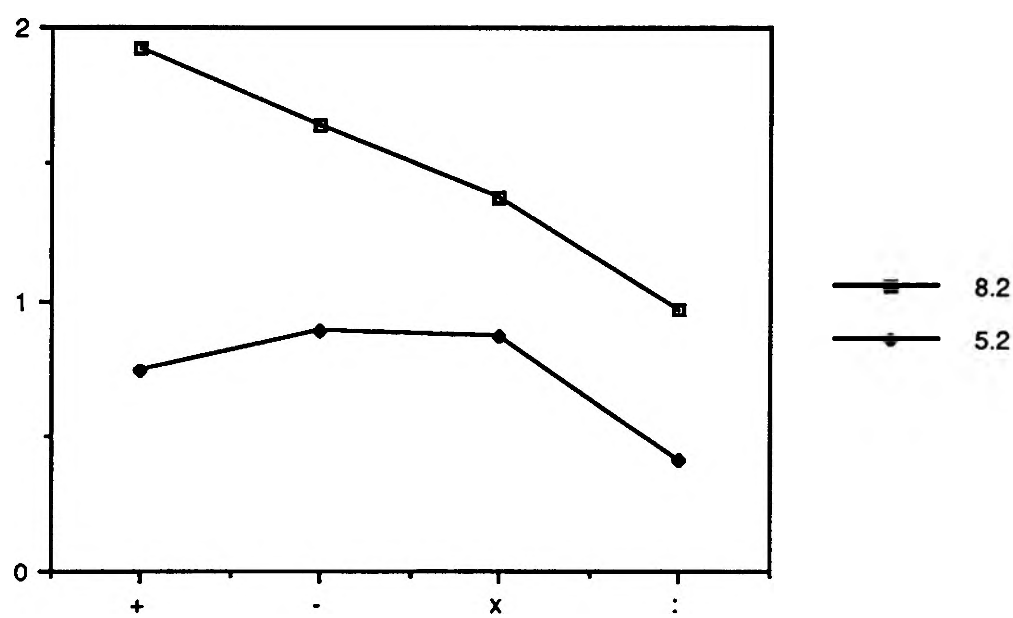
Notons que, dans les graphiques 14 et 15, les courbes qui représentent les élèves des écoles publiques (2 et 3) sont à peu près semblables. C'est dans ces deux écoles que l'on retrouve un meilleur rendement pour les opérations directes. Nous croyons que les performances semblables dans ces deux écoles sont une conséquence du fait qu'elles sont régies par le même système éducationnel. Nous ignorons la raison qui expliquerait le rendement relativement faible des élèves de l'école 1 pour l'addition et leur rendement relativement fort pour la soustraction.

C) Résultats comparatifs par école dans le cas d'opérations sur des nombres décimaux

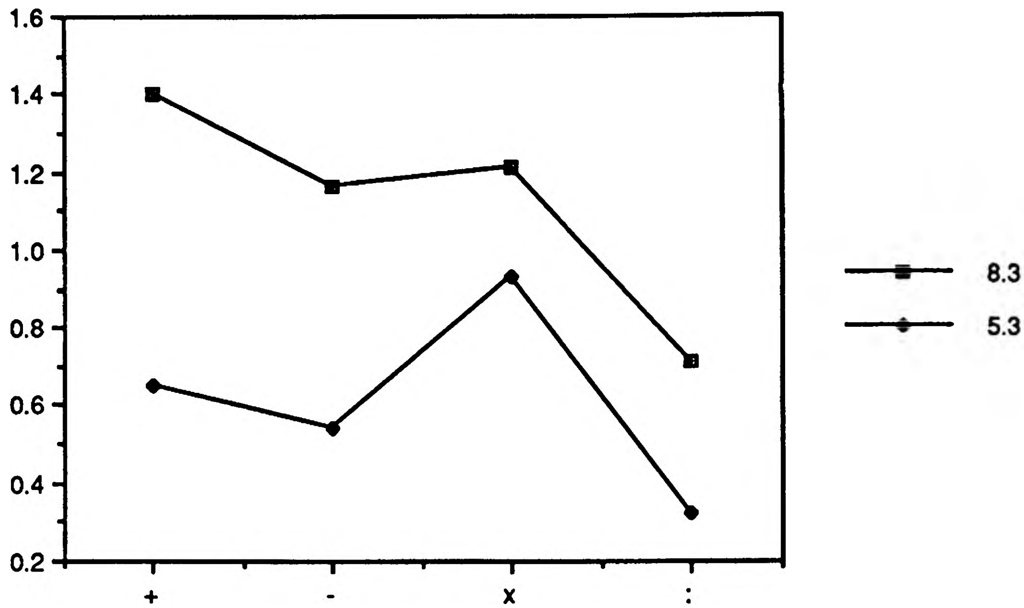
Les graphiques 16, 17 et 18 montrent le rendement des élèves par école pour les 4 opérations de base sur des nombres décimaux.



GRAPHIQUE 16: MOYENNES DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE 1 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES DÉCIMAUX



GRAPHIQUE 17: MOYENNES DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE 2 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES DÉCIMAUX



GRAPHIQUE 18 : MOYENNES DES ÉLEVES DE L'ÉCOLE 3 POUR CHACUNE DES OPÉRATIONS DE BASE SUR DES NOMBRES DÉCIMAUX

En étudiant le tableau 17 et les graphiques 16, 17 et 18, on remarque que pour les élèves de 8^e année, l'ordre de réussite pour les quatre opérations est le même dans toutes les écoles. Cet ordre est d'ailleurs identique à celui que Rubenstein a trouvé aux États Unis. Les élèves de 5^e année des écoles 1 et 2 ont manifesté un rendement à peu près égal pour l'addition, la soustraction et la multiplication. Par contre, les élèves de 5^e année de l'école 3 ont mieux su estimer les résultats des multiplications. Pour les élèves des deux niveaux dans les trois écoles, la division demeure l'opération pour laquelle la moyenne est la plus basse.

L'homogénéité que nous avons remarquée entre le rendement des deux niveaux scolaires pour les opérations sur des nombres naturels n'est pas observable lorsqu'il s'agit de nombres décimaux. La performance pour estimer le résultat d'une addition s'améliore beaucoup entre la 5^e et la 8^e année, et ceci dans les trois écoles. Cette amélioration est plus petite pour la soustraction et encore plus petite pour la multiplication et la division. Nous supposons que la grande différence entre les moyennes pour l'addition est due au fait que les élèves de 8^e année sont plus habiles à additionner mentalement et que la différence entre les moyennes pour la multiplication et pour la division est petite parce que les algorithmes que les élèves utilisent pour réaliser ces opérations avec crayon et papier ne favorisent pas l'estimation du résultat de ces opérations.

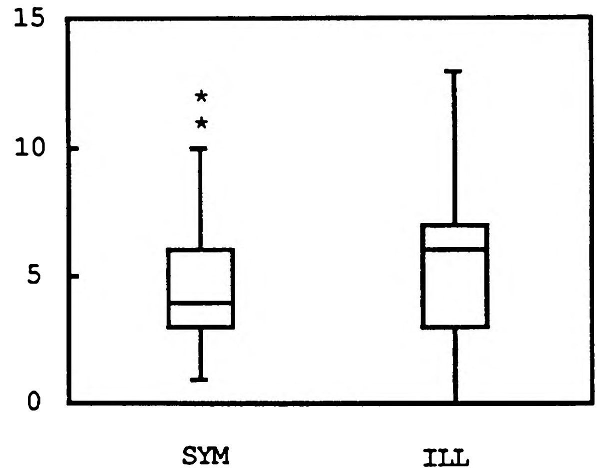
3.8.4 Résultats selon les deux modes de présentation des questions

Nous avons constaté que les élèves des deux niveaux ont manifesté un meilleur rendement pour les questions présentées à l'aide d'illustrations que pour celles présentées seulement avec des symboles. Le tableau 18 montre les moyennes ($\overline{X}$) et les écarts-types (S) pour les deux modes de présentation.

TABLEAU 18: Moyennes et écarts-types selon le mode de présentation des questions

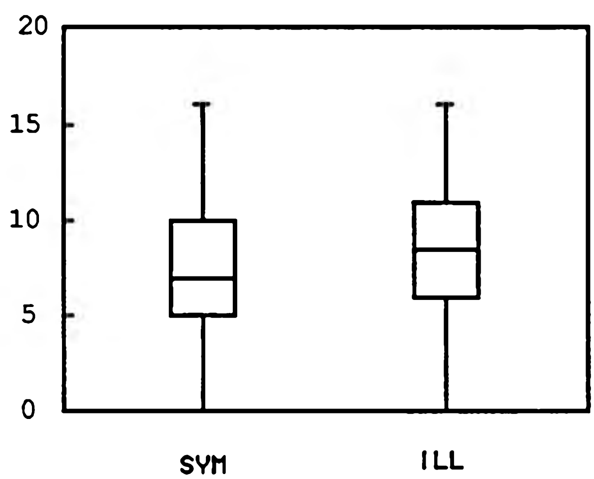
Niveau	Questions avec symboles seulement (16 questions)	Questions avec illustrations (16 questions)
5e année (N = 197)	$\overline{X} = 4.59$ S = 2.25	$\overline{X} = 5.46$ S = 2.79
8e année (N = 172)	$\overline{X} = 7.42$ S = 3.21	$\overline{X} = 8.42$ S = 3.35

Les graphiques 19 et 20 permettent de comparer le rendement des élèves pour les questions présentées seulement avec des symboles et pour celles présentées à l'aide d'illustrations. Ainsi, pour la 5e année, on observe que les valeurs de la médiane, du premier et du troisième quartiles pour les questions présentées avec des symboles seulement sont respectivement 4, 3 et 6, tandis que pour les questions présentées à l'aide d'illustrations, ces valeurs sont 6, 3 et 7.



GRAPHIQUE 19: RENDEMENT DES ÉLÈVES DE 5e ANNÉE PAR MODE DE PRÉSENTATION DES QUESTIONS

Pour le 8^{e} année, la médiane, le premier et le troisième quartiles sont, pour les questions présentées seulement avec des symboles: 7, 5 et 10, tandis que pour les autres questions, ces valeurs sont 8,5, 6 et 11.



GRAPHIQUE 20: RENDEMENT DES ÉLÈVES DE 8e ANNÉE PAR MODE DE PRÉSENTATION DES QUESTIONS

Afin de vérifier si ces différences sont significatives, nous avons fait une analyse de la variance pour des variables dépendantes (voir l'annexe F, p. F8 et F9). Cette analyse nous a permis de constater qu'il y a une différence significative au niveau $\alpha = 0.01$ entre les moyennes des élèves pour des questions présentées seulement avec des symboles et celles présentées à l'aide d'illustrations.

En étudiant un peu plus en détails la différence entre le rendement des élèves selon le mode de présentation des questions, nous nous sommes aperçue qu'elle se manifeste davantage dans les questions avec des nombres décimaux. Ceci peut être observé dans le tableau 19, où nous montrons les moyennes et les écarts-types séparément pour les questions avec des nombres naturels et pour celles avec des nombres décimaux.

TABLEAU 19: Moyennes et écarts-types selon le mode de présentation des questions et la nature des nombres

Niveau	Nombres naturels (16 questions)		Nombres décimaux (16 questions)	
	Questions avec symboles seulement (8 questions)	Questions avec illustrations (8 questions)	Questions avec symboles seulement (8 questions)	Questions avec illustrations (8 questions)
5e année (N = 197)	X = 3.52 S = 1.62	X = 3.32 S = 1.81	X = 1.08 S = 1.11	X = 2.14 S = 1.37
8e année (N = 172))	X = 4.73 S = 1.68	X = 4.94 S = 1.99	X = 2.69 S = 1.93	X = 3.48 S = 1.74

Remarquons que la différence entre les moyennes obtenues selon le mode de présentation est presque nulle pour les questions avec des nombres naturels, alors qu'elle est très accentuée pour les questions avec des nombres décimaux. Cela nous conduit à poser la question: pourquoi les élèves profitent-ils plus des illustrations lorsqu'il s'agit de nombres décimaux? Les données que nous avons obtenues ne permettent pas de répondre à cette question de façon satisfaisante. On peut néanmoins supposer que les illustrations, parce qu'elles font appel à des contextes de mesure, aident plusieurs élèves à mieux comprendre les nombres décimaux.

Afin de vérifier quelles sont les questions et quels sont les contextes où les illustrations ont influencé le plus, nous avons construit le tableau 20. Ce tableau présente les données suivantes:

1e colonne: numéro de la question présentée seulement avec des symboles et celui de la question correspondante présentée à l'aide d'une illustration

2e colonne: caractéristiques des deux questions, soit respectivement l'opération de base, la nature des nombres et la partie du test où se trouve la question

3e et 4e colonnes: pourcentage de réussite par niveau scolaire pour la question présentée à l'aide d'une illustration

5e et 6e colonnes: pourcentage de réussite par niveau scolaire pour la question présentée seulement avec des symboles

7e et 8e colonnes: différence de pourcentage de réussite par niveau scolaire selon que la question est présentée à l'aide d'une illustration ou de façon purement symbolique

9e colonne: contexte auquel l'illustration fait appel.

En observant ce tableau, dans la plupart des cas on peut relever une différence positive entre les pourcentages de réussite aux questions présentées avec l'aide et sans l'aide d'une illustration. Naturellement, nous nous attendions à cela, puisque les moyennes sont plus élevées, aux deux niveaux scolaires, pour des questions avec une illustration.

Les contextes qui semblent montrer une influence positive plus élevée sont ceux de mesure de poids et de billes. Pour les contextes d'argent et de longueur, la différence de rendement est tantôt positive, tantôt négative.

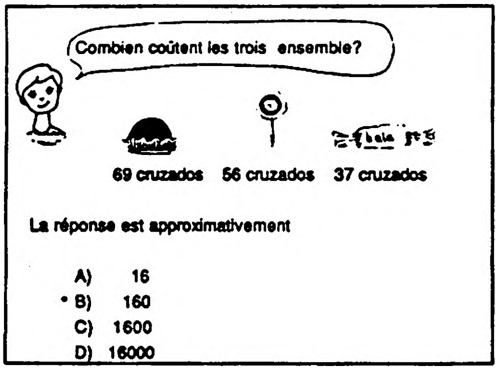
Avant de tirer des conclusions, nous voulons nous arrêter sur le fait qu'il y a une grande variation entre les différences de rendement des élèves pour une question présentée seulement avec des symboles, et pour sa correspondante présentée à l'aide d'une illustration. Cette variation nous a amenée a supposer qu'en plus des illustrations, il pourrait y avoir d'autres facteurs ayant contribué à une meilleure réussite des élèves aux quelques questions présentées à l'aide d'une illustration. En comparant les paires de questions, nous avons fait entre autres les constatations suivantes.

TABLEAU 20: Différence de rendement selon que les questions sont présentées purement avec des symboles ou à l'aide d'illustrations

Question numéro	Caract. de la question	% de réussite question avec illustrations (QI)		% de réussite question avec symboles (QS)		Différence entre les pourcentages de réussite (QI-QS)		Contexte
		5e	8e	5e	8e	5e	8e	
1, 4	+ N I	51.78	69.19	85.79	94.19	- 34.01	- 25.00	argent
1, 4	+ N III	32.99	66.28	12.69	31.40	+ 20.30	+34.88	argent
2, 6	- N I	55.33	75.00	55.33	68.60	0.00	+ 6.40	argent
2, 6	- N III	22.34	42.44	20.30	41.28	+ 2.04	+ 1.16	argent
3, 7	x N I	54.31	69.77	80.72	84.44	- 26.41	-14.67	argent
3, 7	x N III	26.40	47.67	27.41	48.84	- 1.01	- 1.17	argent
5, 8	: N I	62.44	82.56	56.85	80.81	+ 5.59	+ 1.75	billes
5, 8	: N III	25.89	41.28	12.69	23.26	+ 13.20	+ 18.02	billes
9, 12	+ D I	56.85	77.91	6.60	45.93	+ 50.25	+ 31.98	longueur
9, 12	+ D III	13.20	36.63	8.12	33.72	+ 5.08	+ 2.91	longueur
10, 14	- D I	53.30	76.74	6.60	19.77	+ 46.70	+ 56.97	poids
10, 14	- D III	23.35	37.21	10.66	29.07	+ 12.69	+ 8.14	poids
11, 15	x D I	48.73	66.86	49.24	70.93	- 0.51	- 4.07	longueur
11, 15	x D III	0.51	7.56	2.03	5.81	- 1.52	+ 1.75	longueur
13, 16	: D I	15.74	35.47	21.83	48.26	- 6.09	- 12.79	longueur
13, 16	: D III	2.54	9.30	2.54	15.12	0.00	- 5.82	longueur

En premier lieu, nous avons noté que dans certaines questions de la partie I, les options parmi lesquelles les élèves devaient choisir une bonne estimation, n'étaient pas tout à fait comparables pour les deux modes de présentation. Prenons, par exemple, les questions correspondantes Q1 et Q4:

Question 1 (Partie I)



Question 4 (Partie I)

77 + 36 + 58 égale approximativement

A) 0,17
B) 1,7
C) 17
• D) 170

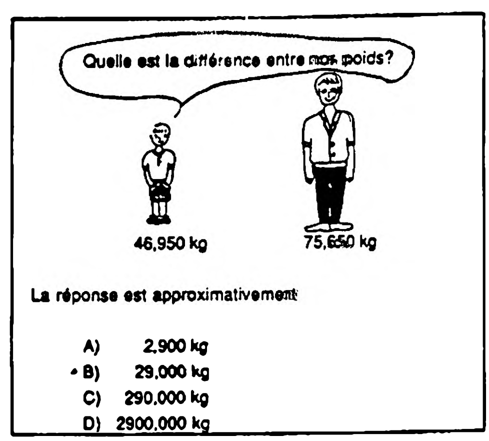
Ces deux questions diffèrent non seulement par rapport au mode de présentation, mais aussi par rapport aux choix de réponses. Comme nous l'avons dit dans la section 3.8.3.1, nous croyons que les choix de réponses de la question 4 la rendent plus facile. Examinons également les questions 10 et 14:

Question 10 (Partie I)

77,970 - 45,240 égale approximativement

• A) 33
B) 330
C) 3 300
D) 33 000

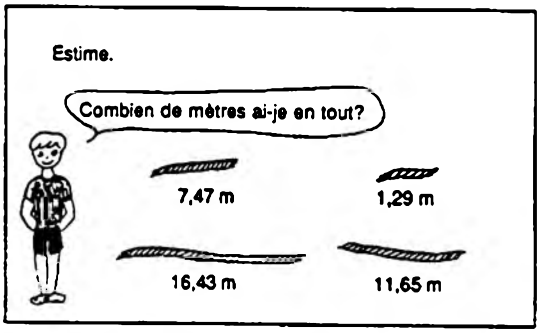
Question 12 (Partie I)



Comme nous l'avons dit dans la section 3.8.3.2, il est très probable que les élèves basent leur estimation surtout sur la quantité de chiffres des nombres en jeu. Compte tenu que la réponse à la question 10 (77,970 - 45,240) est 33 (nombre de 2 chiffres) et que la réponse à la question 14 (75,650 - 46,950) est 29,000 (nombre de 5 chiffres), il est raisonnable de penser que la meilleure réussite des élèves à la question 14 est due non seulement aux illustrations mais aussi aux choix de réponses donnés.

En second lieu, nous avons constaté que dans certaines questions de la partie III, les intervalles acceptables pour l'estimation n'étaient pas compatibles. Voyons, par exemple les questions Q9 et Q12:

Question 9 (Partie III)



Intervalle acceptable: [35 -37]

Question 12 (Partie III)

Estime.

6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

Intervalle acceptable: [34 - 36]

Pour donner une réponse à la question 9 se situant dans l'intervalle [35 - 37], il faut faire une compensation après avoir additionné les nombres entiers, tandis que dans le cas de la question 12, on peut donner une estimation dans l'intervalle [34 - 36] sans en faire une.

Nous ne connaissons pas la méthodologie que Rubenstein (1983) a utilisée pour mesurer la compatibilité entre une question présentée seulement avec des symboles et sa correspondante présentée à l'aide d'illustrations. Elle affirme:

> "A panel of mathematics educators reviewed the test to judge its construct and content validity, consistency with the definitions of the variables, comparability of item across all factors, intervals of acceptance for the open ended scale, appropriateness of content, difficulty, and phrasing of verbal exercises".(p.34)

Il nous semble donc que la chercheuse n'a pas mesuré la compatibilité entre chaque paire de questions, comme les exemples montrés ci-haut le confirment. Il se peut qu'il y ait une compatibilité si l'on considère l'ensemble des questions, puisque les facteurs que nous avons mentionnés précédemment favorisent tantôt un mode de présentation et tantôt un autre. Cependant cela n'est pas certain.

Malgré les limitations de l'instrument que nous avons utilisé, les résultats obtenus semblent indiquer que les élèves affichent un meilleur rendement pour les questions présentées à l'aide d'illustrations. En considérant les questions du test, il nous semble que l'influence positive des illustrations se manifeste beaucoup plus lorsqu'il s'agit de questions qui font appel à des nombres décimaux, tout particulièrement de questions faisant intervenir un contexte de poids.

3.8.4.1 Résultats pour chaque école

Les résultats mentionnés ci-haut sont également valables dans chaque école, comme on peut le constater dans le tableau 21.

TABLEAU 21: Moyennes et écarts-types, par école selon le mode de présentation des questions et la nature des nombres

École	Niveau scolaire	Questions avec des nombres naturels		Questions avec des nombres décimaux	
		Questions avec symb. seulement	Questions avec illustrations	Questions avec symb. seulement	Questions avec illustrations
École 1	5e année	$\bar{X} = 4.60$ $S = 1.60$	$\bar{X} = 4.28$ $S = 1.73$	$\bar{X} = 1.60$ $S = 1.61$	$\bar{X} = 3.09$ $S = 1.38$
	8e année	$\bar{X} = 5.80$ $S = 1.59$	$\bar{X} = 6.00$ $S = 1.71$	$\bar{X} = 4.32$ $S = 1.96$	$\bar{X} = 4.59$ $S = 1.70$
École 2	5e année	$\bar{X} = 3.03$ $S = 1.31$	$\bar{X} = 2.97$ $S = 1.52$	$\bar{X} = 0.96$ $S = 0.86$	$\bar{X} = 1.96$ $S = 0.86$
	8e année	$\bar{X} = 4.51$ $S = 1.49$	$\bar{X} = 5.21$ $S = 1.78$	$\bar{X} = 2.46$ $S = 1.67$	$\bar{X} = 3.46$ $S = 1.43$
École 3	5e année	$\bar{X} = 3.20$ $S = 1.57$	$\bar{X} = 2.95$ $S = 1.89$	$\bar{X} = 0.81$ $S = 1.20$	$\bar{X} = 1.64$ $S = 1.36$
	8e année	$\bar{X} = 4.13$ $S = 1.58$	$\bar{X} = 3.90$ $S = 1.92$	$\bar{X} = 1.77$ $S = 1.40$	$\bar{X} = 2.71$ $S = 1.66$

En plus de remarquer que l'influence des illustrations se manifeste de façon positive dans les trois écoles, on peut noter qu'elle est plus grande dans l'école 2.

Nous ne pouvons pas expliquer avec certitude pourquoi les élèves de cette école ont profité le plus des illustrations. Étant donné qu'un grand nombre d'élèves de l'école 2 provenaient de régions rurales des environs de Sobradinho, il se peut que les illustrations faisant appel à des contextes de mesure aient aidé ces élèves à mieux interpréter les nombres décimaux et à donner des réponses raisonnables à ces questions. Cependant cette supposition demeure discutable vu que les élèves de 8^{e} année de cette école ont par ailleurs mieux réussi les questions avec des nombres naturels présentées à l'aide d'illustrations.

3.9 CONCLUSIONS CONCERNANT LE PREMIER OBJECTIF DE NOTRE RECHERCHE

Rappelons que le premier objectif de notre recherche était d'étudier le rendement des élèves de 5^{e} et 8^{e} année du District Fédéral du Brésil du point de vue de leur habileté à estimer des résultats de calculs. Comme on le voit, les élèves des deux niveaux scolaires sont très faibles dans de telles estimations, tout particulièrement lorsqu'ils s'agit de produire une estimation. Le faible rendement des élèves face aux questions ouvertes doit être considéré en relation avec le fait qu'ils n'apprennent pas à estimer à l'école. On voit donc ici le besoin d'inclure l'estimation de résultats de calculs dans les programmes de mathématique adoptés au primaire dans la région du District Fédéral du Brésil.

3.9.1 Différences observées

Nous avons trouvé qu'il y a des différences significatives au niveau $\alpha = 0{,}01$ entre les moyennes des élèves:

1º en 5^{e} et en 8^{e} année: les élèves de 8^{e} année montrent un meilleur rendement que ceux de 5^{e} année;

2º dans différentes écoles: les élèves de l'école privée présentent un meilleur rendement que ceux des écoles publiques; cependant il n'y a pas de différence significative entre le rendement des élèves des deux écoles publiques;

3º pour les deux sexes: le rendement des garçons est meilleur que celui des filles.

Nous avons aussi observé que les élèves des deux niveaux avaient beaucoup mieux réussi les questions faisant intervenir des nombres naturels que celles avec des nombres décimaux.

Nous avons également constaté qu'en 5e et en 8e année, les élèves manifestent plus de facilité avec les opérations directes (addition et multiplication) qu'avec des opérations inverses (soustraction et division) lorsqu'il s'agit de nombres naturels. Par contre, quand il s'agit de nombres décimaux, les élèves de 5e année ont à peu près le même rendement pour les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication, tandis que ceux de 8e année maîtrisent mieux, dans l'ordre, les additions, les soustractions et les multiplications. L'estimation du résultat d'une division demeure très difficile pour les élèves des deux niveaux scolaires.

Les résultats du test montrent enfin que les élèves des deux niveaux ont mieux répondu aux questions présentées à l'aide d'illustrations qu'à celles présentées de façon purement symbolique, tout particulièrement dans le cas des questions portant sur des nombres décimaux. Cependant, il se peut que ce rendement plus élevé soit dû non seulement à la présence d'illustrations, mais aussi à l'existence d'autres facteurs que nous avons mentionnés dans la section 3.8.4.

À la lumière des résultats précédents, nous considérons avoir atteint notre premier objectif. En particulier, nous croyons avoir répondu d'une façon satisfaisante aux questions que nous nous étions posées initialement.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RÉSULTATS DES ENTREVUES

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats des entrevues que nous avons réalisées en vue d'atteindre le deuxième objectif de notre recherche.

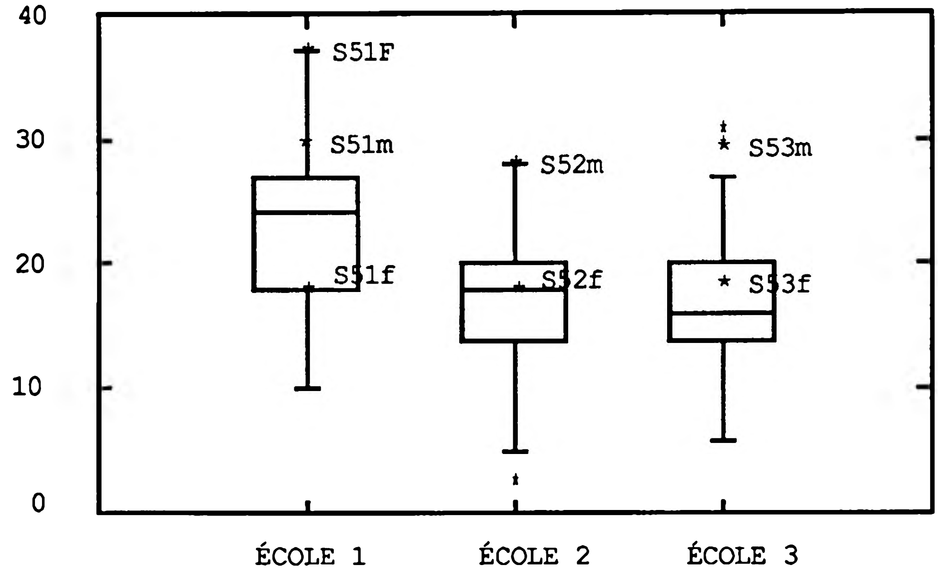
4.1 SUJETS INTERVIEWÉS

Comme nous l'avons dit dans le chapitre II, pour les entrevues nous avons sélectionné des sujets forts, des sujets moyens et des sujets faibles du point de vue de leur habileté à estimer des résultats de calculs. Nous les avons choisis parmi les élèves de 5^{e} et de 8^{e} année des trois écoles.

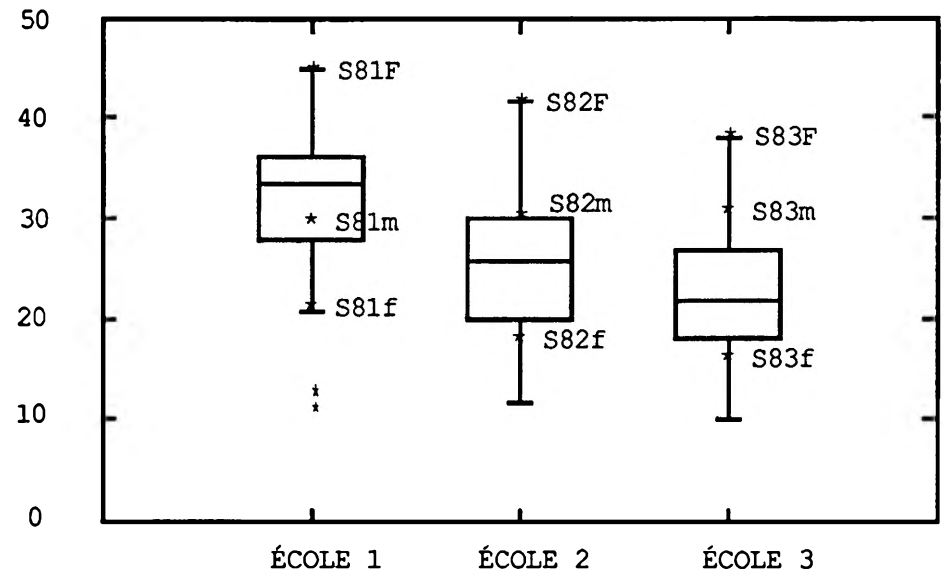
Dans la suite du texte, nous représenterons chacun des sujets interviewés au moyen d'un code composé de la lettre S suivie de deux chiffres puis d'une lettre. Le premier chiffre indiquera l'année de scolarité du sujet et le deuxième l'école d'où il provient, tandis que la lettre fera référence au rendement du sujet en question lors du test d'estimation précédent. Par exemple, S82m est un sujet de 8^{e} année de l'école 2 avec un rendement moyen.

Dans les écoles publiques 2 et 3, nous n'avons pas trouvé de sujets de 5^{e} année ayant obtenu un rendement fort au test d'estimation de résultats de calculs. Nous avons donc interviewé en tout 16 élèves: sept élèves de 5^{e} année (1 élève fort, 3 élèves moyens et 3 élèves faibles) et neuf élèves de 8^{e} année: (3 élèves forts, 3 élèves moyens et 3 élèves faibles).

Les graphiques 21 et 22 montrent comment se situent les sujets interviewés provenant d'une école par rapport aux autres élèves de même niveau de cette école. Ces graphiques ont été construits en tenant compte du rendement des élèves aux <u>trois</u> parties du test et non seulement au test réduit.



GRAPHIQUE 21: SITUATION DES ÉLEVES INTERVIEWÉS DE 5e ANNÉE DE CHAQUE ÉCOLE



GRAPHIQUE 22: SITUATION DES ÉLEVES INTERVIEWÉS DE 8e ANNÉE DE CHAQUE ÉCOLE

En observant le graphique 21, on voit d'abord que les élèves de rendement moyen qui ont été interviewés dans les écoles 2 et 3 sont parmi les meilleurs de leur école au test d'estimation. Notons aussi des différences quant à la position relative des sujets interviewés par rapport aux autres élèves dans leur école. Par exemple, le sujet faible de 5e année de l'école 1 se situe à peu près au premier quartile, alors que les sujets faibles de 5e année des deux autres écoles se situent plutôt au-dessus de la médiane.

Par ailleurs, en observant le graphique 22, on note que les trois sujets forts interviewés sont ceux-là mêmes qui ont eu le meilleur rendement au test. Les trois sujets faibles interviewés sont assez faibles, également, par rapport à leur camarades. Par contre, la situation des élèves moyens interviewés varie selon l'école d'où ils proviennent: celui de l'école 1 se situe vers le bas de la boîte, tandis que les deux autres se situent au-dessus du troisième quartile.

4.2 ANALYSE DES PROTOCOLES

Pour analyser les protocoles des entrevues, nous avons suivi quatre étapes:

1º. Nous avons fait la transcription au complet, en portugais, des protocoles des entrevues qui avaient été enregistrées sur une bande magnétique.

2º. Ensuite nous avons découpé chacun des protocoles d'après chaque question que nous avons posée aux sujets durant les entrevues.

3º. Puis il nous est apparu naturel de grouper les extraits des protocoles de tous les sujets interviewés se rapportant à une même opération de base et de traiter ensuite séparément ceux faisant intervenir des nombres naturels et ceux faisant intervenir des nombres décimaux. Nous avons ainsi obtenu 8 groupes de questions, soit 2 groupes pour chacune des 4 opérations de base.

Finalement, nous avons analysé séparément chaque extrait de protocole, en cherchant à y identifier la stratégie utilisée par le sujet pour faire l'estimation demandée.

Lorsqu'un sujet a manifesté plusieurs stratégies pour répondre à une question donnée, nous les avons toutes prises en considération. Compte tenu que notre but était d'identifier et de décrire les stratégies utilisées par des élèves, nous n'avons pas considéré les erreurs de calcul qu'ils ont commises.

Afin de faciliter l'identification des stratégies utilisées par chaque sujet, nous nous sommes inspirée des stratégies et des procédés fondamentaux déjà connus (Reys 1980, 1986): stratégie frontale, stratégie d'arrondissement, stratégie des nombres compatibles et stratégie des nombres spéciaux (les questions ne fournissaient pas d'occasion d'employer la stratégie de groupement en grappe); procédé de reformulation, procédé de traduction et procédé de compensation.

4.3 STRATÉGIES D'ESTIMATION IDENTIFIÉES

Dans les sections suivantes nous allons présenter les stratégies d'estimation identifiées en faisant l'analyse des protocoles. Nous le ferons successivement pour l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Chaque fois, nous mentionnerons d'abord les stratégies d'estimation observées lorsque l'opération a été effectuée sur des nombres naturels et ensuite celles que nous avons observées dans le cas de calculs sur des nombres décimaux. Chaque stratégie présentée est illustrée à l'aide d'un ou plusieurs extraits de protocoles que pour cette occasion nous avons nous-même traduits du portugais au français.

Pour chaque extrait, nous rappelons d'abord le calcul dont il s'agissait d'estimer le résultat. Le sujet est représenté par son code et l'interviewer par la lettre E. Tous les extraits des protocoles sont écrits en italiques. Quelquefois, au lieu de citer en entier l'extrait de protocole, nous nous limitons à en présenter les parties qui illustrent la stratégie que le sujet a employée et, s'il y a lieu, la raison pour laquelle il l'a choisie. Lorsque nous omettons une partie d'un protocole, nous l'indiquons par [.....].

Afin de mieux décrire ce que le sujet dit, nous insérons parfois dans le texte nos propres commentaires, présentés entre parenthèses et sans italiques. L'usage des trois points de suspension indique que le sujet a fait une petite pause; lorsque la pause a duré plus de 2 secondes, nous indiquons entre parenthèses, le temps que le sujet a effectivement pris pour réfléchir. Lorsqu'un élève donne oralement un certain nombre, sans hésiter, nous transcrivons ce nombre en chiffres; par contre s'il dit un nombre très lentement, nous le transcrivons en mots.

La description des stratégies est suivie d'un tableau montrant la fréquence de chaque stratégie et les sujets l'ayant utilisée. Nous avons également inclus dans le tableau les cas où nous n'avons pas compris la stratégie donnée par le sujet et ceux où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat.

4.3.1 Cas de l'addition

4.3.1.1 <u>Addition de nombres naturels</u>

Afin d'identifier les stratégies que les élèves utilisent pour estimer le résultat d'une addition sur des nombres naturels, nous leur avons demandé de répondre aux trois questions suivantes:

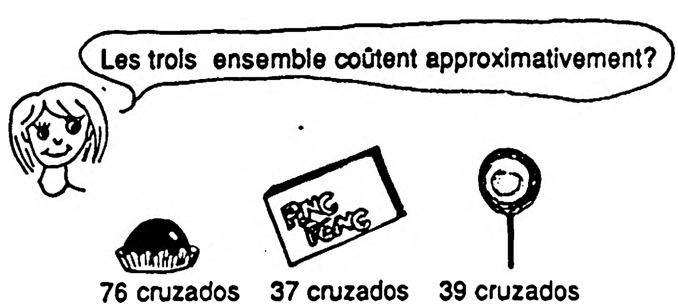
Q4 (Question 4, partie I)

77 + 36 + 58 égale approximativement

A) 0,17
B) 1,7
C) 17
• D) 170

Q1 (Question 1, partie III)

Estime.



S1 (avec du matériel concret)

Matériel présenté		
Un cahier coûtant	1570	cruzados
Du papier coûtant	280	cruzados
Un stylo coûtant	330	cruzados
Question		
Combien coûtent approximativement les trois ensemble?		

