

SIMON BANVILLE

**Aspects liés à la résolution des ambiguïtés de phase
dans le positionnement ponctuel de précision (PPP)
par GPS**

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en sciences géomatiques
pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DE FORESTERIE ET DE GÉOMATIQUE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

Août 2007

Résumé

Le positionnement ponctuel de précision (PPP) par satellites GPS requiert encore une longue période d'observations pour atteindre une précision centimétrique, car la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu est contrainte par la présence d'erreurs non modélisées et de biais de phase au récepteur et aux satellites.

Afin de mieux comprendre le contexte lié à la résolution des ambiguïtés de phase dans le PPP, un bilan d'erreurs affectant les observations de phase a d'abord été effectué pour évaluer les possibilités de fixer les ambiguïtés à l'entier adéquat. Puis, une approche utilisant un simulateur de signaux GPS a été proposée pour le calibrage des biais de phase d'un récepteur GPS, mais les biais estimés subissent, entre autres, l'influence des biais de code non modélisés et des effets thermiques du récepteur. Finalement, des modifications ont été apportées à la méthodologie actuelle du calibrage des biais de phase des satellites afin d'améliorer la cohérence des biais estimés avec le modèle fonctionnel du PPP. Des erreurs non modélisées se propagent toutefois dans les résultats obtenus et, à cet effet, des pistes d'améliorations sont suggérées. Le calibrage des biais de phase est certainement un élément essentiel à l'obtention instantanée d'une précision centimétrique en mode absolu.

Abstract

GPS Precise Point Positioning (PPP) still requires long observation sessions in order to achieve cm-level accuracy because ambiguity resolution in point positioning is affected by unmodeled errors and by the presence of receiver and satellite phase biases.

In order to gain a better understanding of ambiguity resolution in PPP, an error budget has been made to assess the possibilities of accurate ambiguity fixing. Then, an approach using a GPS simulator has been proposed to calibrate receiver phase biases, and the results show evidence of unmodeled code biases and thermal effects in the receiver. Finally, modifications to the actual calibration methods of satellite phase biases have been suggested to improve compatibility with PPP's functional model. Residual errors still affect the estimated values and suggestions are made to improve the proposed methodology. The calibration of phase biases is an important issue in achieving instantaneous cm-level point positioning.

Avant-propos

Bien que la réalisation d'une maîtrise nécessite une part importante de démarches individuelles, elle ne pourrait être réalisée sans la contribution d'acteurs essentiels. À cet effet, je tiens d'abord à remercier mon directeur, Rock Santerre, et mon codirecteur, Marc Cocard, pour leur soutien scientifique et leur constante disponibilité. La confiance qu'ils m'ont accordée m'a permis d'explorer à ma guise les différents aspects de ma recherche, ce qui fut un facteur favorisant pleinement mon développement scientifique et personnel.

Je suis aussi grandement reconnaissant à l'appui financier que m'a accordé le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), l'Agence spatiale canadienne, ainsi que le Réseau de centres d'excellence en géomatique (GEOIDE).

Le développement du logiciel *PPPSoft* réalisé dans le cadre de cette recherche aurait été drôlement plus complexe sans le support de l'équipe de la Division des levés géodésiques à Ottawa, notamment Pierre Héroux, François Layahe, Pierre Tétreault et Paul Collins. Dans le même ordre d'idées, une pensée particulière doit aussi aller à Jan Kouba qui a grandement participé à l'élaboration du logiciel utilisé par le service en ligne SCRS-PPP.

Ensuite, j'aimerais souligner l'accueil chaleureux des membres du *Department of Geodesy and Geomatics Engineering* de l'Université du Nouveau-Brunswick à Frédéricton lors de mon séjour à cette institution. Ce fut un honneur de travailler aux côtés de Richard Langley, l'un des grands noms associés au positionnement par satellites GPS. De plus, l'utilisation du simulateur de signaux GPS n'aurait pu être possible sans le consentement et le support de Donghyun Kim et de Yong-Won Ahn. Enfin, les rencontres hebdomadaires du groupe GPS n'auraient pas été aussi animées sans la

présence de Marcelo Santos, Rodrigo Leandro et Liliana Sukeova.

Je voudrais aussi remercier René Landry de l'École de Technologie Supérieure (ETS) de Montréal pour ses commentaires et suggestions concernant le calibrage des biais de phase du récepteur.

Une pensée particulière est évidemment dédiée à l'équipe GPS du CRG. On ne peut passer sous silence, entre autres, les conseils judicieux et les encouragements de Stéphanie Bourgon, ainsi que les moments inoubliables passés aux côtés de Philippe Lamothe et de Valérie Kirouac.

Notons que l'appui de ma famille et de mes amis a été grandement apprécié tout au long de ce parcours. Enfin, un dernier merci pour tous ceux dont j'oublie la contribution au moment d'écrire ces lignes, mais dont la présence a sûrement favorisé l'aboutissement de ce projet.

Notation

Les symboles fréquemment utilisés dans le cadre de ce mémoire sont définis dans cette section. Ceux n'y apparaissant pas seront décrits explicitement dans le texte.

Les conventions suivantes ont été adoptées :

- i est la fréquence
- j est utilisé lors d'énumérations
- k désigne un satellite donné
- m réfère au nombre d'observations
- n se rapporte au nombre de paramètres inconnus
- q est le nombre d'époques

Équations d'observations

Les termes impliqués dans les équations d'observations sont les suivants :

- Φ_i^k est la mesure de phase du satellite k sur la fréquence i (m)
- ρ^k est la distance géométrique entre le satellite k et le récepteur (m)
- $dexc_i^k$ est l'excentrement entre le centre de masse et le centre de phase du satellite k , pour la fréquence i , exprimé dans la direction du satellite k (m)
- c est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide (m/s)
- dt^k est l'erreur d'horloge du satellite k (s)
- dtr^k est l'effet relativiste du satellite k (s)
- dT est l'erreur d'horloge du récepteur (s)

- $dtrp^k$ est le délai troposphérique pour le satellite k (m)
- $dion_i^k$ est le délai ionosphérique pour le satellite k sur la fréquence i (m)
- λ_i est la longueur d’onde de la fréquence i (m)
- N_i^k est l’ambiguïté de phase entre le satellite k et le récepteur pour la fréquence i (cycles)
- b_{ϕ_i} est le biais de phase du récepteur pour la fréquence i (cycles)
- $b^{\phi_i^k}$ est le biais de phase du satellite k pour la fréquence i (cycles)
- det^k est l’effet des marées terrestres (*earth tides*) exprimé dans la direction du satellite k (m)
- dol^k est l’effet de la surcharge océanique (*ocean loading*) exprimé dans la direction du satellite k (m)
- $dpwu_i^k$ est l’enroulement de phase (*phase wind-up*) pour le satellite k sur la fréquence i (m)
- $dpcv_i^k$ est la variation du centre de phase de l’antenne du récepteur dans la direction du satellite k pour la fréquence i (m)
- b_{P_i} est le biais de code du récepteur pour la fréquence i (m)
- $b^{P_i^k}$ est le biais de code du satellite k pour la fréquence i (m)
- $dmp_{\Phi_i^k}$ est la magnitude du délai engendré par les multitrajets pour le satellite k sur la mesure de phase de la fréquence i (m)
- $dmp_{P_i^k}$ est la magnitude du délai engendré par les multitrajets pour le satellite k sur la mesure de pseudodistance de la fréquence i (m)
- $\epsilon_{\Phi_i^k}$ est le bruit et les effets non modélisés se rapportant au satellite k pour la mesure de phase Φ_i^k (m)
- $\epsilon_{P_i^k}$ est le bruit et les effets non modélisés se reportant au satellite k pour la mesure de code P_i^k (m)

La fréquence i peut prendre les valeurs suivantes :

- 1 est la bande L_1
- 2 est la bande L_2
- if est la bande sans effet ionosphérique
- wl est la bande large
- nl est la bande étroite
- mw est la combinaison de Melbourne-Wübbena

Compensation par moindres carrés

- L est le vecteur des observations (l_j)
- A est la matrice des dérivées partielles de l'équation d'observations par rapport aux paramètres inconnus
- P est la matrice de poids des observations
- w est le vecteur de fermeture
- \hat{X} est le vecteur compensé des paramètres inconnus
- X_0 est le vecteur de valeurs approchées des paramètres inconnus
- x est le vecteur contenant les corrections à appliquer aux paramètres inconnus
- V est le vecteur des résiduelles
- N est la matrice normale
- U est le vecteur normal
- σ_j est l'écart-type d'une observation j
- σ_j^2 est la variance d'une observation j
- σ_0^2 est le facteur de variance a priori
- $\hat{\sigma}_0^2$ est le facteur de variance a posteriori
- Σ_{xx} est la matrice de variances-covariances des paramètres inconnus

Autres

On retrouve aussi régulièrement des références aux termes suivants :

- \vec{r}_{rec} est le vecteur joignant le centre de masse de la Terre au récepteur
- r_{rec} est la magnitude du vecteur joignant le centre de masse de la Terre au récepteur
- $\{x_{rec}, y_{rec}, z_{rec}\}$ sont les coordonnées du récepteur dans un système terrestre moyen
- \vec{r}_{sat} est le vecteur joignant le centre de masse de la Terre au satellite
- r_{sat} est la magnitude du vecteur joignant le centre de masse de la Terre au satellite
- $\{x_{sat}, y_{sat}, z_{sat}\}$ sont les coordonnées du satellite dans un système terrestre moyen

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Avant-propos	iv
Notation	vi
Table des matières	ix
Liste des tableaux	xi
Table des figures	xiii
1 Introduction	1
1.1 Mise en contexte	1
1.2 Problématique	2
1.3 Recherches antérieures	3
1.4 But et objectifs de la recherche	5
1.5 Méthodologie	5
1.6 Contributions de la recherche	6
1.7 Contenu du mémoire	8
2 Description et analyse du modèle fonctionnel du PPP	10
2.1 Équations d'observations	10
2.1.1 Mesures de phase	11
2.1.2 Mesures de pseudodistance	12
2.2 Sources d'erreurs	13
2.2.1 Éphémérides (contenues dans ρ)	13

