

MARIO BERNARDO RAMOS BERMUDEZ

**OPTIMISATION DES SYSTÈMES DE DISTRIBUTION DE
FLUIDES ET DES RÉSEAUX DE CHAUFFAGE URBAINS
À L'AIDE D'UN ALGORITHME GÉNÉTIQUE**

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2007

Résumé

Ce mémoire porte sur l'optimisation des systèmes de distribution de fluides incompressibles. Le programme proposé est basé sur un algorithme génétique modifié incluant la méthode d'optimisation des réseaux qui consiste à ajouter des points d'embranchement non consommateurs, ainsi que les techniques de recherche locale et de mutation ciblées. Dans un premier temps, nous définissons un modèle d'optimisation qui consiste à minimiser la puissance de pompage lorsque le volume total du réseau est contraint. Les topologies optimales contiennent donc implicitement les diamètres optimaux des conduits. Deux cas complexes de distribution de fluides sont étudiés avec notre programme en prenant ce modèle d'optimisation : la topologie optimale reliant la source placée au centre d'un disque et les consommateurs situés sur la périphérie de ce dernier (2D) et la topologie optimale reliant la source placée au centre d'une sphère et les consommateurs situés sur la surface de cette dernière (3D). Les résultats montrent que les structures optimales qui minimisent le coût de pompage ont des formes de dendrite et d'arbre. Nous démontrons aussi que les meilleures solutions en termes de performance et de robustesse sont obtenues lorsque l'optimisation est libre, sans contraintes géométriques ou structurales imposées. Par la suite, nous nous intéressons à l'optimisation d'un réseau de chauffage urbain, application réelle du problème d'optimisation des systèmes de distribution de fluides. Cette fois-ci le volume n'est plus contraint et la solution optimale recherchée est celle qui minimise plusieurs coûts à la fois : des coûts de fonctionnement, caractérisés par le coût de pompage et le coût de chauffage et des coûts d'achat et d'installation, amortis sur plusieurs années, caractérisés par le volume total du réseau, l'isolant utilisé et les échangeurs thermiques installés dans chaque nœud consommateur. Un nouveau modèle est ainsi défini et nous étudions plusieurs scénarios, basés sur les coûts économiques des projets. Nos résultats montrent l'efficacité et la pertinence de notre programme pour résoudre ce type de problèmes, qualifiés de NP-difficiles. De plus, nous démontrons que pour les cas étudiés, le coût thermique prédomine sur le coût de pompage, ce qui mène à des topologies optimales qui se rapprochent du réseau le plus court.

Abstract

Fluid distribution networks are present in many engineering applications like water, oil or gas pipelines, district heating or cooling systems (DHS or DCS) and electronics cooling devices or heat exchangers. In order to meet modern engineering needs, such systems must be optimized to achieve better performance. In this paper we take a fresh look at the design of minimal cost fluid distribution networks under global constraints by introducing a program based on a modified genetic algorithm (MGA) including Gilbert-Steiner optimization points approach, local search and targeted mutation procedures. This work is divided as follows: first, pumping power is regarded as the cost function and volume and continuity constraints are added to the mathematical model. This led us to the study of 2D and 3D complex fluid distribution systems: disc-shaped and sphere-shaped networks. Large dimension problems are analyzed with our program and results show that dendrites combined with tree-shaped structures are those who perform the best in order to meet minimum pumping power needs. Moreover, our study in chapter VI demonstrates that “free optimization”, i.e. no geometric structure assumption, leads to higher performance and more robust designs. Next, we take a look at the optimization of DHS, for which energy equation is added to the mathematical formulation of the problem and volume constraint is relaxed. Cost function is enlarged to network construction and operational costs. A new model is defined, so that this problem can be regarded as a multi-criteria minimum spanning tree network, for which GA have proven to be highly efficient. Different scenarios, based on economic analysis for industrial projects, are analysed with our program. Our results show that in such systems, thermal needs are higher than pumping power needs, leading to shortest trees.

Remerciements

Je tiens à remercier très sincèrement mon directeur de recherche, le professeur Louis Gosselin, pour son aide infinie et ses conseils précieux qui m'ont guidé tout au long de mes recherches. Son enthousiasme et sa disponibilité ont été les principaux moteurs de ma motivation.

À titre personnelle, j'aimerais remercier mon épouse Carolina pour son amour et sa compréhension, ainsi que mes parents Jorge et Lidia pour leur soutien, leur exemple et leurs encouragements tout au long de mes études. Je voudrais également remercier tous mes collègues du LTTE 2005-2006 et spécialement Charles Villemure pour son aide et ses conseils en programmation et Marc Joucaviel pour ses bons conseils et ses critiques constructives. Finalement, je tiens à remercier fraternellement Guillaume Vidalain, camarade de promotion des Arts & Métiers et ami, avec qui j'ai effectué l'ensemble de mes études au Canada.

Ce mémoire a été réalisé grâce aux bourses octroyées par le Département de Génie Mécanique de la Faculté des Sciences et de Génie de l'Université Laval, la bourse d'exemption des droits de scolarité forfaitaires pour les étudiants étrangers, ainsi que les bourses de la Région Champagne-Ardenne en France et du Centre Régional des Œuvres Universitaires et Sociales de Reims en France (CROUS).

À mon père

Table des matières

RÉSUMÉ	II
ABSTRACT	III
REMERCIEMENTS	IV
TABLE DES MATIÈRES	VI
LISTE DES FIGURES	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
NOMENCLATURE.....	XIV
INTRODUCTION.....	1
1.1 Problématique	1
1.2 Revue bibliographique	2
1.3 Objectifs et méthodologie	10
MODÈLE MATHÉMATIQUE	12
2.1 Détermination de la puissance de pompage dans un conduit	12
2.2 Puissance de pompage minimale dans un graphe composé de N nœuds.....	13
2.3 Conclusion	17
MODÈLE NUMÉRIQUE POUR REPRÉSENTER UN RÉSEAU ET ALGORITHME GÉNÉTIQUE (AG) PERMETTANT L'OPTIMISATION D'UN SYSTÈME DE DISTRIBUTION	19
3.1 Méthode de codage des réseaux proposée par Prüfer	19
3.2 Algorithme génétique.....	20
3.3 Codage binaire - décimal	27
3.4 Conclusion	28
VALIDATION DU MODÈLE NUMÉRIQUE ET DE L'AG AVEC UN PROBLÈME D'OPTIMISATION ISSU DE LA LITTÉRATURE.....	30

4.1 Présentation d'un problème de distribution d'un fluide incompressible issu de la littérature	30
4.2 Critères d'évaluation pour valider l'AG avec notre problème d'optimisation ...	32
4.3 Présentation de l'AG utilisé dans ce mémoire	33
4.4 Étude de la performance de l'AG	33
4.5 Mise en valeur de l'importance des mécanismes de sélection et de croisement	41
4.6 Conclusion	41
OPTIMISATION D'UN SYSTÈME DE DISTRIBUTION EN AJOUTANT DES POINTS D'EMBRANCHEMENT (GSP).....	44
5.1 Présentation des points non consommateurs GSP	44
5.2 Algorithme permettant de placer des GSP de degré 3 dans un réseau quelconque par résolution des équations analytiques.....	47
5.3 Optimisation d'un réseau avec des points GSP placés en résolvant les équations analytiques (méthode de placement des GSP précise).....	49
5.4 Couplage de l'AG avec la méthode de placement GSP précise (AGGSP).....	51
5.5 Optimisation de la distribution d'un fluide incompressible par discrétisation de l'espace (méthode de placement des GSP approximative)	54
5.6 Conclusion	61
OPTIMISATION DE SYSTÈMES DE DISTRIBUTION DE FLUIDES INCOMPRESSIBLES COMPLEXES.....	63
6.1 Description des problèmes d'optimisation de systèmes de distribution complexes	63
6.2 Mise en place des nouveaux mécanismes d'optimisation.....	64
6.3 Étude de la distribution optimale d'un fluide sur un disque avec des GSP de degré 3 et des GSP de degré quelconque (2D)	69
6.4 Étude de la distribution optimale d'un fluide dans une sphère avec des GSP de degré quelconque (3D).....	81
6.5 Conclusion	96
OPTIMISATION D'UN RÉSEAU DE CHAUFFAGE URBAIN	98

7.1 Introduction.....	98
7.2 Modèle mathématique.....	99
7.3 Modèle numérique	104
7.4 Étude d'un problème d'optimisation d'un DHS	106
7.5 Conclusion	115
CONCLUSION	117
ANNEXES	120
A.1 DISTRIBUTION DE GAZ NATUREL	121
I.1 Critère d'incompressibilité pour un écoulement interne	121
I.2 Écoulement d'un fluide incompressible	123
I.3 Écoulement d'un fluide compressible	123
I.4 Modèle incompressible versus modèle compressible.....	124
A.2 CHOIX DU TYPE D'AG : AVEC UNE SEULE POPULATION OU AVEC PLUSIEURS SOUS- POPULATIONS	127
A.3 ÉTUDE DE LA PERFORMANCE DE L'AG SANS MÉCANISMES RL NI MC LORSQUE LA DIMENSION DES PROBLÈMES EST GRANDE	131
A.4 CORRÉLATION POUR CALCULER LA VISCOSITÉ DYNAMIQUE EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE MOYENNE DANS UN TUYAU	134
A.5 DÉTERMINATION DU COÛT DE L'ISOLANT.....	135
A.6 COMPARAISON MORPHO MÉTRIQUE ENTRE LES SOLUTIONS TROUVÉES PAR LES ALGORITHMES AGMMN ET AGMM3 EN 3D ET LES ALGORITHMES AGMMN ET AGMM3 EN 2D	137
BIBLIOGRAPHIE.....	142

Liste des figures

Figure 2.1 Exemple de graphe connecté ne comportant pas des boucles	14
Figure 3.1 Structure générale de l'AG utilisé	22
Figure 3.2 Exemple de réseau (a) R transformé en réseau (b) R' en suivant la procédure 3.3 qui permet d'évaluer les débits	24
Figure 3.3 Exemple de croisement en deux points	26
Figure 3.4 Structure de l'AG avec codage binaire et codage en base 10.....	29
Figure 4.1 Réseau optimal en régime laminaire [14].....	34
Figure 4.2 Réseau optimal en régime turbulent lisse [14]	37
Figure 4.3 Réseau optimal en régime turbulent rugueux [14]	39
Figure 4.4 Solution quasi-optimale trouvée par l'AG	42
Figure 5.1 Exemple d'imposition d'un GSP dans un graphe de dimension 3	45
Figure 5.2 Deux types de configurations pouvant mener à une optimisation par ajout de GSP.	46
Figure 5.3 Positionnement d'un point GSP	46
Figure 5.4 Algorithme permettant de placer des GSP de degré 3 dans un réseau quelconque	49
Figure 5.5 Réseau après optimisation GSP en utilisant la méthode de placement des GSP précise	50
Figure 5.6 Description de l'algorithme AGGSP.....	51
Figure 5.7 Réseau optimisé avec l'algorithme AGGSP en régime laminaire.....	53
Figure 5.8 Discrétisation adaptée à la topologie du problème exposé dans [14].....	55
Figure 5.9 Réseau optimal trouvé par l'AGM lorsque nous utilisons un maillage grossier	59
Figure 5.10 Réseau optimal trouvé par l'AGM lorsque nous utilisons un maillage fin ...	61
Figure 6.1 Illustration du mécanisme RL	66
Figure 6.2 Exemple d'individus pouvant être améliorés par une MC	68
Figure 6.3 Structure générale de l'AGMM utilisé	72

Figure 6.4 Comparaison entre les résultats trouvés par l'AGMM3 et les résultats trouvés dans [15].....	74
Figure 6.5 Exemples de réseaux optimisés par l'AGMM3 pour différentes valeurs de N : (a) 10, (b) 20, (c) 30, (d) 40, (e) 50, (f) 60, (g) 70, (h) 80, (i) 90, (j) 100	76
Figure 6.6 Designs pouvant mener à une performance similaire, pour N = 24	77
Figure 6.7 Solution « triviale » trouvée par l'AG sans RL ni MC, pour N = 30	77
Figure 6.8 Comparaison entre les résultats trouvés par l'AGMMN et les résultats trouvés dans [15].....	79
Figure 6.9 Exemples de réseaux optimisés par l'AGMMN pour des différentes valeurs de N : (a) 10, (b) 20, (c) 30, (d) 40, (e) 50, (f) 60, (g) 70, (h) 80, (i) 90, (j) 100	80
Figure 6.10 Évolution de \tilde{W}_{rel} en 2D et 3D en fonction de N	83
Figure 6.11 Évolution de \tilde{W}_{rel} en 2D et 3D en fonction de la distance minimale moyenne	84
Figure 6.12 Découpage de la sphère en 8 parties et optimisation d'une de ces parties	86
Figure 6.13 Exemples de réseaux non optimaux générés aléatoirement pour des distributions dans : (a) une sphère au complet, (b) 1 / 8 de sphère.....	87
Figure 6.14 Évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N, échelle semi logarithmique.....	88
Figure 6.15 Évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de la distance minimale moyenne entre les points consommateurs.....	89
Figure 6.16 Tranches de sphère optimale pour N égal à : (a) 776, (b) 916	89
Figure 6.17 Longueurs moyennes et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN, N = 1016	92
Figure 6.18 Ratios moyens des diamètres et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN, N = 1016	92
Figure 6.19 Longueurs moyennes et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN sans tenir compte du premier ni du dernier niveau d'embranchement, N = 1016.....	93
Figure 6.20 Ratios moyens des diamètres et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN sans tenir compte du premier ni du dernier niveau d'embranchement, N = 1016.....	93

Figure 6.21 Degré moyen des GSP ou des nœuds consommateurs servant de points d'embranchement par embranchement trouvés par l'AGMMN, $N = 1016$ 94

Figure 6.22 Différentes vues de l'architecture qui distribue de manière optimale un fluide dans une tranche de sphère comportant 1016 nœuds consommateurs..... 95

Figure 7.1 Pertes thermiques dans un conduit 101

Figure 7.2 Pertes thermiques négligées à l'intérieur d'un nœud consommateur 102

Figure 7.3 Exemple de codage en binaire d'un individu contenant les données de plusieurs variables physiques..... 106

Figure 7.4 Topologie du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans..... 113

Figure 7.5 Comparaison entre les différents coûts sous forme d'annuité, 8 % 20 ans ... 113

Figure 7.6 Caractéristiques énergétiques du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) chaleur consommée dans les nœuds, (b) température des nœuds, (c) débits massiques dans les nœuds..... 114

Figure 7.7 Caractéristiques géométriques du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) diamètres des tuyaux, (b) épaisseurs d'isolant sur chaque tuyau, (c) longueur de chaque tuyau 114

Figure 7.8 Coûts énergétiques et monétaires pour le réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) pertes de chaleur dans les tuyaux en W, (b) coûts annuels des échangeurs dans chaque nœud en CAN \$, (c) coûts annuels de pompage dans chaque tuyau en W, (d) coûts annuels de l'isolant dans chaque tuyau en CAN \$, (e) coûts annuels des tuyaux en CAN \$ 115

Figure I.1 Illustration d'un écoulement développé dans un tuyau..... 121

Figure I.2 Volume de contrôle dans un tuyau de diamètre constant..... 124

Figure III.1 Résultats de l'AG simple, sans RL ni MC, avec $\tau_m = 0.01$, $G_{\text{stall}} = 1000$ et $G_{\text{max}} = 15000$, pour différentes valeurs de N 131

Figure IV.1 Courbe d'interpolation pour la viscosité dynamique de l'eau..... 134

Fig. V.1 Approximation linéaire du coût de l'isolant par unité de longueur en fonction de la surface relative 136

Figure VI.1 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMMN en 3D, $N = 700$ 137

Figure VI.2 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMMN en 3D, N = 700.....	138
Figure VI.3 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMM3 en 3D, N = 700	138
Figure VI.4 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMM3 en 3D, N = 700.....	139
Figure VI.5 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMMN en 2D, N = 100	139
Figure VI.6 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMMN en 2D, N = 100.....	140
Figure VI.7 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMM3 en 2D, N = 100	140
Figure VI.8 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMM3 en 2D, N = 100.....	141

Liste des tableaux

Tableau 2.1 Valeurs de C , α et β pour différentes corrélations de f	13
Tableau 4.1 Consommation dans chaque nœud.....	31
Tableau 4.2 Distances relatives entre les nœuds.....	32
Tableau 4.3 Paramétrages de l'AG étudiés (régime L).....	35
Tableau 4.4 Δ_r pour le régime L	36
Tableau 4.5 Paramétrages et résultats de l'AG pour le régime TL.....	38
Tableau 4.6 Paramétrages et résultats de l'AG en régime TR.....	40
Tableau 5.1 Résultats avant et après optimisation par GSP (méthode de placement des GSP précise).....	50
Tableau 5.2 Comparaison des différents résultats obtenus : réseau optimal [14], réseau optimal [14] optimisé avec des GSP et réseau optimisé avec l'AGGSP	52
Tableau 5.3 Exemple de population initiale	58
Tableau 5.4 Exemple de rejets avant correction	58
Tableau 5.5 Paramétrage et résultats de l'optimisation avec l'AGM	59
Tableau 7.1 Besoin thermique pondéré pour chaque nœud consommateur	107
Tableau 7.2 Codage des variables à optimiser.....	110
Tableau 7.3 Coûts annuels trouvés, par simulation, pour les six scénarios étudiés.....	112
Tableau I.1. Propriétés du méthane [34].....	125
Tableau I.2. Résultats numériques des équations (I.9) et (I.14)	125
Tableau I.3. Comparaison entre les modèles incompressible et compressible	126
Tableau II.1 Paramétrages pour l'AG simple	128
Tableau II.2 Paramétrages pour l'AG avec sous-populations	128
Tableau II.3 Δ_r pour le cas laminaire avec l'AG simple.....	129
Tableau II.4 Δ_r pour le cas laminaire avec l'AG avec sous-populations	130
Tableau III.1 Paramétrages et résultats de l'AG simple pour $N = 1000$	132
Tableau V.1 Liste des Prix en \$ CAN par mètre pour la laine minérale [Delta-PF]	135

Nomenclature

A	Aire ou surface, m^2
C	Coût, CAN \$
C_p	Capacité calorifique, J / kgK
D	Diamètre, m
E_{moyen}	Nombre d'évaluations moyen
G_{max}	Nombre de générations maximales
G_{Stall}	Nombre de générations maximales sans amélioration de l'objectif
I_{Gen}	Nombre d'individus par génération
L	Longueur du tuyau, m
N	Nombre de nœuds consommateurs ou distributeurs
P_1	Pression absolue à l'entrée, Pa
P_2	Pression absolue à la sortie, Pa
P_m	Pression absolue moyenne, Pa
P_r	Probabilité de retrouver la solution minimale
R_G	Constante dimensionnelle qui dépend du type de gaz
T	Température, K
U	Coefficient d'échange thermique, W / m^2K
V	Volume, m^3
W	Puissance de pompage, W
a	Vitesse du son dans un gaz parfait, m/s
d_{ij}	Distance entre i et j, m
e	Épaisseur, m
f	Coefficient de friction
k	Conductivité thermique, W / mK
\dot{m}	Débit massique, kg/s
n	Nombre de nœuds non consommateurs

q	Flux de chaleur, W
\bar{u}	Vitesse moyenne, m/s
t_c	Temps de calcul, s
Δ_r	Écart relatif entre la solution AG et la solution minimale
$\Delta P_{\%}$	Pourcentage de chute de pression entre l'entrée et la sortie d'un conduit, par rapport à l'entrée
Θ	Température relative, K
Φ_{PA}	Facteur de conversion d'une valeur présente en annuité
δ	Degré d'un nœud
μ	Viscosité dynamique du gaz, Ns/m ²
μ_G	Viscosité dynamique moyenne du gaz, pour le modèle incompressible, Ns/m ²
ρ	Densité volumique du gaz, kg/m ³
ρ_G	Densité volumique moyenne du gaz, pour le modèle incompressible, kg/m ³
σ	Écart type
τ_{air}	Taux de rénovation du volume d'air dans un bâtiment,
τ_{mut}	Taux de mutation
τ_{ins}	Taux d'insertion des enfants dans la nouvelle population
τ_{sel}	Taux d'individus sélectionnés pour croisement

Indice

e	Variable relative à un tuyau
∞	Variable relative au milieu ambiant

Exposants

\sim	Variable adimensionnelle
\cdot	Taux d'énergie
$-$	Valeur moyenne

Chapitre I

Introduction

Les structures en forme de réseau sont présentes partout dans la nature. Elles proviennent d'un besoin essentiel : transporter un flux dans l'espace. Par exemple, un arbre peut être considéré comme un réseau de branches transportant la sève des racines jusqu'aux feuilles. De même, le corps humain contient des réseaux sanguins composés par les veines, les artères et le cœur. Il comporte également des réseaux électriques formés par les nerfs ou les neurones ainsi que des réseaux qui permettent l'échange des gaz vitaux dans les poumons, caractérisés par la trachée et les alvéoles. La société en elle-même constitue un réseau très complexe d'individus interagissant et échangeant toutes sortes des flux. D'une manière générale, tous les systèmes dans lesquels circulent de l'énergie, de la matière, de l'information ou des organismes peuvent être assimilés à des réseaux.

1.1 Problématique

En ingénierie, nous faisons appel à la construction des réseaux dans tous les domaines et à toutes les échelles. Du transport aérien, maritime et terrestre des biens jusqu'à l'élaboration des microcircuits électroniques, en passant par la construction des pipelines de pétrole, de gaz ou d'eau. Nombreuses sont les applications qui intègrent dans leur structure une forme en réseau, comme par exemple les télécommunications, l'informatique ou la logistique.

D'un autre côté, le contexte mondial actuel implique que l'on produise davantage afin d'assurer notre confort, avec de moins en moins de ressources et de plus en plus de contraintes. Le développement rapide des nouvelles technologies partout dans le monde ainsi que l'augmentation des contraintes politico-économiques et environnementales sont des facteurs pesant sur la compétitivité des entreprises et donc sur les compétences des

ingénieurs. Il ne suffit plus de développer un savoir ou une technique, nous sommes obligés de le faire plus vite, plus résistant, moins polluant, moins cher. Nous sommes donc amenés à optimiser.

C'est à partir de ces constatations que naît le besoin d'optimiser les réseaux. Par optimisation nous devons comprendre la minimisation d'un ou plusieurs coûts : distances, pertes de charge, coûts de pompage, coûts de logistique, etc., avec des contraintes imposées : surface, volume, vitesse, nombre de nœuds connectés, etc. Dans ce mémoire nous nous intéresserons particulièrement aux réseaux transportant des fluides, dont les applications en ingénierie sont nombreuses comme c'est le cas des échangeurs de chaleur, des pipelines ou bien des réseaux de chauffage urbains.

1.2 Revue bibliographique

Dans cette section nous faisons une revue de la littérature concernant l'étude des réseaux. Cette revue aborde principalement quatre sujets : l'utilisation des algorithmes génétiques pour résoudre des problèmes spécifiques d'optimisation des réseaux, l'état actuel des travaux d'optimisation concernant le transport et la distribution des biens, l'état actuel des travaux d'optimisation concernant les réseaux transportant des fluides et finalement l'état actuel des travaux d'optimisation concernant la gestion des réseaux de chauffage urbains. Le lecteur qui le souhaite peut passer directement à la section 1.3 où nous explicitons l'objectif de ce mémoire ainsi que les différentes étapes qui nous permettront de l'atteindre.

1.2.1 Utilisation des algorithmes génétiques pour calculer des réseaux minimaux

Bien que depuis l'antiquité l'homme se soit intéressé aux réseaux comme systèmes de transport, il a fallu attendre 1736 pour qu'Euler établisse les fondements de ce qui est aujourd'hui l'outil mathématique de modélisation et d'analyse des réseaux, soit la théorie des graphes [1]. De plus, avec le développement de l'informatique ces deux dernières décennies, des algorithmes de calcul et d'optimisation des réseaux de plus en

plus performants ont vu le jour. Ainsi, leur étude est devenue une branche fondamentale de disciplines comme l'informatique, les télécommunications et les mathématiques combinatoires.

Un des problèmes le plus traité est celui du réseau minimal sans boucles ou *minimum spanning tree* (MST). Les applications de ce problème ainsi que de ses différentes variantes sont nombreuses et concernent principalement les domaines de l'électronique, l'informatique et le transport et la distribution des biens. L'utilisation d'un MST permet, par exemple, de minimiser l'encombrement, réduire les temps de transfert et réduire les coûts de logistique.

Récemment, plusieurs travaux ont été dédiés à la mise en place d'algorithmes permettant de calculer le MST pour un problème donné. Parmi ces algorithmes, ceux à caractère évolutionnaire et notamment les algorithmes génétiques [2] sont à noter du fait de leurs performances démontrées en calcul. Les résultats présentés dans certains travaux [3, 4, 6-9] suggèrent que les algorithmes génétiques sont bien adaptés pour résoudre des problèmes d'optimisation des réseaux, qualifiés de NP-difficiles.

Golden, Raghavan et Stanojevic [3] ont mis en place deux techniques de recherche heuristique pour résoudre le problème du MST généralisé ou GMSTP : recherche locale heuristique et algorithme génétique. Ce problème, qualifié de NP-difficile, consiste à trouver le réseau minimal contenant exactement un nœud de chacune des catégories disponibles. Les deux techniques de recherche heuristique ont été adaptées avec trois algorithmes permettant de trouver un MST : algorithmes de Kruskal, Prim et Sollin, et ont été appliquées à un ensemble de problèmes connus de grande dimension (jusqu'à 200 nœuds). Dans la plupart des cas les solutions trouvées étaient les solutions optimales.

Une autre variante au problème du MST est le réseau minimal avec plusieurs critères ou mc-MST, traité par Zhou et Gen [4] avec une approche « algorithme génétique » et pour lequel on considère que l'optimisation du système doit répondre à plusieurs objectifs à la fois. La solution optimale qui respecte tous les critères est inatteignable. Par contre, des solutions approchées répondant plus ou moins bien aux différents critères existent; ce sont les solutions optimales de Pareto. Dans cet article, deux cas ont été analysés (10 et 50 nœuds) en considérant deux critères et en utilisant la

méthode de codage de Prüfer pour les réseaux [5] ainsi que la technique de prise de décision avec critères multiples ou MCDM. En conclusion, l'approche « algorithmes génétiques » permettait d'obtenir toutes les solutions optimales de Pareto proches du point optimal ou de produire un ensemble de solutions distribuées sur toute la frontière de Pareto.

De même, Xiong, Golden et Wasil [6] ont comparé la performance d'un algorithme génétique avec celle de l'algorithme de recherche heuristique MVCA, très utilisé dans la résolution du problème du réseau ayant la moindre quantité de segments différents ou MLSTP. Dans cet article, l'algorithme génétique possédait un seul paramètre : la taille de la population. De cette manière, le nombre des générations était égal au nombre d'individus dans la population initiale et les probabilités de mutation et de croisement étaient de 100 %. Les deux algorithmes ont été comparés dans 78 cas de MLSTP et l'algorithme génétique s'est avéré être plus performant que le MVCA.

Récemment, Gen, Kumar et Kim [7], ont fait un récapitulatif de plusieurs variantes du MSTP traitées avec une approche évolutionnaire. Parmi elles, sont à noter le problème du réseau minimal avec des degrés restreints ou dc-MST ainsi que le problème du réseau minimal habilité ou c-MST. Ces problèmes correspondent à des applications réelles du MST pour lesquelles il s'avère difficile d'utiliser les algorithmes classiques de résolution du MST comme ceux de Dijkstra, Kruskal, Prim et Sollin. Par exemple, la conception d'un réseau de communication pour lequel on veut limiter la vulnérabilité en cas de panne, ou la construction d'un réseau centralisé. Les résultats présentés mettent en valeur l'utilisation d'algorithmes génétiques hybrides pour résoudre ces types de problèmes.

1.2.2 Travaux concernant l'optimisation des réseaux de transport et distribution des biens

Certains auteurs se sont aussi intéressés à l'étude des réseaux de transport et distribution de biens, afin de diminuer les coûts associés à la logistique. C'est notamment le cas d'un des problèmes abordés par Gen, Kumar et Kim [7]: trouver le réseau minimal

avec charge de transport fixe ou fc-TP. Ce problème consiste à trouver le plan de transport le plus économique pour une marchandise homogène allant d'un nombre déterminé de sources à un nombre déterminé de consommateurs. Les résultats présentés dans l'article ont montré la pertinence d'utiliser un algorithme génétique hybride avec la méthode de codage de Prüfer.

Une version plus complexe du problème de transport ou TP a été étudiée par Syarif et Gen [8] avec un algorithme génétique hybride. Il s'agissait de trouver la stratégie d'affectation la plus raisonnable pour satisfaire les besoins des fournisseurs et des consommateurs sans livrer des biens simultanément à partir de certaines paires de sources prohibées à une même destination, afin de minimiser le coût total. Les auteurs ont proposé un modèle basé sur un algorithme génétique hybride utilisant le codage de Prüfer ainsi qu'un contrôleur logique crépu (FLC) permettant d'adapter les paramètres de l'algorithme génétique en fonction des résultats à chaque génération et l'ont comparé avec d'autres algorithmes génétiques utilisés auparavant par Gen. Les résultats ont montré des temps de calcul plus longs mais des solutions de meilleure qualité.

De même, un problème d'emplacement – affectation pour des centres de distribution multiples a été abordé par Zhou, Min et Gen [9] avec une approche algorithme génétique. Le problème consistait à déterminer le réseau de chaînes d'approvisionnement qui maintient le meilleur équilibre entre coût de transport et service à la clientèle. Les auteurs ont proposé d'étudier le problème avec un modèle basé sur les algorithmes génétiques et la formulation naïve équilibrée des forêts sans boucles. Le modèle a été testé sur des problèmes d'affectation équilibrée connus dans la littérature et s'est avéré efficace.

D'un autre côté, Barthélemy et Flammini [10] se sont intéressés à l'optimisation du trafic dans les réseaux. Ils se sont inspirés des études sur les réseaux aériens ainsi que sur le caractère physique de l'internet et ont proposé une méthode d'optimisation avec une fonction de coût dépendante de la longueur ainsi que du trafic dans chaque lien. Différents types de problèmes sont étudiés en faisant varier les paramètres de la fonction coût. Leur étude a montré que le réseau optimal est organisé hiérarchiquement dans l'espace et que la structure du trafic est complexe. De même, certains réseaux optimaux présentaient des boucles et pouvaient être considérés comme étant la superposition de

plusieurs réseaux en forme d'arbre. La structure optimale dépendait par contre des objectifs à optimiser et pouvait varier d'une structure en forme d'arbre à des structures en forme d'étoile.

1.2.3 Travaux concernant l'optimisation des réseaux transportant des fluides

Par ailleurs, certains auteurs se sont penchés sur l'optimisation des réseaux transportant des fluides. Ces types des réseaux correspondent à des multiples applications d'ingénierie comme les conduites de chauffage ou de refroidissement, les pipelines ou les échangeurs thermiques. Un des premiers travaux concernant l'optimisation des réseaux de pipelines et des conduites est celui présenté par R.J. Tsal et M.S. Adler [11]. C'est un article qui date des années 1980 dans lequel sont expliqués les fondements du problème d'optimisation des réseaux et l'intérêt d'utiliser des méthodes numériques. Les auteurs ont introduit les notions de coût (perte de charge, puissance d'opération, etc.) et contrainte (diamètres nominales ou standards, vitesse maximales, équilibrage de pression, etc.). Une revue des méthodes existantes à l'époque pour optimiser les réseaux a été faite : *Coordinate Descent Method, Penalty Function Method, Lagrange Multipliers Method, Reduced Gradient, Dynamic Programming*. Parmi ces méthodes, les multiplicateurs de Lagrange sont à noter.

Wechsato, Lorente et Bejan ont étudié la structure optimale permettant la distribution d'un fluide du centre vers la périphérie d'un disque, ou vice-versa. Dans [12] il s'agissait de minimiser la résistance de l'écoulement du fluide entre un point et plusieurs points de sortie équidistants situés sur un cercle de rayon R . La longueur minimale d de la structure était fixée et correspondait à la distance entre deux points contigus situés sur le périmètre du cercle. Les résultats ont montré que les structures optimales prenaient une forme de dendrite, et que la performance pouvait être améliorée lorsque le rapport R / d et la taille globale de la structure augmentaient en augmentant la complexité des structures.

En revanche, dans [13] l'optimisation devait répondre à deux objectifs : résistance de l'écoulement fluide globale et résistance thermique globale minimales. Le premier

objectif menait à des structures en forme de dendrite, alors que le deuxième menait à des structures radiales. Par contre, lorsque le nombre de points de sortie sur la périphérie augmentait, la résistance thermique devenait insensible à l'augmentation de la complexité de la structure. Les auteurs ont conclu que, dans la limite où la distance minimale entre deux nœuds contigus diminuait, c'est à dire lorsque le nombre de points de sortie sur la périphérie augmentait, et que la complexité des structures augmentait, c'est-à-dire, lorsqu'on augmentait le nombre d'embranchements à l'intérieur du disque, les structures en forme de dendrite étaient préférables à celles en forme radiale.

D'un autre côté, Gosselin et Bejan se sont intéressés à la structure de la distribution d'un fluide incompressible lorsque l'on cherche à minimiser la puissance de pompage [14-16]. Dans [14], les auteurs ont étudié l'optimisation de la distribution dans une région modélisée par 10 nœuds pour trois régimes d'écoulement différents : laminaire, turbulent lisse et turbulent rugueux. Toutes les solutions possibles ont été analysées pour chaque cas et les réseaux pour lesquels la puissance de pompage était minimale ont été repérés. Ils ont montré que la topologie optimale dépendait du type de régime étudié et pouvait mener à des économies d'énergie significatives. En revanche, elle ne dépendait pas de la gravité. De plus, ils ont démontré que les boucles nuisaient à l'optimisation du point de vue de la minimisation de la puissance de pompage et qu'une formulation simple du problème pouvait être écrite en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

Dans [15] le but était d'étudier l'asymétrie dans la structure des réseaux en forme d'arbre lorsque l'on cherche à minimiser la puissance de pompage avec une approche constructale [17]. Les auteurs se sont penchés sur l'étude de la distribution d'un fluide allant d'un point situé au centre d'un disque vers des nœuds situés sur la périphérie du disque. Ils ont comparé la puissance de pompage des structures optimisées en forme de dendrites avec la puissance de pompage d'un réseau radial, pour lequel chacun des nœuds sur la périphérie était directement relié à la source. Ils ont démontré, entre autres, que l'asymétrie dans la structure des branches était une considération fondamentale si l'on voulait obtenir des résultats performants. De plus, ils ont étudié l'influence des embranchements et du type des branches (en Y et en Ψ) dans l'optimisation ainsi que leur relation avec le nombre de nœuds sur la périphérie du disque : lorsque le nombre des

noeuds sur la périphérie augmentait, on pouvait augmenter le nombre d'embranchements et obtenir des économies d'énergie par rapport au réseau radial d'autant plus élevées.

Dans la plupart des travaux concernant la structure de la distribution d'un fluide le régime était considéré laminaire pleinement développé. Gosselin [16] a étudié ce type de problème sans prendre en compte un régime a priori. Il a considéré que plusieurs régimes pouvaient être présents dans un même réseau (laminaire et turbulent lisse par exemple) et a cherché à optimiser la distribution avec une approche constructale. Parmi les conclusions de l'auteur, on remarque le fait que le passage en régime turbulent est un point de non retour en termes d'optimisation.

1.2.4 Travaux concernant l'optimisation des réseaux de chauffage ou de refroidissement urbains

D'un autre côté, les réseaux de chauffage ou de refroidissement urbains (*district heating or cooling system*, DHS ou DCS) sont une application de la distribution des fluides qui présente beaucoup d'intérêts et qui n'a pas été assez exploitée. En effet, ces réseaux s'opposent aux systèmes conventionnels de chauffage ou de refroidissement utilisés dans les villes, les campus universitaires ou sites industriels par le fait qu'ils utilisent une unité centrale de chauffage, placée souvent en dehors de la ville et un système qui permet de transporter le fluide chaud vers des échangeurs thermiques situés en chaque point de consommation. Cette approche permet de mieux contrôler les émissions polluantes, mieux gérer l'efficacité des systèmes thermiques et d'utiliser des sources thermiques alternatives comme l'énergie géothermique. Certains auteurs [18-20] se sont intéressés à l'optimisation de la gestion de tels réseaux afin de minimiser les coûts. Une des approches consiste à exploiter le système pour pouvoir générer de l'électricité lorsque la demande en chauffage diminue (*combined heat and power plant* ou CHP).

Ainsi, Aringhieri et Malucelli [18] ont abordé le problème de l'optimisation de la gestion des opérations et de la planification des réseaux CHP. Ils ont introduit un modèle linéaire pour optimiser, chaque jour, la gestion des ressources dans un DHS avec trois

sources d'énergie différentes (géothermique, cogénération et gaz), dans une ville d'Italie. De même, ils ont étudié l'optimisation de la température de retour ou température du fluide froid. Pour cela, ils ont analysé le problème du choix des échangeurs thermiques installés dans les points de consommation. Leurs résultats ont confirmé la pertinence de leur modèle linéaire et ont mis en évidence des améliorations possibles pour le système de chauffage de la ville.

De même, Rolfsman [19] a évalué les investissements optimaux pour la distribution (offre) et la consommation (demande) dans des réseaux CHP municipaux. Du point de vue de l'offre, des investissements peuvent être faits au niveau des centrales thermiques afin d'optimiser les coûts. Du point de vue de la demande, investir dans l'isolation des bâtiments peut s'avérer une bonne stratégie d'optimisation. Afin d'évaluer l'impact de ces investissements sur les coûts, la municipalité en question (Linköping, Suède), considérée comme un système d'énergie, a été analysée avec un modèle mixte entier – linéaire de programmation ou MILP, avec des pas de temps de 3h pour mieux prendre en compte les différentes variations. L'approche utilisée par Rolfsman a donné des résultats intéressants ouvrant la voie pour approfondir et améliorer ce type d'étude.

D'un autre côté, Yildirim, Toksoy et Gökçen [20] ont étudié les bénéfices de l'implantation d'un DHS dans le campus d'une université ayant un système de chauffage par chaudières individuelles. Ils ont envisagé l'utilisation d'une source géothermique et ont considéré deux types de chauffage pour le DHS : avec une pompe à chaleur et avec une chaudière. Les deux possibilités ont été évaluées selon la méthode du taux de retour interne en considérant un débit constant et des températures de retour variables. Les résultats ont montré que l'utilisation d'une pompe à chaleur représentait le plus gros investissement mais générerait les coûts d'opération les plus bas.

1.2.5 Conclusions tirées de la revue bibliographique

On peut constater l'intérêt que présentent les systèmes de distribution dans les domaines d'ingénierie. En effet, être capable de concevoir des réseaux de transport ou de distribution optimaux est devenue une obligation pour les ingénieurs. Cependant, dans

les domaines du transfert thermique et de la mécanique des fluides, les études qui ont été faits jusqu'à maintenant sont limités à des problèmes de faible dimension ou de dimension modérée étant donné la difficulté à évaluer toutes les possibilités et l'absence d'algorithmes de calcul performants. De plus, dans la plupart de ces études, des hypothèses concernant la structure des réseaux sont établies à l'avance, limitant de par ce fait leur étendue.

1.3 Objectifs et méthodologie

L'objet de ce mémoire est de développer un outil d'optimisation basé sur un algorithme génétique pour les problèmes de distribution de fluides incompressibles, soumis à certaines contraintes et en minimisant un certain coût. Cet outil doit permettre l'optimisation des réseaux à grande échelle, c'est-à-dire, des réseaux avec un grand nombre de nœuds consommateurs.

Pour cela, nous formulerons d'abord des hypothèses nous permettant de simplifier le problème physique du transport d'un fluide et nous définirons le modèle mathématique. Ce dernier sera basé sur la mécanique des fluides incompressibles et la méthode des multiplicateurs de Lagrange (chapitre II). Le cas particulier du transport de gaz naturel sera étudié en annexe (annexe I).

Par la suite, le modèle numérique sera établi, fondé sur les algorithmes génétiques et la méthode de codage des réseaux proposé par Prüfer (chapitre III). Nous démontrerons que l'utilisation d'un algorithme génétique est bien adaptée à notre problème et permet, sinon de trouver la meilleure configuration, du moins d'en trouver une qui s'en approche suffisamment avec une puissance de calcul raisonnable (chapitre IV).

De même, nous explorerons d'autres techniques d'optimisation comme l'utilisation des points d'embranchement non consommateurs dits de Gilbert-Steiner, servant à diminuer la puissance de pompage (chapitre V) ainsi que la recherche locale et la mutation ciblée (chapitre VI).

Par la suite, nous nous intéresserons à des problèmes de distribution de fluides complexes : la distribution optimale qui minimise la puissance de pompage d'un fluide

incompressible lorsque les nœuds consommateurs sont placés sur la périphérie d'un disque et sur la surface d'une sphère (chapitre VI).

Finalement, l'étude des réseaux de chauffage urbains sera abordée (chapitre VII). L'objectif à minimiser cette fois-ci sera l'ensemble des coûts associés à l'installation et l'opération d'un tel système. Nous utiliserons l'analyse économique des coûts afin d'amortir sur plusieurs années les coûts d'achat et d'installation. En ce sens, notre problème se rapprochera des problèmes réels auxquels sont confrontés les ingénieurs lors de l'élaboration de projets à grande échelle. Nous démontrerons, grâce à nos résultats, que notre programme effectue une optimisation très satisfaisante en termes d'économie des coûts, dans des temps de calcul avantageux et qui nous permet d'étudier des problèmes à grande dimension.

Par ailleurs, toute la programmation dans ce mémoire sera effectuée avec le logiciel MATLAB version 7 [21]. Aussi, des fonctions existantes dans la boîte à outils GA de ce logiciel permettant d'effectuer les opérations de sélection, croisement, mutation et réinsertion de l'algorithme génétique seront utilisées.