Voici les stratégies que les sujets ont manifestées pour estimer le résultat de chacune des trois additions en question.

A Stratégie frontale pour l'addition (**FR(Add)**)

Rappelons que cette stratégie consiste à opérer d'abord avec les chiffres qui se situent à la gauche. Par exemple, dans le cas de Q4 (77 + 36 + 58), on calcule 7 + 3 + 5, ou 70 + 30 + 50 ce qui donne 150 comme estimation initiale. Puis, on peut compenser la perte qui en a résulté en ajoutant quelque chose à l'estimation initiale. Cette stratégie est apparue sous quatre formes différentes:

A1 Stratégie frontale avec une compensation finale. **(FR(Add)1)**

Cette forme a été utilisée avec plus de fréquence pour estimer le résultat des questions Q4 et Q1. Seulement une fois un sujet l'a utilisée pour estimer le résultat de S1.

Exemples

Q4 77 + 36 + 58

E *Et à la question 4, peux-tu me dire ce que tu as fait?*
S82F *J'ai additionné d'abord les premiers chiffres. Le 7 avec le 3 avec le 5, puis ça donnait 150, puis j'ai additionné approximativement les autres chiffres ça donnait 14, 20 plus ou moins. Puis j'ai mis 170.* [.....]

Q1 76 + 37 + 39

E *Tu as répondu 145 à la question 1.*
S52m *J'ai additionné le 7, le 3 et le 3.*
E *Le 7 avec le 3 avec le 3. Et combien ça donnait?*
S52m *Ça donnait 13. Puis comme il y avait encore le 6 plus 7 et plus 9, j'ai augmenté.*
E *Tu as augmenté. As-tu fait le calcul de 6 plus 7 plus 9 ou tu pensais que...*
S52m *J'ai pensé que ça donnait à peu près ça et j'ai mis.* [.....]

S1 1 570 + 280 + 330

E (en montrant le cahier, le papier et le stylo) *J'aimerais savoir si tu peux me dire combien tu vas dépenser à peu près .*
S51m *Ici je vais dépenser mm... 2000. 2 mille et...*
E *A peu près 2000.*
S51m *2000, 2100 à peu près.*
E *Comment as-tu découvert ça si rapidement?*
S51m *J'ai additionné ces deux* (1570 et 330) *puis ça donnait 1800. Puis le 200 je l'avais déjà vu, puis j'ai mis 2000 et quelque petite chose, comme ça.*

Comme nous le voyons, dans les trois cas les sujets ont d'abord additionné les chiffres de gauche. Ils ont ensuite ajouté quelque chose à l'estimation initiale pour compenser la perte consécutive à la reformulation des nombres. Par exemple, S82F a additionné 7 + 3 + 5 en obtenant ainsi une estimation initiale de 150. À cette estimation initiale, il a ajouté 20.

A2 Stratégie frontale sans compensation **(FR(Add)2)**

Exemple:

Q4 77 + 36 + 58

E *Et la question 4, qu'est ce que tu as fait?*
S53m *Bien, ici j'ai additionné le.... 7 et... j'ai essayé le... puis j'ai calculé que 7, 77, 7 plus 3, 10 puis, il y avait le 5, 150* [....]

Ici, le sujet a seulement additionné les premiers chiffres des nombres, sans par la suite compenser la perte qui a résulté de la reformulation des nombres.

A3 Stratégie frontale avec compensation fausse. **(FR(Add)3)**

Q1 76 + 37 + 39

E [.....] *Et maintenant, combien penses-tu que ça donnerait?*
S81f *Laisse-moi voir* (pause 7s). *A peu près 140, 130 environ.*
E. *Comment as-tu pris cette décision?*
S81f *J'ai fait d'abord sans ces chiffres ici, le 9, 7 et 6.*
E *Tu as additionné seulement le 7, le 3 et le 3, c'est ça?*
S81f (pause 2s) *Oui, mais comme c'était 70, 30 et 30.* [.....]
E *Et pourquoi as-tu décidé qu'il fallait un peu plus?*
S81f *Parce qu'il y a les autres chiffres.*

Ici le sujet a également additionné les premiers chiffres (7 + 3 + 3), mais par la suite il n'a pas ajouté une quantité raisonnable pour compenser la perte résultant de la reformulation initiale des nombres.

A4 Stratégie frontale avec quelques petites variations **(FR(Add)4)**

Cette variante consiste à décomposer un nombre contenant plus de chiffres que les autres et/ou à faire une compensation intermédiaire. Cette forme a seulement été utilisée pour estimer la réponse à la situation S1.

Exemple:

S1 1570 + 280 + 330

S53m [.....] *A peu près 2000*
E *A peu près 2000. Comment as-tu trouvé le 2000?*
S53m *Eh... mm... eh... j'ai enlevé le 1, puis j'ai additionné le 5, le 2 et le 3*
E *Tu as additionné le 5, le 2 et le 3. Après tu...*
S53m *J'ai additionné le 1.*

B Stratégie d'addition des termes deux à deux **(DD(Add))**

Cette stratégie consiste à additionner des termes deux à deux. Par exemple, dans le cas de Q1 (76 + 37 + 39), on peut estimer 76 + 37 à 112 à peu près et puis 112 + 37 à 150 à peu près. Parfois les sujets ont fait du calcul mental en présentant ainsi la réponse exacte aux questions. D'autres fois, les sujets ont additionné les termes de façon imprécise en faisant une compensation intermédiaire ou finale.

B1 Stratégie d'addition des termes deux à deux avec compensation assez précise **(DD(Add)1)**

Cette forme de compensation consiste à regrouper des nombres convenables Elle a été seulement utilisée pour estimer la réponse à la situation S1. Dans 3 des 4 cas, les sujets sont arrivés à la réponse exacte en faisant le regroupement.

Exemple

S 1 1 570 + 280 + 330

E [.....]*Combien vas-tu dépenser approximativement?*
S81F *Bien, en additionnant ici 280 avec 330. 80 avec 30, ça donne 100 approximativement. 500 ici, 600* (stylo et papier) *plus ici... 2200, à peu près 2180* (tout l'achat).

Comme on le voit, le sujet a regroupé 30 avec 80 pour obtenir ainsi approximativement 100. Ensuite, il a calculé 200 + 300 = 500, 500 + 100 = 600 et 600 + 1570 en trouvant finalement le résultat (exact) 2 180, après avoir ajouté le 10 qu'il y avait en trop (80 + 30) quelque part.

B2 Stratégie d'addition des termes deux à deux d'une façon peu précise **(DD(Add)2)**

Exemples:

Q 4 77 + 36 + 58

E *À la question 4, tu as mis l'option d) Peux-tu me dire pourquoi?*
S53f *Parce que j'ai calculé, j'ai pensé, puis j'ai trouvé que c'était ça, la réponse d).*
E *Oui, et qu'est-ce-que tu as calculé?*
S53f *En pensant que 76 plus 36 allaient donner un peu plus que 100.*
E *Le 76 plus le 36 allaient donner un peu plus que 100.*
S53f *Non, un peu moins, puis avec 58, ça donnerait 170, l'option d)*

Q1 76 + 37 + 39

S83F [.....] (pause 6s) *Bien, si j'additionne le 76 avec le 37 ça donne plus ou moins 112 n'est-ce pas? Comme je vous ai dit, et... si j'additionne avec 39, ça donne cent 40...,150, plus ou moins.*

S1 1570 + 280 + 330

E *Combien penses-tu dépenser approximativement?*
S82m (pause 15s) *A peu près 2200*
E *A peu près 2200. Et comment as-tu trouvé le 2200?*
S82m *J'ai pris 330 avec 280, j'ai trouvé que ça donnait à peu près 550 n'est-ce pas? Plus ou moins, plus 1570, à peu près 2200.*

Dans les exemples précédents, on observe que les sujets ont additionné les termes deux à deux d'une façon peu précise. Parfois, il est même difficile de faire la distinction entre une addition peu précise des termes et une compensation (intermédiaire ou finale).

C Stratégie d'exclusion **(EX(Add))**

Cette stratégie consiste à choisir la meilleure réponse entre plusieurs options données en excluant celles qui apparaissent fausses Les élèves se sont servi de cette stratégie pour juger les choix de réponses à l'addition de Q4.

Exemples:

Q4 77 + 36 + 58

E *Pourquoi as-tu marqué la réponse d)*
S51f *Ça ne peut pas être un nombre avec une virgule et aussi parce que ce résultat* (17) *est trop petit. C'est plus petit que tous ceux que tu vas additionner.*
E *Le 17 est trop petit. Alors tu n'as pas fait de calcul?*
S51f *Non*

Q4 77 + 36 + 58

E *Et la question 4?*
S83F *C'était pareil. 77 plus 36 plus 58, ça donnerait approximativement l'option d) n'est-ce pas? 170, parce que les autres nombres étaient plus grands que l'un de ceux-ci*
E *Plus petit veux-tu dire, n'est-ce pas?*
S83F *Oui.*

Comme on le voit, les sujets n'ont pas additionné les termes de l'addition, mais ont plutôt exclu les réponses qu'ils considéraient déraisonnables.

D Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel d'addition ((**AL(Add)**)

Il s'agit ici d'une stratégie où les sujets ont additionné mentalement les chiffres de droite à gauche, comme ils le font pour effectuer les additions avec crayon et papier. Évidemment, il ne s'agit pas d'une stratégie qui permet d'estimer assez rapidement le résultat d'additions. Dans 2 des 3 cas, les sujets qui se basaient sur l'algorithme traditionnel ont pris plus de 15 secondes pour trouver une "estimation".

Exemples

Q4 77 + 36 + 58

E *Maintenant la question 4). À la question 4, tu as aussi marqué l'option d).*
S82f (pause 25s) *Approximativement, ceci* (d).
E *Comment as-tu fait?*
S82f *En additionnant.*
E *En additionnant. Tout le nombre?*
S82f *Non, j'ai additionné ceci avec ceci avec ceci. J'ai mis ceci.*
E *Le 8 avec le 6 avec le 7?*
S82f *Oui. Et puis il vient ceux-ci le 5, le 3 et le 7. Puis j'ai ajouté les deux nombres. L'option d)*

Q1 76 + 37 + 39

S81m *Bien, 7 plus 6, 13. Puis 13 plus 9, ça va donner 22. Puis je sais déjà que ça va finir avec un 2. Puis, je retiens deux, 3 avec 3, 6, plus le 7, ça va donner 13 plus le 2 retenu donne 15. 152*
E *C'est comme ça que tu fais normalement n'est-ce pas?*
S81m *C'est comme ça que j'ai... eu une idée du résultat, mais lorsque je fais le calcul même je le fais par écrit. Je ne prends jamais de risque.*

E Autres stratégies (**AU(Add)F**)

Nous avons catégorisé ici les cas où les sujets sont arrivés à un résultat faux, les cas où ils se sont égarés parmi les calculs et les cas où ils ont pris trop de temps pour estimer le résultat.

En guise de synthèse des stratégies d'estimation observées pour l'addition de nombres naturels, nous présenterons le tableau 22, qui donne la fréquence de chacune ainsi que les sujets qui s'en sont servi.

TABLEAU 22: Stratégies d'estimation observées pour l'addition avec des nombres naturels

Code	Fréq.	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
FR(Add)1	5	S51m, S52m, S52f, S52f, S53m	5	S82F, S82m, S82m, S83m, S83m
FR(Add)2	1	S53m	-	
FR(Add)3	-		1	S81f
FR(Add)4	2	S51f, S53m	1	S81f
DD(Add)1	1	S52m	3	S81F, S82F, S83m
DD(Add)2	7	S51F, S51F, S51m S51f, S53f, S53f, S53f	7	S81F, S81F, S81m, S82F, S82m, S83F, S83F
EX(Add)	3	S51m, S51f, S52m	5	S81m, S81f, S83F, S83m, S83f
AL(Add)	1	S51F	2	S81m, S82f
AU(Add)F	2	S52f	3	S82f, S82f, S83f
O	1	S52f	1	S83f

Légende:

FR(Add): Stratégie frontale
- FR(Add)1: Stratégie frontale avec une compensation finale
- FR(Add)2: Stratégie frontale sans compensation
- FR(Add)3: Stratégie frontale avec compensation fausse
- FR(Add)4: Stratégie frontale avec de petites variations

DD(Add): Stratégie d'addition des termes deux à deux
- DD(Add)1: Stratégie d'addition des termes deux à deux avec compensation assez précise

DD(Add)2: Stratégie d'addition des termes deux à deux d'une façon peu précise

EX(Add): Stratégie d'exclusion

AL(Add): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel d'addition

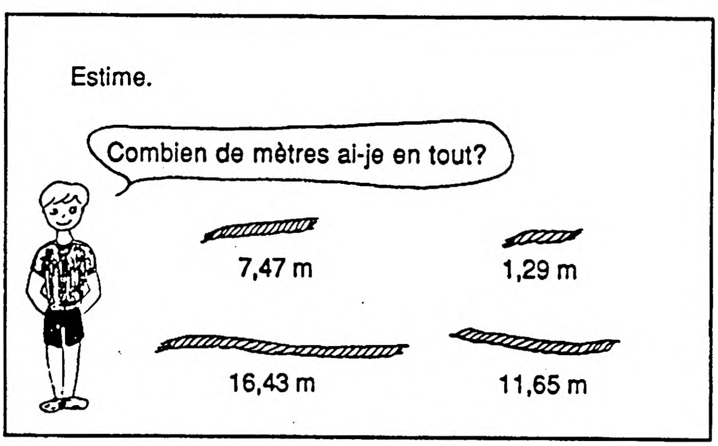
AU(Add)F: Autres stratégies

O: Procédures que nous n'avons pas comprises

4.3.1.2 Addition de nombres décimaux

Afin d'identifier les stratégies que les sujets utilisent pour estimer le résultat d'une addition impliquant des nombres décimaux, nous leur avons présenté les trois questions suivantes:

Q9 (Question 9, partie III)



Q12 (Question 12, partie III)

Estime. 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

S2 (avec du matériel concret)

Matériel présenté 3 kg d'oranges 1,750 kg de bananes 0,400 kg de tomates Question Si tu achètes tout cela, quel est approximativement le poids que tu vas apporter chez toi?

Voici les stratégies que les sujets ont utilisées pour estimer le résultat des additions en question.

A Stratégie d'addition des parties entières (**PE(Add)**)

Cette stratégie consiste à additionner d'abord les parties entières des nombres donnés. Étant donné que les parties entières des nombres avaient toutes un ou deux chiffres, cette stratégie se rapproche de la stratégie frontale. Voici les différentes formes sous lesquelles cette stratégie est apparue:

A1 Stratégie d'addition des parties entières avec compensation assez précise **(PE(Add)1)**

Exemples:

Q9 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *La question 9, celle des petites cordes...*
S82F *Ah, celle-là je me rappelle exactement comment je l'ai faite. Ah, j'ai fait 7 avec 16, puis ça donnait 23, puis j'ai mis avec 1, 24 avec 11, 35. Puis j'ai additionné ici* (0,29 + 0,65) *ce qui donne plus ou moins 1, 36 et ici* (0,47 + 0,43) *ça donne plus ou moins 1, 37.* [.....]

Q12 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

E *Peux-tu me répéter la question 12?*
S81F *D'abord j'ai additionné les chiffres au début qui sont les entiers: 6 avec 1 7, avec 15 22, avec 11 je peux mettre 33 n'est-ce pas? Comme tous les décimaux ici le 6, 1 et 15 eh... 0,3, les trois ensemble donnent à peu près 1 entier. Puis ça donnait 34. Puis il y a encore ce 11,78 puis j'ajoute le 0,78 ça donne environ 34,80.*

On observe donc que les sujets ont d'abord additionné toutes les parties entières et qu'ensuite ils ont fait une compensation en groupant des nombres convenables.des parties décimales. Par exemple, le sujet S81F a additionné d'abord 6 + 1 + 15 + 11. À ce résultat (33) il a ensuite ajouté 1 entier ($\cong$ 3 x 0,3) et puis il a ajouté encore 0,80.

A2 Stratégie d'addition des parties entières avec compensation peu précise **(PE(Add)2)**

Exemples:

Q9 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E [.....] *Est-ce que tu peux le répéter et parler plus haut?*
S53m *Puis j'ai additionné le 7 avec le 1 ça donnait 8, puis j'ai additionné encore 16, 16 avec 8 ça donnait 24, 24 plus le... 11 ça donne 34, puis j'ai calculé que c'était 35 parce qu'il en restait d'autres eh... parce qu'il y avait les autres chiffres* (parties décimales).

Q12 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

S82F *Ici j'ai fait 6 plus 1, 7, avec 15, 22, 11, 33. Puis, je ne sais pas si j'ai additionné ici approximativement* (les parties décimales).
E *On peut regarder ici la* (question) *12, 35* (réponse donnée sur la feuille).
S82F *7, 22, 33, oui, j'ai additionné approximativement. J'ai mis 35.*

S 2 3 + 1,750 + 0,400

E [.....]*5 Kilos. Comment l'as tu fait?*
S83F *J'ai additionné le 3 avec 1 n'est-ce pas? Ça donnait 4, 4 kilos, non, j'ai additionné le 3 avec 1,750 ça donnait 4 kilos et 750 grammes, avec 400 j'ai fait plus ou moins le calcul qui donnait 5 kilos et 100 grammes.*

On remarque donc que cette forme diffère un peu de celle que nous avons mentionnée dans PE(Add)1. En effet, ici les sujets ajoutent quelque chose à l'estimation initiale, mais il ne cherchent pas de nombres convenables pour compenser la perte d'une façon assez précise.

A3 <u>Stratégie d'addition des nombres entiers sans compensation</u> **(PE(Add)3)**

Exemples:

Q9 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

S82m *La question 9, j'ai fais... très... J'ai additionné le 16 avec 7 avec 1 avec 11. Puis ça devenait très...*
E *Très quoi?*
S82m *Très vague. J'ai mis comme ça, j'ai approché le résultat que j'ai trouvé, n'est-ce pas? 16 avec 11 avec 1 et avec 7 n'est-ce pas? Aussi seulement les premiers.* (parties entières)

Q12 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

S51m [.....]*Ça donne 32*
E *Qu'est que tu as fait?*
S51m *15 plus 11 le... 15 plus eh... 11, puis j'ai vu que ça donnait 26 plus, puis 32, puis avec ce 1 maintenant je mets quelque chose je mets..., 30 et quelque petite chose.*
E *30 et quelque petite chose*
S51m *33*

Il s'agit ici des cas où les sujets se sont arrêtés après avoir additionné les parties entières des nombres. Les sujets n'ont alors pas compensé la perte résultant du remplacement des nombres au complet par leurs parties entières seulement.

A4 <u>Stratégie d'addition des parties entières avec compensation incomplète</u> **(PR(Add)4)**

Exemples:

Q9 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *Et la somme des cordes, la question 9*

S51f *7 et 1 8, 8 et 11 19, 19, 29, 29* (pause 5s) *35, 40,* (pause 5s) *ça donne 12, ça donne 19, 19 puis 29, 29 plus 6, ça donne à peu près 36..., ça donne à peu près 36 mais il y a encore les petits nombres* (parties décimales), *attends un peu , 36 maintenant... 40 plus 40, 80, 80 plus 20, 100, cent soixante. Les petits nombres ensemble donnent 180, ceux après la virgule.*

E [.....]*Quel sera donc, pour toi, approximativement le résultat s'il y a 36 avant la virgule et 180 après la virgule?*

S51f *Je ne sais pas, parce que pour additionner tout ensemble il faut retenir...*

E *O.K. Ça veut dire que maintenant tu ne sais pas combien ça va donner?*

S51f *Non.*

Q12 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

E [.....] *Juste en regardant tu ne peux pas avoir une idée de combien ça peut donner?*

S82f *Je vais essayer. 15, 26, 26, 27, 33 puis ça devient, eh, ça devient si difficile. Ça devient difficile parce que la virgule dérange beaucoup. Il faut..., je pense, d'après moi...* [.....]

Comme on l'observe, les sujets ne se sont pas contentés d'additionner les parties entières. Néanmoins, ils ont été incapables de faire une compensation. Il nous semble que, dans ces cas, les élèves n'ont pas su faire une compensation parce qu'ils ne comprenaient pas assez bien les nombres décimaux.

A5 <u>Stratégie d'addition des parties entières avec compensation fausse</u> **(PE(Add)5)**

Q9 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *Tu m'avais dit que ça donne 40. Qu'est ce que tu as fait pour trouver 40?*
S81f *J'ai additionné d'abord ceux-ci.*
E *Les entiers. Combien donnait l'addition des entiers, ou quels sont les entiers que tu as additionnés d'abord?*
S81f *Tous.*
E *Tous, mais avec lesquels as-tu commencé?*
S81f *Avec ceux-ci.*
E *Du début. 7 plus 1 plus 16 plus 11. Sais-tu combien ça donne?*
S81f *Attends un peu...* (pause 4s) *Ça doit donner 35.*
E *Et puis pourquoi as-tu dit 40?*
S81f *Parce qu'il y a les autres chiffres qui restent après la virgule.*
E *Et alors ça donne 40?*
S81f *Approximativement.*

Q12 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

S81m *Ça ne fait rien s'il y a une virgule ou pas. Je fais la même chose. Je commence par les plus grands: 15 plus 11 ça va donner 26, 26 plus 1, 27, 27 plus 6 ça va donner 30...*(pause 4s) *6 plus 7 ça va donner 33. Et puis en considérant les autres ça doit donner autour... presque 40, un petit peu plus.*
E *Mm*
S81m *Non, je ne pense pas que ça va donner 40, ça doit donner autour de 39, 37.*

On peut observer que les sujets ont d'abord additionné les parties entières et ensuite fait une compensation. Remarquons que, dans les exemples mentionnés ci-haut, les sujets font une compensation trop grande. Par exemple, le sujet S81f a trouvé 35 en additionnant les parties entières. À cette valeur elle a ajouté 5 unités pour compenser la perte des parties décimales. Nous supposons encore qu'il s'agit là d'élèves qui ne comprennent pas assez bien les nombres décimaux.

B <u>Stratégie d'addition des termes deux à deux</u> **(DD(Add))**

Cette stratégie consiste à additionner les termes deux à deux. Elle a été utilisée seulement pour estimer le résultat de S2. Les sujets ont d'abord additionné les nombres décimaux et ensuite ils ont additionné le nombre entier. Quelques sujets ont ainsi trouvé le résultat exact.

Exemple:

S 2 3 + 1,750 + 0,400

E *Quel est le poids que tu vas apporter chez toi?*
S82m *Mm* (pause 7s). *Je pense 5 kilos et demi.*
E *5 kilos et demi. Comment as tu fait?*
S82m *Bien, j'ai mis 1750 et 400. Ça donne à peu près 2, 2 kilos et demi n'est-ce pas. Puis, plus les 3, ça donne 5 kilos et demi.*

C Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel d'addition **(AL(Add))**

Cette stratégie a été utilisée seulement pour estimer le résultat de la S2.

Exemple:

S 2 3 + 1,750 + 0,400

S82f [....] *1750, n'est-ce pas? Ceci 400, 3 kilos...* (pause 10s), *ici c'est 3 kilos, mille... (pause 4s). Ça donne environ 4 kilos*
E *Plus de 4 kilos ou moins de 4 kilos?*
S82f *Un peu plus. Parce que ici c'est 3 kilos n'est-ce pas? Alors ça donne 4 mille 750, avec 400, 4750, zéro, 5 7 ça donne 11, ça donne presque 5 kilos.* [....]

Ici nous pouvons remarquer que le sujet a su additionner facilement les quantités 3 et 1,750. Cependant, pour additionner 4,750 avec 0,400, elle s'est basée sur l'algorithme traditionnel.

D Autres stratégies correctes **(AU(Add)C)**

Ici nous avons considéré les cas où les sujets ont donné un résultat correct.

E Autres stratégies fausses **(AU(Add)F)**

Ici nous avons considéré les cas où les sujets ont donné un résultat faux.

En guise de synthèse des stratégies d'estimation observées pour l'addition de nombres décimaux, nous présenterons le tableau 23, qui donne la fréquence de chacune ainsi que les sujets qui s'en sont servi.

TABLEAU 23: Stratégies d'estimation observées pour l'addition avec des nombres décimaux

Code	Fréq.	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
PE(Add)1	-		3	S81F, S81F, S82F
PE(Add)2	4	S52m, S53m, S53m, S53m	8	S82F, S82m, S83F, S83F, S83F, S83m, S83m, S83m
PE(Add)3	4	S51F, S51F, S51m, S52m	3	S82m, S83f, S83f
PE(Add)4	2	S51f, S51f	1	S82f
PE(Add)5	-		4	S81m, S81m, S81f, S81f
DD(Add)	1	S51F	4	S81F, S81f, S82F, S82m
AL(Add)	1	S51f	1	S82f
AU(Add)C	3	S51m, S52m, S52f	-	
AU(Add)F	1	S52f	2	S82f, S83f
O	1	S51m	-	
Z	4	S52f, S53f, S53f, S53f	-	

Légende:

PE(Add): Stratégie d'addition des parties entières

PE(Add)1: Stratégie d'addition des parties entières avec compensation assez précise

PE(Add)2: Stratégie d'addition des parties entières avec compensation peu précise

PE(Add)3: Stratégie d'addition des parties entières sans compensation

PE(Add)4: Stratégie d'addition des parties entières avec compensation incomplète

PE(Add)5: Stratégie d'addition des parties entières avec compensation fausse

DD(Add): Stratégie d'addition des termes deux à deux

AL(Add): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel d'addition

AU(Add)C: Autres stratégies correctes

AU(Add)F: Autres stratégies fausses

O: Procédures qui nous n'avons pas comprises

Z: Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat

4.2.1.3 Conclusions

Les stratégies décrites auparavant et les tableaux 22 et 23 nous permettent de faire quelques constatations.

Premièrement, nous avons remarqué que, malgré le fait que l'estimation des résultats de calculs ne fait pas partie des contenus de mathématique enseignés à l'école primaire dans cette région et le fait que les manuels scolaires n'y font pas référence, il y a des sujets qui élaborent des stratégies pour estimer le résultat d'une addition. Ceux de 8^e année utilisent des stratégies mieux élaborées que ceux de 5^e année. Cela confirme encore que les adolescents apprennent des stratégies d'estimation hors de l'école, dans des situations de la vie quotidienne qui leur demandent de faire des estimations.

Deuxièmement, nous avons noté que les sujets des 3 écoles n'utilisaient pas souvent la stratégie frontale pour estimer le résultat des additions faisant intervenir des nombres naturels. Le tableau 22 montre que dans seulement 15 des 51 cas les sujets l'ont choisie. Dans deux de ces cas (FR(Add)2 et FR(Add)3), ils l'ont employée faussement . Beaucoup de sujets ont préféré adapter les termes deux à deux. Cela peut s'expliquer non seulement par le fait que les sujets ne connaissaient pas bien cette stratégie, mais aussi par le fait que les nombres étaient assez petits, facilitant ainsi d'autres formes de calcul. En observant le tableau 23, nous notons que dans 29 cas sur 47, les sujets ont préféré additionner d'abord les parties entières des nombres, une stratégie qui se rapproche de la stratégie frontale; cependant, dans 14 de ces cas, les sujets n'ont pas fait une compensation correcte (PE(Add)3, PE(Add)4 et PE(Add)5).

Troisièmement, nous avons observé que dans les cas des additions sur des nombres naturels, la stratégie frontale a été surtout utilisée par les sujets des écoles 2 et 3, les sujets de l'école 1 préférant généralement la stratégie DD(Add)2. Ceci laisse croire que les élèves de l'école 1 sont plus habiles à faire du calcul mental et des calculs écrits alors que les élèves des deux autres écoles semblent être plus initiés au procédé de reformulation. Lorsqu'il s'agit de nombres décimaux, nous avons aussi remarqué que les sujets des écoles 2 et 3 étaient meilleurs dans l'utilisation de la stratégie PE(Add) sous les formes 1 et 2, soit la stratégie d'addition des parties entières avec compensation.

Quatrièmement, nous avons pu constater que les sujets varient leurs stratégies selon la grandeur des nombres, comme nous l'avons déjà mentionné dans la revue de la littérature (section 1.7.2). Plusieurs des sujets ont changé de stratégie face aux situations S1 et S2 où l'ordre de grandeur des nombres variait, tout en demeurant dans les deux cas, différent de ceux des questions du test.

Cinquièmement, nous avons remarqué que les sujets forts et moyens utilisaient à peu près les mêmes stratégies, soit les stratégies FR(Add) et DD(Add) avec des nombres naturels et la stratégie PE(Add) avec des nombres décimaux. Les sujets forts estiment avec plus de précision que les sujets moyens. Les sujets faibles n'ont pas de préférence pour une stratégie en particulier et souvent ils ne réussissent pas à estimer le résultat d'additions.

Enfin, nous avons observé que certains sujets n'étaient pas capables d'estimer les résultats d'additions sur des nombres décimaux, à cause de leur difficulté à se détacher des algorithmes écrits traditionnels de calcul d'une somme et à cause de leur mauvaise compréhension du concept de nombre décimal.

4.3.2 Cas de la soustraction

4.3.2.1 <u>Soustraction de nombres naturels</u>

Afin d'identifier les stratégies que les élèves utilisent pour estimer le résultat d'une soustraction faisant intervenir des nombres naturels, nous leur avons demandé de répondre aux deux questions suivantes:

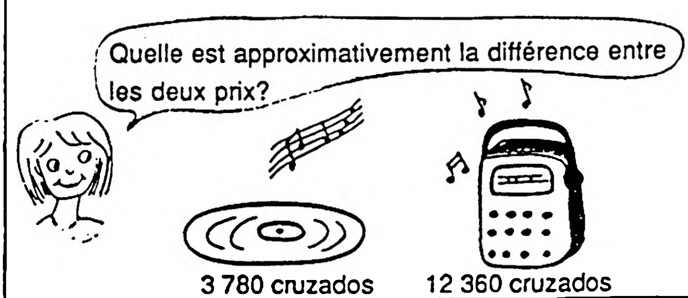
Q2 (Question 2, partie III)

Estime.

17 630 - 4 460

Q6 (Question 6, partie III)

Estime.



Voici les stratégies que les sujets ont manifestées pour répondre à ces deux questions.

A <u>Stratégie frontale</u> **(FR(Sous))**

Comme la stratégie frontale consiste à opérer avec les chiffres qui se trouvent à gauche, les sujets qui se sont servi de cette stratégie ont d'abord calculé la différence entre les nombres représentant des milliers. Par exemple, pour estimer le résultat de Q6, il ont d'abord calculé 12 - 3 ou 12000 - 3000.

Cette stratégie a été beaucoup employée par les sujets interviewés. Certains l'ont utilisée avec une compensation, d'autres sans compensation et d'autres encore avec une fausse compensation. Nous allons illustrer ci-dessous ces trois variantes de la stratégie frontale.

A1 Stratégie frontale avec compensation (**FR(Sous)1**)

Deux sujets (S83F, S83f) qui se sont servis de cette forme de FR(Sous) ont transformé la soustraction en une addition.

Exemples:

Q2 17 630 - 4 460

S81f [.....]*17 moins 4 ça donne treize mille n'est-ce pas? Sans compter ces chiffres ici. Je pense que ça donnerait plus ou moins ça* (12000, c'est ce qu'elle avait marqué sur la feuille de réponse) *Non, je pense que ça donnerait 13 mille et quelque petite chose.*
E [.....]*Et pourquoi une petite chose de plus?*
S81f *À cause des autres chiffres qui restent.*
E *Oui je comprends, mais faut-il toujours augmenter un petit peu lorsqu'il y a des chiffres qui restent?*
S81f *Non, c'est parce que ce nombre ici* (630) *est plus grand que celui-ci* (460)

Q6 12 360 - 3 780

E *La question numéro 6* (S82F avait mis 9000 sur sa feuille de réponses)
S82F *Ici j'ai fait comme j'ai fait avec les autres, séparément 12 -3, puis le 360 moins le..., puis, 12 - 3 ça donne 9 et puis ça donnerait un petit peu moins que 9. Parce que ceci* (780)*est plus grand que ceci (360)* [.....]

Q2 17 630 - 4 460

S83F *La question 2, ça donnait 13 200*
E *Comment as-tu trouvé les 13 200?*
S83F *Laisse-moi voir* (pause 6s). *Je l'ai fait plus ou moins dans la tête n'est-ce pas? En soustrayant.*
E *Comment as-tu fait la soustraction? De quel côté as-tu commencé?*
S83F *Moi, laisse-moi voir* (pause 3s). *Parce que moi, j'ai l'habitude de faire les calculs de soustraction n'est-ce pas? L'habitude que j'ai, est d'additionner toujours le plus petit avec quelque chose pour voir ce que donne ce résultat.. J'ai toujours fait comme ça, parce que je trouve que ça va plus vite. Moi je trouve ça, je trouve que ça va même plus vite comme ça. Donc, le résultat que ça fait, je pense que ça donnait pour y arriver.*
E *Oui je sais, mais peux-tu m'expliquer en quoi cette façon est-elle plus rapide pour toi?*

S83F *Bien, laisse-moi voir,* (pause 15s) *Je n'ai pas fait le calcul en..., comment est-ce qu'on dit, en mille n'est-ce pas? Je l'ai fait en unité. J'ai fait, j'ai fait, laisse moi voir ici... 13 et 4, 13 et 4 n'est-ce pas? Puis ça donne 17, plus le reste que j'ai estimé aussi, n'est-ce pas?*
E *Et comment as-tu estimé le reste?*
S83F *Plus ou moins combien donnait le 630 avec le 460.* [.....]

Comme on le voit au moyen de ces exemples, les sujets ont d'abord opéré avec les chiffres situés à gauche et trouvé ainsi une estimation initiale. Ils ont ensuite tenu compte des autres chiffres pour décider s'il fallait augmenter ou diminuer l'estimation initiale. Par exemple, dans le cas de Q6, S82F a d'abord effectué 12- 3, après quoi elle a décidé que le résultat devait être plus petit que 9000.

A2 Stratégie frontale sans compensation **(FR(Sous)2)**

Exemples:

Q2 17 630 - 4 460

E *Pour la question 2 tu as marqué 13000*
S53m *Oui, parce que 17 - 4, ça donne 3... ça donne 13, puis j'ai calculé que c'était 13000.*
E *As-tu fait directement 17 - 4 en donnant 13 et après as-tu ajouté des zéros?*
S53m *C'est ça.*
E *Penses-tu que cette réponse est proche de la réponse exacte?*
S53m *Oui.*

Q6 12 360 - 3 780

S82m [.....] *J'ai soustrait 3 de 12*
E *Tu as diminué le 3 de 12*
S82m *Puis j'ai ajouté*
E *Tu as soustrait...*
S82m *J'ai ajouté trois zéros*
E *O.K. Trouves-tu ainsi que la réponse est assez proche de la réponse exacte?*
S82m *Oui.*

Comme ces exemples le montrent, les sujets ont seulement soustrait les chiffres représentant des milliers. Ils ont considéré l'estimation ainsi obtenue comme étant déjà assez proche de la valeur exacte de la différence.

A3 <u>Stratégie frontale avec fausse compensation ne respectant pas l'ordre des nombres dans la soustraction</u> **(FR(Sous)3)**

Exemple:

Q6 12 360 - 3 780

E *Et maintenant la question 6*
S51f (Le sujet lit la question) *12 moins 3 9. 9400*
E *9400*
S51f [.....]*Parce que 12 moins 3 ça donne 9 et ici le... 7 moins 3 ça donne 4.*

Comme on peut l'observer, le sujet a d'abord effectué 12- 3 et trouvé ainsi 9000. Pour faire la compensation, il a réalisé une soustraction en opérant avec les nombres en sens contraire, c'est-à-dire au lieu de 3 - 7 ou 13- 7 il a fait 7 - 3.

Seulement la question Q6 donnait l'occasion de faire cette mauvaise compensation. Cette erreur de compensation a seulement été commise par les sujets de l'école 1. Même en faisant cette erreur, les sujets pouvaient trouver une réponse dans l'intervalle acceptable.

A4 <u>Stratégie frontale avec fausse compensation différente de la précédente</u> **(FR(Sous)4)**

Exemple

Q2 17 630 - 4 460

E *Qu'est-ce que tu vas faire avec cette question?*
S81m *Ça donne à peu près 12000*
E *Pourquoi?*
S81m *Bien, j'ai fait 17 avec 4. Lorsque je suis paresseux je fais comme ça. 17 moins 4 ça va donner 13, mais je dois tenir compte des autres chiffres* (630 - 460) *alors ça doit donner plus ou moins 12000.*

Nous voyons donc que le sujet a trouvé 13000 comme estimation initiale, après avoir effectué 17 - 4 . Ensuite il a pensé qu'il fallait diminuer cette estimation parce qu'il y avait encore d'autres chiffres.

A5 <u>Stratégie frontale sans retour à l'ordre de grandeur initial des nombres</u> **(FR(Sous)5)**

Exemple:

Q2 17 630 - 4 460

E *Alors nous avons ici la question 2. Tu as répondu... Laisse-moi voir, tu as répondu 12. Pourquoi as-tu répondu 12?*
S52m *Parce que j'ai fait 17 moins 4 et ça donnait 13, et puis comme ici il y avait 630 et 460, j'ai mis 12.*
E *Et trouves-tu que c'est correct?*
S52m *Oui, je trouve.* [....]