2.2.2	Excentrement du centre de phase des satellites ($dexc_i$)	17
2.2.3	Horloges des satellites (dt)	19
2.2.4	Effets relativistes (dtr)	22
2.2.5	Horloge du récepteur (dT)	25
2.2.6	Troposphère ($dtrop$)	25
2.2.7	Ionosphère ($dion_i$)	29
2.2.8	Marées terrestres (det)	34
2.2.9	Surcharge océanique (dol)	36
2.2.10	Enroulement de phase ($dpwu_i$)	39
2.2.11	Ambiguïté de phase (N_i)	41
2.2.12	Biais de code et de phase (b_i, b^i)	41
2.2.13	Variations du centre de phase au récepteur ($dpcv_i$)	46
2.2.14	Multitrajets au récepteur (dmp_{P_i}, dmp_{Φ_i})	48
2.2.15	Autres effets non modélisés ($\epsilon_{P_i}, \epsilon_{\Phi_i}$)	50
2.3	Bilan d'erreurs résiduelles et ambiguïtés de phase	54
2.4	Compensation par moindres carrés	56
2.4.1	Compensation paramétrique	57
2.4.2	Approche séquentielle	61
3	Calibrage des biais de phase d'un récepteur	64
3.1	Objectifs	64
3.2	Méthodologie	65
3.2.1	Modèle fonctionnel	65
3.2.2	Estimation des biais de phase	66
3.2.3	Mathématiques des biais de phase	69
3.3	Résultats	72
3.3.1	Description des sessions de calibrage	72
3.3.2	Biais de phase sur L_1 (1 ^{re} session)	74
3.3.3	Biais de phase sur L_1 (2 ^e session)	76
3.3.4	Biais de phase sur L_2	77
3.3.5	Biais de phase sur la bande large	78
3.3.6	Différence des biais entre satellites	79
3.4	Discussions	80
3.4.1	Problématiques liées aux biais de code du récepteur	80
3.4.2	Recommandations	83

4	Calibrage des biais de phase des satellites (méthodologie)	85
4.1	Objectif	85
4.2	Recherches antérieures	86
4.3	Considérations particulières	89
4.4	Description de l’algorithme proposé	91
4.4.1	Solution globale	91
4.4.2	Solutions PPP par station	92
4.4.3	Combinaison des solutions	98
4.4.4	Biais de phase des satellites et statistiques	102
4.5	Résumé	105
5	Calibrage des biais de phase des satellites (résultats)	106
5.1	Description des sessions d’observations	106
5.2	Solution globale	110
5.3	Solutions PPP par station	111
5.4	Combinaison des solutions	113
5.5	Biais de phase et statistiques	115
5.5.1	Biais de phase sur L_1	115
5.5.2	Biais de phase sur L_2	118
5.5.3	Biais de phase sur la bande large	120
5.5.4	Comparaison avec Melbourne-Wübbena	123
5.6	Évaluation des erreurs résiduelles	128
5.7	Recommandations	130
6	Conclusion	133
6.1	Résumé de la recherche	133
6.1.1	Quantification du bilan d’erreurs résiduelles	134
6.1.2	Calibrage des biais de phase d’un récepteur GPS	134
6.1.3	Calibrage des biais de phase des satellites GPS	135
6.2	Recommandations	137
	Bibliographie	139
A	Système de coordonnées lié au satellite	146
B	Preuve de l’équation 5.5	148

Liste des tableaux

2.1	Éphémérides disponibles [IGS (2007)]	15
2.2	Excentrement entre le centre de phase et le centre de masse des satellites (convention de l'IGS) [Kouba et Héroux (2001)]	18
2.3	Précision des corrections pour l'horloge des satellites [IGS (2007)] . . .	20
2.4	Précision de la fonction de projection de Niell [Mendes (1999)]	29
2.5	Précision des produits ionosphériques [IGS (2007)]	34
2.6	Termes correctifs à appliquer pour éliminer les biais de code des satellites [Collins <i>et al.</i> (2005)]	45
2.7	Bruit engendré par le processus d'acquisition des signaux	53
2.8	Bilan d'erreurs résiduelles sur les mesures de phase	54
3.1	Comparaison de la moyenne arithmétique et de la moyenne réelle . . .	70
3.2	Description des sessions de calibrage	72
4.1	Comparaison des biais de phase estimés	105
5.1	Description des stations du réseau à l'étude	107
5.2	Vecteurs formés à partir des stations du réseau	107
5.3	Paramètres de transformation du système ITRF2000 à ITRF2005 [ITRF (2007)]	108
5.4	Types d'antennes et de récepteurs utilisés	108
5.5	Description des sessions d'observations	109
5.6	Temps d'observation moyen des satellites	110
5.7	Écarts de coordonnées obtenus par PPP	113
5.8	Contraintes appliquées aux paramètres	113
5.9	Biais de phase sur L_1 (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14) . .	117
5.10	Biais de phase sur L_2 (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14) . .	119

5.11 Biais de phase sur la bande large (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14)	122
5.12 Délai troposphérique zénithal humide	129
6.1 Combinaison de signaux	137

Table des figures

2.1	Comparaison des éphémérides finales aux solutions indépendantes des centres d'analyse [GeoForschungsZentrum (2007)]	17
2.2	Comparaison des corrections d'horloges finales aux solutions indépendantes des centres d'analyse [GeoForschungsZentrum (2007)]	21
2.3	Effets relativistes pour les satellites PRN 12 et 27, le 8 janvier 2007	24
2.4	Délai troposphérique zénithal à la station NRC1, du 1 ^{er} janvier au 30 juin 2006	28
2.5	Magnitude du délai ionosphérique d'ordre 2 et 3 sur L_1	33
2.6	Marées terrestres, du 1 ^{er} janvier au 30 juin 2006, à la station NRC1	35
2.7	Surcharge océanique à la station NRC1 à Ottawa, du 1 ^{er} au 10 janvier 2006	37
2.8	Enroulement de phase pour le satellite PRN 14, le 8 janvier 2007, tel qu'observé à la station NRC1	39
2.9	Génération des signaux [Wells <i>et al.</i> (1987)]	42
2.10	Variation du centre de phase d'une antenne	47
3.1	Dispersion de données circulaires	70
3.2	Interprétation géométrique de la fonction \bar{R}	71
3.3	Équipement utilisé lors des sessions de calibrage	73
3.4	Biais de phase sur L_1 (1 ^{re} session)	74
3.5	Biais de phase et erreur d'horloge du récepteur	76
3.6	Biais de phase sur L_1 (2 ^e session)	77
3.7	Biais de phase sur L_2 (1 ^{re} session)	78
3.8	Biais de phase sur la bande large	79
3.9	Différence entre satellites du biais de phase sur L_1 par rapport au satellite PRN 1 (1 ^{re} session)	80
3.10	Influence des biais de code sur l'erreur d'horloge du récepteur	81

3.11	Impact des biais de code sur l'erreur d'horloge du récepteur et des ambiguïtés de phase	81
4.1	Résiduelles de code avec un seul paramètre d'horloge du récepteur estimé (résiduelles positives : P_1 ; résiduelles négatives : P_2)	95
4.2	Algorithme pour la combinaison des solutions	99
5.1	Emplacement des vecteurs utilisés pour le calibrage des biais de phase des satellites [Google (2007)]	107
5.2	Écart entre les coordonnées estimées et les coordonnées de l'ITRF (station USNO, le 8 janvier 2007)	112
5.3	Biais de phase sur L_1 en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)	116
5.4	Biais de phase sur L_2 en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)	118
5.5	Biais de phase sur la bande large en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)	121
5.6	Biais de phase de la bande large issus de Melbourne-Wübbena en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)	123
5.7	Écarts entre les ambiguïtés de phase de la bande large en différence simple entre satellites (réf : PRN 14) issues du calibrage et de Melbourne-Wübbena	126
5.8	Valeurs de $\Delta(\nabla N_{wl})$, calculées à partir des $DCB_{P_2-P_1}$ des satellites en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)	127
5.9	Comparaison des délais troposphériques provenant du calibrage et du service en ligne PPP de RNCAN	129
A.1	Système de coordonnées lié au satellite [Beutler (1996)]	147

Chapitre 1

Introduction

1.1 Mise en contexte

Le positionnement GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*) subit une évolution constante pour répondre aux exigences de précision, d'exactitude, d'accessibilité et de coûts requises par une gamme sans cesse croissante d'utilisateurs.

Initialement, le système GPS (*Global Positioning System*) devait permettre à un individu de se localiser avec une précision d'une dizaine de mètres sur la surface terrestre. Puis, des techniques différentielles utilisant simultanément plus d'un récepteur GPS ont été développées afin d'atteindre un niveau de précision supérieur. En raison de la corrélation spatiale présente dans la plupart des sources d'erreurs affectant le positionnement par satellites, ces techniques permettent de réduire l'impact de certaines erreurs communes aux sites d'observations (orbites et horloges des satellites, délais atmosphériques, etc.). Cette caractéristique, combinée à l'utilisation des mesures de phase, fait en sorte que l'on puisse obtenir une précision centimétrique et ce, après seulement quelques secondes ou quelques minutes d'observations selon la distance séparant les récepteurs.

D'un autre côté, ces techniques différentielles requièrent au minimum deux récepteurs, ce qui implique des coûts additionnels et une logistique plus complexe (observa-

tion simultanée des mêmes satellites à chaque site, multiples opérateurs, etc.) comparativement à l'utilisation d'un récepteur unique. Dans cette optique, la technique du positionnement ponctuel de précision (PPP) a été développée afin d'atteindre un niveau semblable de précision avec un seul récepteur GPS. Pour parvenir à cette fin, les erreurs dégradant la qualité du positionnement doivent être correctement modélisées, car dans ce contexte, il s'avère impossible de bénéficier de la corrélation spatiale des erreurs exploitée par les techniques différentielles. En appliquant les modèles correctifs appropriés, une précision centimétrique peut être atteinte après quelques heures d'observations [Kouba et Héroux (2001)].

1.2 Problématique

L'obtention rapide d'une précision centimétrique repose sur le principe de la résolution des ambiguïtés de phase. Les observations de phase effectuées par un récepteur GPS sont très précises, mais elles sont ambiguës, c'est-à-dire que le nombre entier de cycles (ou longueurs d'onde) présent dans la distance initiale entre un satellite et le récepteur est inconnu. Afin d'exploiter pleinement le potentiel offert par ce type d'observation, ce nombre de cycles, appelé ambiguïté de phase, doit être déterminé le plus rapidement possible. Plusieurs techniques ont été développées à cet effet au fil des ans pour le mode différentiel [Kim et Langley (2000)] et elles contribuent grandement à la performance du positionnement par satellites.