Chapitre II

Modèle mathématique

Dans ce chapitre nous allons établir le modèle mathématique nous permettant de minimiser la puissance de pompage dans un système de transport ou de distribution d'un fluide quelconque : eau, gaz, pétrole, air, etc. L'hypothèse d'incompressibilité est adoptée durant toute l'étude. Le cas du transport de gaz naturel sera traité en annexe (cf. A.1).

2.1 Détermination de la puissance de pompage dans un conduit

Pour un écoulement incompressible, la puissance de pompage dans un conduit peut être calculée avec l'équation suivante [22] :

$$\dot{W} = (P_1 - P_2) \frac{\dot{m}}{\rho} \quad (2.1)$$

L'expression de la perte de charge dans le conduit dépend du régime de l'écoulement : laminaire ou turbulent et du type de paroi de la conduite : lisse ou rugueuse. D'une manière générale, elle peut s'écrire [22] :

$$P_1 - P_2 = f \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{u}^2}{2} \quad (2.2)$$

où f est le facteur de friction qui caractérise à la fois le régime et le type de paroi. Pour un écoulement laminaire pleinement développé dans un conduit de section circulaire, ce coefficient s'écrit [22] :

$$f = \frac{64\mu}{\bar{u}D\rho} \quad (2.3)$$

Pour les écoulements turbulents, il existe beaucoup de corrélations permettant de déterminer f . Par exemple, pour les réseaux de gaz naturel, une relation très utilisée est celle de Gaz de France, connue aussi sous le nom de corrélation de Renouard [23] :

$$f = 0.172 \left(\frac{\bar{u} D \rho}{\mu} \right)^{-0.18} \quad (2.4)$$

Pour les écoulements turbulents pleinement développés dans des tuyaux lisses, on utilise souvent l'expression [26] :

$$f = 0.046 \left(\frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} \right)^{-1/5} \quad (2.5)$$

De manière générale, nous pouvons montrer que, pour un fluide incompressible, la puissance de pompage s'écrit :

$$\dot{W} = C \frac{\dot{m}^\alpha L}{D^\beta} \quad (2.6)$$

C, α et β étant des constantes positives qui dépendent du facteur de friction f . Plusieurs valeurs de ces constantes pour différentes corrélations du facteur de friction sont répertoriées dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 Valeurs de C, α et β pour différentes corrélations de f

	$f = \frac{64\mu}{\bar{u}D\rho}$	$f = 0.046 \left(\frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} \right)^{-1/5}$	$f = 0.172 \left(\frac{\bar{u}D\rho}{\mu} \right)^{-0.18}$
C	$40.74 \frac{\mu}{\rho}$	$0.0354 \frac{\mu^{1/5}}{\rho^2}$	$0.1335 \frac{\mu^{0.18}}{\rho^2}$
α	2	14/5	2.82
β	4	24/5	4.82

2.2 Puissance de pompage minimale dans un graphe composé de N nœuds

Gosselin et Bejan ont démontré que les boucles nuisent à l'optimisation lorsque l'on cherche à minimiser la puissance de pompage dans un système de distribution [14]. Dans les systèmes réels les boucles existent pour des questions de sécurité et de maintenance, mais ne sont pas nécessairement actives. Pour cette raison, dans ce mémoire nous n'en tiendrons pas compte. En ce sens, lorsque nous parlerons de réseau nous nous

référerons à un arbre (cf. figure 2.1), c'est-à-dire un graphe connecté ne comportant pas de cycles ou de boucles. De même, le nombre total des nœuds présents dans le graphe constituera la dimension du problème.

Si l'on considère un réseau de dimension N , où la perte de charge dans les jonctions est négligée et où la température du fluide ne varie pas, la puissance de pompage totale peut être exprimée de la manière suivante :

$$\dot{W} = C_f \sum_{e=1}^{N-1} \dot{m}_e^\alpha \frac{L_e}{D_e^\beta} \quad (2.7)$$

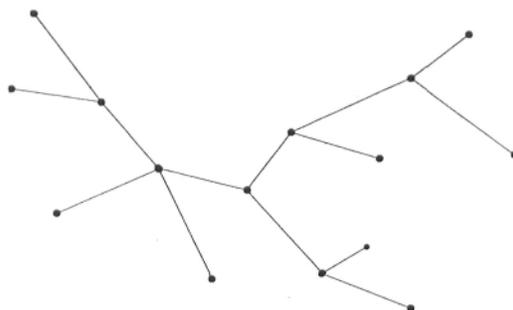


Figure 2.1 Exemple de graphe connecté ne comportant pas des boucles

Notre objectif est donc de trouver le réseau pour lequel la puissance de pompage \dot{W} est minimale, en tenant compte de deux types de contraintes. Une contrainte de volume pour le réseau entier (2.8) et une contrainte de continuité pour chaque jonction (2.9) :

$$V = \sum_{e=1}^{N-1} \left(\pi \frac{D_e^2}{4} L_e \right) \quad (2.8)$$

$$\dot{m}_{ci} = \sum_{j \neq i} \dot{m}_{e(i,j)} \quad \text{pour chaque nœud } i \text{ du réseau} \quad (2.9)$$

où j est l'indice de tous les nœuds branchés au nœud i . \dot{m}_{ci} correspond au débit massique consommé au nœud i , il peut être positif ou négatif selon que le nœud est consommateur ou distributeur. $\dot{m}_{e(i,j)}$ représente le débit massique entre les nœuds i et j , il peut être positif ou négatif selon qu'il va du nœud j vers le nœud i ou vice versa.

2.2.1 Formulation du problème d'optimisation avec des variables adimensionnelles

Afin de diminuer le nombre de variables à étudier, nous définissons les paramètres sans dimension suivants :

$$\begin{aligned}\tilde{m} &= \frac{\dot{m}}{\mu V^{1/3}}, \quad \tilde{L} = \frac{L}{V^{1/3}} \\ \tilde{D} &= \frac{D}{V^{1/3}}, \quad \tilde{W} = \frac{W}{C_f \mu^\alpha V^{\frac{\alpha-\beta+1}{3}}}\end{aligned}\quad (2.10)$$

De cette manière, nous arrivons à la forme adimensionnelle du problème d'optimisation posé par les équations (2.7) - (2.9) :

$$\text{Minimiser} \quad \tilde{W} = \sum_{e=1}^{N-1} \tilde{m}_e^\alpha \frac{\tilde{L}_e}{\tilde{D}_e^\beta} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}\text{En respectant les contraintes} \quad f(\tilde{D}_e) &= \sum_{e=1}^{N-1} (\tilde{D}_e^2 \tilde{L}_e) - \frac{4}{\pi} = 0 \\ g_i(\tilde{m}_e) &= \sum_{j \neq i} \tilde{m}_{e(i,j)} - \tilde{m}_{ci} = 0\end{aligned}\quad (2.12)$$

Dans le cas où l'on étudie un système de dimension N , la fonction à minimiser possède $2(N - 1)$ inconnues, la position des nœuds (distances relatives) étant fixée au départ. Les inconnues sont les deux variables par tuyau \tilde{D}_e et \tilde{m}_e . Notre fonction coût est ainsi sujette à $N + 1$ contraintes, ce sont les contraintes (2.12).

2.2.2 Méthode des multiplicateurs de Lagrange

Dans cette section nous allons expliquer la méthode mathématique nous permettant de résoudre le problème posé par les équations (2.11) et (2.12), à savoir la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les lecteurs familiarisés avec cette méthode mathématique peuvent passer directement à la conclusion de ce chapitre.

Tel qu'il a été posé dans la section précédente, notre problème est équivalent au problème d'optimisation exposé par Gosselin et Bejan [14]. Dans cet article, les auteurs ont trouvé une formulation simple du problème leur permettant d'étudier la distribution

optimale d'un fluide incompressible en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange [24]. Dans cette section, nous nous inspirons de la démarche suivie dans [14] pour formuler mathématiquement notre problème.

En utilisant les multiplicateurs de Lagrange, le problème d'optimisation posé par (2.11) et (2.12) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{D}_e} &= \lambda_0 \frac{\partial f}{\partial \tilde{D}_e} + \sum_{i=1}^N \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{D}_e} \\
 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{m}_e} &= \lambda_0 \frac{\partial f}{\partial \tilde{m}_e} + \sum_{i=1}^N \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{m}_e} \\
 f &= \sum_{e=1}^{N-1} (\tilde{D}_e^2 \tilde{L}_e) - \frac{4}{\pi} = 0 \\
 g_i &= \sum_{j \neq i} \tilde{m}_{k(i,j)} - \tilde{m}_{ci} = 0
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

De cette manière sont introduits $N + 1$ inconnues (λ_i pour i allant de 0 jusqu'à N) : ce sont les multiplicateurs de Lagrange. En explicitant les 2 premières équations de (2.13) nous pouvons écrire :

$$\lambda_0 = -\frac{\beta}{2} \frac{\tilde{m}_e^\alpha}{\tilde{D}_e^{\beta+2}} \tag{2.14}$$

$$\lambda_i - \lambda_j = \alpha \frac{\tilde{m}_e^{\alpha-1} \tilde{L}_e}{\tilde{D}_e^\beta} \tag{2.15}$$

En regardant l'équation (2.14), nous constatons que pour chaque tuyau e , le rapport entre son débit massique et son diamètre est constant et égal au multiplicateur de Lagrange λ_0 (à une puissance et un coefficient β près). Si nous nous intéressons maintenant à l'équation qui détermine le coût total de pompage dans un réseau (2.11), nous y retrouvons ce même rapport. Nous comprenons donc l'importance d'y faire apparaître le multiplicateur λ_0 afin de simplifier la sommation. De cette manière, en introduisant l'équation (2.14) dans l'équation (2.11) et en tenant compte de la contrainte de volume (2.12) nous pouvons exprimer la puissance totale de pompage en fonction du paramètre λ_0 de la manière suivante:

$$\tilde{W} = \frac{4}{\pi} \left(-\frac{2\lambda_0}{\beta} \right) \quad (2.16)$$

Aussi, en explicitant le diamètre de chaque tuyau \tilde{D}_e avec l'équation (2.14) et en l'introduisant dans la contrainte de volume (2.12) nous pouvons définir un facteur *coût par unité de longueur* qui s'écrit : $\tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}}$. En faisant apparaître ce facteur dans l'équation de la puissance totale de pompage (2.11) nous retrouvons, dans l'équation (2.17), l'expression simplifiée de la puissance totale de pompage (2.16) à une puissance près :

$$\frac{4}{\pi} \left(-\frac{2\lambda_0}{\beta} \right)^{\frac{2}{\beta+2}} = \sum_{e=1}^{N-1} \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e \quad (2.17)$$

Étant donné que nous cherchons à minimiser le terme de gauche de l'équation (2.17), notre problème consiste à trouver le réseau pour lequel le terme de droite est minimum. En d'autres termes, nous pouvons formuler le problème de la manière suivante : soit un graphe formé par N points. Trouver le réseau qui connecte les N points et pour lequel $\sum \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e$ est minimum. Les débits massiques en chaque nœud ou consommations des nœuds et les distances relatives \tilde{L}_e sont des données du problème. Une fois que nous avons trouvé la configuration pour laquelle la puissance de pompage est minimum on peut déterminer λ_0 avec l'équation (2.17) et déduire le diamètre de chaque tuyau à partir de l'équation (2.14).

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons formulé mathématiquement le problème d'optimisation d'un système transportant un fluide incompressible en minimisant une fonction coût soumise à deux types de contraintes.

Nous avons choisi comme fonction coût la puissance de pompage étant donné qu'elle représente une véritable dépense énergétique. Aussi, nous avons fixé comme contraintes le volume total du réseau et la continuité de masse dans chacune des

jonctions. La première contrainte traduit le besoin de minimiser le volume de fluide circulant dans le réseau [25] et le coût des tuyaux. Or, ces coûts sont proportionnels aux diamètres des tuyaux, d'où l'intérêt de limiter le volume total du réseau. De cette manière, la topologie pour laquelle le terme $\sum \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e$ est minimum contient implicitement les diamètres optimaux de chaque tuyau. La deuxième contrainte traduit la continuité de matière dans le réseau et donc l'absence des pertes dans le système. Pour résoudre le problème d'un point de vue mathématique nous avons fait appel à la méthode des multiplicateurs de Lagrange, ce qui nous a permis de reformuler le problème d'une manière simple et facile à programmer.

Dans le chapitre suivant, nous établirons le modèle numérique et l'algorithme de calcul nous permettant de mettre en place l'optimisation développée tout au long de ce chapitre.

Chapitre III

Modèle numérique pour représenter un réseau et Algorithme génétique (AG) permettant l'optimisation d'un système de distribution

Dans ce chapitre nous décrivons de manière approfondie le modèle numérique et l'algorithme de calcul qui nous permettront de minimiser la puissance de pompage dans un système de distribution. Le modèle numérique est basé sur la théorie des graphes [1] et la méthode de codage des réseaux proposée par Prüfer [5]. L'algorithme de calcul est un AG qui effectue la recherche des solutions optimales, muni d'un codage binaire – décimal qui permet de faire le traitement numérique des données. Les lecteurs familiarisés avec le fonctionnement des AG peuvent se rendre directement au chapitre IV de ce mémoire.

3.1 Méthode de codage des réseaux proposée par Prüfer

Soient N nœuds consommateurs ou distributeurs. Il est facile à démontrer qu'il existe N^{N-2} réseaux différents liant les N nœuds [1]. Notons R un de ces réseaux. Nous définissons le degré $\delta(i)$ d'un nœud comme étant le nombre de segments ou tuyaux qui sont liés à ce nœud et l'indice d'un nœud comme étant le numéro, compris entre 1 et N , qui lui est attribué pour l'identifier. De plus, nous notons M un mot, composé de $N - 2$ lettres a_i appartenant à l'alphabet des N nombres 1, 2, 3, ..., N .

La méthode de codage développée par Prüfer permet de faire une correspondance bijective entre R et M . Étant donné que pour un ensemble de nœuds N il y a N^{N-2} possibilités différentes de les relier, il y aura aussi N^{N-2} mots différents, composés de $N - 2$ lettres a_i . De cette manière, la procédure pour transformer R en M s'écrit :

Procédure 3.1

- 1) $i \leftarrow 1$
- 2) Parmi tous les nœuds de degré 1 de R, on appelle j celui qui a l'indice le plus petit. Effacer j et son segment correspondant. L'i-ème lettre de M est l'indice du nœud qui était lié à j
- 4) Si $i = N - 2$, arrêter la procédure
- 5) $i \leftarrow i + 1$, aller à l'étape 2

De même, nous disons que le degré de a_i est égal au nombre de fois qu'apparaît a_i dans M plus 1. Ainsi, la procédure inverse pour transformer M en R s'écrit :

Procédure 3.2

- 1) $i \leftarrow 1$
- 2) Soit j le nœud avec le plus petit indice et tel que $\delta(j) = 1$. Relier avec un segment les nœuds j et a_i , faire $\delta(j) \leftarrow 0$, $\delta(a_i) \leftarrow \delta(a_i) - 1$
- 3) Si $i = N - 2$, créer un segment entre les deux nœuds dont le degré est égal à 1 et arrêter l'algorithme
- 4) $i \leftarrow i + 1$, aller à l'étape 2

Dans l'exemple de la figure 3.2.a, qui sera décrite plus loin, nous avons $\delta(3) = 5$, $\delta(1) = 2$ et le degré des autres nœuds = 1. En suivant la procédure 3.1 nous trouvons M = 13333. Dans ce mémoire nous utiliserons cette méthode pour représenter numériquement une topologie.

3.2 Algorithme génétique

Tel que cela a été dit au chapitre I de ce mémoire, les AG ont pris de l'importance au cours des dernières années dans le domaine de l'optimisation des réseaux en raison de leur bonne performance pour calculer des réseaux minimums, problèmes qualifiés de NP-difficiles [3, 4, 6-9]. En effet, ces algorithmes évolutionnaires sont des outils de calcul très puissants car ils permettent d'explorer rapidement un grand espace de design et

donnent des résultats d'optimisation très satisfaisants. C'est pour cette raison que dans ce mémoire nous avons décidé d'utiliser un AG.

3.2.1 Présentation des AG

L'idée de base derrière les algorithmes évolutionnaires est de s'inspirer des processus évolutifs qui ont lieu dans la nature afin de résoudre des problèmes mathématiques non linéaires. En ce sens, on retrouve dans le lexique des AG les termes génération, individu, parents, enfants, mutation, etc. Dans notre cas, nous appelons individu un réseau ou un design, représenté numériquement par le mot qui lui est associé (cf. section 3.1). Sa performance ou son objectif est la fonction coût que nous cherchons à minimiser, par exemple, le coût de pompage.

D'une manière générale, un AG consiste en cinq étapes réalisées en boucle pendant un nombre de générations jusqu'à ce qu'un des critères d'arrêt soit validé (cf. figure 3.1). Les étapes qui interviennent dans le processus d'optimisation sont : la sélection des parents, le croisement ou la reproduction pour générer les enfants, la mutation des enfants, l'évaluation de ces derniers et leur réinsertion dans la nouvelle population. Les critères d'arrêt peuvent prendre différentes formes en fonction du type de problème traité. Dans notre cas, l'algorithme s'arrête lorsque le nombre de générations depuis le début du calcul est égal à G_{\max} ou si le nombre de générations sans amélioration des objectifs est égal à G_{stall} . Dans la figure 3.1 on illustre la structure générale de l'AG que nous employons.

La plupart des AG disponibles utilisent un codage en base 2 pour les fonctions de sélection, croisement, mutation et réinsertion. C'est notamment le cas de la boîte à outils GA de MATLAB que nous employons dans ce mémoire. Cependant, le modèle numérique dont nous nous servons pour coder et calculer la performance des réseaux fonctionne avec des nombres entiers (cf. chapitre II et section 3.1). C'est pourquoi, lorsque nous couplons l'AG avec notre modèle numérique nous devons, soit ajuster le codage binaire utilisé par l'AG afin qu'il soit compatible avec le reste du traitement, soit adapter les différentes fonctions qui interviennent dans l'AG pour qu'elles puissent

travailler avec des nombres entiers. La première approche a été choisie dans le chapitre IV, la première partie du chapitre V ainsi que dans le chapitre VII par souci de simplicité. La manière dont le codage a été adapté est expliquée dans la section 3.3. En revanche, pour la deuxième partie du chapitre V et pour le chapitre VI nous avons choisi la deuxième approche (cf. chapitre V et VI).

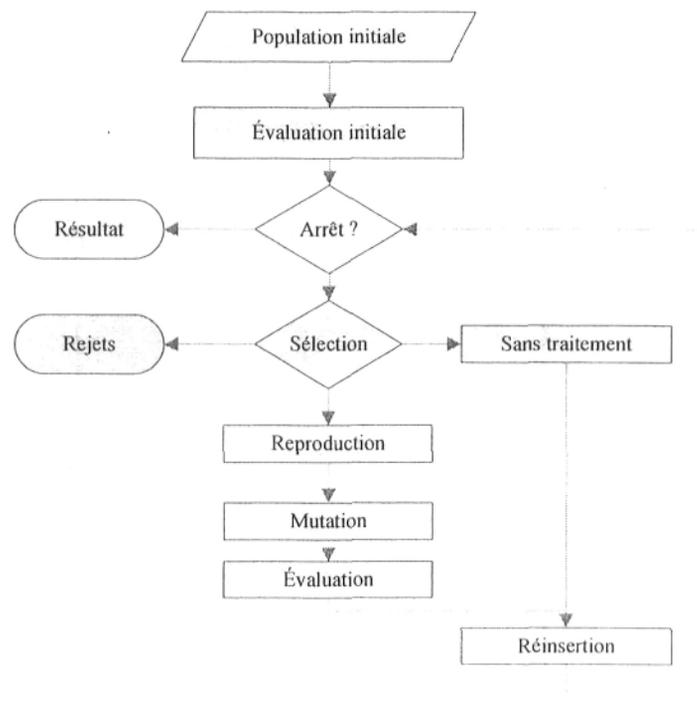


Figure 3.1 Structure générale de l'AG utilisé

3.2.2 Population initiale

Dans notre AG, la population initiale (cf. figure 3.1) de mots ou d'individus est générée de manière aléatoire. Numériquement, il s'agit d'un tableau avec autant de lignes qu'il y a d'individus dans la population et avec un certain nombre de colonnes, dépendant principalement de la quantité des nœuds constituant le réseau. Le nombre de colonnes peut être constant pour l'ensemble des individus ou varier, dépendamment du type de problème traité (cf. chapitre V et VI). Chaque ligne du tableau contient des informations

de chaque individu, codées selon la base choisie. Cette base peut être binaire ou décimale avec des nombres entiers, le choix dépendra principalement de la complexité du problème (cf. 3.3). De plus, pour que l'utilisation de l'AG soit justifiée dans notre cas, le nombre de solutions évaluées par l'AG doit être beaucoup plus petit que le nombre total de possibilités à évaluer existants dans un graphe de dimension N , c'est à dire N^{N-2} .

3.2.3 Évaluation de la population

La fonction *Évaluation de la population* (cf. figure 3.1) que nous utilisons doit calculer, pour chaque individu, l'objectif à minimiser $\sum \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e$ (cf. chapitre II). D'une manière générale, un individu est évalué en 4 étapes qui sont la lecture du mot, la construction du réseau, l'évaluation des débits et le calcul du coût. Ces étapes sont expliquées ci-dessous.

Premièrement, le degré de tous les nœuds consommateurs est initialisé à 1, voire le degré minimal pour que le graphe soit connecté [1], ensuite le mot est lu : l'attribution des degrés est effectuée en fonction du nombre de fois qu'apparaît l'indice du nœud dans le mot. À la fin de cette étape nous avons un vecteur *Degré* qui nous indique le degré de chaque nœud. L'ensemble des degrés de chaque nœud est une propriété qui caractérise chacun des réseaux [1].

Pour construire le réseau, nous utilisons la méthode de Prüfer (cf. section 3.1) permettant de transformer un mot en un réseau. En effet, établir un segment entre deux nœuds revient à repérer la distance qui les sépare \tilde{L}_e . À la fin de cette étape, un vecteur *Longueurs* est construit.

De même, d'après le paragraphe 2.16, pour chaque réseau nous devons calculer la quantité $\sum \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e$. Même si les consommations des nœuds sont fixées dès le départ, les débits circulant dans les tuyaux varient avec la topologie du réseau. Notre programme permet d'évaluer les débits dans les tuyaux correspondants à chaque mot ou réseau. Cette

évaluation se fait en deux étapes réalisées en boucles jusqu'à ce que tous les débits aient été évalués :

Procédure 3.3

$N/2$ fois ou tant qu'il restent des nœuds

1) Repérer tous les nœuds ayant un degré égal à 1

2) Éliminer ces nœuds, ainsi que les tuyaux qui leur sont affectés.

La nouvelle consommation des nœuds restants est égale à leur ancienne consommation plus la consommation des nœuds de degré égal à 1 qui étaient liés à eux

Par exemple, dans le cas du réseau de la figure 3.2-a, les nœuds dont le degré est égal à 1 sont : 2, 4, 5, 6 et 7. Les débits circulant dans les tuyaux reliés à ces nœuds seront égaux à la consommation de ces nœuds. Le débit dans le tuyau 3-6 sera égal à la consommation du nœud 6 et ainsi de suite. Ensuite, la nouvelle consommation du nœud 3 sera égale à son ancienne consommation plus la consommation des nœuds 7, 6, 5 et 4. De cette manière un nouveau réseau R' en résulte (cf. figure 3.2-b). Après cela, nous reprenons la première étape de la procédure 3.3 avec le nouveau réseau R' jusqu'à ce qu'il n'y ait plus des nœuds dans le graphe. Nous pouvons démontrer que pour un réseau de dimension N , cette procédure doit être répétée, au maximum, $N / 2$ fois pour pouvoir évaluer tous les débits. À la fin de l'évaluation des débits un vecteur *Débits* est créé.

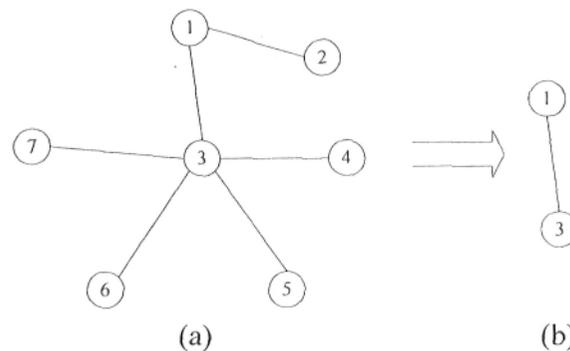


Figure 3.2 Exemple de réseau (a) R transformé en réseau (b) R' en suivant la procédure 3.3 qui permet d'évaluer les débits

Pour déterminer le coût associé au réseau, nous calculons la quantité $\sum \tilde{m}_e^{\frac{2\alpha}{\beta+2}} \tilde{L}_e$ en multipliant les vecteurs $(Débits)^{2\alpha/\beta+2}$ et $(Longueurs)$. Le résultat correspond au coût associé à l'individu. Une fois que nous avons évalué tous les individus nous obtenons un vecteur *Objectifs* contenant les résultats de toute la population.

Lorsque l'AG utilise un codage binaire, la fonction *évaluation de la population* doit être calculée à partir de la représentation décimale de la population, c'est-à-dire le phénotype de la population.

3.2.4 Fonction sélection

A partir de la fonction *Évaluation des individus*, l'AG effectue une sélection des individus qui deviendront les parents en attribuant à chacun une valeur en fonction de ses performances (*fitness*). Cette sélection est effectuée par notre AG en suivant la méthode de sélection universelle stochastique ou SUS (*Stochastic Universal Sampling*) [27]. De cette manière les meilleurs individus se voient attribuer la valeur maximale et les plus mauvais la valeur minimale, ce sont les *rejets* (cf. figure 3.1). Le reste des individus prendra des valeurs proportionnelles à leur performance, comprises entre ces deux bornes. Ensuite a lieu la sélection des parents. L'objectif étant que seuls ceux qui possèdent les meilleures caractéristiques, c'est-à-dire les plus faibles coûts, soient conservés pour générer la nouvelle population.

3.2.5 Fonction reproduction ou croisement

Par la suite, la fonction *reproduction* (cf. figure 3.1) réalise un croisement par paires des individus sélectionnés pour être les parents pour former la nouvelle population d'enfants. Le but de ce croisement est de conserver, d'une génération à l'autre, les morceaux des mots ou informations génétiques qui donnent des bons résultats d'optimisation. Il existe différentes manières d'effectuer le croisement qui s'adaptent plus ou moins bien aux différents types de problèmes. Par exemple, nous pouvons choisir de

faire un croisement en découpant chacun des deux parents en un seul point (*single point crossover*) ou en plusieurs points (*multi point crossover*), puis en échangeant les morceaux pour créer deux enfants (cf. figure 3.3). Cette fonction peut travailler avec des individus codés en binaire ou en décimale. Cependant, dans notre cas particulier, le croisement nécessite soit une fonction de vérification pour être sûrs que les enfants respectent les règles de notre codage soit des mécanismes de croisement spéciaux (cf. 3.3, chapitre V et VI). Après croisement, la nouvelle population sera à nouveau évaluée, sélectionnée et croisée, pendant G générations.

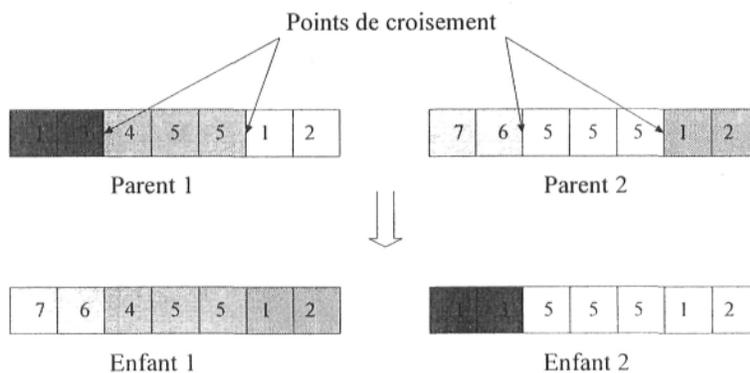


Figure 3.3 Exemple de croisement en deux points

3.2.6 Fonction mutation

Le rôle de la fonction *mutation* est de permettre d'explorer au maximum le domaine de design et d'éviter ainsi les solutions locales ou les convergences prématurées. De la même manière que la fonction de croisement, cette fonction peut agir sur les individus codés en base 2 ou en décimal, mais nécessite elle aussi une fonction de vérification ou bien des mécanismes de mutation spéciaux. Le mécanisme de mutation de base consiste à choisir un ou plusieurs individus (en fonction du taux de mutation) au hasard, puis muter une de ses lettres. D'autres types de mutation plus sophistiqués peuvent être utilisés pour certains types de problèmes plus complexes (cf. chapitre VI).

3.2.7 Fonction réinsertion

Finalement, le rôle de la fonction *réinsertion* (cf. figure 3.1) est de compléter la population courante avec les enfants créés. En effet, à chaque génération, seule une partie de la population courante est sélectionnée pour être croisée et mutée. Les individus non sélectionnés restent inchangés dans la population. Parmi les individus non sélectionnés se trouve notamment le meilleur individu de la génération précédente. De cette manière, si un des enfants créés n'améliore pas la performance du meilleur individu, nous sommes sûrs de ne pas perdre cette solution. C'est le principe du multi élitisme [2]. C'est pour cette raison qu'à chaque itération il doit y avoir un processus de réinsertion, basé sur la performance de chaque individu, afin de garder le même nombre d'individus par génération.

3.3 Codage binaire - décimal

Tel que nous l'avons dit à la section 3.2.1, le modèle mathématique que nous avons défini au chapitre II utilise des nombres réels, or l'AG que nous utilisons intègre des fonctions qui travaillent avec un codage en base 2. C'est pourquoi, lorsque nous utilisons ces fonctions en binaire nous devons adapter notre programme pour qu'il puisse travailler à la fois en décimal et en base 2. Dans cette section nous expliquons de quelle manière est effectué le couplage binaire – décimal.

Soient N nœuds consommateurs ou distributeurs. Nous définissons un domaine $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$ tel que, chaque lettre d'un mot soit une variable qui puisse prendre des valeurs dans Ω . En ce sens, un mot est donc une série d'éléments de Ω dont la longueur est égale à $N - 2$. Par exemple, dans le cas avec 10 nœuds nous pouvons écrire le mot : 12345678. Chaque nombre est codé en binaire avec une certaine précision (un certain nombre de bits), le mot devient alors une suite de nombres binaires dont la longueur va être égale à $(N - 2) \times (\text{PRÉCISION})$, par exemple 0011001011100001. Lorsque cette suite de nombres binaires est introduite dans l'AG nous l'appelons un individu. Comme nous pouvons l'imaginer, la précision du codage en binaire dépend du nombre de nœuds

N . En effet, avec N bits on peut coder 2^N valeurs. Dans la réalité nous savons que pour coder N valeurs différentes nous avons besoin de n bits, n étant le plus petit entier naturel satisfaisant $2^n \geq N$. Un conflit existe lorsque $N \neq 2^m$, $m \in \mathbb{N}^+$, car nous coderons des valeurs plus grandes que N . Par exemple, si nous prenons 5 nœuds, nous devons utiliser 3 bits car $2^2 = 4$ et $2^3 = 8$, or avec ce codage les valeurs 6, 7 et 8 sont codées aussi. Ces trois dernières valeurs sont nuisibles à notre problème d'optimisation car elles risquent d'apparaître dans un mot alors qu'elles ne correspondent pas à un nœud. Pour résoudre ce problème, l'AG que nous utilisons dans les chapitres IV et V repère les nombres qui n'appartiennent pas à notre domaine Ω et les remplace par des nombres choisis de manière aléatoire et qui sont compris entre 1 et N . Dans la figure 3.2 nous retrouvons la suite détaillée de notre programme. Nous pouvons y voir à quelles étapes l'algorithme utilise soit la représentation binaire des individus, soit leur représentation décimale.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons défini le modèle numérique et l'algorithme de calcul nous permettant de trouver un réseau optimal dans un problème de distribution d'un fluide incompressible. Nous avons décrit la structure de notre AG ainsi que chacune des étapes qui le constituent. Un accent a été mis sur le fait que notre modèle mathématique ainsi que la méthode de codage que nous utilisons pour représenter les réseaux travaillent avec des nombres entiers, alors que la plupart des fonctions de notre AG ont été programmées pour travailler avec des nombres binaires. C'est pourquoi, nous devons ajuster les algorithmes à la nature de notre problème. Une première solution est de travailler à la fois en binaire et en entier, tout en vérifiant à chaque génération que les individus en binaire respectent les conditions imposées par notre problème. Une deuxième solution est de redéfinir les fonctions de l'AG pour qu'elles puissent travailler avec des nombres entiers. Cependant, cette deuxième approche étant plus complexe, elle n'a été envisagée qu'à partir de la deuxième partie du chapitre V de ce mémoire. La manière dont les fonctions ont été modifiées sera expliquée dans les chapitres V et VI. La

validation de notre modèle numérique et de notre AG sera faite au cours du prochain chapitre.

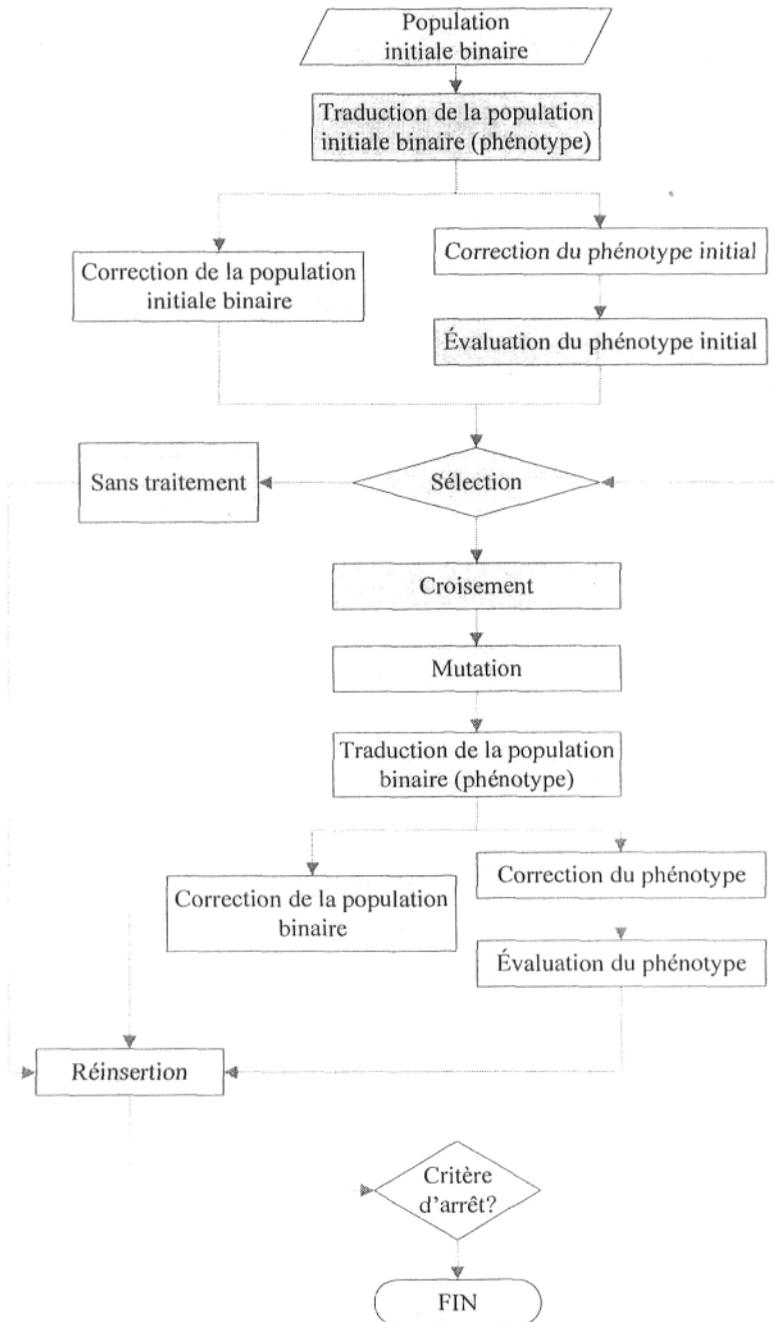


Figure 3.4 Structure de l'AG avec codage binaire et codage en base 10

Chapitre IV

Validation du modèle numérique et de l'AG avec un problème d'optimisation issu de la littérature

Les AG sont basés sur des principes probabilistes et de sélection naturelle [2]. C'est pourquoi nous pouvons nous questionner sur leur stabilité quand nous les utilisons pour optimiser un système comme celui dont fait l'objet ce mémoire et pour lequel la fonction objectif varie abruptement dans l'espace de design. À ce sujet, deux critères nous intéressent principalement : la répétabilité et la finesse des résultats. Le but de ce chapitre est de valider notre modèle numérique et notre AG afin de nous assurer qu'ils sont aptes à résoudre des problèmes d'optimisation de distribution des fluides.

4.1 Présentation d'un problème de distribution d'un fluide incompressible issu de la littérature

Gosselin et Bejan ont étudié un problème de distribution d'un fluide comportant 10 nœuds [14]. Dans cet article, le but était de trouver le réseau pour lequel la puissance de pompage était minimale. Toutes les solutions possibles (10^8) ont été évaluées, la topologie optimale pour ce problème est donc connue. De plus, trois types de régimes ont été étudiés : laminaire, turbulent avec surface lisse et turbulent avec surface rugueuse. Les auteurs ont démontré que la solution optimale est celle pour laquelle $\sum \tilde{m}_e^a \tilde{L}_e$ est minimale. En effet, l'exposant a ici est égal au coefficient $2\alpha/(\beta + 2)$, déterminé au chapitre II. Par exemple, dans le cas où le régime considéré est laminaire, nous avons $\alpha = 2$ et $\beta = 4$, d'où $a = 2/3$.

Le problème a été assimilé à celui de la distribution d'eau dans une région de la Caroline du Nord, aux États Unis. Les différentes villes impliquées étaient représentées

par des nœuds avec une consommation relative à la grandeur de la ville. Dans les tableaux 4.1 et 4.2 nous retrouvons les valeurs numériques adimensionnelles des consommations et des distances utilisées pour ce problème. Nous pouvons voir dans le tableau 4.1 une consommation négative pour le nœud 1. En effet, ce nœud représente la source qui alimente les autres nœuds, d'où sa consommation négative.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de reprendre le problème étudié par Gosselin et Bejan avec une approche basée sur les algorithmes génétiques, sans passer par le calcul de toutes les possibilités existantes.

Tableau 4.1 Consommation dans chaque nœud

Nœud	Consommation du nœud	Ville
1	-1577	Durham
2	276	Raleigh
3	76	Wilmington
4	224	Greensboro
5	186	Winston-Salem
6	69	Asheville
7	541	Charlotte
8	17	Elizabeth City
9	121	Fayetteville
10	67	Jacksonville

Tableau 4.2 Distances relatives entre les nœuds

Nœud	10	9	8	7	6	5	4	3	2
1	4.6	2.6	5.9	4.8	8.2	3.1	2.3	5.2	0.7
2	3.9	2.2	5.5	5.2	8.7	3.7	2.9	4.6	
3	2.0	3.1	7.0	7.2	11.0	7.3	6.7		
4	6.6	3.6	8.1	3.1	6.1	0.8			
5	7.3	4.2	9.0	2.7	5.3				
6	11.8	8.4	14.2	3.9					
7	7.8	4.5	10.7						
8	5.1	6.9							
9	3.4								

4.2 Critères d'évaluation pour valider l'AG avec notre problème d'optimisation

Le principe des algorithmes évolutionnaires est probabiliste, c'est pourquoi deux simulations avec les mêmes paramètres et les mêmes données peuvent mener à des résultats différents. Afin de connaître la répétabilité des solutions trouvées par notre AG, chaque optimisation est relancée 10 fois avec le même paramétrage. Ceci nous permet de définir une probabilité P_r de retrouver le bon résultat. Pour ce qui est de la finesse des résultats, nous définissons l'écart relatif, ou erreur relative de la meilleure solution trouvée par l'AG par rapport à la solution optimale trouvée dans [14], de la manière suivante :

$$\Delta_r = \frac{(\dot{W}_{AG} - \dot{W}_{min})}{\dot{W}_{min}} \quad (4.1)$$

4.3 Présentation de l'AG utilisé dans ce mémoire

Nous avons le choix parmi deux types d'AG disponibles dans la boîte à outils d'optimisation GA de MATLAB que nous utilisons. Le premier était un AG simple, comme celui décrit au chapitre précédent, avec une population initiale et des processus de sélection, croisement, mutation et réinsertion. Le deuxième intégrait en plus les notions de sous populations et de migration d'individus entre les sous populations. En effet, nous pouvons considérer des sous-groupes isolés ou sous populations puis, au bout d'un certain temps, échanger certains des individus par un processus de migration.

Nous avons évalués les deux types d'AG et nous avons reportés les résultats en annexe. Nous avons choisi l'AG dit simple, par souci de simplification. En effet, cet algorithme présente moins de paramètres à ajuster et donne des résultats aussi bons que l'AG avec sous populations tout en faisant, en moyenne, moins d'évaluations (cf. annexe A.2).

Les paramètres qui interviennent dans un calcul d'optimisation avec notre AG sont, principalement, le taux de mutation (τ_{mut}), le nombre d'individus par génération (I_{gen}), le pourcentage d'individus sélectionnés pour croisement (τ_{sel}) et le taux d'insertion d'enfants dans la nouvelle population (τ_{ins}). L'ajustement de ces paramètres permettra d'obtenir des résultats plus ou moins performants.

À première vue, le nombre de possibilités pour régler les différents paramètres semble grand, mais pour la plupart l'ajustement, ou plage de variation, est restreint. Par exemple, τ_{mut} doit être assez élevé pour permettre de parcourir le domaine des solutions mais doit rester suffisamment petit pour ne pas nuire au fonctionnement de l'algorithme.