On observe donc que le sujet a effectué l'opération avec les premiers chiffres. Cependant, après avoir trouvé la valeur 12, elle n'est pas retournée au bon ordre de grandeur des nombres. On peut observer que le sujet a en plus commis la même erreur de compensation que nous avons décrite dans l'exemple illustrant **(FR(Sous5))**.

A6 <u>Stratégie frontale avec une petite variante</u> **(FR(Sous)6)**

Exemple:

Q2 17 630 - 4 460

E *Laisse-moi te dire combien tu as mis sur la feuille hier. 13200.*
S51m *C'est parce que ceci... Je fais beaucoup de calcul comme ça. Puis 7 - 4, 7 - 4 est 3 avec ce 1 donne 13000.*
E *O.K. Et les 200, comment les as-tu trouvés? C'est-à-dire, tu as mis 260.*
S51m *280. C'est à cause du..., parce que 600 - 400 ça donne 2. Puis j'ai mis 280.*

Comme dans le cas de l'addition, la variante consiste à décomposer le nombre contenant le plus de chiffres. Par exemple, l'élève S51m a effectué d'abord 7 - 4 et ensuite il a tenu compte du 1 qui est placé avant le 7.

B <u>Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de soustraction</u> **(AL(Sous))**

Exemples:

Q2 17 630 - 4 460

E *Comment as-tu fait la question 2?*
S51F *J'ai soustrait 17 630 de 4 460*
E [.....]*Et où as-tu commencé à faire le calcul?*
S51F *Avec ceci. Avec le 17 630.*
E *Maintenant j'aimerais savoir: as-tu commencé avec le "0" ici ou as-tu commencé avec le "1". Quel chiffre as-tu trouvé d'abord?*
S51F *Le "0".*
E *Ça signifie que tu as commencé le calcul par l'arrière?*
S51F *Je le fais toujours comme ça.*

Q2 17 630 - 4 4 60

S82f [.....] (pause 9s) *Je pense que c'est 13 je ne sais pas... ou 14.*
E *Tu penses que c'est 13? Pourquoi penses-tu que c'est 13?*
S82f *Parce que eh..., ah, j'ai fait la soustraction n'est-ce pas? 17 mille 630 moins 4 mille 460.*
E *Comment as-tu fait le calcul.*
S82f *J'ai fait ainsi. Comme on fait le calcul normalement. "0" avec "0", puis le 3 on ne peux pas le soustraire, j'ai emprunté à cause de ceci n'est-ce pas?*
E *As-tu fait tout ce processus-là?*
S82f *Oui, plus ou moins, je pense que oui.*
E *Penses-tu qu'il y a une façon plus rapide?*
S82f *Plus rapide, ainsi dans la tête?*
E *Oui*
S82f *Je trouve que c'est compliqué.* [.....]

Comme on le voit, cette stratégie consiste à effectuer la soustraction de droite à gauche, comme on le fait pour calculer le résultat exact au moyen de l'algorithme traditionnel.

C <u>Autres stratégies</u> **(AU(Sous)F)**

Nous avons regroupé ici les cas où les sujets sont arrivés à un résultat faux.

En guise de synthèse des stratégies d'estimation observées pour la soustraction de nombres naturels, nous présenterons le tableau 24, qui donne la fréquence de chacune ainsi que les sujets qui l'ont utilisée.

TABLEAU 24: Stratégies d'estimation observées pour la soustraction avec des nombres naturels

Code	Fréq.	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
FR(Sous)1	2	S52m, S52f	9	S81F, S81F, S81f, S82F, S82F, S83F, S83F, S83m, S83f
FR(Sous)2	3	S51f, S53m, S53m	3	S82m, S82m, S83m
FR(Sous)3	2	S51m, S51f	1	S81f
FR(Sous)4	1	S52f	1	S81m
FR(Sous)5	2	S52m, S53f	-	
FR(Sous)6	1	S51m	-	
AL(Sous)	2	S51F, S51F	2	S82f, S83F
AU(Sous)F	1	S53f	2	S81m, S82f

Légende:

FR(Sous): Stratégie frontale

- FR(Sous)1: Stratégie frontale avec compensation
- FR(Sous)2: Stratégie frontale sans compensation
- FR(Sous)3: Stratégie frontale avec fausse compensation ne respectant pas l'ordre des nombres dans la soustraction
- FR(Sous)4: Stratégie frontale avec fausse compensation différente de la précédente
- FR(Sous)5: Stratégie frontale sans retour à l'ordre de grandeur initial des nombres
- FR(Sous)6: Stratégie frontale avec une petite variante

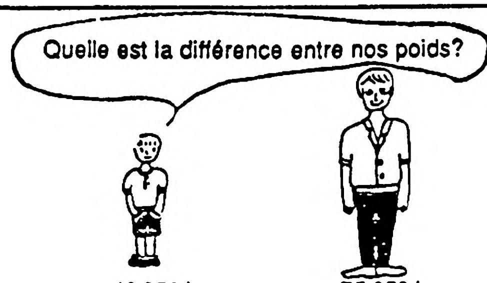
AL(Sous): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de soustraction

AU(Sous)F: Autres stratégies fausses

4.3.2.2 Soustraction de nombres décimaux

Afin d'identifier les stratégies utilisées par des sujets pour estimer le résultat d'une soustraction sur des nombres décimaux, nous leur avons demandé de répondre aux deux questions suivantes:

Q14 (question 14, partie I)



46,950 kg   75,650 kg

La réponse est approximativement

A) 2,900 kg

• B) 29,000 kg

C) 290,000 kg

D) 2900,000 kg

Q10 (question 10, partie III)

Estime.

56,560 - 37,850

Voici les stratégies dont les sujets se sont servi pour répondre à ces questions:

A Stratégie frontale **(FR(Sous))**

Puisque cette stratégie consiste à opérer sur les premiers chiffres des nombres, il s'agit ici de calculer la différence entre les chiffres représentant les dizaines, par exemple de calculer 7 - 4 ou 70 - 40 dans le cas de Q14, et ensuite de faire une compensation.

Cette stratégie n'a pas été utilisée très souvent par les sujets. Nous l'avons trouvée sous trois formes différentes.

A1 <u>Stratégie frontale sans compensation</u> **(FR(Sous)2)**

Exemples:

Q14 75,650 - 46,950

E *Et la question 14, celle des poids?*
S51m *Les poids, je l'ai fait comme ça. Ça donnait 29 n'est-ce pas? L'option b) Parce que 75 alors... j'aime beaucoup faire des soustractions. J'en fais beaucoup*
E *Ah, oui?*
S51m *Puis, j'ai vu... Ce que j'ai déjà vu... J'ai pensé que la différence de 70 et 40, 30 plus ou moins comme ça.* [....]

Q10 56,560 - 37,850

E *À la question 10, tu as répondu 20*
S52m *J'ai mis 50 moins 30* [....]

Comme on le voit dans ces exemples, les sujets ont d'abord calculé la différence entre les chiffres représentant les dizaines, sans par la suite compenser la perte ainsi obtenue.

A2 <u>Stratégie frontale avec fausse compensation, ne respectant pas l'ordre des nombres dans la soustraction</u> **(FR(Sous)3)**

Exemple:

Q10 56,560 - 37,850

E *Alors, et la question 10?*
S51f (pause 5s) *5, 20, eh... 50 moins 30, ça donne 56 moins 36 ça donne 20* (le sujet faisait quelques calculs à voix basse) *50 moins 30 ça donne 20, 20 et maintenant les 800, 20 virgule 300.*

On retrouve donc ici le même genre de fausse compensation que nous avons rencontré précédemment pour la soustraction des nombres naturels. Le sujet a d'abord reformulé les nombres et il a ensuite calculé 50 - 30. Puis, pour faire la compensation, il a considéré les nombres donnés dans le sens contraire (800 - 500). En plus de cette erreur, le sujet n'a pas tenu compte des chiffres représentant les unités.

A3 Stratégie frontale avec fausse compensation différente de la précédente **(FR(Sous)4)**

Exemples:

Q10 56,560 - 37,850

E *Bien, ici nous avons la question 10, qu'est-ce que tu as fait ici?*
S53m (pause 9s) *Celle-ci j'ai fait... eh..., j'ai calculé rapidement et ça donnait 28 n'est-ce pas? Puis...*
E *O.K., mais comment as-tu trouvé le 28? C'est ça que j'aimerais savoir.*
S53m *J'ai mis ceci 56 - 37. Puis j'ai pensé que..., puis je n'avais pas beaucoup de temps pour la faire, puis j'ai mis 28.*
E *Mm..., Tu as mis 28 parce que tu n'avais pas assez de temps, mais je pense que tu as fait quelque chose pour découvrir que ça donnait 28.*
S53m *Oui, 50 moins, 5 moins 3, puis ça donne 20, puis j'ai ajouté 8.*
E *Ah. O.K. Sais-tu pourquoi tu as ajouté 8?*
S53m *Parce que j'ai pensé que c'était proche, n'est-ce pas?* [.....]

Q10 56,560 - 37,850

E *Maintenant nous avons une soustraction, la question 10.*
S83m *10 n'est-ce pas?* (pause 5s) *10. J'ai mis comme c'était 50 et ici 30 n'est-ce pas. Il arrive que les autres, les autres chiffres ici sont plus petits n'est-ce pas? Puis, j'ai pensé que 10 était à peu près correct. Parce que 56, en plus que 6 est plus petit que ceci, que le 7, ces deux chiffres, ces trois chiffres* (560), *sont plus petits que ceux-ci* (850), *puis j'ai pensé que ça donnait plus ou moins 10 mille.*
E *Et aujourd'hui penses-tu que 10 mille est suffisant? Dix..., As-tu écrit 10 mille ici ou ... Qu'est-ce que tu as écrit ici* (il était difficile de distinguer s'il avait écrit 10,000 ou 10.000 sur sa feuille de réponses)
S83m *Dix virgule zéro, zéro.*

E N'est-ce pas 10 mille donc?
S83m *Non.*
E *Trouves-tu que c'est une bonne réponse?*
S83m *Laisse-moi voir* (pause 27s). *Oui, c'est à peu près ça.*

Il s'agit là de deux types de fausse compensation. Le sujet S53m, après avoir calculé 5-3 et obtenu 20 comme estimation initiale, a pensé qu'il fallait ajouter quelque chose à 20 et il a finalement donné comme estimation 28. Par contre, après avoir effectué 50 - 30 et obtenu 20 comme estimation initiale, S83m a pensé qu'il fallait soustraire quelque chose à 20 et il a ainsi donné 10 comme estimation.

B Stratégie de soustraction des parties entières **(PE(Sous))**

Cette stratégie consiste à effectuer l'opération avec les parties entières des nombres.

Dans quelques cas, les sujets ont fait cette soustraction par calcul mental, tandis que d'autres ont préféré l'effectuer en se servant de l'algorithme traditionnel. Le sujet S83F s'est servi de l'opération inverse, comme il l'avait fait pour les soustractions avec des nombres entiers. Quelques sujets ont encadré la réponse dans un intervalle, tout en donnant des indications qu'ils n'étaient pas très sûrs de leur réponse.

Exemples:

Q14 75,650 - 46,950

S82m [.....] *Non, j'ai diminué le 46 de 75.*
E *Le 46 de 75. Comment as-tu fait ce calcul?*
S82m *Puis, j'ai fait comme ça 75 moins 46 ça doit donner plus ou moins, à peu près 30 n'est-ce pas, 29, 30. Puis ça donne 29.* [.....]

Q10 56,560 - 37,850

E *Et la soustraction de la question 10?*
S81m *La même chose, 56 moins 37. Après je considère les autres* (chiffres).
E *Et comment as-tu fait la soustraction 56 moins 37?*
S81m *Sept jusqu'à six je sais que ça allait donner 9, 9 et puis* (pause 4s), *ça allait donner 19, 18..., 17, je sais que ça ne donne pas 19.* [.....]

Q10 56,560 - 37,850

E *Qu'est-ce que tu as répondu à la question 10?*
S83F *18,420*
E *Mm, et comment tu l'as résolue?*
S83F *Ceci je ne me souviens pas trop comment je l'ai fait* (pause 8s). *Eh... j'ai vu combien..., je devais additionner plus ou moins avec 37 pour obtenir 56 n'est-ce pas? Je pense, si je ne me trompe pas, à peu près 18 ou 18 et..., eh... j'ai fait aussi la même chose avec la partie décimale n'est-ce pas?*
E *As-tu trouvé que c'était important de toucher aussi à la partie décimale? Et comment as-tu fait ça?*
S83F *J'ai cherché plus ou moins un nombre que.. en l'additionnant avec 560 allait donner 850.* [.....]

C Stratégie des nombres compatibles **(NC(Sous))**

Exemples:

Q14 75,650 - 46,950

E *Bien, et la question 14?*
S82F *J'ai diminué seulement 75 de 46.*
E *Mm. Eh, laisse-moi voir, tu as diminué.*
S82F *75 et 46. Puis ici le 6, je ne l'ai pas considéré, J'ai fait comme c'était un 5. C'est mieux, puis j'ai mis 29.*

Q10 56,560 - 37,850

S81F (le sujet lit la question) *On prend les grandeurs n'est-ce pas? 55 moins 35 en faisant une approximation ça donne 20. Comme c'est plus grand ça devient 19.*
E *Ça veut dire que tu as calculé d'abord plus ou moins le résultat et après tu as essayé d'y arriver plus proche?*
S81F *Oui, si le deuxième terme est plus grande ça va donner moins que 20, j'en suis sûr n'est-ce pas? Parce que ici c'est 37, 56. Ça serait 20 si c'était 57.*

Comme on le voit dans ces exemples, les sujets ont adapté les deux nombres de façon que l'un soit compatible avec l'autre. Ainsi le sujet S82F a calculé la différence entre 75 et 45 pour répondre à la question Q14. De façon semblable, dans le cas de Q10, le S81F a calculé la différence entre 57 - 37.

D Stratégie d'exclusion (**EX(Sous)**)

Cette stratégie consiste à choisir la meilleure réponse entre plusieurs choix de réponses donnés en excluant celles qui apparaissent fausses. Des sujets ont utilisé cette stratégie pour répondre à la question Q14.

Exemple:

Q14 75,650 - 46,950

E [.....]*Alors quelle doit être la réponse?*
S81f *29.*
E *Et pourquoi 29?*
S81f *Parce que ici (2,900 kg) je pense que ce n'est pas assez et 290 et plus serait trop* [.....]

E Autres stratégies (**AU(Sous)F**)

Nous avons regroupé ici les cas où les sujets sont arrivés à une réponse fausse. Dans cette catégorie, nous avons également inclus les cas où les sujets ont mal interprété les nombres, qu'ils ont pris pour des nombres naturels.

Le tableau 25 présente la synthèse des stratégies d'estimation observées pour la soustraction des nombres décimaux, en précisant la fréquence de chacune et les sujets qui s'en sont servi.

TABLEAU 25: Stratégies d'estimation observées pour la soustraction avec des nombres décimaux

Code	Fréq.	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
FR(Sous)2	4	S51m, S51m, S52m, S52m	1	S83f
FR(Sous)3	1	S51f		
FR(Sous)4	1	S53m	1	S83m
PE(Sous)	4	S51F, S51F, S53m, S53f	8	S81F, S81m, S81f, S82m, S82m, S83F, S83F, S83m

NC(Sous)	-		3	S81F, S82F, S82F
EX(Sous)	1	S51f	2	S81m, S81f
AU(Sous)F	3	S52f, S52f, S53f	-	
O	-		2	S82f, S83f
Z	-		1	S82f

Légende:

FR(Sous): Stratégie frontale

FR(Sous)2: Stratégie frontale sans compensation

FR(Sous)3: Stratégie frontale avec fausse compensation, ne respectant pas l'ordre des nombres dans la soustraction

FR(Sous)4: Stratégie frontale avec fausse compensation différente de la précédente

PE(Sous): Stratégie de soustraction des parties entières

NC(Sous): Stratégie des nombres compatibles

EX(Sous): Stratégie d'exclusion

AU(Sous)F: Autres stratégies fausses

O: Procédures qui nous n'avons pas comprises

Z: Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat.

4.3.2.3. Conclusions

Les stratégies dont les sujets se sont servi pour estimer les résultats des soustractions ne sont pas très élaborées. Néanmoins, compte tenu que les élèves interviewés n'avaient reçu aucun enseignement à ce sujet à l'école, il est étonnant de voir que quelques-uns aient su développer leurs propres stratégies d'estimation pour répondre aux questions posées.

Lorsqu'il s'agissait d'estimer des différences de nombres naturels, comme le montre le tableau 24, les sujets de 8e année ont utilisé des stratégies plus complètes et mieux élaborées que ceux de 5e année. De plus, les élèves des deux niveaux ont souvent utilisé la stratégie frontale. Beaucoup d'entre eux ne l'ont néanmoins pas employée avec une compensation correcte: ceux de 5e année ont fait une compensation correcte dans 3 cas (FR(Sous)1) et FR(Sous)6) sur 11, tandis que ceux de 8e année ont utilisé la stratégie frontale de façon complète et correcte dans 9 cas (FR(Sous)1) sur 14. Étant donné que seulement 7 sujets se sont servi de l'algorithme traditionnel ou d'une autre stratégie pour estimer le résultat de soustractions de nombres naturels, on peut conclure que les élèves ont tendance à estimer le résultat de telles soustractions au moyen de la stratégie frontale. Cependant, très souvent, ils ne la complètent pas avec une compensation ou bien la compensation est mal faite.

Par contre, lorsqu'il s'agissait d'estimer des différences de nombres décimaux, la stratégie frontale n'a pas été très employée par les sujets que nous avons interviewés. À notre avis, cela est dû au fait que les parties entières des nombres décimaux qui figuraient dans les questions étaient assez petites et qu'il était facile de faire des opérations sur elles sans les reformuler. Les sujets n'ont en aucun cas fait une compensation correcte lorsqu'ils ont utilisé la stratégie frontale pour opérer sur des nombres décimaux. Comme dans le cas des nombres naturels, les sujets ont de la difficulté à utiliser correctement la compensation. Les sujets préfèrent opérer avec toutes les parties entières, au lieu d'employer la stratégie frontale, quelques-uns avec une bonne réussite, d'autres avec beaucoup de difficulté. Nous pouvons noter que les sujets, principalement ceux de 8e année, ont préféré estimer le résultat en se basant sur les parties entières des nombres. Les estimateurs les meilleurs (S81F et S82F) ont estimé le résultat en cherchant des nombres compatibles.

Il est étonnant de voir que deux sujets forts (S51F et S83F) ont essayé d'estimer le résultat de soustractions de nombres naturels au moyen de l'algorithme traditionnel, alors qu'ils ont estimé le résultat des soustractions de nombres décimaux en opérant sur les parties entières des nombres. Nous avons remarqué que ces deux sujets étaient extrêmement habiles avec les calculs de base.

Lorsqu'on jette un coup d'oeil sur les stratégies que les élèves choisissent pour estimer le résultat d'une soustraction, on peut remarquer que seuls quelques-uns ne sont pas capables d'en trouver une du fait qu'ils sont attachés a l'algorithme traditionnel. Notons d'ailleurs que ces sujets-là ont une compréhension déficiente du nombre décimal.

Contrairement à ce que nous avions remarqué dans le cas de l'addition, nous avons constaté que les élèves d'une même école n'avaient pas de préférence pour une stratégie d'estimation de résultats de soustractions en particulier. En fait, les stratégies sont distribuées à peu près également entre les trois écoles.

Pour estimer les résultats de soustractions sur des nombres naturels, tous les sujets, qu'ils soient forts, moyens ou faibles, se servent souvent de la stratégie frontale; les forts la complètent avec une compensation correcte, alors que les sujets moyens et faibles présentent l'estimation sans faire une compensation ou ils la finissent avec une compensation erronée. Par contre, pour estimer le résultat des soustractions sur des nombres décimaux, on s'aperçoit que le choix d'une stratégie varie selon le degré d'habileté à estimer des sujets: les forts utilisent surtout la stratégie des nombres compatibles, les sujets moyens se servent de la stratégie frontale ou opèrent avec les parties entières, alors que les faibles n'emploient pas de stratégies d'estimation correctes.

4.3.3 Cas de la multiplication

4.3.3.1 Multiplication de nombres naturels

Afin d'identifier les stratégies que les élèves utilisent pour estimer le résultat d'une multiplication impliquant des nombres naturels, nous leur avons demandé de répondre aux trois questions suivantes.

Q3 (Question 3, partie I)

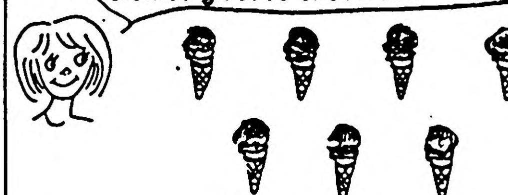
275 x 7 égale approximativement

A) 1,9
B) 19
C) 190
• D) 1900

Q7 (Question 7, partie III)

Estime.

Approximativement combien coûtent toutes les crèmes glacées ensemble?



238 cruzados chacune

S3 (avec du matériel concret)

<u>Matériel présenté</u>

Un cahier coûtant 1570 cruzados.

<u>Question</u>

Si tu achètes 8 cahiers, combien vas-tu payer approximativement?

Voici les stratégies que les sujets ont manifestées pour répondre à ces trois questions.

A <u>Stratégie frontale</u> **(FR(Mult))**

Rappelons que cette stratégie consiste à opérer sur les chiffres situés le plus à gauche. Les sujets qui se sont servi de cette stratégie ont donc multiplié le facteur d'un chiffre par le premier chiffre de l'autre facteur.

Cette stratégie est apparue très souvent. Certains sujets l'ont utilisée avec une compensation, d'autres non. D'autres encore l'ont employée avec une fausse compensation. En voici les différentes formes que nous avons trouvées.

A1 <u>Stratégie frontale avec compensation assez précise</u> **(FR(Mult)1)**

Exemples:

Q3 275 x 7

E *A la question 3 tu as répondu l'option d).*
S81F *Bien, la centaine ici est 200, fois 7, ça devient 1400. En multipliant 75 pour 7 ça va donner 49. Alors ça va donner 1400 plus 490, à peu près. Ça donne 1890 plus... C'est encore plus que ça* (1900). [.....]

S3 1570 x 8

E *Maintenant tu vas acheter 8 cahiers. Tous valent le même prix. Il n'y a pas de rabais.*
S51m *8.*
E *Approximativement, combien vas-tu dépenser?*
S51m (pause 20s) *12 mille, 12 mille et...*
E *Combien?*
S51m *12 mille, 12 500, 12000*
E *Et comment l'as-tu fait?*
S51m *J'ai fait 1000 fois 8 ça donnait 1000. Puis 500 fois 8, ça donnait 4000. Puis j'ai mis 12500 à cause de ceci* (le 70).
E *Très bien. Tu as dit 12500. Comment as-tu trouvé les 500, parce que si je comprends bien, ici ça donne 8000, ici ça donne 4000.*
S51m *Puis 12000.*
E *Ça donne 12000, et les 500?*
S51m *Puis j'ai multiplié le 70 par 8. Puis j'ai vu plus ou moins combien ça donnait et je l'ai mis.*

En observant ces exemples, on peut remarquer que les sujets ont d'abord trouvé une estimation initiale en multipliant le facteur d'un chiffre par le premier chiffre de l'autre facteur. Ensuite ils ont fait une compensation. Pour faire cette compensation, ils ont tenu compte du deuxième chiffre. Par exemple le sujet S81F a d'abord multiplié 200 par 7 pour obtenir 1400. Puis il a ajouté 490 (= 7 x 70) pour faire la compensation. Il est arrivé ainsi à une valeur plus grande que 1900.

A2 <u>Stratégie frontale avec compensation peu précise</u> **(FR(Mult)2)**

Exemples:

Q3 275 x 7

E *Alors tu as ici la question 3. Tu as répondu l'option d). Sais-tu pourquoi tu as fait cette option?*
S83m *J'ai pris plus ou moins n'est-ce pas. J'ai multiplié le 7 par le 2, ça donnait 140 n'est-ce pas? Plus ou moins. Si je mettais le.. si c'était 200 fois 7, alors 140. Comme j'ai imaginé que... seulement le 7 par le 2, allait donner 140, en multipliant le 75 c'est évident que ça va donner plus que 190 n'est-ce pas? Puis j'ai mis 1900.*
E *Alors tu penses que 7 fois 200 donne 140, c'est ça?*
S83m *Eh... 7 fois 200 allait donner 140, non, je voulais dire que ça va donner 1400.*
E *Ah 1400. C'est bien.*
S83m *Puis seulement par les premiers chiffres on peut déjà l'imaginer. Dans la plupart des questions c'est comme ça.*

Q7 7 x 238

E [.....] *Alors comment as-tu trouvé 1500.*
S83F *1500, en multipliant 238 par 7, 200 fois 7.*
E *Mais est-ce que 200 fois 7 donne 1500?*
S83F *Non, ça donne 1400.*
E *Alors. pourquoi as-tu augmenté ça?*
S83F *Eh... parce que j'ai fait plus ou moins une base, une base aussi de 38 fois 7. Ça donnait moins ici, le résultat, mais j'ai..., estimé ce résultat.*

S3 1570 x 8

E *8 cahiers pour 1570 cruzados, as tu une idée?*
S52f *Ça va donner autour de 14 000.*
E *Pourquoi?*
S52f *Parce qu'en enlevant les 70, en laissant juste 1000, ça allait donner 8000.*
E *Mm*

S52f *Plus les 500, ça allait donner...* (il n'est pas possible de comprendre ce que S52f dit)
E *Ça allait donner?*
S52f *A peu près 13..., 13000, 13 e 140 plus ou moins, à peu près.*
E *13 140. Comment as-tu trouvé le 13? Parce que 8 fois 1000 ça donne 8000 n'est-ce pas? Pourquoi es-tu passé de 8 à 13 mille?*
S52f *Parce qu'ici il y a 570.*
E *Mm*
S52f *Puis je l'ai additionné, mais je ne l'ai pas additionné si correctement. J'ai additionné plus ou moins.*

Les sujets qui ont utilisé cette stratégie ont trouvé une estimation initiale en multipliant les premiers chiffres des deux facteurs. Après quoi, ils ont fait une compensation en additionnant quelque chose à l'estimation initiale. Ainsi le sujet S83F a estimé 7 x 238 en calculant 7 x 200 = 1400. À cette valeur il a ajouté 100 pour trouver l'estimation 1500.

A3 Stratégie frontale sans compensation **(FR(Mult)3)**

Exemple:

Q7 7 x 238

E [.....] *Qu'est-ce que tu as fait pour trouver 1400?*
S81f *J'ai compté les crèmes glacées et je les ai multipliées par 2.*
E *Par 2. Alors il y a 7 crèmes glacées, tu les as multipliées par 2, ça donnait 14. Mais tu as répondu 1400...*
S81f *Oui.*
E *Et pourquoi 1400?*
S81f *A cause des autres chiffres qui restaient.*

Il s'agit donc ici de cas où les sujets ont seulement multiplié les premiers chiffres, sans tenir compte de la perte consécutive à la reformulation des nombres. Ainsi, pour estimer le produit 7 x 238, le sujet S81f a calculé 7 x 2 = 14. Elle a ensuite ajouté deux zéros au résultat obtenu.

A4 Stratégie frontale avec fausse compensation **(FR(Mult)4)**

La plupart des erreurs de compensation ont été commises à propos du produit 8 x 1750. Quelquefois il s'agissait d'une erreur d'ordre de grandeur, d'autres fois les sujets n'ajoutaient pas une quantité raisonnable comme compensation.

Q7 7 x 238

S81m [.....] *Non , ce n'est pas ça. Ça doit être un petit peu plus..., presque 2000 ou 1800 parce qu'une crème glacée coûte 200 cruzados, fois 7, 1400. Mais il y a 238. Ah, c'est ça, la différence est petite.*

S3 1570 x 8

S82F [.....] *Laisse-moi voir. 8, 12, 17 mille.*
E *Et comment as-tu fait ça? Peux-tu l'expliquer?*
S82F *Oh, 8 fois 1 ça donne... 8000, puis le 500 ça donnerait la moitié, alors 4 mille... et 8 avec 4, 12, 8 fois 7 ça donne approximativement 5, alors 12 plus 5, 17.*

Les deux exemples précédents montrent des cas où les sujets ont ajouté en trop. Prenons par exemple S82F qui a donné 17000 comme estimation du produit 8 x 1570. Cette estimation, elle l'a trouvée en multipliant successivement le 8 par 1, par 5 et par 7. Ensuite, elle a calculé 8000 + 4000 = 12000 et 12000 + 5000 = 17000

B. Stratégie d'exclusion (**EX(Mult)**)

Il s'agit ici d'obtenir la réponse en éliminant des options.

Exemple:

Q3 275 x 7

E *Peux-tu me dire comment tu as fait la question 3?*
S83F *La 3. Ça donnait l'option d) n'est-ce pas?. Parce que... j'ai imaginé que 275 fois 7 ne pourrait pas donner... 1,9, ni 19 ni 190. Le meilleur résultat était le 1900 n'est-ce pas?*

C Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la multiplication (**AL(Mult)**)

Certains sujets ont essayé d'estimer le résultat en se basant sur l'algorithme traditionnel. Les sujets forts ont réussi à trouver une estimation correcte. Cependant, ils ont pris souvent plus de 15 secondes pour faire les calculs. Les erreurs qu'ils ont commises l'ont été dans la plupart des cas avec les derniers chiffres. Les sujets faibles ont pris encore plus de temps ou n'ont pas réussi à trouver un résultat raisonnable.

Exemples:

Exemples:

Q 7 7 x 238

E *Et maintenant les crèmes glacées, la question 7*
S81m *238 cruzados chacune?*
E *Oui, et tu vas acheter 7.*
S81m *7 fois 8, 56, je sais que ça fini avec 6. Je retiens 5, 7 fois 3, 21, plus 5, 71. Non, qu'est-ce que c'est? 7 fois 8, 56. Je retiens 5, 7 fois 3, 21 plus 5, 26, je retiens 2, 7 fois 2, 14 plus 2, 16. Ça va donner à peu près 1600. Ça donne 1600 et ça fini avec 6.*
[.....] (La fin de cette partie de l'entrevue a été utilisée dans la stratégie A4).

S 3 8 x 1570

E *Peux-tu faire le calcul à haute voix? Tu vas acheter 8 cahiers de ceci. Combien vas-tu payer?*
S83F *Ah, laisse-moi voir* (pause 25s). *Ça donne mille, non 12 mille* (pause 4s), *12 mille 540, plus ou moins.*
E *Mais ce n'est pas nécessaire de faire le calcul exact. Tu sais qu'on n'est pas intéressé par la réponse exacte. Je veux savoir approximativement.*
S83F *Oui, mais c'est plus ou moins.*
E *Tu es donc arrivé au 12 mille et quelque chose. Comment y es-tu arrivé?*
S83F *En multipliant.*
E *Oui, mais comment?*
S83F *Bien, en regardant le nombre on peut le faire plus vite n'est-ce pas. 8 fois 0, puis 8 fois 7, 8 fois 5 et 8 fois 1.*
E *Tu n'as pas fait une décomposition?*
S83F *Non*
E *As-tu mis le 8 au-dessous et as-tu multiplié?*
S83F *Oui.*

Comme ces exemples le montrent, les sujets multiplient les chiffres de droite à gauche, comme ils ont appris à le faire pour calculer par écrit le produit exact.

D Autres stratégies (**AU(Mult)C**)

Les sujets forts des écoles 1 et 2 ont utilisé chacun une stratégie correcte différente. Il vaut la peine de les mentionner.

Le sujet S81F a remplacé 238 par 250. Puis il a multiplié 250 par 4 pour obtenir 1000. Il a ensuite multiplié 250 par 3. Ainsi, il a donné comme estimation du produit 7 x 238 une valeur plus petite que 1700. Voyons l'extrait du protocole:

Q7 7 x 238

E *Et les crèmes glacées, la question 7?*
S81F *Sept crèmes glacées par 238. Ça se rapproche du 250 n'est-ce pas? 4 ça donne 1000. Ça donne 1750 plus ou moins, ça donne moins que 1700.* [....]

Le sujet S82F a multiplié 7 par les deux premiers chiffres:

Q7 7 x 238

S82F [.....] *J'ai calculé 3 fois 7, 21, puis je retiens 2, fois 7, 14 avec le 2, 16. A ce moment-là j'ai mis 5, je pense que j'ai mis 15* (elle à répondu 1510 sur la feuille de réponses).
E *Et le 8 ne l'as-tu pas pris en considération?*
S82F *Non.*

E Autres stratégies (**AU(Mult)F**).

Nous avons regroupé ici les cas où les sujets ont donné un résultat faux.

Le tableau 26 résume les stratégies d'estimation observées pour la multiplication des nombres naturels, en précisant la fréquence de chacune ainsi que les sujets qui les ont utilisées.

TABLEAU 26: Stratégies d'estimation observées pour la multiplication avec des nombres naturels

Code	Fréq.	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
FR(Mult)1	1	S51m	2	S81F, S81F,
FR(Mult)2	9	S51F, S51m, S51m, S51f, S52m, S52f, S53m, S53m, S53m	4	S82m, S83F, S83m, S83m
FR(Mult)3	-		1	S81f

FR(Mult)4	2	S52m, S52f	6	S81m, S81m, S81f, S82F, S82m, S83m
EX(Mult)	4	S51f, S52m, S52f, S53f	6	S81m, S81f, S82F, S82m, S83F, S83f
AL(Mult)	2	S51F, S51F	6	S81m, S82f, S82f, S82f, S83F, S83f
AU(Mult)C	-		2	S81F, S82F
AU(Mult)F	1	S51f	-	
O	1	S53f	1	S83f
Z	1	S53f		

Légende:

FR(Mult): Stratégie frontale

FR(Mult)1: Stratégie frontale avec compensation assez précise
FR(Mult)2: Stratégie frontale avec compensation peu précise
FR(Mult)3; Stratégie frontale sans compensation
FR(Mult)4: Stratégie frontale avec fausse compensation

EX(Mult): Stratégie d'exclusion

AL(Mult): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la multiplication

AU(Mult)C: Autres stratégies correctes

AU(Mult)F: Autres stratégies fausses

0: Procédures que nous n'avons pas comprises (présentant une réponse fausse)

Z: Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat

4.3.3.2 Multiplication de nombres décimaux

Afin d'identifier les stratégies que les sujets utilisent pour estimer le résultat d'une multiplication impliquant des nombres décimaux, nous leur avons posé les questions suivantes.

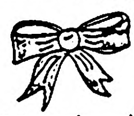
Q11 (Question 11, partie III)

Estime.

0,29 x 23

Q15 (Question 15, partie III)

Estime.



0,39 m de ruban pour chaque lacet

Voici les stratégies dont les sujets se sont servi pour répondre à ces deux questions.

A Stratégie frontale (**FR(Mult)**)

Étant donné que cette stratégie consiste à multiplier les chiffres qui se situent à gauche, il s'agissait d'effectuer d'abord 2 x 2 (ou 20 x 20) dans le cas de 0,29 x 23, et d'effectuer d'abord 2 x 3 (ou 30 x 20) dans le cas de 22 x 0,39. Cette stratégie demande donc une compensation assez grande dans les deux cas.

Aucun des sujets qui se sont servi de cette stratégie n'a trouvé une bonne estimation. Les sujets ont commis des erreurs de compensation et d'ordre de grandeur ou les deux types d'erreur en même temps.

Exemples:

Q15 22 x 0,39

E [.....] *Comment l'as-tu faite?*
S51f *Eh..., J'ai essayé de multiplier les 2 et... plus ou moins 22, 20 fois 30 ça donnait 600 n'est-ce pas? Alors... oh, c'est 630.*
E *Le 30 comment l'as-tu trouvé?*
S51f *Des petit nombres* (chiffres après la virgule).
E *Oui mais qu'est-ce que tu as fait, as-tu répondu au hasard ou as-tu fait un calcul pour arriver à 30?*
S51f [....]*J'ai multiplié les deux o.k., mais j'ai multiplié 20 fois 30, alors j'ai enlevé le 9 et le 2 et après j'ai additionné le 9 et le 2.*
E *Tu as additionné le 9 et le 2. Mais 9 plus 2 ça donne 11.*
S51f *Oui mais on estime, alors 15*
E *Ah bien, mais tu avais dit 630.*
S51f *Eh, mais je....*
E *C'est 615 ?*
S51f *615.*

Q11 0,29 x 23

E *Ici, à la question 11, tu as répondu 2,90.*
S83m *C'était vraiment au hasard.*
E *Et maintenant, trouves-tu que c'est ça la réponse?*
S83m *Non, 2,90 c'est ceci* (0,29) *multiplié par 10 n'est-ce pas?*
E *Alors maintenant combien penses-tu que ça va donner?*
S83m *Si je multipliais par ceci?*
E *Oui.*
S83m *Ça donnerait* (pause 5s) *4 mètres et quelque chose.*
E *Oui et comment as-tu trouvé ces 4 mètres et quelque chose?*
S83m *Laisse-moi voir ici* (pause 7s). *Essayer ces deux chiffres ici* (pause 3s). *Vraiment, je ne saurais pas le faire.*

Malgré le fait que S83m n'a pas su expliquer comment il a trouvé les "4 mètres et quelque chose", on peut supposer qu'il a calculé 2 x 2 ou qu'il a utilisé la stratégie frontale pour additionner 2,90 + 2,90.