Il existe toutefois des biais de phase et de code créés lors de la génération des signaux par les satellites [Wells *et al.* (1987)] et de la réplique des signaux par le récepteur. Ces biais ne peuvent être corrigés à l'heure actuelle mais, comme bien d'autres sources d'erreurs, ils s'annulent en mode relatif. Cette constatation n'est cependant pas valide pour le positionnement en mode absolu. Ces biais étant différents pour chaque satellite, récepteur et fréquence, ils se propagent dans l'ambiguïté de phase. Ainsi, la qualité du positionnement n'est pas affectée, mais cela fait en sorte qu'il devient complexe de contraindre les ambiguïtés de phase à des entiers dans ce type de positionnement. Les techniques de résolution d'ambiguïtés utilisées en mode relatif s'appliquent donc difficilement pour le PPP et cela implique qu'une longue période d'observations est

requis pour l'obtention de la précision souhaitée. En plus de la présence des biais de phase et de code, les erreurs non modélisées entravent aussi le processus de résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu.

En conséquence, le PPP requiert actuellement une période d'observations de près de 30 minutes pour obtenir une précision d'une dizaine de centimètres pour un récepteur statique, tandis qu'au moins le double du temps est nécessaire en mode cinématique [Héroux *et al.* (2004)]. Cet inconvénient par rapport au mode relatif restreint alors grandement l'utilisation du PPP qui possède tout de même un potentiel intéressant.

1.3 Recherches antérieures

Dans le but d'atteindre la précision souhaitée dans un laps de temps requis par la plupart des applications, divers facteurs permettant de réduire le temps de convergence des ambiguïtés de phase ont été identifiés. Parmi ceux-ci, on note entre autres le nombre et la géométrie des satellites observés, la dynamique du mobile (statique ou cinématique) et la qualité des observations [Héroux *et al.* (2004)]. Un accroissement de la fréquence des corrections d'horloges des satellites et du taux d'échantillonnage des observations réduirait également l'étalement de cette période [Abdel-Salam (2005)]. La modernisation de la constellation de satellites GPS et l'arrivée du système Galileo permettraient aussi une diminution anticipée de la moitié du temps de convergence [Shen et Gao (2006)].

Parallèlement à ces recherches, l'aspect de la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu a été abordé à quelques reprises. D'abord, le concept de « pseudo-fixage » [Gao et Shen (2001)], consistant à fixer une ambiguïté à une valeur entière lorsque sa précision atteint un seuil prédéterminé, a été proposé. Cette technique fait en sorte que l'on obtienne nécessairement une solution biaisée, car on force l'ambiguïté à être entière alors qu'elle ne l'est pas. Néanmoins, une précision de l'ordre de 20 à 40 centimètres peut être obtenue en cinq minutes pour chaque composante des coordonnées, ce qui est souvent mieux que la solution avec ambiguïtés libres pour une durée comparable.

Puis, on a tenté de résoudre les ambiguïtés en groupe à l'aide des méthodes applicables au mode différentiel [Abdel-Salam et Gao (2003)], mais la discrimination de la meilleure combinaison d'ambiguïtés a été impossible du point de vue statistique. Les auteurs supposent que les erreurs non modélisées (orbites et horloges des satellites, effet ionosphérique de deuxième ordre, etc.), ainsi que les biais de phase pourraient une fois de plus être la cause de tels résultats.

Une autre méthode proposée consiste à combiner la solution conventionnelle utilisant la bande sans effet ionosphérique (Φ_{if}) à une solution biaisée telle que le « pseudo-fixage », et ce en accordant un poids respectif à chaque solution variant en fonction du temps [Abdel-Salam (2004)]. Ainsi, cette technique bénéficie de la précision supérieure de la solution biaisée au début du traitement, puis change graduellement vers une solution non biaisée afin d'obtenir la qualité de positionnement escomptée.

Afin de prendre en considération les biais de phase, une technique de résolution des ambiguïtés de phase basée sur une correction approximative de ces biais a été développée [Wang et Gao (2006)]. En supposant que les biais de phase des satellites ont été préalablement calibrés, seuls les biais du récepteur doivent être pris en considération. Dans le but de corriger ces biais, on applique séquentiellement, pour chaque fréquence, une correction variant entre 0.0 et 0.9 cycle avec un pas de 0.1 cycle. L'erreur résiduelle après l'application de la correction adéquate devrait donc être négligeable pour la résolution d'ambiguïtés. Les simulations réalisées montraient une diminution moyenne de 65% du taux de convergence et cette amélioration pouvait même atteindre plus de 90%.

Une autre approche pour la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu consiste à calibrer les biais de phase. Étant donné que les biais des récepteurs leur sont propres, un intérêt plus particulier a été accordé aux biais de phase des satellites [Gabor (1999)]. À l'aide d'un réseau de stations, l'estimation des biais de phase des satellites sur la bande large (voir la section 4.2) a été effectuée et démontrait des résultats optimistes. Toutefois, les valeurs obtenues pour les biais sur L_1 étaient très bruitées et aucune conclusion n'a pu en être tirée. L'auteur croit que les erreurs d'orbites résiduelles pourraient constituer la cause majeure du bruit perçu dans les données. Toujours dans la même optique, d'autres recherches sont présentement en cours pour améliorer la

qualité de l'estimation de ces biais [Ge *et al.* (2006); Leandro et Santos (2006)]. Ainsi, la connaissance de la valeur de ces biais permettrait de corriger les mesures de phase afin de retrouver leur nature entière. Les méthodologies utilisées dans le cadre de ces recherches seront décrites en détails et analysées au chapitre 4.

1.4 But et objectifs de la recherche

À la lumière des informations présentées jusqu'à maintenant, le but de la recherche proposée est d'étudier les possibilités de réduire la période de convergence requise pour l'obtention d'une précision centimétrique dans le PPP, en portant une attention particulière aux facteurs gênant la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu.

Afin d'atteindre ce but, quelques objectifs spécifiques ont été définis :

- quantifier le bilan d'erreurs résiduelles, c'est-à-dire la magnitude des erreurs non modélisées affectant les observations,
- examiner la faisabilité de calibrer les biais de phase d'un récepteur GPS,
- proposer une nouvelle approche pour le calibrage des biais de phase des satellites.

1.5 Méthodologie

La première étape de la recherche est de s'assurer que les erreurs non modélisées contaminant les observations de phase demeurent à un niveau acceptable pour la résolution des ambiguïtés de phase. Ceci est réalisé à l'aide d'une recherche bibliographique servant à décrire l'ensemble des facteurs susceptibles de perturber les mesures effectuées par un récepteur GPS. Les corrections disponibles pour mitiger ces sources d'erreurs sont aussi présentées, pour ensuite évaluer la magnitude des erreurs résiduelles.

Peu d'études ont été réalisées sur la variation temporelle des biais de phase, en particulier ceux relatifs au récepteur. Dans l'éventualité où ces biais seraient constants,

le calibrage des biais de phase des récepteurs et des satellites pourrait être effectué afin de corriger les observations de phase, ce qui permettrait de retrouver la nature entière des ambiguïtés. Afin d'étudier le comportement de ces biais, un simulateur de signaux GPS est utilisé pour générer des signaux sans erreur. Les seuls biais observables deviennent alors inhérents au récepteur, ce qui permet de fournir des indications sur leur nature et de mieux comprendre leurs variations. À partir de ces renseignements, il devient possible de déterminer si un calibrage de ces biais est une avenue envisageable.

Le calibrage des biais de phase des satellites a déjà fait l'objet d'études antérieures, mais les résultats se sont montrés peu concluants. Pour comprendre les raisons expliquant cette performance, une étude critique des méthodologies utilisées est réalisée. À partir des informations obtenues, une nouvelle méthode est proposée. Celle-ci repose sur la philosophie du PPP, c'est-à-dire l'utilisation de signaux non combinés et une modélisation adéquate des sources d'erreurs. Un modèle mathématique cohérent est alors développé afin de démontrer la logique derrière les concepts avancés.

Afin de valider la faisabilité de la méthodologie proposée, des tests préliminaires sont effectués. Un réseau composé de quatre stations formant deux vecteurs est utilisé pour estimer indépendamment les biais de phase des satellites et ce, sur une période de trois jours. Bien que ces tests ne soient pas exhaustifs, ils visent à vérifier si les biais estimés ont une certaine corrélation spatiale et temporelle. Ces tests servent aussi à identifier les sources d'erreurs pouvant se propager dans l'estimation des biais. À partir des informations recueillies, les avantages et inconvénients de la méthodologie utilisée peuvent être déduits, ce qui permet d'orienter les recherches ultérieures.

1.6 Contributions de la recherche

D'abord, une revue détaillée des erreurs affectant la qualité du positionnement par satellites GNSS est réalisée. La littérature sur ce sujet s'attarde à quelques sources d'erreurs particulières, mais un bilan détaillé de l'ensemble des facteurs pouvant nuire à la résolution des ambiguïtés n'est pas courant, et cela permet de mieux comprendre les limitations associées à la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu.

Le calibrage des biais de phase d'un récepteur GPS n'a, à notre connaissance, jamais été effectué. La tentative de calibrage présentée dans ce mémoire permet d'éclaircir les problématiques liées à cette opération, et propose des pistes à examiner pour comprendre la nature et le comportement de ces biais.

Les méthodologies utilisées pour le calibrage des biais de phase des satellites utilisent la combinaison de Melbourne-Wübbena (voir la section 4.2) pour éliminer la plupart des sources d'erreurs affectant les observations. La présente recherche a démontré que cette combinaison est contaminée par des biais de code non désirés qui affectent la valeur des biais de phase estimés. Pour contourner ce problème, une nouvelle méthodologie visant à calibrer les biais de phase des satellites a été proposée. En apportant quelques modifications à celle-ci pour mitiger davantage les différentes sources d'erreurs, le calibrage des biais de phase pourrait être envisageable de façon à corriger les observations de phase pour ainsi retrouver la nature entière des ambiguïtés.

Les méthodes de calibrage des biais de phase présentées dans le cadre de ce mémoire ont été testées à l'aide du logiciel de traitement de données GNSS (*PPPSoft*) développé par l'auteur au Centre de recherche en géomatique (CRG) de l'Université Laval. Ce logiciel contient un module permettant de traiter les observations selon la méthodologie du positionnement ponctuel de précision (PPP), pour ainsi obtenir un niveau de précision supérieur aux logiciels commerciaux pour un traitement d'observations GPS en mode absolu. Il se compare donc, en termes de qualité de positionnement selon ce mode opératoire, à d'autres logiciels conçus à cet effet, comme celui du service en ligne de la Division des levés géodésiques du Canada [Kouba et Héroux (2001)], P^3 de l'Université de Calgary [Héroux *et al.* (2004)] et GAPS de l'Université du Nouveau-Brunswick [Leandro et Santos (2006)]. En plus du PPP, il contient évidemment les sous-routines nécessaires au calibrage des biais de phase du récepteur et des satellites.