4.4 Étude de la performance de l'AG

Dans cette partie nous avons étudié l'influence des différents paramètres de l'AG sur la qualité des résultats obtenus. L'objectif était de trouver un paramétrage qui donnait des résultats satisfaisants en termes de répétabilité et de finesse. En ce sens, les variables qui nous intéressaient étaient Δ_r et P_r .

Pour cette étude nous avons repris les trois régimes étudiés par Gosselin et Bejan dans [14] : laminaire (L), turbulent lisse (TL) et turbulent rugueux (TR). Les solutions trouvées par notre AG ont été comparées avec les solutions optimales déterminées par les auteurs dans [14], appelées par la suite solutions minimales.

4.4.1 Étude de la performance de l'AG lorsque le régime de l'écoulement est laminaire (régime L)

Gosselin et Bejan ont trouvé que, lorsque le régime considéré était laminaire, le coût de pompage minimum que l'on pouvait avoir était $\tilde{W}_{\min} = 5.633 \times 10^8$. Le réseau optimal correspondant à ce coût minimum est montré à la figure 4.1.

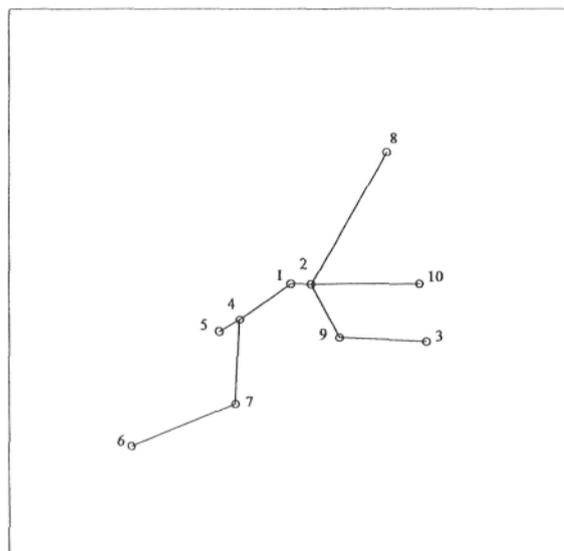


Figure 4.1 Réseau optimal en régime laminaire [14]

Ainsi, nous avons fait varier les différents paramètres de l'AG et nous avons étudié 7 paramétrages différents, répertoriés dans le tableau 4.3 et repérés par les lettres A, B, C, D, E, F, G. Nous pouvons y voir, par exemple, la variation du taux de mutation qui passe de faible (paramétrage A) à élevé (paramétrages F et G). Les résultats obtenus pour cette étude ont été regroupés dans le tableau 4.4. Sur ce même tableau, le critère

E_{moyen} correspond au nombre moyen d'évaluations faites par l'AG, ou nombre moyen de réseaux calculés.

Tableau 4.3 Paramétrages de l'AG étudiés (régime L)

Paramètre	Paramétrage						
	A	B	C	D	E	F	G
G_{stall}	200	200	200	200	200	200	200
I_{gen}	100	100	100	100	100	100	100
τ_{mut}	0.01	0.01	0.05	0.07	0.08	0.1	0.1
τ_{sel}	0.8	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.8

Nous constatons sur le tableau 4.4 une amélioration des résultats lorsque le paramètre τ_{mut} augmente (paramétrages C, D et E). En effet, en agissant ainsi on se déplace d'avantage dans le domaine de recherche des solutions. Cependant, tel que prévu, lorsque ce même taux est trop élevé, la performance chute car les individus changent trop rapidement et le processus « naturel » de l'algorithme n'a pas lieu (paramétrage F).

De même, nous devons mettre un accent sur l'importance du paramètre τ_{sel} . Effectivement, si nous comparons les paramétrages A et B, nous constatons qu'ils sont équivalents en termes de performance, c'est à dire même P_r et Δ_r . Cependant, le paramétrage A a mis, en moyenne, plus de temps pour trouver les résultats car il a dû calculer plus des réseaux. Ceci est dû principalement au fait qu'avec un *pourcentage d'individus sélectionnés* inférieur, il y a moins des combinaisons entre les individus, donc l'exploration de l'espace des solutions qu'effectue l'algorithme est moindre. Effectivement, en regardant le paramétrage G nous constatons qu'il présente une très bonne probabilité de retrouver la solution minimale (90 %) mais le nombre moyen de réseaux calculés est élevé et la surestimation maximale est de l'ordre de 6.7 %.

Finalement, nous remarquons les performances des configurations C, D et E, qui présentent des taux de mutation modérés et dont les P_r sont assez élevées avec des surestimations maximales de l'ordre de 3.7 % (configuration D).

Tableau 4.4 Δ_r pour le régime L

Simulation	Paramétrage						
	A	B	C	D	E	F	G
1	0	0.037	0	0	0	0	0
2	0	0.037	0.077	0	0	0	0
3	0	0.037	0	0	0	0	0
4	0.037	0	0.077	0	0.037	0	0
5	0	0	0	0.037	0	0.010	0.066
6	0	0	0	0	0	0.023	0
7	0.037	0.075	0	0	0.037	0	0
8	0	0.037	0	0	0	0.037	0
9	0.037	0	0	0	0.060	0.037	0
10	0.077	0	0	0	0	0.037	0
$\bar{\Delta}_r$	0.018	0.022	0.015	0.003	0.013	0.014	0.006
σ_r	0.027	0.026	0.032	0.011	0.022	0.017	0.021
E_{moyen}	21636	20980	26893	30088	38818	42184	38484
P_r %	60	50	80	90	70	50	90

Pour cette première étude, nous pouvons conclure sur l'importance de bien ajuster le *taux de mutation* et le *pourcentage d'individus sélectionnés*. En effet, il est important de trouver un paramétrage qui garantit des solutions de qualité, c'est-à-dire un paramétrage avec lequel on obtient des P_r élevés et des Δ_r faibles. De plus, l'algorithme sera d'autant plus performant lorsque l'optimisation sera faite de manière rapide, en

évaluant un minimum des réseaux. Si nous considérons par exemple notre meilleur paramétrage, c'est à dire le cas D, nous constatons qu'en moyenne 30088 réseaux ont été calculés avec, en moyenne, un temps de calcul de 44.3 s par simulation, ce qui donne, pour les 10 simulations, un temps de calcul moyen de 7 min 23 s sur un poste Pentium IV de 3.2 GHz.

4.4.2 Étude des performances de l'AG en régime turbulent lisse (régime TL)

Pour le régime turbulent lisse ($a = 14/17$), Gosselin et Bejan ont trouvé que la configuration optimale est celle pour laquelle $\tilde{W} = 1.8056 \times 10^{11}$. Cette configuration est montrée à la figure 4.2.

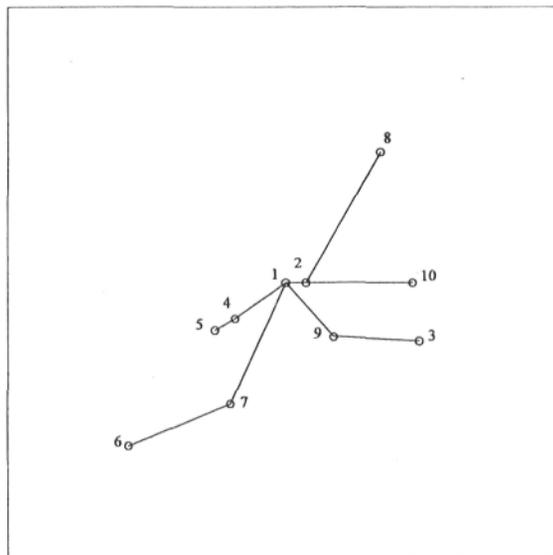


Figure 4.2 Réseau optimal en régime turbulent lisse [14]

En analysant les résultats de la partie précédente nous avons constaté que l'AG paramétré avec un *taux de mutation* modéré et un *pourcentage d'individus sélectionnés* de 0.9 donnait de très bons résultats. Cette optique a été gardée pour cette étude. Comme précédemment, nous avons testé différents paramétrages, repérés par les lettres A, B et C et nous avons lancé 10 simulations pour chaque configuration. Nos résultats ont été

comparés avec la solution minimale en régime TL. Dans le tableau 4.5 nous avons regroupés les différents paramètres pour chaque configuration ainsi que les résultats obtenus avec notre AG.

Tableau 4.5 Paramétrages et résultats de l'AG pour le régime TL

	A	B	C
G_{stall}	200	200	200
I_{gen}	100	100	100
τ_{mut}	0.05	0.06	0.07
τ_{sel}	0.9	0.9	0.9
E_{moyen}	29098	30115	32464
t_c	7min 3s	7min 23s	8min 9s
$\Delta_r \max$	0.022	0.015	0.022
$\bar{\Delta}_r$	0.004	0.001	0.013
σ_r	0.009	0.004	0.011
P_r	80%	90%	30%

D'après les résultats du tableau 4.5, nous constatons que des taux de mutation modérés, avec un *pourcentage d'individus sélectionnés* de 0.9 constituent également un bon compromis *répétabilité-finesse-temps de calcul* lorsque le régime étudié est turbulent lisse. Pour cette étude, trois taux de mutation ont été traités : 5 %, 6 % et 7 %. En termes de finesse, c'est-à-dire concernant la surestimation maximale, les trois taux donnent des résultats très performants. Quant à la probabilité de retrouver le bon résultat, ou répétabilité, elle varie entre 30 % et 90 %. En effet, tel que nous pouvons noter, pour un taux de mutation de 6%, la surestimation maximale faite par l'AG n'est que de 1.5 %,

avec une probabilité de retrouver la solution minimale de 90 % et un nombre moyen d'évaluations de l'ordre de 30000.

4.4.3 Étude des performances de l'AG en régime turbulent rugueux (régime TR)

Finalement, nous avons étudié le dernier cas traité par Gosselin et Bejan. Il s'agissait du régime turbulent rugueux, pour lequel le coefficient $a = 6/7$. Le réseau qui présentait une puissance de pompage minimale ($\tilde{W} = 7.475 \times 10^{11}$) est montré à la figure 4.3. Pour cette dernière étude nous avons conservé la même approche que dans les sections précédentes, c'est-à-dire, des *taux de mutation* modérés. Nous avons étudié trois paramétrages différents pour lesquels nous avons fait varier le taux de mutation et nous avons lancé 10 simulations avec chaque configuration. Nos résultats ont été comparés avec la solution minimale en régime TR. Dans le tableau 4.6 nous avons regroupés les différents paramètres de l'AG ainsi que les résultats obtenus.

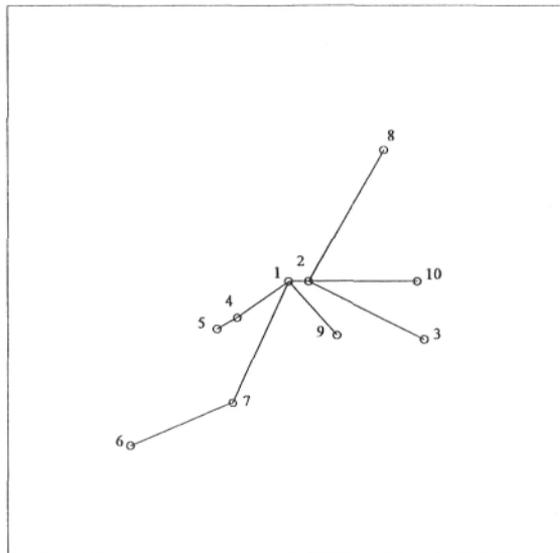


Figure 4.3 Réseau optimal en régime turbulent rugueux [14]

Les résultats du tableau 4.6 viennent corroborer ce qui a été mentionné précédemment. À nouveau, les trois taux de mutation utilisés ont conduit à des résultats satisfaisants et montrent que l'efficacité du paramétrage de l'AG est indépendante du régime étudié. Pour les trois paramétrages étudiés le Δ_r maximal ne dépasse pas 1.47 % et la probabilité de retrouver le bon résultat varie entre 50 % et 90 %. Les temps de calcul restent eux aussi très raisonnables. Même s'il est difficile de prescrire un paramétrage qui fonctionne à tous les coups, nous pouvons conclure en soulignant le fait que le *taux de mutation* doit être modéré pour ce type de problème (entre 5 % et 7 %). De plus, le pourcentage d'individus sélectionnés doit être de l'ordre de 0.9 afin d'avoir un bon brassage.

Tableau 4.6 Paramétrages et résultats de l'AG en régime TR

	A	B	C
G_{stall}	200	200	200
I_{gen}	100	100	100
τ_{mut}	0.05	0.06	0.07
τ_{sel}	0.9	0.9	0.9
E_{moyen}	22717	27010	23968
t_c	5min 57s	6min 31s	5min 52s
$\Delta_r \text{ max}$	0.0147	0.0140	0.0147
$\bar{\Delta}_r$	0.007	0.001	0.003
σ_r	0.007	0.004	0.006
P_r	50%	90%	80%

4.5 Mise en valeur de l'importance des mécanismes de sélection et de croisement

Tel que cela a été dit précédemment, les AG sont basés sur des principes probabilistes. C'est pourquoi la véritable efficacité des processus de sélection et croisement des individus pourrait être questionnée. Afin de mettre en relief leur importance, nous avons généré aléatoirement 30000 réseaux, ce qui correspond à peu près au nombre d'évaluations faites par l'AG dans la partie 4.3. Ensuite, nous avons calculé leur puissance de pompage en régime laminaire et nous avons repéré la meilleure solution. Afin de pouvoir établir une probabilité comme précédemment nous avons lancé 10 simulations. Les résultats obtenus ont été, dans le meilleur des cas, une surestimation par rapport à la solution optimale de Gosselin et Bejan de 13 % avec en moyenne une surestimation de 18.5 %. La solution optimale de [14] n'a pas été retrouvée pendant cette étude. De même, le temps de calcul pour chaque simulation était en moyenne de 122 s, donc au total, pour les 10 simulations, un temps de calcul de 20 min 19 s. En comparant ces résultats avec ceux de la partie 4.3 on met en évidence l'importance des mécanismes de l'AG.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons repris les trois cas d'optimisation étudiés par Gosselin et Bejan [14] correspondant à trois régimes d'écoulement différents, c'est à dire laminaire, turbulent lisse et turbulent rugueux. Nous avons pu ainsi tester deux types d'AG, un dit simple, et un autre utilisant des sous populations. Lorsqu'ils étaient bien paramétrés, ces deux algorithmes donnaient des résultats satisfaisants. L'algorithme dit simple, n'utilisant qu'une seule population, a été choisi par souci de simplicité. Par la suite, nous avons cherché un paramétrage donnant des meilleurs résultats et nous nous sommes aperçus qu'un taux de mutation modéré, compris entre 5 % et 7 %, avec un pourcentage d'individus sélectionnés de 90 % était un bon compromis. Cette configuration a été testée pour les trois régimes étudiés dans [14] et a donné des résultats très satisfaisants.

Par ailleurs, nous devons aussi tenir compte du fait que la fonction qui associe le coût de pompage à un réseau n'est pas continue. C'est-à-dire qu'un écart de 1 % d'une solution par rapport à la solution minimale peut sembler significatif en termes d'optimisation mais il se peut que cette solution soit la deuxième meilleure solution. Dans la figure 4.4 nous illustrons ceci. La puissance de pompage du réseau affichée est 4.6 % plus grande que la puissance de pompage du réseau optimal en laminaire, or entre les deux, il n'y a qu'un segment qui change, c'est le segment 5-6 par rapport au segment 6-7 (cf. figure 4.1). C'est-à-dire que le réseau montré à la figure 4.4 correspond pratiquement au réseau optimal, il s'agit donc d'une solution quasi-optimale. Nous constatons donc que, lorsqu'il est bien paramétré, notre programme trouve les solutions optimales ou quasi-optimales à chaque simulation, ce qui est rassurant pour la suite.

Pour conclure, nous devons dire que lorsque le paramétrage est correct et que les critères d'arrêt sont bien choisis, notre AG donne des résultats très satisfaisants car il permet un gain de temps de calcul considérable et donne des solutions d'optimisation très proches de la solution minimale. En effet, pour chaque régime étudié, environ 30000 réseaux ont été calculés 10 fois avec en moyenne un temps de calcul de 7 min. La totalité des réseaux calculés par l'AG pour chaque régime ne représente que 0.03 % de toutes les possibilités existantes (10^8).

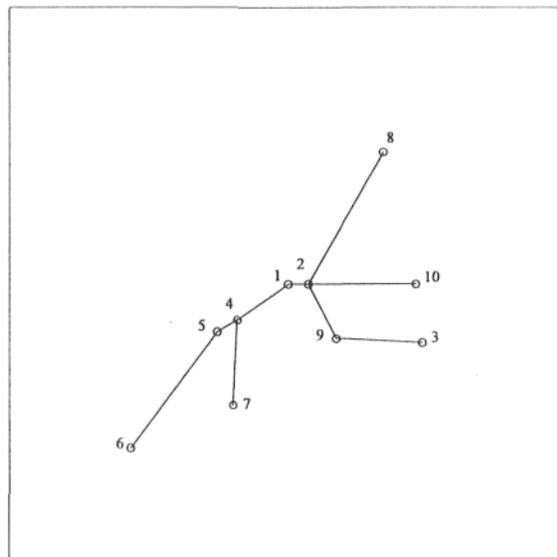


Figure 4.4 Solution quasi-optimale trouvée par l'AG

Ce chapitre permet de valider le modèle numérique et l'algorithme de calcul que nous utiliserons par la suite. Dans le chapitre suivant nous nous intéresserons à une autre technique d'optimisation qui consiste à ajouter des points d'embranchement non consommateurs permettant de diminuer la puissance de pompage.

Chapitre V

Optimisation d'un système de distribution en ajoutant des points d'embranchement (GSP)

Dans ce chapitre nous nous intéressons particulièrement à l'optimisation d'un réseau en utilisant des points dits de Gilbert-Steiner (GSP) de degré 3 [14, 28, 29]. Ce type d'optimisation part du principe qu'en ajoutant des points d'embranchement non consommateurs placés stratégiquement, nous sommes capables de diminuer le coût du réseau, dans notre cas la puissance de pompage. Le positionnement de ces points dépend, entre autres, du type de régime et des débits massiques qui interviennent. Dans ce qui suit, nous définirons deux méthodes pour placer un GSP. Premièrement, la méthode dite « précise », à l'aide des équations analytiques définies dans [28] et [29] pour des GSP de degré 3. Ensuite, une méthode dite « approximative », par discrétisation de l'espace géométrique où se trouvent les nœuds consommateurs.

5.1 Présentation des points non consommateurs GSP

Un GSP est un point non consommateur qui vient s'ajouter au réseau de base afin de diminuer l'objectif à optimiser, dans notre cas la puissance de pompage. D'une manière générale nous nous intéressons d'avantage aux points GSP de degré 3 en raison de leur simplicité et surtout parce que ce sont les types de points d'embranchement que nous trouvons le plus dans la nature, par exemple dans les branches des arbres, dans les bifurcations des rivières ou encore dans la structure des poumons.

La possibilité d'ajouter un GSP dans un réseau dépend de plusieurs paramètres, dont notamment les débits dans les tuyaux et les angles formés par ceux-ci. Si nous prenons par exemple le cas de la figure 5.1 nous constatons qu'il y a une certaine

configuration pour laquelle la puissance \dot{W}_b (cas avec un GSP) est plus petite que la puissance \dot{W}_a (cas sans GSP). En effet, en écrivant la puissance de pompage pour chacune des deux configurations, nous nous apercevons que le ratio \dot{W}_b / \dot{W}_a (cf. équation 5.1) peut être inférieur à 1 en fonction des distances l_1 , l_2 et l_3 ainsi que des débits massiques \dot{m}_2 et \dot{m}_3 et du coefficient a .

$$\frac{\dot{W}_b}{\dot{W}_a} = \frac{l_2 \dot{m}_2^a + l_3 \dot{m}_3^a + l_1 (\dot{m}_2 + \dot{m}_3)^a}{L_1 \dot{m}_2^a + L_2 \dot{m}_3^a} \quad (5.1)$$

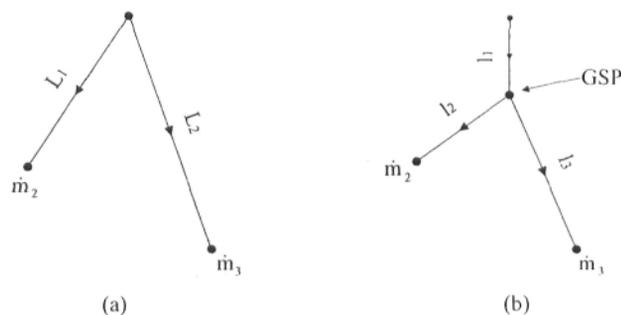


Figure 5.1 Exemple d'imposition d'un GSP dans un graphe de dimension 3

De plus, Gosselin et Bejan [14] ont démontré que les GSP doivent être de degré 3 au minimum, et que pour N points consommateurs, nous pouvons au maximum ajouter $N - 2$ points GSP de degré 3. Cette dernière caractéristique est due au fait qu'il ne peut pas y avoir de boucle dans le réseau mais tous les nœuds doivent être liés, et qu'au minimum, un GSP doit être lié à 3 nœuds. De plus, deux GSP ne peuvent avoir qu'un lien en commun du fait de l'absence des boucles. Dans le cas général, nous pouvons placer un nombre optimal des GSP de degré quelconque, supérieur ou égal à 3, dans un réseau. Cependant, afin de simplifier l'étude, dans ce chapitre le degré des GSP est limité à 3.

5.1.1 Placement d'un GSP de degré 3 dans un graphe

Dans le cas qui nous intéresse (GSP de degré 3), le placement d'un GSP peut se faire à proximité de 3 nœuds i , j et k . Nous distinguons, d'une manière générale, deux types de dispositions pouvant être améliorés par l'ajout d'un GSP de degré 3. Les deux

types sont montrés à la figure 5.2 : la configuration (i) lorsqu'un des nœuds est la source des deux autres et la configuration (ii) lorsque les nœuds sont liés les uns à la suite des autres.

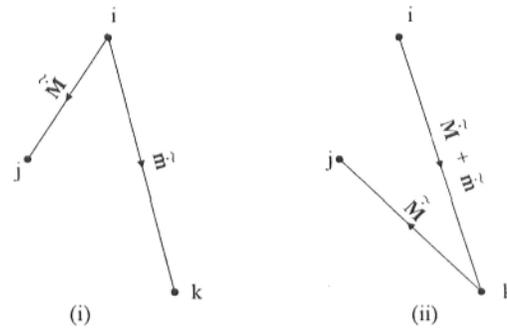


Figure 5.2 Deux types de configurations pouvant mener à une optimisation par ajout de GSP.

Ainsi, la puissance de pompage est réduite lorsque dans un triangle formé par les nœuds i , j et k (cf. figure 5.3) vient s'ajouter un nœud g placé de manière à ce que les angles internes respectent les équations (5.5)-(5.7). Ces équations ont été déterminées dans [28] et [29] et font intervenir le type de régime de l'écoulement et les débits massiques dans les branches du triangle.

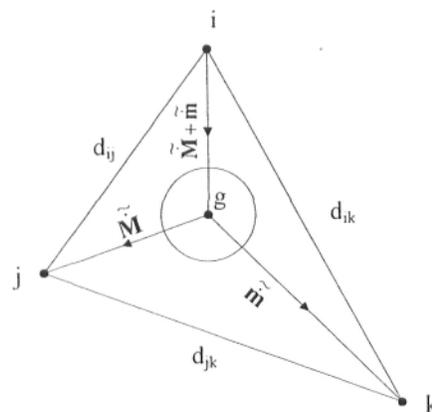


Figure 5.3 Positionnement d'un point GSP

$$\cos(\angle jgk) = \frac{(\tilde{M} + \tilde{m})^{2a} - (\tilde{M})^{2a} - (\tilde{m})^{2a}}{2(\tilde{M})^a (\tilde{m})^a} \quad (5.5)$$

$$\cos(\angle igj) = \frac{(\tilde{m})^{2a} - (\tilde{M} + \tilde{m})^{2a} - (\tilde{M})^{2a}}{2(\tilde{M})^a (\tilde{M} + \tilde{m})^a} \quad (5.6)$$

$$\cos(\angle igk) = \frac{(\tilde{M})^{2a} - (\tilde{M} + \tilde{m})^{2a} - (\tilde{m})^{2a}}{2(\tilde{M} + \tilde{m})^a (\tilde{m})^a} \quad (5.7)$$

Par ailleurs, nous devons noter que ces équations nous permettent d'identifier dans un premier temps les dispositions susceptibles d'être optimisées. C'est-à-dire que seuls les triangles ijk dont les angles internes sont plus petits que les angles optimaux des équations (5.5)-(5.7) sont des candidats pour l'optimisation. La position optimale du GSP de degré 3, (par exemple, le point g à la figure 5.3) peut être déterminée grâce au système d'équations non linéaires (5.8) où l'inconnue x_{ig} représente la distance relative entre le point g et le nœud i .

$$\begin{cases} x_{jg}^2 + x_{kg}^2 - 2x_{jg}x_{kg} \cos(\angle jgk) - d_{jk} = 0 \\ x_{ig}^2 + x_{jg}^2 - 2x_{ig}x_{jg} \cos(\angle igj) - d_{ij} = 0 \\ x_{ig}^2 + x_{kg}^2 - 2x_{ig}x_{kg} \cos(\angle igk) - d_{ik} = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

5.2 Algorithme permettant de placer des GSP de degré 3 dans un réseau quelconque par résolution des équations analytiques

Dans cette section nous allons expliquer la méthode qui permet d'optimiser un réseau existant, c'est-à-dire une solution à un problème de distribution, en ajoutant des points d'embranchement GSP de degré 3 placés de manière analytique.

Le programme que nous avons écrit afin d'optimiser la topologie d'un réseau en ajoutant des points GSP de degré 3 à partir des équations analytiques (5.5) - (5.8) peut se

décomposer principalement en 7 étapes réalisées en boucle (cf. figure 5.4). Ces étapes sont : la lecture du mot et le calcul de la puissance de pompage lorsque aucun GSP n'est ajouté (cf. chapitre III, section 3.2.3), l'identification de tous les angles formés par les segments du réseau, le calcul de ces angles et leur comparaison avec les valeurs critiques issues des équations (5.5) – (5.7), l'identification des angles potentiels, c'est-à-dire, des angles inférieurs aux angles critiques, la sélection du plus petit angle parmi les angles potentiels, l'introduction du nouveau GSP et le calcul de ses coordonnées à l'aide du système d'équations (5.8) et finalement la modification de la topologie du réseau et le calcul de la nouvelle puissance de pompage. L'algorithme est arrêté lorsqu'un des critères suivants est vérifié :

- Le nombre de points GSP ajoutés est égal à $N - 2$. Ce qui correspond à la limite maximale de GSP de degré 3, tel que cela a été prouvé précédemment.
- Aucun angle n'est plus un angle potentiel. Il n'y a donc plus de possibilités d'optimisation par ajout de GSP.
- Le programme ne fait qu'ajuster des points GSP déjà ajoutés. En effet, il se peut qu'en plaçant un nouveau GSP, les angles d'un GSP déjà placé ne soient plus optimaux. Il s'en suit un processus d'ajustement entre les deux GSP (l'ancien et le nouveau) afin de trouver le meilleur compromis. Ce processus prend quelques itérations et dépend de la précision souhaitée dans le placement des GSP. Cependant, il se peut qu'à un certain moment, l'algorithme ne fasse que des ajustements, c'est pourquoi il est important de limiter ceux-ci afin d'éviter des boucles trop longues.
- Le programme choisit des points physiquement impossibles. Il arrive qu'un angle soit potentiel pour l'optimisation mais lors de la résolution du système d'équations pour placer le GSP les deux autres angles complémentaires ne soient pas respectés. C'est notamment le cas lorsqu'un des segments est très long par exemple.

Souvent, dans un réseau, nous avons le choix parmi plusieurs angles simultanément pour placer un GSP. Dans ce mémoire, nous proposons comme stratégie d'optimisation de choisir le plus petit parmi ces angles. Cette approche n'est pas forcément l'optimale mais est un moyen simple et efficace qui donne des bons résultats. En plus, nous savons que la puissance de pompage sera réduite d'autant plus que la différence entre l'angle interne du triangle et l'angle optimal correspondant est grande.

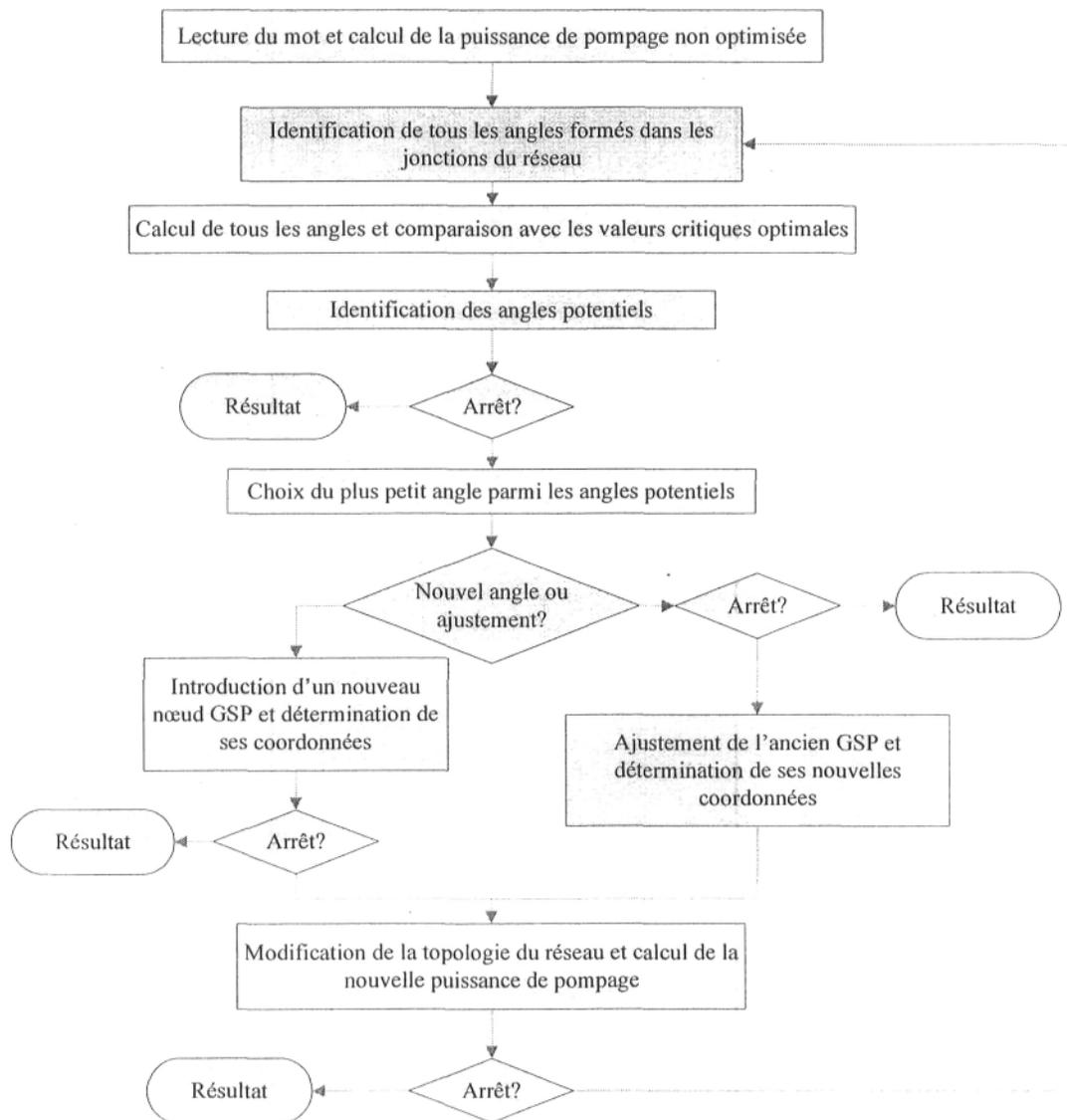


Figure 5.4 Algorithme permettant de placer des GSP de degré 3 dans un réseau quelconque

5.3 Optimisation d'un réseau avec des points GSP placés en résolvant les équations analytiques (méthode de placement des GSP précise)

Afin de tester notre algorithme d'optimisation par GSP (voir figure 5.4), nous avons repris le réseau optimal en régime laminaire de Gosselin et Bejan [14]. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.1 et la figure 5.5. Pour comparer le réseau

optimal après optimisation par GSP avec le réseau optimal avant optimisation par GSP il faut se référer à la figure 4.1, chapitre IV.

Tableau 5.1 Résultats avant et après optimisation par GSP (méthode de placement des GSP précise)

	Avant optimisation GSP	Après optimisation GSP
Nombre de nœuds	10	16
\tilde{W}	5.605×10^8	5.494×10^8
t_c (s)	0.28	4.24

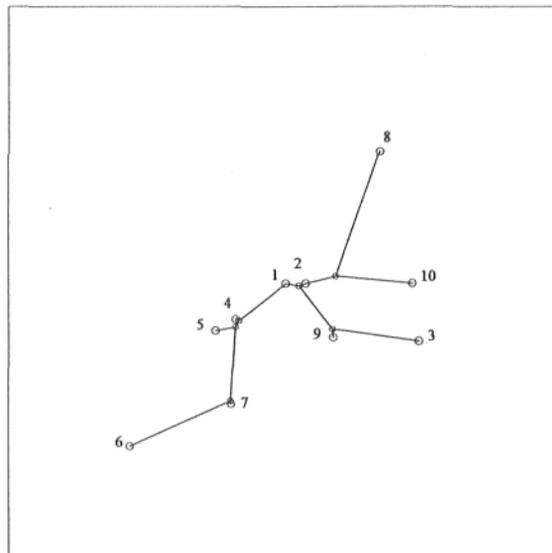


Figure 5.5 Réseau après optimisation GSP en utilisant la méthode de placement des GSP précise

Au total, 6 GSP ont été ajoutés (affichés en petits cercles bleus sur la figure 5.5). Le programme a pu diminuer la puissance de pompage de 2 %. Le temps de calcul a été multiplié par 15 environ. Ceci est dû principalement au positionnement des GSP. En effet, pour pouvoir placer les nouveaux nœuds, le programme doit résoudre un système de trois équations non linéaires et fait donc appel à des méthodes de résolution itératives

(ex : méthode de Gauss-Newton). Ce type de résolution doit être fait pour chaque nouveau nœud et pour tout repositionnement de GSP.

5.4 Couplage de l'AG avec la méthode de placement GSP précise (AGGSP)

Dans cette partie nous nous intéressons particulièrement au couplage de l'algorithme génétique validé dans le chapitre précédent et de l'algorithme d'optimisation GSP de la section précédente. En effet, précédemment, nous avons optimisé avec des GSP le réseau optimal trouvé par Gosselin et Bejan, c'est à dire le réseau qui coûtait le moins en termes de puissance de pompage lorsqu'il n'y avait pas des GSP. Maintenant nous cherchons à savoir s'il existe d'autres réseaux pour lesquels l'optimisation par GSP peut donner des résultats performants. Étant donné les temps de calcul pour optimiser chaque réseau avec des nœuds GSP, nous prévoyons une augmentation considérable du temps de calcul. Les étapes effectuées lors du couplage sont illustrées dans la figure 5.6.

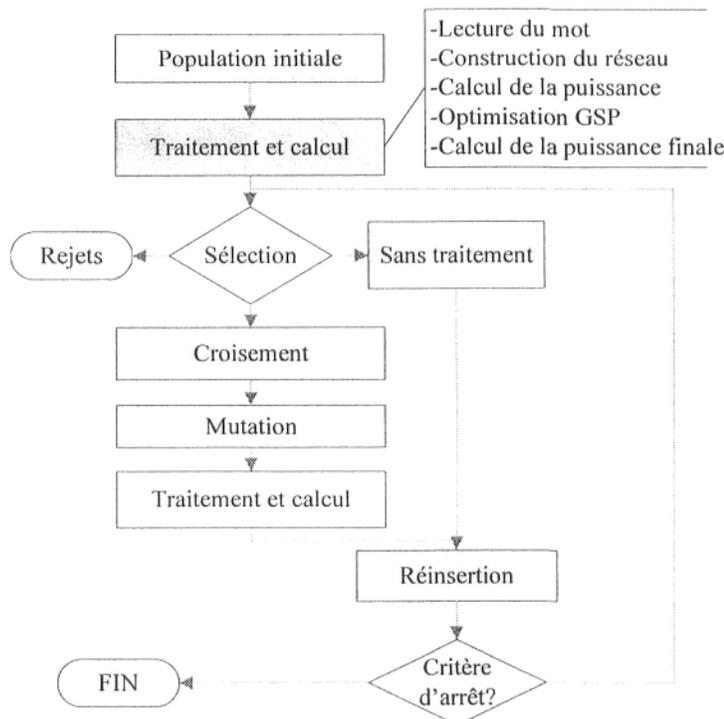


Figure 5.6 Description de l'algorithme AGGSP

Nous pouvons constater sur la figure 5.6 que l'optimisation GSP a lieu pendant la phase d'évaluation de l'individu. C'est-à-dire qu'il n'y a aucune information dans le mot qui puisse nous permettre de savoir combien de GSP le design final comportera. De cette manière, chaque individu représente un réseau de base comme dans le chapitre IV mais ce qui change maintenant c'est son coût final, c'est à dire la valeur de la puissance de pompage après optimisation par GSP.

Afin de tester la performance du couplage, nous avons lancé un calcul avec le même paramétrage que celui défini au chapitre IV, soit, une population de 100 individus, un critère d'arrêt de 200 générations sans amélioration, un *taux de mutation* de 5 % et un *pourcentage d'individus sélectionnés* de 0.9. Dans le tableau 5.2 nous avons regroupé les différents résultats obtenus jusqu'à maintenant, c'est-à-dire, le réseau optimal de Gosselin et Bejan, le réseau optimal de Gosselin et Bejan optimisé avec des GSP (section 5.3) et le réseau optimisé avec l'algorithme AGGSP développé dans cette section. Nous portons l'attention du lecteur sur le fait que le temps de calcul (t_c) que nous montrons dans ce tableau pour les deux premières solutions n'est pas comparable au temps de calcul de la troisième solution étant donné le fait que pour les deux premières on connaissait déjà la topologie alors que pour la troisième l'algorithme a dû effectuer une recherche dans l'espace des solutions. Dans la figure 5.7 nous avons tracé le réseau optimisé avec l'algorithme AGGSP.

Tableau 5.2 Comparaison des différents résultats obtenus : réseau optimal [14], réseau optimal [14] optimisé avec des GSP et réseau optimisé avec l'AGGSP

	Réseau optimal sans GSP [14]	Réseau optimal [14] optimisé avec des GSP	Réseau optimisé avec l'AGGSP
\tilde{W}	5.605×10^8	5.494×10^8	5.285×10^8
t_c	0.28s	4.24s	1h 58m
Nombre de GSP	0	6	4

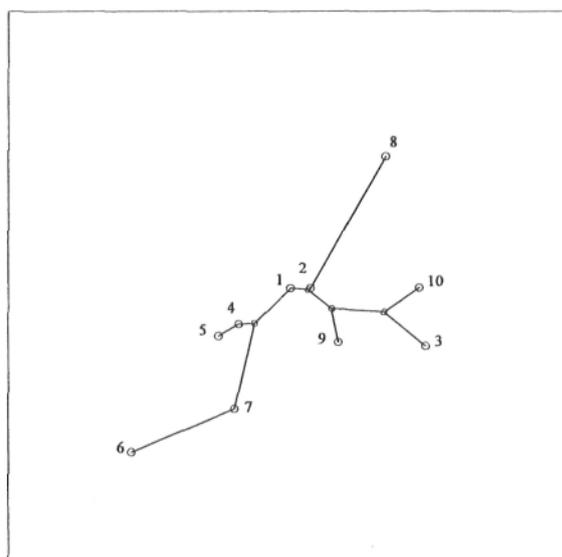


Figure 5.7 Réseau optimisé avec l'algorithme AGGSP en régime laminaire

L'algorithme a réussi à trouver un réseau qui diminue la puissance de pompage de presque 6 % par rapport au réseau optimal trouvé par Gosselin et Bejan et d'environ 4 % par rapport à ce dernier optimisé avec notre algorithme GSP. Ce nouveau réseau comporte 4 points GSP placés stratégiquement. De plus, lorsque ce même réseau ne comporte pas des GSP, c'est-à-dire lorsque l'individu est calculé sans rentrer dans la boucle d'optimisation GSP (cf. figure 5.6, traitement et calcul), la puissance de pompage est égale à 1.153×10^9 . L'économie d'énergie dans ce cas est donc d'environ 54 %, ce qui est significatif. Ceci illustre bien l'importance des points non consommateurs. Par contre, le temps de calcul a augmenté considérablement et est passé à 1 heure 58 minutes, soit environ 170 fois plus long qu'avant. Si nous avons voulu procéder de la même manière qu'au chapitre IV, en lançant 10 simulations par exemple, cela nous aurait pris environ 20 heures de calcul.

5.5 Optimisation de la distribution d'un fluide incompressible par discrétisation de l'espace (méthode de placement des GSP approximative)

Les résultats des parties précédentes nous ont permis de constater que l'optimisation d'un système de distribution de fluide doit passer par l'étape d'optimisation avec des GSP et doit se faire de manière « libre » ou « naturelle ». C'est-à-dire que pour avoir les meilleurs résultats, chaque réseau ou chaque candidat doit avoir la même opportunité d'être optimisé avec des points GSP. C'est ce qui a été fait dans la partie 5.4. Or, tel que nous avons pu constater, avec ce type de couplage les calculs deviennent lourds et longs.

Afin de simplifier les calculs, une nouvelle stratégie d'optimisation a été mise en place. Il s'agit d'utiliser un modèle avec des mots de longueur variable. Ainsi, chaque individu est généré aléatoirement avec un certain nombre de nœuds susceptibles d'être des GSP et suivant certaines règles qui nous permettront d'écarter au maximum les cas qui ne nous intéressent pas et qui seront décrites plus bas. En ce sens, chaque mot comporte des informations précises concernant le nombre et la position des GSP. À la différence de la partie 5.4, l'optimisation GSP est maintenant faite par l'algorithme génétique dit « modifié » (AGM) et ses processus de sélection, croisement et mutation. En plus, afin de rendre l'algorithme plus rapide, les nœuds susceptibles d'être des GSP sont placés sur le graphe avant de lancer l'AGM. Leur positionnement étant connu, c'est la sélection naturelle qui déterminera lesquels parmi ces nœuds seront choisis pour être des GSP.