B Stratégie d'arrondissement (**AR(Mult)**).

Cette stratégie consiste à arrondir les facteurs et à multiplier ensuite les nombres obtenus, par exemple à effectuer 0,30 x 20 au lieu de 0,29 x 23 dans la question Q11 et 20 x 0,40 au lieu de 22 x 0,39 dans Q15. Il est possible de multiplier les facteurs arrondis, sans tenir compte de la virgule, puis d'ajuster le résultat ainsi obtenu en le multipliant par une puissance de 10.

B1 Stratégie d'arrondissement fournissant une réponse proche de la réponse exacte (**AR(Mult)1**)

Lorsqu'on utilise la stratégie d'arrondissement, on trouve une estimation assez proche du résultat exact. Pour cette raison, nous avons regroupé ensemble les cas où les sujets ont employé cette stratégie avec une petite compensation et ceux où ils n'ont pas compensé l'erreur résultant de la reformulation.

Exemples:

Q11 0,29 x 23

S81F [.....] *Ici nous avons 0,3 n'est-ce pas? Presque, 29 fois 23, on peut arrondir à 20, comme j'aime le faire toujours. 20 on peut mettre 2 fois 10, la multiplication de 20, 2 fois 10. En multipliant par 10 ça donne 3, 0,3, alors on doit déplacer la virgule un chiffre, la situation du nombre décimal, fois 2 alors c'est 6.* [.....]

Notons que le sujet a arrondi les facteurs 0,29 et 23 à 0,3 et 20 respectivement. Pour arriver a l'estimation donnée, il a ensuite calculé 0,3 x 10 = 3 et 3 x 2 = 6.

Q15 22 x 0,39

S82F [.....]*Ah, combien de mètres de ruban j'ai besoin pour faire 22 lacets? Ah, les lacets mesurent plus ou moins 40, pour faire 22 lacets, j'ai multiplié 4 fois 22 puis, ça donnait 8,8, puis j'ai mis 8. C'est parce que je ne comprenais pas la question.*

E *Penses-tu que 8 est une bonne estimation?*

S82F *8 mètres? C'est 8,8.* [.....]

Pour estimer le résultat, S82F a donc calculé 4 x 22 en arrondissant seulement un facteur.

B2 Stratégie d'arrondissement avec une erreur d'ordre de grandeur **(AR(Mult)2)**

Exemple:

Q11 0,29 x 23

	[....](le sujet a dit qu'elle n'avait pas fait la question car elle la trouvait difficile).
E	*Et maintenant penses-tu être capable de la faire? As-tu une idée de comment tu pourrais la faire vite?*
S52m	*Dans la tête?*
E	*Oui dans la tête*
S52m	(pause 4s) *600 et vingt je trouve 620. Pourquoi? Mais, ce sont 600 millièmes*
E	[.....] *Et comment as-tu trouvé ces 620*
S52m	*Parce que j'ai mis 2 fois 3, 6. Puis je l'ai mis.*
E	*Ah, o.k. maintenant il te reste à expliquer pourquoi ce sont des millièmes. et pas autre chose.*
S52m	*Parce que je trouve que ça devient trop, alors ça devient des millièmes.*
E	*Ça devient trop, alors ça devient des millièmes. Mais ainsi, ça pourrait aussi donner des centimes ou des décimes.*
S52m	*C'est parce que j'ai pensé que des centimes et des décimes étaient trop petits que j'ai mis des millièmes.*
E	*Attends un peu, des centimes et décimes sont trop petits?*
S52m	*Oui.*
E	*Qu'est-ce que petit veut dire pour toi?*
S52m	*Parce qu'il faut trois chiffres et ça ne donne pas.... eh... 3 chiffres ce sont des millièmes, alors ce sont des millièmes.*

On peut donc remarquer que le sujet a utilisé la stratégie d'arrondissement, en reformulant la multiplication en question en 2 x 3, mais qu'elle n'a pas su ensuite déterminer le bon ordre de grandeur de l'estimation.

C Stratégie des nombres spéciaux **(NS(Mult))**

Cette stratégie peut faire appel à la fois aux trois procédés fondamentaux (reformulation, traduction et compensation). Elle consiste à adapter la question de façon à faciliter le calcul mental.

Exemple:

Q11 0,29 x 23

S82F *J'ai divisé ici 0,29, alors ça donne plus ou moins le tiers de 23, alors j'ai divisé 23 par 3. Ça donnait plus ou moins 7, mais j'ai mis 6.*
E *Tu as divisé 23 par 3.*
S82F *Par 3. Parce je n'ai pas appris à faire de calculs avec virgule. Lorsque le professeur commençait à nous l'apprendre c'était la fin de l'année, ainsi je restais sans.*
E *[....] Ça veut dire que tu as travaillé dans un magasin?*
S82F *Puis je faisais comme ça 10, 30%, c'est plus ou moins le tiers de 100, alors j'ai divisé le nombre par 3.* [....]

Comme on le voit, pour estimer le résultat de 0,29 x 23, le sujet S82F a estimé à 7 le quotient 23÷3. Ensuite elle a diminué ce résultat et a donné 6 comme estimation finale. Pour faire une telle adaptation, le sujet s'est basé sur le fait que 0,29 correspond à environ 30%, soit à peu près à un tiers.

D Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la multiplication (**AL(Mult)**)

Quatre sujets se sont servi d'une stratégie d'estimation basée sur l'algorithme utilisé pour faire des multiplications avec crayon et papier. Aucun d'entre eux n'a trouvé une réponse raisonnable, sauf S51F qui a fait les calculs en "écrivant" sur la table avec le doigt.

Exemple:

Q11 0,29 x 23

E *Et la question 11, as-tu une idée?*
S83f *Ah ceux-ci je sais. 3 fois 9, 27, puis j'ai mis le 7, puis à côté j'ai fait 2 fois 2, 4, puis 4, 5, 6, 7 puis ah, je ne sais pas, puis j'ai fait, combien j'ai mis?*
E *Ici tu as mis 0,51.*
S83f *Ici, j'ai vraiment répondu au hasard. Puis 3 fois 9, puis 18 cette virgule doit rester plus comme ça 50. Combien j'ai mis là? 58 ah, c'est plus ou mois ça, zéro virgule 50 eh... 1.*
E *Mais comment as-tu fait? Je n'ai pas compris.*
S83f *J'ai fait comme ça: 3 fois 9, puis 18, 18 puis...*
E *3 fois 9, 18 c'est ça que tu as fait?*

S83f *27, 27, puis 7, 3 fois 9, 27. Je retiens le 2. Puis 2 fois 3, 4, 5, 6, ah, c'est trop.*
E *Mm.*
S83f *C'est trop.*

Le sujet S83f s'est égaré dans ses calculs sans arriver à trouver une réponse raisonnable, tout comme les autres sujets qui ont tenté de trouver une estimation en se basant sur l'algorithme.

E <u>Stratégie basée sur l'illustration</u> **(IL(Mult))**

Deux sujets ont fourni une estimation basée simplement sur ce que leur suggérait l'illustration donnée. Ils ont ainsi trouvé une réponse qui était raisonnable, mais pas assez proche du produit exact.

Exemples:

Q15 22 x 0,39

E *Et la question 15, qu'est-ce tu as fait pour trouver le 6* (réponse donnée sur la feuille)?
S82m *J'ai imaginé le ruban. Puis j'ai imaginé le ruban, ainsi ça donnerait un morceau comme ça.* (en montrant avec le l'index et le pouce)
E *As-tu imaginé les morceaux de ruban ou le ruban entier?*
S82m *J'ai imaginé le ruban et après j'ai imaginé les morceaux du ruban, puis j'ai mesuré plus ou moins combien ça donnerait...*
E *J'aimerais savoir comment tu as fait un tel "mesurage" dans la tête pour arriver à la réponse 6.*
S82m *J'ai imaginé les, les,... moi en coupant le ruban n'est-ce pas? Pour faire les lacets. Alors j'ai coupé, j'ai fait un...*
E *En coupant le ruban en morceaux de 0,39 m?*
S82m *Eh, plus ou moins comme ça. Ça donnerait un morceau comme ça à cause de la grandeur du lacet n'est-ce pas? J'ai imaginé la grandeur du lacet.*
E *As-tu regardé le lacet ou le nombre qui est écrit au dessous du lacet?*
S82m *J'ai imaginé le lacet et puis j'ai imaginé la grandeur de ce lacet et la longueur du ruban dont j'allais avoir besoin pour le faire.*
E *Ça veux dire que tu n'as rien fait avec ce nombre ici* (0,39)?
S82m *Mm, presque rien, seulement parce que c'était décimal, et comme ça je devais... mettre...*
E *Et combien penses-tu qu'il faut pour faire ce lacet?*

S82m *J'avais besoin d'un morceau comme ça* (en montrant avec les doigts un longueur beaucoup plus petit que 0,39) *et puis je l'ai mis.* [.....]

Le sujet n'a fait aucun calcul, en basant son estimation uniquement sur des longueurs qu'elle imaginait. Notons qu'elle n'a même pas tenu compte de la longueur donnée (0,39) du lacet!

Q15 22 x 0,39

E *La question 15, tu as répondu 10 m. As-tu une idée comment tu l'as trouvée?*
S52f [.....]*Pareil à celles des cordes. J'ai imaginé le ruban étendu et puis... et puis j'allais* (pause 6s.) *puis j'allais penser comme s'il y avait une..., j'ai divisé comme si je prenais 10 m de ruban n'est-ce pas et puis je coupais les morceaux, ça allait donner, ça allait donner cette longueur de ruban, j'ai imaginé que j'avais besoin de ça.*
E *Tu as imaginé que tu avais besoin de 10 m pour couper ces morceaux?*
S52f *Oui*
E *Et sais-tu m'expliquer pourquoi tu as imaginé 10 m?*
S52f *Parce que j'ai pensé à ce moment que 39 cm n'est-ce pas? C'est... que 10 m étaient assez pour faire ces lacets.* [.....]

F <u>Autres stratégies fausses</u> **(AU(Mult))**

Nous avons regroupé ici les autres stratégies où les sujets ont trouvé une estimation fausse.

En guise de synthèse des stratégies d'estimation observées pour la multiplication, le tableau 27 présente la fréquence de chacune, ainsi que les sujets qui l'ont utilisée.

TABEAU 27: Stratégies d'estimation observées pour la multiplication avec des nombres décimaux

Code	Fréq	Sujets de 5^{e} année	Fréq.	Sujets de 8^{e} année
FR(Mult)	4	S51f, S51f, S52f, S52m	1	S83m
AR(Mult)1	1	S52m	3	S81F, S81F, S82F
AR(Mult)2	2	S52m, S52f	-	
NS(Mult)	-		-	S82F
AL(Mult)	1	S51F,	2	S81m, S83f
IL(Mult)	1	S52f	1	S82m
AU(Mult)F	-		3	S81f, S81f, S82m
O(F)	3	S51m, S53m, S53f	-	
Z	3	S51F, S53m, S53f	6	S82f, S82f, S83F, S83F, S83m, S83f

Légende:

FR(Mult): Stratégie frontale

AR(Mult): Stratégie d'arrondissement

AR(Mult)1: Stratégie d'arrondissement fournissant une réponse proche de la réponse exacte (avec ou sans compensation)

AR(Mult)2: Stratégie d'arrondissement avec une erreur d'ordre de grandeur

NS(Mult): Stratégie des nombres spéciaux

AL(Mult): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la multiplication

IL(Mult): Stratégie basée sur les illustrations

AU(Mult)F: Autres stratégies fausses

O(F): Procédures que nous n'avons pas comprises

Z: Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat

4.3.3.3 Conclusions

Nous avons remarqué qu'il y a plusieurs sujets qui savent élaborer une stratégie pour estimer le résultat d'une multiplication de nombres naturels. Mais nous n'en avons trouvé que deux capables d'estimer un produit de nombres décimaux.

En observant les fréquences de chacune des stratégies dans les tableaux 26 et 27, on peut remarquer que pour estimer le résultat d'une multiplication, les élèves se servent de la stratégie frontale plutôt que de celle d'arrondissement. Avant de tirer des conclusions, nous croyons nécessaire d'analyser les facteurs des produits en question.

Dans les cas des questions avec des nombres naturels, il s'agissait des facteurs 238, 1570 et 275:

- le premier, 238, a généralement été arrondi à 200, donc, selon l'une ou l'autre stratégie;
- le deuxième, 1570, a été reformulé dans la plupart des cas, en 1000 + 500, selon la stratégie frontale;
- le troisième, 275, se trouvait dans la question à choix de réponse multiples à laquelle les sujets ont surtout répondu en se servant de la stratégie d'exclusion, quoique 4 sujets (S83m, S51m, S53m et S81F) aient employé la stratégie frontale pour y répondre.

Dans le cas des questions avec des nombres décimaux, il s'agissait de multiplier 0,29 par 23 et 22 x 0,39.

- les nombres 22 et 23 ont généralement été arrondis à 20;
- les nombres 0,29 et 0,39 ont été arrondis respectivement à 30 et 40 par quatre sujets et à 20 et 30 par quatre sujets.

Compte tenu ce qui précède, lorsqu'il s'agit d'estimer le résultat d'une multiplication, les élèves réalisent donc une reformulation en se basant surtout sur le premier chiffre (stratégie frontale) et ce n'est que lorsqu'ils considèrent les autres chiffres qu'ils font une compensation.

Les sujets ont fait plus d'erreurs de compensation dans la question 8 x 1570, laquelle présentait deux difficultés: a) la présence d'un facteur de 4 chiffres, ce qui a occasionné des erreurs de compensation; b) la nécessité de faire une compensation assez grande.

Notons que les sujets de 8^e année emploient davantage la stratégie d'arrondissement que ceux de 5^e année et que les sujets les plus forts (S81F, S82F) ont utilisé des stratégies plus élaborées. Cependant, en observant le tableau 26, on remarque un phénomène intéressant: les sujets de 5^e année utilisent très souvent la stratégie frontale suivie d'une compensation dans presque tous les cas. Par contre, de nombreux élèves de 8^e année commettent beaucoup d'erreurs de compensation lorsqu'ils emploient la stratégie frontale et plusieurs autres essaient d'estimer des produits en se basant sur l'algorithme traditionnel.

Remarquons aussi que les questions Q15 et Q11 demandant d'estimer le produit de nombres décimaux présentaient deux difficultés. D'abord, il s'agissait de nombres décimaux. Ensuite, tous les facteurs avaient deux chiffres. Les seuls qui ont su vaincre ces deux difficultés sont S81F et S82F, deux sujets forts qui ont excellé aussi dans l'estimation de résultats des autres opérations. Le sujet S52m a trouvé une bonne estimation du résultat de Q15, mais n'a pas su toutefois estimer le résultat à Q11.

Les deux sujets qui ont cherché une estimation du produit de nombres décimaux en se basant sur le contexte de l'illustration sont de l'école 2, soit l'école où l'influence positive des illustrations sur le rendement des élèves a été la plus élevée.

4.3.4. Cas de la division

4.3.4.1 Division de nombres naturels

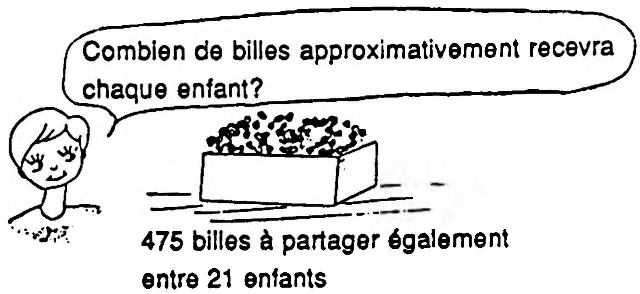
Voici les questions que nous avons posées aux sujets interviewés afin d'identifier leurs stratégies pour estimer le résultat d'une division impliquant des nombres naturels

Q5 (Question 5, partie III)

Estime. 634 : 17

Q8 (Question 8, partie III)

Estime.



S4 (Situation avec du matériel concret)

Matériel présenté 12 cahiers coûtant ensemble 2600 cruzados. Question Quel est approximativement le prix d'un cahier?

L'algorithme traditionnel pour trouver un quotient avec précision fonctionne de la gauche vers la droite, tandis qu'avec les algorithmes usuels des autres opérations on opère plutôt de la droite vers la gauche. En conséquence, il se peut qu'un sujet soit capable d'estimer le résultat d'une division en commençant à opérer suivant l'algorithme traditionnel. En ce sens, les stratégies pour estimer un quotient se distinguent de celles permettant d'estimer une somme, une différence ou un produit.

En analysant les réponses données aux trois questions précédentes par des sujets interviewés, nous avons remarqué que plusieurs se sont servi d'autres stratégies que celles identifiées par Reys(1986). L'identification de leurs stratégies d'estimation dans le cas de la division a donc été très complexe, d'autant plus qu'elles s'entrelaçaient les unes avec les autres.

Nous avons classifié ces stratégies en trois grands groupes.

A <u>Stratégie qui consiste à multiplier le diviseur par des multiples de puissances de 10</u> **(MD(Div))**

Nous avons trouvé plusieurs sujets qui, devant une division donnée, multipliaient le diviseur par un multiple d'une puissance de 10, jusqu'à ce qu'ils obtiennent une valeur proche du dividende. En voici quelques exemples.

Exemple:

Q5 634 ÷ 17

[.....] (Jusqu'à ici S81F avait arrondi le diviseur)
E *Peux-tu le répéter?*
S81F *On fait l'approximation... Non, ce n'est pas nécessaire. Je multiplie le 17 par 10 ça va donner 170. A peu prés 200. Je peux mettre beaucoup plus encore n'est-ce pas? Comme 634 est un peu plus que le triple de ça. Encore un peu plus car 170 fois 3 donne à peu près 510. Ça donne encore plus. Alors on peut mettre 30 ou 35 approximativement.*
E *Hier tu as répondu 40.*
S81F *Ah, plus ou moins.*

S81F a donc multiplié le diviseur par 10 et obtenu ainsi 170. Ensuite, il a calculé 3 x 170 = 510. Puis, en comparant 510 avec 634, il a estimé le quotient à 30 ou 35.

S 4 2600 ÷ 12

E *Ici, il y a 12 cahiers qui coûtent ensemble 2600 cruzados. Comment fais-tu pour savoir le prix d'un?*
S83m *Combien? 12 cahiers par 2600?*
E *Oui.*
S83m *Il faut estimer n'est-ce pas?*
E *Oui.*
S83m (pause 23s) *Plus ou moins, à peu près 200 cruzados.*
E *A peu près 200 cruzados. O.K. Et comment l'as tu fait?*
S83m *J'ai pensé au 200 n'est-ce pas? Alors j'ai multiplié.*
E *Mais pourquoi as-tu pensé juste au 200? Tu pourrais avoir pensé à un autre nombre.*
S83m *Non, j'ai pensé d'abord à 100 n'est-ce pas? En multipliant le 100 par le 12 ça donne 1200, 1200 si j'augmente..., si je multiplie par 200, si ça donne 12OO lorsque je multiplie par 100, alors si je multiplie par... 200 ça donne 2 et... 400, n'est-ce pas? C'est plus ou moins comme ça.*

D'une façon semblable, S83m a multiplié le diviseur par 100 pour obtenir 1200, après quoi il a vu qu'il faut 2 fois 1200 pour arriver à 2400. Puis, il a estimé le quotient à 200.

Plusieurs sujets forts et moyens de 8^e^ année ont employé une stratégie analogue à celles de S81F et S83m, en multipliant le diviseur par des multiples de 10 ou 100. Chez les élèves de 5^e^ année, nous n'avons rencontré cette stratégie qu'une fois (S51F). Par ailleurs, nous avons trouvé deux cas en 8^e^ année (S81F, S83m) où les sujets qui s'en sont servi en commettant des erreurs, l'une d'ordre de grandeur et l'autre de compensation.

B <u>Stratégie qui consiste à reformuler un ou deux termes de la division</u> **(RF(Div))**

Cette stratégie consiste à reformuler le diviseur, ou encore à la fois le diviseur et le dividende. C'est ici que l'on peut retrouver quelques stratégies identifiées par Reys (1986). Nous n'avons trouvé en tout que 7 cas où les sujets ont reformulé, soit le diviseur, soit les deux termes de la division.

B1 <u>Cas où les sujets ont reformulé seulement le diviseur</u> **(RF(Div)1)**

Après avoir reformulé le diviseur, le sujet se sert de la stratégie MD(Div).

Exemples:

Q5 634 ÷ 17

E *Et cette division, comment l'as-tu faite?*
S81F *J'ai arrondi ici à 20. En arrondissant 17 à 20 et en multipliant par 10, ça donne 200, et 600... C'est le triple de 10. On peut mettre à peu près 30.* [.....]

Comme on le voit, le sujet a arrondi 17 à 20 et ensuite il a calculé 10 x 20 = 200. Après avoir vu qu'il faut 3 x 200 pour obtenir 600, il a estimé le quotient à 3 x 10 = 30. La stratégie utilisée par S81F est donc entrelacée avec la stratégie MD(Div).

Q8 475 ÷ 21

E [.....] *Alors tu essaies avec 20.*
S81m *Je vais essayer avec 20 et ça va donner 400 et puis c'est déjà presque 475. Alors ça va être vingt et quelque chose ou trente et quelque petite chose. Puis je prends le dernier chiffre, le 21 et j'essaie, par exemple, avec 5. 25. Ça donne peut-être 25.* [.....]

Le sujet S81m a décidé d'arrondir 21 à 20. Il a vu que 20 x 20 = 400 et qu'il fallait un peu plus pour arriver à 475. Il a alors estimé le quotient à 25. Notons que sa stratégie est également entrelacée avec MD(Div).

Q5 634 ÷ 17

E [.....]*Peux-tu m'expliquer pourquoi tu as choisi...?*
S52m *J'ai pensé au 20, puis 2 fois 20 est 400 n'est-ce pas? 2 fois 20 est 40, puis ça devenait 400, puis j'ai mis avec 20, 23 donnerait plus...*
E *Tu as donc vu que tu avais besoin de plus que...*
S52m *20*
E *20 fois 20 ça donne 400, tu trouves qu'il faut plus que ça, n'est-ce pas?*
S52m *Oui.*
E *Trouves-tu qu'il suffit d'augmenter 3?*
S52m *Mm.*
E *Tu ne penses pas?*
S52m *Je trouve, c'est pourquoi j'ai mis 25.* [.....]

En arrondissant également le diviseur,S52m a calculé 2 x 20 = 40 et elle a vu qu'il fallait multiplier 20 x 20 pour obtenir 400. Alors elle a décidé que le quotient devait être plus grand que 20 et elle a estimé ce quotient à 23 ou 25, en commettant une erreur de compensation.

L'exemple suivant montre un cas où le sujet s'est servi d'une reformulation selon la stratégie des nombres spéciaux de Reys (1986).

S 4 2600 ÷ 12

S82F [.....] *Bien, j'ai divisé pour 10 ici, puis 260 chacun.*

Alors, en considérant le 10 comme un nombre spécial, on retrouve là la stratégie des nombres spéciaux.

B2 Cas où les sujets ont reformulé les deux termes de la division **(RF(Div)2)**

Exemple:

Q 8 475 ÷ 21

E *Et celle des petits billes. Tu as répondu 25.*
S51m *Ici j'ai mis ça parce que, parce que, 40 moins 20 ça donne 2. Puis comme il y avait le 75 j'ai mis ou...*
E *Attends. Tu as dit 40 moins 20. C'est vraiment ça que tu as fait?*
S51m *Non, 40 divisé par 20 donne 2. Puis avec ces 75 j'ai mis quelque chose de plus.* [.....]

Pour faire une estimation initiale, S51m a calculé 40 ÷ 20 = 2. Il a donc, reformulé les deux termes de la division de façon à utiliser la stratégie des nombres compatibles (ou si l'on veut la stratégie frontale). Ensuite il a ajouté quelque chose pour finalement estimer le quotient à 25.

C Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la division **(AL(Div))**

On distingue trois versions de cette stratégie:

C1 <u>Cas où les sujets s'inspirent de l'algorithme pour commencer</u> **(AL(Div)1)**

Exemples:

Q8 475 ÷ 21

E *Tu as répondu ici 23. Comment l'as-tu fait?*
S52m (pause 7s) *J'ai mis le 2, parce que je pense que 2 fois, fois 21 donnerait 42, puis j'ai pris et j'ai mis 23 à cause des 75, puis j'ai mis 23.* [.....]

S52m a donc multiplié le diviseur par un nombre (2 x 21) de façon a obtenir une valeur proche de 47, en considérant ainsi d'abord les deux premiers chiffres du dividende. Puis, elle a estimé le quotient à environ 23.

Q5 634 ÷ 17

E [....] *As-tu une idée comment la faire?*
S81f *Oui.*
E *Comment?*
S81f *Ah, la division normale n'est-ce pas?*
E *Comment ferais-tu cette division normale?*
S81f *Je mettrais une virgule ici, après le trois et je chercherais un nombre pour arriver plus ou moins ici* (63).
E *Quel est ce nombre?*
S81f (pause 9s) *4 ou 3 plus ou moins.*
E *Alors la réponse serait 4 ou 3?*
S81f *Non.*
E *Quelle serait donc la réponse?*
S81f (pause 7s) *Si c'était 4 ça serait 40 ou 30 je ne sais pas. À cause du 4 que je dois baisser.*

Le sujet S81f a donc estimé le quotient à 30 ou 40 en se basant sur le fait que 3 x 17 ou 4 x 17 donne à peu près 63.

Comme le montrent ces deux exemples, les sujets essaient de trouver le premier chiffre du quotient en multipliant le diviseur par un nombre, le produit obtenu étant par la suite comparé avec les premiers chiffres du dividende. Cette forme de stratégie se rapproche de l'algorithme traditionnel, où l'on cherche également à déterminer le premier chiffre du quotient de manière que son produit par le diviseur donne un nombre un peu plus petit que le début du dividende.

C2 Cas où les sujets persistent à utiliser l'algorithme traditionnel de la division **(AL(Div)2)**

Exemple:

Q8 475 ÷ 21

E *Tu as répondu 20 ici* (sur la feuille de réponse). *Te souviens-tu comment tu y es arrivé?*
S82f (pause 7s) *Mm, non ce n'est pas 20.*
E *Ce n'est pas 20?*
S82f *Oui c'est 20. Attends un peu, division bien ça donne 2...*
E *Mm.*
S82f *4 fois 1, 4, 4 fois 2, non 2 fois 2, 4, alors ça donne 40, on descend le 7, ça ne se peut pas alors on descend le 5, 75, 75..., 3, 3 fois 5... , ça donne 20 et... quelque 3, 20 et quelque petit chose.* [.....]

Durant l'entrevue, le sujet S82f considère donc que l'estimation correcte (20) donnée sur sa feuille de réponse n'était pas bonne. Elle insiste pour trouver un résultat plus précis en employant l'algorithme habituel de la division.

C3 Cas où les sujets utilisent de façon erronée l'algorithme traditionnel de la division **(AL(Div)3)**

Exemple:

Q5 634 ÷ 17

E [.....]*Tu as dit 30 ici* (sur la feuille de réponse)
S51F (pause 6s) *Alors c'est faux. Ce n'est pas correct.*
E *Ce n'est pas correct?*
S51f *Non.*
E *Qu'est-ce que tu n'as pas fait de correct ici?*
S51F *Ceci, je pense que... ceci je dois avoir commencé ici, avec le 63* (pause 14s). *Je pense que le correct ici est 23 ou 24.*
E *Et pourquoi penses-tu que ça donne 23 ou 24?*
S51F *C'est parce que j'ai divisé le 634 par 17. 34 par 17 ça donne 2. Ici j'ai mis zéro et 60 par... par 17 ça donne 3 ou 4. Ça donne 4.*

Durant l'entrevue, S51F considère donc que l'estimation (correcte) donnée sur sa feuille de réponse était fausse. Pour trouver une nouvelle estimation, S51F calcule d'abord $34 \div 17 = 2$, puis $60 \div 17$ qu'il estime à 3 ou 4. Il conclut que la réponse à la question devrait être 23 ou 24. Ce même sujet a utilisé un raisonnement semblable pour estimer le résultat de $475 \div 21$ dans la question Q8.

Le tableau 28 présente un résumé des stratégies précédentes, en donnant pour chacune sa fréquence et les sujets qui l'ont utilisée.

TABLEAU 28: Stratégie d'estimation observées pour la division avec des nombres naturels

Code	Fréq.	Sujets de 5^e année	Fréq.	Sujets de 8^e année
MD(Div)	1	S51F	6	S81F, S81F, S81m, S81m, S82F, S83m
MD(Div)F	-		2	S81F, S83m
RF(Div)1	1	S51f	3	S81F, S81m, S82F
RF(Div)1F	1	S51f	-	
RF(Div)2	1	S51m	1	S82m
AL(Div)1	5	S51F, S52m, S53m, S53m, S53m	8	S81m, S81f, S82F, S82m, S82m, S82f, S83f, S83f
AL(Div)2	-		1	S82f
AL(Div)3	2	S51F, S51F	-	
O(C)	1	S51m	3	S81f, S83F, S83F
O(F)	7	S51m, S51f, S51f, S52m, S52f, S52f, S52f	-	
Z	3	S53f, S53f, S53f	5	S81f, S82f, S83F, S83m, S83f

Légende:

MD(Div): Stratégie qui consiste à multiplier le diviseur par des multiples de puissances de 10

MD(Div)F: Utilisation de MD(Div) en commettant des erreurs

RF(Div): Stratégie qui consiste à reformuler un ou deux termes de la division

RF(Div)1: Cas où les sujets ont reformulé seulement le diviseur
RF(Div)1F: Utilisation de RF(Div)1 en commettant des erreurs
RF(Div)2: Cas ou les sujets ont reformulé les deux termes de la division

AL(Div): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la division
AL(Div)1: Cas où les sujets s'inspirent de l'algorithme pour commencer
AL(Div)2: Cas où les sujets persistent à utiliser l'algorithme
AL(Div)3: Cas où les sujets utilisent de façon erronée l'algorithme traditionnel de la division

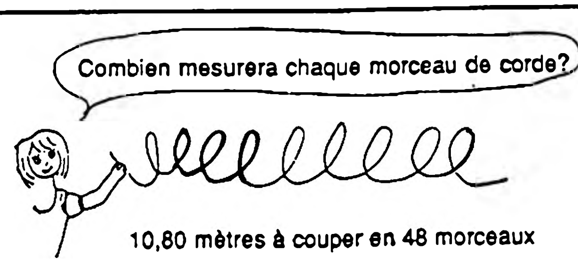
O: Procédures que nous n'avons pas comprises
O(C): Cas où les sujets ont présenté une réponse correcte
O(F): Cas où les sujets ont présenté une réponse fausse

Z: Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir estimer le résultat

4.3.4.2 Division de nombres décimaux

Afin d'identifier les stratégies que les sujets utilisent pour estimer le résultat d'une division de nombres décimaux, nous leur avons posé les 3 questions suivantes.

Q16 (Question 16, partie I)



10,80 mètres à couper en 48 morceaux approximativement égaux

La réponse est approximativement

A) 0,02 m
• B) 0,20 m
C) 2,00 m
D) 20,00 m

Q13 (Question 5, partie III)

Estime.
5,72 : 26

S5 (Situation avec du matériel concret)

Matériel présenté
Un ruban de 5,20 mètres de longueur
Question
Si tu divises ce ruban en 12 parties approximativement égales, combien mesurera approximativement chaque partie?

Comme dans le cas des nombres naturels, nous avons classifié en trois grands groupes les stratégies utilisées par des sujets pour estimer le résultat des divisions en question.

A Stratégie qui consiste à multiplier le diviseur par des multiples de puissances 10 **(MD(Div)**:

Nous avons trouvé seulement deux cas où les sujets se sont servi de cette stratégie. Les voici:

Q16 10,80 ÷ 48

E *Et la question 16, tu as mis l'option b)*

S82F *Ah! ceci , j'ai fait comme ça: dans ce cas 0,20 alors j'ai enlevé 10 de ce 20, j'ai fait 10 fois 48 alors ça donnerait 4 m et 80, 4 et 80 fois 2, 9 et 60. Puis ça donnait plus ou moins 10 m et 80 cm.* [.....]

Comme on le voit, le sujet S82F a d'abord calculé 48 x 0,10 = 4,80. Elle a ensuite multiplié 4,80 par 2, ce qui a donné 9,60. Elle a comparé cette dernière valeur à 10,80. Elle a alors choisi la réponse b).

Q13 5,72 ÷ 26

S82m [.....] (Le sujet avait marqué 0,20 sur la feuille de réponse)*J'ai multiplié 26 par un nombre qui m'est venu en tête.*
E *Quel est ce nombre?*
S82m *Ce n'est pas 10.*
E *Pourquoi ce n'est pas 10?*
S82m *10 x 26 est 260. Puis, il faut mettre la virgule n'est-ce pas?. Alors, 20. Ça doit être 20.*

Le sujet S82m a aussi multiplié le diviseur par une puissance de 10. Dans ce cas, il a préféré le multiplier par 10 et placer la virgule décimale plus tard. Il a donc calculé 26 x 10 = 260 ce qui lui a suffi pour estimer le quotient à 0,20.

B) <u>Stratégie qui consiste à reformuler un ou deux termes de la division</u> **(RF(Div))**

Comme nous l'avons dit dans le section 4.3.4.1, c'est ici que l'on peut retrouver quelques-unes des stratégie identifiées par Reys (1986). Par exemple nous avons trouvé quelques cas où les sujets employaient la stratégie des nombres compatibles ou celle des nombres spéciaux.

B1 <u>Cas où les sujets ont reformulé seulement le diviseur</u> **(RF(Div)1)**

Comme nous l'avons dit dans le cas des nombres naturels, cette stratégie est entrelacée avec MD(Div).

Exemples:

Q13 5,72 ÷ 26

S81F *Bien, ici j'ai arrondi 26 à 25 et j'ai fait la multiplication n'est-ce pas? 26, 25 fois 25 ça donne à peu près..., ça donne 625,*

	alors c'est proche de 572, alors ça va donner encore moins que 0,25. Ça donne 0,23, 22 à peu près.
E	*Et comment as-tu décidé où mettre la virgule? Parce que tu as multiplié 25 par 25 en disant que ça donnerait 625.*
S81F	*J'ai utilisé 25, je dois donc déplacer la virgule deux chiffres une virgule devient 2,5 et l'autre virgule devient 0,25.* [.....]

Le sujet S81F s'est basé sur le produit 25 x 25 = 625 qu'il connaissait. et il a comparé ce résultat avec le dividende. Il a alors décidé que 0,23, une valeur un peu plus petite que 0,25, constituait une bonne estimation du quotient.

S 5 5,20 ÷ 12

E	*Tu vas diviser le ruban en 12 morceaux.*
S81F	*12?*
E	*Oui.*
S81F	(pause 19s) *5,20 mètres par 12. En divisant par 10 ça donne 52 cm. Ça donne moins que 52 cm.* [.....]

Pour estimer le résultat de l'opération 5,20 ÷ 12, le sujet a remplacé le diviseur par 10. Il a ainsi estimé le quotient à moins de 52 cm.

Q13 5,72 ÷ 26

S51f	[.....] *Ah..., je sais déjà pourquoi j'ai fait comme ça, je pense que s'il y avait 20, 20 fois 5 ça donne 100, puis 20 fois 10, 20 fois 20, 400, 20 fois 30, 400, 600 c'est ça, 20 fois 30, ça donne 30.*
E	*Je sais. Tu trouves donc, que c'est plus facile si tu changes le 26 par 30?*
S51f	*Non, pas le 26 par 30. C'est le quotient qui donne 30.*
E	*Ah! Et le 26 qu'est-ce que tu as fait avec lui?*
S51f	*J'ai changé par 20. Après j'ai continué à multiplier jusqu'à obtenir plus ou moins 600, parce que... 600*
E	*30 fois 20 ça donne 600. Et la virgule, sais-tu quoi faire avec elle?*
S51f	*On la supprime.*
E	*On la supprime et c'est tout?*
S51f	*Au début de l'opération on supprime la virgule.*
E	*Mm. Et après il ne faut pas arranger quelque chose?*
S51f	*Non.*
E	*Non?*
S51f	*Ah! Le professeur a dit comme ça: on supprime tous les zéros, toutes les virgules et après on fait normalement le calcul. Lorsque ce n'est plus possible de diviser il faut mettre une virgule et un zéro.* [.....]

Le sujet S51f a donc reformulé le diviseur en s'inspirant de la stratégie frontale. Elle a ainsi multiplié 20 successivement par 5, 10, 20 et 30. Puis elle a estimé le quotient à 30, sans tenir compte de la virgule.

B2 Cas où les sujets ont reformulé les deux termes de la division (ou seulement le dividende) **(RF(Div)2)**

Exemple:

Q16 10,80 ÷ 48

E *Tu as répondu ici l'option b)*
S81F (Le sujet lit la question) *48, à peu près 50 morceaux. En divisant 10 pour 50 ça doit donner 0,20 cm n'est-ce pas?* (malgré le fait que le sujet a dit 0,20 cm nous l'avons classifié comme étant une stratégie correcte car nous pensons que le sujet se trompait)
E *Ça veut dire que tu as arrondi le 48 à 50.*
S81F *Pour faciliter n'est-ce pas?*

Le sujet S81F s'est basé sur le fait que 10 ÷ 50 = 0,20. Il a alors reformulé les deux termes de la division en utilisant ainsi la stratégie des nombres compatibles identifiée par Reys (1986).