Comme il en a été fait mention précédemment, une période de convergence pouvant atteindre plusieurs heures est encore parfois nécessaire pour l'atteinte d'une précision centimétrique, ce qui gêne grandement l'intégration de cette méthode à d'autres types d'applications. En se concentrant sur les aspects gênant la résolution des ambiguïtés de phase, un pas de plus est effectué en vue de réduire la durée requise pour l'obtention d'une précision centimétrique. De cette façon, le PPP sera peut-être graduellement

amené à remplacer le positionnement relatif, ce qui permettra de réduire la logistique et les coûts d'utilisation liés aux systèmes GNSS.

1.7 Contenu du mémoire

L'idéologie derrière le positionnement ponctuel de précision est de modéliser chaque source d'erreur sans utiliser d'artifices pour les éliminer. À cet effet, le chapitre 2 de ce mémoire décrit et analyse le modèle fonctionnel utilisé dans le PPP. Les équations d'observations détaillées sont fournies et chaque terme impliqué est explicitement décrit, tout comme les options disponibles pour leur correction. Le niveau de précision associé aux méthodes de correction de ces erreurs est évalué, ce qui permet de dresser le bilan d'erreurs résiduelles affectant la qualité du positionnement. La méthode de compensation par moindres carrés est aussi introduite pour faire le lien entre les observations et les paramètres à estimer.

Par la suite, le chapitre 3 décrit la méthodologie utilisée pour le calibrage des biais de phase d'un récepteur GPS. Ceci implique par le fait même l'introduction aux mathématiques des données cycliques, ainsi que la présentation des problématiques qu'entraînent les biais de code dans un tel processus de calibrage. Puis, les résultats obtenus sont analysés, ce qui conduit à des recommandations pour d'éventuelles tentatives de calibrage.

Le chapitre 4 se concentre sur le calibrage des biais de phase des satellites. Les méthodologies précédemment utilisées sont décrites et analysées. Grâce à l'information recueillie, quelques recommandations sont effectuées, puis une nouvelle méthodologie est introduite et les détails mathématiques du modèle utilisé sont explicités.

Afin de valider la méthodologie présentée au chapitre précédent, le chapitre 5 présente les résultats obtenus dans le cadre de cette recherche pour le calibrage des biais de phase des satellites. On tente aussi d'identifier les erreurs non modélisées les plus susceptibles d'affecter l'exactitude des biais estimés et quelques améliorations à apporter à la méthodologie sont suggérées.

Finalement, le chapitre 6 résume les points principaux du mémoire, en plus de fournir quelques recommandations pour les recherches ultérieures.

Chapitre 2

Description et analyse du modèle fonctionnel du PPP

Afin de comprendre le processus d'estimation impliqué dans le positionnement ponctuel de précision (PPP), ce chapitre présente d'abord les équations d'observations caractérisant les mesures effectuées par un récepteur GPS. Chaque source d'erreur susceptible d'affecter ces observations est décrite et les différentes alternatives permettant de réduire leurs impacts sont décrites. À partir de ces informations, on dresse un bilan des erreurs non modélisées affectant le positionnement en mode absolu, pour ainsi quantifier la marge de manoeuvre disponible pour la résolution des ambiguïtés de phase. Puis, la compensation par moindres carrés est décrite afin de faire le lien entre les paramètres à estimer et les observations disponibles.

2.1 Équations d'observations

Dans le positionnement ponctuel de précision (PPP), on utilise les mesures de phase de l'onde porteuse combinées aux mesures de code. Ces dernières s'avèrent nécessaires en raison de la nature ambiguë de la phase. En effet, l'utilisation unique des mesures de phase ne permettrait pas de séparer cette ambiguïté de l'erreur d'horloge du récepteur, puisqu'il s'agit de deux termes linéairement dépendants. Cette caractéristique

distingue cette méthodologie du positionnement relatif, où les mesures de code ne sont généralement pas utilisées, car le processus de différenciation élimine les erreurs d'horloges et la précision de ces observations est grandement inférieure (facteur d'environ 100) à celle des mesures de phase.

2.1.1 Mesures de phase

Une mesure de phase de l'onde porteuse peut être décrite par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \Phi_i^k = & \rho^k + dexc_i^k + c(dt^k - dtr^k - dT) + dtrop^k - dion_i^k + \lambda_i \left(N_i^k + b_{\phi_i} + b^{\phi_i^k} \right) + \\ & det^k + dol^k + dpwu_i^k + dpcv_i^k + dmp_{\Phi_i^k} + \epsilon_{\Phi_i^k} \end{aligned} \quad (2.1)$$

où l'indice i fait référence à une fréquence donnée et l'exposant k à un satellite donné. De plus,

- Φ_i^k est la mesure de phase du satellite k sur la fréquence i (m)
- ρ^k est la distance géométrique entre le satellite k et le récepteur (m)
- $dexc_i^k$ est l'excentrement entre le centre de masse et le centre de phase du satellite k , pour la fréquence i , exprimé dans la direction du satellite k (m)
- c est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide (m/s)
- dt^k est l'erreur d'horloge du satellite k (s)
- dtr^k est l'effet relativiste du satellite k (s)
- dT est l'erreur d'horloge du récepteur (s)
- $dtrop^k$ est le délai troposphérique pour le satellite k (m)
- $dion_i^k$ est le délai ionosphérique pour le satellite k sur la fréquence i (m)
- λ_i est la longueur d'onde de la fréquence i (m)
- N_i^k est l'ambiguïté de phase entre le satellite k et le récepteur pour la fréquence i (cycles)
- b_{ϕ_i} est le biais de phase du récepteur pour la fréquence i (cycles)
- $b^{\phi_i^k}$ est le biais de phase du satellite k pour la fréquence i (cycles)

- det^k est l'effet des marées terrestres (*earth tides*) exprimé dans la direction du satellite k (m)
- dol^k est l'effet de la surcharge océanique (*ocean loading*) exprimé dans la direction du satellite k (m)
- $dpuw_i^k$ est l'enroulement de phase (*phase wind-up*) pour le satellite k sur la fréquence i (m)
- $dpcv_i^k$ est la variation du centre de phase de l'antenne du récepteur dans la direction du satellite k pour la fréquence i (m)
- $dmp_{\Phi_i^k}$ est la magnitude du délai engendré par les multitrajets pour le satellite k sur la mesure de phase de la fréquence i (m)
- $\epsilon_{\Phi_i^k}$ est le bruit et les effets non modélisés se rapportant au satellite k pour la mesure de phase Φ_i^k (m)

La section 2.2 décrit plus en détails chacun des termes précédents, en plus d'expliquer les effets non modélisés contenus dans le terme $\epsilon_{\Phi_i^k}$.

2.1.2 Mesures de pseudodistance

D'une manière similaire à l'équation de phase, l'équation d'observation de pseudodistance est décrite par :

$$P_i^k = \rho^k + dexc_i^k + c(dt^k - dtr^k - dT) + dtrop^k + dion_i^k + b_{P_i} + b^{P_i^k} + det^k + dol^k + dpcv_i^k + dmp_{P_i^k} + \epsilon_{P_i^k} \quad (2.2)$$

où

- b_{P_i} est le biais de code du récepteur pour la fréquence i (m)
- $b^{P_i^k}$ est le biais de code du satellite k pour la fréquence i (m)
- $dmp_{P_i^k}$ est la magnitude du délai engendré par les multitrajets pour le satellite k sur la mesure de pseudodistance de la fréquence i (m)
- $\epsilon_{P_i^k}$ est le bruit et les effets non modélisés se rapportant au satellite k pour la mesure de code P_i^k (m)

L'équation 2.2 se différencie de l'équation 2.1 par le fait qu'il n'y ait pas d'ambiguïté de phase, que les biais de phase soient remplacés par des biais de code, que l'ionosphère ait un effet de signe opposé et que l'enroulement de phase ne soit pas à considérer. De plus, les mesures de code sont plus bruitées que la phase, donc la magnitude des termes $\epsilon_{P_i^k}$ et $dmp_{P_i^k}$ sera supérieure à celle des termes $\epsilon_{\Phi_i^k}$ et $dmp_{\Phi_i^k}$ respectivement.

Il est à noter que l'usage de l'exposant (k) pour indiquer le satellite auquel réfère l'équation sera dorénavant omis afin de simplifier la notation.

2.2 Sources d'erreurs

Cette section décrit les principales sources d'erreurs affectant le positionnement par satellites GPS, en plus de présenter différentes options pour réduire leur impact.

2.2.1 Éphémérides (contenues dans ρ)

Description

Le terme ρ des équations 2.1 et 2.2 représente la distance géométrique entre le satellite et le récepteur. Mathématiquement, cela peut être exprimé de la façon suivante :

$$\rho = \sqrt{(x_{sat}^k - x_{rec}^*)^2 + (y_{sat}^k - y_{rec}^*)^2 + (z_{sat}^k - z_{rec}^*)^2} \quad (2.3)$$

où

$$x_{rec}^* = x_{rec} \cos \theta - y_{rec} \sin \theta \quad (2.4)$$

$$y_{rec}^* = x_{rec} \sin \theta + y_{rec} \cos \theta \quad (2.5)$$

$$z_{rec}^* = z_{rec} \quad (2.6)$$

$$\theta = \frac{\rho}{c} \omega_T \quad (2.7)$$

Dans les équations précédentes, les composantes $\{x_{sat}^k, y_{sat}^k, z_{sat}^k\}$ font référence à la position du satellite k au temps de transmission du signal, tandis que $\{x_{rec}, y_{rec}, z_{rec}\}$ sont les coordonnées du récepteur au temps de réception. Le terme ω_T est la vitesse de rotation de la Terre ($\omega_T \approx 7.292115 \cdot 10^{-5} rad/s$ [McCarthy et Petit (2004)]). Comme les ondes électromagnétiques émises par les satellites GPS se propagent à la vitesse de la lumière, une durée d'approximativement 0.08 seconde est requise pour atteindre le récepteur. Pendant ce temps, la Terre subit une rotation de θ radians qui, si négligée, peut entraîner une erreur de positionnement pouvant atteindre 30 mètres [Xu (2003)]. Ce phénomène est appelé *effet Sagnac* et peut être calculé par itérations à l'aide des équations 2.3 à 2.7, car θ est fonction de ρ et vice-versa.

Corrections

Habituellement, dans le positionnement ponctuel de précision, les coordonnées du récepteur sont inconnues et elles sont estimées. Toutefois, les coordonnées des satellites sont introduites comme valeurs connues et les erreurs qu'elles contiennent affectent la qualité du positionnement. L'utilisateur du GPS peut obtenir la position des satellites via le message de navigation transmis par ceux-ci. Ces positions sont en fait des prédictions effectuées par le segment de contrôle au sol, mises à jour à toutes les deux heures, et décrites à l'aide des éléments képlériens de l'orbite et de termes correctifs par rapport à un temps de référence. Toutefois, la précision de ces positions n'est pas suffisante pour les applications de précision comme le PPP. À cet effet, l'IGS (*International GNSS Service*) utilise un réseau mondial de stations de poursuite pour produire des éphémérides ayant une précision supérieure. Le tableau 2.1 affiche l'information pertinente associée aux différents produits présentement offerts par cet organisme. Les précisions affichées dans ce tableau sont obtenues à l'aide d'une comparaison avec des mesures indépendantes de télémétrie par laser [IGS (2007)].