5.5.1 Discrétisation du domaine de base

Avant de lancer l'AGM, nous devons discrétiser le domaine afin de définir l'ensemble des nœuds candidats GSP. Cette étape est très importante car elle va permettre à l'AGM de trouver des bons résultats ou pas.

Dans un premier temps, un ensemble des points est généré sur une aire encadrant tous les points consommateurs. Le nombre de points générés (ou densité) dépendra de la

précision souhaitée dans nos calculs. Ensuite, ce domaine doit être ajusté car parmi tous ces points il y en a beaucoup qui ne serviront pas à l'optimisation. En effet nous ne gardons que les points qui se trouvent à l'intérieur d'une certaine topologie définie par certains nœuds consommateurs (*rubber band box*). De cette manière nos chances de trouver des points GSP augmentent. Ensuite ces points GSP se voient attribuer un indice à partir du plus grand indice des nœuds consommateurs.

Dans la figure 5.8 nous retrouvons un exemple de discrétisation adaptée au problème tiré de [14]. Sur cette figure, les candidats GSP sont représentés par des petits cercles. Étant donné que ce problème comporte 10 nœuds consommateurs, chacun des nœuds GSP se verront attribuer un indice à partir de 11. Sur la figure 5.8 nous retrouvons également les nœuds consommateurs qui définissent le périmètre qui nous intéresse, représentés par des grands cercles (nœuds 1, 4, 5, 6, 7, 3, 10 et 8).

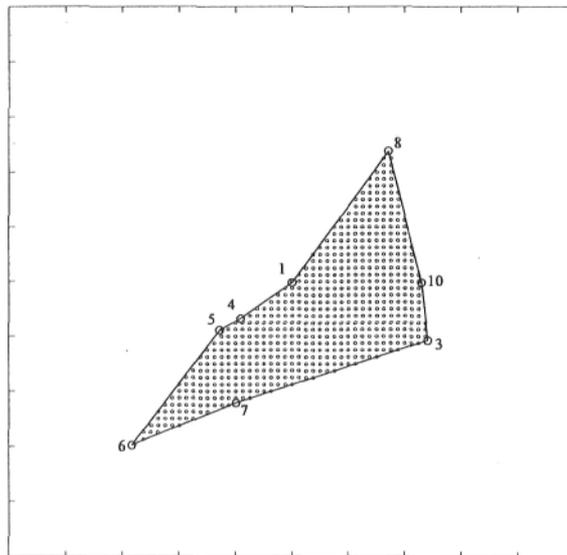


Figure 5.8 Discrétisation adaptée à la topologie du problème exposé dans [14]

5.5.2 Algorithme génétique modifié fonctionnant avec des mots de longueur variable (AGM)

Dans le chapitre III nous avons illustré le fonctionnement de l'AG de base que nous employons. Nous avons aussi expliqué de quelle manière était fait le couplage

binaire - entiers. Néanmoins, dans la présente section, nous avons affaire à des mots dont la longueur est variable (dépendant du nombre de GSP), et qui doivent, en plus, suivre des règles précises lorsqu'ils sont créés. En effet, étant donné que nous nous limitons à des GSP de degré 3, nous savons que les lettres associées à ces GSP devront apparaître 2 fois dans le mot (cf. chapitre III, codage). Nous savons aussi qu'au maximum il ne peut y avoir que $N - 2$ GSP (cf. section 5.1). Donc la longueur effective des mots est bornée par une limite inférieure (aucun GSP) et une limite supérieure ($N - 2$ GSP). Ces contraintes sont fondamentales car elles vont nous permettre d'éliminer au maximum les possibilités qui ne nous intéressent pas et donc d'augmenter la performance de notre algorithme. En résumé, il y a un compromis à faire. D'un côté nous devons permettre au programme de générer une population initiale entièrement aléatoire et faire l'optimisation génétique de manière « naturelle ». De l'autre côté, nous devons vérifier que chaque individu créé, croisé ou muté respecte nos contraintes. Pour ce faire, nous avons décidé de travailler directement avec les entiers, sans passer cette fois-ci par le codage binaire. Dans ce qui suit, on illustre de manière simplifiée l'algorithme qui permet de résoudre notre problème.

Dans un premier temps, la population initiale est générée. Pour ce faire, nous choisissons d'abord le nombre de candidats GSP que comportera chaque individu ainsi que leur place dans le mot. Le nombre de candidats GSP nous donnera ensuite la longueur effective du mot et le nombre de nœuds consommateurs à ajouter à ce dernier pour le compléter. Tout ceci est fait de manière aléatoire afin d'éviter toute imposition ou manipulation de notre part.

Afin d'illustrer cette procédure, nous considérons un exemple avec 5 nœuds consommateurs, numérotés de 1 à 5, 10 candidats GSP, numérotés de 6 à 15 et une population de 5 individus. Nous savons d'entrée de jeu qu'il ne peut y avoir que 3 GSP au maximum, donc la longueur effective des mots va varier entre 3 et 6. Dans le tableau 5.3 nous montrons un exemple de population (population avec des nombres entiers) adaptée à ce problème. Nous pouvons constater que la longueur effective des individus varie et que chaque mot contient implicitement les informations qui nous intéressent, c'est-à-dire le nombre des GSP et les nœuds consommateurs de degré supérieur à 1. Pour les individus qui ont moins de 3 GSP (le nombre maximale des GSP pour cet exemple) la longueur totale du mot est complétée avec des zéros. En ce sens, chaque mot possède une

longueur effective variable et une longueur totale fixe, qui est égale à la longueur de l'individu qui comporte le plus grand nombre des GSP dans la population. De plus, la position de chaque lettre dans le mot est établie de manière aléatoire. Avec ces informations l'AGM démarre. Chaque individu est lu et évalué et se voit attribuer un certain classement en fonction de ses performances, comme dans le chapitre III. Ensuite la sélection, le croisement et la mutation ont lieu. Lors de ces deux dernières étapes il est important de vérifier que les enfants créés respectent les règles de construction afin d'éviter des cas aberrants. En effet, le tableau 5.4 illustre cette problématique : nous y voyons, par exemple, que le croisement du premier individu et du troisième donne un enfant avec des zéros au milieu du mot et avec un GSP qui n'apparaît qu'une fois (nœud 15). De même, le croisement entre le deuxième et le cinquième individu donne un enfant avec un GSP qui apparaît 4 fois dans le mot (nœud 7). Nous constatons aussi que les longueurs ne sont plus respectées en fonction du nombre de GSP. Afin de corriger ceci nous devons balayer les rejets et repérer toutes les anomalies (zéros au milieu, GSP en trop ou GSP manquants, longueurs des mots qui ne sont pas en accord avec le nombre des GSP), ensuite a lieu une étape de restructuration aléatoire. Par exemple, dans le cas du deuxième enfant, nous savons que les GSP 7 et 11 doivent apparaître car ils ont été choisis par les processus génétiques, nous devons donc essayer de respecter ceci au maximum. C'est pourquoi, nous choisissons aléatoirement quelles lettres 7 sont en trop et nous les enlevons. Ensuite, nous choisissons aléatoirement parmi les espaces vides pour ajouter la lettre 11 qui manque.

Finalement, nous vérifions que la longueur effective du mot soit correcte, c'est-à-dire qu'elle soit égale à $(N + n_{\text{GSP}}) - 2$, N étant le nombre de nœuds consommateurs et n_{GSP} étant le nombre de GSP ajoutés. Si elle ne l'est pas, nous complétons avec des nœuds consommateurs. De cette manière nous essayons de laisser un maximum de liberté à l'AGM tout en étant sûr que les cas traités représentent des designs acceptables.

Tableau 5.3 Exemple de population initiale

Nombre de GSP	Longueur du mot	Individus					
0	3	1	1	5	0	0	0
1	4	4	7	7	3	0	0
3	6	15	13	13	15	12	12
2	5	8	2	9	9	8	0
3	6	10	11	10	7	7	11

Tableau 5.4 Exemple de rejets avant correction

Enfants					
1	1	5	15	13	13
4	7	7	7	7	11
0	0	0	15	12	12
10	11	10	3	0	0

5.5.3 Résultats de l'optimisation avec l'AGM

Dans cette section nous présentons les résultats que nous avons obtenus avec cette nouvelle stratégie d'optimisation. Le cas laminaire étudié par Gosselin et Bejan a été repris à nouveau afin de confronter la solution obtenue à tous nos résultats précédents. Dans un premier temps nous avons considéré un maillage grossier, constitué de 152 points, par la suite nous l'avons raffiné en augmentant le nombre de points à 606. Dans le tableau 5.5 nous avons regroupés les paramètres de l'algorithme ainsi que les résultats des calculs pour les deux types de maillage. Les réseaux trouvés pour chaque type de maillage sont montrés dans les figures 5.9 et 5.10.

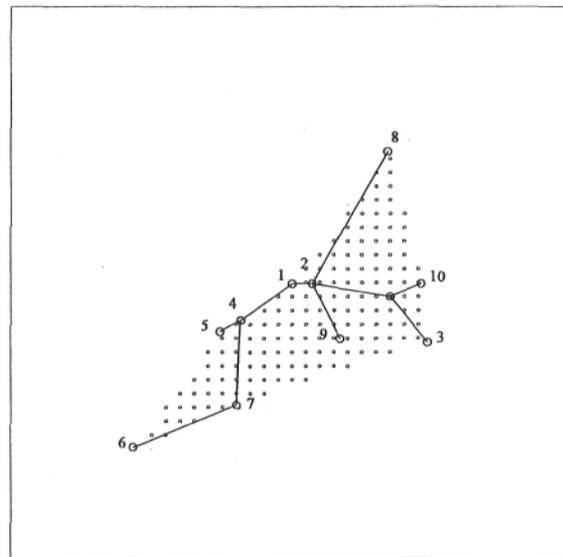


Figure 5.9 Réseau optimal trouvé par l'AGM lorsque nous utilisons un maillage grossier

Tableau 5.5 Paramétrage et résultats de l'optimisation avec l'AGM

	Maillage grossier	Maillage fin
I_{gen}	100	100
G_{max}	1000	1000
G_{stall}	200	500
τ_{mut}	0.05	0.07
τ_{sel}	0.9	0.9
E_{moyen}	34480	130870
t_c	1m 59s	39m 35s
\tilde{W}	5.489×10^8	5.421×10^8
Nombre des GSP	1	2
Dimension du problème	162	616

Les résultats obtenus lors de la première étude sont très encourageants. Nous constatons qu'avec l'ajout d'un seul point non consommateur, la puissance de pompage diminue d'environ 2 % par rapport à la puissance minimale trouvée dans [14]. Le temps de calcul reste très correct étant donné le nombre d'évaluations faites. En effet, nous constatons sur le tableau 5.5 que l'AGM a effectué à peu près 34480 évaluations en environ 2 minutes. Aussi, la tendance naturelle de l'optimisation à lier les branches 2-10 et 2-3 de manière arborescente doit être remarquée (cf. fig. 5.9). En effet, cette même tendance a été retrouvée dans l'optimisation de la partie 5.4.

De même, lors du raffinement du maillage, c'est-à-dire lorsque nous avons augmenté la densité des points candidats, nous avons pu constater que la puissance de pompage a diminué cette fois-ci de plus de 1 % par rapport à la puissance de pompage lorsque le maillage était grossier (cf. tableau 5.5). Nous remarquons par contre une augmentation considérable du temps de calcul. Celle-ci est due principalement à l'augmentation du nombre de nœuds candidats (augmentation de la densité) et à l'augmentation des évaluations faites par l'AG. En effet, étant donné que le nombre des nœuds a augmenté considérablement on a dû réajuster les paramètres. Ainsi, nous avons forcé le taux de mutation à 7 % afin d'avoir une meilleure exploration de l'ensemble des possibilités et nous avons augmenté le critère d'arrêt afin de laisser plus de temps à l'algorithme pour trouver son résultat.

Même si l'optimisation semble faible et lente par rapport au maillage grossier, en comparant ce dernier résultat avec le résultat de la partie 5.4 nous pouvons conclure positivement sur la performance de la nouvelle stratégie choisie. En effet, avec cette dernière nous évaluons plus de possibilités en 4 fois moins de temps et nous obtenons une optimisation très satisfaisante (puissance de pompage 2.5 % plus grande que la puissance de pompage obtenue dans la partie 5.4). Cependant nous devons aussi tenir compte d'une certaine limite pour cette méthode. Il est facile de comprendre qu'en augmentant trop la finesse du maillage la nouvelle stratégie ne présente plus beaucoup d'avantages face à l'algorithme de la partie 5.4. Pour améliorer ceci nous pouvons toujours définir des zones potentielles d'optimisation GSP plutôt qu'un domaine complet adapté à la topologie des nœuds. De cette manière nous irions discrétiser uniquement là où nous prévoyons

l'existence des GSP, or cette méthode nécessiterait une première évaluation afin d'identifier ces zones potentielles.

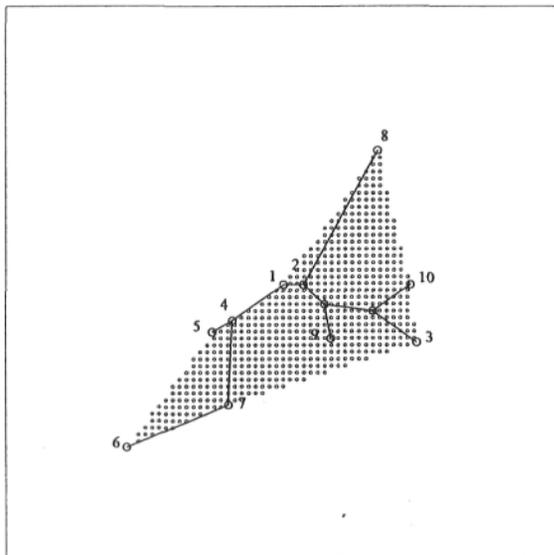


Figure 5.10 Réseau optimal trouvé par l'AGM lorsque nous utilisons un maillage fin

5.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de montrer l'importance du placement stratégique des points d'embranchement non consommateurs. Les résultats obtenus démontrent aussi la tendance naturelle à former des « arbres » afin de diminuer au maximum la puissance de pompage [17]. Cependant, nous avons pu constater que les calculs deviennent rapidement complexes lorsque nous cherchons à implémenter cette technique de manière précise, à cause de la nécessité de résoudre des systèmes d'équations non linéaires (5.5). En plus, nous devons tenir compte du fait que les exemples traités ne comportaient que 10 nœuds, et que les cas qui nous intéressent sont des cas réels de transport des fluides où le nombre de nœuds est très grand. C'est pour cette raison que nous avons proposé dans ce chapitre une deuxième approche, avec la discrétisation de l'espace où sont placés les nœuds afin de contourner la résolution du système d'équations. Les résultats obtenus sont satisfaisants car ils restent très compétitifs en termes de temps de calcul et de diminution

de puissance de pompage. Nous pouvons conclure sur le fait que toute étude d'optimisation des réseaux doit passer par l'étape d'optimisation avec des GSP.

Par la suite nous nous intéresserons aux problèmes de distribution des fluides incompressibles complexes, sur un disque (2D) et dans une sphère (3D). De plus, nous essayerons d'améliorer la performance de notre algorithme en modifiant les mécanismes de croisement et mutation et en mettant en place des stratégies de recherche locale. Nous explorerons aussi l'optimisation avec des points GSP de degré quelconque.

Chapitre VI

Optimisation de systèmes de distribution de fluides incompressibles complexes

Dans les chapitres précédents nous avons mis au point un programme basé sur un AG et la technique d'optimisation qui consiste à utiliser des points GSP capable de trouver des réseaux transportant un fluide incompressible pour lesquels la puissance de pompage était minimale (AGM). Ce chapitre a pour objet l'étude de systèmes de distribution complexes, lorsque les nœuds consommateurs sont placés sur la périphérie d'un disque (2D) ou la surface d'une sphère (3D) et la source est placée au centre du disque ou de la sphère. L'étude et la compréhension de ces types de réseaux présentent un intérêt pour des multiples problèmes de design en ingénierie comme les échangeurs thermiques ou les systèmes de refroidissement électroniques [12, 13, 15].

6.1 Description des problèmes d'optimisation de systèmes de distribution complexes

D'une manière générale, le problème de la distribution optimale sur un disque ou dans une sphère peut être défini comme suit: étant donné un disque ou une sphère de rayon r , avec N nœuds consommateurs placés de manière équidistante sur la périphérie du disque ou sur la surface de la sphère et une source placée au centre du disque ou de la sphère, trouver le réseau transportant le fluide de la source aux consommateurs pour lequel la puissance de pompage est minimale.

Par ailleurs, plusieurs auteurs se sont intéressés au problème de la distribution optimale d'un fluide incompressible sur un disque en prenant des approches basées sur la théorie constructale [12, 13, 15]. Ces travaux ont montré, entre autres, que l'architecture optimale à l'intérieur du disque prend une forme de dendrite ou d'arbre. Nous remarquons parmi eux l'étude de Gosselin et Bejan [15] concernant le caractère asymétrique des branches de distribution, ainsi que les possibilités d'améliorer

l'optimisation en augmentant le nombre d'étages ou d'embranchements à l'intérieur du disque, c'est à dire en augmentant la complexité de la structure. Une des principales conclusions de cet article est que lors de l'optimisation des réseaux on doit autoriser les asymétries.

De même, nous avons vu dans le chapitre précédent que l'optimisation en ajoutant des GSP de degré 3 est une étape fondamentale lorsqu'on cherche à minimiser la puissance de pompage des réseaux. Nous avons vu aussi que l'approche « *placement des GSP de degré 3 par discrétisation du domaine de base* » était un bon compromis d'optimisation mais qu'elle pourrait s'avérer lourde si le nombre total de nœuds dans le graphe augmentait considérablement (cf. chapitre V, section 5.5). Dans ce chapitre nous reprenons cette approche d'optimisation et nous l'élargissons au cas général pour lequel le degré des GSP peut être quelconque. La discrétisation consiste à créer des points d'embranchement non consommateurs, situés sur des cercles ou des sphères concentriques compris entre le point source et le cercle ou la sphère sur lequel se trouvent les nœuds consommateurs. Le nombre de points de la discrétisation sur chaque cercle ou sphère concentrique augmente avec le rayon.

De plus, dans ce chapitre nous développons des nouveaux mécanismes d'optimisation qui seront couplés à l'AGM et qui lui permettront d'accélérer la recherche des solutions. L'intérêt d'utiliser notre algorithme dans ce type de problème est de permettre une optimisation « libre ». Par exemple, les solutions trouvées peuvent être symétriques ou non car aucune contrainte géométrique n'est imposée a priori.

6.2 Mise en place des nouveaux mécanismes d'optimisation

Étant donné que notre étude comporte l'analyse des problèmes à grande dimension, c'est-à-dire des problèmes où le nombre total de nœuds présents sur le graphe est grand, nous faisons appel à des nouvelles méthodes d'optimisation qui permettront à notre programme de trouver des solutions optimales plus rapidement. Les méthodes consistent à faire des recherches locales ainsi que des mutations ciblées dans certains individus de la population.

6.2.1 Recherche locale (RL)

La recherche locale consiste à prendre une portion d'individus de la population courante et chercher localement des améliorations afin de guider la recherche générale. Ce type de stratégie s'avère être particulièrement utile lorsque nous travaillons avec des AG. Cependant, nous ne devons pas en abuser car les calculs s'alourdissent et elles peuvent mener à une convergence prématurée vers un optimum local.

D'une manière générale, le mécanisme de RL que nous utilisons ici peut être défini de la manière suivante : lorsqu'un nœud non consommateur est choisi par l'algorithme pour être un GSP, chercher les quatre nœuds les plus proches de ce nœud et trouver celui qui minimise au maximum la puissance de pompage. En d'autres termes, nous cherchons parmi les points voisins du point en question, celui qui est le mieux placé pour être un GSP. Ainsi, lors d'une recherche locale, lorsque dans un mot il y a un GSP, notre fonction le repère, puis cherche les quatre nœuds les plus proches du GSP et crée une population virtuelle composée par quatre individus virtuels plus l'individu original. Les quatre individus virtuels sont des individus pour lesquels le GSP original a été remplacé par un des quatre nœuds environnants. Ensuite la puissance de pompage est calculée pour cette population virtuelle et le meilleur individu est réinséré dans la population courante. De plus, lorsque le nombre de nœuds consommateurs augmente, le nombre de GSP présents dans un mot augmente lui aussi et nous pouvons faire la recherche locale pour plusieurs de ces GSP. La méthode générale consiste à choisir parmi tous les GSP présents dans le mot un nombre au hasard qui seront traités, ensuite choisir aléatoirement l'ordre dans lequel ils seront évalués, ceci afin de garder un caractère aléatoire dans nos recherches.

Par ailleurs, nous devons noter le fait que dans un mot, lorsque nous remplaçons une lettre par une autre, il se peut que le réseau correspondant change complètement. Cela se produit notamment lorsqu'une RL trouve qu'un des quatre nœuds les plus proches est un nœud consommateur. Afin d'éviter ceci, lors des RL nous apportons les modifications directement sur le réseau et non sur le mot. C'est-à-dire que les modifications seront effectuées sur la variable *tuyau* qui correspond en fait aux segments liant les points du réseau. Ensuite, le mot correspondant à ce réseau est généré grâce à la

méthode de codage de Prüfer (cf. procédure 3.2) et c'est ce mot généré qui devient l'individu virtuel. Ce mécanisme est illustré à la figure 6.1.

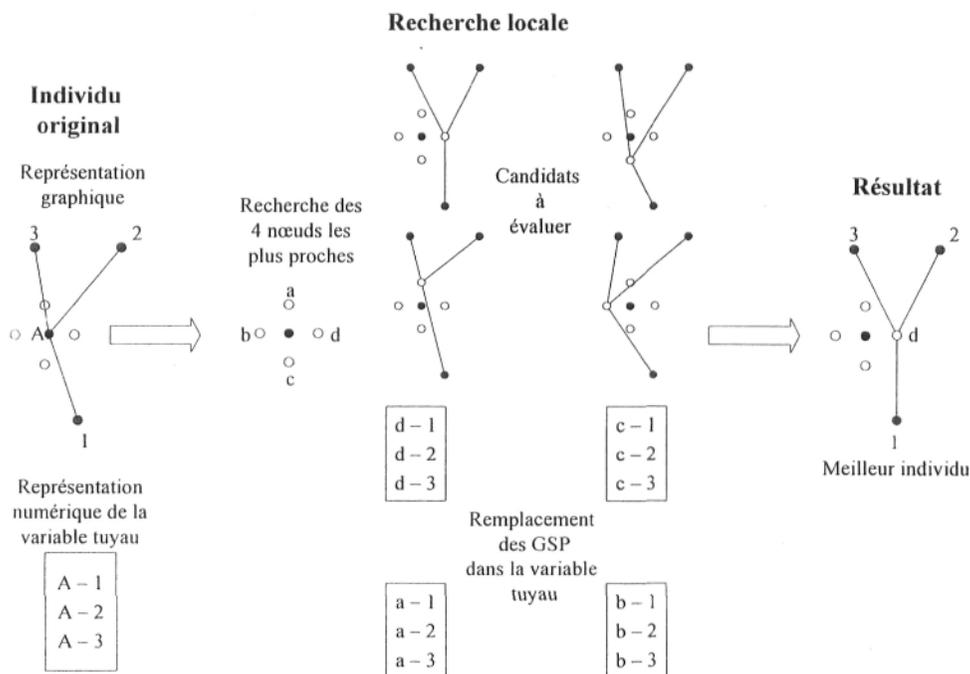


Figure 6.1 Illustration du mécanisme RL

6.2.2 Mutations ciblées (MC)

Tel que cela a été dit au chapitre I et au début de ce chapitre, les travaux concernant l'optimisation des réseaux en forme de disque ont montré que l'architecture optimale à l'intérieur du disque qui minimise la résistance globale du fluide [12, 13] ou encore la puissance de pompage [15] prend une forme de dendrite ou d'arbre. Nous allons donc exploiter ce résultat en apportant certaines modifications à certains individus de manière à favoriser les architectures en forme de dendrite, sans pour autant les imposer.

La deuxième stratégie d'optimisation que nous allons mettre en place dans ce chapitre consiste à effectuer des mutations ciblées (MC) sur certains individus de la population courante. Par MC nous entendons une mutation qui n'aura lieu que lorsque l'individu muté sera meilleur que l'individu original. Dans notre cas, MC vise à éliminer

les solutions qui relient un nœud consommateur directement avec la source (cf. figure 6.2.a), les solutions qui relient plusieurs nœuds consommateurs entre eux (6.2.b) et les branchements qui se croisent (6.2.c). En effet, nous savons que lorsque le nombre de nœuds consommateurs augmente, il n'est plus optimum de les relier chacun directement à la source [12, 13, 15]. De plus, même si pour certaines configurations il s'avère optimal de relier plusieurs nœuds consommateurs entre eux, nous essayons d'éviter les solutions « triviales », sans GSP et avec des nœuds consommateurs reliés sur la périphérie (cf. fig. 6.7). De plus, le degré d'un nœud consommateur doit être inférieur ou égal à 3 car au delà le réseau n'est pas optimal. Dans la figure 6.2 nous retrouvons un exemple qui illustre ce mécanisme.

D'une manière générale, les phénomènes cités ci-dessus se traduisent dans un mot soit par une forte concentration de lettres correspondantes à la source (lettres-source), soit par l'apparition des lettres correspondantes aux nœuds consommateurs (lettres-NC) ou encore par des paires (dans le cas des GSP de degré 3) de GSP trop éloignés dans un mot. Ainsi, lorsque dans un individu nous retrouvons des telles configurations, le mécanisme de MC impose une certaine quantité de GSP choisis aléatoirement entre la source et certains nœuds consommateurs. De même, la MC peut choisir de déplacer certaines des lettres-sources vers la fin du mot. De cette manière, nous favorisons la construction d'un réseau arborescent ou en forme de dendrite, tout en laissant la liberté à l'algorithme de construire des réseaux étagés ou avec plusieurs niveaux d'embranchement. Si le nouvel individu présente une puissance de pompage inférieure à celle de l'individu original, il vient alors le remplacer dans la population courante.

Par ailleurs, nous devons remarquer un aspect important concernant le mécanisme MC : lorsque nous ajoutons des lettres correspondantes à des GSP (lettres-GSP) dans le mot, ou encore lorsque nous changeons des lettres-NC par des lettres-GSP, le réseau caractérisé par le nouveau mot peut avoir changé considérablement et peut ne pas correspondre à la structure que nous essayions de favoriser. C'est-à-dire que l'ajout de deux lettres correspondantes à un GSP dans le mot à une position donnée ne signifie pas forcément l'ajout du GSP dans le réseau à la position désirée. Le réseau résultant peut donc être déformé et perdre en performance. C'est pourquoi, comme pour le mécanisme RL, les modifications ou impositions des GSP doivent être faites directement sur le

réseau, c'est-à-dire sur la variable *tuyaux*. Ensuite le nouveau mot correspondant doit être généré. Avec cette démarche nous pouvons garantir l'évaluation des réseaux cohérents. Nonobstant, d'autres modifications qui ont lieu dans la MC comme le déplacement de lettres-sources vers la fin du mot ou l'imposition de deux lettres correspondantes à un GSP dans le mot, au milieu d'une zone où il y a une forte densité de lettres-sources, exploitent directement les caractéristiques intrinsèques du mot liées au codage – décodage de Prüfer (cf. chapitre III, procédures 3.1 et 3.2) et sont, donc, plus performantes si elles ont lieu directement sur le mot. En effet, si nous voulions effectuer ces types de modifications au niveau géométrique, c'est à dire sur la variable *tuyau*, nous aurions besoin des boucles de programmation longues et complexes qui ne seraient pas forcément efficaces. Par exemple, l'idée derrière le mécanisme qui déplace des lettres-sources vers la fin du mot est de favoriser la construction d'une structure étagée, soit, avec plusieurs niveaux d'embranchement. Nous comprenons facilement l'avantage de le faire directement sur le mot plutôt que de modifier la variable *tuyau*. C'est pourquoi le mécanisme de mutation ciblée que nous proposons dans ce mémoire mélange à la fois le traitement sur les réseaux et le traitement sur les mots. C'est-à-dire que, pour un individu, certaines modifications seront effectuées sur la variable *tuyau* et le mot correspondant sera généré à l'aide de l'algorithme de codage de Prüfer, et certaines autres seront effectuées directement sur le mot.

Ces genres de mécanismes de mutation s'avèrent être très efficaces pour l'optimisation des réseaux en forme de disque ou de sphère. Par contre, étant donné la complexité et la lourdeur des boucles qui interviennent, le pourcentage d'individus qui subissent ce genre de mutation doit rester faible afin de ne pas nuire à l'efficacité de notre programme.

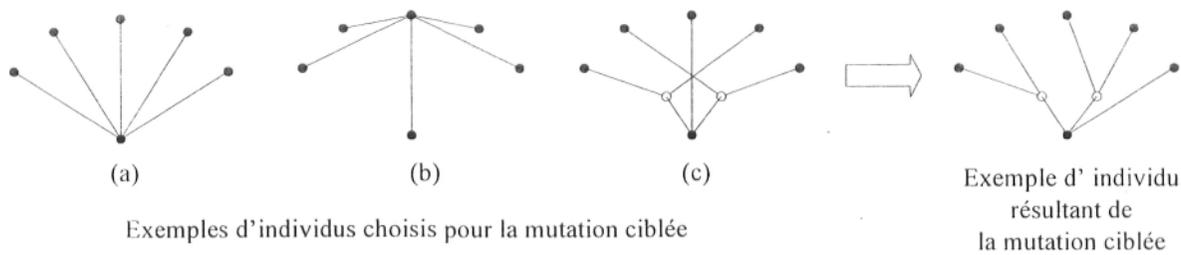


Figure 6.2 Exemple d'individus pouvant être améliorés par une MC

6.3 Étude de la distribution optimale d'un fluide sur un disque avec des GSP de degré 3 et des GSP de degré quelconque (2D)

Dans cette partie nous avons cherché à optimiser la distribution d'un fluide incompressible sur un disque de rayon unitaire. Pour ce faire nous avons utilisé l'AGM développé au chapitre précédent couplé avec les mécanismes de RL et MC expliqués ci-dessus. Dans un premier temps nous avons considéré le cas où le degré des GSP est égal à 3. Ensuite nous avons considéré le cas général pour lequel le degré des GSP peut varier entre 3 et N .

6.3.1 Présentation de l'étude en 2D

Soit N nœuds consommateurs placés de manière équidistante sur la périphérie d'un disque de rayon unitaire. Leur consommation est la même et est égale à l'unité. Notre objectif est de trouver le réseau qui lie la source, placée au centre du disque, avec les N nœuds consommateurs et pour lequel la puissance de pompage est minimale. L'étude menée dans cette partie consiste à déterminer l'évolution de la puissance de pompage minimale lorsque N augmente. Dans un premier temps, nous discrétisons le domaine. Cette discrétisation va dépendre du nombre de nœuds consommateurs N . La manière dont nous l'effectuons est expliquée dans la section suivante. Ensuite le programme évolue jusqu'à ce qu'un des critères d'arrêt soit vérifié.

Nous savons que, lorsque N est inférieur ou égal à 4, le réseau optimal correspondant est celui qui relie chaque nœud consommateur à la source (réseau radial). Par contre, lorsque le nombre de nœuds consommateurs augmente, il ne s'avère plus optimal de les relier chacun à la source. En effet, l'utilisation des points d'embranchement permet de diminuer la puissance de pompage en créant une structure en forme de dendrite [12, 13, 15].

De même, nous définissons la variable *puissance relative* comme étant le rapport entre la puissance de pompage minimale trouvée par l'algorithme et la *puissance radiale* lorsque chaque nœud consommateur est relié à la source, définie par l'équation :

$$\tilde{W}_{rel} = \frac{\tilde{W}_{optimisé}}{\tilde{W}_{radial}} \quad (6.1)$$

6.3.2 Algorithme génétique modifié couplé avec les mécanismes RL et MC (AGMM)

Nous allons, dans un premier temps, définir le réglage des paramètres que nous avons utilisé pour cette étude. Premièrement, en ce qui concerne la discrétisation du domaine, les variables qui interviennent sont le nombre de cercles concentriques à l'intérieur du disque et le nombre de nœuds non consommateurs, ou GSP potentiels, sur chacun des ces cercles. Cette dernière variable dépend du rang du cercle ainsi que du nombre des nœuds non consommateurs sur le premier cercle, soit :

$$n_i = n_1 \times i \quad (6.2)$$

avec i le rang du cercle.

D'ailleurs, le nombre de cercles concentriques et le nombre de nœuds non consommateurs sur le premier cercle sont deux variables déterminantes dans la précision ainsi que dans la vitesse de nos calculs. Nous devons donc trouver un compromis entre le temps de calcul et la précision souhaitée. Pour cette première étude, nous avons choisi de construire 10 cercles concentriques, séparés d'un pas de 0.1 et tels que sur le dixième cercle se trouvaient les nœuds consommateurs et sur les autres 9 cercles se trouvaient les nœuds non consommateurs ou GSP potentiels. Le nombre de nœuds non consommateurs sur le premier cercle variait avec N et pouvait aller de 4 ($N = 10$) jusqu'à 8 ($N = 100$). De même, le nombre total de nœuds non consommateurs dans le domaine variait et pouvait aller de 180 ($N = 10$) jusqu'à 360 ($N = 100$).

D'autres paramètres importants sont le pourcentage d'individus qui subissent les mécanismes RL et MC ainsi que la fréquence à laquelle ont lieu ceux-ci. Pour ces paramètres il est difficile de préconiser un réglage qui marche quelque soit N . Ici on propose une approche *mixte*. C'est-à-dire que nous effectuerons des recherches locales et des mutations ciblées sur un pourcentage faible des individus (de 1 % à 5 % par exemple) choisis aléatoirement à chaque génération. Puis, toutes les g générations (typiquement 100) nous augmenterons considérablement le pourcentage des individus choisis (jusqu'à

40 % par exemple) en forçant la sélection de manière à ce que les meilleurs aient plus de chances d'être choisis. De même, lorsque le nombre de générations atteint une certaine valeur critique G_c (typiquement 500) nous effectuons constamment des recherches locales et des mutations ciblées sur le meilleur individu. De cette manière nous espérons avoir une optimisation satisfaisante dans des temps de calcul corrects. La suite détaillée de notre programme se trouve à la figure 6.3.

Les critères d'arrêt G_{\max} et G_{stall} évoluent avec N et peuvent aller de 10000 et 500 pour $N = 10$ jusqu'à 50000 et 3000 pour $N = 100$. En effet, lorsque N augmente, la discrétisation du domaine doit être adaptée. La dimension du problème augmente alors et l'algorithme met plus de temps à effectuer des croisements performants. La taille de la population reste pendant toute l'étude égale à 100 individus, le *pourcentage d'individus sélectionnés pour croisement* est égal à 90 % et le *taux de mutation* est ramené à 1 %. En effet, avec les mécanismes de RL et de MC les individus subissent suffisamment des changements, nous devons donc baisser le *taux de mutation* pour ne pas nuire au fonctionnement de l'AG.

Finalement, tel que nous l'avons vu au chapitre IV, la solution trouvée par notre programme lors d'un calcul peut ne pas être l'optimum global mais plutôt une solution quasi-optimale (cf. chapitre IV, répétabilité et finesse des résultats). C'est pour cette raison que dans le chapitre IV nous faisons systématiquement 10 simulations pour chaque calcul. Cependant, lorsque N est grand la dimension du problème est grande et les temps de calcul deviennent longs. C'est en partie pour cette raison que nous avons décidé dans ce chapitre de créer des nouvelles fonctions de recherche (RL et MC), afin d'augmenter l'efficacité de notre algorithme et pour ne pas avoir à faire beaucoup de simulations pour un même calcul. C'est pourquoi, dans ce chapitre nous ne ferons plus les 10 simulations systématiques pour un même calcul comme précédemment. Par contre, pour augmenter l'efficacité de notre programme nous avons adopté, lorsque la dimension des problèmes était grande, la technique qui consiste à effectuer une première optimisation avec l'AG puis relancer un nouveau calcul en insérant dans la nouvelle population le meilleur individu trouvé précédemment.

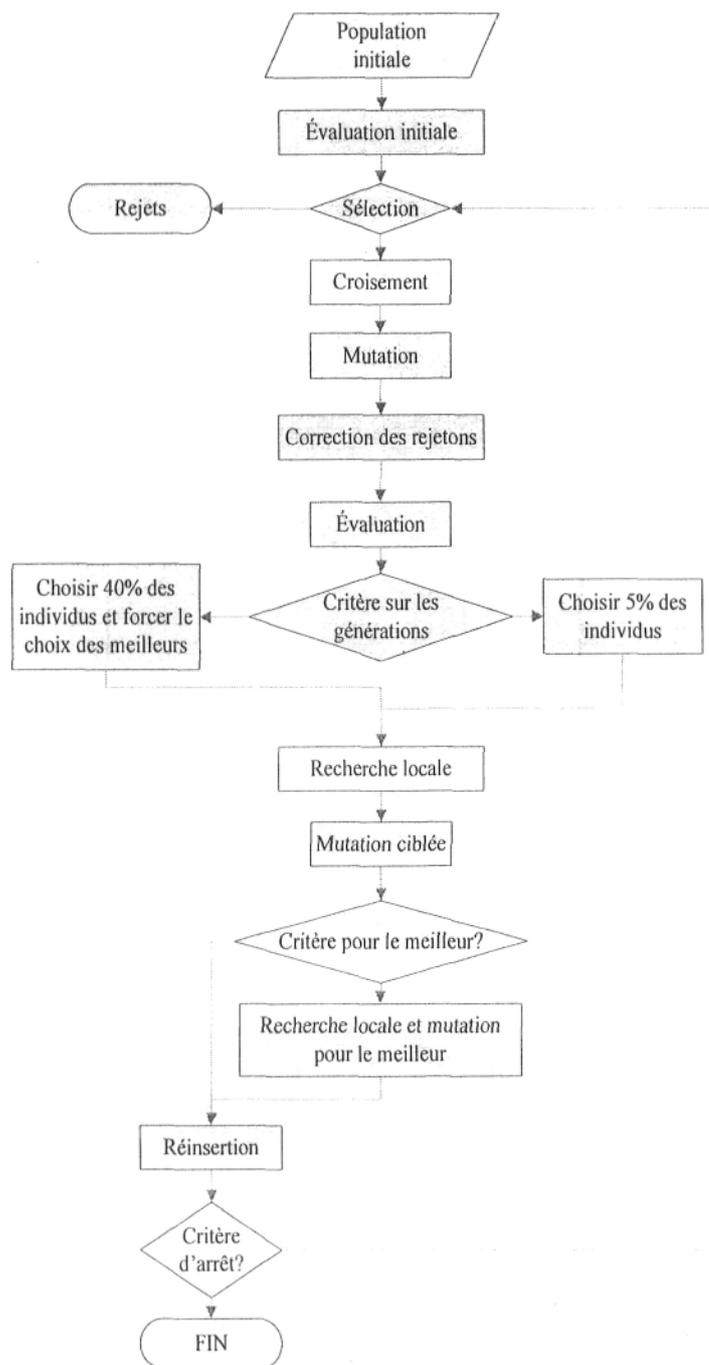


Figure 6.3 Structure générale de l'AGMM utilisé

6.3.3 Distribution optimale d'un fluide incompressible sur un disque unitaire avec des GSP de degré 3 (AGMM3)

Dans cette partie nous présentons les résultats obtenus avec l'algorithme décrit dans la section précédente lorsque nous considérons que le degré des GSP est égal à 3. Nous avons fait varier N entre 4 et 100 et nous avons adapté la discrétisation pour chaque cas. Nous avons tracé sur la figure 6.4 l'évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N . L'ensemble de nos résultats sont comparés aux résultats trouvés par Gosselin et Bejan [15]. Sur la figure 6.4, les points isolés (courbes en pointillés) correspondent à l'évolution de \tilde{W}_{rel} pour différents niveaux d'embranchement (1, 2, 3 et 4) déterminés par les auteurs dans cet article. En effet, dans [15] les auteurs ont étudié les performances de certaines topologies pour lesquelles un certain degré d'embranchement (jusqu'à 4) était imposé. En agissant ainsi, les auteurs adoptaient l'hypothèse que la structure optimale contenait un certain nombre (1, 2, 3 ou 4) d'embranchements. Sur la même figure (Figure 6.4), la courbe correspond à l'ensemble des résultats trouvés par notre algorithme. De même, dans la figure 6.5.a-j nous montrons quelques designs trouvés par l'AGMM3 lors de cette étude.

Nous constatons que notre programme fonctionne très bien lorsque N reste inférieur à ~ 30 . Pour des problèmes avec plus de nœuds consommateurs sur la périphérie le programme a trouvé des très bonnes solutions mais légèrement moins performantes que celles trouvées dans [15] (cf. fig. 6.4).