S5 5,20 ÷ 12

E *Ici nous avons un ruban qui mesure 5 m et 20 cm. Tu allais le diviser en 12 morceaux approximativement égaux. Combien ça donne pour chaque morceau?*
S82F *Ah, plus ou moins un demi-mètre chacun.*
E *Plus ou moins un demi-mètre chacun. Comment l'as-tu fait?*
S82F *J'ai divisé le 5 par 10.*

S82F s'est donc aussi inspirée de la stratégie des nombres compatibles en calculant 5 ÷ 10 = 0,50.

S5 5,20 ÷ 12

S51m [.....](S51m avait estimé le résultat en 0,35 m) *Et puis 5 mètres. Si j'avais 6 mètres ça donnait un demi-mètre chacun.*
E *C'est bien.*
S51m *Mais comme c'est 5 j'ai diminué un petit peu.*

S51m s'est donc inspiré du fait que 6 : 12 = 0,50. En estimant le quotient de l'opération donnée à 0,35 il a diminué l'estimation initiale.

Q13 5,72 ÷ 26

E *La question 13. Laisse-moi voir qu'est-ce que tu as écrit ici. 2,5*
S52m *J'ai mis 5 par 2*
E *Tu as mis 5 par 2.*
S52m *Comme c'était 50 par 2, ça donnait 25, alors 2,5.*
E [.....]*C'est bien. Mais pourquoi as-tu mis la virgule après le 2?*
S52m *Ah, parce que j'ai pensé que c'était correct après le 2.*
E *Il n'y a pas d'explication pour ça?*
S52m *Non.*
E *Es-tu sûre?*
S52m *Non.*

Comme on le voit, S52m a d'abord reformulé la question de façon à obtenir 50÷2. Elle a introduit une virgule dans le quotient et a ainsi estimé le résultat à 2,5.

C <u>Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la division</u> **(AL(Div))**

Les sujets qui se sont basés sur l'algorithme tel qu'il est enseigné à l'école n'ont évidement pas trouvé une estimation dans le délai de 15 secondes. Voici quelques exemples:

S5 5,20 ÷ 12

E *Ici il y a un ruban de 5,20 m. Tu vas le diviser en 12 morceaux. Combien mesurera plus ou moins chaque morceau?*
S82m *En 12 morceaux?*
E *12.*
S82m (pause 13s) *A peu près 4 mètres*
E *A peu près 4 mètres. 12 morceaux?*
S82m *Bien, j'ai divisé, j'ai fait pareil à une division n'est-ce pas? Ici devenait 5,20 divisé par 12. Je fais disparaître la virgule et je mets deux zéros là... au quotient n'est-ce pas? Puis ça donnait 520 par 1200. J'ai ajouté un zéro, zéro virgule... non, ça ne donne pas de mètres, ça donne des centimètres, ça donne... 0,4 cm.*
E *0,4 cm. As-tu une idée combien c'est?*
S82m *Je veux dire 0,4 mètres.* [.....]

Pour estimer le résultat dans la situation S5, le sujet a donc d'abord reformulé les termes de la division en 520 ÷ 1200, en s'inspirant ainsi de l'algorithme traditionnel de division des nombres décimaux. En effet, au Brésil, dans la plupart des manuels scolaires de mathématique, on enseigne que, pour diviser des nombres décimaux, il faut multiplier les deux termes de la division par une puissance de 10. Ainsi, on remplace la division donnée sur des nombres décimaux par une autre division impliquant des nombres naturels. Après avoir fait cette reformulation, le sujet S82m a donc estimé le quotient 520 ÷1200 à 0,4.

Q13 5,72 ÷ 26

E *La question 13 .*
S81f (pause 12s)*Ça donne zéro virgule...* (pause 11s). *Zéro virgule 20.*
E *Et pourquoi?*
S81f *Parce que j'ai égalé la quantité de chiffres après la virgule n'est-ce pas? Et après ça devenait 5 mille 720 divisé pour 2 mille et 600.*
E *Attends, ça devenait 5720 ou... c'est ça?*
S81f *Par 2600.*
E *C'est vraiment ça?*
S81f *Oui.*
E *Et ça donne zéro virgule?*
S81f *Oui.*
E *Et le 2?*
S81f *2, parce que j'ai d'abord multiplié ici.* [.....]

Le sujet S81f s'est également inspiré de l'algorithme traditionnel. En reformulant les termes de la division, elle s'est trompée en obtenant 5720 ÷ 2600. Elle a finalement obtenu 0,20 comme estimation.

Nous avons remarqué que les sujets qui ont trouvé une réponse raisonnable en se basant sur l'algorithme traditionnel de division de nombres décimaux ont tous reformulé la division de façon à la remplacer par une autre impliquant des nombres naturels. Voici un exemple où le sujet n'a pas fait cette reformulation.

Q16 10,80 ÷ 48

E [....]*À la question 16 tu as mis l'option d)*
S53m (pause 10s) *Oui parce que 10* (pause 12s). *Ceci j'ai enlevé la virgule, 10800 par 48, puis 108 par 48 puis j'ai... calculé que c'était approximativement 20.*

E *Pensais-tu que 20 est une bonne estimation?*
S53m *Oui.*
E *Et as-tu enlevé la virgule?*
S53m *Oui.*
E *Est-ce que quelqu'un t'a appris à enlever la virgule pour faire des divisions?*
S53m *Le professeur.*
E *Il faut juste enlever?*
S53m *Oui, lorsque les nombres sont décimaux.*
E *C'est bien. Tu as dit que la réponse est 20. Si tu pensais maintenant, penses-tu que 20 est une bonne estimation pour ce problème?*
S53m *Je ne sais pas parce que je l'ai fait vite.*
E *Mais maintenant que tu as plus de temps pour l'observer?*
S53m (pause 23s) *Oui, c'est ça.*

Le sujet S53m a estimé 108 ÷ 48 à 20, après quoi elle a considéré que cette valeur constituait une estimation du quotient donné. On voit donc que ce sujet n'avait aucune idée de l'ordre de grandeur du résultat de l'opération donnée.

D <u>Stratégie d'exclusion</u> **(EX(Div))**

Comme nous l'avons déjà mentionné dans les sections précédentes, il s'agit ici de choisir la réponse en éliminant les autres options. Cette stratégie a été observée seulement pour Q16.

Exemples:

Q16 10,80 ÷ 48

S51m [.....]*J'ai vu que 10 par 48 ceci..., puis j'ai vu que... 20 était trop et que ce n'était pas correct n'est-ce pas? Puis... j'ai, laisse-moi voir, le 2 avec le 48 n'est pas correct non plus. Puis j'ai mis ceci* (0,20 m).
E *Aussi pour exclusion donc?*
S51m *Oui.*

Q16 10,80 ÷ 48

E *Ici à la question 16 tu as répondu l'option a). Te rappelles-tu comment tu l'as faite?*
S52m *Non, je me souviens qu'il n'y avait pas assez de temps pour y répondre. Puis j'ai mis l'option a) parce que c'était peut-être ça la réponse.*
E *C'était peut-être correct?*

S52m *Parce que c'est 48 n'est-ce pas? Puis j'ai mis a).*
E *Et pourquoi penses-tu que l'option a) avait plus de possibilité d'être correcte?*
S52m *Parce que j'ai pensé que c'était petit et 48 était beaucoup.*
E *Parce qu'il y avait beaucoup de morceaux?*
S52m *Oui.*

Q16 10,80 ÷ 48

E *Sur la feuille tu as répondu l'option a). Es-tu d'accord avec ça maintenant?*
S51F *Je l'ai faite au hasard. Il n'y avait pas assez de temps pour la faire dans la tête.*
E *C'était juste au hasard?*
S51F *C'est ça.*
E *Pensais-tu que ce* (0,02) *pourrait être la bonne réponse?*
S51F *J'ai pensé que ça allait donner a)* (0,02) *ou b)* (0,20) *car il serait difficile de donner 2.*

Les deux derniers exemples montrent des sujets qui ne savent pas choisir le bon ordre de grandeur de l'estimation. Ils hésitent entre les deux choix de réponses qui impliquent des nombres décimaux.

E <u>Stratégie basée sur les illustrations</u> (**IL(Dlv)**)

Cette stratégie consiste pour un sujet à baser son estimation simplement sur ce que lui suggère l'illustration donnée.

Exemple:

S5 5,20 ÷ 12

E *Ce ruban mesure 5,20. Et tu vas la diviser en 12 morceaux approximativement égaux. Comment vas-tu le faire?*
S82m *Je l'imagine..*
E *Il faut estimer n'est-ce pas? D'abord, tu me donnes l'estimation et après tu m'expliques comment tu l'as fait.*
S82m *J'imagine un mètre, un mètre, plus ou moins ça. Puis je regarde le ruban de 5 mètres. C'est pour diviser en 12 morceaux n'est-ce pas?*
E *Oui.*
S82m *12. Puis je regarde, je pense. Je dois avoir besoin d'un petit peu plus que la moitié n'est-ce pas? Alors ça donnerait quoi? Parce que la moitié du mètre est 50 cm. Puis ça donnerait 65*

cm chaque morceau de ruban n'est-ce pas? C'est pour chaque morceau?
E *Oui. Il y a 12 morceaux n'est-ce pas?*
S82m *12 morceaux. Ça donnerait 65 cm.*

Malgré qu'il soit difficile de savoir avec exactitude ce qui s'est passé dans la tête du sujet, il nous semble qu'elle a imaginé 5 mètres de ruban, puis qu'elle a cherché à voir à peu près combien pourrait mesurer chaque morceau de ruban.

On trouve dans le tableau 29 une synthèse des stratégies d'estimation qui viennent d'être décrites.

TABLEAU 29: Stratégies d'estimation observées pour la division avec des nombres décimaux

Code	Fréq	Sujets de 5e année	Fréq.	Sujets de 8e année
MD(DIV)	-		2	S82F, S81m
RF(Div)1	1	S51f	2	S81F, S81F
RF(Div)1F	1	S51f	-	
RF(Div)2	-		2	S81F, S82F
RF(Div)2F	2	S51m, S52m	1	S82m
AL(Div)	-		4	S81f, S81f, S83m, S83m,
AL(Div)F	6	S51F, S51m, S53m, S53m, S53m, S53f	-	
EX(Div)	1	S51m	-	
EX(Div)F	3	S51f, S51f, S52m	-	
IL(Div)	1	S52m	-	S82m
IL(Div)F	-		1	S82m
0(F)	1	S53f	2	S82F, S83F
Z	5	S51F, S52m, S52f, S52F, S53f	11	S81f, S81m, S82f, S82f, S82f, S83F, S83F, S83m, S83f, S83f, S83f

Légende:

MD(Div): Stratégie qui consiste à multiplier le diviseur par des multiples de puissance de 10.

RF(Div); Stratégie qui consiste à reformuler un ou deux termes de la division
RF(Div)1: Cas où les sujets ont reformulé seulement le diviseur
FR(Div)1F: Utilisation de RF (Div)1 en commettant des erreurs
FR(Div)2: Cas où les sujets ont reformulé les deux termes de la division (ou seulement le dividende)
FR(Div)2F: Utilisation de RF(Div) en commettant des erreurs

AL(Div): Stratégie basée sur l'algorithme traditionnel de la division
AL(Div)F: Utilisation de AL(Div) en commettant des erreurs

EX(Div): Stratégie de l'exclusion
EX(Div)F: Utilisation de EX(Div) en commettant des erreurs

IL(Div): Stratégie basée sur les illustrations
IL(Div)F: Utilisation de AL(Div) en commettant des erreurs

O(F): Procédures que nous n'avons pas comprises (cas où des sujets ont présenté une réponse fausse)

Z Cas où les sujets ont affirmé de ne pas savoir la réponse.

4.3.4.3 Conclusions

L'analyse des stratégies décrites précédemment et les tableaux 28 et 29 nous permettent de faire les constatations suivantes.

D'abord, il y a quelques sujets qui ont réussi à élaborer des stratégies pour estimer des résultats de divisions, même s'il s'agit d'une opération plus complexe et difficile. Compte tenu que l'estimation de résultats de calculs ne fait pas partie des contenus de mathématiques enseignés à l'école primaire au Brésil, nous supposons que quelques adolescents les apprennent par eux-mêmes, en dehors de l'école.

La stratégie des nombres compatibles et celle des nombres spéciaux sont rarement utilisées par les sujets interviewés. Les seuls qui les ont employées sont

S81F et S82F, soit ceux qui ont excellé dans l'estimation de résultats de calculs en général.

Pour estimer le résultat des questions données, beaucoup d'élèves se sont basés sur l'algorithme traditionnel. Lorsqu'il s'agissait de nombres naturels, certains sujets ont trouvé une bonne estimation dans le délai de 15 secondes. Cependant, s'agissant de nombres décimaux, seulement quelques élèves ont trouvé une réponse raisonnable et ce après avoir dépassé le délai de 15 secondes. Beaucoup de sujets qui essayaient d'estimer le résultat d'une division impliquant des nombres décimaux en se basant sur l'algorithme ont commis des erreurs d'ordre de grandeur.

Dans le cas des quotients de nombres décimaux, les sujets de 5^e année ont essayé de trouver une estimation en se basant sur l'algorithme de la division, le seul moyen dont ils disposaient apparemment, tandis que les élèves de 8^e année n'ont même pas cherché en général une telle estimation, en affirmant de ne pas en être capables.

Nous avons noté que les sujets qui se sont basés sur les illustrations sont les mêmes qui l'avaient fait précédemment (voir tableau 27).

Les élèves de 8^e année utilisent de meilleures stratégies pour estimer le résultat d'une division que ceux de 5^e année: ces derniers s'inspirent surtout de l'algorithme traditionnel, alors que parmi les élèves de 8^e année plusieurs se servent des stratégies MD(Div) ou RF(Div). En observant le tableau 29, on peut remarquer que seulement 3 sujets de 5^e année ont réussi à estimer correctement le résultat d'une des questions posées.

Les sujets forts utilisent des stratégies plus élaborées. Parfois, ils multiplient le diviseur par des multiples de 10 ou 100, d'autres fois ils basent leur estimation sur certains produits connus. Parmi les élèves moyens, quelques-uns estiment les résultats en utilisant des multiples de 10 ou 100, d'autres cherchent à estimer un quotient en s'inspirant de l'algorithme traditionnel. La plupart des sujets faibles ne manifestent aucune stratégie pour estimer le résultat d'une division.

Enfin, nous avons pu constater que les sujets d'une même école n'ont pas de préférence pour une stratégie en particulier, sauf les deux sujets de l'école 2 qui se sont basés sur les illustrations.

4.4 CONCLUSIONS CONCERNANT LE DEUXIÈME OBJECTIF DE NOTRE RECHERCHE

Rappelons que notre deuxième objectif était d'identifier et de décrire les stratégies utilisées par des élèves pour estimer des résultats de calculs. L'analyse des entrevues que nous avons faites nous a permis de constater que pour chacune des quatre opérations de base, certains sujets utilisaient des stratégies leur permettant de trouver assez rapidement une estimation du résultat. Compte tenu du fait que les élèves ne sont pas initiés à de telles estimations à l'école, nous soupçonnons que ces élèves les apprennent par eux-mêmes à travers des expériences de la vie quotidienne. Cependant, beaucoup d'élèves ne savent pas employer de bonnes stratégies pour estimer le résultat d'un calcul. Tout particulièrement pour estimer des résultats de multiplications et de divisions avec des nombres décimaux, les élèves n'emploient que rarement des stratégies adéquates.

4.4.1 Stratégies d'estimation observées

A Stratégies mentionnées par Reys (1986)

Nous allons résumer ici l'utilisation que nous avons observée dans les entrevues de chacune des stratégies mentionnées par Reys (1986).

Stratégie frontale (ou une stratégie semblable)

Nous avons remarqué que les élèves utilisaient la stratégie frontale ou une stratégie semblable (par exemple celle d'addition des parties entières) pour toutes les opérations sauf pour la division. Les sujets s'en servent, même dans des cas où il est plus facile d'estimer le résultat d'une opération au moyen d'une autre stratégie; très souvent ils se contentent de procéder à une reformulation, mais sans faire ou en faisant mal la compensation nécessaire. En conséquence, l'estimation obtenue est souvent éloignée de la valeur exacte. Généralement les élèves de 8^e année complètent mieux ces stratégies que ceux de 5^e année.

Quand il s'agit d'estimer les résultats d'additions et de soustractions impliquant des nombres plus petits que 100, les élèves montrent une préférence pour réaliser les calculs avec les nombres donnés, sans les reformuler. Nous avons observé ce phénomène dans les additions avec des nombres naturels et des décimaux, ainsi que dans des soustractions avec des nombres décimaux.

Stratégie d'arrondissement

Les sujets emploient rarement cette stratégie. Seulement quatre s'en sont servi pour estimer le résultat de multiplications impliquant des nombres décimaux et cela en dépit du fait que certains questions demandaient plutôt l'utilisation de la stratégie d'arrondissement. Dans quelques cas, les sujets ont arrondi le diviseur en estimant le résultat d'une division. Pour les additions et les soustractions, nous n'avons trouvé aucun cas où les sujets arrondissaient les nombres. Il semble donc que les adolescents brésiliens ont de la difficulté à développer cette stratégie par eux-mêmes.

Stratégie des nombres compatibles

Nous avons trouvé deux sujets qui se servent de cette stratégie pour estimer le résultat d'une soustraction avec des nombres décimaux. Par ailleurs, pour estimer le quotient, les sujets l'utilisent rarement. Notons que seuls les meilleurs estimateurs s'en servent.

Stratégie des nombres spéciaux

Cette stratégie n'a été utilisée que rarement par des élèves, pour estimer des résultats de multiplications et de divisions.

B Autres stratégies

Nous allons mentionner maintenant les principales autres stratégies que les élèves interviewés ont utilisées pour estimer des résultats.

Stratégie d'exclusion

Pour choisir la bonne estimation entre plusieurs nombres donnés, les élèves procèdent souvent par élimination des choix de réponse déraisonnables.

Stratégie qui consiste à multiplier le diviseur

Pour estimer un quotient, plusieurs élèves, surtout les meilleurs de 8e année, ont multiplié le diviseur par un multiple d'une puissance de 10.

Stratégies basées sur les algorithmes traditionnels

Très souvent, les élèves essaient d'estimer le résultat d'une opération sur des nombres naturels en se basant sur un algorithme qu'ils ont appris pour trouver le résultat exact d'une opération. Il y a même quelques sujets ayant obtenu un bon rendement au test d'estimation qui se montrent encore attachés à ces algorithmes. Les plus habiles à effectuer des calculs de base réussissent à trouver une estimation dans le délai de 15 secondes; sans en être certains, nous supposons que ces sujets ne sont pas capables d'estimer le résultat lorsqu'il s'agit de nombres plus grands.

Par contre, il arrive rarement que les élèves essaient d'estimer le résultat d'une opération sur des nombres décimaux au moyen de l'algorithme traditionnel. En analysant les protocoles des entrevues, nous avons observé que quelquefois les élèves ne comprenaient pas bien ces algorithmes, ce qui les a amenés à commettre des erreurs d'ordre de grandeur.

Stratégie basée sur les illustrations

Deux sujets ont utilisé le contexte des illustrations pour estimer des résultats d'opérations, soit dans le cas d'une multiplication et d'une division de nombres décimaux.

C Résumé

En résumé, nous pouvons dire que parmi les stratégies identifiées par Reys, la stratégie frontale est la seule qui est bien connue des élèves brésiliens; les trois autres sont rarement employées correctement par eux, sauf par les meilleurs estimateurs. Quelquefois les élèves ont utilisé d'autres stratégies qui leur ont permis de trouver assez rapidement une estimation. Dans le plupart des cas, les élèves qui se sont basés sur un algorithme écrit n'ont pas réussi à estimer rapidement le résultat.

4.4.2 Différences observées dans l'emploi des stratégies

A Par niveau scolaire

Les élèves de 8^{e} année ont utilisé des stratégies plus élaborées que ceux de 5^{e} année.

B Par des sujets manifestant divers degrés d'habiletés à estimer

Deux sujets forts (S81F et S82F) ont utilisé, pour chacune des 4 opérations de base, des stratégies du même genre que celles identifiées par Reys (1986). Dans la plupart des cas, ils les ont complétées par une compensation. Les sujets moyens se sont servi surtout de la stratégie frontale pour estimer des résultats d'opérations, souvent avec une compensation incorrecte à la fin. Les sujets faibles n'ont pas manifesté de bonnes stratégies pour estimer des résultats de calculs, en essayant plutôt de trouver une réponse raisonnable au moyen des algorithmes traditionnels.

C Par école

Généralement les élèves des 3 écoles se sont servi des mêmes stratégies. Cependant, il y a eu quelques exceptions:

- les élèves des écoles 2 et 3 ont utilisé surtout la stratégie frontale pour estimer les résultats des additions, tandis que ceux de l'école 1 ont préféré additionner les termes deux à deux;
- la stratégie d'arrondissement a été employée par quelques élèves des écoles 1 et 2 et par aucun de l'école 3;
- les deux seuls élèves qui ont fait des estimations en se basant sur les illustrations sont de l'école 2.

CHAPITRE V

SYNTHÈSE ET CONCLUSIONS

5.1 SYNTHÈSE

Le premier objectif que nous nous étions fixé pour notre recherche était d'étudier le rendement des élèves de 5e et 8e année du District Fédéral au Brésil du point de vue de leur habileté à faire des estimations de résultats de calculs. Pour atteindre cet objectif, nous avons administré un test à 6 classes (197 élèves) de 5e année et à 6 classes (172 élèves) de 8e année. Les 6 classes de chaque niveau scolaire étaient également distribuées entre 3 écoles (1 école privée et 2 écoles publiques).

L'analyse des résultats du test d'estimation administré aux élèves nous a permis de constater que leur rendement est loin d'être satisfaisant: la plupart des élèves des deux niveaux présentent un rendement très faible, tout particulièrement pour les questions ouvertes et pour les questions faisant intervenir des nombres décimaux.

Nous avons également trouvé que:

- les élèves de 8e année sont plus forts que ceux de 5e année;
- les élèves provenant de l'école privée présentent un meilleur rendement que ceux des écoles publiques;
- les garçons affichent un rendement plus fort que les filles;
- les questions sur l'ordre de grandeur sont beaucoup mieux réussies que les questions ouvertes;
- les questions sur des nombres naturels sont beaucoup mieux réussies que celles sur des nombres décimaux;
- lorsqu'il s'agit de nombres naturels, les élèves réussissent mieux à estimer les résultats d'opérations directes (addition et multiplication) que d'opérations inverses (soustractions et division);
- lorsqu'il s'agit de nombres décimaux, les élèves de 5e année ont à peu près le même rendement pour les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication, mais un rendement beaucoup moindre pour la division, tandis que ceux de 8e année sont plus habiles à estimer dans l'ordre: des additions des soustractions, des multiplications et des divisions;
- les questions du test présentées à l'aide d'illustrations sont mieux réussies que celles présentées purement avec des symboles; l'influence positive des illustrations se manifeste très fortement dans les questions sur des nombres décimaux;

Le deuxième objectif que nous nous étions donné était d'identifier et décrire les stratégies utilisées par des élèves pour estimer des résultats de calculs. Pour réaliser cet objectif, nous avons fait des entrevues cliniques avec 16 sujets, choisis parmi les élèves de 5^{e} et de 8^{e} année des trois écoles, d'après leur rendement fort, moyen ou faible au test d'estimation administré précédemment.

L'analyse des entrevues nous a permis de constater que:

- la stratégie frontale est la stratégie le plus utilisée, les élèves s'en servent fréquemment pour estimer le résultat d'additions, de soustractions et de multiplications; cependant, souvent ils ne la complètent pas avec une compensation adéquate. Les autres stratégies suggérées par Reys et al. (arrondissement, nombres compatibles et nombres spéciaux), sont employées quelquefois par des élèves parmi le plus forts;
- parfois, les élèves se servent de stratégies différentes de celles mentionnées par Reys et al.; ainsi ils utilisent souvent la stratégie d'exclusion pour déterminer l'ordre de grandeur de la bonne réponse parmi les choix proposés; de même, pour estimer des quotients, les élèves, particulièrement les plus forts, cherchent un nombre qui, multiplié par le diviseur, donne un produit assez rapproché du dividende;
- très souvent, les élèves se servent de stratégies basées sur les algorithmes traditionnels de calcul écrit; quelques-uns qui sont très habiles avec les calculs de base produisent ainsi des réponses rapprochées des valeurs exactes, mais la plupart s'égarent dans des calculs trop longs pour produire de bonnes estimations.

5.2 CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Cinq conclusions générales se dégagent nettement de l'ensemble des résultats que nous avons trouvés:

1º Les élèves du District Fédéral du Brésil sont très faibles dans les estimations de résultats de calculs. Cela est confirmé par les faibles résultats obtenus au test d'estimation et par le fait que seulement certains élèves emploient des stratégies variées adéquates pour trouver rapidement des estimations.

2º Les élèves emploient presque seulement la stratégie frontale. En conséquence, ils ont beaucoup de difficulté à faire des estimations qui demandent l'utilisation d'autres stratégies, par exemple à estimer le résultat d'une multiplication impliquant des facteurs de deux chiffres ou le résultat d'une division.

3º Les élèves de 8e année sont meilleurs dans l'estimation de résultats de calculs que ceux de 5e année, et ce en dépit du fait qu'on n'apprend pas à faire de telles estimations à l'école au Brésil. Ils utilisent également de meilleures stratégies pour estimer.

4º Les élèves provenant de l'école privée présentent un meilleur rendement que ceux des écoles publiques et les garçons affichent de meilleurs résultats que les filles.

5º Il y a de fortes raisons de croire que les illustrations exercent une influence positive sur le rendement des élèves et que cette influence se manifeste très fortement lorsqu'il s'agit d'estimer le résultat d'une opération impliquant des nombres décimaux.

5.3 LIMITATIONS DE LA RECHERCHE

Il nous semble important de mentionner ici quelques facteurs susceptibles de limiter les conclusions précédentes.

- Toutes les questions du test administré aux élèves, ainsi que les questions utilisées pendant les entrevues, présentaient des opérations faisant appel à de petits nombres, ce qui a pu influencer le choix des stratégies d'estimation observées.
- Pendant les entrevues, nous avons demandé aux sujets de donner assez rapidement une estimation. Cependant, pour ne pas les stresser, nous n'avons pas trop insisté pour qu'ils nous donnent une estimation dans un délai de 15 secondes. En conséquence, il se peut que quelques élèves aient répondu en se basant sur un algorithme de calcul écrit plutôt que sur une stratégie adéquate d'estimation.

- Compte tenu que les élèves ont beaucoup de difficulté à estimer des produits de nombres décimaux et des quotients de toutes sortes de nombres, la recherche présente une lacune en ce sens qu'elle ne fait pas apparaître de bonnes stratégies utilisables dans de tels cas.
- Le temps (15 secondes) dont les élèves disposaient pour estimer chaque résultat lors du test a permis aux élèves plus habiles avec les calculs de base de produire une "estimation" en se servant de l'algorithme traditionnel. Cependant, si nous avions diminué le temps alloué, beaucoup d'élèves auraient renoncé à répondre aux questions du test.
- Les questions du test présentées purement avec des symboles et celles présentées à l'aide d'illustrations n'étaient pas toutes du même degré de difficulté. Il faut donc interpréter avec une certaine prudence la différence significative de rendement observée selon le mode de présentation des questions.

5.4 RECOMMANDATIONS PÉDAGOGIQUES

Le faible rendement observé doit être apprécié à la lumière du fait que les élèves brésiliens ne reçoivent pas d'enseignement à l'école concernant l'estimation de résultats de calculs. Nous trouvons donc important de recommander l'inclusion de ce thème dans les programmes de mathématique du primaire au Brésil. Rappelons ici que Schoen et al. ont constaté qu'on peut apprendre les stratégies frontale et d'arrondissement assez rapidement aux élèves.

Cette recommandation est basée d'abord sur le besoin des individus de se servir d'estimations dans des situations de la vie courante. Certes, la supériorité des élèves de 8^e année sur ceux de 5^e nous fait supposer que les adolescents améliorent leur habileté à faire des estimations de calculs grâce aux occasions qu'ils ont de l'exercer dans la vie de tous les jours. Mais, à notre avis, cela ne suffit pas et l'inclusion de ce sujet dans les programmes de mathématique augmenterait d'avantage les chances de tous les élèves de développer une telle habileté.

Notre recommandation s'appuie également sur le fait que les estimations de résultats de calculs fournissent aux élèves des occasions d'appliquer des concepts numériques et des propriétés arithmétiques. Rappelons ici que les entrevues nous ont permis de constater que les élèves présentent des déficiences concernant la conceptualisation des nombres décimaux. Nous croyons que l'initiation des élèves à l'estimation de résultats de calculs va encourager l'usage correct des certaines propriétés arithmétiques et la formation de meilleurs concepts de nombres, tout particulièrement du nombre décimal.

Comme deuxième recommandation, nous voulons suggérer d'initier l'enseignement de l'estimation de résultats de calculs avec la stratégie frontale. Cette recommandation s'appuie sur le fait que bien des élèves l'appliquent déjà de façon partielle ou complète pour produire des estimations. D'autres stratégies pourront être enseignées par la suite.

5.5 SUGESTIONS POUR DE RECHERCHES FUTURES

Les résultats trouvés dans cette étude ouvrent des perspectives de recherches que nous allons présenter en trois catégories:

Stratégies utilisées

En ce qui concerne les stratégies utilisées par des élèves et des adultes, il nous semble nécessaire de mener des recherches à propos:

- des stratégies d'estimation de résultats de calculs employées lorsqu'il s'agit d'opérer sur des grands nombres;
- des stratégies d'estimation de résultats de multiplications et de divisions avec des nombres décimaux, en particulier pour savoir comment se fait l'ajustement de l'ordre de grandeur du résultat;
- de l'influence du contexte sur le choix d'une stratégie d'estimation.

Différence de rendement observée selon le sexe

Compte tenu de la différence de rendement observée entre les garçons et les filles, nous croyons qu'il serait important de trouver des réponses aux questions suivantes:

- quels facteurs expliquent le meilleur rendement des garçons?
- pourquoi la différence de rendement augmente-t-elle de la 5^{e} à la 8^{e} année ?

- peut-on observer également des différences entre le rendement des deux sexes pour d'autres sujets mathématiques au Brésil?

<u>Enseignement</u>

Concernant l'enseignement de l'estimation de résultats de calculs dans des écoles du Brésil, nous croyons important de développer des recherches qui puissent répondre aux questions suivantes:

- Comment insérer l'estimation de résultats de calculs dans les programmes de mathématique du primaire?
- Peut-on commencer à enseigner de telles estimations dès les premières années du primaire?
- Comment faire pour que l'enseignement de l'estimation de résultats de calculs améliore la conceptualisation des nombres, surtout celle des décimaux, chez les élèves?

BIBLIOGRAPHIE

- Allen, M. J. & Yen, W.M. (1979) *Introduction to Measurement Theory.* Monterey, California: Brooks / Cole Publishing Company.

- Benton, S.E. (1986) A Summary of Research on Teaching and Learning Estimation. In Schoen, H.L. & Zweng, M.J. (eds.), *Estimation and Mental Computation, 1986 Yearbook,* Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics. p. 239-248

- Bertrand, R. (1986) *Pratique de l'analyse statistique des données.* Sillery, Québec: Presses de l'Université du Québec

- Bestgen, B.J., Reys, R.E., Rybolt, J.F. & Wyatt, J.W. (1980) Effectiveness of Systematic Instruction on Attitudes and Computational Estimation Skills of Preserve Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education.* Vol 11, Nº 2, p. 124-136

- Bright, G.W. (1976) Estimation as part of learning to mesure. In Nelson, D. & Reys, R.E. (eds.), *Measurement in School Mathematics, 1976 Yearbook,* Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, p. 87-104

- Buchanan A.D. (1978) *Estimation as an Essentiel Mathematical Skill.* Professional Paper 39. Los Alamitos, California: Southwest Regional Laboratory for Educational Research and Development (ED 167 385).

- Bouvier, A. & George, M. (1979) *Dictionnaire des mathématiques.* Paris: Presses Universitaires de France.

- Carpenter, P.T., Coburn, T.G., Reys, R.E. & Wilson, J.W. (1976) Notes from National Assessment: Estimation. *The Arithmetic Teacher,* Vol 13, Nº 4, p. 296-301.

- Carraher, T.N., Carraher, D.W. & Schliemann, A.D. (1988) Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In Caraher, T.N., Caraher D.W. & Schliemann, A.D. (eds.), *Na Vida Dez na Escola Zero,* São Paulo, SP: Cortez, p. 23-43

- Carraher, T.N., Carraher, D.W. & Schliemann, A.D. (1988) Matemática escrita versus matemática oral. In Caraher, T.N., Caraher D.W. & Schliemann, A.D. (eds.), *Na Vida Dez na Escola Zero,* São Paulo, SP: Cortez, l988, p.45-67

- Crawford, D.H. (1982) Estimation and Approximation - Results and Recommendations from Recent Research. In *Proceedings of the Fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Athens, Georgia: Sigrid Wagner, p.21-27

- *Dictionnaire Encyclopédique Alpha* (1983) Paris: Alpha

- *Dictionnaire Encyclopédique Quillet* (1979) Paris: Quillet

- Driscoll, M.J. (1981) *Research Within Reach: Elementary School Mathematics.* Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, p. 107-111.

- Driscoll, M.J. (1983) *Research Within Reach: Secondary School Mathematics.* Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, p.85-90

- Edwards, A. (1984) Computational Estimation for Numeracy. *Educational Studies in Mathematics.* Vol 15, Nº 1, p. 59-73.

- *Encyclopaedia of Mathematics* (1988) Dordrecht: Kluwer

- Fundação Educational do Distrito Federal (1986) *Conteúdo Programático de Matemática para as 3as - 8as séries*, Brasília (DF): Fundação Educational do Distrito Federal.

- Glenn, J.A. & Littler (1984) *Dictionary of Mathematics*, Totowa, New Jersey: Barnes & Noble Books

- James, J. & James R. C. (1959) *Mathematics Dictionary.* New Jersey, New York, Princeton: D. van Nostrand Company, Inc.

- Kirk, R.E. (1982) *Experimental Design: Procedures for the Behavioral Science,* Monterey, California: Brooks / Cole Publishing Company

- L'encyclopédie AZ (1978) Paris: Atlas

- Levin, J.A. (1981) Estimation Techniques for Arithmetic Everyday Math and Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics,* 1981, Vol 12, Nº 4, p. 421-434

- Levine, D.R. (1981) Computational Estimation Ability and the Use of Estimation Strategies among College Students. *Dissertation Abstracts International* 41, 5013 A

- Levine, D. R. (1982) Strategy Use and Estimation Ability of College Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 13, Nº 5, 350-359

- National Council of Supervisors of Mathematics (1988) *Basic Mathematical Skills for the 21st. Century*, NCSM

- National Council of Teachers of Mathematics (1980) *An Agenda for Action: recommendations for school mathematics of the 1980s*, Reston, Va: NCTM

- Nelson N.Z. (1967) The Effect of the Teaching of Estimation on Arithmetic Achievement in the Fourth and Sixth Grade. *Dissertation Abstracts* International 27, 4172 A (University Micro-films nº 67-67.07, 153)

- Paull, D.R. (1971) The Ability to Estimate in Mathematics. *Dissertation Abstracts International* 32, 3567 A (University Micro-films, nº 071-20, 736)

- Reys, R.E., Bestgen, B.J., Rybolt, J.F. & Wyatt, J.W. (1980) *Identification and Characterization of Computational Estimation Processes by In-school Pupils and Out-of-School Adults.* Washington, D.C.: National Institute of Education, ED197.963

- Reys, R.E. & Bestgen, B. J. (1981) Teaching and Assessing Computational Estimation Skills. *The Elementary School Journal*, Vol. 82, Nº 2, p. 116-127

- Reys, R. E., Bestgen, B. J., Rybolt, J.F. & Wendell Wyatt, J. (1982) Processes Used by Good Computational Estimators. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 13, Nº 3, p. 183-201

- Reys, R.E. (1984) Mental Computation and Estimation: Past, Present and Future. *The Elementary School Journal,* Vol. 84, Nº 5, p. 546-557

- Reys, R.E., Reys, B.J., Trafton, P.R. & Zawojewski, J. (1984) *Developing Computational Estimation Material for the Middle Grades.* Final Report. Washington, D.C.: National Science Foundation (ED 242525)

- Reys, B.J. (1986) Teaching Computational Estimation: Concepts and Strategies. In Schoen, H.L. & Zweng, M.J. (eds.), *Estimation and Mental Computation 1986 Yearbook,* Reston, Va; National Council of Teachers of Mathematics

- Rubenstein, R.N. (1983) Mathematical Variables Related to Computational Estimation. *Dissertation Abstracts International,* 44, 694 A (University Microfilm Nº 83.06935)

- Rubenstein, R.N. (1985) Computational Estimation and Related Mathematical Skills. *Journal for Research in Mathematics Education* , Vol. 16, Nº 2, p. 106-119

- Schoen, H. L., Jarrett, J.A., Friesen, C. D. & Urbatsch, T. D. (1981) Instruction in Estimating Solutions of Whole Number Computations. *Journal for Research in Mathematics Education* , Vol. 12, Nº 3, p. 165-178

- Taton, R. (1965) *Le calcul mental,* Paris: Presses Universitaires de France.