TAB. 2.1 – Éphémérides disponibles [IGS (2007)]

Éphémérides	Précision (mètres)	Intervalle
Transmises	≈ 1.60	continu
IGS Ultra-rapides (prédites)	≈ 0.10	15 min
IGS Ultra-rapides (observées)	< 0.05	15 min
IGS Rapides	< 0.05	15 min
IGS Finales	< 0.05	15 min
IGS Finales (GLONASS)	0.15	15 min

La première partie du tableau 2.1 énumère les produits conçus pour une utilisation en temps réel, tandis que la partie du bas est réservée aux produits utilisables en post-traitement. La précision affichée est généralement proportionnelle à la durée requise pour le calcul des éphémérides. D'autres types d'éphémérides sont fournis par JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) et NRCan (*Natural Resources of Canada*) pour une utilisation en temps réel et leur précision approximative est fournie dans [Chen (2004)].

La magnitude de l'erreur introduite sur la distance récepteur-satellite dépend principalement de la répartition de l'erreur d'orbite selon les composantes radiale, transversale et tangentielle à l'orbite du satellite, en plus de la position entre le récepteur et le satellite. L'équation 2.8 [Warren et Raquet (2003)] donne une approximation réaliste de cette erreur, appelée SISRE (*Signal-In-Space Range Error*) :

$$SISRE_{orb} = \sqrt{\sigma^2(\Delta_{rad}) + \frac{1}{7^2}(\sigma^2(\Delta_{tra}) + \sigma^2(\Delta_{tan}))} \quad (2.8)$$

où $\sigma^2(\Delta_{rad})$, $\sigma^2(\Delta_{tra})$ et $\sigma^2(\Delta_{tan})$ sont respectivement la variance des composantes radiale, transversale et tangentielle. Le facteur $\frac{1}{7} \approx \sin(8^\circ)$ représente l'angle moyen, appelé angle au nadir, entre l'orientation de l'antenne du satellite (pointant vers le centre de masse de la Terre) et celle joignant le satellite à un récepteur à la surface terrestre [Montenbruck *et al.* (2005)]. Ceci permet de prendre en considération l'impact dominant d'une erreur sur la composante radiale.

La qualité des éphémérides rapides et ultra-rapides de l'IGS a été comparée à celle

des éphémérides finales du même organisme [Montenbruck *et al.* (2005)]. En utilisant l'équation 2.8, une compatibilité de l'ordre du centimètre a été observée entre les produits rapides et finaux en 2005. Pour ce qui est des éphémérides ultra-rapides observées, la valeur du $SIRSRE_{orb}$ est d'environ 2 cm, ce qui est comparable aux produits rapides. Toutefois, en considérant l'utilisation simultanée des éphémérides et des corrections d'horloges des satellites, la précision des produits ultra-rapides se dégrade quelque peu à cause de la corrélation entre ces termes (voir la section 2.2.3).

Bien que la précision des produits finaux soit plus complexe à quantifier, la télémétrie par laser (SLR) peut être utilisée à des fins de validation [Urschl *et al.* (2006)]. En comparant les orbites finales de CODE (*Centre for Orbit Determination in Europe*) aux données SLR des deux satellites GPS munis de tels réflecteurs pour une période de quatre ans (2002-2006), un biais systématique d'approximativement 3 cm a été observé avec une précision d'environ 2 cm. Le biais systématique pourrait être causé par une valeur erronée du décalage entre les réflecteurs et le centre de masse des satellites, car un tel biais n'a pas été remarqué sur les trois satellites GLONASS aussi observés. Une dégradation de la qualité des orbites (≈ 10 cm) a été constatée durant les périodes d'éclipse, c'est-à-dire lorsque le satellite passe dans l'ombre de la Terre, ce qui pourrait être causé par une modélisation inadéquate de l'attitude du satellite.

Un autre moyen d'obtenir une approximation de la qualité des éphémérides est de comparer les résultats issus des différents centres d'analyse de l'IGS. Ces derniers utilisent des méthodologies quelques peu différentes¹ pour l'estimation des paramètres, ce qui assure une certaine indépendance entre les résultats. La figure 2.1 démontre l'écart entre la solution combinée des centres d'analyse et chaque solution individuelle. On constate donc que la précision obtenue concorde assez bien avec celle obtenue du SLR.

Il est aussi important de noter que la position des satellites est habituellement fournie à un intervalle de 15 minutes, ce qui implique une interpolation de chacune des composantes. Toutefois, la variation de la trajectoire des satellites est assez prévisible et la plupart des méthodes d'interpolation n'introduisent que des erreurs de l'ordre du millimètre [Shenewerk (2003)].

¹<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/center/analysis/>

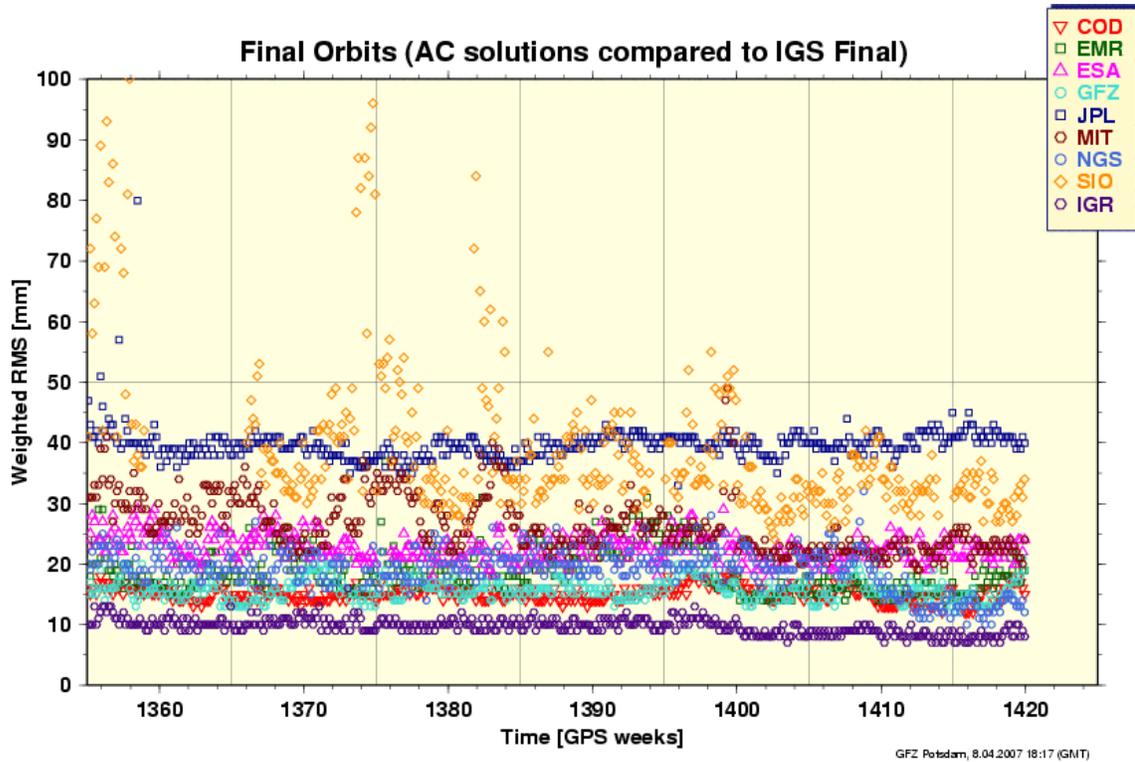


FIG. 2.1 – Comparaison des éphémérides finales aux solutions indépendantes des centres d'analyse [GeoForschungsZentrum (2007)]

2.2.2 Excentrement du centre de phase des satellites ($dexc_i$)

Description

Les signaux des satellites GPS se propagent du centre de phase de l'antenne émettrice du satellite à celui du récepteur. Ainsi, lorsque l'on calcule la distance récepteur-satellite, celle-ci se réfère à la distance entre ces deux entités. Toutefois, la trajectoire du satellite est décrite plus naturellement par son centre de masse. À cet effet, les éphémérides précises calculées par l'IGS fournissent la position du centre de masse des satellites, contrairement aux éphémérides transmises dans le message de navigation des satellites qui réfèrent directement à la position du centre de phase. Une correction pour l'excentrement entre le centre de masse du satellite et son centre de phase doit donc être appliquée afin de calculer une distance compatible avec les éphémérides précises.

Corrections

Afin d’assurer la cohérence des paramètres estimés par les divers centres d’analyse de l’IGS, cette dernière avait alors adopté une convention (tableau 2.2) quant à l’excentrement entre le centre de phase et le centre de masse du satellite. Les valeurs contenues dans ce tableau sont données dans le système de coordonnées du satellite (voir l’annexe A).

TAB. 2.2 – Excentrement entre le centre de phase et le centre de masse des satellites (convention de l’IGS) [Kouba et Héroux (2001)]

Bloc	Excentrement (m)		
	dx	dy	dz
II/IIA	0.279	0.000	1.023
IIR	0.000	0.000	0.000

Toutefois, la convention adoptée ne représente pas réellement le décalage physique entre les deux entités. Cette situation n’est pas critique dans la mesure où la valeur radiale de l’excentrement (dz) est absorbée en majeure partie ($\approx 95\%$) dans l’estimation de l’erreur d’horloge du satellite [Zhu *et al.* (2003)] et que la contribution des autres composantes a un impact moins marqué sur la distance entre le récepteur et le satellite.

Similairement aux antennes liées au récepteur, le centre de phase de l’antenne des satellites subit des variations en fonction de l’angle au nadir pouvant atteindre près de 7 mm [Schmid et Rothacher (2003)]. Des variations additionnelles ont été constatées en fonction de l’azimut s’élevant à environ 3-4 mm pour un angle au nadir de 14° [Schmid *et al.* (2005)]. De plus, les satellites de chaque bloc affichent des comportements différents. Pour prendre en considération cette situation, l’IGS utilise maintenant un nouveau format de fichier ANTEX² indiquant un excentrement propre à chaque satellite, ainsi que la variation en fonction de l’angle au nadir. La dépendance azimutale n’est cependant pas encore prise en considération dans le fichier ANTEX et aucune distinction n’est faite quant au centre de phase sur L_1 et L_2 .