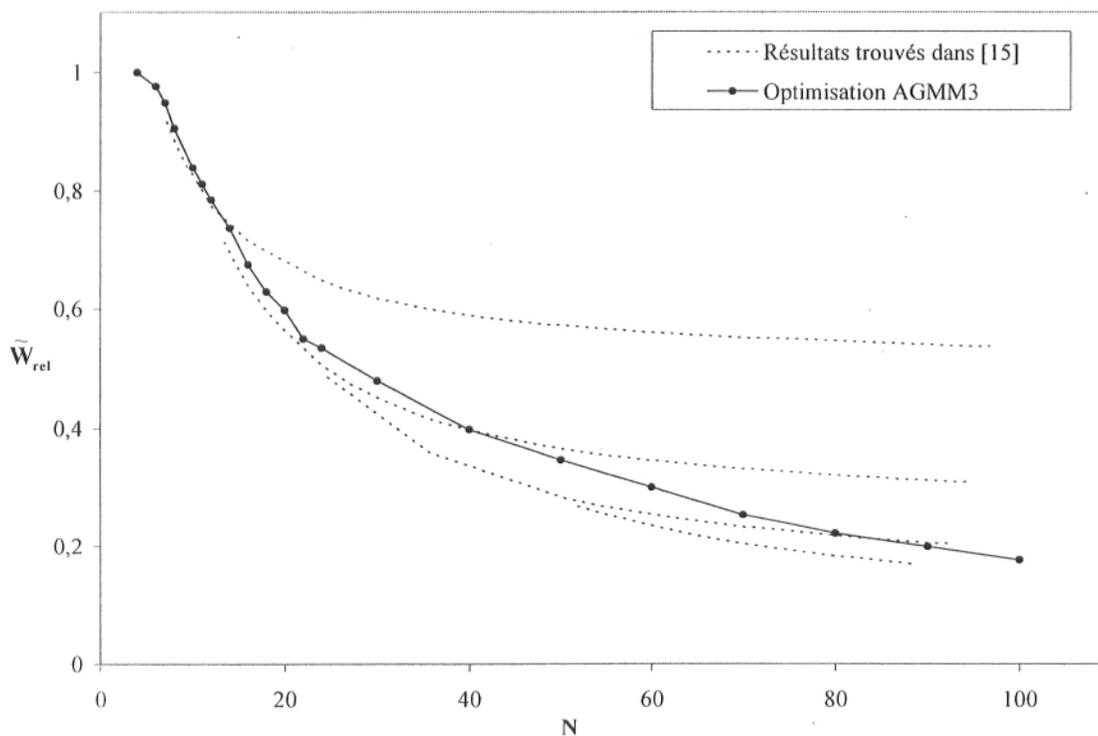


Figure 6.4 Comparaison entre les résultats trouvés par l'AGMM3 et les résultats trouvés dans [15]

Par ailleurs, une des raisons principales pour laquelle les solutions de l'AGMM3 sont légèrement moins performantes que celles de Gosselin et Bejan est que notre optimisation par GSP est une approximation. En effet, les nœuds non consommateurs sont placés à l'avance sur le domaine et leur localisation n'est pas forcément l'optimale. Nonobstant, notre algorithme réussit à trouver des solutions quasi-optimales pour lesquelles la puissance de pompage est faible comparé à la puissance de pompage de réseaux radiales et qui donnent des informations intéressantes concernant la géométrie des branches. En effet, lorsque nous regardons les différents designs trouvés par l'AGMM3 nous constatons que leur structure est entièrement asymétrique et intègre plusieurs types d'embranchement (de 0 jusqu'à 5 niveaux d'embranchement par exemple). De plus, des designs différents peuvent avoir des performances similaires concernant le coût de pompage, ce qui laisse des libertés d'un point de vue construction pour ce type de systèmes (cf. fig. 6.6).

En ce qui concerne les temps de calcul, nous constatons qu'ils ont augmenté en comparaison avec les résultats des chapitres IV et V. Par exemple, pour une simulation avec $N = 100$ le temps de calcul était à peu près de 29 heures. En plus, lorsque la dimension du problème était faible, i.e. lorsque le nombre total de nœuds présents sur le graphe était faible, la dispersion des résultats obtenus avec l'AGMM était elle aussi faible. C'est-à-dire qu'avec une ou deux simulations nous étions capables de trouver des résultats satisfaisants par rapport aux résultats de Gosselin et Bejan. En revanche, lorsque cette même dimension augmentait, la dispersion des résultats augmentait aussi. Nous devons donc lancer plusieurs simulations (jusqu'à 5 simulations pour $N = 100$) avant de trouver un résultat performant, ce qui faisait augmenter les temps de calcul. Ceci s'explique principalement en raison du nombre de possibilités mises en jeu dans un calcul. Par exemple, lorsque $N = 10$ la dimension du problème était de 191. De même, pour $N = 100$ le nombre total de nœuds dans le graphe était 461, donc théoriquement 461^{459} possibilités, ce qui en base dix correspond à peu près à 10^{1222} possibilités.

Nous pouvons donc conclure positivement sur cette approche en soulignant l'importance des nouvelles stratégies d'optimisation mises en place dans ce chapitre (RL et MC). Effectivement, lorsque ces mécanismes n'étaient pas présents l'algorithme évoluait vers des solutions « triviales », c'est à dire des solutions pour lesquelles les nœuds consommateurs sont reliés directement entre eux sans passer par des points d'embranchement (cf. fig. 6.7) ou bien vers des solutions moins performantes que celles trouvées par l'algorithme avec ces mécanismes.

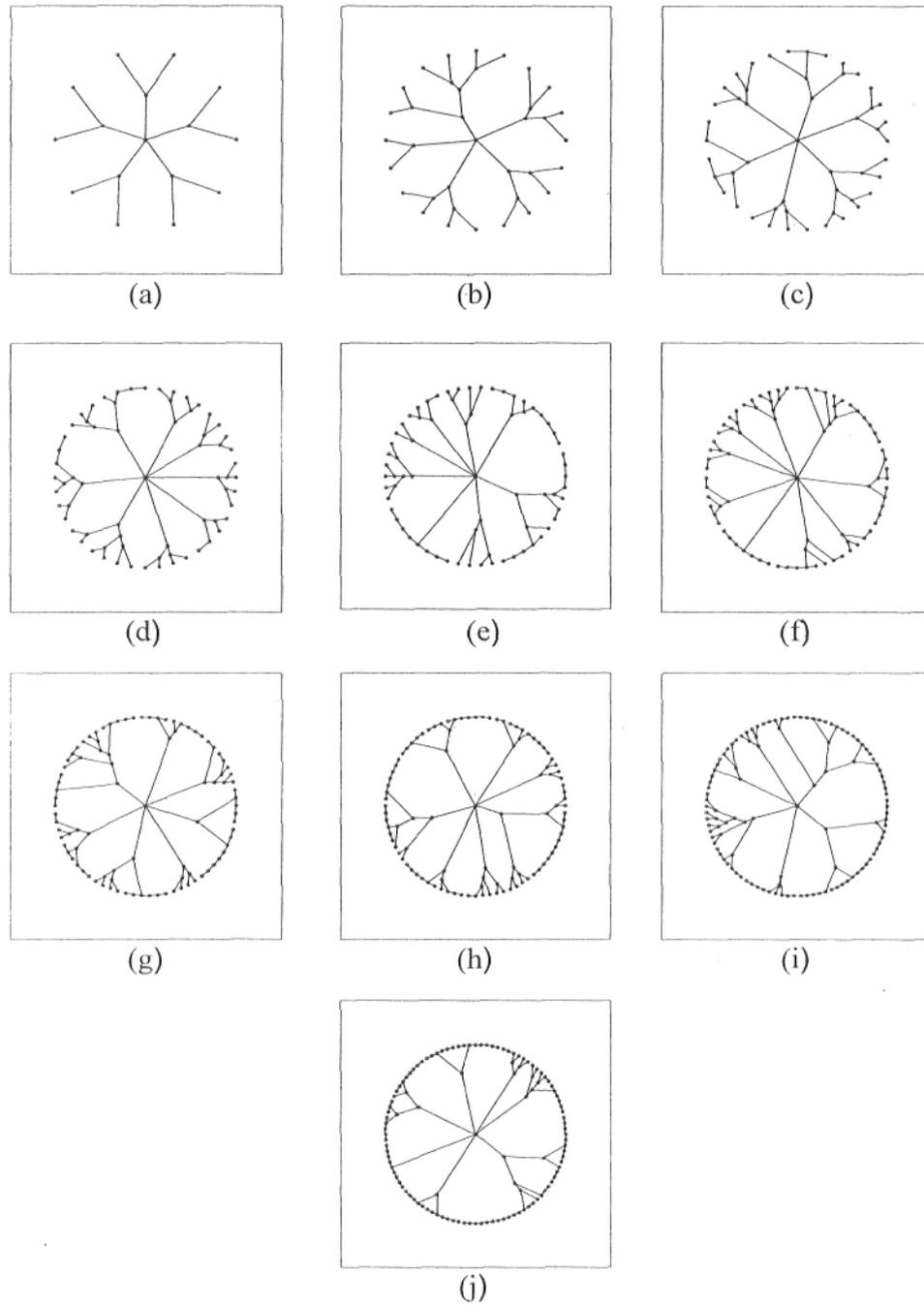


Figure 6.5 Exemples de réseaux optimisés par l'AGMM3 pour différentes valeurs de N : (a) 10, (b) 20, (c) 30, (d) 40, (e) 50, (f) 60, (g) 70, (h) 80, (i) 90, (j) 100

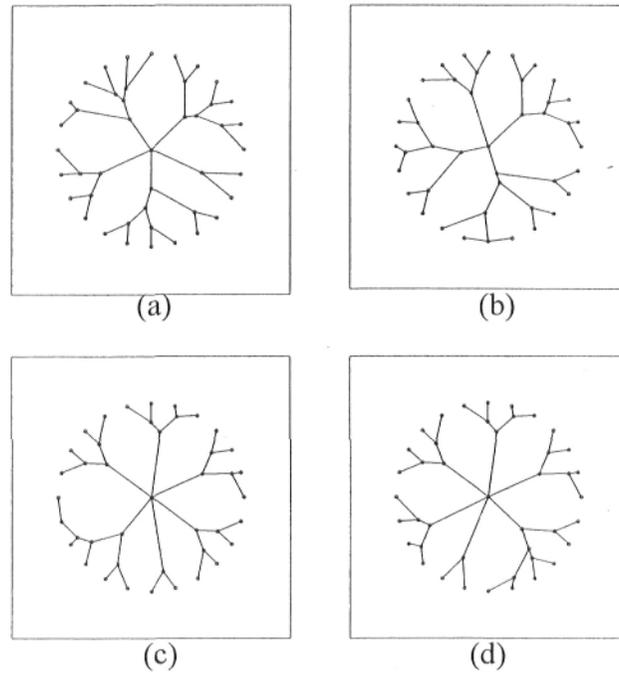


Figure 6.6 Designs pouvant mener à une performance similaire, pour $N = 24$

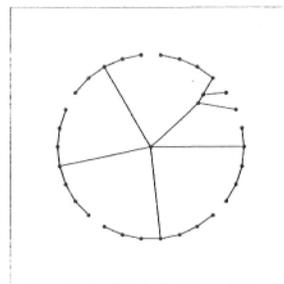


Figure 6.7 Solution « triviale » trouvée par l'AG sans RL ni MC, pour $N = 30$

6.3.4 Distribution optimale d'un fluide incompressible sur un disque unitaire avec des GSP de degré quelconque (AGMMN)

Une deuxième approche d'optimisation consiste à considérer des GSP dont le degré peut varier entre 3 et N , N étant le nombre de nœuds consommateurs ou distributeurs dans le graphe. Cette approche présente plus de libertés d'optimisation mais nécessite d'un traitement particulier.

D'une manière générale, le nombre de GSP peut varier entre 0 et $N - 2$, leur degré pouvant varier entre 3 et N . Cependant, lorsque le degré des GSP augmente, leur nombre dans le réseau diminue. En effet, il existe une relation entre le nombre maximal de GSP présents dans un réseau et leur degré. De cette manière, nous pouvons écrire l'équation 6.3 qui traduit la contrainte pour pouvoir placer x_δ GSP de degré δ quelconque dans un réseau. Nous comprenons facilement que, lorsque le degré des GSP est libre de varier entre 3 et N , le nombre de possibilités de design est très grand et cela augmente avec la dimension du problème.

$$\sum_{\delta=3}^{\Lambda} x_\delta (\delta - 2) + 2 \leq N \quad (6.3)$$

Pour cette partie nous avons mis en place un programme capable de traiter le cas général des GSP de degré quelconque supérieur à 3 et nous avons mené la même étude que précédemment. Ce qui change par rapport à la partie précédente c'est l'imposition des degrés des différents GSP. Ici, la contrainte qui limite les GSP au degré 3 est relaxée et nous tombons dans le cas général pour lequel un GSP peut être relié à N nœuds. De cette manière nous laissons un maximum de liberté à notre programme pour trouver des designs optimaux.

Sur la figure 6.8 nous avons tracé l'évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N . Nous retrouvons aussi sur la figure 6.9a-j. quelques designs optimaux trouvés par notre programme pendant cette étude. Dans l'ensemble, les solutions trouvées par l'AGMMN sont plus performantes que celles trouvées par l'AGMM3 dans la partie 6.3, leur \tilde{W}_{rel} se situant beaucoup plus proche de celle des résultats de Gosselin et Bejan (cf. fig. 6.8).

De plus, en regardant la figure 6.8.a-j nous constatons que, lorsque le nombre de nœuds consommateurs augmente, les solutions optimales contiennent des GSP avec des degrés supérieurs à 3 et qui peuvent aller jusqu'au degré 7 ou 8.

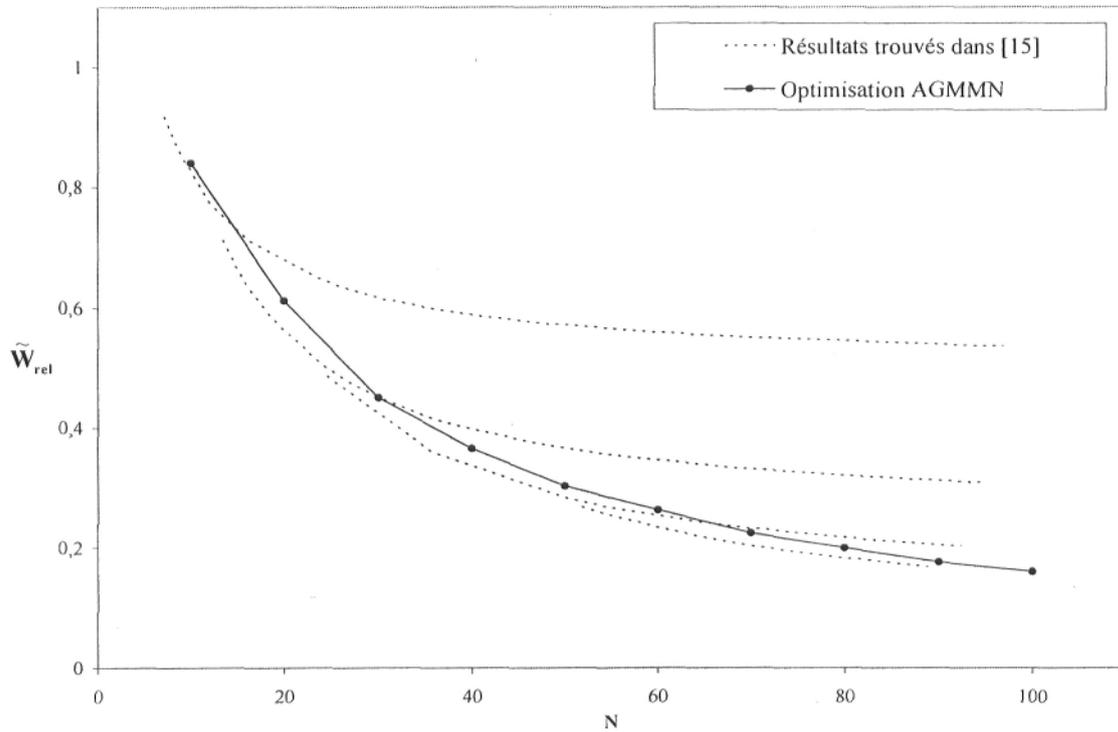


Figure 6.8 Comparaison entre les résultats trouvés par l'AGMMN et les résultats trouvés dans [15]

Par ailleurs, lorsque nous comparons les solutions trouvés dans la section 6.3.3 et les solutions trouvées ici, nous constatons que, pour un même nombre de nœuds consommateurs sur la périphérie, les designs avec des GSP de degré quelconque présentent moins des GSP que ceux avec des GSP de degré 3. Cela est rassurant d'un point de vue ingénierie étant donné que dans ce mémoire nous avons négligé les pertes dans les jonctions mais dans la réalité elles existent et nous devons en tenir compte.

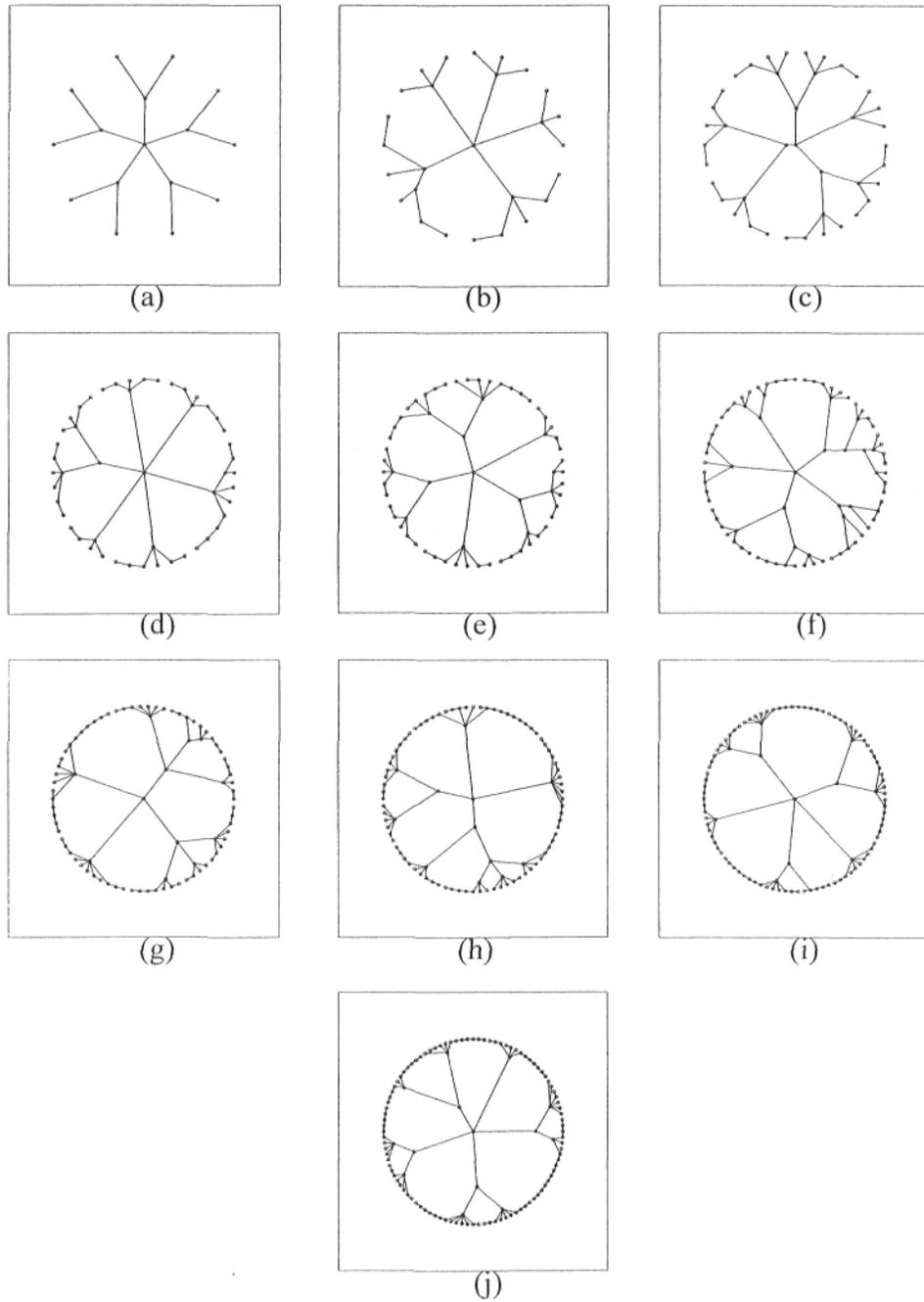


Figure 6.9 Exemples de réseaux optimisés par l'AGMMN pour des différentes valeurs de N : (a) 10, (b) 20, (c) 30, (d) 40, (e) 50, (f) 60, (g) 70, (h) 80, (i) 90, (j) 100

6.3.5 Conclusion de l'étude en 2D

Dans cette partie nous avons étudié la distribution optimale d'un fluide incompressible sur un disque de rayon unitaire. De même, nous avons comparé deux modèles d'optimisation : un avec des GSP de degré 3 et un autre avec des GSP de degré quelconque. Nous avons pu constater que les résultats trouvés par ce dernier étaient plus performants et pouvaient même être confrontés aux résultats trouvés dans [15].

De plus, nous devons noter la robustesse du modèle de la partie 6.3.4 car il présente une stabilité supérieure à celle du modèle de la partie 6.3.3. En effet, avec l'AGMMN nous trouvons des résultats très performants avec une ou deux simulations uniquement et ceci même pour les problèmes à grande dimension, alors que l'AGMM3 nécessitait plusieurs simulations avant de retrouver une solution correcte.

Finalement, nous remarquons la tendance de l'algorithme, lorsque la dimension du problème croît, à augmenter le degré des GSP plutôt qu'à augmenter leur nombre, ce qui est intéressant pour les applications en ingénierie étant donné la difficulté à effectuer des jonctions sans pertes.

6.4 Étude de la distribution optimale d'un fluide dans une sphère avec des GSP de degré quelconque (3D)

L'étude de la partie 6.3 nous a montré la robustesse et l'efficacité de l'algorithme génétique modifié avec des GSP de degré quelconque. Dans cette partie, nous étudions la distribution optimale d'un fluide incompressible dans une sphère à l'aide de l'algorithme AGMMN, adapté au problème en 3D.

6.4.1 Présentation du problème en 3D

Soit N nœuds consommateurs situés de manière équidistante sur la surface d'une sphère de rayon R . Le problème étudié dans cette section est celui de trouver le réseau transportant un fluide du centre de la sphère vers les nœuds consommateurs et pour lequel

la puissance de pompage est minimale. L'approche numérique utilisée est la même que pour le problème de distribution en 2D, c'est-à-dire, discrétisation du domaine en plusieurs centaines de points non consommateurs et optimisation avec l'AGMMN.

La discrétisation consiste en un ensemble de sphères concentriques dont le rayon varie entre $[0;1]$, 0 pour la source, 1 pour la surface de la sphère sur laquelle se trouvent les nœuds consommateurs, avec un pas et un nombre de points GSP sur chaque sphère intérieure dépendants de la dimension du problème. En ce qui concerne le modèle mathématique, nous négligeons l'influence de la gravité sur l'écoulement du fluide et nous gardons la même formulation que précédemment (cf. chapitre II). En effet, Gosselin et Bejan [14] ont démontré que l'ajout de la gravité dans la formulation du problème mathématique n'a pas d'influence sur la configuration finale dans un problème d'optimisation comme celui-ci.

6.4.2 Distribution optimale d'un fluide incompressible dans une sphère de rayon unitaire avec l'AGMMN

Pour cette étude nous avons fait varier N entre 30 et 162 et nous avons calculé pour chaque cas le réseau pour lequel la puissance de pompage était minimale. Concernant le modèle numérique, nous avons discrétisé l'intérieur de la sphère où se situaient les N nœuds consommateurs en 9 sphères. Le nombre de nœuds sur la première sphère était égal à 10.

Nous avons tracé sur la figure 6.10 l'évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N et nous avons inclus sur cette même figure les résultats de la partie 6.3.4 (optimisation en 2D) pour des fins de comparaison. Nous constatons sur cette figure que la courbe en 3D est décalée par rapport à celle en 2D et son évolution est beaucoup plus douce. En effet, en dessous d'un certain N proche de 30, le réseau de distribution optimal dans la sphère est celui qui lie chaque nœud consommateur avec la source. Lorsque nous étudions le cas en 2D nous avons constaté que la valeur minimale de N pour avoir une distribution optimale en forme de dendrite se situait aux alentours de 4 et 5. Nous comprenons que la différence vient du fait qu'en passant en 3D nous avons augmenté l'espace géométrique

sur lequel étaient distribués les nœuds consommateurs, et donc la distance minimale moyenne entre deux nœuds consommateurs.

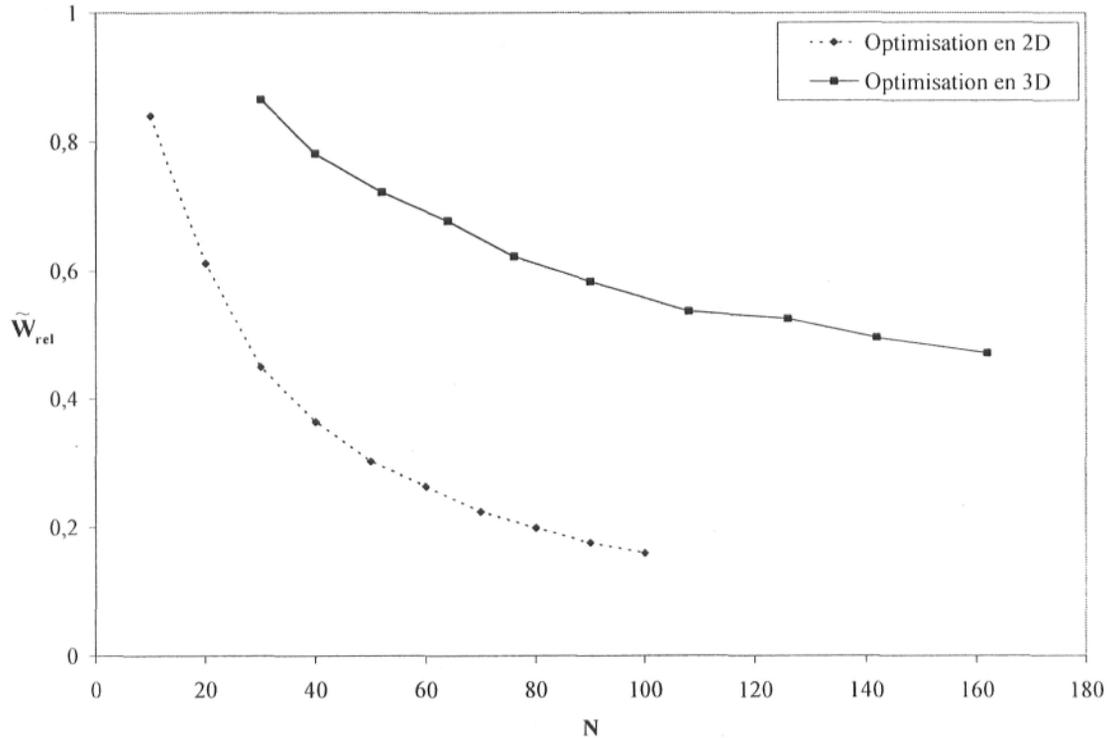


Figure 6.10 Évolution de \tilde{W}_{rel} en 2D et 3D en fonction de N

Afin d'effectuer une comparaison qualitative, nous avons tracé sur la figure 6.11 l'évolution de la puissance relative pour les cas 2D et 3D en fonction de la distance minimale moyenne entre deux nœuds consommateurs.

Les résultats présentés dans cette partie suggèrent que le paramètre effectif pour comparer les modèles 2D et 3D est la distance minimale moyenne entre deux points consommateurs. Effectivement, si l'on regarde de près la courbe 6.11 on constate que les 10 valeurs de N étudiées en 3D sont à peu près équivalentes en termes de distance minimale et optimisation aux 3 premières valeurs étudiées dans la partie 6.4. Ce résultat est rassurant car cela signifie que notre modèle fonctionne bien en 3D. De plus, nous constatons que pour pouvoir effectuer une comparaison plus approfondie nous devrions

augmenter N jusqu'à environ 1000, ce qui correspondrait à une distance minimale moyenne entre les nœuds de l'ordre de 0.06.

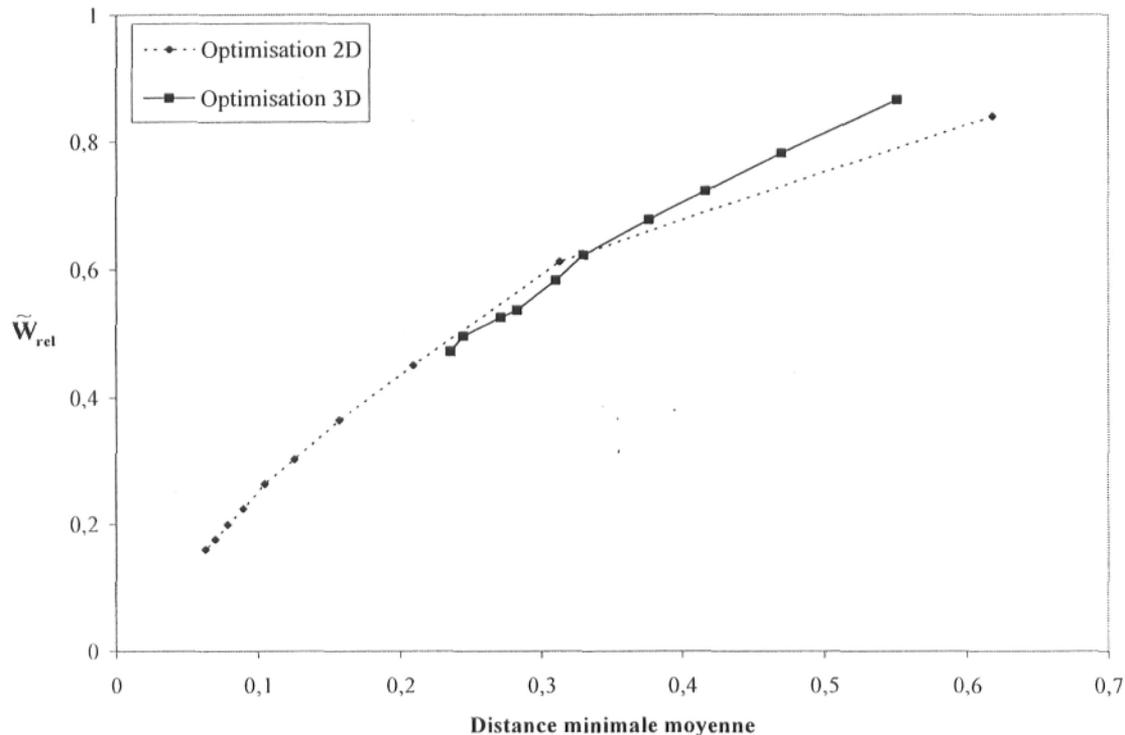


Figure 6.11 Évolution de \tilde{W}_{rel} en 2D et 3D en fonction de la distance minimale moyenne

En effet, même si la distance minimale moyenne entre les nœuds consommateurs pour les 10 problèmes étudiés est équivalente à celle des problèmes de faible dimension en 2D (10, 20 et 30 nœuds consommateurs), le nombre de nœuds consommateurs en 3D a augmenté considérablement (jusqu'à 162), augmentant ainsi la dimension (jusqu'à 613) et donc la complexité du problème. Effectivement, nous avons constaté une augmentation considérable dans les temps de calcul pour les problèmes traités dans cette partie (jusqu'à 82 heures pour une simulation).

Nous sommes donc confrontés à une problématique pour la suite de notre étude. D'un côté nous savons que nous devons augmenter le nombre de points sur la surface afin de pouvoir comparer nos résultats en 3D avec ceux en 2D. De l'autre côté nous

constatons que les temps de calcul deviennent très longs. Afin de mettre en relief l'influence de la dimension du problème sur la performance de notre programme, nous avons étudié le comportement de l'algorithme génétique sans les fonctions RL et MC, lorsque la dimension du problème était grande. Ainsi nous avons fait varier N entre 100 et 1000 et nous avons constaté que la performance de l'algorithme décroissait lorsque N augmentait et qu'à partir d'une certaine valeur l'AG n'optimisait presque plus (cf. Annexe III).

Afin de contourner cette problématique, et dans le but de compléter notre étude en 3D, nous avons décidé de simplifier le problème. Dans la partie suivante nous étudierons la distribution optimale d'un fluide dans 1/8 de sphère uniquement. De cette manière nous pourrons analyser des cas comparables à ceux de la partie 6.4 en termes de distance minimale entre les points consommateurs tout en réduisant la dimension des problèmes et donc les temps de calcul.

6.4.3 Étude de la distribution optimale d'un fluide incompressible dans 1 / 8 de sphère avec l'AGMMN

Dans cette partie nous avons étudié la distribution optimale d'un fluide incompressible dans une sphère comportant un grand nombre de nœuds (jusqu'à 1016 nœuds situés de manière équidistante sur la surface de la sphère). Pour ce faire, nous avons découpé la géométrie originale en 8 (cf. figure 6.12) et nous avons optimisé une partie uniquement. En ce sens, \tilde{W}_{rel} était définie comme le rapport entre la puissance de pompage d'un huitième de sphère optimisé et la puissance de pompage radiale de cette même partie.

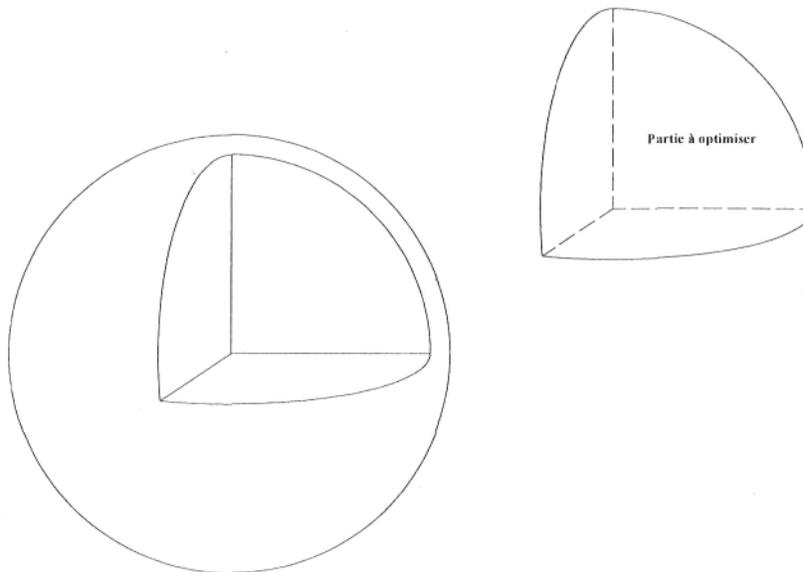


Figure 6.12 Découpage de la sphère en 8 parties et optimisation d'une de ces parties

Cette approche nous a permis d'étudier l'architecture optimale en 3D lorsque la distance minimale entre les nœuds consommateurs est petite. De plus, même si en agissant ainsi nous avons forcé le design final à être symétrique (car dans notre analyse on considère que les autres 7 parties sont identiques à la partie optimisée), nous devons garder en vue que notre objectif était de trouver des designs pour lesquels la puissance de pompage était minimale. En effet, cette idée de reproduire un certain patron pour constituer une structure complexe est à la base de nombreuses applications d'ingénierie (structures fractales).

Ainsi, nous avons lancé une série des calculs avec l'AGMMN pour N allant de 126 jusqu'à 1016 et nous avons tracé l'évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N (échelle logarithmique) ainsi qu'en fonction de la distance minimale moyenne aux figures 6.14 et 6.15. Pendant toute l'étude, le nombre d'individus par population I_{gen} était égal à 100. De même, les critères d'arrêt ont été fixés à 3000 pour G_{stall} et 50000 pour G_{max} . Les paramètres pour la discrétisation et les temps de calcul pour chaque problème étudié ont été regroupés dans le tableau 6.2.

Nos résultats montrent le potentiel de cette nouvelle approche (cf. figure 6.14 – 6.15). En réduisant la dimension réelle des problèmes les temps de calcul ont diminué

considérablement. De plus, les solutions optimales étaient de meilleure qualité en termes de performance et robustesse que celles trouvées précédemment. En effet, en simplifiant la géométrie de base nous avons éliminé les symétries, le graphe résultant était donc mieux conditionné pour des configurations optimales. La figure 6.13 illustre ceci : il est facile à comprendre que lorsque nous travaillons sur la sphère au complet, un réseau généré aléatoirement peut présenter beaucoup plus d'anomalies qu'un réseau généré aléatoirement sur $1/8$ de sphère.

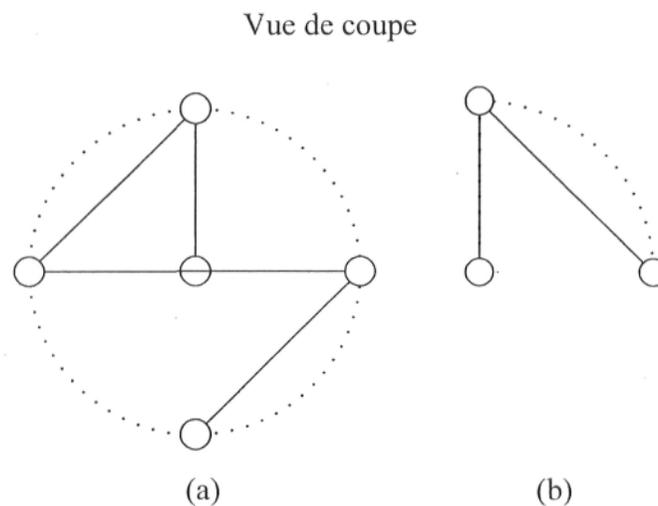


Figure 6.13 Exemples de réseaux non optimaux générés aléatoirement pour des distributions dans : (a) une sphère au complet, (b) $1/8$ de sphère

En regardant la figure 6.15 nous pouvons constater que les trois modèles étudiés (2D, 3D sphère au complet et 3D $1/8$ de sphère) traduisent le même comportement concernant l'évolution de l'optimisation lorsque la distance minimale entre deux nœuds consommateurs diminue. La principale différence vient du fait qu'avec le modèle « 3D $1/8$ de sphère », les solutions trouvées sont d'une meilleure qualité et la courbe correspondante apparaît décalée par rapport aux courbes des deux autres modèles (cf. figure 6.15). En effet, tel que nous l'avons dit précédemment, notre programme fonctionne en grande partie avec un aspect probabiliste, c'est pourquoi nous ne pouvons pas garantir qu'une solution trouvée par l'algorithme soit la solution minimale. Cet aspect est d'autant plus important lorsque la dimension du problème est grande.

Les résultats présentés dans cette section montrent la pertinence de notre choix de simplifier le problème et nous permettent de mieux comprendre l'architecture qui permet la distribution optimale d'un fluide dans une sphère. En effet, dans la figure 6.16.a-b nous montrons deux designs optimums trouvés par notre programme pour $N = 776$ (cf. figure 6.16.a) et $N = 916$ (cf. figure 6.16.b). Nous pouvons constater sur cette figure que les réseaux optimums présentent une structure arborescente à l'intérieur de la sphère et sur sa surface.

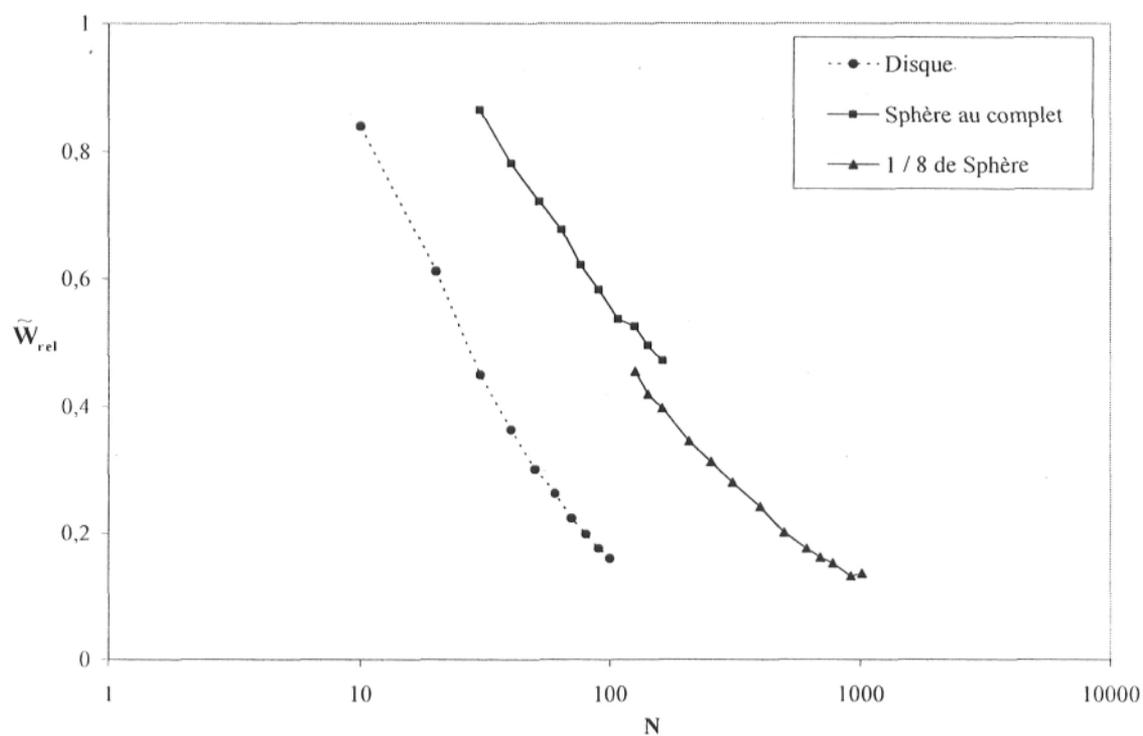


Figure 6.14 Évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de N , échelle semi logarithmique

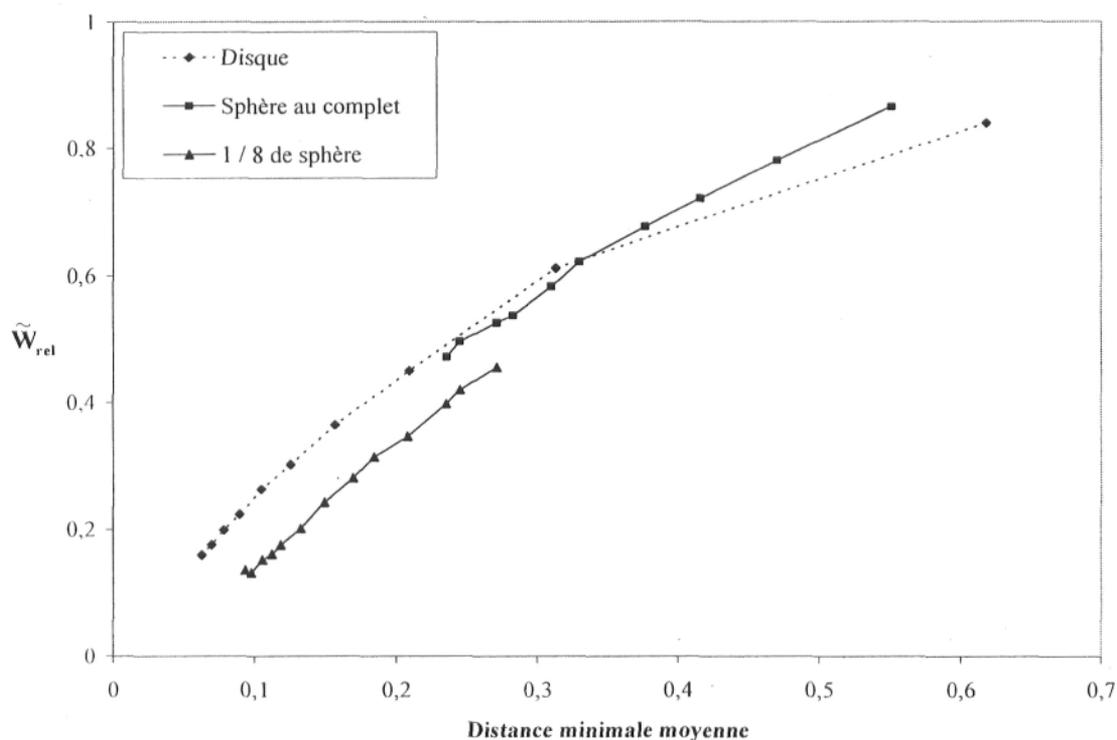


Figure 6.15 Évolution de \tilde{W}_{rel} en fonction de la distance minimale moyenne entre les points consommateurs



Figure 6.16 Tranches de sphère optimale pour N égal à : (a) 776, (b) 916

6.4.4 Analyse des résultats issus de l'optimisation de la distribution dans 1 / 8 de sphère

Dans cette section nous nous intéressons à l'analyse quantitative des résultats obtenus dans la partie précédente. Notre objectif est de mettre en évidence toutes les

informations concernant l'architecture de la distribution optimale d'un fluide dans une sphère, c'est-à-dire les longueurs et les diamètres optimums des tuyaux ainsi que les débits circulant dans ces derniers. Pour ce faire, nous nous inspirerons des études morphométriques des poumons.