Thompson, A.G. (1979) Estimating and Approximating. *School Science and Mathematics,* Volume LXXIX, Nº 8, Whole 697. p. 575-580

- Trafton, P.R. (1978) Estimation and Mental Arithmetic: Important Components of Computation. In Suydam, M.N. & Reys, R.E. (eds.), *Developing Computational Skills, 1978 Yearbook,* Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics, p. 16-30

- Trafton, P.R. (1986) Teaching Computational Estimation: Establishing an Estimation Mind-Set. In Schoen, H.L. & Zweng, M.J. (eds.), *Estimation and Mental Computation, 1986 Yearbook,* Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, p.16-30

- Siegel, A.W., Goldsmith, L.T. & Madson, C.R. (1982) Skill in Estimation Problems of Extent and Numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 13, N° 3, p. 211-232

- Underhill, B. (1983) Estimation and Reasonableness of Results. In Shufelt, G. & Smart, J.R. (eds.),*The Agenda for Action, 1983 Yearbook*, Reston Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, p 97-104

- Usiskin, Z. (1986) Reasons for Estimating. In Schoen, H.L. & Zweng, M.J. (eds.), *Estimation and Mental Computation, 1986 Yearbook,* eds. , Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, p. 1-15

ANNEXE A

TEST DE RUBENSTEIN

ESTIMATION TEST
PART I
OPEN ENDED
#1 - 16

Example A

Estimate.

5.08 + 4.36

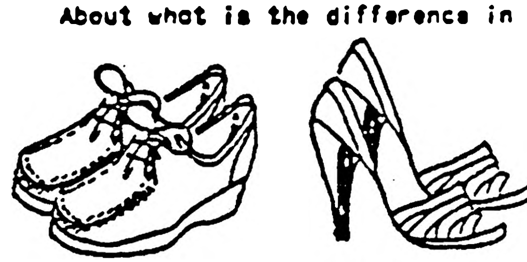
Example B

Estimate.

31 x 49

Example C

Estimate.
About what is the difference in price?



$27.95 $15.88

1)

Estimate.

.29 x 23

Acceptable Interval 6 - 7.5

2)

Estimate.

About how many raisins are there?

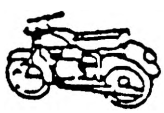
238 raisins in each box.

Acceptable Interval 1400 - 1750

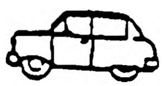
3)

Estimate.

About what is the difference in price?



$3,788



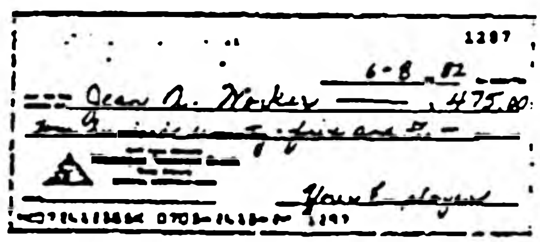
$12,367

Acceptable Interval 8000 - 9000

4)

Estimate.

About how much did I earn per day?



$475 earned for 21 days' work.

Acceptable Interval 20 - 25

5)

Estimate.

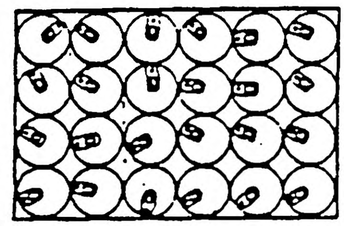
6.37 + 1.39 + 15.33 + 11.78

Acceptable Interval 34 - 36

6)

Estimate.

About how much does one can cost?



$5.40 for a case of 24

Acceptable Interval .20 - .25

7)

Estimate.

$17\overline{)634}$

Acceptable Interval 30 - 40

8)

Estimate.

39 + 48 + 77

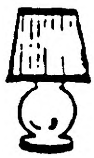
Acceptable Interval 160 - 170

9)

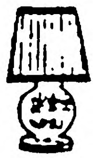
Estimate.

About what is the difference in price?

$36.95

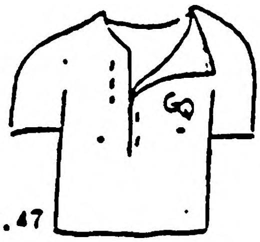


$65.65

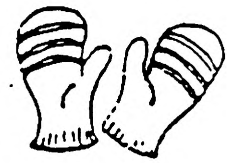


Acceptable Interval <u>28 - 30</u>

10) Estimate. about how much do these cost altogether?



$7.47



$1.29

$16.43

$11.65

Acceptable Interval <u>35 - 37</u>

11)

Estimate.

26 ⟌ 5.72

Acceptable Interval <u>.2 - .25</u>

12)

Estimate.

328 x 8

Acceptable Interval <u>2400 - 2600</u>

13)

Estimate.

56.56 - 37.65

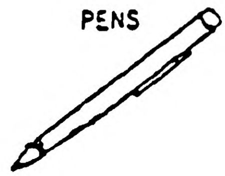
Acceptable Interval 18 - 20

14)

Estimate.

About how much do 22 pens cost?

PENS



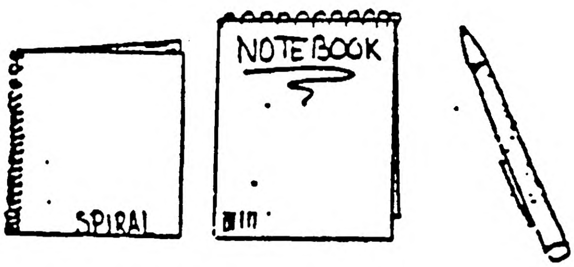
$0.39 each

Acceptable Interval 8 - 8.80

15)

Estimate.

About how much do these cost altogether?



76¢ 37¢ 39¢

Acceptable Interval 1.40 - 1.60

16)

Estimate.

17,637 - 4,461

Acceptable Interval 13000-14000

ESTIMATION TEST
PART III
REFERENCE NUMBER
#49 - 64

Example F

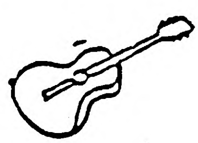
46 + 52 + 87 is

A) Above 170
B) Below 170
C) I don't know

Example G

The difference in price is

$800



$72

A) Above $700
B) Below $700
C) I don't know

49)

7.43 + 5.99 + 17.77 + 4.02 is

*A) Above 34

B) Below 34

C) I don't know

50)

29 x .45 is

*A) Above 12

B) Below 12

C) I don't know

51)

I earned $446 in 24 days.

I averaged

*A) Above $16 per day

B) Below $16 per day

C) I don't know

52)

$26 \overline{)83.2}$ is

A) Above 4

*B) Below 4

C) I don't know

53)

283 x 7 is

*A) Above 1400
B) Below 1400
C) I don't know

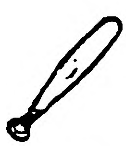
54)

Pencils
$0.39 each

The cost of 24 pencils is

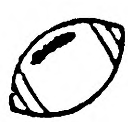
A) Above $10
*B) Below $10
C) I don't know

55)



$5.45

$2.69



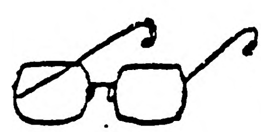
$15.69

$10.85

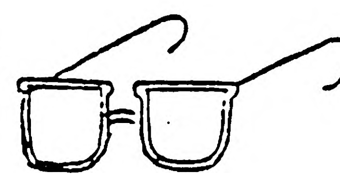
The total cost is

*A) Above $32
B) Below $32
C) I don't know

56)



$26.95



$55.65

The difference in price is

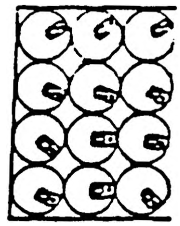
*A) Above $20
B) Below $20
C) I don't know

57)

18,725 - 3,416 is

A) Above 16,000
* B) Below 16,000
C) I don't know

58)



$2.60 for case of 12

One can costs
A) Above $0.30
* B) Below $0.30
C) I don't know

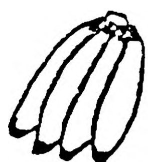
59)

$18\overline{)463}$ is

* A) Above 20
B) Below 20
C) I don't know

60)

29¢



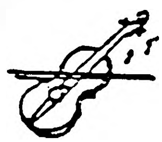
86¢

47¢

The total is

A) Above $1.70
* B) Below $1.70
C) I don't know

61)



$2,788

$11,367

The difference in price is

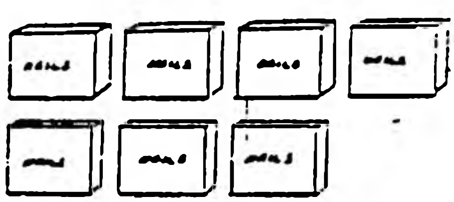
*A) Above $6,000
B) Below $8,000
C) I don't know

62)

78.65 - 46.83 is

A) Above 40
* B) Below 40
C) I don't know

63)



There are 234 nails in each box.
The total number of nails is

*A) Above 1400
B) Below 1400
C) I don't know

64)

46 + 67 + 59 is

*A) Above 150
B) Below 150
C) I don't know

ESTIMATION TEST
PART IV
ORDER OF MAGNITUUE
#65 - 80

Exemple H

22 x 9 is closest to

A) 2
B) 20
C) 200
D) 2,000

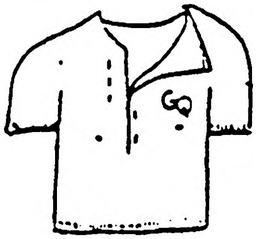
Example J

$5.98 • $193.01 is closest to

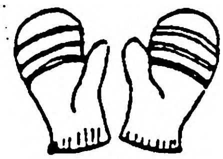
A) $ 0.19
B) $ 1.90
C) $ 19.00
D) $ 199.00

65.

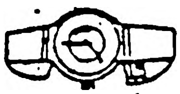
About how much do these cost altogether?



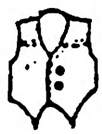
$6.37



$1.59



$18.34



$12.95

The answer is closest to

A) $ 0.40
B) $ 4.00
*C) $ 40.00
D) $400.00

66.

14.319 - 5.892 is closest to

A) 54
B) 840
*C) 6.400
D) 64,000

67)

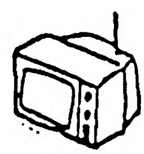
77.97 - 45.24 is closest to

*A) 33
B) 330
C) 3,300
D) 33,000

68)

About what is the difference in price?

$46.95



$75.65

The answer is closest to

A) $ 2.90
*B) $ 29.00
C) $ 290.00
D) $ 2900.00

69)

$16\overline{)472}$ is closest to

*A) 30
B) 300
C) 3,000
D) 30,000

70)

$24\overline{)74.4}$ is closest to

A) 0.3
*B) 3
C) 31
D) 310

71)

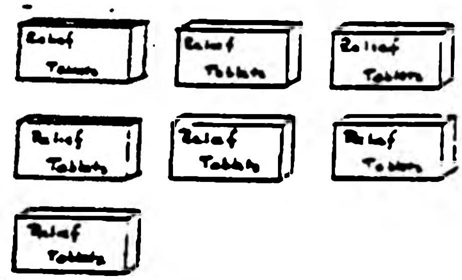
About how much did I earn per day?

$ 378 earned in 18 days.
The answer is closest to

A) $ 2.00
*B) $ 20.00
C) $ 200.00
D) $2000.00

72)

About how many tablets are there?



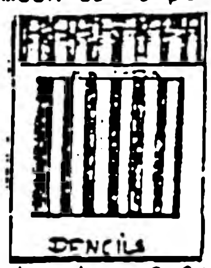
329 tablets in each package.

The answer is closest to

A) 23
B) 230
*C) 2,300
D) 23,000

73)

About how much do 18 pencils cost?



PENCILS
$0.29
EACH

The answer is closest to

A) $ 0.05
B) $ 0.50
*C) $ 5.00
D) $50.00

74)

3.59 • 6.31 + 15.3035

is closest to

*A) 3.5
B) 34.5
C) 345.5
D) 3,455.5

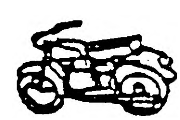
75)

275 x 7 is closest to

A) 1.9
B) 19
C) 190
*D) 1,900

76)

About what is the difference in price?



$ 4,878

$ 13,367

The answer is closest to

A) $ 85
B) $ 850
*C) $ 8,500
D) $85,000

77)

77 + 36 + 58 is closest to

A) 0.17
B) 1.17
C) 17
* D) 170

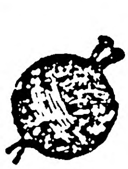
78)

32 x 5.3 is closest to

A) 1.7
B) 17
* C) 170
D) 1,700

79)

About how much do these cost altogether?



69¢

56¢

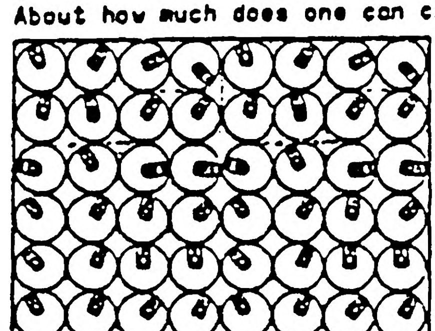
37¢

The answer is closest to

A) \$ 0.16
*B) \$ 1.60
C) \$ 16.00
D) \$160.00

80)

About how much does one can cost?



48 cans for \$10.80

The answer is closest to

A) \$0.02
*B) \$0.23
C) \$2.30
D) \$23.00

ANNEXE B

TEST UTILISÉ DURANT NOTRE EXPÉRIMENTATION AU BRÉSIL

Pour faciliter la lecture du test, nous avons indiqué la bonne réponse à chacune des questions des parties I et II au moyen d'un astérisque et, pour chaque question de la partie III, nous avons mentionné l'intervalle de réponses acceptables.

PARTIE I

Exemple (montré au tableau)

325 + 87 égale approximativement

A) 41
* B) 410
C) 4100
D) 41000

Exemple A (montré au rétroprojecteur)

22 x 9 égale approximativement

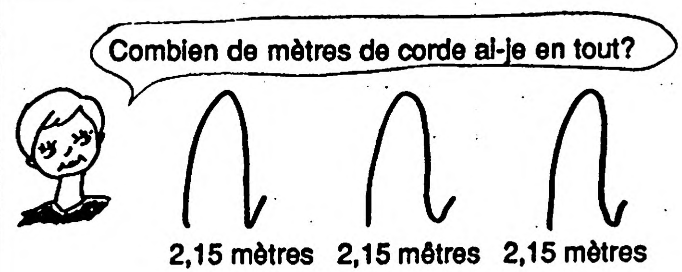
A) 2
B) 20
C) 200
D) 2000

Exemple B (montré au rétroprojecteur)

La réponse est approximativement

A) 16
B) 160
C) 1600
D) 1600

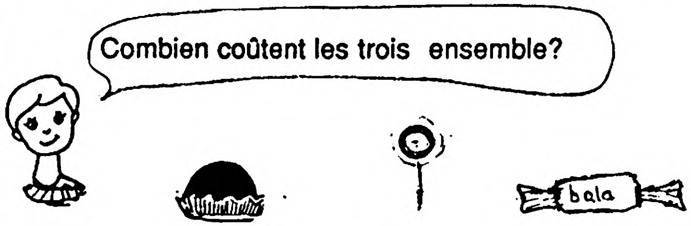
Exemple C (montré au rétroprojecteur)



La réponse est approximativement

A) 2
B) 20
C) 200
D) 2000

Question 1



69 cruzados 56 cruzados 37 cruzados

La réponse est approximativement

A) 16
* B) 160
C) 1600
D) 16000

Question 2

14 310 - 5 890 égale approximativement

A) 84
B) 840
* C) 8 400
D) 84 000

Question 3

275 x 7 égale approximativement

A) 1,9
B) 19
C) 190
* D) 1900

Question 4

77 + 36 + 58 égale approximativement

A) 0,17
B) 1,7
C) 17
* D) 170

Question 5

472 : 16 égale approximativement

* A) 30
B) 300
C) 3 000
D) 30 000

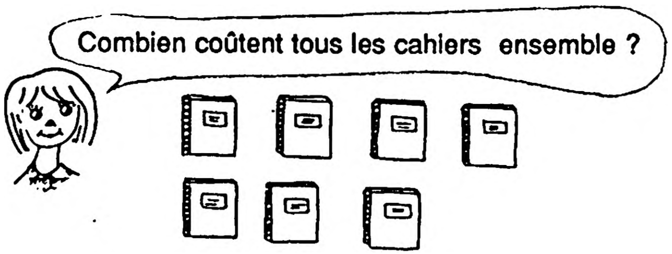
Question 6

4 870 cruzados 13 360 cruzados

La réponse est approximativement

A) 85
B) 850
* C) 8 500
D) 85 000

Question 7



329 cruzados chacun

La réponse est approximativement

A) 23
B) 230
* C) 2 300
D) 23 000

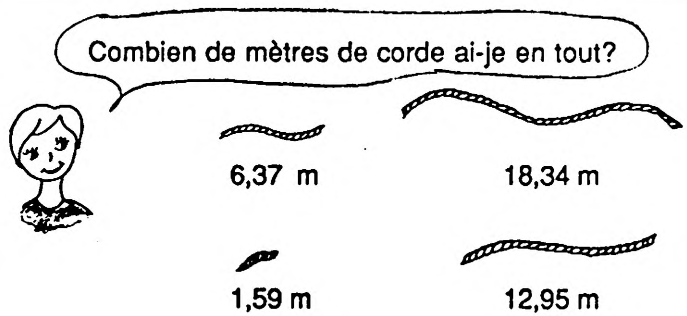
Question 8

378 billes à partager également
entre 18 enfants

La réponse est approximativement

A) 2
* B) 20
C) 200
D) 2000

Question 9



La réponse est approximativement

A) 0,40 m
B) 4,00 m
* C) 40,00 m
D) 400,00 m

Question 10

77,970 - 45,240 égale approximativement

* A) 33
B) 330
C) 3 300
D) 33 000

Question 11

32 x 5,3 égale approximativement

A) 1,7
B) 17
* C) 170
D) 1700

Question 12

3,59 + 6,31 + 15,30 + 9,49 égale approximativement

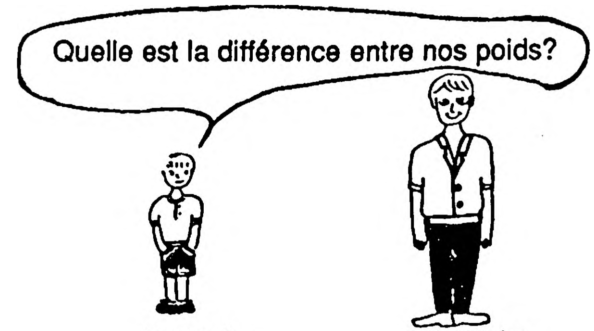
A) 3,4
* B) 34
C) 340
D) 3 400

Question 13

74,4 : 24 égale approximativement

A) 0,3
• B) 3,0
C) 30
D) 300

Question 14



46,950 kg 75,650 kg

La réponse est approximativement

A) 2,900 kg
• B) 29,000 kg
C) 290,000 kg
D) 2900,000 kg

Question 15

De combien de mètres de ruban ai-je besoin pour 18 lacets?

0,29 m de ruban pour chaque lacet

La réponse est approximativement

A) 0,05 m
B) 0,50 m
* C) 5,00 m
D) 50,00 m

Question 16

Combien mesurera chaque morceau de corde?

10,80 mètres à couper en 48 morceaux approximativement égaux

La réponse est approximativement

A) 0,02 m
* B) 0,20 m
C) 2,00 m
D) 20,00 m

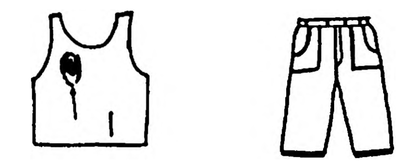
PARTIE II

Exemple (montré au tableau)

452 - 360 est

A) Plus grand que 100
* B) Plus petit que 100
C) Je ne sais pas

Exemple A (montré au rétroprojecteur)



3 100 cruzados   11 300 cruzados

La différence entre les deux prix est

A) Plus grande que 8000 cruzados
B) Plus petite que 8000 cruzados
C) Je ne sais pas

Exemple B (montré au rétroprojecteur)

20,80 m   13,50 m

J'ai au total

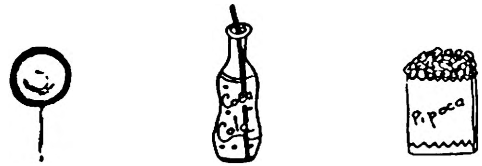
A) Plus de 33 m de corde
B) Moins de 33 m de corde
C) Je ne sais pas

Exemple C (montré au rétroprojecteur)

233 x 3 est

A) Plus grand que 600
B) Plus petit que 600
C) Je ne sais pas

Question 1



29 cruzados   86 cruzados   47 cruzados

Les trois ensemble coûtent

A) Plus que 170 cruzados
* B) Moins que 170 cruzados
C) Je ne sais pas

Question 2

18 720 - 3 410   est

A) Plus grand que 16 000
* B) Plus petit que 16 000
C) Je ne sais pas

Question 3

283 x 7 est

* A) Plus grand que 1400 cruzados
B) Plus petit que 1400 cruzados
C) Je ne sais pas

Question 4

46 + 67 + 59 est

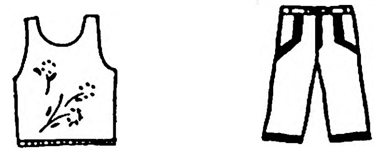
* A) Plus grand que 150
B) Plus petit que 150
C) Je ne sais pas

Question 5

483 : 18 est

* A) Plus grand que 20
B) Plus petit que 20
C) Je ne sais pas

Question 6

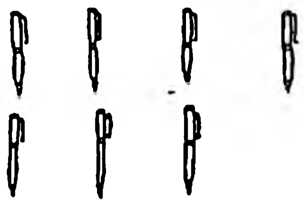


2 780 cruzados   11 360 cruzados

La différence entre les deux prix est

* A) Plus grande que 8000 cruzados
B) Plus petite que 8000 cruzados
C) Je ne sais pas

Question 7



234 cruzados chacun

Tous les stylos ensemble coûtent

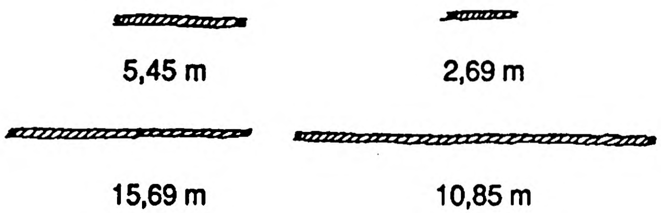
* A) Plus de 1400 cruzados
B) Moins de 1400 cruzados
C) Je ne sais pas

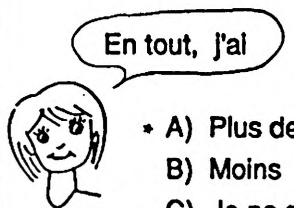
Question 8

J'ai distribué 446 bonbons en plusieurs prix entre 24 enfants. En moyenne chaque enfant a reçu

* A) Plus que 16 bonbons
B) Moins que 16 bonbons
C) Je ne sais pas

Question 9





- * A) Plus de 32 m de corde
- B) Moins de 32 m de corde
- C) Je ne sais pas

Question 10

78,650 - 46,830 est

- A) Plus grand que 40
- * B) Plus petit que 40
- C) Je ne sais pas

Question 11

29 x 0,45 est

- * A) Plus grand que 12
- B) Plus petit que 12
- C) Je ne sais pas

Question 12

7,43 + 5,99 + 17,77 + 4,02 est

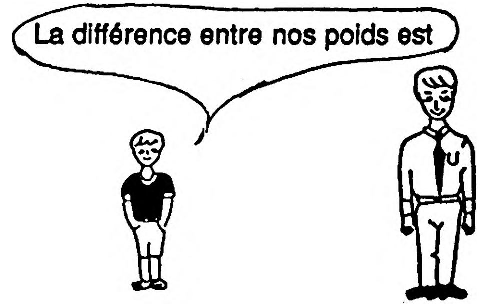
- * A) Plus grand que 34
- B) Plus petit que 34
- C) Je ne sais pas

Question 13

83,2 : 26 est

A) Plus grand que 4
* B) Plus petit que 4
C) Je ne sais pas

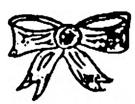
Question 14



26,950 kg 55,650 kg

* A) Plus grande que 20
B) Plus petite que 20
C) Je ne sais pas

Question 15



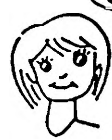
0,39 m de ruban pour chaque lacet

Pour faire 24 lacets j'ai besoin de

A) Plus de 10 m de ruban
* B) Moins de 10 m de ruban
C) Je ne sais pas

Question 16

2,60 mètres de ruban à couper en 12 morceaux approximativement égaux



Chaque morceau de ruban mesurera

A) Plus de 0,30 m
* B) Moins de 0.30 m
C) Je ne sais pas

PARTIE III

Exemple (montré au tableau)

Estime.

217 x 3

Intervalle acceptable: [600 - 700]

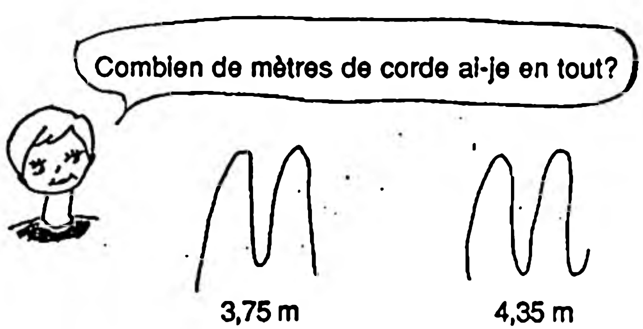
Exemple A (montré au rétroprojecteur)

Estime.

159 + 83

Exemple B (montré au rétroprojecteur)

Estime.



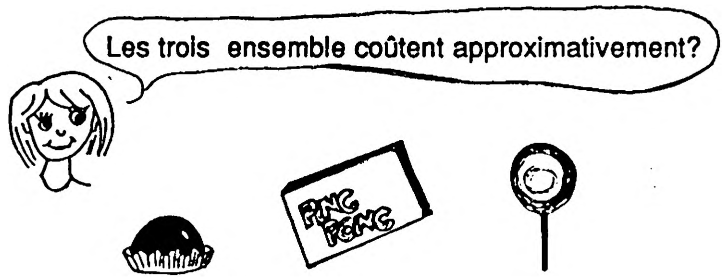
Exemple C (montré au rétroprojecteur)

Estime.

87,24 - 46,54

Question 1

Estimé.



76 cruzados 37 cruzados 39 cruzados

Intervalle acceptable: [140 - 160]

Question 2

Estime.

17 630 - 4 460

Intervalle acceptable: [13000 - 14000]

Question 3

Estime.

328 x 8

Intervalle acceptable: [2400 - 2800]

Question 4

Estime.

39 + 48 + 77

Intervalle acceptable: [160 - 170]

Question 5

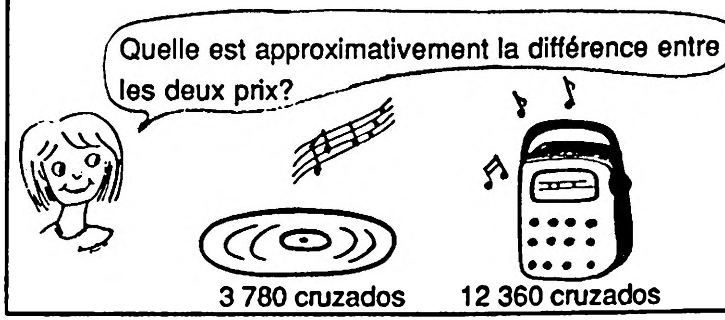
Estime.

634 : 17

Intervalle acceptable: [30 - 40]

Question 6

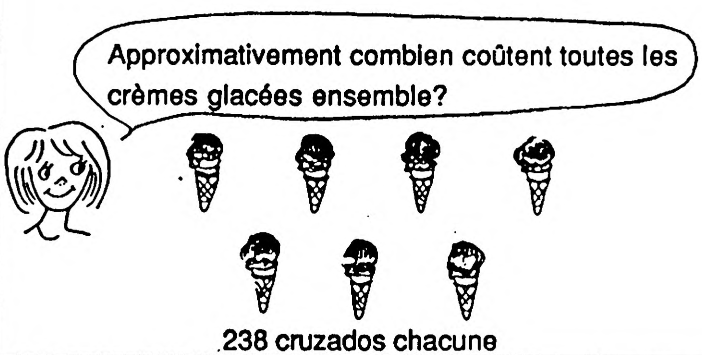
Estime.



Intervalle acceptable: [8000 - 9000]

Question 7

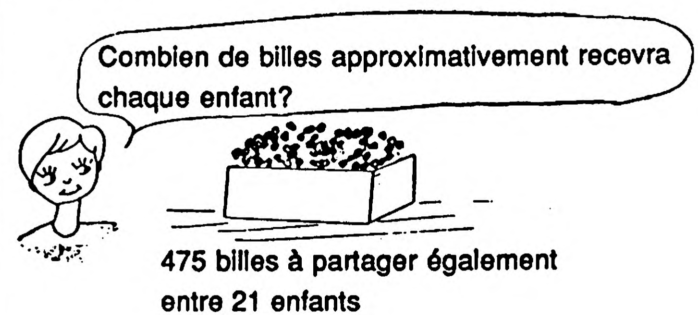
Estime.



Intervalle acceptable: [1400 - 1700]

Question 8

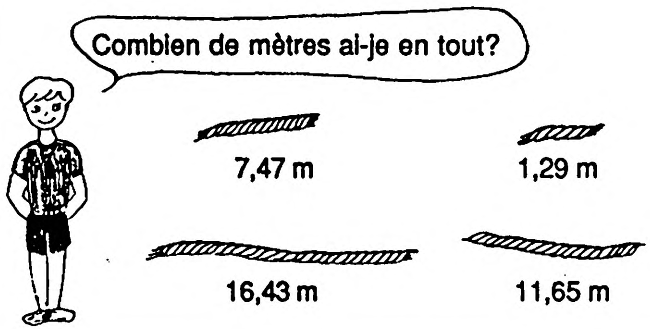
Estime.



Intervalle acceptable: [20 - 25]

Question 9

Estime.



Intervalle acceptable: [35 -37]

Question 10

Estime.

56,560 - 37,850

Intervalle acceptable: [18 - 20]

Question 11

Estime.

0,29 x 23

Intervalle acceptable: [6 - 7,5]

Question 12

Estime.

6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

Intervalle acceptable: [34 - 36]

Question 13

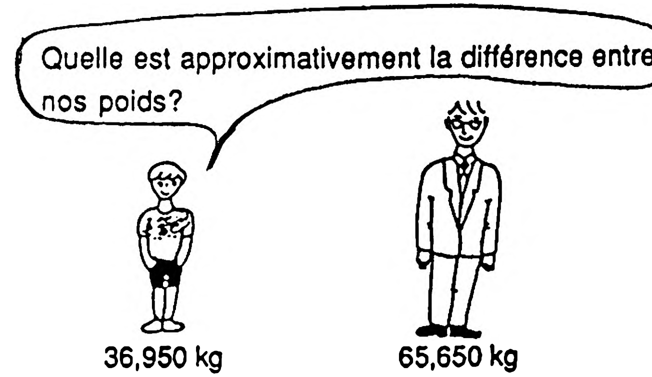
Estime.

5,72 : 26

Intervalle acceptable: [0,2 - 0,25]

Question 14

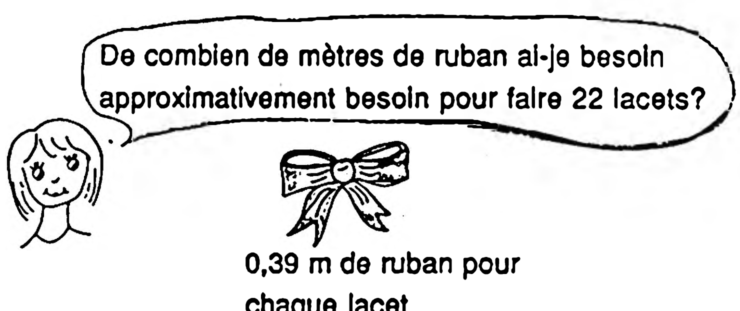
Estime.



Intervalle acceptable: [28 - 30]

Question 15

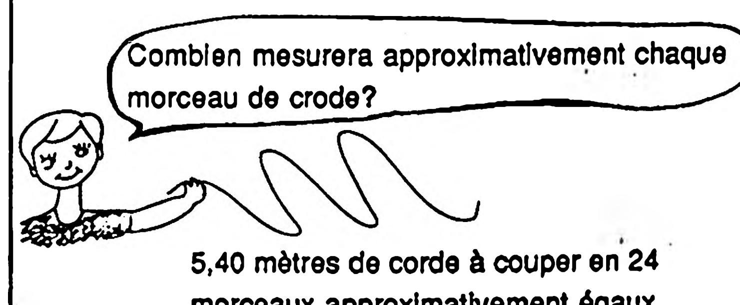
Estime.



Intervalle acceptable: [8 - 8,8]

Question 16

Estime.



Intervalle acceptable: [0,20 - 0,25]

FEUILLE DE RÉPONSE

Nom: ____________________

École: ____________________

Année: ____________ Age ____________

Sexe: ____________ Date ____________

PARTIE I				
Exemples				
Exemple A	A	B	C	D
Exemple B	A	B	C	D
Exemple C	A	B	C	D
Questions				
Question 1	A	B	C	D
Question 2	A	B	C	D
Question 3	A	B	C	D
Question 4	A	B	C	D
Question 5	A	B	C	D
Question 6	A	B	C	D
Question 7	A	B	C	D
Question 8	A	B	C	D
Question 9	A	B	C	D
Question 10	A	B	C	D
Question 11	A	B	C	D
Question 12	A	B	C	D
Question 13	A	B	C	D
Question 14	A	B	C	D
Question 15	A	B	C	D
Question 16	A	B	C	D

PARTIE II			
Exemples			
Exemple A	A	B	C
Exemple B	A	B	C
Exemple C	A	B	C
Questions			
Question 1	A	B	C
Question 2	A	B	C
Question 3	A	B	C
Question 4	A	B	C
Question 5	A	B	C
Question 6	A	B	C
Question 7	A	B	C
Question 8	A	B	C
Question 9	A	B	C
Question 10	A	B	C
Question 11	A	B	C
Question 12	A	B	C
Question 13	A	B	C
Question 14	A	B	C
Question 15	A	B	C
Question 16	A	B	C

PARTIE III	
Exemples	
Exemple A	
Exemple B	
Exemple C	
Questions	
Question 1	
Question 2	
Question 3	
Question 4	
Question 5	
Question 6	
Question 7	
Question 8	
Question 9	
Question 10	
Question 11	
Question 12	
Question 13	
Question 14	
Question 15	
Question 16	

ANNEXE C

SITUATIONS PRÉSENTÉES AUX SUJETS INTERVIEWÉS

Situation 1

<u>Matériel présenté</u>

Un cahier coûtant	1570	cruzados
Du papier coûtant	280	cruzados
Un stylo coûtant	330	cruzados

<u>Question</u>

Combien coûtent approximativement les trois ensemble?

Situation 2

<u>Matériel présenté</u>

3 kg d'oranges
1,750 kg de bananes
0,400 kg de tomates

<u>Question</u>

Si tu achètes tout cela, quel est approximativement le poids que tu vas apporter chez toi?

Situation 3

<u>Matériel présenté</u>

Un cahier coûtant 1570 cruzados.

<u>Question</u>

Si tu achètes 8 cahiers, combien vas-tu payer approximativement?

Situation 4

<u>Matériel présenté</u>

12 cahiers coûtant ensemble 2600 cruzados.

<u>Question</u>

Quel est approximativement le prix d'un cahier?

Situation 5

<u>Matériel présenté</u>

Un ruban de 5,20 mètres de longueur

<u>Question</u>

Si tu divises ce ruban en 12 parties approximativement égales, combien mesurera approximativement chaque partie?

ANNEXE D

ANALYSE DES ITEMS DU TEST

ANALYSE DES ITEMS DU TEST INITIAL

369 CASES WERE PROCESSED. 0 HAD MISSING DATA.

DATA BELOW ARE BASED ON 369 COMPLETE CASES FOR 48 DATA ITEMS.