Le fait d’ignorer les variations décrites au paragraphe précédent (en élévation et

²ftp://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/station/general/

en azimut) peut introduire un biais d'environ 5 mm sur la composante verticale du positionnement en mode absolu, mais une erreur inférieure au millimètre pour les composantes nord et est [Gendt (2006)].

2.2.3 Horloges des satellites (*dt*)

Description

La mesure de temps est à la base du système GPS. En effet, le récepteur mesure indirectement le temps de propagation d'un signal qui, multiplié par la vitesse de la lumière, donne la distance entre ce récepteur et le satellite. Pour leur part, les mesures de phase se basent aussi sur la fréquence du signal qui est étroitement liée à la mesure de temps. Il est donc évident qu'un biais de synchronisation de l'horloge des satellites ou du récepteur par rapport à un temps de référence (en l'occurrence, l'échelle de temps GPS) entraîne des conséquences sur la qualité du positionnement s'il n'est pas pris en considération.

Ce biais de synchronisation des horloges peut être estimé ponctuellement à différentes époques, mais il doit nécessairement être interpolé ou extrapolé entre ces époques. Le positionnement de précision par GPS nécessite donc des satellites munis d'horloges de qualité afin de pouvoir prédire ce biais le plus adéquatement possible au temps désiré. À cet effet, la qualité d'une horloge se mesure particulièrement par la stabilité de l'oscillateur composant l'horloge, c'est-à-dire sa capacité à conserver une fréquence donnée [Langley (1991)]. Pour répondre à ce critère, les horloges de type atomique (au césium et au rubidium) sont utilisées à bord des satellites GPS.

Corrections

Le biais de synchronisation des horloges des satellites est modélisé à l'aide d'une fonction quadratique par le segment de contrôle [Seeber (2003)]. Les coefficients de cette fonction sont transmis dans le message de navigation des satellites GPS pour

une utilisation en temps réel. Néanmoins, même la fréquence des horloges atomiques subit des fluctuations aléatoires faisant en sorte que le comportement réel de l’horloge diffère du modèle mathématique utilisé. Pour cette raison, la précision des corrections d’horloges transmises par les satellites demeure limitée (voir le tableau 2.3).

Une précision supérieure peut une fois de plus être atteinte en calculant a posteriori des corrections d’horloges à intervalles fixes à l’aide d’un réseau global de stations comme l’IGS. Divers produits, dont la précision varie une fois de plus en fonction du temps requis pour leur production (voir le tableau 2.3), sont fournis par cet organisme³.

TAB. 2.3 – Précision des corrections pour l’horloge des satellites [IGS (2007)]

Type de correction d’horloges	Précision (ns et (m))	Intervalle
Transmises	≈ 7 (2.1)	Continu
Ultra-rapides (prédites)	≈ 5 (1.5)	15 min
Ultra-rapides (observées)	≈ 0.2 (0.06)	5 min
Rapides	0.1 (0.03)	5 min
Finales	<0.1 (<0.03)	5 min / 30 sec

Il existe une forte corrélation négative entre la composante radiale de l’orbite des satellites et leur erreur d’horloge [Parkinson (1996)]. Ainsi, on peut évaluer la précision des éphémérides et des horloges simultanément en modifiant quelque peu l’équation 2.8 [Montenbruck *et al.* (2005)] :

$$SISRE = \sqrt{\sigma^2 (\Delta_{rad} - \Delta_{cdt}) + \frac{1}{72} (\sigma^2 (\Delta_{tra}) + \sigma^2 (\Delta_{tan}))} \quad (2.9)$$

où $\sigma^2 (\Delta_{rad} - \Delta_{cdt})$ est la précision de la composante radiale de l’orbite prenant en considération la corrélation avec l’erreur d’horloge du satellite.

Une valeur de SISRE d’approximativement 8 cm est envisageable pour les produits ultra-rapides observés de l’IGS, alors que cette valeur se chiffre à environ 3 cm pour les produits rapides [Montenbruck *et al.* (2005)]. La précision des produits finaux peut une fois de plus être évaluée en comparant les corrections fournies par les divers centres

³<http://igscb.jpl.nasa.gov/>

d'analyse (voir la figure 2.2). On remarque que, pour l'année 2006 et le début de l'année 2007, les écarts sont effectivement inférieurs à 0.1 ns (≈ 3 cm).

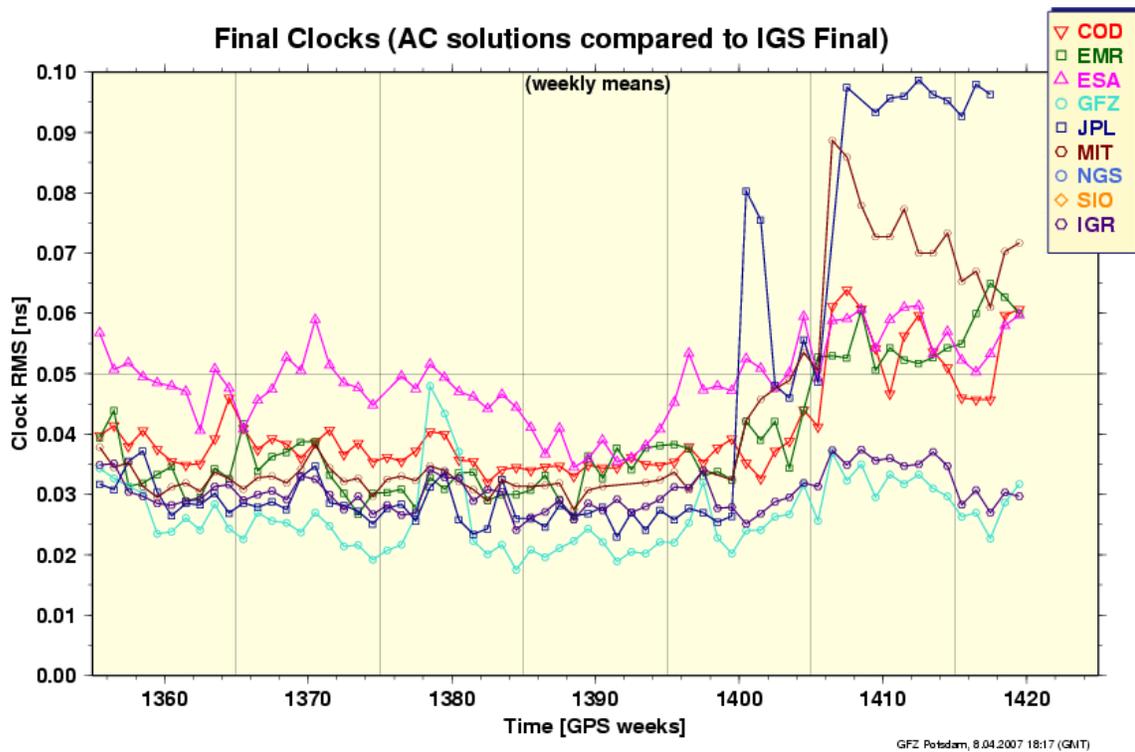


FIG. 2.2 – Comparaison des corrections d’horloges finales aux solutions indépendantes des centres d’analyse [GeoForschungsZentrum (2007)]

Il ne faut pas perdre de vue que les corrections doivent être interpolées entre les époques où celles-ci sont fournies. Étant donné le caractère aléatoire des variations de fréquence, des erreurs d’interpolation non négligeables peuvent être engendrées [Montenbruck *et al.* (2005)]. En effet, l’erreur d’interpolation dépend du type d’horloge utilisé par le satellite et elle pourrait atteindre un RMS de 4 cm pour les corrections fournies à toutes les 5 minutes et près de 10 cm pour celles aux 15 minutes. Ces résultats sont compatibles avec une autre étude [Zumberge et Gendt (2001)] qui affirmait en plus que la précision de l’interpolation pour les corrections d’horloges aux 30 secondes était de l’ordre de 4 mm.

2.2.4 Effets relativistes (*dtr*)

Description

Le concept de la relativité introduit par Einstein peut être divisé en deux parties : la relativité restreinte et la relativité générale.

Appliquée au GPS, la relativité restreinte fait en sorte qu'une horloge à bord d'un satellite GPS se déplaçant à grande vitesse est ralentie comparativement à une horloge au repos ou se déplaçant à faible vitesse à la surface terrestre. Pour sa part, la relativité générale entraîne une accélération de l'horloge du satellite par rapport à une horloge sur Terre en raison de la différence de potentiel gravitationnel aux deux endroits [Misra et Enge (2001)]. Ces effets influencent les horloges et l'orbite des satellites, la propagation des signaux GPS et aussi l'horloge du récepteur [Hofmann-Wellenhof *et al.* (2001)].

L'effet combiné de ces perturbations engendre une dérive de l'horloge des satellites de $38.575008 \mu\text{s}/\text{jour}$ pour une valeur nominale de 26561.4 km pour le demi-grand axe de l'orbite des satellites [Kouba (2004)]. Cet effet est pris en considération lors de la conception des satellites en abaissant la fréquence fondamentale de l'horloge des satellites (10.23 MHz) de 0.0045674 Hz [Leick (2004)]. Étant donné que l'orbite des satellites GPS n'est pas circulaire, la vitesse des satellites ainsi que le potentiel gravitationnel varient en fonction de la position du satellite sur son orbite, ce qui cause des perturbations relativistes supplémentaires devant être corrigées.

Corrections

Les effets relativistes doivent être pris en considération par l'utilisateur du GPS afin d'assurer une compatibilité avec les corrections d'horloges des satellites transmises dans le message de navigation ou fournies par l'IGS. Bien que les effets relativistes pourraient être absorbés par l'erreur d'horloge des satellites, des conventions sur la relativité ont été adoptées afin de faciliter la prédiction des corrections [Kouba (2002)]. Ainsi, l'utilisateur doit corriger les équations d'observations grâce à l'équation 2.10

[[ICD-GPS-200C \(2000\)](#)] pour tenir compte du fait que les orbites des satellites GPS ne soient pas circulaires.

$$dtr = -\frac{2}{c^2} \sqrt{a \cdot GM_T} \cdot e \cdot \sin E \quad (2.10)$$

où

- dtr est l'effet relativiste (s)
- c est la vitesse de la lumière dans le vide (m/s)
- a est le demi-grand axe de l'orbite du satellite (m)
- GM_T est la constante gravitationnelle de la Terre ($m^3 kg^{-1} s^{-2}$)
- e est l'excentricité de l'orbite
- E est l'anomalie excentrique

L'équation [2.10](#) peut être écrite sous une forme équivalente, plus propice à une utilisation avec les orbites précises :

$$dtr = -2 \frac{\vec{r}_{sat} \cdot \vec{v}_{sat}}{c^2} \quad (2.11)$$

où

- \vec{r}_{sat} est le vecteur position du satellite
- \vec{v}_{sat} est le vecteur vitesse du satellite

La magnitude du terme dtr varie généralement entre 0 et 45 ns (≈ 13.5 m) [[Misra et Enge \(2001\)](#)]. La figure [2.3](#) démontre la valeur de la correction relativiste à apporter pour les PRN 12 (bloc IIR-M) et 27 (bloc IIA), le 8 janvier 2007. On remarque la différence marquée de la magnitude des corrections, causée par une différence d'excentricité de l'orbite des deux satellites.