Dans [36], l'auteur a étudié la morphométrie des poumons humains et a défini un modèle mathématique basé sur la statistique et permettant d'estimer le nombre d'alvéoles dans les poumons ainsi que les diamètres et les longueurs des conduits à chaque embranchement. Ainsi, il a pu expliciter des corrélations empiriques qui interpolaient, avec une bonne précision, les données obtenues. Par exemple, pour les diamètres des conduits l'auteur proposait une loi de la forme :

$$D_1(z) = D_0 \exp[-0.388z] \quad (6.7)$$

pour z allant de 0 jusqu'à 3, z étant le niveau d'embranchement considéré, D_0 étant le diamètre de la trachée, et :

$$D_2(z) = D_0 \exp[-(0.293 - 0.0062z)z] \quad (6.8)$$

pour le reste des embranchements, avec $D'_0 = 1.3$ cm. Des corrélations de la même nature ont été trouvées pour les longueurs des conduits :

$$L_1(z) = L_0 \exp[-0.92z] \quad (6.9)$$

pour z allant de 0 jusqu'à 3, L_0 étant la longueur de la trachée et telle que $L_0 = 12$ cm. Pour z allant de 4 jusqu'à environ 10 l'équation qui interpolait le mieux les données était :

$$L_2(z) = L_0 \exp[-0.17z] \quad (6.10)$$

avec $L'_0 = 2.5$ cm.

Dans notre cas, $z = 0$ correspond à la source. Le niveau d'embranchement suivant, $z = 1$ correspond au niveau d'embranchement où se trouvent les nœuds reliés directement à la source. Afin de comparer nos résultats en 3D avec les résultats présentés dans [36] nous avons analysé le design optimal trouvé par notre programme pour $N = 1016$. Dans la figure 6.17 nous avons tracés les valeurs moyennes des longueurs à chaque

embranchement ainsi que les écarts types des ces longueurs. Les résultats ont été interpolés par des équations de la forme :

$$L(z) = a \times e^{bz} \quad (6.11)$$

Dans la figure 6.18 nous avons tracé les valeurs moyennes des ratios des diamètres à chaque embranchement par rapport au diamètre au niveau 1, c'est-à-dire les diamètres des tuyaux reliés à la source. Les résultats ont été interpolés par des équations de la forme :

$$\frac{D(z)}{D_1} = a \times e^{bz} \quad (6.12)$$

Tel que nous pouvons le constater sur les figures 6.17 et 6.18, les écarts types pour les premières et les dernières valeurs sont soit très grands, soit nuls. Ceci est dû au fait que ces niveaux extrêmes ne sont pas représentatifs car il n'y a pas assez des points à ces niveaux pour faire une analyse statistique. Dans les figures 6.19 et 6.20 nous avons tracé les longueurs moyennes et les ratios des diamètres avec leurs écarts types respectifs lorsque les valeurs du premier et du dernier embranchement ne sont pas considérées. Le fait de ne pas tenir compte des deux embranchements extrêmes permet d'obtenir des corrélations qui traduisent mieux le comportement des longueurs moyennes et des ratios des diamètres, comme il est possible de constater sur ces figures.

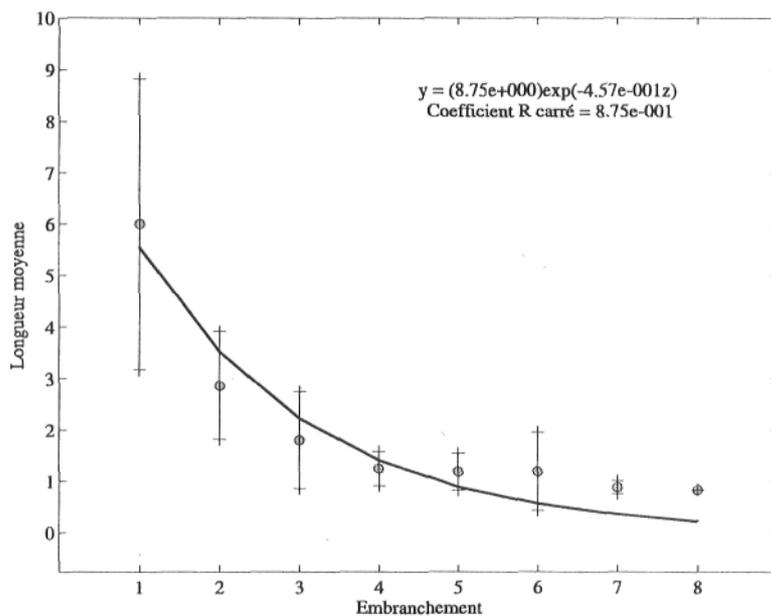


Figure 6.17 Longueurs moyennes et écarts types pour chaque embranchement trouvées par l'AGMMN, N = 1016

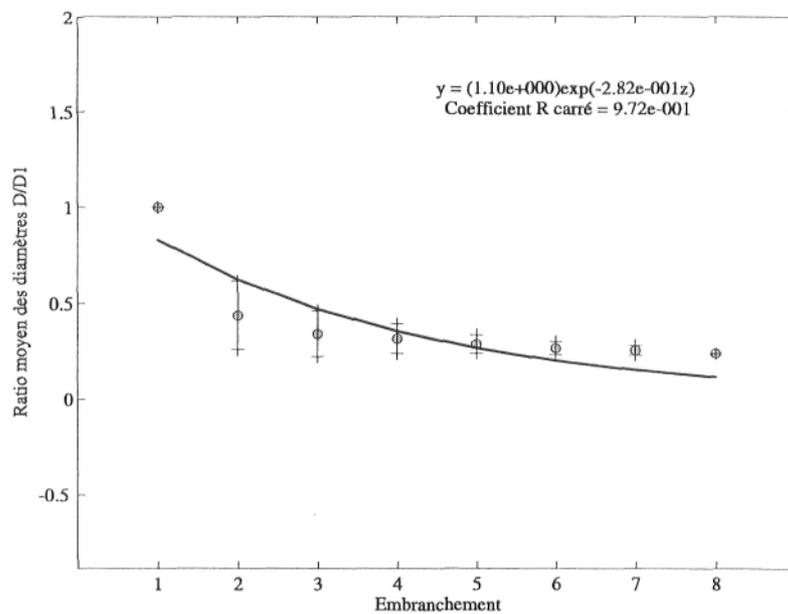


Figure 6.18 Ratios moyens des diamètres et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN, N = 1016

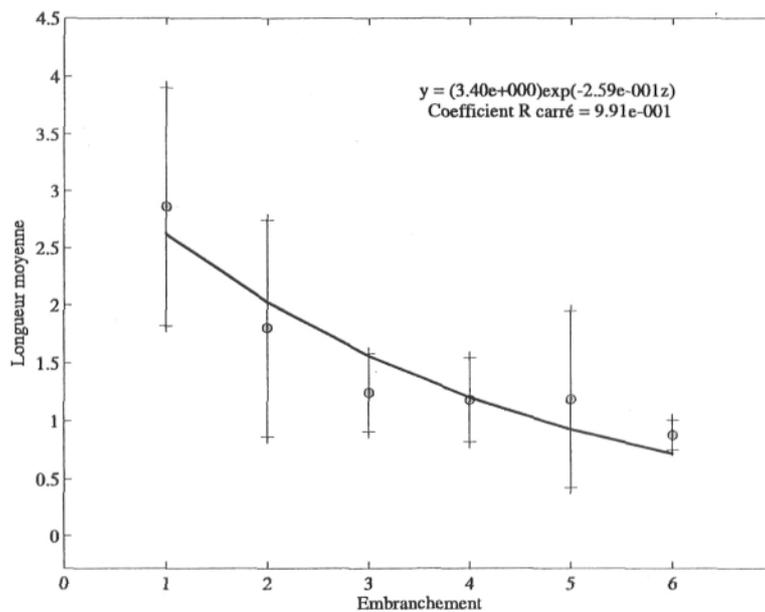


Figure 6.19 Longueurs moyennes et écarts types pour chaque embranchement trouvées par l'AGMMN sans tenir compte du premier ni du dernier niveau d'embranchement, $N = 1016$

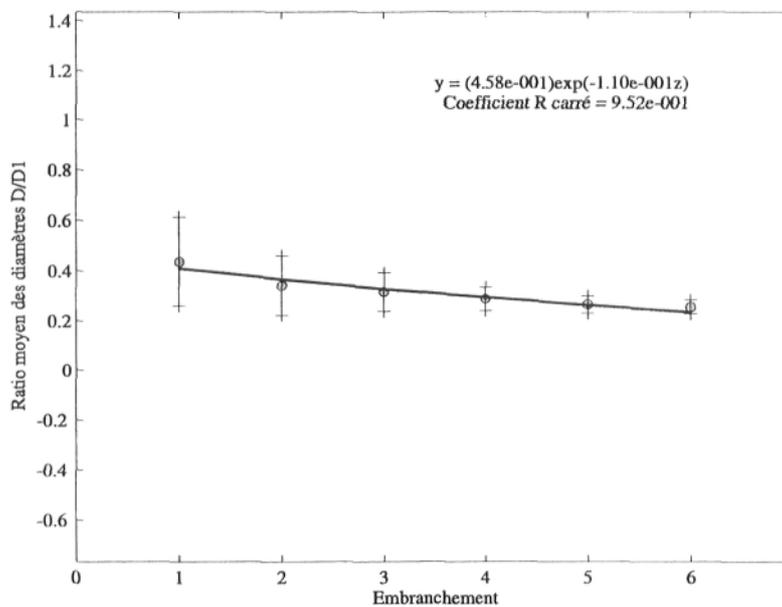


Figure 6.20 Ratios moyens des diamètres et écarts types pour chaque embranchement trouvés par l'AGMMN sans tenir compte du premier ni du dernier niveau d'embranchement, $N = 1016$

Par ailleurs, nous devons noter que le coefficient dans l'exponentiel de nos corrélations, c'est-à-dire le coefficient b des équations (6.11) et (6.12), est plus grand (en valeur absolue) pour les longueurs que pour les diamètres, comme c'est le cas des coefficients des corrélations trouvées dans [36].

De même, nous montrons sur la figure 6.21 le degré moyen des GSP ou des nœuds consommateurs servant de points d'embranchement à chaque embranchement lorsque $N = 1016$. Nous pouvons constater sur cette figure que, mis à part le premier et le dernier embranchement, le degré moyen des points d'embranchement (consommateurs ou pas) reste à peu près constant et égal à 3. Aussi, nous avons exclu de ce graphique le cas de la source étant donné que nous ne considérons qu'une partie de la sphère.

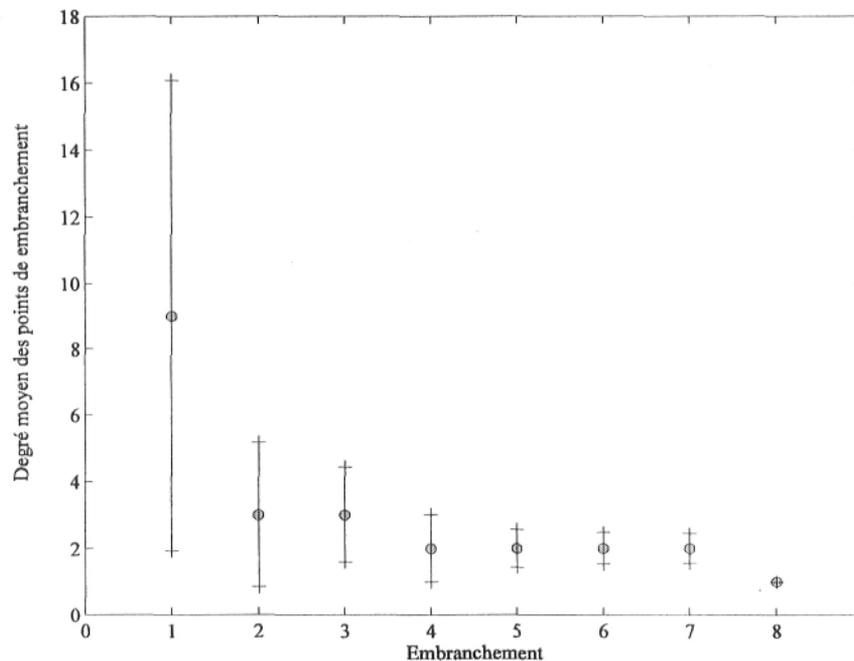


Figure 6.21 Degré moyen des GSP ou des nœuds consommateurs servant de points d'embranchement par embranchement trouvés par l'AGMMN, $N = 1016$

Dans la figure 6.22 nous montrons plusieurs vues de l'architecture trouvée par notre programme qui permet de distribuer de manière optimale un fluide dans $1/8$ de sphère lorsque le nombre des nœuds consommateurs est égal à 1016. À nouveau, nous constatons que la structure du réseau est arborescente à l'intérieur de la sphère, par

l'intermédiaire des points GSP ainsi que sur la surface de cette dernière, avec les nœuds consommateurs. Cette dernière caractéristique provient du fait qu'en 3D la distribution peut être optimisée avec des structures en forme d'arbre à l'intérieur de la topologie et sur la surface de celle-ci, contrairement au cas 2D où la distribution ne peut pas être optimisée avec des structures arborescentes sur la périphérie du disque. Dans la réalité, les systèmes de distribution de fluides sont tridimensionnels, d'où l'intérêt de cette étude.

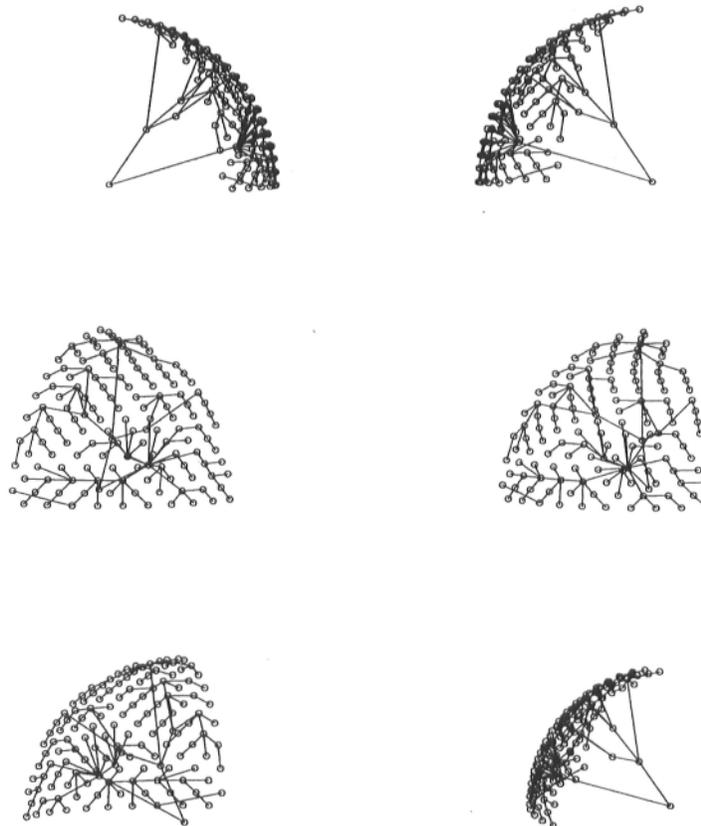


Figure 6.22 Différentes vues de l'architecture qui distribue de manière optimale un fluide dans une tranche de sphère comportant 1016 nœuds consommateurs

Aussi, nous avons effectué l'analyse morpho métrique des designs trouvés par l'algorithme AGMM3, lorsque le degré des GSP était limité à 3 ainsi que l'analyse des designs trouvés par les algorithmes AGMMN et AGMM3 lorsque nous étudions le problème en 2D et nous avons rapporté les résultats en annexe (cf. annexe 6). Des corrélations de la même nature ont été établies pour chaque analyse. Tel que nous

pouvons le constater en regardant les figures V.1 - V.6 de l'annexe 6, l'analyse morphométrique des designs en 2D donne des résultats moins précis étant donné le fait que dans les designs, seule la partie de la structure se trouvant à l'intérieur du disque est représentative pour obtenir les informations qui nous intéressent. Le reste de la structure, qui correspond à l'ensemble des nœuds consommateurs reliés entre eux sur la périphérie du disque, fausse les interpolations.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressées à la distribution optimale qui minimise la puissance de pompage d'un fluide incompressible sur un disque (2D) et dans une sphère (3D). Pour cela, nous avons utilisés la technique d'optimisation développée au chapitre V qui consistait à discrétiser l'espace géométrique et chercher le réseau pour lequel \tilde{W} était minimum.

Aussi, nous avons mis en place deux mécanismes d'optimisation couplés à notre AG. Il s'agissait d'une recherche locale que permettait de mieux positionner les GSP et d'une mutation ciblée qui permettait de réparer des individus potentiels mais qui présentait certains défauts. Ces mécanismes se sont avérés être une très bonne technique d'optimisation, cependant, lorsque la dimension des problèmes augmentait, les calculs devenait très longs, pouvant atteindre jusqu'à 30 heures.

De même, nous avons comparé la performance des GSP de degré 3 avec celle des GSP de degré quelconque supérieur à 3 dans le cas de la distribution sur le disque (2D) et nous avons constaté que le cas général donnait des résultats plus performants. Nous avons choisi de garder cette approche pour étudier la distribution optimale dans une sphère.

Dans un premier temps, nous avons fait varier le nombre de nœuds consommateurs sur la surface de la sphère entre 30 et 162, comme auparavant, les calculs pour $N > 100$ étaient longs. Nous avons comparé l'évolution de la puissance relative lorsque N augmentait pour la sphère avec l'étude sur le disque et nous avons réalisé que le paramètre important qui permettait de lier le degré d'optimisation avec la complexité de la structure était la distance minimale entre deux nœuds consommateurs. Nous avons

choisi d'étudier la distribution optimale sur 1/8 de sphère, en augmentant N jusqu'à 1016 et nous avons constaté que la qualité des résultats, ainsi que les temps de calcul s'amélioreraient considérablement. De même, nos résultats ont montré que la structure de la distribution optimale en 3D présente une forme d'arbre organisé dans l'espace à l'intérieur de la sphère et sur la surface de cette dernière. Cette dernière caractéristique est très importante d'un point de vue structural car elle illustre le fait que dans la limite où le nombre de nœuds sur la surface est très grand, le fluide se déplace suivant des branches en forme de Y afin de minimiser le coût énergétique de son déplacement.

Ce chapitre nous a permis de mettre en valeur les techniques d'optimisation que nous avons développées précédemment : AGM, RL, MC, discrétisation de l'espace et ajout des points GSP de degré 3 et de degré quelconque. En effet, l'étude de la distribution optimale dans une sphère est un problème de design très complexe qui n'avait pas été traité auparavant dans la littérature. Avec notre programme nous avons été capables d'étudier la structure des branches de distribution dans des réseaux dont la dimension théorique maximale pouvait atteindre 1000 (nœuds sur la surface) + 3920 (nœuds dans la sphère) + 1 (source) = 4921 (615 pour la tranche optimisée). Nos résultats démontrent l'efficacité des AG pour résoudre ces types de problèmes et viennent corroborer ce qui a été dit dans d'autres travaux concernant les points non consommateurs GSP [14], l'efficacité des structures en forme de dendrite et en forme d'arbre [12, 13, 15] et l'importance de l'approche constructale lorsque nous cherchons à optimiser un système [17].

Dans le chapitre suivant nous étudierons les systèmes de chauffage régionaux et nous mettrons en place un modèle permettant de les optimiser de manière à avoir un coût global minimal.

Chapitre VII

Optimisation d'un réseau de chauffage urbain

Dans les chapitres précédents nous avons développé un programme capable d'optimiser la géométrie des réseaux transportant un fluide incompressible en minimisant la puissance de pompage. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux systèmes de chauffage urbains ou DHS (*District Heating System*).

7.1 Introduction

Le problème d'optimisation d'un DHS est différent des problèmes que nous avons étudiés précédemment en deux points principalement : le besoin énergétique des utilisateurs (maisons, bâtiments, villes...) est présenté sous forme de puissance thermique et non sous forme de débit massique comme dans les chapitres précédents et la fonction à optimiser est le coût monétaire total d'un tel réseau, qui comprend la puissance de pompage, la puissance de chauffage, les coûts des matériaux utilisés, les coûts d'installation, etc.

Tel que cela a été dit au chapitre I, l'étude des réseaux servant à chauffer ou climatiser une région urbaine présente un intérêt certain en raison des économies d'énergie qu'ils peuvent fournir, par rapport aux systèmes de chauffage conventionnels utilisant des chaudières individuelles. De plus, ils permettent l'utilisation de sources thermiques alternatives comme l'énergie géothermique ou la cogénération. C'est pourquoi ils sont l'objet de maintes études portant principalement sur l'optimisation de leur gestion et de leur opération [18-20].

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode d'optimisation inclusive. C'est-à-dire que l'ensemble des contraintes liées à la construction et l'opération des réseaux de chauffage urbains sont prises en compte et les coûts qui en résultent sont minimisés, différente en ce sens de ce qui a été fait auparavant dans la littérature. Pour ce faire, nous

allons dans un premier temps, définir le modèle mathématique que nous utiliserons dans notre étude. Ce modèle diffère de celui établi au chapitre II étant donné que nous introduisons l'équation d'énergie dans la formulation mathématique et que le nombre de paramètres à optimiser augmente considérablement. Nous définirons aussi le modèle numérique nous permettant de mettre en place l'optimisation d'un tel système de distribution. Par la suite nous étudierons un cas d'optimisation avec des données proches de la réalité afin de mettre en valeur la performance de notre algorithme.

7.2 Modèle mathématique

Le problème d'optimisation d'un DHS peut être énoncé de la manière suivante : Étant donné un nombre N de consommateurs d'énergie thermique ou quantité de chaleur q_j , trouver le réseau transportant un fluide incompressible de la source vers les consommateurs pour lequel le coût total de fonctionnement et d'installation est minimum. Les paramètres à optimiser sont : la température du fluide à la source (T_s), la topologie du réseau de distribution (L_c), les diamètres des tuyaux (D_e), l'épaisseur de l'isolant sur chaque tuyau (e_c) et les débits massiques consommés à chaque nœud (\dot{m}_j). Les coûts que l'on considère dans notre étude peuvent être séparés en coûts de fonctionnement annuels, caractérisés par le coût de pompage (C_{pompe}), le coût thermique pour chauffer chaque nœud consommateur (C_{chaleur}) et le coût dû aux pertes de chaleur dans les tuyaux (C_{pertes}) et des coûts d'installation, caractérisés par le coût de volume du réseau ($C_{\text{volréseau}}$), le coût de volume de l'isolant ($C_{\text{volisolant}}$) et le coût des échangeurs de chaleur installés dans chaque nœud consommateur ($C_{\text{échangeurs}}$). Les trois derniers peuvent être amortis sur plusieurs années avec un certain taux d'intérêt i . De cette manière, la fonction coût total (C_{tot}) à minimiser est la somme des annuités, et peut être définie comme suit :

$$C_{\text{total},n,i\%} = C_{\text{pompe}} + C_{\text{chaleur}} + C_{\text{pertes}} + (C_{\text{volisolant}} + C_{\text{échangeurs}} + C_{\text{volréseau}}) \times \Phi_{PA,i\%,n} \quad (7.1)$$

avec le facteur qui permet de transformer une valeur présente en annuité [30]:

$$\Phi_{PA,i,n} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (7.2)$$

En effectuant un bilan d'énergie dans un nœud consommateur ou distributeur j nous pouvons écrire l'équation (7.3), qui lie le débit massique de fluide, la quantité de chaleur consommée par ce point, les températures du fluide à l'entrée et à la sortie du nœud et la chaleur spécifique du fluide C_p :

$$q_j = \dot{m}_j C_p (T_{j,entr\acute{e}e} - T_{j,sortie}) \quad (7.3)$$

De même, si nous considérons un conduit de diamètre D et d'épaisseur négligeable, avec une épaisseur d'isolant e , transportant un fluide chaud à la température T_{fluide} , dans un environnement à la température T_∞ (cf. figure 7.1), nous pouvons écrire l'équation des pertes thermiques dans le conduit de la manière suivante [26]:

$$q_{pertes,entr\acute{e}e-sortie} = \dot{m}_{tuyau} C_p \Theta_{entr\acute{e}e} \left(1 - \exp \left[- \frac{\pi \bar{U}_{tuyau} D_{tuyau} L_{tuyau}}{\dot{m}_{tuyau} C_p} \right] \right) \quad (7.4)$$

avec \bar{U}_{tuyau} le coefficient global des pertes dans le tuyau, défini comme suit [31]:

$$\frac{1}{\bar{U}_{tuyau}} = \frac{1}{h_{ext\acute{e}rieur}} + \frac{1}{h_{int\acute{e}rieur}} + \frac{r_{int}}{k_{isolant}} \ln \left[\frac{r_{ext}}{r_{int}} \right] \approx \frac{r_{int}}{k_{isolant}} \ln \left[\frac{r_{ext}}{r_{int}} \right] \quad (7.5)$$

et avec $r_{ext} - r_{int} = e_{isolant}$ et $\Theta_{entr\acute{e}e}$ la température relative définie comme suit :

$$\Theta_{entr\acute{e}e} = T_{fluide,entr\acute{e}e} - T_\infty \quad (7.6)$$

De plus, la température à la sortie du tuyau peut être calculée grâce à [26]:

$$\Theta_{sortie} = \Theta_{entr\acute{e}e} \exp \left[- \frac{\pi \bar{U}_{tuyau} D_{tuyau} L_{tuyau}}{\dot{m}_{tuyau} C_p} \right] \quad (7.7)$$

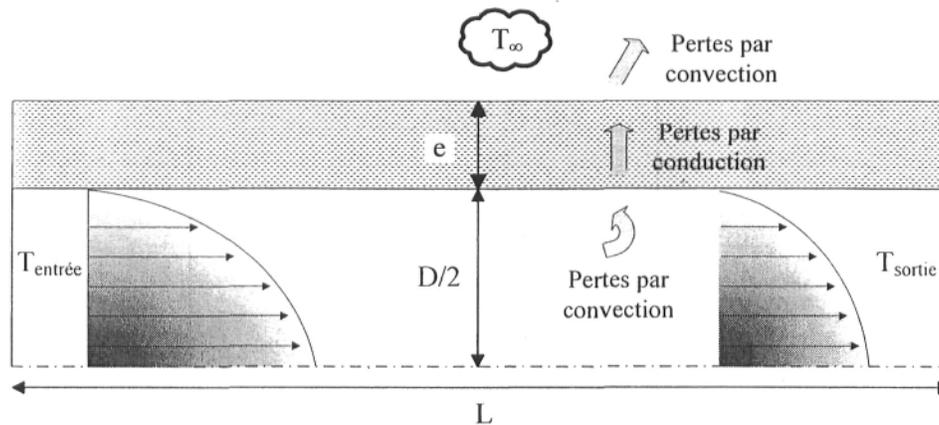


Figure 7.1 Pertes thermiques dans un conduit

En faisant un bilan d'énergie sur le réseau, nous pouvons écrire l'équation liant le taux de transfert de chaleur que la source doit fournir, les taux de transfert de chaleur consommés par les nœuds ainsi que les taux de transfert de chaleur perdus dans les tuyaux :

$$q_{\text{source}} = \sum_{\text{Nœuds consommateurs}} q_j + \sum_{\text{Tuyaux}} q_{\text{pertes, entrée-sortie}} \quad (7.7)$$

avec le taux de transfert de chaleur que la source doit fournir défini de la manière suivante :

$$q_{\text{source}} = \dot{m}_{\text{total}} C_p (T_{\text{source, entrée}} - T_{\text{source, sortie}}) \quad (7.8)$$

Par ailleurs, nous devons noter que dans notre modèle, lorsqu'un débit de fluide rentre dans un nœud consommateur nous considérons qu'il est divisé en deux portions : une qui traverse le nœud et pour laquelle la température ne varie pas entre l'entrée et la sortie du nœud et une autre qui passe à travers un échangeur thermique et qui permet de combler le besoin thermique du nœud. De cette manière, nous considérons qu'il n'y a pas de pertes thermiques à l'intérieur du nœud. Dans la figure 7.2 nous avons schématisé ceci. Nous pouvons voir sur cette figure que la température à l'intérieur du nœud consommateur j ne change pas et est égale à la température à l'entrée du nœud $T_{e,j}$. De même, le débit massique en amont du nœud j est égal à la somme des débits massiques en aval de ce même nœud plus le débit massique consommé dans ce dernier et qui sert à

fournir la quantité de chaleur q_j . Dans l'exemple illustré dans la figure 7.2 nous avons $\dot{m}_0 = \dot{m}_k + \dot{m}_l + \dot{m}_j$.

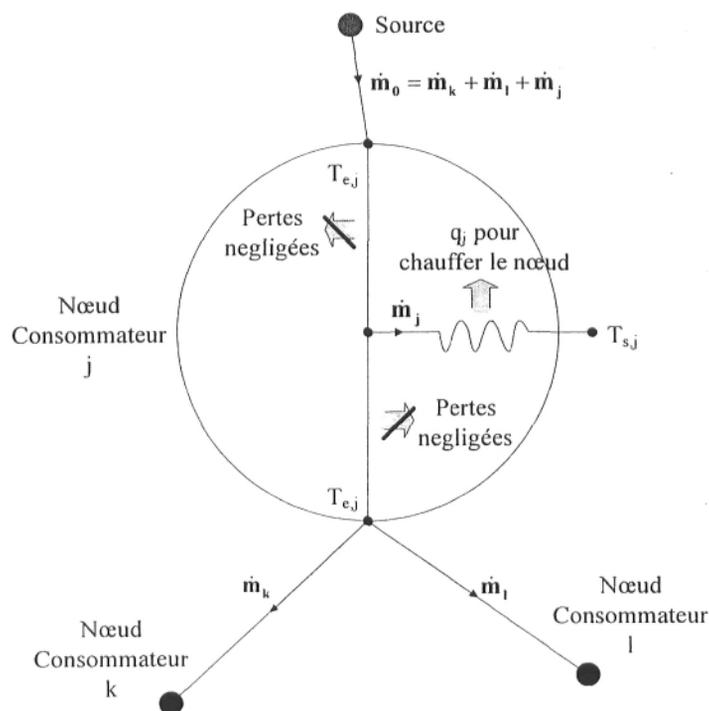


Figure 7.2 Pertes thermiques négligées à l'intérieur d'un nœud consommateur

Ainsi, au nœud j , la quantité de chaleur q_j retirée via un échangeur de chaleur est définie par [31]:

$$q_j = (UA)_j \Delta T_{LM,j} \quad (7.9)$$

Par exemple, si l'on considère le cas d'un échangeur à contre courant, nous avons :

$$\Delta T_{LM,j} = \frac{(T_{\text{chaud,entrée},j} - T_{\text{froid,sortie},j}) - (T_{\text{chaud,sortie},j} - T_{\text{froid,entrée},j})}{\ln \left[\frac{T_{\text{chaud,entrée},j} - T_{\text{froid,sortie},j}}{T_{\text{chaud,sortie},j} - T_{\text{froid,entrée},j}} \right]} \quad (7.10)$$

De cette manière, on peut dire que le coût total dû aux échangeurs de chaleur est proportionnel à :

$$(UA)_{\text{total}} = \sum_j (UA)_j \quad (7.11)$$

Les volumes totaux d'isolant et des tuyaux peuvent être calculés grâce aux équations (7.12) et (7.13) :

$$V_{\text{isolant}} = \sum_{\text{Tuyaux}} V_{\text{isolant},j} = \sum_{\text{Tuyaux}} \frac{\pi}{4} \left((D_e + e_e)^2 - (D_e)^2 \right) L_e \quad (7.12)$$

$$V_{\text{Tuyaux}} = \sum_{\text{Tuyaux}} V_{\text{tuyau},j} = \sum_{\text{Tuyaux}} \pi L_e \frac{D_{e,\text{extérieur}}^2 - D_{e,\text{intérieur}}^2}{4} \quad (7.13)$$

Finalement, la puissance de pompage dans le réseau peut être calculée en sommant sur l'ensemble des tuyaux du réseau l'équation (2.6). En effet, nous devons tenir compte des variations de température étant donné que dans l'expression du facteur de friction f intervient la viscosité dynamique μ du fluide, variable physique dépendante de la température du fluide. Pour ce faire, nous considérerons une température moyenne dans chaque tuyau et nous calculerons la valeur de μ avec la corrélation définie dans l'annexe II. Nous considérons aussi que l'écoulement dans le réseau évolue en régime turbulent lisse. Le facteur de friction peut ainsi être défini par la corrélation (2.5). Cette considération impose une restriction pour les vitesses dans les tuyaux qui doit être vérifiée et contrôlée : le nombre de Reynolds dans chaque tuyau doit être compris entre $2 \cdot 10^4$ et 10^6 [26]. Pour ce qui est des autres variables physiques (C_p , k_{isolant} , ρ , ...) nous considérons qu'elles demeurent constantes dans la plage de température étudiée.

De cette manière, le coût total défini à l'équation (7.1) que nous cherchons à minimiser peut s'écrire :

$$C_{\text{tot}} = \underbrace{a_{1,1} \sum_{\text{Tuyaux}} \dot{W}_{\text{pomp}} + a_{2,2} q_{\text{source}} + \Phi_{\text{PA},i,n}}_{\text{Coûts de fonctionnement}} \times \underbrace{\left(\sum_{\text{Noeuds consommateurs}} a_{3,j} (UA)_j + \sum_{\text{Tuyaux}} a_{4,j} V_{\text{tuyau},j} + \sum_{\text{Tuyaux}} a_{5,j} V_{\text{isolant},j} \right)}_{\text{Coûts d'installation}} \quad (7.14)$$

où les coefficients $a_{i,j}$ sont des coefficients permettant d'établir une base commune en CAN \$ et qui seront spécifiés dans la section 7.4.

Par ailleurs, concernant l'équation (7.14), il faut noter l'existence de deux types de coûts principalement : un coût de fonctionnement, pouvant être établi sur une base

annuelle en fonction des consommations et des prix fixés par les fournisseurs d'énergie et un coût de construction, pouvant être amorti sur plusieurs années. Le premier type de coût concerne notamment les coûts de pompage et de chauffage. Le deuxième type est associé aux coûts d'isolant, de volume des tuyaux et des échangeurs. Les coûts de maintenance ne sont pas examinés dans ce mémoire. Pour ce qui est des coûts d'installation, nous prendrons des coefficients de sécurité qui nous permettront de tenir compte de l'installation des tuyaux, de l'isolant et des échangeurs. Afin d'inclure tous ces coûts dans notre modèle sous forme monétaire, nous ferons appel aux données des fournisseurs (fabricants d'isolant, fabricants des tuyaux, fournisseurs d'énergie, etc.) ainsi qu'aux formules de la valeur temporelle de l'argent issues du génie économique.

7.3 Modèle numérique

Dans cette section nous définissons le modèle numérique utilisé pour optimiser un réseau thermique en minimisant le coût total de l'équation (7.14). Ce modèle est basé sur l'AG développé précédemment, sur la méthode de codage du chapitre III ainsi que sur l'analyse économique des coûts d'un projet [30].

Précédemment nous avons vu qu'une topologie pouvait être représentée par un mot composé de $N - 2$ lettres appartenant à l'alphabet formé par les N indices des nœuds à relier (codage de Prüfer, section 3.7). En ce sens, chaque individu de la population avait une seule signification physique, celle de la géométrie du réseau. Dans ce chapitre, les mots générés et traités par l'AG contiennent les informations sur toutes les variables à optimiser : topologie, dimensions des tuyaux, température de la source, etc. Chacune des variables est codée en base 2 selon une plage de variation et une précision données. Par exemple, si nous considérons le cas des $N-1$ variables *diamètre des tuyaux*, nous pouvons considérer qu'elles prendront des valeurs appartenant à un intervalle $[D_{\min}; D_{\max}]$ qui doit être défini à l'avance. En codant ces variables avec une précision PRECI nous aurons des valeurs discrètes comprises entre les deux bornes et dont le pas de discrétisation sera égale à $1 / (2^{\text{PRECI}})$. De cette manière, l'ensemble des variables

diamètre des tuyaux sera une suite de caractères binaires qui représenteront les différentes valeurs discrètes que peuvent prendre ces variables et dont la longueur sera égale au nombre de diamètres qu'il y a dans le réseau.

Ainsi, l'ensemble des variables codées en binaire constitue un individu dont la longueur dépendra du nombre total des variables et de leur précision. Cet individu pourra être sélectionné, croisé, muté et réinséré dans la population par l'AG. Lorsque nous évaluons les individus, c'est à dire lorsque nous calculons les différents coûts, nous devons décoder les morceaux correspondants à chaque variable physique. Dans la figure 7.3 nous montrons un exemple d'individu codé en binaire. Nous pouvons voir sur cette figure que les différentes variables physiques correspondent à des morceaux de l'individu qui doivent être décodés séparément pour évaluer chacun des coûts. En revanche, l'individu en entier, i.e. la suite des caractères binaires qui constituent chacune des variables, constitue le seul objet traité par les fonctions de sélection, croisement, mutation et réinsertion de l'AG. Nous comprenons donc facilement que lorsque la dimension du problème est grande et que le nombre des variables à optimiser augmente, nous devons définir des fonctions de croisement et de mutation performantes qui soient adaptées à la longueur des individus. Finalement, en ce qui concerne la structure générale de l'AG, c'est à dire les différents opérateurs qui rentrent en jeu et les différents paramètres qui interviennent, nous utilisons le même algorithme que celui du chapitre IV (cf. chapitre IV).

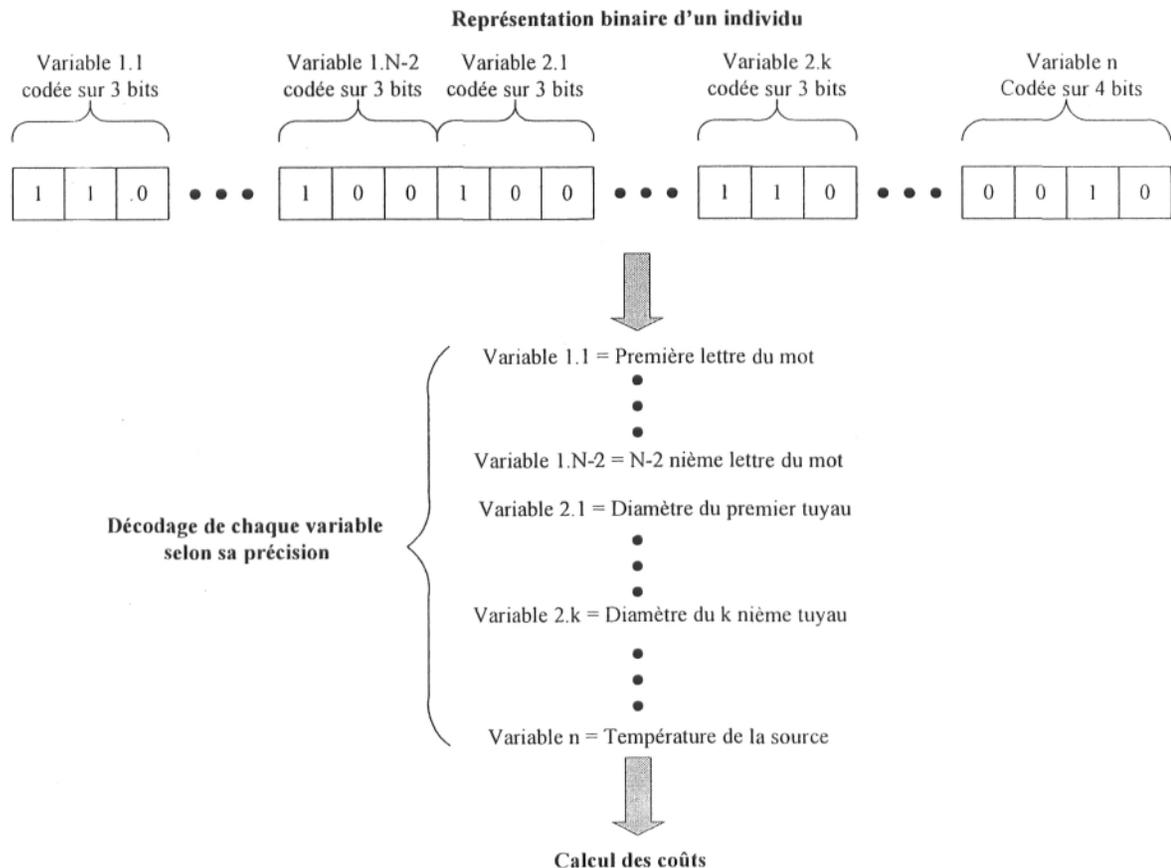


Figure 7.3 Exemple de codage en binaire d'un individu contenant les données de plusieurs variables physiques

7.4 Étude d'un problème d'optimisation d'un DHS

Nous allons maintenant effectuer une étude de cas afin de mettre en relief la performance de notre programme. Nous commencerons par définir un problème de design d'un réseau thermique urbain avec des contraintes très proches de la réalité. Par la suite nous lancerons une série de calculs et nous démontrerons que notre algorithme est bien adapté à la résolution de ce type de problèmes d'optimisation.