TEST SCORE STATISTICS

	TOTAL	TOTAL/ 48	ODD	EVEN
MEAN	22.201	0.463	11.217	10.984
STD DEV	7.916	0.165	4.156	4.257
STD ERR	0.413	0.009	0.217	0.222
MAXIMUM	45.000	0.938	22.000	23.000
MINIMUM	3.000	0.063	2.000	1.000
N CASES	369	369	369	369

INTERNAL CONSISTENCY DATA

SPLIT-HALF CORRELATION	.771
SPEARMAN-BROWN COEFFICIENT	.870
GUTTMAN (RULON) COEFFICIENT	.870
COEFFICIENT ALPHA - ALL ITEMS	.868
COEFFICIENT ALPHA - ODD ITEMS	.754
COEFFICIENT ALPHA - EVEN ITEMS	.776

ITEM RELIABILITY STATISTICS

ITEM	LABEL	MEAN	STANDARD DEVIATION	ITEM-TOTAL R	RELIABILITY INDEX	EXCLUDING THIS ITEM R	EXCLUDING THIS ITEM ALPHA
1	OGQ1	0.599	0.490	.437	.214	.385	.864
2	OGQ2	0.615	0.487	.423	.206	.371	.864
3	OGQ3	0.827	0.379	.300	.114	.256	.866
4	OGQ4	0.897	0.304	.316	.096	.281	.866
5	OGQ5	0.680	0.466	.461	.215	.413	.863
6	OGQ6	0.645	0.479	.458	.219	.408	.864
7	OGQ7	0.615	0.487	.306	.149	.248	.867
8	OGQ8	0.718	0.450	.416	.187	.367	.864
9	OGQ9	0.667	0.471	.443	.209	.393	.864
10	OGQ10	0.127	0.333	.361	.120	.324	.865
11	OGQ11	0.593	0.491	.314	.154	.257	.866
12	OGQ12	0.249	0.433	.641	.277	.607	.860
13	OGQ13	0.341	0.474	.503	.239	.456	.863
14	OGQ14	0.642	0.479	.476	.228	.427	.863
15	OGQ15	0.572	0.495	.360	.178	.303	.866
16	OGQ16	0.249	0.433	.304	.131	.253	.866
17	NRQ1	0.499	0.500	.357	.179	.301	.866
18	NRQ2	0.751	0.433	.282	.122	.231	.867
19	NRQ3	0.669	0.470	.412	.194	.361	.864
20	NRQ4	0.799	0.400	.278	.111	.230	.867
21	NRQ5	0.480	0.500	.115	.058	.053	.870
22	NRQ6	0.566	0.496	.375	.186	.320	.865
23	NRQ7	0.686	0.464	.389	.180	.337	.865
24	NRQ8	0.407	0.491	.137	.067	.075	.870
25	NRQ9	0.748	0.434	.273	.118	.221	.867

26	NRQ10	0.553	0.497	.552	.274	.506	.862
27	NRQ11	0.650	0.477	.079	.038	.019	.871
28	NRQ12	0.721	0.449	.041	.018	-.016	.871
29	NRQ13	0.412	0.492	.427	.210	.375	.864
30	NRQ14	0.626	0.484	.288	.139	.230	.867
31	NRQ15	0.379	0.485	.228	.111	.169	.868
32	NRQ16	0.507	0.500	.160	.080	.098	.870
33	ABQ1	0.485	0.500	.541	.270	.494	.862
34	ABQ2	0.301	0.459	.580	.266	.539	.861
35	ABQ3	0.374	0.484	.478	.232	.429	.863
36	ABQ4	0.214	0.410	.407	.167	.363	.864
37	ABQ5	0.176	0.381	.240	.091	.194	.867
38	ABQ6	0.317	0.465	.492	.229	.445	.863
39	ABQ7	0.363	0.481	.578	.278	.535	.861
40	ABQ8	0.331	0.470	.412	.194	.360	.864
41	ABQ9	0.241	0.428	.546	.234	.506	.862
42	ABQ10	0.192	0.394	.490	.193	.451	.863
43	ABQ11	0.038	0.191	.339	.065	.317	.866
44	ABQ12	0.201	0.400	.534	.214	.496	.862
45	ABQ13	0.084	0.277	.388	.108	.358	.865
46	ABQ14	0.298	0.457	.474	.217	.427	.863
47	ABQ15	0.038	0.191	.357	.068	.336	.866
48	ABQ16	0.057	0.232	.300	.069	.273	.866

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
OUTPUT 'Annexe D"
USE 'DATEST.SYS'
PRINT LONG
STATISTICS / CASES
```

ANALYSE DES ITEMS PAR PARTIE DU TEST

PARTIE I

DATA BELOW ARE BASED ON 369 COMPLETE CASES FOR 16 DATA ITEMS.

TEST SCORE STATISTICS

	TOTAL	TOTAL/ 16	ODD	EVEN
MEAN	9.038	0.565	4.894	4.144
STD DEV	3.331	0.208	1.866	1.788
STD ERR	0.174	0.011	0.097	0.093
MAXIMUM	16.000	1.000	8.000	8.000
MINIMUM	1.000	0.063	0.000	0.000
N CASES	369	369	369	369

INTERNAL CONSISTENCY DATA

SPLIT-HALF CORRELATION	.663
SPEARMAN-BROWN COEFFICIENT	.797
GUTTMAN (RULON) COEFFICIENT	.797
COEFFICIENT ALPHA - ALL ITEMS	.755
COEFFICIENT ALPHA - ODD ITEMS	.562
COEFFICIENT ALPHA - EVEN ITEMS	.615

ITEM RELIABILITY STATISTICS

				ITEM-		EXCLUDING	
			STANDARD	TOTAL	RELIABILITY	THIS ITEM	
ITEM	LABEL	MEAN	DEVIATION	R	INDEX	R	ALPHA
1	OGQ1	0.599	0.490	.511	.250	.389	.738
2	OGQ2	0.615	0.487	.462	.225	.336	.744
3	OGQ3	0.827	0.379	.360	.136	.255	.750
4	OGQ4	0.897	0.304	.397	.121	.316	.746
5	OGQ5	0.680	0.466	.569	.266	.463	.731
6	OGQ6	0.645	0.479	.503	.241	.384	.739
7	OGQ7	0.615	0.487	.407	.198	.275	.749
8	OGQ8	0.718	0.450	.484	.218	.371	.740
9	OGQ9	0.667	0.471	.476	.224	.355	.742
10	OGQ10	0.127	0.333	.386	.129	.296	.747
11	OGQ11	0.593	0.491	.400	.197	.266	.750
12	OGQ12	0.249	0.433	.635	.275	.547	.725
13	OGQ13	0.341	0.474	.484	.230	.364	.741
14	OGQ14	0.642	0.479	.553	.265	.441	.733
15	OGQ15	0.572	0.495	.421	.208	.288	.748
16	OGQ16	0.249	0.433	.347	.150	.225	.753

PARTIE II

369 CASES WERE PROCESSED. 0 HAD MISSING DATA.

DATA BELOW ARE BASED ON 369 COMPLETE CASES FOR 16 DATA ITEMS.

TEST SCORE STATISTICS

	TOTAL	TOTAL/ 16	ODD	EVEN
MEAN	9.453	0.591	4.523	4.930
STD DEV	2.658	0.166	1.641	1.613
STD ERR	0.139	0.009	0.086	0.084
MAXIMUM	16.000	1.000	8.000	8.000
MINIMUM	1.000	0.063	0.000	0.000
N CASES	369	369	369	369

INTERNAL CONSISTENCY DATA

SPLIT-HALF CORRELATION	.334
SPEARMAN-BROWN COEFFICIENT	.501
GUTTMAN (RULON) COEFFICIENT	.501
COEFFICIENT ALPHA - ALL ITEMS	.524
COEFFICIENT ALPHA - ODD ITEMS	.366
COEFFICIENT ALPHA - EVEN ITEMS	.367

ITEM RELIABILITY STATISTICS

ITEM	LABEL	MEAN	STANDARD DEVIATION	ITEM-TOTAL R	RELIABILITY INDEX	EXCLUDING THIS ITEM R	EXCLUDING THIS ITEM ALPHA
1	NRQ1	0.499	0.500	.297	.149	.113	.522
2	NRQ2	0.751	0.433	.409	.177	.261	.493
3	NRQ3	0.669	0.470	.462	.217	.306	.482
4	NRQ4	0.799	0.400	.297	.119	.151	.513
5	NRQ5	0.480	0.500	.269	.134	.084	.528
6	NRQ6	0.566	0.496	.410	.203	.238	.495
7	NRQ7	0.686	0.464	.445	.206	.289	.486
8	NRQ8	0.407	0.491	.247	.121	.064	.532
9	NRQ9	0.748	0.434	.359	.156	.206	.503
10	NRQ10	0.553	0.497	.471	.234	.306	.480
11	NRQ11	0.650	0.477	.255	.122	.078	.528
12	NRQ12	0.721	0.449	.267	.120	.102	.523
13	NRQ13	0.412	0.492	.440	.216	.273	.488
14	NRQ14	0.626	0.484	.435	.210	.270	.489
15	NRQ15	0.379	0.485	.300	.145	.122	.520
16	NRQ16	0.507	0.500	.254	.127	.068	.532

PARTIE III

DATA BELOW ARE BASED ON 369 COMPLETE CASES FOR 16 DATA ITEMS.

TEST SCORE STATISTICS

	TOTAL	TOTAL/ 16	ODD	EVEN
MEAN	3.710	0.232	1.799	1.911
STD DEV	3.258	0.204	1.680	1.883
STD ERR	0.170	0.011	0.088	0.098
MAXIMUM	15.000	0.938	8.000	8.000
MINIMUM	0.000	0.000	0.000	0.000
N CASES	369	369	369	369

INTERNAL CONSISTENCY DATA

SPLIT-HALF CORRELATION	.671
SPEARMAN-BROWN COEFFICIENT	.803
GUTTMAN (RULON) COEFFICIENT	.800
COEFFICIENT ALPHA - ALL ITEMS	.807
COEFFICIENT ALPHA - ODD ITEMS	.660
COEFFICIENT ALPHA - EVEN ITEMS	.693

ITEM RELIABILITY STATISTICS

				ITEM-		EXCLUDING	
			STANDARD	TOTAL	RELIABILITY	THIS ITEM	
ITEM	LABEL	MEAN	DEVIATION	R	INDEX	R	ALPHA
1	ABQ1	0.485	0.500	.582	.291	.467	.792
2	ABQ2	0.301	0.459	.641	.294	.546	.785
3	ABQ3	0.374	0.484	.526	.255	.406	.797
4	ABQ4	0.214	0.410	.460	.189	.352	.800
5	ABQ5	0.176	0.381	.340	.130	.231	.807
6	ABQ6	0.317	0.465	.550	.256	.439	.794
7	ABQ7	0.363	0.481	.633	.304	.531	.786
8	ABQ8	0.331	0.470	.490	.231	.369	.800
9	ABQ9	0.241	0.428	.620	.265	.529	.787
10	ABQ10	0.192	0.394	.535	.211	.440	.794
11	ABQ11	0.038	0.191	.405	.077	.354	.802
12	ABQ12	0.201	0.400	.576	.231	.485	.791
13	ABQ13	0.084	0.277	.438	.121	.365	.800
14	ABQ14	0.298	0.457	.569	.260	.462	.792
15	ABQ15	0.038	0.191	.388	.074	.336	.802
16	ABQ16	0.057	0.232	.295	.068	.228	.806

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
 OUTPUT 'Annexe D"
  USE 'DATEST.SYS'
   PRINT LONG
   STATISTICS  OGQ1, OGQ2, OGQ3, OGQ4, OGQ5, OGQ6, OGQ7, OGQ8, OGQ9, OGQ10,
   OGQ11, OGQ12, OGQ13, OGQ14, OGQ15, OGQ16
USE 'DATEST.SYS'
   PRINT LONG
   STATISTICS NRQ1, NRQ2, NRQ3, NRQ4, NRQ5, NRQ6, NRQ7, NRQ8, NRQ9, NRQ10, NRQ11,
NRQ12, NRQ13, NRQ14, NRQ15, NRQ16,
USE 'DATEST.SYS'
   PRINT LONG
   STATISTICS ABQ1, ABQ2, ABQ3, ABQ4, ABQ5, ABQ6, ABQ7, ABQ8, ABQ9, ABQ10,ABQ11,
ABQ12, ABQ13, ABQ14, ABQ15, ABQ16
```

ANALYSE DES ITEMS DU TEST RÉDUIT

369 CASES WERE PROCESSED. 0 HAD MISSING DATA.

DATA BELOW ARE BASED ON 369 COMPLETE CASES FOR 32 DATA ITEMS.

TEST SCORE STATISTICS

	TOTAL	TOTAL/ 32	ODD	EVEN
MEAN	12.748	0.398	6.694	6.054
STD DEV	6.059	0.189	3.119	3.280
STD ERR	0.316	0.010	0.163	0.171
MAXIMUM	30.000	0.938	15.000	15.000
MINIMUM	1.000	0.031	0.000	0.000
N CASES	369	369	369	369

INTERNAL CONSISTENCY DATA

SPLIT-HALF CORRELATION	.793
SPEARMAN-BROWN COEFFICIENT	.884
GUTTMAN (RULON) COEFFICIENT	.884
COEFFICIENT ALPHA - ALL ITEMS	.868
COEFFICIENT ALPHA - ODD ITEMS	.742
COEFFICIENT ALPHA - EVEN ITEMS	.782

ITEM RELIABILITY STATISTICS

ITEM	LABEL	MEAN	STANDARD DEVIATION	ITEM-TOTAL R	RELIABILITY INDEX	EXCLUDING THIS ITEM R	EXCLUDING THIS ITEM ALPHA
1	OGQ1	0.599	0.490	.473	.232	.407	.864
2	OGQ2	0.615	0.487	.444	.216	.376	.865
3	OGQ3	0.827	0.379	.329	.125	.272	.867
4	OGQ4	0.897	0.304	.314	.095	.268	.867
5	OGQ5	0.680	0.466	.496	.231	.435	.863
6	OGQ6	0.645	0.479	.479	.229	.415	.864
7	OGQ7	0.615	0.487	.337	.164	.263	.868
8	OGQ8	0.718	0.450	.429	.193	.366	.865
9	OGQ9	0.667	0.471	.448	.211	.382	.865
10	OGQ10	0.127	0.333	.389	.130	.341	.866
11	OGQ11	0.593	0.491	.324	.159	.249	.868
12	OGQ12	0.249	0.433	.652	.282	.607	.859
13	OGQ13	0.341	0.474	.514	.244	.453	.863
14	OGQ14	0.642	0.479	.494	.237	.431	.863
15	OGQ15	0.572	0.495	.378	.187	.305	.867
16	OGQ16	0.249	0.433	.310	.134	.244	.868
17	ABQ1	0.485	0.500	.542	.271	.479	.862
18	ABQ2	0.301	0.459	.606	.278	.554	.860
19	ABQ3	0.374	0.484	.488	.236	.423	.864
20	ABQ4	0.214	0.410	.424	.174	.366	.865
21	ABQ5	0.176	0.381	.270	.103	.211	.868
22	ABQ6	0.317	0.465	.492	.229	.430	.863
23	ABQ7	0.363	0.481	.593	.285	.538	.860
24	ABQ8	0.331	0.470	.436	.205	.370	.865
25	ABQ9	0.241	0.428	.578	.247	.528	.861
26	ABQ10	0.192	0.394	.490	.193	.438	.863

27	ABQ11	0.038	0.191	.345	.066	.317	.867
28	ABQ12	0.201	0.400	.539	.216	.490	.862
29	ABQ13	0.084	0.277	.411	.114	.372	.865
30	ABQ14	0.298	0.457	.512	.234	.453	.863
31	ABQ15	0.038	0.191	.364	.070	.336	.866
32	ABQ16	0.057	0.232	.298	.069	.262	.867

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
OUTPUT 'Annexe D'
USE 'DATEST.SYS'
PRINT LONG
STATISTICS OGQ1, OGQ2, OGQ3, OGQ4, OGQ5, OGQ6, OGQ7, OGQ8, OGQ9, OGQ10,
OGQ11, OGQ12, OGQ13, OGQ14, OGQ15, OGQ16, ABQ1, ABQ2, ABQ3, ABQ4, ABQ5,
ABQ6, ABQ7, ABQ8, ABQ9, ABQ10, ABQ11, ABQ12, ABQ13, ABQ14, ABQ15, ABQ16
```

ANNEXE E

POURCENTAGE D'ÉLÈVES PAR CHOIX DE RÉPONSE POUR LA PARTIE I

5e ANNÉE

Question numéro	Caract. de la .question	A	B	C	D	sans réponse
		%	%	%	%	%
Question 1	N + I	1.52	51.78	36.55	4.57	5.58
Question 2	N - S	4.06	23.86	55.33	15.23	1.52
Question 3	N x S	1.52	2.03	14.72	80.71	1.06
Question 4	N + S	2.54	2.54	4.57	85.79	4.57
Question 5	N : S	56.85	19.29	16.75	3.55	3.56
Question 6	N - I	3.05	22.34	55.33	14.72	4.57
Question 7	N x I	1.02	11.17	54.31	29.95	3.55
Question 8	N : I	4.06	62.44	23.35	8.63	1.52
Question 9	D + I	2.54	13.20	56.85	25.38	2.03
Question 10	D - S	6.6	12.69	41.62	37.06	2.03
Question 11	D x S	6.6	6.60	49.24	36.04	1.52
Question 12	D + S	2.03	6.60	23.35	65.48	2.54
Question 13	D : S	16.75	21.83	46.70	11.68	3.05
Question 14	D - I	16.24	53.30	24.37	2.54	3.55
Question 15	D x I	5.58	17.26	48.73	26.40	2.03
Question 16	D : I	15.74	15.74	34.52	32.49	1.52

8e ANNÉE

Question numéro	Caract. de la question	A	B	C	D	sans réponse
		%	%	%	%	%
Question 1	N + I	1.16	69.19	24.42	4.65	0.58
Question 2	N - S	1.16	20.35	68.60	8.72	1.16
Question 3	N x S	0	2.33	12.79	84.88	0.00
Question 4	N + S	0.58	1.74	2.91	94.19	0.58
Question 5	N : S	80.81	11.05	6.40	1.16	0.58
Question 6	N - I	4.65	11.63	75.00	7.56	1.16
Question 7	N x I	0	5.23	69.77	24.42	0.58
Question 8	N : I	4.07	82.56	8.14	3.49	1.74
Question 9	D + I	0.58	7.56	77.91	13.95	0.00
Question 10	D - S	19.77	12.79	20.35	46.51	0.58
Question 11	D x S	5.23	7.56	70.93	15.12	1.16
Question 12	D + S	3.49	45.93	24.42	25.58	0.58
Question 13	D : S	22.09	48.26	25.58	2.33	1.74
Question 14	D - I	12.79	76.74	9.88	0.58	0.00
Question 15	D x I	1.74	16.28	66.86	13.95	1.16
Question 16	D : I	29.65	35.47	18.02	16.28	0.58

ANNEXE F

ANALYSES DE LA VARIANCE

RÉSULTATS DU TEST "T" COMPARANT LES MOYENNES DES ÉLÈVES DES 5e ET 8e ANNÉES

INDEPENDENT SAMPLES T-TEST ON TOTAL GROUPED BY NIVEAU

GROUP	N	MEAN	SD
5.000	172	10.041	4.544
8.000	172	15.837	6.146

POOLED VARIANCES T = 9.946 DF = 342 PROB = .000

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
OUTPUT 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:ANNEXE F'
USE 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SELNTOTC.SYS'
 PRINT LONG
 TTEST TOTAL * NIVEAU
```

RÉSULTATS DE L'ANALYSE DE LA VARIANCE COMPARANT LES MOYENNES DES ÉLÈVES DE 5e ANNÉE DES ÉCOLES 1, 2 ET 3

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 1.000

TOTAL OBSERVATIONS: 53

	TOTAL
N OF CASES	53
MEAN	13.585
STANDARD DEV	4.721

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 2.000

TOTAL OBSERVATIONS: 53

	TOTAL
N OF CASES	53
MEAN	8.566
STANDARD DEV	3.314

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 3.000

TOTAL OBSERVATIONS: 53

	TOTAL
N OF CASES	53
MEAN	9.113
STANDARD DEV	4.075

SUMMARY STATISTICS FOR TOTAL

BARTLETT TEST FOR HOMOGENEITY OF GROUP VARIANCES

CHI-SQUARE = 6.327 DF= 2 PROBABILITY = .042

ANALYSIS OF VARIANCE

SOURCE	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F	PROBABILITY
BETWEEN GROUPS	803.560	2	401.780	24.170	0.000
WITHIN GROUPS	2593.208	156	16.623		

TUKEY HSD TEST AT ALPHA = .010
CRITICAL RANGE FOR PAIRS OF MEANS = 2.308
THIS TEST ASSUMES THE COUNTS PER GROUP ARE EQUAL

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
OUTPUT 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:ANNEXE F'
 USE 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SELTOT5C.SYS'
  BY ECOLE
  PRINT LONG
  STATISTICS TOTAL / TUKEY=0.01
```

RÉSULTATS DE L'ANALYSE DE LA VARIANCE COMPARANT LES MOYENNES DES ÉIÈVES DE 8e ANNÉE DES ÉCOLES 1, 2 ET 3

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 1.000

TOTAL OBSERVATIONS: 44

	TOTAL
N OF CASES	44
MEAN	20.705
STANDARD DEV	5.757

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 2.000

TOTAL OBSERVATIONS: 44

	TOTAL
N OF CASES	44
MEAN	15.295
STANDARD DEV	5.281

THE FOLLOWING RESULTS ARE FOR:

ECOLE = 3.000

TOTAL OBSERVATIONS: 44

	TOTAL
N OF CASES	44
MEAN	13.227
STANDARD DEV	5.451

SUMMARY STATISTICS FOR TOTAL

BARTLETT TEST FOR HOMOGENEITY OF GROUP VARIANCES

CHI-SQUARE = .327 DF= 2 PROBABILITY = .849

ANALYSIS OF VARIANCE

SOURCE	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F	PROBABILITY
BETWEEN GROUPS	1311.864	2	655.932	21.685	0.000
WITHIN GROUPS	3902.045	129	30.248		

TUKEY HSD TEST AT ALPHA = .010
CRITICAL RANGE FOR PAIRS OF MEANS = 3.416
THIS TEST ASSUMES THE COUNTS PER GROUP ARE EQUAL

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
OUTPUT 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:ANNEXE F'
USE 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SELTOT8C.'
 BY ECOLE
 PRINT LONG
 STATISTICS TOTAL/TUKEY=.01
```

RÉSULTATS DU TEST 'T' COMPARANT LES MOYENNES DES GARÇONS ET DES FILLES, EN 5e ANNÉE

INDEPENDENT SAMPLES T-TEST ON TOTAL GROUPED BY SEXE

GROUP	N	MEAN	SD
0.000	82	11.195	4.566
1.000	115	9.235	4.333

SEPARATE VARIANCES T = 3.034 DF = 168.9 PROB = .003
POOLED VARIANCES T = 3.061 DF = 195 PROB = .003

RÉSULTATS DU TEST 'T' COMPARANT LES MOYENNES DES GARÇONS ET DES FILLES, EN 8e ANNÉE

INDEPENDENT SAMPLES T-TEST ON TOTAL GROUPED BY SEXE

GROUP	N	MEAN	SD
0.000	72	18.417	5.530
1.000	100	13.980	5.915

SEPARATE VARIANCES T = 5.041 DF = 158.8 PROB =0.000
POOLED VARIANCES T = 4.986 DF = 170 PROB =0.000

SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

```
USE 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SEXETOT5.SYS'
OUTPUT 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SEXE'
 TTEST TOTAL * SEXE
USE 'Réseau:*LOGICIELS*:SYSTAT 3.2:SEXETOT8.SYS'
 TTEST TOTAL * SEXE
```

RÉSULTATS DU TEST 'T' PAIRÉ COMPARANT LES MOYENNES DES ÉLÈVES SELON LE MODE DE PRÉSENTATION DES QUESTIONS, EN 5e ANNÉE

NUMBER OF CASES PROCESSED: 197

DEPENDENT VARIABLE MEANS

TSYM	TILL
4.594	5.457

REGRESSION COEFFICIENTS $B = (X'X)^{-1} X'Y$

	TSYM	TILL
CONSTANT	4.594	5.457

MULTIPLE CORRELATIONS

TSYM	TILL
0.000	0.000

TEST FOR EFFECT CALLED:
CONSTANT

C MATRIX

1	2
1.000	-1.000

TEST OF HYPOTHESIS

SOURCE	SS	DF	MS	F	P
HYPOTHESIS	146.701	1	146.701	28.889	0.000
ERROR	995.299	196	5.078		

```
OUTPUT 'SYS. Cor.:ANNEXE F'
USE 'SYS. Cor.:TOT5C.SYS'
 MODEL TSYM,TILL=CONSTANT
 ESTIMATE
 HYPOTHESIS
 PROFILE=DIFFERENCE
 EFFECT=CONSTANT
 TEST
```

RÉSULTATS DU TEST 'T' PAIRÉ COMPARANT LES MOYENNES DES ÉLÈVES SELON LE MODE DE PRÉSENTATION DES QUESTIONS, EN 8e ANNÉE

```
NUMBER OF CASES PROCESSED:  172

DEPENDENT VARIABLE MEANS

           TSYM    TILL
           7.419   8.419
                            -1
REGRESSION COEFFICIENTS B = (X'X)  X'Y

           TSYM    TILL
CONSTANT   7.419   8.419

MULTIPLE CORRELATIONS

           TSYM    TILL
           0.000   0.000
-----------------------------------------------------------------------
TEST FOR EFFECT CALLED:
          CONSTANT

C MATRIX

            1        2

          1.000   -1.000


TEST OF HYPOTHESIS

   SOURCE          SS      DF      MS        F        P

 HYPOTHESIS     172.000    1    172.000   32.392    0.000
   ERROR        908.000  171      5.310

-----------------------------------------------------------------------
SYSTAT PROCESSING FINISHED

INPUT STATEMENTS FOR THIS JOB:

OUTPUT 'SYS. Cor.:Annexe F'
USE 'SYS. Cor.:TOT8C.SYS'
 MODEL TSYM, TILL = CONSTANT
 ESTIMATE
 HYPOTHESIS
 PROFILE = DIFFERENCE
 EFFECT = CONSTANT
 TEST
```

ANNEXE G

PROTOCOLE D'UNE ENTREVUE RÉALISÉE AVEC UNE ÉLEVE FORTE (S82F)

QUESTÕES DA PARTIE I

Questão 3 S 275 x 7

E *Como você fez a 3a questão?*
S82F *Eu, era 275 x 7. Eu vi que o único número maior que 275 era 1900 então só podia ser esse.*
E *O.K.*

Questão 4 S 77 + 36 + 58

E *E a 4a questão, você pode repetir o que você fez?*
S82F *Eu somei os primeiros números primeiro, o 7 com 3 com 5 aí deu 150, aí eu somei aproximadamente os outros números, daria 14, 20 mais ou menos. Aí eu marquei 170.*
E *Logo aqui você somou alguma coisa.*
S82F *E'*
E *O.K.*

Questão 14 I 75,650 - 46,950

E *Bom, e o 14?*
S82F *Eu diminuí somente 75 de 46.*
E *Mm. Eh... Deixo eu ver, você diminuíu?*
S82F *75 e 46 Aí, aqui o 6 aqui nem levei em conta, fiz de conta que fosse um 5. Pra ficar melhor. Aí eu coloquei 29.*
E *Colocou mesmo? Vamos olhar aqui. Sim.*

Questão 16 I 10,80 : 48

E *E a 16a você colocou a letra b).*

S82F *Ah, essa daqui, eu fiz assim 0,20 no caso, então desse 20 tirei 10, fiz 10 x 48 então no caso daria 4m e 80, 4 e 80 vezes 2, 9 e 60. Aí deu mais ou menos 10 m e 80 cm.*

E *Muito bem. Você utilisou só a obção b) ou antes você também utilisou a opção a)? Porque você partiu direto para a obção b)?*

S82F *Primeiro eu fui para a). Aí eu fiz, eu tentei fazer essa conta, aí não consegui e, aí ah não, com a vírgula fica difícil, aí eu parti para a a) mas aí não daria né, aí eu vi que era b).*

E *Como é que você sabe que não daria a).*

S82F *Se fosse também 2 vezes 48 no caso . Ah não sei. Acho que daria o quê? Nem um metro.*

E *Como é que você sabe que não daria nem um metro?*

S82F *Ah porque multiplicando 2 por 48 daria o quê? 9 vírgula um pouquinho centímetros.*

E *9 vírgula centímetros e um pouquinho. E' meio estranho porque...se vocè pegar isso daqui.*

S82F *Que é isso, não tá certo?*

E *Eu só queria saber, você deixou esse daqui (a)) porque você não sabia fazer ou porque alguma coisa te disse que esse não era o correto?*

S82F *Eh, eu pensei que esse daqui não era o certo. Nessa conta que eu fiz eu achei que era esse.*

E *Você não é capaz de me explicar porque você acha que esse aqui não é o correto?*

S82F *E o que te falei, achei que 2 x 48 era 0,9.*

E *Ah então tá bom porque já hoje você me falou que era 9 vírgula qualquer coisa.*

S82F *O.K.*

QUESTÕES DA PARTIE III

Questão 1 I 76 + 37 + 39

E *Então na primeira questão você marcou 150. Você sabe como você fez?*

S82F *Oh, eu somei 7, aqui era 76 e 37 então eu somei 7 com 3 e coloquei mais 10, 110, com 40 aqui, porque eu arredondei para 40, 150.*

E *O.K.*

Questão 2 S 17 630 - 4 460

E *A 2a questão, 13 200, o que você fez?*

S82F *Oh, eu..., eu acho, não , eu coloquei 4, 17 - 4, aí fiz o 6 para 4, dá mais ou menos 200, eu sei que era menos um pouco mas aí eu coloquei mais ou menos 200.*

E *O.K. Quando você fez 17 e 4 você pensou em 17 e 4, ou você considerou que esse 17 era início de um número.*

S82F *Simplesmente ele, depois fiz simplesmente o 630 - 460*

E *Então você desdobrou na verdade.*

S82F *E'.*

Questão 5 S 634 : 17

E *Vamos ver o que você fez aqui, você colocou 30 aqui.*

S82F *Eh, eu fiz o seguinte. Eh, era 17 então ficava muito difícil, então eu separei tipo, eu dividi por 10.*

E *Você dividui por 10. o.k.*

S82F *Aí 634 dividido por 10, daria 63, não, ah não,não foi isso que fiz não. Eu peguei o 30, eu peguei um número eu pensei vou pegar um número aí peguei o 30, 3, 3 vezes 17 dá... 51 aí eu mais ou menos 30 coloquei.*

E *Você tem alguma idéia porque você optou pelo 30?*

S82F *Não nenhuma.*

Questão 6 I 12 360 - 3 780

E *A questão no. 6.*

S82F *Aqui eu fiz igual às outras, 12 - 3 separado, aí o 360 menos o coi.., então12 - 3 dá 9 então daria um pouquinho menos de 9. Porque aqui é maior do que esse.*

E. *Então você sabe que dá menos do que 9. Deixo ver quanto você marcou aqui (no teste)? Você marcou 9 mil aqui (no teste) mas sabe que daria menos.*

S82F *É.* [.....]

Questão 7 I 7 x 238

E *Bom a questão 7, dos sorvetes, o que você fez, você falou aqui na questão7: 1510.*

S82F [.....] *Eu fiz a conta 3 vezes 7 21, aí vai 2 vezes 7, 14 com o 2, 16. Aqui coloquei até 5 aqui, na hora eu acho que coloquei 15.*

E *E o 8 você não levou em consideração aí?*

S82F *Não.*

Questão 8 I 475 : 21

E *A questão 8 você colocou 20. As bolinhas de gude. O quê aconteceu aqui?*

S82F *Aqui eu multipliquei 10 por 21, aí dá 210 mais 210, 420. Aí coloquei mais ou menos, eu ía fazer mais aproximado mas aí mudou a folha...*

E *Não deu mais tempo aí você deixou por aí?*

S82F *Deixei por aqui.*

Questão 9 I 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *Nove, das cordinhas...*

S82F *Ah essa me lembro do jeitinho que eu fiz. Oh, eu fiz 7 com 16, aí dá 23, aí coloquei com 1, 24 com 11, 35 aí eu somei que dá mais ou menos 1* (0,29 + 0,65), *36, aqui da mais ou menos 1* (0,47 + 0,43), *37.*

E. *Aí você vui 1 aonde?*

S82F *Aí coloquei os 29 mais 65 dá mais ou menos 1m.*

E *E o outro l?*

S82F *47 com 43 ía dá mais ou menos 1 m.*

E *Você coloquei 36,50m aqui.*

S82F *Ah eu ainda fiz, porque não dava direito, aí eu tirei 50.*

Questão 10 S 56,560 - 37,850

E *Bom 10. O que você fez?*

S82F *56 - 37, aí eu fiz no caso 57 - 37 dá 20, então menso um pouquinho de 20.*

E *Foi isso mesmo, bom você colocou 20 aqui.*

Questão 11 S 0,29 x 23

S82F *Eu dividi aqui 0,29, então dá mais ou menos a terça parte de 23, então eu dividi 23 por 3 daria mais ou menos 7, mas coloquei 6.*

E *Você dividiu o 23 pelo 3.*

S82F *Pelo 3.*
Porque na verdade eu não aprendi a fazer contas com vírgula. A professora começou a ensinar mas acabou o ano. Então fiquei sem.

E [.....] *Então você ensinou a você mesma?*

S82F *Eu aprendi mais por causa da loja as vezes tinha desconto assim de 10, 20, 30 porcento....*

E *Vem cá, você trabalhou em loja?*

S82F *Meu pai tem uma loja.*

E *E você trabalha na loja?*

S82F *Eu ficava lá, mas agora não estou mais.*

E *Mas você trabalhou na loja.*

S82F *Aí eu fazia assim 10, 30% é mais ou menos a terça parte de 100, então dividi o número por 3.* [.....]

Questão 12 S 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

S82F *Aqui eu fiz 6 mais 1 7, com 15, 22, 11, 33. Aí, nem sei se eu somei aqui aqui aproximadamente.*
E *A gente pode ver aqui, a questão 12: 35.*
S82F *7, 22, 33, somei sim aproximadamente. Pus 35* [.....]

Questão 13 S 5,72 : 26

E *A questão 13 você colocou 0,5.*
S82F *Sinceramente não sei, essa daqui eu fiquei, eu olhei, e ah meu Deus do céu, falei isso ontem. Não sei, eu acho que coloquei 5 vezes 26, dava cinco vírgula é... 12, aí eu..., tinha que ser 0,5 então, que 5 vírgula, aí eu coloquei 0,5.*
E *Tá bom.*

Questão 15 I 22 x 0,39

E *A questão 15, você me falou que era 8.*
S82F *Não sei (rui) (leu a questão) Eu acho que devo ter multiplicado o 8 por 4, 4 vezes 8...*
E *Não mas pera aí o 8 por 4, não mas eu quero saber como você achou o 8 daqui.*
S82F *Não sei...*
E *Não sabe.*
S82F *Não sei, 22... Divisão eu... é... nunca faço assim, eu faço a multiplicação, tipo tirar a prova.*
E *Leia a questão então de novo.*
S82F (leu a questão) *Ah essa daqui, sinceramente não lembro devo ter feito 22 por 4 então...*
E *Olhe, vou adiantar, você não dividiu. Se você achou 8 você não dividui.*
S82F *Eh, porque não dava, dá 32 né.*
E *E você acha que você deve dividir nessa questão.*
S82F *Ah, eu nem sei o que fazer.*

E *Não?*

S82F *Não.*

E *Leia mais uma vez.*

S82F (Começou a ler) *Ah, quantos metros de fito preciso para fazer os 22 lacinhos. Ah os lacinhos dá mais ou menos 40, para fazer 22 lacinhos, eu multipliquei 4 por 22 aí, dava 8,8 aí coloquei 8. E' que eu não estava entendendo a questão.*

E *Você acha que está certo o 8?*

S82F *8m? Tá 8,8*

E *O.K.*

Quando você falou aqui 40, você pensou em 40 o quê?

S82F *40... cm.*

E *Cm. Você fez direto essa transformação, não utilisou o 0,39?*

S82F *Não.*

SITUAÇÕES

Situação 1 **caderno + papel almaço + pasta**
1570 cruzados 280 cruzados 330 cruzados
Qual é aproximadamente o preço total?

E *Quanto mais ou menos você gasta?*

S82F (Algumas continhas rápidas em voz baixa) *2 200, 2 180.*

E *2 180. E como você fez isso tão rapidinho?*

S82F *Eu vi aqui 30, com 3 com 7 dá 10, aí aqui 1500 mais 400 porque esse 100 eu pus para cá 1900 com 200 é... 2 e 100 então dá 2180*

E *Tá jóia.*

Situação 2 **0,400 kg de mamão + 1,750 kg de bananas + 3 kg de laranjas. Qual é aproximadamente o peso total?**

E *Qual é o peso que você vai carregar para sua casa?*

S82F *Mais ou menos 5 quilos.*

E *O.K. E como você fez isso?*

S82F *Aqui 1 quilo e 700 mais 400 dá mais um pouquinho que 2 quilos.*

E *Tá O.K.*

Situação 3 **1 caderno custa 1570 cruzados.**
Qual é aproximadamente o preço de 8 cadernos ?

E *Agora você vai comprar 8 cadernos desses. Eu quero saber quanto você paga aproximadamente?*

S82F *Aproximadamente esse de cá?*

E *E'*

S82F *Aqui, ah, 1500 vezes 8, eu faria 7, 7 vezes 8 dá 40 não...Não então pegaria 0 15, 1500 aqui?*

E *Sim.*

S82F *Aí 8 mil daria 8, 8 vezes 5 40, a metade então, 8, 12 uns 14.*

E *Uns 14. Uns 14 o quê?*

S82F *14 mil.*

E *Você sabe se é mais ou mesmo que 14 mil?*

S82F *Mais.*

E *Porque mais?*

S82F *Porque aqui no caso 7 vezes 8 dá 50 e pouco então daria 18.*

E *18?*

S82F *Deixo eu ver. 8, 12, 17 mil.*

E *E como você fez isso, você pode me explicar?*

S82F *Oh, 8 x 1 dá... 8000, aí vezes o 500 daria a metade, então 4 mil e 8 com 4 12, 8 vezes 7 dá aproximadamente 5, então 12 mais 5, 17.*

E *Tá bom.*

Situação 4 **12 cadernos custam juntos 2600.cruzados**
Qual é aproximadamente o preço de um caderno?