Il a été démontré [[Kouba \(2002\)](#)] que ces équations ont une précision de l'ordre de 0.1 ns (≈ 3 cm), ce qui n'est pas négligeable si l'on utilise les corrections d'horloges précises

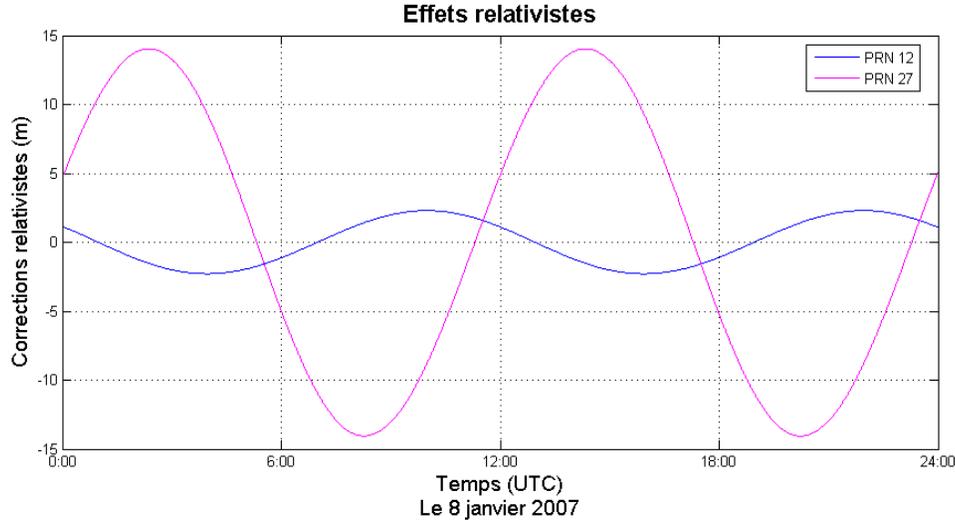


FIG. 2.3 – Effets relativistes pour les satellites PRN 12 et 27, le 8 janvier 2007

de l'IGS. Les erreurs relativistes résiduelles sont dues principalement à la perturbation du demi-grand axe de l'orbite des satellites provenant du terme J_2 , décrivant la contribution de l'aplatissement de la Terre dans la modélisation du géopotential. Ce facteur introduit une dérive de l'effet relativiste, accompagnée d'un mouvement oscillatoire d'une période de six heures. À cet effet, un nouveau modèle de corrections relativistes prenant en considération cet effet a été proposé [Kouba (2004)], ce qui permettrait d'atteindre une précision de 0.015 ns (≈ 4 mm).

La propagation du signal entre le satellite et le récepteur est aussi affectée d'un effet relativiste pouvant être corrigé par [Xu (2003)] :

$$dtr_{\rho} = \frac{2GM_T}{c^2} \log \frac{r_{rec} + r_{sat} + \rho}{r_{rec} + r_{sat} - \rho} \quad (2.12)$$

où

- dtr_{ρ} est la contribution à l'effet relativiste à la distance entre le récepteur et le satellite (m)
- r_{rec} est la magnitude du vecteur position du récepteur (m)
- r_{sat} est la magnitude du vecteur position du satellite (m)
- ρ est la distance récepteur-satellite (m)

Cette correction, bien que souvent négligée, peut engendrer une erreur maximale de 18.7 mm [Hofmann-Wellenhof *et al.* (2001)] sur la distance récepteur-satellite.

2.2.5 Horloge du récepteur (dT)

Description

Afin de réduire les coûts pour les utilisateurs du GPS, une horloge au quartz ayant une stabilité moindre que celle des horloges atomiques des satellites est contenue dans les récepteurs GPS. Dans certaines situations, les récepteurs sont branchés à des oscillateurs de plus grande qualité (césium, rubidium ou maser à hydrogène) comme, par exemple, lors de l'estimation de l'orbite des satellites [Seeber (2003)].

Correction

Étant donné que la variation de l'horloge du récepteur ne peut être prédite avec assez de certitude, elle doit être estimée à chaque époque. Dans le cas où une horloge atomique était utilisée, une modélisation du biais de synchronisation de l'horloge pourrait aussi être effectuée à l'aide d'un polynôme en estimant les coefficients de ce dernier.

2.2.6 Troposphère ($dtrop$)

Description

La troposphère est la partie de l'atmosphère située entre la surface terrestre et une altitude variant en fonction de la localisation géographique, mais atteignant approximativement 9 km aux pôles et 16 km à l'équateur [Misra et Enge (2001)]. Cette couche atmosphérique est constituée de gaz comme l'azote et l'oxygène et de vapeur d'eau qui, en fonction de leur densité, modifient la réfractivité du milieu. La troposphère peut être

divisée en deux composantes (sèche et humide) variant notamment en fonction des paramètres météorologiques (température et pression), de la position sur Terre (latitude et altitude), de la saison et, pour la composante humide seulement, de la quantité de vapeur d'eau.

Le délai troposphérique que subissent les signaux GPS, représentant en fait l'effet combiné de la troposphère et de la stratosphère, peut donc être exprimé en fonction de la réfractivité de ces deux composantes :

$$dtrop = 10^{-6} \int [N_d + N_w] ds \quad (2.13)$$

où N_d et N_w sont la réfractivité des composantes sèche (*dry*) et humide (*wet*) respectivement. Pour sa part, ds représente un élément de distance le long de la trajectoire du signal.

La troposphère possède une nature non-dispersive pour les ondes radio, ce qui implique que les signaux GPS de chaque fréquence subissent un délai semblable. La troposphère ralentit la propagation des ondes, donc les mesures effectuées par le GPS paraissent plus longues qu'elles le sont réellement. Pour cette raison, on remarque une forte corrélation négative entre la troposphère et la composante altimétrique du positionnement [Santerre (1991)].

Corrections

Plusieurs modèles ont été développés afin de corriger le délai troposphérique affectant les ondes radio. L'un des plus utilisés est le modèle de *Saastamoinen* [Saastamoinen (1973)], dont les composantes zénithales sèche ($dtrop_d^z$) et humide ($dtrop_w^z$) peuvent être exprimées individuellement par [Misra et Enge (2001)] :

$$dtrop_d^z = 0.002277 (1 + 0.0026 \cos 2\varphi + 0.00028H) P_0 \quad (2.14)$$

$$dtrop_w^z = 0.002277 \left(\frac{1255}{T_0} + 0.05 \right) e_0 \quad (2.15)$$

où

- φ est la latitude du site
- H est l'altitude orthométrique du site (km)
- P_0 est la pression atmosphérique (mbar)
- T_0 est la température (K)
- e_0 est la pression partielle de vapeur d'eau saturante (mbar)

On constate que le calcul du délai troposphérique requiert la connaissance des paramètres météorologiques à la station. Un calibrage inadéquat des instruments de mesure, ou une simple utilisation inappropriée de ceux-ci, peut résulter en l'introduction d'erreurs variant en fonction des conditions météorologiques [Bélanger *et al.* (1991)]. Par exemple, pour le modèle de *Hopfield*, une erreur de 1°C peut entraîner jusqu'à 2 cm d'erreur sur le délai zénithal, et on peut s'attendre à des résultats comparables pour le modèle de *Saastamoinen*. Lorsque l'information sur ces paramètres n'est pas disponible, on utilise alors des valeurs standards basées sur des profils moyens en fonction de la latitude et de la saison [Misra *et Enge* (2001)].

La prédiction de la composante sèche de la troposphère peut habituellement s'effectuer avec une précision de quelques millimètres en utilisant les données météorologiques appropriées, tandis que la partie humide est plus complexe à modéliser et la précision des modèles est d'environ 1-2 cm. Avec les données météorologiques standards, on doit plutôt s'attendre à une précision de 5-10 cm pour le délai troposphérique zénithal total [Misra *et Enge* (2001)]. Pour sa part, [Mendes (1999)] aurait trouvé une concordance moyenne pour le délai zénithal entre le modèle de *Saastamoinen* et les données provenant du traçage de faisceaux (*ray tracing*) de l'ordre de 0.2 mm pour la composante sèche et de 31 mm pour la composante humide.

À titre d'exemple, la figure 2.4 montre le délai troposphérique zénithal estimé par GPS et celui prédit par le modèle de *Saastamoinen* avec des données météorologiques

mesurées et avec des données météorologiques standards ($T = 18^{\circ}\text{C}$, $P = 1013.2$ mbar et un taux d'humidité relative de 50%). Ces tests ont été menés sur une période de 6 mois, du 1^{er} janvier au 30 juin 2006, à la station NRC1. On constate donc qu'en utilisant toujours des données météorologiques constantes, cela introduit des erreurs pouvant dépasser 10 cm. Avec les données météorologiques mesurées, le modèle affiche des variations semblables à celles estimées par moindres carrés, mais des variations substantiellement plus grandes que la précision du délai estimé (< 1 cm) subsistent.