7.4.1 Présentation du problème

Soit une région urbaine constituée de 9 points de consommation et une source pour laquelle nous désirons mettre en place un réseau de chauffage. Les consommations thermiques de chaque point sont fixées au début. Pour les déterminer nous considérons le besoin thermique d'un bâtiment typique et nous l'ajustons proportionnellement à la taille de chaque nœud.

D'une manière générale, nous pouvons considérer que les principales pertes dans un bâtiment sont dues à la conduction à travers les murs, le toit et les fenêtres, ainsi qu'aux fuites ou entrées d'air froid. De cette manière, pour chauffer un bâtiment typique à la température de confort de 23 °C par exemple, lorsque la température extérieure est de -20 °C par exemple, nous pouvons considérer un taux de transfert de chaleur typique de 244 kW [20]. Pour cette étude, nous avons pondéré arbitrairement ce taux pour chaque nœud consommateur (cf. tableau 7.1). Ce besoin thermique a été considéré comme étant constant tout au long de l'année. En effet, cette hypothèse ne correspond pas exactement à la réalité mais nous a permis de simplifier notre modèle sans pour autant affecter l'aspect qualitatif des résultats.

Tableau 7.1 Besoin thermique pondéré pour chaque nœud consommateur

Nœud	Besoin thermique (kW)
1	0
2	828
3	228
4	672
5	558
6	207
7	1623
8	51
9	363
10	201

De même, nous avons utilisé comme fluide de l'eau, chauffée au point source par un système fonctionnant avec du gaz naturel. En considérant que notre réseau fonctionnait en régime permanent et en négligeant les pertes de matière (fuites) nous n'avons pas tenu compte du coût lié à l'utilisation de cette eau. Par contre, nous avons considéré les coûts annuels de consommation de gaz naturel et d'utilisation d'énergie électrique pour pomper l'eau. Ces coûts ont été approchés par les données en 2006 d'Hydro Québec et de l'Office national de l'énergie [32]. C'est-à-dire, 10 CAN ¢ le kWh pour l'énergie électrique et 5.54 CAN \$ le GJ de gaz naturel. Ainsi, les coefficients $a_{1,1}$ et $a_{2,2}$ de l'équation 7.14 étaient égaux à 0.8760 et 0.1747 respectivement.

D'un autre côté, concernant les coûts de construction du réseau, nous avons considéré des tuyaux fabriqués en fonte grise, dont le prix était donné par kilogramme par les fournisseurs [37] et était égale à environ 1.72 CAN \$ par kg. Afin de calculer le poids en kg des tuyaux nous avons pris comme valeur pour la masse volumique du matériau 7200 kg / m³ [33]. De plus, étant donné que la pression interne n'est pas une variable critique lorsque nous transportons de l'eau dans un tuyau nous avons considéré la formule suivante, conseillée par les fabricants [38], qui donnait l'épaisseur requise typique des conduits, en mètres :

$$e_{\text{tuyau}} = (5 + 10D_{\text{tuyau}}) 10^{-3} \quad (7.18)$$

Ainsi, le calcul du coût pour les tuyaux était donné par l'équation suivante :

$$C_{\text{volréseau}} = F_{\text{tuyaux}} \sum_{\text{tuyaux}} 7200 \times 1.72 \frac{\pi}{4} L_{\text{tuyau}} \left((D_{\text{tuyau}} + 2e_{\text{tuyau}})^2 - D_{\text{tuyau}}^2 \right) \quad (7.19)$$

F_{tuyaux} étant un facteur de sécurité nous permettant de prendre en considération les coûts d'installation des tuyaux. Pour cette étude nous avons pris comme facteur de sécurité $F_{\text{tuyaux}} = 2.2$. La valeur précise de ce facteur étant très difficile à évaluer et requérant d'une certaine expertise dans le domaine de la construction nous avons posée arbitrairement cette dernière à titre indicatif. De cette manière, le coefficient $a_{4,j}$ de l'équation 7.14, quelque soit j , était égal à 27245.

De même, pour l'isolant nous avons considéré comme matériau de la fibre de verre, très utilisée pour ce type d'applications. Les prix donnés par les principaux fabricants de l'isolant dépendaient de la longueur et du diamètre des tuyaux ainsi que de l'épaisseur de fibre de verre. Établir une relation analytique donnant le coût de l'isolant

en fonction de ces trois paramètres pouvait s'avérer complexe et pouvait ralentir nos calculs. En revanche, nous pouvions définir une loi approchée donnant le coût par unité de longueur en fonction du produit du diamètre et de l'épaisseur et intégrant le coût d'installation de l'isolant (cf. Annexe III). De cette manière, nous pouvions calculer le coût du volume d'isolant avec l'équation :

$$C_{\text{volisolant}} = \sum_{\text{tuyaux}} a_{5,j} V_{\text{isolant}} = \sum_{\text{tuyaux}} C_{D \times t} L_e \quad (7.20)$$

Sachant que le coût d'installation que nous avons considéré était égal à 20 CAN\$ par mètre d'isolant (cf. équation V.1).

Finalement, concernant le coût des échangeurs à chaque nœud, nous avons considéré des échangeurs à calandre, avec un coefficient $U \approx 50 \text{ W} / \text{m}^2\text{K}$ et pour lequel le coût pouvait être calculé, d'après [35], comme suit :

$$C_{\text{échangeurs}} = \sum_{\text{Noeuds consommateurs}} (UA)_j a_{3,j} = F_{\text{échangeurs}} \sum_{\text{Noeuds consommateurs}} 3.28 \times 10^4 \left(\frac{A_{\text{échangeur}}}{80} \right)^{0.68} \quad (7.21)$$

avec $F_{\text{échangeurs}}$ un coefficient de sécurité qui permettait de prendre en compte l'installation des échangeurs et qui a été fixé à $F_{\text{échangeurs}} = 1.15$ pour notre étude. Encore une fois, ce facteur étant difficile à évaluer, nous l'avons posé arbitrairement pour des fins qualitatives uniquement. Pour le calcul du facteur ΔT_{LMj} de l'équation (7.10), nous avons considéré que la température de l'eau à l'entrée de l'échangeur était égale à $10 \text{ }^\circ\text{C}$ et que sa température de sortie était égale à la température à l'intérieur du bâtiment chauffé, c'est-à-dire $23 \text{ }^\circ\text{C}$.

Les coûts donnés par les équations (7.19) - (7.21) étaient des coûts d'investissement qui pouvaient être amortis sur plusieurs années. En considérant une base de temps de n ans, sur laquelle sont repartis uniformément ces trois coûts de construction et en considérant un taux d'intérêt i , nous pouvions écrire la formule du facteur de conversion d'une valeur présente en annuité (7.2). Le réseau optimal était donc le réseau pour lequel la somme des annuités était minimale. Par exemple, en prenant comme base de temps 10 ans, avec un taux d'intérêt de 8 % nous trouvions un facteur $\Phi_{PA,8\%,10} = 0.1490$. Ainsi nous avons pu considérer plusieurs modèles économiques avec différents taux

d'intérêts et différentes périodes pour amortir les coûts d'installation et nous avons pu étudier leur rentabilité.

Pour obtenir des solutions de bonne qualité nous avons limité le *taux de mutation* à 5 %. De plus, nous avons augmenté les critères d'arrêt G_{Max} et G_{Stall} et nous les avons fixés respectivement à 200000 et 5000. En plus, ce dernier a été modifié afin de limiter les temps de calcul en évitant les améliorations très peu significatives. C'est-à-dire que l'algorithme s'arrêtait lorsque l'écart entre les objectifs des meilleurs individus de deux générations successives était plus petit que $\Delta_{min} = 10$ pendant G_{Stall} générations. Pour le restant des paramètres de l'AG nous avons conservé les mêmes réglages qu'au chapitre IV. En ce qui concerne le codage des différentes variables à optimiser, nous avons regroupés dans le tableau 7.2 les longueurs, les plages de variation ou domaines ainsi que la précision de codage pour chaque type de variable.

Tableau 7.2 Codage des variables à optimiser

Type de variable	Nombre de variables	Domaine	Précision de codage pour une variable
Mot ou topologie	$N - 2$	$[1 ; 2^p]$	$p = \text{Ceil}(\log(N)/\log(2))$ avec Ceil = arrondir au dessus
Diamètre des tuyaux (m)	$N - 1$	$]0;0.8]$	5
Épaisseur d'isolant (cm)	$N - 1$	$[0;15]$	5
Débits massiques aux nœuds consommateurs (kg/s)	$N - 1$	$]0;50]$	6
Température de la source (°C)	1	$[1;99]$	6

7.4.2 Résultats numériques de l'étude

Dans cette partie nous présentons les différents résultats que nous avons trouvés avec notre programme. Nous avons considérés six scénarios économiques, trois en fixant la période d'amortissement et en faisant varier le taux d'intérêt et trois en fixant le taux d'intérêt et en faisant varier la période d'amortissement. Nous avons lancé, pour chaque scénario, une série de 10 simulations. Les résultats ainsi que les paramétrages de chaque scénario ont été regroupés dans le tableau 7.3. Nous pouvons constater, en regardant l'ensemble des résultats que, même si l'AG n'a jamais trouvé deux solutions identiques lors des différentes simulations, les résultats sont très proches en termes de performance ou de coût, l'écart type maximale des différents scénarios étant de l'ordre de CAN \$ 2800 par année, très petit rapport aux annuités. La plupart des solutions trouvées par notre programme présentent des configurations qui se ressemblent énormément entre elles, principalement au niveau de l'architecture du réseau et des conditions de fonctionnement de celui-ci. Afin d'illustrer les caractéristiques optimales trouvées par notre programme, nous montrons dans les figures 7.4 – 7.8 les différentes caractéristiques (topologie optimale, caractéristiques énergétiques et géométriques, ensemble des coûts, etc.), de la configuration minimale qui a été trouvée pour cette étude, lorsque le taux d'intérêt était de 8% et la période d'amortissement était de 20 ans (cf. tableau 7.3). Par exemple, nous pouvons constater sur la figure 7.4 que la topologie optimale trouvée par notre programme se rapproche plus du réseau le plus court que du réseau trouvé par Gosselin dans [14] lorsque le régime considéré était turbulent lisse. Ceci s'explique principalement en regardant la figure 7.5. Nous pouvons y voir que les coûts thermiques prédominent sur tous les autres coûts. C'est donc à ce niveau que doit se faire l'optimisation la plus significative, afin de réduire au maximum le coût total. Ainsi, nous pouvons constater sur la figure 7.6.b que la température optimale de la source trouvée par notre programme était la température maximale permise avec notre codage, c'est-à-dire 99 °C. De cette manière, la viscosité de l'eau diminue, diminuant ainsi la puissance de pompage dans le réseau. De plus, l'utilisation des températures élevées permet d'avoir des échangeurs de chaleur plus petits et donc moins chers. Finalement, on peut voir sur les figures 7.7 et 7.8 d'autres données intéressantes concernant, par exemple, les diamètres des tuyaux qui varient entre

3.5 cm et 13.5 cm (figure 7.7.a) et l'épaisseur d'isolant qui est plus ou moins constante et égale à 15 cm (figure 7.7.b), ou les différents coûts monétaires et énergétiques par tuyau ou par nœud (figure 7.6.a-e).

Tableau 7.3 Coûts annuels trouvés, par simulation, pour les six scénarios étudiés

Simulation	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4	Scénario 5	Scénario 6
	5 % 10 ans	10 % 10 ans	15 % 10 ans	8 % 5 ans	8 % 10 ans	8 % 20 ans
1	906447	926027	950184	977075	917651	892724
2	908949	925612	948632	975574	918785	891801
3	906831	926271	948743	975317	923483	893082
4	909370	927597	948976	978706	919929	891057
5	907547	928753	948451	980851	920309	891608
6	907926	926490	949788	975580	920947	891342
7	910162	925450	947061	984233	917185	894704
8	906535	927645	947630	977202	921324	890914
9	909770	927329	947305	975717	918060	891446
10	912404	926436	945862	977057	917630	890958
C_{total} moyen CAN \$	908594	926761	948263	977731	919530	891963
Écart type CAN \$	1903	1042	1310	2854	2027	1206

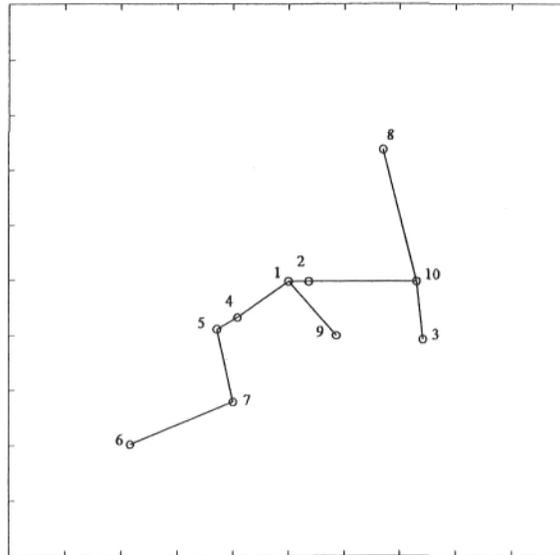


Figure 7.4 Topologie du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans

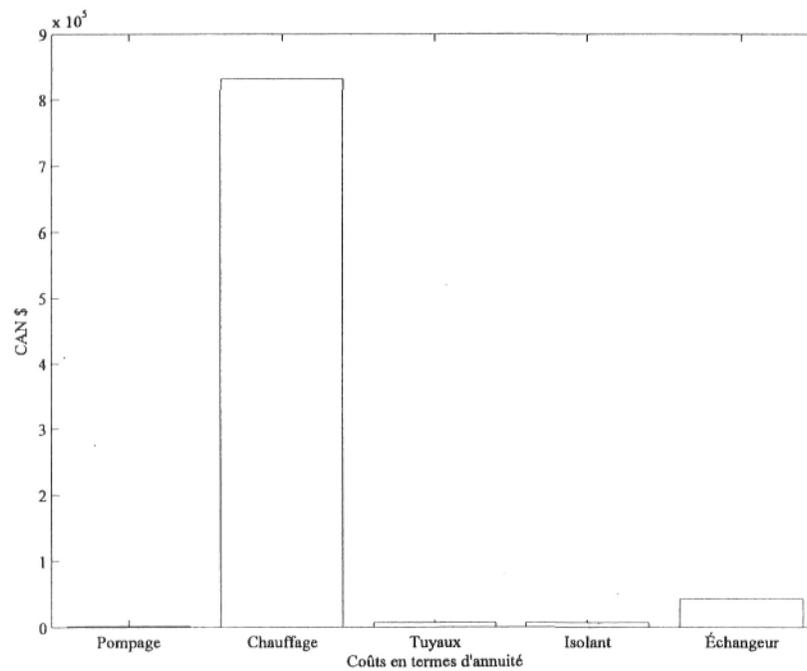


Figure 7.5 Comparaison entre les différents coûts sous forme d'annuité, 8 % 20 ans

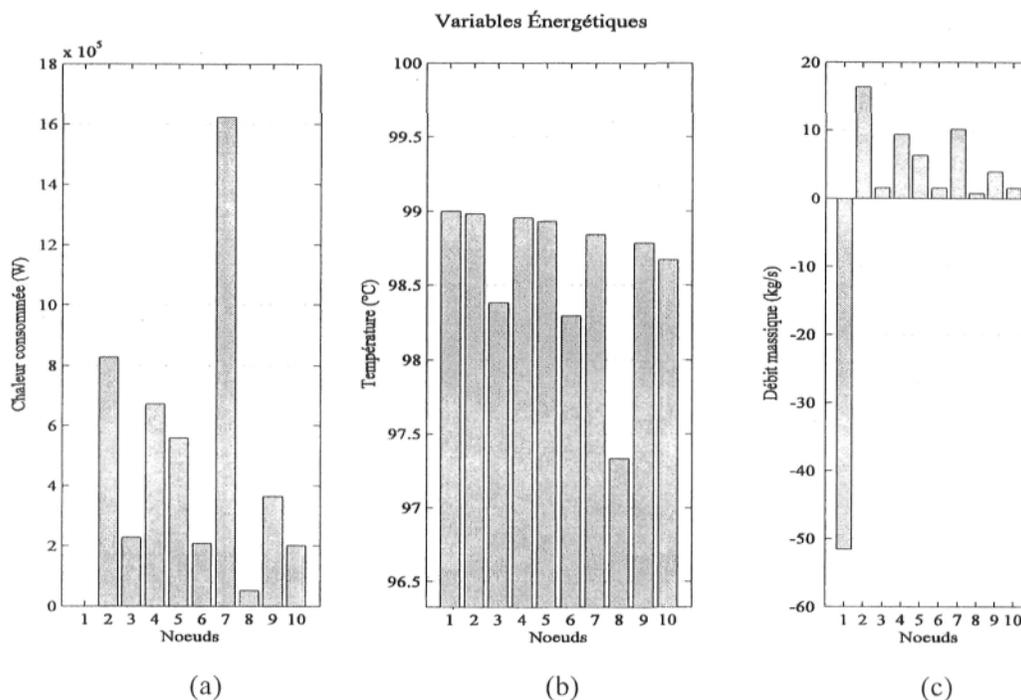


Figure 7.6 Caractéristiques énergétiques du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) chaleur consommée dans les nœuds, (b) température des nœuds, (c) débits massiques dans les nœuds

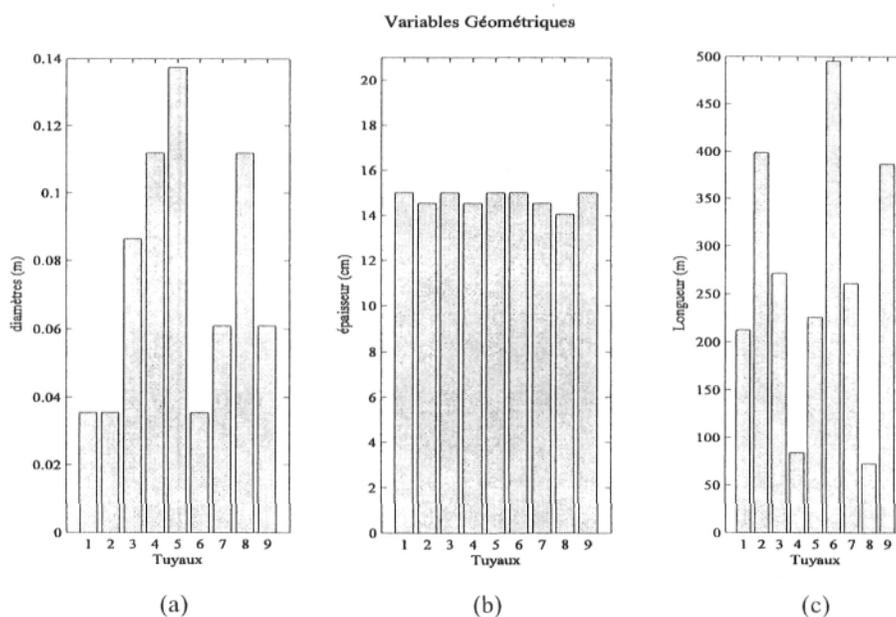


Figure 7.7 Caractéristiques géométriques du réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) diamètres des tuyaux, (b) épaisseurs d'isolant sur chaque tuyau, (c) longueur de chaque tuyau

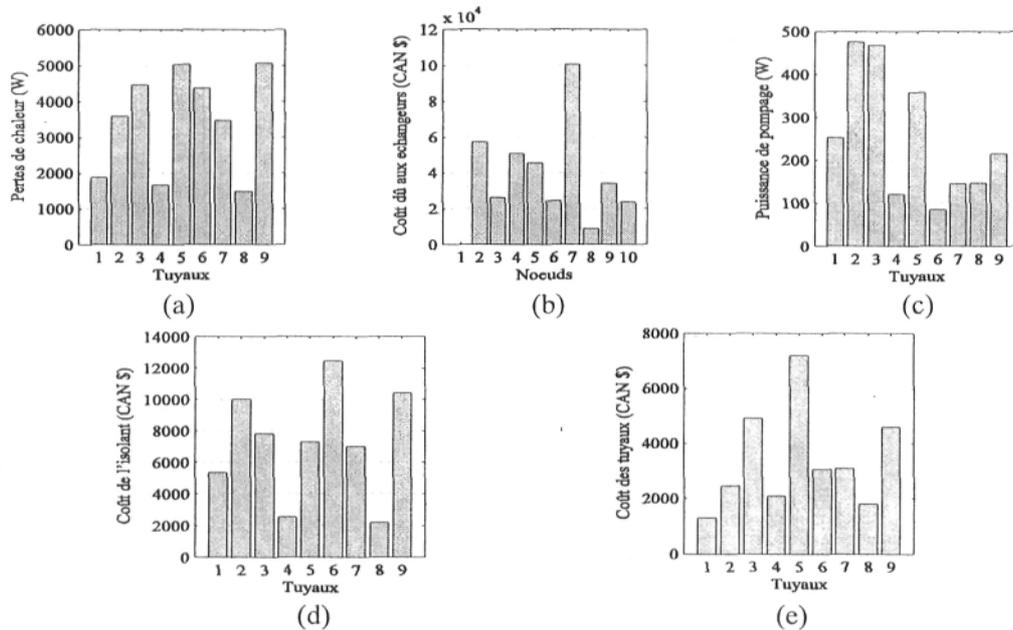


Figure 7.8 Coûts énergétiques et monétaires pour le réseau de chauffage urbain optimal, 8 % 20 ans : (a) pertes de chaleur dans les tuyaux en W, (b) coûts annuels des échangeurs dans chaque nœud en CAN \$, (c) coûts annuels de pompage dans chaque tuyau en W, (d) coûts annuels de l'isolant dans chaque tuyau en CAN \$, (e) coûts annuels des tuyaux en CAN \$

7.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons adapté notre AG et nous l'avons rendu capable de traiter un problème d'optimisation avec critères multiples. Le problème en question était le design optimal d'un réseau de chauffage urbain, application réelle et très actuelle de l'étude des systèmes de distribution optimums. Comme nous l'avons dit dans le chapitre I et au début de ce chapitre, ces types de systèmes présentent des multiples intérêts et deviennent de plus en plus attirants tant pour les fournisseurs que pour les utilisateurs des systèmes de chauffage.

Afin de rendre le problème plus réaliste, nous avons intégré à notre programme un module capable de tenir compte de la valeur temporelle de l'argent. Ceci nous a permis d'étudier plusieurs scénarios types, en considérant différents taux d'intérêt et différents

périodes d'amortissement. Les données physiques (consommations thermiques, coûts de fonctionnement et d'installation, etc.) que nous avons utilisées pour cette étude étaient des données issues des fabricants ou bien des données très proches de la réalité. Nos résultats ont montré que notre AG était bien adapté pour résoudre des problèmes d'optimisation avec critères multiples, comme celui-ci. Aussi, bien que le programme n'ait pas trouvée deux fois la même solution (étant donné le grand nombre de possibilités qui existent), les résultats étaient très proches en termes de coût total et montraient une certaine tendance optimale pour ce type d'applications. C'est-à-dire, des topologies optimales proches du réseau le plus court, des températures élevées pour la source, des diamètres des tuyaux modérés et des épaisseurs d'isolant de l'ordre de 14 cm. En ce qui concerne le comportement de l'AG face à ces types de problèmes, nous avons constaté que l'optimisation se faisait de manière plus douce et plus continue que celle des chapitres précédents. Ceci s'explique par le fait que la plage de variation des variables était très continue (précisions très élevées dans le codage des variables).

Finalement, nous devons noter le potentiel de l'approche développée dans ce chapitre pour des applications comme le design optimal d'un DHS. En effet, nous avons considérés certaines hypothèses simplificatrices comme par exemple le fait que la consommation thermique était la même tout le long de l'année, ou le fait que l'eau froide revenait à la source par le même chemin et ne perdait pas de chaleur. Ces considérations ne correspondent pas à la réalité et doivent être prises en compte pour des études futures afin de développer des modèles plus précis pouvant servir aux ingénieurs des projets.

Chapitre VIII

Conclusion

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à l'optimisation des systèmes de distribution des fluides incompressibles. Nous avons défini un modèle numérique basé sur la théorie de graphes, la méthode de codage de Prüfer et les algorithmes génétiques nous permettant de trouver le réseau pour lequel la puissance de pompage était minimale lorsqu'une contrainte de volume et des contraintes de continuité dans les jonctions étaient considérées. Nous avons démontré, au chapitre IV, que notre modèle numérique était pertinent vis-à-vis de notre problème d'optimisation et qu'il donnait des résultats très performants lorsque son paramétrage était correct.

Par la suite, nous avons exploré différentes techniques d'optimisation qui ont été couplées à l'AG afin de construire un programme solide et efficace capable d'optimiser des systèmes de distribution complexes à grande dimension, en 2D et 3D. Dans un premier temps, nous avons discrétisé l'espace géométrique où se trouvaient les nœuds consommateurs en plusieurs centaines de points non consommateurs (GSP) et nous avons laissé la liberté à notre programme de construire des réseaux avec ces points non consommateurs afin d'optimiser la distribution du fluide en minimisant la puissance de pompage. Cette approche s'est avérée être efficace et pertinente pour ces types de problèmes. Nos résultats ont montré que les réseaux optimaux, c'est-à-dire les réseaux pour lesquels la puissance de pompage est minimale, ont une structure en forme d'arbre [17]. De plus, nous avons mis en place des mécanismes de recherche accélérée (RL et MC) couplés à l'AG qui nous ont permis d'étudier des problèmes complexes en 2D et 3D. Nos résultats ont montré que la distribution optimale des fluides incompressibles sur un disque (2D) prend une forme de dendrite. De même, la complexité de la topologie optimale augmente lorsque le nombre des nœuds consommateurs augmente mais n'est pas contrainte à des formes prédéterminées ou symétriques, même si le problème de base est symétrique. En effet, le caractère asymétrique des branches et des embranchements est un résultat de l'optimisation libre qui ne nuit pas pour autant à la performance finale

du réseau. Tel que nous l'avons constaté, nos réseaux optimaux étaient constitués des branches très performantes et d'autres qui l'étaient moins, cependant, globalement le résultat était performant.

Par ailleurs, en comparant les topologies optimales en 2D avec celles en 3D nous avons constaté des différences au niveau structural. En effet, lorsque l'algorithme optimisait des systèmes en 2D, une des solutions la plus utilisée était celle de relier certains nœuds consommateurs entre eux. Ceci menait à des branches en forme de Ψ . Lorsque nous avons étudié le cas en 3D, nous avons constaté que l'algorithme utilisait cette même approche mais en l'optimisant. C'est-à-dire que les nœuds consommateurs qui étaient reliés entre eux l'étaient par l'intermédiaire des structures en forme d'arbre ou encore en forme de dendrite. Cette constatation est fondamentale car elle traduit l'efficacité et la robustesse de ces structures lorsque l'on cherche à optimiser la distribution du fluide.

D'un autre côté, nous avons constaté la tendance de notre programme à augmenter le degré des GSP plutôt que leur nombre et à les placer plus proches de la périphérie que du centre de la géométrie. Ceci s'explique en partie par la discrétisation du domaine. En effet, tel que nous l'avons constaté, le placement des GSP dans notre modèle, étant fixé à l'avance, constituait une approximation de leur position optimale. De plus, de par la manière dont a été faite la discrétisation, il y avait plus des points non consommateurs lorsqu'on s'éloignait du centre, donc leur placement était plus précis. Nonobstant, ceci ne doit pas être vu comme un handicap pour notre modèle. En effet, en agissant ainsi nous avons forcé notre programme à trouver des solutions optimales avec les GSP qui étaient disponibles et nous avons trouvé des résultats très satisfaisants. De plus, le fait d'augmenter le degré des GSP plutôt que leur nombre est une bonne solution d'un point de vue ingénierie étant donné que dans la réalité on doit tenir compte des pertes dans les jonctions.

Finalement, nous nous sommes intéressés aux systèmes de chauffage régionaux. Ainsi, nous avons construit un modèle qui intégrait un ensemble des coûts associés à des tels systèmes et qui permettait d'optimiser leur construction et leur fonctionnement de manière à avoir un coût global minimum. Les coûts considérés pour ce problème étaient des coûts de fonctionnement caractérisés par la puissance de pompage du fluide et la

puissance de chauffage de la région ainsi que des coûts de construction caractérisés par le volume total du réseau, l'isolant utilisé dans les tuyaux et les échangeurs thermiques installés dans chaque nœud consommateur. Nos résultats ont montré que pour des tels systèmes c'est le coût thermique qui prédomine par rapport au coût de pompage. La topologie des réseaux optimums trouvés par le programme se rapprochait de celle du réseau le plus court ou MST. Cette étude nous a permis de montrer l'efficacité de notre modèle pour résoudre des problèmes non linéaires complexes pour lesquels plusieurs critères devaient être considérés à la fois, ce qui forçait notre programme à faire des compromis, étant donné que la solution optimale qui satisfait tous les objectifs est inatteignable [4].

D'un autre côté, le cas traité au chapitre VII se rapproche des cas réels auxquels sont confrontés les ingénieurs lors de l'élaboration d'un projet. Cependant, étant donné que plusieurs hypothèses simplificatrices ont été faites, les résultats du chapitre VII ouvrent la voie pour l'étude des modèles numériques plus sophistiqués capables de trouver des solutions optimales pour des problèmes plus complexes et de plus grande dimension, intégrant par exemple le caractère transitoire du chauffage thermique ou l'optimisation de la température de retour de fluide.

Nous pouvons donc conclure positivement quant aux performances de l'outil d'optimisation que nous avons développé dans ce mémoire. En effet, il nous a permis d'étudier des problèmes de distribution des fluides complexes qui, à notre connaissance, n'avaient pas été traités auparavant dans la littérature et nous a permis d'en tirer des conclusions importantes concernant la forme des structures optimales. Il reste cependant des points sur lesquels notre modèle peut être amélioré. Plus précisément au niveau de la programmation des différentes fonctions, afin de les rendre plus rapides et plus efficaces. Ceci permettrait d'étudier des cas avec des milliers de points consommateurs mais nécessiterait un AG spécial, adapté à la taille du problème.

Annexes

A.1 Distribution de gaz naturel

Les réseaux de distribution de gaz naturel transportent ce combustible en régime turbulent à une vitesse comprise entre 10 et 25 m/s [23]. La compressibilité du gaz rend l'analyse du problème difficile : la perte de charge et la variation de la densité volumique entraînent une augmentation du débit volumique et de la vitesse. De plus, les variations de température modifient la viscosité dynamique du gaz. Essayer de résoudre notre problème en tenant compte de la compressibilité peut s'avérer très difficile.

Dans cette annexe on montre que l'hypothèse d'incompressibilité dans le cas d'un écoulement développé de gaz naturel est une bonne première approximation qui peut être utilisée dans l'optimisation des réseaux transportant ce fluide.

I.1 Critère d'incompressibilité pour un écoulement interne

On considère un tuyau transportant du gaz naturel (fig. I.1). Le régime est stationnaire, l'écoulement est pleinement développé et isotherme. Seule la composante de la vitesse sur z est prise en compte.

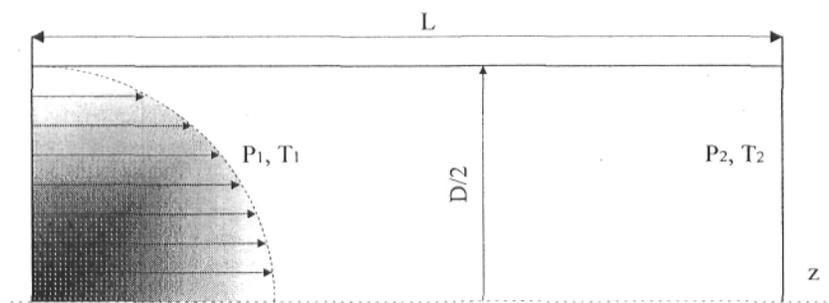


Figure I.1 Illustration d'un écoulement développé dans un tuyau

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla\vec{u}) = 0 \quad (I.1)$$

En développant cette équation pour notre cas on trouve :

$$u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.1.a})$$

Supposer que l'écoulement est incompressible revient à dire que :

$$\left| u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right| \ll \left| \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} \right| \quad (\text{I.2})$$

Ou encore :

$$\left| \frac{\partial \rho}{\rho} \right| \ll \left| \frac{\partial u_z}{u_z} \right| \quad (\text{I.2.a})$$

Avec l'équation de Bernoulli (I.3) et la définition de la vitesse du son dans le fluide (I.4), on retrouve le critère à respecter pour les écoulements incompressibles (I.5) :

$$\partial p + \rho u \partial u = 0 \quad (\text{I.3})$$

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (\text{I.4})$$

$$\frac{u_z^2}{a^2} \ll 1 \quad (\text{I.5})$$

D'après [22], la vitesse du son dans un fluide considéré comme gaz parfait peut s'écrire :

$$a = (\gamma R_G T)^{1/2} \quad (\text{I.6})$$

Avec (I.5) et (I.6) on peut écrire la condition que doit respecter l'écoulement d'un gaz parfait pour qu'il puisse être considéré comme incompressible:

$$u_z \ll (\gamma R_G T)^{1/2} \text{ m/s} \quad (\text{I.7})$$

Dans la plupart des cas, le gaz naturel peut être considéré comme un gaz parfait [23]. De plus, la vitesse du son dans celui-ci peut être approchée par la vitesse du son dans le méthane. Pour des conditions de fonctionnement de $T = 293 \text{ K}$ et 101325 Pa , avec $\gamma = 1.32$, $R_G = 518 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{K}$ on a :

$$u_z \ll 448 \text{ m/s} \quad (\text{I.7.a})$$

I.2 Écoulement d'un fluide incompressible

Pour un écoulement turbulent incompressible, la perte de charge tout au long d'un tuyau peut être définie en fonction de la longueur, le diamètre, la vitesse moyenne, la densité et le facteur de Darcy [34] :

$$P_1 - P_2 = f \frac{L}{D} \rho \frac{\bar{u}^2}{2} \quad (\text{I.8})$$

En utilisant la relation de Renouard (I.12) pour définir le facteur f on peut écrire:

$$P_1 - P_2 = 0.1334 \mu_G^{0.18} \frac{\dot{m}^{1.82}}{\rho_G} \frac{L}{D^{4.82}} \quad (\text{I.9})$$

I.3 Écoulement d'un fluide compressible

On considère le même écoulement que dans I.1 mais en tenant compte de la compressibilité. De plus, le gaz naturel est assimilé à un gaz parfait. Avec l'équation des gaz parfaits (I.10), l'équation de continuité (I.11) et la relation expérimentale de Renouard (I.12) :

$$P = \rho \frac{R}{M} T = \rho R_G T \quad (\text{I.10})$$

$$\rho u = \frac{\dot{m}}{A} = \text{cte} \quad (\text{I.11})$$

$$f = 0.172 \left(\frac{\bar{u} D \rho}{\mu} \right)^{-0.18} \quad (\text{I.12})$$

On peut écrire et développer l'équation de quantité de mouvement sur un volume de contrôle (fig. I.2).

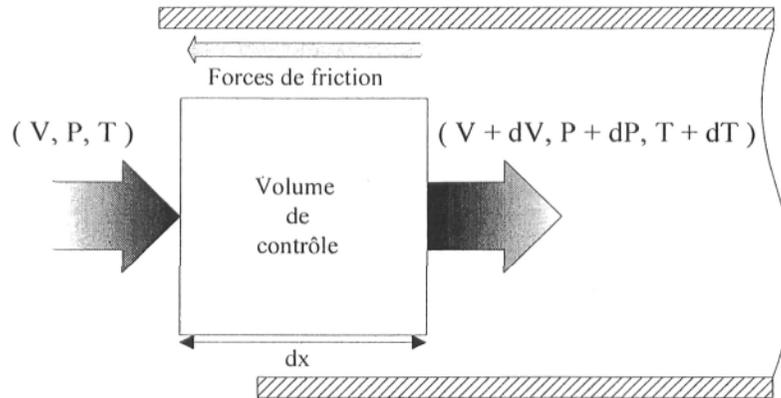


Figure I.2 Volume de contrôle dans un tuyau de diamètre constant

$$PA - (P + dP)A - \tau_w \pi D dx = \dot{m}(\bar{u} + du - \bar{u}) \quad (\text{I.13})$$

Soit :

$$dP + \frac{4\tau_w dx}{D} + \rho \bar{u} du = 0 \quad (\text{I.13.a})$$

Il vient :

$$2 \frac{dP}{\bar{u}^2} + \frac{f \rho dx}{D} + 2\rho \frac{du}{\bar{u}} = 0 \quad (\text{I.13.b})$$

En intégrant cette dernière équation sur tout le tuyau, on a une expression qui permet d'exprimer la perte de charge :

$$(P_1 - P_2) - 0.172 \frac{\left(\frac{4}{\pi \mu}\right)^{-0.18} 8R_G T \dot{m}^{1.82} L}{\pi^2 \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) D^{4.82}} - 2 \frac{16R_G T \dot{m}^2 \text{Log}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\pi^2 D^4 (P_1 + P_2)} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Cette équation est valable pour les écoulements internes compressibles et isothermes.

I.4 Modèle incompressible versus modèle compressible

On s'intéresse maintenant à la validité de l'hypothèse d'incompressibilité pour notre cas. Les pertes de charge avec le modèle incompressible et avec le modèle compressible sont calculées pour différents types d'écoulement (cf. tableaux I.2 et I.3). On étudie plusieurs possibilités en faisant varier les paramètres suivants: diamètre,

longueur, pression à l'entrée, débit massique. Pour les calculs, on utilise les données du méthane (cf. tableau I.1).

Tableau I.1. Propriétés du méthane [34]

Variable	Unités	Conditions de référence	Valeur
μ	Pa·s	293 K	1.3×10^{-5}
μ_G	Pa·s	293 K	1.3×10^{-5}
ρ_G	kg/m ³	101325 Pa et 293 K	0.667
R_G	J/kg·K		518

Tableau I.2. Résultats numériques des équations (I.9) et (I.14)

	D (m)	L (m)	ρ_G (kg/m ³)	\dot{m} (kg/s)	P_1 (bar)	P_{2inc} (bar)	P_{2comp} (bar)
1	0.101	10	26.3	5	40	39.927	39.921
2	0.508	1000	26.3	5	40	39.997	39.997
3	0.101	10	6.6	5	10	9.7078	9.6585
4	0.508	1000	6.6	5	10	9.9879	9.9869
5	0.101	10	26.3	0.5	40	39.999	39.999
6	0.508	1000	26.3	0.5	40	40	40
7	0.101	10	6.6	0.5	10	9.9956	9.9952
8	0.508	1000	6.6	0.5	10	9.9998	9.9998
9	0.101	1000	26.3	5	40	32.695	31.094
10	0.508	10	26.3	5	40	40	40
11	0.508	10	6.6	5	10	9.9879	9.9999
12	0.101	1000	26.3	0.5	40	39.889	39.881
13	0.508	10	26.3	0.5	40	40	40
14	0.101	1000	6.6	0.5	10	9.5577	9.5108
15	0.508	10	6.6	0.5	10	10	10

Tableau I.3. Comparaison entre les modèles incompressible et compressible

	$\Delta P\%$ en incompressible	$\Delta P\%$ en compressible
1	0,1825	0,1975
2	0,0075	0,0075
3	2,922	3,415
4	0,121	0,131
5	0,0025	0,0025
6	0	0
7	0,044	0,048
8	0,002	0,002
9	18,2625	22,265
10	0	0
11	0,121	0,001
12	0,2775	0,2975
13	0	0
14	4,423	4,892
15	0	0

D'après les résultats du tableau I.3, on constate que les deux modèles donnent des résultats très proches pour les différents types d'écoulement. Avec le modèle incompressible, on sous-estime la perte de charge de 4 % dans le pire de cas traité. Les résultats se rapprochent d'autant plus pour les scénarios : 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, et 15. Par exemple, pour le cas 2 : avec nos hypothèses, un calcul de perte de charge en incompressible pour un écoulement à haute pression avec un grand débit massique sur un tuyau long ayant un grand diamètre, est équivalent à un calcul de perte de charge en compressible. Étant donné la complexité de l'équation (I.14), on peut effectuer l'étude d'optimisation d'un réseau de gaz naturel en considérant l'écoulement turbulent, incompressible et isotherme.

A.2 Choix du type d'AG : avec une seule population ou avec plusieurs sous populations

Dans cette partie on compare les deux types d'AG disponibles dans la boîte à outils GA de MATLAB. Le premier est un AG simple, comme celui décrit au chapitre III. Le deuxième intègre en plus les notions de sous populations et de migration d'individus entre sous populations.