E *Bom eu ainda tenho este probleminha aqui para você: digamos que são 12 cadernos desses, os 12 custam 2600. Faz de conta que tem pouco tempo, como você calcula, alias estima?*

S82F *26 dividido por 12 dá mais ou menos 2..., 20 cruzados, 2 cruzados, é bom 2600?*

E *2600.*

S82F *Bom eu dividi por 10 aqui, aí 260 cada um.*

Situação 5 **Dividir uma fita de 5,20 m em 12 pedaços aproximadamente iguais. Quanto medirá aproximadamente cada pedaço de fita?**

E *Tem um fita aqui, a fita mede... 5 m e 20. Você vai dividi-la em 12 partes. Quanto que vai ficar para cada parte? São doze partes aproximadamente iguais.*

S82F *Ah mais ou menos meio metro para cada um.*

E *Mais ou menos meio metro. E como você fez?*

S82F *Eu fiz o 5 dividido por 10.*

ANNEXE H

PROTOCOLE D'UNE ENTREVUE RÉALISÉE AVEC UN ÉLÈVE MOYEN (S82m)

QUESTÕES DA PARTE I

Questão 3 S 275 x 7

E *Então você tem aqui a questão 3, e você respondeu a letra d). Você sabe porque você fez esta obção?*

S83m *Peguei mais ou menos né. Eu multipliquei o 7 vezes o 2, vai dar 140 né, mais ou menos, se eu colocasse o... se for 200 vezes 7 , então 140, como eu imaginei que... só o 7 vezes o 2, ía dar 140, eu junto, multiplicando com 75 lógico que vai dar mais que 190 né, aí eu coloquei 1900.*

E *Então você acha que 7 vezes 200 dá 140, é isso.*

S83m *E'. 7 vezes 200 vai dar 140 não, vai dar 1400, quer dizer...*

E *Ah 1400. Tá bom.*

S83m *Aí só pelos primeiros algarismo já dá para imaginar. Na maioria das questões é isso.*

Questão 4 S 77 + 36 + 58

E *Na questão 4, você respondeu a letra d) 170. O que que você fez?*

S83m *Aqui, o mesmo caso. En coloquei, eu pensei sete, como se fosse 70 mais 30 mais 50. Aí 70 mais 30 vai dar 100 né, mais 50, 150. Já dá pra ver que nem 17, nem 1,7, nem 0,17 não dá, tem que ser um número acima né, então 170.*

E *Otimo.*

S83m *Basicamente todas as questões eu segui essa linha de raciocínio.*

Questão 14 I 75,650 - 46,950

E *Na questão 14 você respondeu a letra b).*

S83m *Eu cheguei a essa conclusão, como se aqui fosse só 75 quilos e aqui 46. 75 menos 46 vai dar mais ou menos uns... quase 30 né. Aí deu pra notar que dá quase, 29 é mais aproximado.*

E *Ah é. Você fez alguma transformação a mais. Eh você fez 75 - 46.*

S83m *Isso.*

E *E aí você viu que dava quase 30.*

S83m *E', daí quase 30 quilos, a diferença.*

E *Você ainda sabe dizer porque você chegou à decisão de quase 30 quilos vendo esses dois aqui?*

S83m *Bem, como se isso daqui fosse, se eu..., como se diz é... eu diminuí esse número aqui pra 70 quilos e aqui pra 40. 70 menos 40 vai dar 30 mais ou menos. Aqui como é 75 e 650 e aqui 46, vai dar mais ou menos isso mesmo.*

Questão 16 I 10,80 : 48

E *E o 16, vamos ver o que você fez aqui. Você marcou a letra d). Você lembra como você fez?*

S83m *10,80m de barbante* (pausa 13s) *Realmente eu acho que eu não lembro não.*

E *Não lembra não. E hoje, o que você faria para resolvê-lo? Tem alguma idéia?*

S83m *Bem eu vou falar sério, sinceramente eu chutei essa daqui.*

E *Sei.*

S83m *Eu levei, seria mais obvio né porque, se... 10,80 metros barbantes para serem cortados em 48 pedacinhos, aproximadamente vai dar... 20 né. Praticamente, foi no chute.*

E *Hoje você responderia o mesmo.*

S83m *Acho que não.*

E. *Qual você responderia ?*

S83m *A c).*

E. *A c). E porque a c?*

S83m *Porque tem 10,80 metros de barbante para dividir em 48 pedacinhos, 48, 10,80 por 2...,* (pausa 5s) *5,40, realmente não saberia fazer não.*

QUESTÕES DA PARTIE III

Questão 1 I 76 + 37 + 39

E	*Você falou aqui 150.*
S83m	*Mesma linha de raciocínio. 70 mais 30 100 mais trinta, mais 30 130, 130 mais ou menos juntando com esse aqui vai dar... uns 150.*
E	*Você acrescentou 20 porque você achava que estava perdendo.*
S83m	*E'.*

Questão 2 S 17 630 - 4 460

E	*Na 2a Questão você marcou 13 000.*
S83m	*17. Bem eu observei esse três algarismos aqui. Ele era maior de que este né, são maiores. Então pra chegar mais ou menos, mesma linha, 17 menos 4, 13 né. Como esse aqui é maior vai dar mais ou menos 13, agora de esse aqui fosse menor aí ía dar mais ou menos 12, 12 000 né.*
E	[.....] *Ah. O.K. Você na caso não acha que devia acrescentar alguma coisa?*
S83m	(pausa curta) *Não, realmente...*
E	*Não?*
S83m	*Só se colocasse mais ou menos uns 13 200. E mais ou menos.*
E	*Mas você acha necessário?*
S83m	*Não, a senhora disse lá na sala né, entre um intervalo né.*

Questão 5 S 634 : 17

E.	*Temos uma divisão aqui, a questão 5. Você respondeu que dava 4.*
S83m	(pausa 23) *Eu acho que essa fiz errada né?*
E.	*Ah, é?*
S83m	*Deu. Acho que deu errada.*
E	*Então quanto que daria? Ou porque que você fez errado? Explica primeiro porque você fez errado? O que você fez pra dar 4?*

S83m *Não sei, essa eu acho que fiz mais ou menos na cabeça, estimar, deixo ver, dava..., era 68 né, mas ía dar...*

E *Ia dar 68?*

S83m *E', se multiplicasse por 4, 17 vezes 4.*

E *Porque 68?*

S83m *7 vezes 4, 28 vai 2, 4 vezes 1 4, dá 68, então ia dar mais ou menos uns...* (pausa 15s) *dá um número bastante grande... deixo ver...* (pausa 20s). *Ia dar pra lá de 10 se fosse pra dividir né? Dá mais ou menos uns 13*

E *Mais ou menos uns 13?*

S83m *E'.*

E *Como você achou mais ou menos 13?*

S83m *Dá mais ou menos uns 13. Não dá mais. Tá difícil. Número sem saber...*

E *Você não gosta muito de divisão não né?*

S83m *Não, não é questão de não gostar, mas divisão é um trosse chato pra estimar assim o valor né.*

E *Mm.*

Questão 6 I 12 360 - 3 780

E *A questão 6, você falou que daria 8 000.*

S83m (pausa 8s) *Bem, esse aqui. 12 menos 3 vai dar 9 né. 9 então eu percebi que esses algarismos aqui eram menores do que esses, então estimei mais ou menos uns 8000.*

E *E 8000 está suficientemente próximo do resultado exato?*

S83m *Na minha cabeça está.*

Questão 7 I 7 x 238

E *A questão 7. A multiplicação, o que você fez?*

S83m *Os sorvetes juntos? Quanto eu coloquei?*

E *Você colocou 1600.*

S83m *1600.* (pausa 7s) *1600, eu .., arredondei para 200 aqui, 200 mais 200 vai dar 400, junto todo vai dar 1400 né. aí,..*

E *Mas espera aí, tá. Você fez uma soma ou uma multiplicação. Aqui você pegou 200.*

S83m *Mm.*

E *Como você chegou aos 1400 , somando ou multiplicando?*

S83m *Multiplicando.*

E *Multiplicando. Porque você começou assim 200 + 200 + 200, aí derrepente você chegou.*

S83m *Mm.*

E *Você acha mais facil multiplicar aqui.*

S83m *Multiplicar é o mais facil.*

E *Chegou então no 1400.*

S83m *Cheguei no 1400, como se aqui fosse 200. Aí somando os 38 x 7 vai dar mais ou menos esse resultado que dei aqui.*

E *Você tem alguma idéia se você sabe porque dá mais ou menos isso ou não.*

S83m *Não, eu... eu pensei né, se... 7, 7 sorvetes é 200 dá 1400, com os 38 vezes 7 vai dar mais ou menos isso.*

Questão 8 I 475 : 21

E *Vamos ver essa questão 8.*

S83m *Eu coloquei quanto aí?*

E *Você colocou 15.*

S83m *15.* (pausa 13 s) *Realmente essa daí também foi no chute.*

E *Foi no chute também? Seu negócio não é divisão né?*

S83m *Não, não é não. Meu forte, divisão pode ser assim no lápis né, agora de cabeça não.*

E *De cabeça você não dá conta.*

S83m *Não.*

E *Não tem nenhuma idéia como você poderia fazer?*

S83m *Eu podia também ter chegado a esse... resultado, por exemplo, multiplicando o..., se eu, no lugar do 15 tivesse colocado 10, ía dar 210, vezes 10, se eu multiplicasse 210 por um... vezes 5 né, não isso daí não ía dar certo. O 10 se eu multiplicasse pelo 10 não ía dar certo né, porque ía dar 210, aí eu pensei no 15, multiplicando 21...*

E *Tá. Você sabia que precisava de mais do que 20.*

S83m *Mais de 210. Mais..., então..., sendo mais que 210 tinha que ser mais 10 também. pra...pra dar certo.*

E *Ah, agora você sabe que precisa mais uns outros 10?*

S83m *Sim.*

E *Então hoje você sabe que tem que ser mais do que... mais que quanto?*

S83m *Mais ou menos, agora, uns 20. Agora sim. Porque lá na hora os 15 segundos, era meio rápido.*

E *Não deu tempo de terminar né.*

Questão 9 I 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *Temos então a questão 9, e você falou 37. Como você chegou lá?*

S83m *Peguei, somando né, só metros 7, 8 16 mais 8 deixo eu ver... 24, 24..., 35, aí coloquei aproximado, 35 metros né mais uns... 65, 29, vai dar mais ou menos esses metros que coloquei. Porque somando 11 mais16 ía dar ao todo 30 e..., 35 metros, juntando mais os cm , estimativamente isso daí. Aproximadamente, quer dizer.*

Questão 10 S 56,560 - 37,850

E *Agora tem uma subtração, a questão 10.*

S83m *10 né.* (pausa 5s) *10. Eu coloquei como se fosse, aqui 50 e aqui 30 né, 20. Acontece que esses outros, esses algarismos aqui são maiores né, aí eu pensei que uns 10 dava certo. Porque 56, além desse 6 aqui ser menor do que esse, do que esse 7, esses dois algarismos, esses três algarismos, eram menores do que esses daqui, aí eu pensei mais ou menos que 10 mil dava.*

E *E hoje você acha que 10 mil é suficiente? Dez..., aqui está escrito 10 mil ou,... o que está escrito aqui?*

S83m *Dez vírgula zero, zero.*

E *Não é 10 mil?*

S83m *Não.*

E *Você acha que está bom isso?*

S83m *Deixo eu ver...* (pausa 27s) *E' mais ou menos isso.*

Questão 11 S 0,29 x 23

E *Nessa continha aqui da questão 11 você respondeu 2,90.*
S83m *Realemente essa daí foi no chute.*
E *Foi no chute.*
S83m *Foi no chute.*
E *E hoje você acha que daria isso?*
S83m *Não. Vai dar 2,90 esse daqui multiplicado por 10 né?*
E *Então hoje você acha que daria quanto?*
S83m *Se eu multiplicasse por isso daqui?*
E *Sim.*
S83 *Daria* (pausa 5s) *4 metros e uns quebrados.*
E *Sim, e como você encontrou esses 4 metros e uns quebrados?*
S83m *Deixo er ver aqui* (pausa 7s), *tentar esses dois algarismos aqui* (pausa 3s), *realmente não saberia fazer não.*
E *Não, então tá bom.*

Questão 12 S 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

E *A questão 12, a adição. Esta aqui você sabe né?*
S83m *22, 33, coloquei 35 né?*
E *Você colocou 35.*
S83m *Somando esses primeiros algarismos aqui 6, 7 22, 33 mais os outros quebrados aqui dá mais ou menos isso aí.*

Questão 13 S 5,26 : 6

E *E na questão 13, você tem um jeitinho para achar a resposta?*
S83m *Bem esse daqui eu fiz de maneira normal, só que na cabeça né. Tirando a vírgula aqui* (pausa 4s), *agora foi realmente o negócio tempo, não deu não. Esses, eu coloquei só um zero que tinha antes da vírgula tinha que colocar dois zeros, aí que está o erro. Vai dar mais ou menos uns 20.*

E *Uns 20. 20 inteiros?*
S83m *Mais ou menos isso.*
E *E'?*
S83m *E'.*
E *E como você achou esses 20 inteiros?*
S83m *Porque tirando, faz de conta que não existe o zero né, e multiplicando o 26 por 2 vai dar....*
E *Faz de conta que não existe o zero, ou faz de conta que não existe a vírgula?*
S83m *Não, por exemplo, se eu colocasse, os dois zeros aqui, e esquecesse a vírgula né, ía dar mais ou menos aqui uns 0 vírgula 20.*
E *Mm. o.k. E porque 20*
S83m (pausa 12s) *Porque no caso aqui, tirando a virgula daqui ía colocar dois zeros, não daria pra multiplicar. Acrescentava aqui... 0 vírgula né, então uns 20 vezes 26 ía dar mais ou menos uns 500 não dáva? Mais ou menos uns 500. Aí 20...*
E *Tá*
S83m *Devido as duas casas depois da vírgula, tem que acrescentar dois zero, porque acrescentei só um.*
E *Você então, igualou as casas né?*
S83m *E´ mas eu,o tempo foi curto, eu igualei só uma porque eu coloquei, como aqui tem duas casas tem que, duas casas aqui né, coloquei só uma aqui.*
E *Tá bom.*

Questão 15 I 22 x 0,39

E *Tem aqui a questão 15 ainda. Você respondeu 18.*
S83m *No chute também.*
E *No chute. E hoje, assim menos no chute.*
S83m (pausa 17s) *Não sei fazer.*
Número decimal não é o meu forte.
E *Não é. Nem divisão né?*
S83m *Não. Eu não diga assim, na cabeça, agora fazendo no lápis, faço.*

SITUAÇÕES

Situação 1 **Caderno + Papel almaço + Pasta**
1570 cruzados 280 cruzados 330 cruzados
Qual é aproximadamente o preço total?

E *Você vai comprar os três juntos. Eu quero saber quanto dinheiro você vai gastar aproximadamente.*
S83m (pausa 5s) *Aproximadamente, aqui é 330 né?*
E *E'*
S83m (pausa 7s) *Uns 2 200.*
E *2 200. E como você fez?*
S83m *1 570 com 330 vai dar 1900 né. Deixo ver. E' 1 900, com 280. 2 200, vai dar 2 180 certo.*
E *Mas pra estimar né.*
S83m *E' pra estimar... tem que acrescentar mais uns 20 cruzados.*
E *Ah você acrescenta.*
S83m *E' , pra estimar, pra não dar o valor correto né. Aí eu estaria calculando o valor.*
E *Então você acha que pra estimar você precisa arredondar sempre?*
S83m *Não precisava , só que... só que se eu colocasse 2 181.*
E *Mas 181 você sabe que não vai dar porque não tem nada de um aqui atras*
S83m *Não digo assim, pra estimar. Pra não dar o valor exato.*

Situação 2 **3 kg de laranjas + 0,400 kg de tomates + 1,750 kg de bananas. Qual é aproximadamente o peso total?**

E *Qual é o peso, mais ou menos, que você vai carregar para sua casa?* (final de fita)
S83m *Os quilos né, primeiro, 3 mais 1 4, estimando né... os 750 gramas mais 400 gramas vai dar...* (pausa 10s). *Deixo eu consertar aqui: vai dar uns 6 quilos e uns quebrados.*
E *6 quilos e uns quebrados?*

S83m *E'. Porque somando os gramas né vai dar... 750 gramas mais 400 gramas vai dar mais que um quilo, mais de um quilo né. Então 6 quilos.*

E *Faz de novo aí.*

S83m *3 quilos mais 1 quilo, dá 4 quilos né? Mais 750 gramas mais 400 gramas vai dar... 1 quilo e 150 gramas né? Aí 6 quilos e 150 gramas.*

E *O.K.*

Situação 3 **1 caderno custa 1570 cruzados**
Qual é aproximadamente o preço de 8 cadernos?

E *Você vai comprar 8 cadernos destes.*

S83m *Oito?*

E *Oito. Quanto vai gastar aproximadamente?*

S83m (pausa 8s) *Uns... 11 000.*

E *Uns 11 000. E como você achou os 11 000?*

S83m *8 cadernos. 1000 dá 8000 né, mais 500 vezes 8, vai dar..., vai dar 2000, aí vai dar 10 000, com esse 70 que sobrou, uns 11 000.*

Situação 4 **12 cadernos custam juntos 2600.**
Qual é aproximadamente o preço de um caderno?

E *São doze cadernos em oferta e os doze cadernos custam 2 600, e você quer saber o preço de 1 caderno.*

S83m *Quanto? 12 cadernos por 2 600?*

E *Sim.*

S83m *Estimar né?*

E *Sim,*

S83m (pausa 23s) *Mais ou menos un 200 cruzados?*

E *Uns 200 cruzados. O.K. E como você fez isso?*

S83m *Eu pensei no 200 né então multipliquei por*

E *Màs porque você pensou logo no 200, podia pensar em outro número também?*

S83m *Não, primeiro pensei no 100 né, multiplicando o 100 vezes 12 dá 1200, 1200 se eu acrescentar..., se eu multiplicar por 200, se por 100 eu* *multipliquei e deu 1200, então por... 200 vai dar... 2 e... 400 né. E' mais ou menos isso.*

E *Ah O.K.*

Situação 5 **Dividir uma fita de 5,40 m em 12 pedaços aproximadamente iguais. Quanto medirá aproximadamente cada pedaço de fita?**

E *Aqui tem uma fita de 5,20 m. Você vai dividir ela em 12 pedacinhos. Quanto mais ou menos para cada pedacinho?*

S83m *Em 12 pedaços?*

E *12.*

S83m (pausa 23s) *Uns 4 metros.*

E *Uns 4 metros. 12 pedacinhos?*

S83m *Bem, eu dividi, fiz igual à divisão de novo né, aqui na divisão ficou 5,20 dividido por 12. Somo com a vírgula e coloco dois zeros lá no... no quociente né, aí vai deu, ficou 520 por 1200. Acrescentei um zero, zero vírgula... não, não dá metros, vai dar centímetros, vai dar... 0,4 cm.*

E *0,4 cm. Você tem idéia quanto é isso?*

S83m *0,4 metros, quer dizer.*

E *Ah, 0,4 metros. Você quando faz essa conta você não pensa na fita não né?*

S83m *Não, na fita não, só penso nos algarismos.*

ANNEXE I

PROTOCOLE D'UNE ENTREVUE RÉALISÉE AVEC UNE ÉLÈVE FAIBLE (S51f)

QUESTÕES DA PARTIE I

Questão 3 S 275 x 7

E *Nessa 3a questão você respondeu a letra d), você lembra, embora que já faz algum tempo, como você fez ?*

S51f *Lembro. E' impossível 275 vezes 7 dar um número tão pequeno assim, menor até do número a ser multiplicado. Só podia ser essa a resposta.*

E *Você não fez conta. Você decidui só pelos números.*

S51f *E' são muito pequenos pra esse número.*

Questão 4 S 77 + 36 + 58

S51f *Não pode ser um número com vírgula e também porque esse resultado* (17). *é muito pequeno. E' menor do que todos esses que você vai somar.*

E *O 17 é muito pequeno. Aí você escolheu o 170. Não fez nenhuma conta?*

S51f *Não.*

Questão 14 I 75,650 - 46,950

E *A questão 14 você marcou a letra b).*

S51f (leu em voz baixa a questão) *Porque aqui não pode dar 2, porque 46 + 2 é 48 e aqui é 75. Então só podia ser essa.*

E *Logo você foi tentando. Só podia ser esse* (29,000). *Mas você não me contou porque não pode ser esse* (290,000) *por exemplo ?*

S51f *Porque... não, esse aqui* (290,000) *é um número maior do que...*

E *Tá bom.*

Questão 16 I 10,80 : 48

E *Foi a letra c) que você marcou.*

S51f *Hi, esse daí, deixa eu ver* (leu a questão) *Tá errada minha resposta.*

E *Você está achando que está errado. Você lembra como é que você marcou a resposta errada?*

S51f *E', eu...Eu fiz primeiro esses daqui, estava vendo muito baixo... aí o 2..., porque o 2 passaria porque sempre quando eu vou fazer a conta de divisão eu corto o...doi.s.. o... a vírgula né. Então pra dividir por 48, 48 vezes 2 ultrapassa. Aí eu vi que aqui já não podia ser esse.*

E *O.K. Então hoje você marcaria qual?*

S51f *2 corta, corta 48 por 2, 48 vezes 2* (pausa) *essa.*

E *A de cima?*

S51f *E', a a).*

E *E porque a a)?*

S51f *A porque estou achando esses outros números muito grandes.*

E *Mesmo a b) você está achando grande?*

S51f *Um pouco né. Pode ser a a) ou a b) não sei.* [.....]

QUESTÕES DA PARTIE III

Questão 1 I 76 + 37 + 39

E *Aqui o número 1 você marcou 130.*

S51f *Sim. 30 com 30 dá 60 mais esses com mais esses descontos aqui dá uns 80, mais uns 80, 80 mais 75.... Hi dá mais do que isso.*

E *Dá mais do que isso. Deixo eu ver o que você fez aí.*

S51f [.....] *Não eu acho que 30 com 30 dá 60 com esses negócios aí da mais ou menos uns 80 aqui né. 80 mais 76 dá muito mais do que 130. Eu errei.*

E *E você não sabe como você chegou aos 130?*

S51f *Não.*

Questão 2 S 17 630 - 4 460

S51f (leu a questão). *Essa daqui eu não soube responder, mas agora vou saber. Dá uns 13 mil.*

E *Dá uns 13 mil. Como você achou os 13000?*

S51f *Porque 17 - 4 deu 13 e esse daqui... pouca coisa, 13000 e um pouquinho, então deixa no 13000. Aproximadamente 13000.*

E *Aproximadamente 13000. Deixa tá bom....Nao quer se aproximar mais da resposta exata não?*

S51f *Acho que dá 13200.*

Questão 5 S 634 : 17

E *A questão 5. A questão 5 você também falou não sei. E hoje você sabe?*

S51f *Deixo eu ver se sei essa. 17* (falou em voz baixa, onde parece que fez a conta pelo algoritmo depois de ter aproximado o 17 para 20).
Aí dá uns 20, 20 vezes 3, 60, 20, 20 dá... uns 23, desce 4, 3 aí eu não sei quanto que vai sobrar. Não sei, eu acho mais do que 3, porque 20 eu coloco como se fosse uns 20 porque né ,por causa desses...

E *Espero aí, o que seria 20 pra você?*

S51f *O 17.*

E *Ah O.K. Aí você acha que dá uns 30.*

S51f *Aí dá 3 vezes, porque 20 vezes 3 é...60 né.*

E *Aí dá 3 vezes, sim. Agora você falou em 30 porque 30?*

S51f *Mm?*

E *Você falou 3 vezes né.*

S51f *3 vezes.*

E *E porque dá 3 vezes então você considera 30 é isso, ou não?*

S51f *Não aí fica 20, aí 3, 3 então vai dar uns 60 né e aí desce o 4 né, vai ficar uns 30 e pouco* [.....]

Questão 6 I 12 360 - 3 780

E *E agora a questão 6.*

S51f (leu a questão) *12 menos 3 9. 9400.*

E *9400.*

S51f *Quanto que botei aqui .na questão 6? Não sei.*

E *Bom hoje você sabe. Esses 9400 é...*

S51f *Porque 12- 3 dá 9 e aqui o... 7 - 3 dá 4.*

E *O.K. Tá bem explicado.*

Questão 7 I 7 x 238

E *A questão 7.*

S51f (leu a questão e continuou), *uma duas três, quatro, cinco, seis, sete* (contou os sorvetes) *Vezes 7, vezes 6 dá uns 600, vezes se... , vezes 6 dá 600.*

E *Vezes 6 dá 600. Você pode explicar isso.*

S51f *Porque...600 aí faz de conta que aqui, porque esses números aqui são secundários então como se esse aqui fosse zero, zero, então dá 600, então vezes 7 aí dava... vamos supor 800,*

E *800. Você fez...*

S51f *810,* (resposta dada no teste) *eu pus aqui* (no teste)*800*

E *Você fez 7...*

S51f *Aí foi o sete vezes o 200 que dá, que dá 800, mais esses numerozinhos aqui talvez dê uns 100 né.*

Questão 8 I 475 : 21

E *Bom, e as bolinhas de gude?*

S51f *Nossa, essa daí eu acho que nem fiz, pera aí*

E *Fez sim.*

S51f (leu a questão) *475 bolinhas de gude foram repartidas entre 21 crianças. 21, dá 2, 2 dá... 41, então sobra 6 desce o 5, 6 desce o 5 aí 65, 3 dá, quanto que foi, dava aqui mesmo.*

E *Dois.*

S51f *2 e 3, 43.*

E *43.*

S51f *Mais os numerozinhos né, tem numerozinhos por aqui? Deixo eu ver é, 51 por aí.*

E *51*

S51f *E', por aí.*

E *Foi mais ou menos isso que você falou aqui* (no teste) *né? Você falou 50. Agora eu não entendi muito bem o que você fez. Você podia fazer de novo?*

S51f *Oh. Aí ficava, essa daqui é uma conta de divisão então ficava 41 porque 20 vezes 2 é 40, então aí quando eu colocava o...2 e dava e...21 vezes 2, é... 42 então colocava o 42 né, aí desce o 3 né ai desce o 5..., pera aí, deu 42, 42 menos 47, não aqui está errado, não, mais ou menos isso mesmo dá 42, 5 desce o 5, é 50 porque, aí desce aí sobrou o, desce o 5, aí ficava 55 aí 55 aí dá uns 2 mais aí tem os outros numerozinhos aí dá 3.*

E *53 você acha agora ?*

S51f *E? Não, sim é. Não uns 50, 50.*

E *O.K.*

Questão 9 I 7,47 + 1,29 + 16,43 + 11,65

E *A soma das cordas, a questão 9.*

S51f *7 e 1, 8, 8 e 11, 19, 19, 29, 29,* (pausa 5s) *35, 40,* (pausa 5s) *dá 12, dá 19, 19 aí 29 , 29 mais 3, dá uns 36..., dá uns 36 mais ainda tem os numerozinhos, pera aí 36 agora... 40 mais 40, 80, 80 mais 20, 100, cento e setenta . Aqueles numerozinhos somados dão 170, esses depois da vírgula.*

E *Você acha importante somar esses numerozinhos ?*

S51f *Acho que eles são grandes, agora quando são assim 5, 6 assim, não precisa, é estima.*

E *Espera aí eles são grandes é...*

S51f *São, porque ó, 40 mais 40 80, 80 mais, 80, mmm, 80, 80, 90, 92 dá uns 92, 100, 100 esses aqui, antes da vírgula e depois da vírgula 80, 100, 170 porque aqui ó 40 mais 40 dá 80, 80 mais 20 é... 80 mais 20 é 100 e 100 mais 65 é mais ou menos isso dá 180, 180.*

E *E o que significa isso para você, esse 180 depois da vírgula?*

S51f *Eh, igual mais ou menos depois da vírg...*
Porque eu não estou sabendo somar todos juntos né, ta dificil sem papel. Então eu somei, porque eu acho que os antes da vírgula dão é..., a meu Deus, eu me perdi de novo... eu, depois da vírgula dá uns 170 por aí.

E *E qual será então o resultado aproximado pra você? Se antes da vírgula tem 36 e depois da vírgula tem 180?*

S51f *Não sei, pois se fosse pra somar todos juntos, vai ter que elevar...*

E *Ah, O.K., então você não sabe quanto que isso vai te dar agora?*

S51f *Não.*

Questão 10 S 56,560 - 37,850

E *Então vamos agora à questão 10.*

S51f (pausa) *5, 20, é... 50 menos 30, dá 56 menos 36 dá 20* (fez algumas continhas em voz baixa) *50 menos 30 dá 20, 20 e agora os 800, 20 vírgula 300.*

E *20,300 O.K.*

Questão 11 S 0,29 x 23

E *E essa questão 11 aqui? Deixo ver o que...*

S51f *"Não sei".* (resposta da folha)

E *Não sei, e hoje sabe ?*

S51f *Não sei também, deixo ver, não sei se eu sei né.*

E *Quer tentar?*

S51f *Ah meu Deus esse até com dois numeros de cabeça tá mais difícil, pera aí* (Começou a fazer continhas utilizando o algarismo).

E *Deixo interromper um pouquinho. Não tem jeito de você fazer isso sem armar aquela continha na cabeça?*

S51f *Pera aí, 20 x 20 é... 400 então... 400 e... 20*

E *Aha, você então fez 20 x 20.*

S51f *E!*

E *Você achou que podia fazer isso? 20 x 20 que dá uns 400 e como tem mais dá uns 420, você falou. E agora, a vírgula...*

S51f *412.*

E *412. Porque 412?*

S51f *9 mais 3.*

E *9 mais 3 ah, O.K. 412. E a vírgula o que você vai fazer com ela?*

S51f *Porque eu inteirei o zero então, não sei.*

E *Não sabe.*

S51f *Ah pera aí, um dois* (contando as casa decimais) *então anda um dois, 4 vírgula 12.*

E *Ah, anda duas casas, 4,12.*

S51f *ou 20* (4,20).

Questão 12 S 6,37 + 1,39 + 15,33 + 11,78

E *E a questão 12.*

S51f *"Não sei " botei aqui* (na folha de respostas)

E *E hoje você sabe?*

S51f *Acho que sei. Eu já tenho 7, 7 e 5 17, 18, 19, 20, 21, 22, 22, 33, 33 dá antes da vírgula 33 e os outros 60, 90, 160, 170, 180 depois da vírgula.*

E *Então daria 33 vírgula 180 ?*

S51f *E', mas aqui até que... eu só sei antes da vírgula e depois da vírgula, porque se fosse para colocar um embaixo do outro eu teria que elevar e não ía dar a mesmo tanto.* [.....]

Questão 13 S 5,26 : 26

E *Também outra com uma vírgula, e laqui você respondeu 9.*

S51f *Mas é, mas é facil a vírgula corta quando é na divisão, 6, 6, tjon, tjon, tjon, don, 2 , 2,* (pausa) *faz de conta que aqui eram 50 e aqui eram 25.*

E *O.K., você fez de conta 50 por 25.*

S51f *Desce o 2 então como não dá para dividir tem que colocar a vírgula e um zero, ainda não dá coloca outro zero aí fica 200 não deixo eu ver, pera aí* (pausa. *Ah, eu ja sei porque fiz assim, acho, porque se tivesse 20, 20 vezes 5 é 100, aí 20 vezes 10, 20 vezes 20 , 400, 20 vezes 30, 400, 600 é 20 vezes 30, eh dá 30 aqui.*

E *Sei você achou mais facil então transformar o 26 para 30...*

S51f *Não, 26 pra 30 não, 30 fica aqui no quociente.*

E *Ah, e o 26 o que você fez com ele?*

S51f *Virou... 20, vira 20 pra ficar multiplicando até dar mais ou menos 600 ali, porque... 600...*

E *30 vezes 20 dá 600. E a vírgula você sabe o que fazer com ela?*

S51f *Corta.*

E *Corta. Só corta?*

S51f *No começo da operação corta a vírgula.*

E *Mm. E depois não ajeita mais nada ?*

S51f *Não.*

E *Não?*

S51f *Ah a professora falou assim: corta todos os zeros, todas as vírgulas e depois faz a conta normalmente . Quando não dá pra dividir tem que colocar a vírgula e um zero lá.*

E *Ah sim.*

Questão 15 I 22 x 0,39

E. *A questão 15 vamos ver o que você fez com ela, quanto que deu lá 420* (na folha do teste)*?*

S51f *420.* (confirmando)
(pausa) *22 lacinhos, 22 vezes 39. E'... dá isso mesmo. 420, 413?*

E *Como você fez isso ?*

S51f *E..., tentei multiplicar os 2 e... mais ou menos 22, 20 vezes 30 deu 600 né, então... ó é 630.*

E *Esse 30 você arrumou de que jeito?*

S51f *Dos pequenininhos.*

E *Sim mais o que você fez, chutou assim, ou fez alguma continha pra dizer esses 30 ?*

S51f *Chutei? Não chutei não nove ah... uns duzentos é..., 200 e 15* (falou mais alguma coisa em voz baixa que não deu para entender)
Uns 200, 215..........

E *Nao entendi.*

S51f *Eu multipliquei os dois tá certo, mas eu multipliquei 20 vezes 30 então tirei o 9 e tirei o 2 e depois eu somei o 9 e o 2.*

E *Você somou o 9 e o 2. Mas 9 e 2 dá 11.*

S51f *E', mas estima 15.*

E *Ah bom mas você falou 600 e <u>30.</u>*

S51f *Eh, mas eu....*

E *E' 615 ?*

S51f *615.*

SITUAÇÕES

Situação 1 **caderno + papel almaço + pasta**
1570 cruzados 280 cruzados 330 cruzados
Qual é aproximadamente o preço total?

E *Eu queria saber aproximadamente quanto você gasta?*
S51f *E'...* (pausa 10 s) *1600 mais 500, 2 mil e... uns 200.*
E *2200. Esse último 2200 eu não entendi direito como você achou?*
S51f *Bom, aqui* (papel almaço mais pasta) *deu 600. Aí fica 1600, eu tiro esse daqui* (570) *porque é menos é mais facil somar o menor então fica 1600, eu tiro esses 500 depois eu somo os 500 dá uns 2100, porque 6 e 5 dá 11. Dá 2100 uns 2115, por aí.*
E *Ah sei. Tá bom.*

Situação 2 **0,400 kg de tomates+ 3 kg de laranjas + 1,750 kg de bananas. Qual é aproximadamente o peso total?**

E *Qual e o peso que você vai carregar para sua casa?*
S51f *Ah, com vírgula. Pera aí. 0, 5, vai 1, dois, dois..., pera aí,* (pausa) *cento... e cinquenta.*
E *Quanto?*
S51f *2,150* (0,400 + 1,750)
E *2,150. O.K.*
S51f *5,150.*
E *Ah. O.K.*
S51f *5,150, 5 quilos e 150 gramas.*

Situação 3 **1 caderno custa 1570 cruzados**
Qual é aproximadamente o preço de8 cadernos?

E *Você vai comprar 8 cadernos desses.*

S51f *Oito ?*

E *Oito cadernos iguais pelo mesmo preço, sem desconto.*

S51f *Só isso.*

E *Só os 8 cadernos.*

S51f *Oito, Oito, nada, 8000, tá 8000, mas eu vou ter que fazer 8 mais esses daqui (570). Então deu 4000. 8 mil mais 4. E'...*

E *E' o que?*

S51f *8000 + 4000.*

E *E dá quanto?*

S51f *112 000, oh, 12000.*

E *12000. Você sabe se você vai pagar mais ou menos do que 12000? Tem alguma idéia?*

S51f (pausa) *Menos.*

E *Porque menos?*

S51f *Porque 8 mil com 12. Porque não usei os numerozinhos.*

E *Então você vai pagar menos?*

S51f *Vou.*

Situação 4 **12 cadernos custam 2600.cruzados**
Qual é aproximadamente o preço de um caderno?

E *12 caderninhos desses custam 2600, cruzados. Eu quero saber o preço de um só?*

S51f *2600 por 12* (pausa 20s). *Dois mil.*

E *2000. Você tem certeza?*

S51f *Não, certeza não tenho, mas acho que é.*

E *Você acha que é 2000.*

Situação 5 **Dividir uma fita de 5,20 m em 12 pedaços aproximadamente iguais. Quanto medirá aproximadamente cada pedaço de fita?**

E *Agora então para terminar você tem uma fitinha aqui. Essa fita mede 5m e 20 e vou pedir para você cortá-la em 12 pedacinhos iguais, quer dizer você não cortar ,vai fazer de conta que corta. Quanto que...*

S51f *Dividido por 2.*

E *12, 12 pedacinhos.*

S51f *Dividido por 12, 52* (pausa) *desce o , o 12 vira 10 tá o 12 virou 10 então dá 5, 50.*

E *50 o quê?*

S51f *50 pedacinhos.*

E *50 pedacinhos. Não eu pedi para você fazer 12 pedacinhos.*

S51f *5,20 por 12. Ah, não tá, 12 pedacinhos. Eh, isso dividido por 12.*

E *Sim, mas quanto que mede cada pedacinho?*

S51f (pausa) *50 cm.*