Les paramètres qui interviennent dans un calcul d'optimisation avec l'AG simple sont, principalement, le taux de mutation (τ_{mut}), le nombre d'individus par génération (I_{gen}), le pourcentage d'individus sélectionnés pour croisement (τ_{sel}) et le taux d'insertion d'enfants dans la nouvelle population ou (τ_{ins}). Pour l'AG avec sous populations, les paramètres qui vont varier sont τ_{ins} dans chaque sous population, τ_{mut} , le taux de migration d'une sous population à une autre (τ_{mig}), le nombre de sous populations (S_{pop}), le nombre d'individus par sous population (I_{spop}), et le nombre de générations qui doivent passer avant qu'il y ait migration (G_{mig}). Dans les deux cas les critères d'arrêt sont G_{max} et G_{stall} . Dans le cas de l'AG avec sous population on doit chercher à garder une certaine proportionnalité dans les paramètres afin d'assurer son bon fonctionnement. Par exemple, τ_{mig} doit varier avec G_{max} et S_{pop} et I_{spop} doivent être en accord avec I_{gen} si l'on veut comparer les deux types d'AG.

Afin d'évaluer les deux AG, nous avons repris le cas laminaire traité par Gosselin et Bejan [14]. Nous avons fait varier I_{gen} ainsi que le critère d'arrêt G_{stall} afin de comparer les performances des deux AG (avec et sans sous populations) avec le résultat optimal de Gosselin et Bejan. Les paramètres de sélection, croisement et mutation étaient les mêmes pour les deux algorithmes. Dans les tableaux II.1 et II.2 on retrouve les valeurs des différents paramètres qui interviennent dans l'optimisation. Chaque paramétrage a été répertorié par une lettre : A, B, C, D, E et F. G_{max} a été fixé à 1000 pour tous les paramétrages. De plus, étant donné que la population initiale est générée aléatoirement et du fait que l'aspect probabiliste joue un rôle important dans les opérations de sélection, croisement, mutation et réinsertion, deux simulations ne mènent pas forcément au même résultat en ne suivant pas le même chemin d'optimisation. C'est pourquoi le nombre d'évaluations n'est pas le même à chaque simulation. Ainsi, nous avons défini un

nombre d'évaluations moyen E_{moyen} à partir des dix simulations pour chacun des deux AG. Les résultats pour cette étude ont été répertoriés dans les tableaux II.3 et II.4.

Tableau II.1 Paramétrages pour l'AG simple

	A	B	C	D	E	F
G_{stall}	50	50	50	100	100	150
I_{gen}	10	20	50	50	100	100
τ_{mut}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
τ_{ins}	1	1	1	1	1	1
τ_{sel}	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8

Tableau II.2 Paramétrages pour l'AG avec sous populations

	A	B	C	D	E	F
G_{stall}	50	50	50	100	100	150
S_{pop}	2	2	5	5	10	10
I_{spop}	5	10	10	10	10	10
τ_{mig}	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
τ_{ins}	1	1	1	1	1	1
τ_{mut}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
G_{mig}	10	10	10	10	10	10
τ_{sel}	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8

A partir des résultats présentés dans les tableaux II.3 et II.4 on constate qu'en jouant uniquement sur les paramètres *nombre d'individus* et *critère d'arrêt*, c'est-à-dire, en augmentant le nombre d'évaluations, la probabilité de retrouver le bon résultat augmente et la variation relative diminue considérablement, et ceci pour les deux types d'AG. En effet, le Δ_r entre une solution trouvée par l'AG et la solution minimale de

Gosselin et Bejan peut être égal à 1.05 dans le pire des cas, soit une solution 2.05 fois plus grand que la solution optimale (cf. paramétrage A, tableau II.4). Par contre lorsque le nombre de réseaux calculés est d'environ 16000, le Δ_r maximal n'est que de 0.077, avec une probabilité de retrouver le résultat optimal de 50 % (cf. paramétrage F, tableau II.4).

Tableau II.3 Δ_r pour le cas laminaire avec l'AG simple

Simulation	Paramétrage					
	A	B	C	D	E	F
1	0.159	0.101	0.105	0	0	0
2	0.159	0.037	0.037	0.037	0	0.037
3	0.973	0.093	0.069	0.077	0.037	0.105
4	0.037	0.230	0.075	0	0.037	0.037
5	0.221	0	0.037	0	0.037	0
6	0.979	0.060	0.069	0.037	0	0
7	0.037	0.702	0.075	0.037	0	0
8	0.105	0	0.077	0.037	0	0.077
9	0.179	0.137	0	0.037	0.037	0
10	0.079	0.037	0.077	0.037	0	0.037
$\bar{\Delta}_r$	0.292	0.139	0.062	0.029	0.014	0.029
σ	0.365	0.209	0.029	0.024	0.019	0.037
E_{moyen}	872	1418	3354	5698	10764	15204
$P_r \%$	0	20	10	30	60	50

Les résultats trouvés pour cette étude sont encourageants et montrent que les deux algorithmes fonctionnent correctement. Tel que prévu, l'AG avec sous populations s'améliore nettement lorsque le nombre d'individus traités est grand, cependant on doit tenir compte des remarques faites précédemment concernant le paramétrage. En effet, lorsqu'on augmente le nombre d'individus par sous population sans augmenter le nombre

de sous populations, la performance de l'algorithme décroît. Cela est aussi vrai lorsqu'on augmente le nombre de générations avant migration sans augmenter le nombre maximal de générations. En ce sens, l'AG simple est plus avantageux car il présente moins de paramètres à régler et donne des résultats aussi performants que l'AG avec sous populations.

Tableau II.4 Δ_r pour le cas laminaire avec l'AG avec sous populations

Simulation	Paramétrage					
	A	B	C	D	E	F
1	0	0.099	0.128	0.099	0	0
2	0.303	0.155	0.194	0.323	0	0.037
3	0.221	0.037	0.077	0.151	0.077	0.077
4	0.593	0	0.037	0.037	0	0.037
5	0.256	0.077	0	0.069	0.037	0
6	0.037	0	0.037	0.069	0.127	0.037
7	0.060	0.140	0	0.037	0	0
8	1.049	0.117	0.037	0	0.037	0.077
9	0.465	0.066	0	0.037	0.099	0
10	0.799	0.066	0.037	0.037	0.060	0
$\bar{\Delta}_r$	0.378	0.075	0.054	0.085	0.043	0.026
σ	0.347	0.053	0.062	0.093	0.046	0.031
E_{moyen}	982.8	1745	3882	6398	12044	16348
$P_r \%$	10	20	30	10	40	50

A.3 Étude de la performance de l'AG sans mécanismes RL ni MC lorsque la dimension des problèmes est grande

Dans cette section nous avons étudié la performance de notre AG « pure », c'est-à-dire sans les mécanismes RL ni MC, lorsque la dimension des problèmes traités était grande. Sur la figure III.1 nous avons tracé l'évolution de la puissance relative en fonction du nombre de générations effectuées par l'AG pour différentes valeurs de N . En effet, on peut constater qu'à partir de $N = 300$, pendant presque 16000 générations l'AG n'arrive pas à trouver une solution meilleure que la solution radiale.

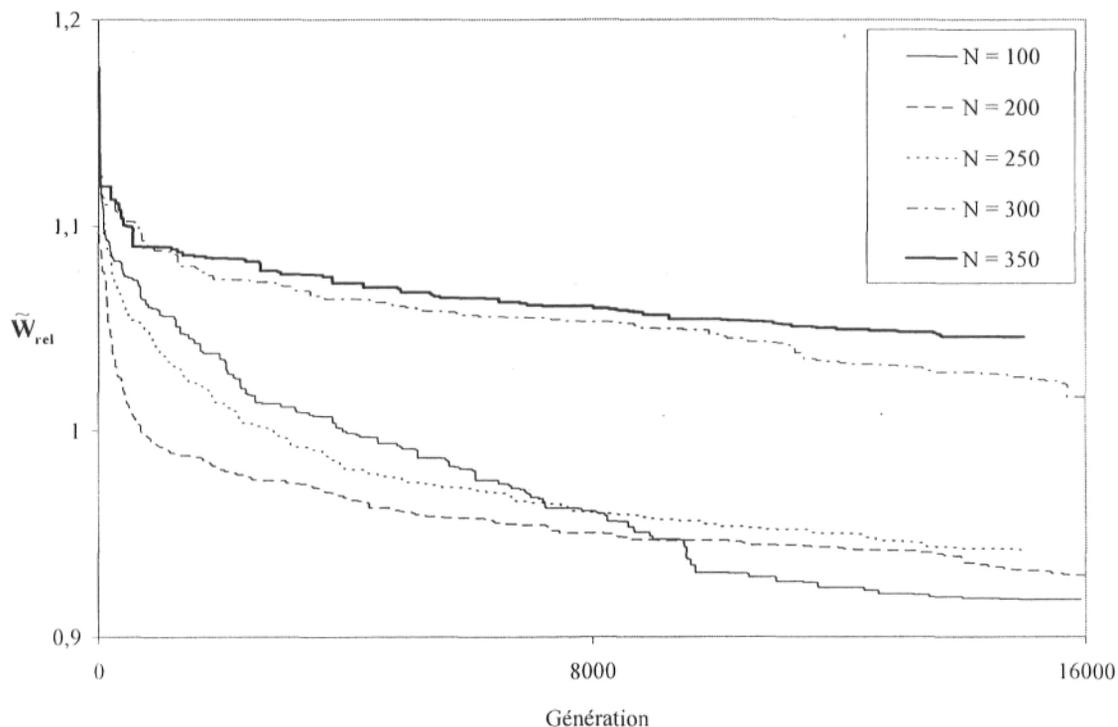


Figure III.1 Résultats de l'AG simple, sans RL ni MC, avec $\tau_m = 0.01$, $G_{\text{stall}} = 1000$ et $G_{\text{max}} = 15000$, pour différentes valeurs de N

De même, nous avons lancé 4 simulations pour $N = 1000$ en faisant varier les paramètres de l'AG et de la discrétisation du modèle géométrique. On cherchait à savoir

si l'on était capable de trouver un paramétrage pour lequel l'AG « pure » serait capable d'optimiser la distribution sur une sphère avec un grand nombre de nœuds consommateurs. Les critères d'arrêt étaient $G_{\max} = 15000$ et $G_{\text{stall}} = 1000$. Les différents paramétrages ainsi que les résultats des simulations ont été répertoriés dans le tableau III.1.

Tableau III.1 Paramétrages et résultats de l'AG simple pour $N = 1000$

	A	B	C	D
I_{gen}	100	100	100	500
τ_m	0.01	0.1	0.1	0.02
Nombre de sphères concentriques	10	10	20	10
Nombre de nœuds sur la première sphère	10	10	10	10
\tilde{W}_{rel}	1.063	1.050	1.058	1.008
Nombre de générations effectuées	1001	1001	1001	1001

Les résultats présentés ci-dessus montrent que notre AG, tel qu'il est programmé, possède une limite au-dessus de laquelle il n'optimise plus. En effet, on doit tenir compte du fait que pour $N = 1000$, et en considérant une discrétisation de 10 sphères avec 10 nœuds sur la première sphère, la dimension du problème est de 1450, donc 1450^{1448} possibilités, avec des mots dont la longueur peut aller jusqu'à 1996 caractères. On comprend qu'avec les fonctions que nous utilisons dans notre AG (croisement en deux points et mutation simple sur un caractère) le processus d'optimisation n'a plus lieu.

De plus, nous avons utilisé les fonctions de croisement et mutation définies dans la boîte à outils GA de MATLAB. Or, tel que cela a été expliqué dans les chapitre IV et V, ces fonctions qui ont été créées pour travailler avec des nombres binaires ont dû être adaptées afin de pouvoir traiter les données décimales. C'est ce qui a été fait dans la deuxième partie du chapitre V et dans le chapitre VI. Cependant, on pourrait se questionner sur leur performance étant donné qu'à chaque boucle de croisement et mutation a lieu une fonction de vérification qui corrige les possibles erreurs sur nos mots. Afin d'évaluer l'influence de ceci, nous avons défini nos propres fonctions de croisement

et mutation adaptées au problème de distribution en 2D et nous avons comparé leur performance à celle des fonctions de base de la boîte à outils GA. La manière dont ces fonctions ont été adaptées est définie ci-dessous. Cependant les résultats ont montré que cette approche était moins efficace que l'utilisation des fonctions originales de l'AG.

Précédemment on a vu que la plupart des erreurs susceptibles d'apparaître dans un mot après croisement étaient liées à la non concordance entre le nombre des GSP et la longueur du mot, ou encore au non respect de la contrainte de degré dans le cas des GSP de degré 3. Nous avons défini une fonction de croisement spéciale pour que ces genres d'erreurs n'apparaissent pas. Le mécanisme consiste à séparer les mots en deux parties, une avec les nœuds simples et l'autre avec les nœuds GSP, puis effectuer les croisements selon la technique du point multiple (*multipoint crossover*) dans chacune des deux parties et reconstruire le mot. De cette manière on garantit le respect des contraintes de longueur du mot et du degré des GSP.

En ce qui concerne la mutation des individus, on a défini une procédure intégrant plusieurs mécanismes de mutation. De cette manière, un individu devant être muté pouvait subir un parmi ces mécanismes. Les différents types de mutation étaient l'ajout d'un GSP, l'enlèvement d'un GSP, l'ajout d'un nœud simple, l'enlèvement d'un nœud simple et le changement de la position de deux nœuds simples ou de deux paires de GSP.

Même si les nouvelles fonctions de croisement et mutation semblent plus adaptées à notre problème, on a constaté, après avoir lancé une série des calculs, qu'elles étaient moins performantes que les fonctions de base adaptées. En effet, les temps de calcul étaient plus longs et l'algorithme évoluait vers des optimums locaux, et ceci même avec un taux de mutation élevée. C'est pourquoi on a décidé de garder l'approche la plus efficace, i.e. avec les fonctions de la boîte à outils GA adaptées et avec des fonctions de vérification.

A.4 Corrélation pour calculer la viscosité dynamique en fonction de la température moyenne dans un tuyau

En interpolant l'évolution de la viscosité dynamique de l'eau (μ_{eau}) en fonction de la température à partir des données de [31] avec un polynôme de degré 5 on trouve l'équation (IV.1). A partir de cette équation on peut déterminer la viscosité dynamique approchée de l'eau en fonction de la température moyenne dans un tuyau. Sur la figure IV.1 on retrouve les valeurs de μ_{eau} données par la littérature, représentées par les points, ainsi que la courbe d'interpolation caractérisée par l'équation (IV.1).

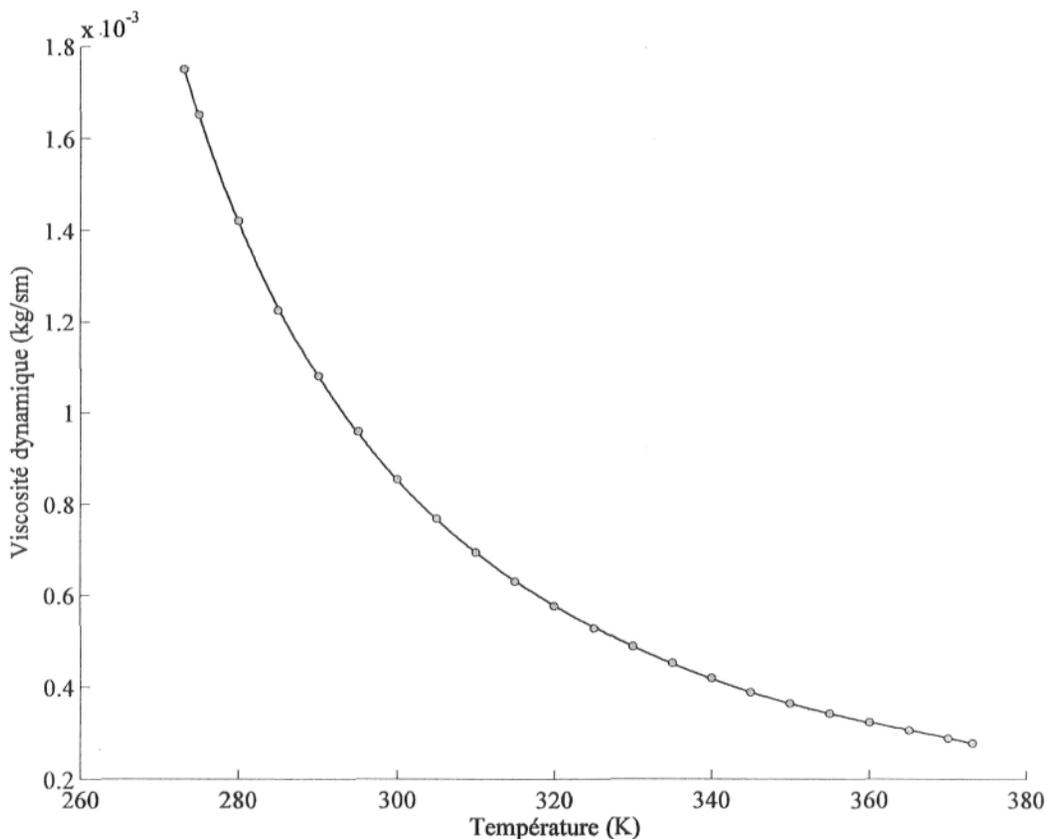


Figure IV.1 Courbe d'interpolation pour la viscosité dynamique de l'eau

$$\mu_{\text{eau}} = (-3.5349 \times 10^{-13})T^5_{\text{moyenne}} + (5.9966 \times 10^{-10})T^4_{\text{moyenne}} + \dots \quad (\text{IV.1})$$

$$\dots (-4.0723 \times 10^{-7})T^3_{\text{moyenne}} + (0.00013847)T^2_{\text{moyenne}} + (-0.023596)T^1_{\text{moyenne}} + (1.6142)$$

A.5 Détermination du coût de l'isolant

La plupart des fabricants de matériel isolant pour des conduits fournissent des tables de prix en fonction du diamètre du tuyau et de l'épaisseur de l'isolant, par unité de longueur. Si l'on prend par exemple les données de Delta pour de la laine minérale ($k_{\text{isolant}} = 0.049 \text{ W / m}\cdot\text{K}$) en 2004, on retrouve un tableau de la forme :

Tableau V.1 Liste des Prix en \$ CAN par mètre pour la laine minérale [Delta-PF]

Diamètre des tuyaux (m)	Épaisseur de l'isolant (m)						
	0.0254	0.0381	0.0508	0.0635	0.0762	0.0889	0.101
0.0127	1.24	1.76	2.85	3.71	4.70	6.75	8.41
0.0190	1.34	1.84	2.98	3.84	4.80	7.17	8.70
0.0254	1.36	1.99	3.14	4.04	5.02	7.28	8.95
0.0317	1.51	2.16	3.31	4.19	5.15	7.39	9.15
0.0381	1.63	2.22	3.52	4.42	5.25	7.50	9.35
0.0508	1.83	2.49	3.72	4.56	5.73	7.58	10.29
0.0635	2.08	2.79	3.93	4.95	5.93	7.71	10.42

Afin de trouver une relation simple nous permettant de calculer de manière approché le coût de l'isolant par mètre, nous avons défini la variable surface relative comme étant le produit du diamètre du tuyau et l'épaisseur d'isolant. De même, nous avons interpolé linéairement les données des prix (tableau V.1) afin de trouver l'équation de la droite donnant le coût par unité de longueur approché en fonction de la surface relative (équation V.1). Dans la figure V.1 on retrouve les coûts donnés par le fabricant en fonction de la surface relative (points) ainsi que la droite définie par l'équation V.1.

$$C_{Dxt} = 473.99 \times S_{\text{relative}} + 3.405 + c_{\text{installation}} \quad (\text{V.1})$$

Avec $c_{\text{installation}}$ un coefficient qui prend en compte le coût d'installation de l'isolant. Dans la figure IV.1 $c_{\text{installation}} = 0$.

De cette manière, le coût total d'isolant dans un réseau sera déterminé grâce à l'équation V.2.

$$C_{\text{volisolant}} = \sum_{\text{tuyaux}} C_{D \times t} L_e \quad (\text{V.2})$$

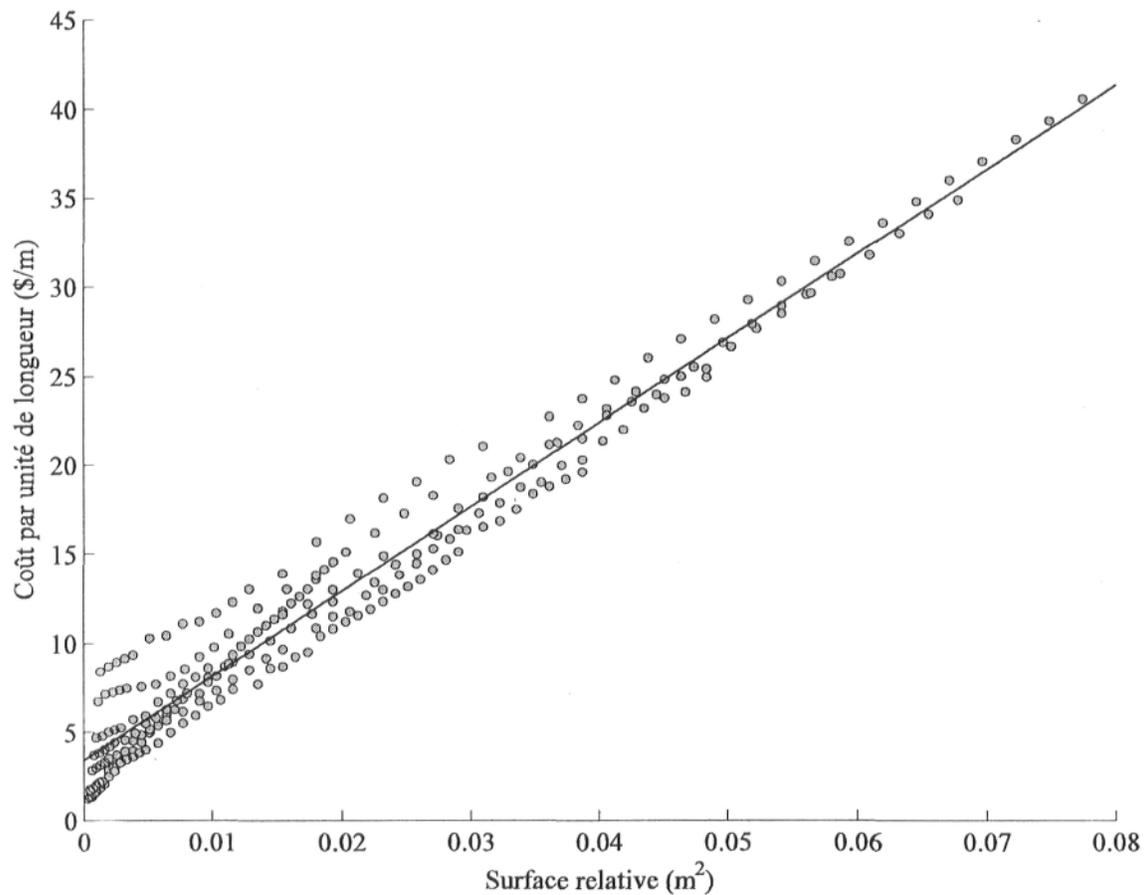


Fig. V.1 Approximation linéaire du coût de l'isolant par unité de longueur en fonction de la surface relative

A.6 Comparaison morpho métrique entre les solutions trouvées par les algorithmes AGMMN et AGMM3 en 3D et les algorithmes AGMMN et AGMM3 en 2D

Dans cette partie nous présentons les résultats de l'analyse morpho métrique pour des designs trouvés par nos programmes en 3D : N = 700 avec l'AGMMN, N = 700 avec l'AGMM3 ainsi que par des designs trouvés par nos programmes en 2D : N = 100 avec l'AGMMN et N = 100 avec l'AGMM3. Les courbes des longueurs moyennes par embranchement et les courbes des ratios des diamètres moyens par embranchement ainsi que leurs respectives équations de corrélation sont présentées dans les figures VI.1-VI.6.

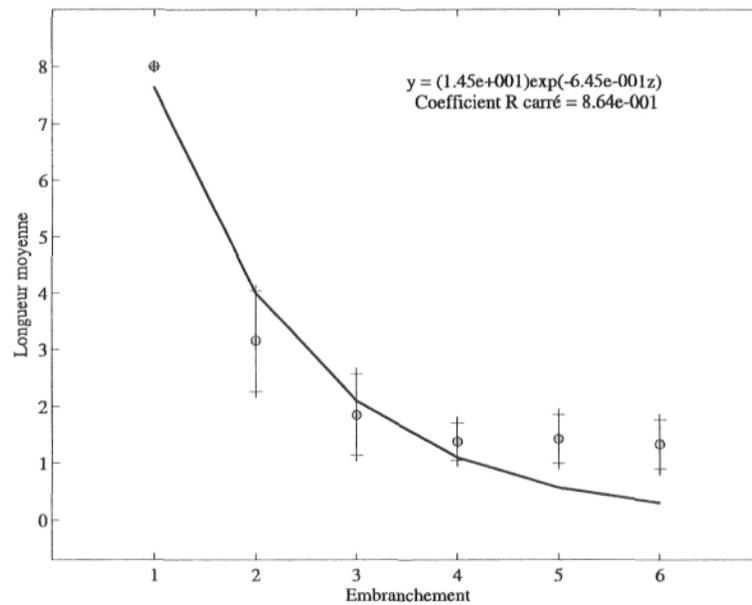


Figure VI.1 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMMN en 3D, N = 700

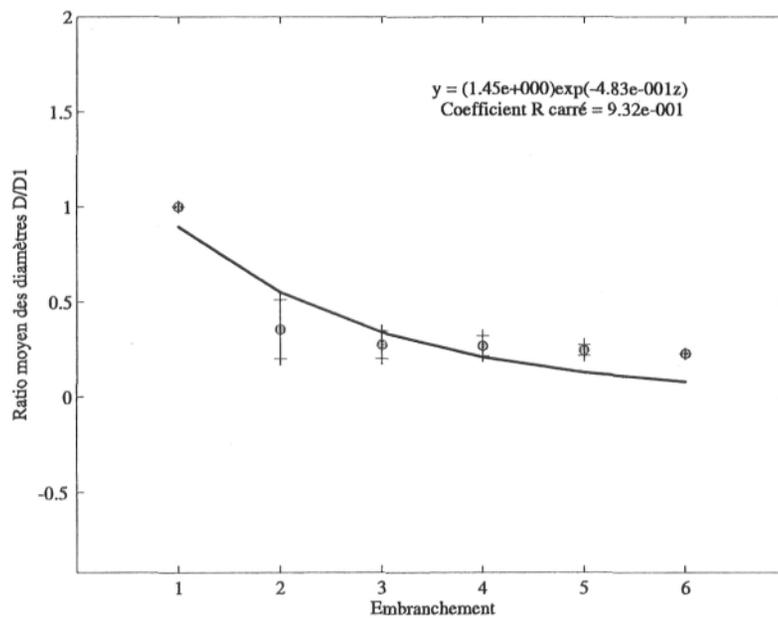


Figure VI.2 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMMN en 3D, N = 700

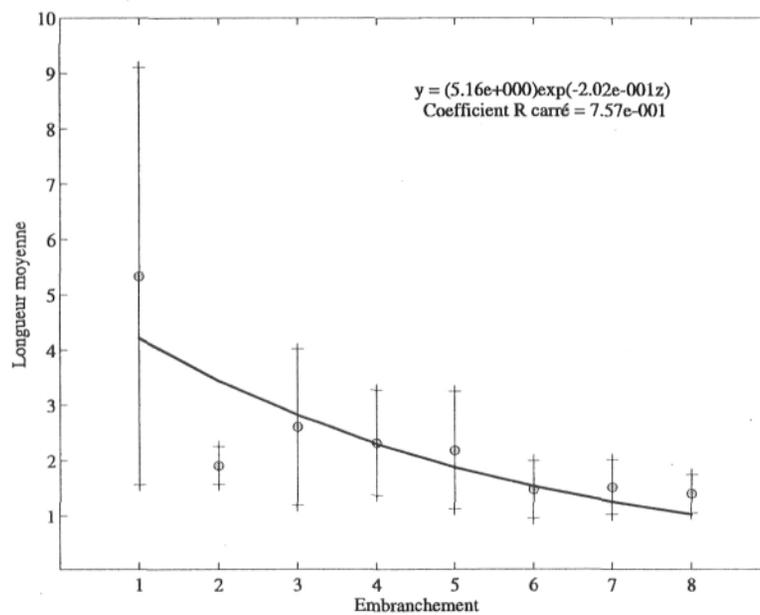


Figure VI.3 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMM3 en 3D, N = 700

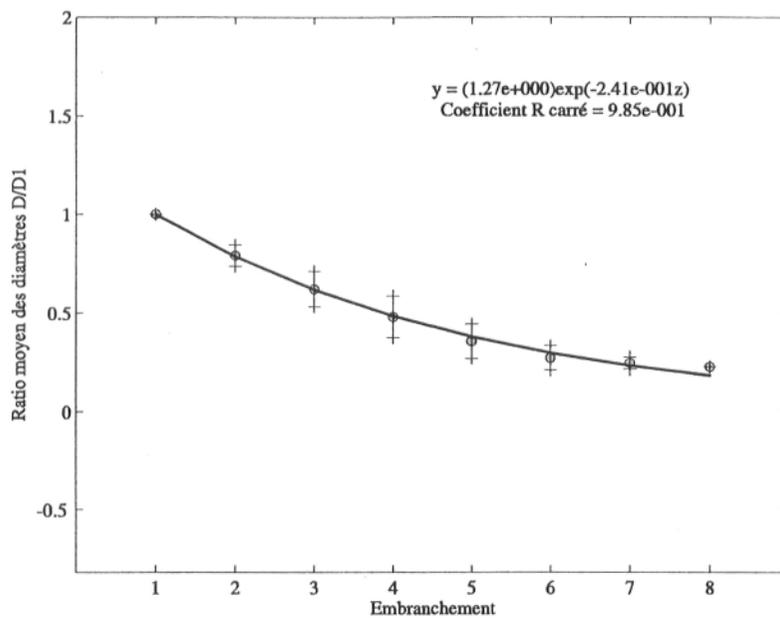


Figure VI.4 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMM3 en 3D, $N = 700$

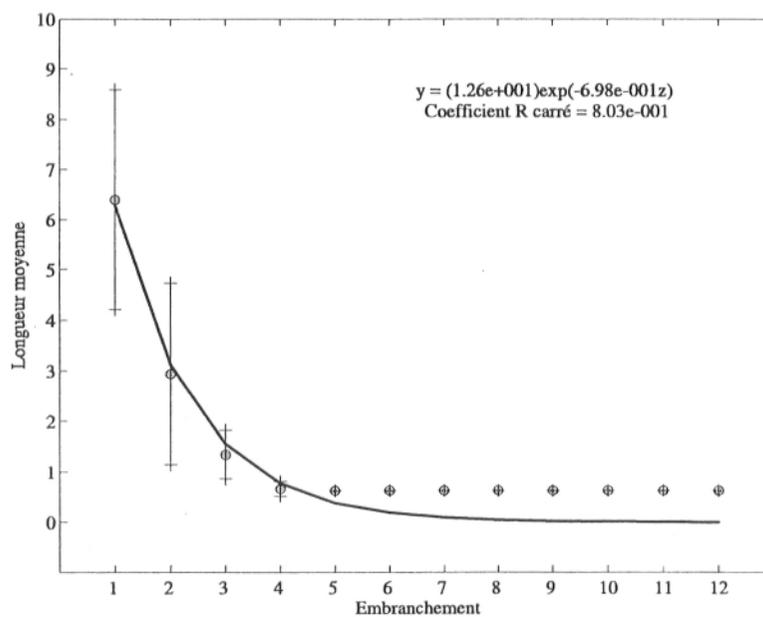


Figure VI.5 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMMN en 2D, $N = 100$

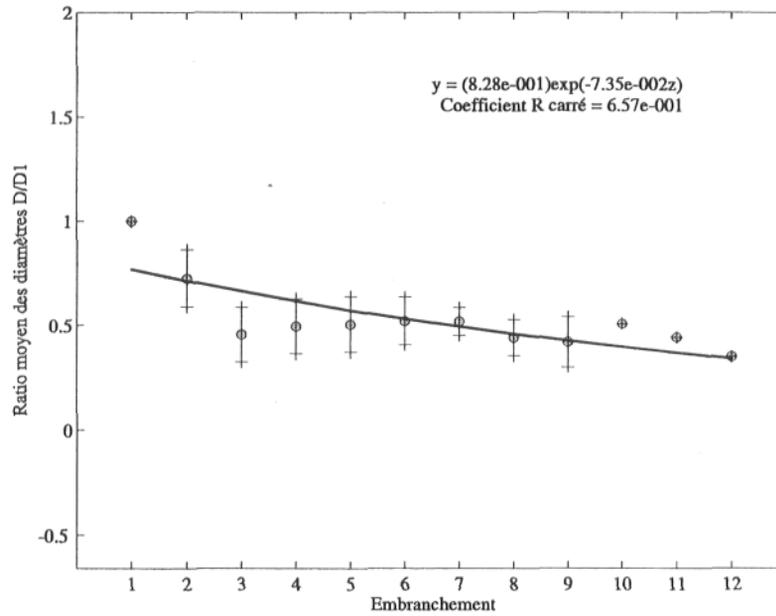


Figure VI.6 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMMN en 2D, $N = 100$

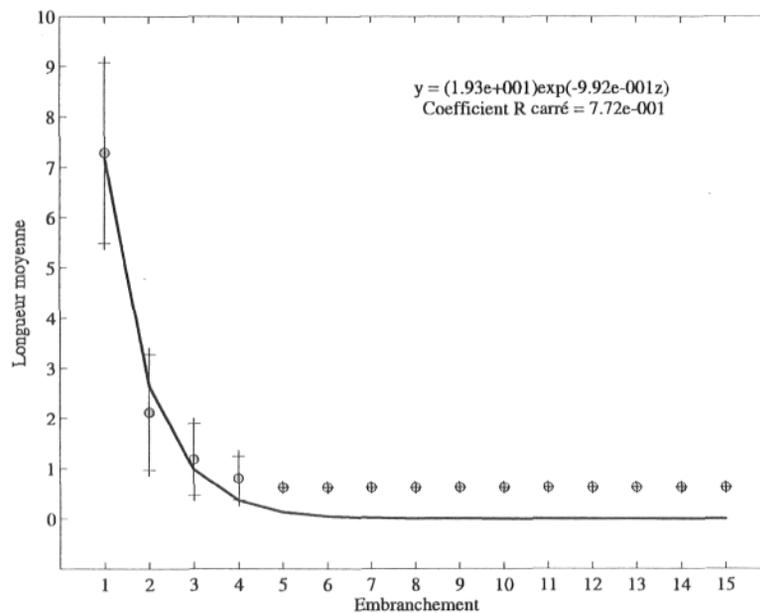


Figure VI.7 Longueurs moyennes par embranchement trouvées par l'AGMM3 en 2D, $N = 100$

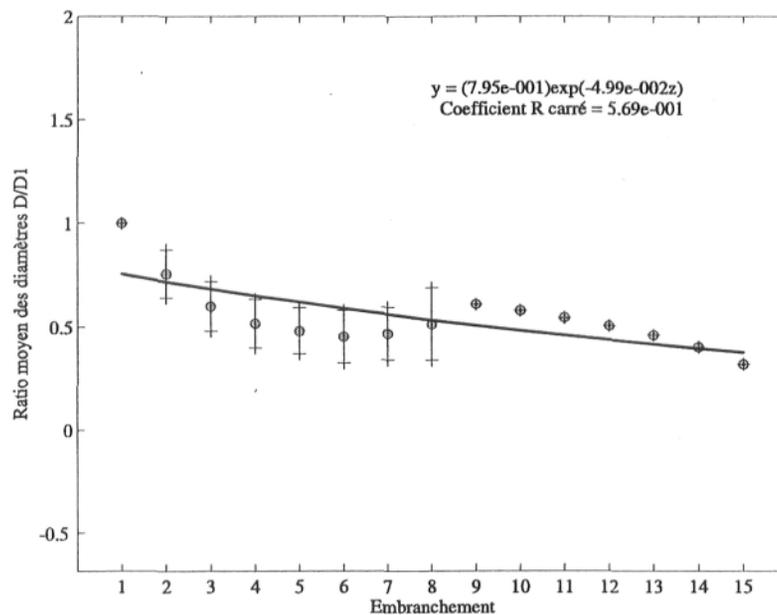


Figure VI.8 Ratios des diamètres moyens par embranchement trouvés par l'AGMM3 en 2D, N = 100

Bibliographie

- [1] J. L. Gross, J. Yellen, *Graph Theory and its Applications*, second edition, Chapman & Hall, USA 2006.
- [2] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [3] B. Golden, S. Raghavan, D. Stanojevic, Heuristic search for the generalized minimum spanning tree problem, *Inform Journal of Computing*, vol. 17, No. 3, pp. 290-304, 2005.
- [4] G. Zhou, M. Gen, Genetic algorithm approach on multi-criteria minimum spanning tree problem, *European Journal of Operational Research*, 114, pp. 141-152, 1999.
- [5] H. Prüfer, *Neuer Beweis eines Satzes über Permutationen*, archives mathematics physics 27, pp. 142-144, 1918.
- [6] Y. Xiong, B. Golden, E. Wasil, A one-parameter genetic algorithm for the minimum labeling spanning tree problem, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 9 No. 1, fevrier 2005.
- [7] M. Gen, A. Kumar, J. R. Kim, Recent networks design techniques using evolutionary algorithms, *International Journal of Production Economics*, pp. 251-261, 2005.
- [8] A. Syarif, M. Gen, Solving exclusionary side constrained transportation problem by using a hybrid spanning tree-based genetic algorithm, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 14, pp. 389-399, 2003.
- [9] G. Zhou, H. Min, M. Gen, The balance allocation of customers to multiple distribution centers in the supply chain network: a genetic algorithm approach, *Computers and Industrial Engineering*, 43, pp. 251-261, 2002.
- [10] M. Barthélemy, A. Flammini, Optimal traffic networks, *Journal of Statistical Mechanics: theory and experiment*, L07002, 2006.
- [11] R.J. Tsal, M.S. Adler, Evaluation of numerical methods for ductwork and pipeline optimization, *ASHRAE*, 1985.

- [12] W. Wechsatoł, S. Lorente, A. Bejan, Dendritic heat convection on a disc, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, pp. 4381-4391, 2003.
- [13] W. Wechsatoł, S. Lorente and A. Bejan, Optimal tree-shaped networks for fluid flow in a disc-shaped body, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45 (25), pp. 4911-4924, 2002.
- [14] L. Gosselin, A. Bejan, Tree networks for minimal pumping power, *International Journal of Thermal Sciences*, 44, pp. 53-63, 2005.
- [15] L. Gosselin, A. Bejan, Emergence of asymmetry in constructal tree flow networks, *Journal of Applied Physics*, 98, 104903, 2005.
- [16] L. Gosselin, Minimum pumping power fluid tree networks without a priori flow regime assumption, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (11) pp. 2159-2171, 2005.
- [17] A. Bejan, *Shape and Structure, from Engineering to Nature*, Cambridge University press, Cambridge, UK, 2001.
- [18] R. Aringhieri, F. Malucelli, Optimal operations management and network planning of a district heating system with a combined heat and power plant, *Annals of Operations Research*, 120, pp. 173-199, 2003.
- [19] B. Rolfsman, Optimal supply and demand investments in municipal energy systems, *Energy Conversion and Management*, 45, pp. 595-611, 2004.
- [20] N. Yildirim, M. Toksoy, G. Gökçen, District heating system design for a university campus, *Energy and Buildings*, 38, pp. 1111-1119, 2006.
- [21] The MathWorks Inc., *MATLAB programming for MATLAB 7.0*, 2004.
- [22] F. M. White, *Fluid Mechanics*, second edition, McGraw-Hill, USA, 1986.
- [23] J. Vincent-Genod, *Le transport des hydrocarbures liquides et gazeux par canalisation*, Société des éditions technip et l'Institut Français du Pétrole, France, 1966.
- [24] W. Cheney, *Analysis for Applied Mathematics*, Graduate texts in mathematics, Springer, USA, 2001.

- [25] C. D. Murray, The physiological principle of minimal work, in the vascular system, and the cost of the blood volume, *Proc. Acad. Nat. Sci.* 12, pp. 207-214, 1926.
- [26] A. Bejan, *Convection heat transfer*, second edition, Wiley, New York, 1995.
- [27] Y. J. Cao, Q. H. Wu, Teaching Genetic Algorithm using Matlab, *International Journal of Electric Engineering Education*, vol. 36, pp. 139-153, 1999.
- [28] E.N. Gilbert, Minimum cost communications networks, *Bell System Tech. J.*, pp. 2209-2227, 1967.
- [29] J. Soukop, On minimal cost networks with nonlinear costs, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 29 (4), pp. 571-581, 1975.
- [30] A. Galibois, *Analyse économique pour ingénieurs*, deuxième édition révisée, les éditions AGA, Canada, 2001.
- [31] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, fifth edition, Wiley, USA, 2002.
- [32] *Office nationale de l'énergie*, Perspectives à court terme de la production de pétrole brut au Canada, jusqu'en 2006, évaluation du marché de l'énergie, Canada, septembre 2005.
- [33] R. C. Juvinall, K. M. Marshek, *Fundamentals of Machine Component Machinery*, Jon Wiley & sons, second edition, 1991.
- [34] D. A. Kaminski, M. K. Jensen, *Introduction to Thermal and Fluid Engineering*, Wiley, USA, 2005.
- [35] R. Smith, *Chemical Process Design and Integration*, Wiley, England, 2005.
- [36] E. R. Weibel, *Morphometry of the Human Lung*, Academic Press Inc., USA, 1963.
- [37] <http://www.amcastle.com/> (consulté le 01/11/2006).
- [38] <http://www.hbnewton.com/eintroduce.htm> (consulté le 01/11/2006).