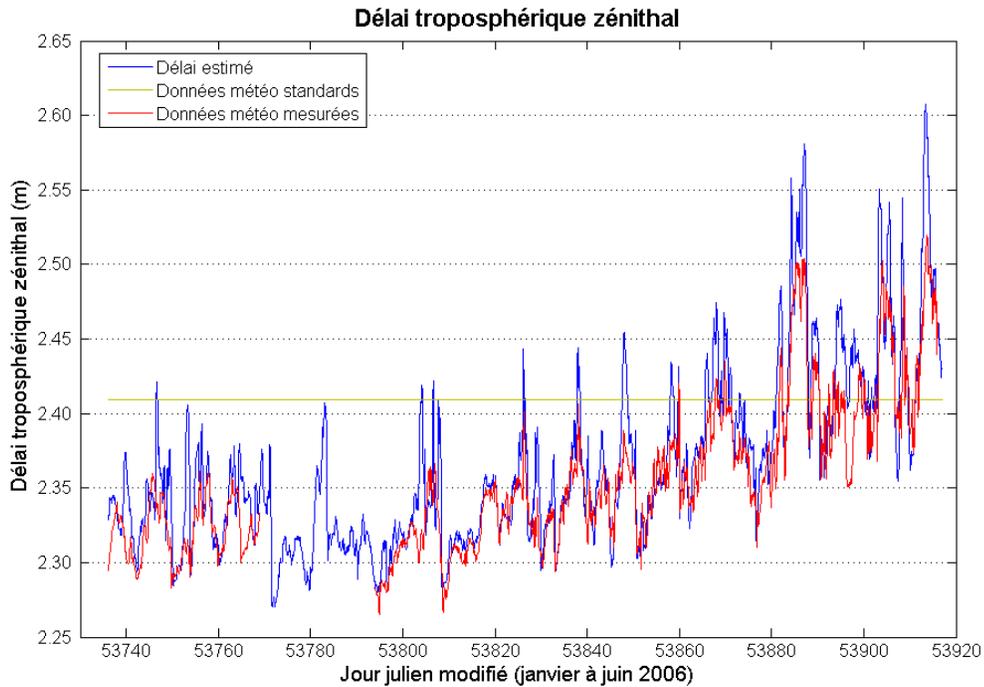


FIG. 2.4 – Délai troposphérique zénithal à la station NRC1, du 1^{er} janvier au 30 juin 2006

Jusqu'à maintenant, seul le délai troposphérique zénithal a été traité. Afin de faire le lien entre le délai zénithal et celui dans la direction du satellite, une fonction de projection doit être utilisée. On opte régulièrement pour la fonction de projection de *Niell* [Niell (1996)], car elle ne nécessite pas de paramètres météorologiques. Le délai troposphérique peut alors être décrit par :

$$dtrop = m_d dtrop_d^z + m_w dtrop_w^z \quad (2.16)$$

où m_d et m_w sont les fonctions de projection pour les composantes sèche et humide respectivement, dont la précision dépend de l'angle d'élévation du satellite (voir le tableau 2.4). Les valeurs incluses dans ce tableau proviennent de la différence entre le délai zénithal obtenu par traçage de faisceaux et projeté à un angle d'élévation donné, et celui mesuré directement par traçage de faisceaux à l'angle d'élévation correspondant.

TAB. 2.4 – Précision de la fonction de projection de Niell [Mendes (1999)]

Fonction de projection (Niell)	Précision (mm)					
	30°	20°	15°	10°	6°	3°
Composante sèche	0.2	0.7	1.4	4.4	15.5	70.0
Composante humide	0.1	0.2	0.4	1.2	5.8	28.6

Bref, l'erreur sur le délai zénithal est amplifiée par le facteur de la fonction de projection qui, lui-aussi, est entaché d'une erreur. Pour cette raison, la composante humide du délai troposphérique est considérée comme l'une des sources d'erreurs d'importance dans le positionnement de précision.

2.2.7 Ionosphère ($dion_i$)

Description

L'ionosphère est la région de l'atmosphère située approximativement de 50 à plus de 1000 kilomètres au-dessus de la surface terrestre [Klobuchar (1996)], et caractérisée par un contenu d'ions proportionnel à l'intensité des radiations solaires et à la densité des gaz présents. En effet, les radiations solaires brisent les particules des gaz présents dans cette région, ce qui forme des ions libres. Plus l'intensité du Soleil augmente, plus la densité de ces particules devient importante, et celle-ci atteint habituellement un maximum vers 14h00, heure locale. Plusieurs facteurs influencent la densité d'électrons, dont [Seeber (2003)] :

- la localisation géographique
- l'heure locale
- la saison

- l'activité solaire (cycle solaire de 11 ans)

Ces électrons libres perturbent la propagation des signaux radioélectriques émis par le GPS en modifiant l'indice de réfraction tout au long de la trajectoire du signal dans l'ionosphère. Pour les fréquences utilisées par le GPS, l'équation décrivant l'indice de réfraction ionosphérique peut être exprimée de manière simplifiée tout en conservant une précision millimétrique par [Brunner et Gu (1991)] :

$$n_{ion} = 1 - \frac{C_X}{2f^2} N_e \pm \frac{C_X C_Y}{2f^3} N_e B \cos \theta - \frac{C_X^2}{8f^4} N_e^2 \quad (2.17)$$

avec

$$C_X = \frac{e^2}{4\pi^2 m_e \epsilon_0} \approx 80.616 \frac{m^3}{s^2} \quad (2.18)$$

$$C_Y = \frac{e}{2\pi m_e} \approx 2.799249243e^{10} \frac{A \cdot s}{kg} \quad (2.19)$$

où

- N_e est la densité d'électrons (m^{-3})
- e est la charge de l'électron ($A \cdot s$)
- m_e est la masse de l'électron (kg)
- ϵ_0 est permittivité de l'espace libre ($A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$)
- B est la valeur du champ magnétique ($V \cdot s \cdot m^{-2}$)
- f est la fréquence du signal (Hz)
- θ est l'angle entre la direction de propagation de l'onde et le vecteur du champ magnétique de la Terre

À un niveau de précision de 0.1%, l'indice de réfraction peut être approximé par :

$$n_{ion} \approx 1 - \frac{C_X}{2f^2} N_e \approx 1 - \frac{40.3}{f^2} N_e \quad (2.20)$$

En intégrant l'indice de réfraction de l'équation 2.20 le long de la trajectoire du signal, on obtient le délai ionosphérique :

$$dion_i \approx -\frac{40.3}{f^2} TEC \quad (2.21)$$

avec

$$TEC = \int N_e ds \quad (2.22)$$

Dans les équations précédentes, TEC est le contenu total d'électrons, c'est-à-dire la densité d'électrons le long du trajet parcouru par l'onde. Cette quantité est mesurée en unités TEC (TECU) correspondant à 10^{16} électrons contenus dans un cylindre joignant le satellite au récepteur et ayant une section transversale de 1 m^2 .

On remarque donc que le délai ionosphérique dépend de la fréquence du signal pour les ondes radio, car l'ionosphère est un milieu dispersif. Il est aussi important de noter que l'ionosphère accélère la phase de l'onde porteuse, mais ralentit les modulations (mesures de code) [Misra et Enge (2001)], donc le signe de la correction à appliquer est différent pour chaque type d'observation.

Corrections

Bien que l'équation 2.21 permette de quantifier la magnitude du délai ionosphérique, la valeur du terme TEC ne peut être déterminée avec précision. Ainsi, on utilise fréquemment le fait que l'ionosphère est un milieu dispersif pour les fréquences utilisées dans le GPS en combinant les signaux sur L_1 et L_2 afin d'éliminer le terme $dion_i$ de l'équation 2.21. Par exemple, il peut facilement être vérifié que, pour les mesures de phase sur L_1 et L_2 exprimées en mètres (Φ_1 et Φ_2), la combinaison décrite par les

équations 2.23 à 2.25 répond à ce critère.

$$\Phi_{if} = \alpha\Phi_1 + \beta\Phi_2 \quad (2.23)$$

avec

$$\alpha = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.24)$$

$$\beta = \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.25)$$

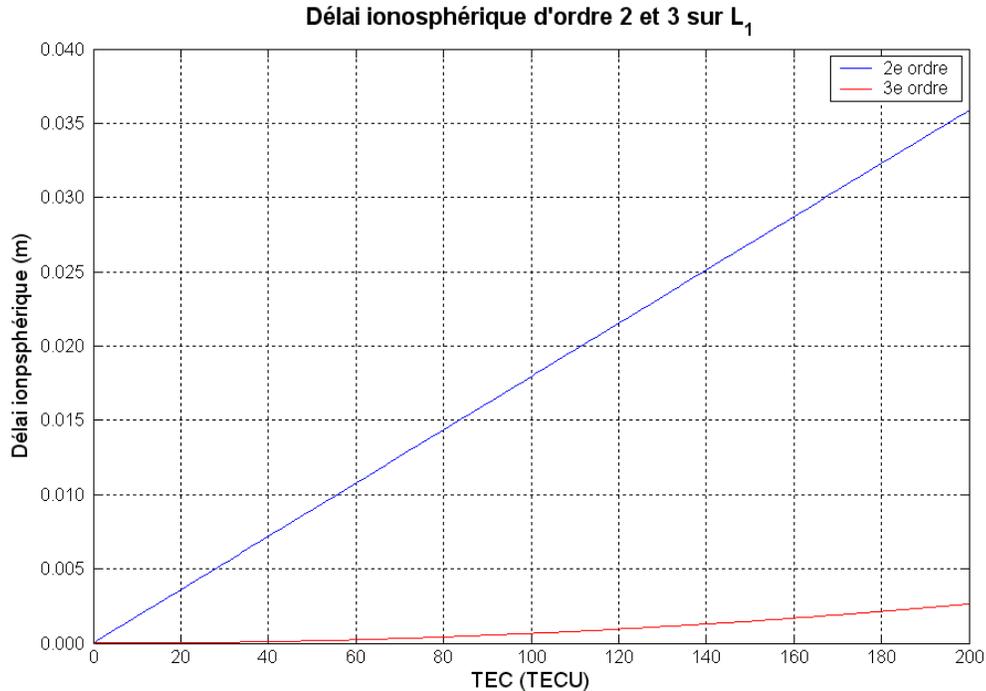
Étant donné que l'équation 2.21 résulte d'une approximation de l'équation 2.17, ceci n'élimine en fait que le délai ionosphérique dit de premier ordre (se rapportant au terme $\frac{1}{f^2}$). Dans le positionnement de précision, il est important de quantifier l'erreur engendrée par la négligence des termes d'ordres supérieurs. Suivant le développement et les approximations décrites dans [Hartmann et Leitinger (1984)], le délai ionosphérique zénithal de 2^e et 3^e ordre peut être approximé par :

$$dion(2) = \frac{C_X f_g}{2f^3} TEC \quad (2.26)$$

$$dion(3) = \frac{C_X^2}{8f^4 \tau} TEC^2 \quad (2.27)$$

où $f_g = 1.74$ MHz est une approximation de la gyrofréquence des électrons libres ($f_g = C_Y \cdot B$) et $\tau = 2 \cdot 10^5$ m représente l'épaisseur d'une couche ayant une densité constante d'électrons. Se basant sur ces équations, la figure 2.5 représente le délai ionosphérique zénithal de 2^e et 3^e ordre en fonction du contenu total d'électrons pour un signal sur L_1 .

Des études ont été réalisées en vue de corriger les effets ionosphériques d'ordres supérieurs [Brunner et Gu (1991); Hernandez-Pajares *et al.* (2005); Hoque et Jakowski

FIG. 2.5 – Magnitude du délai ionosphérique d'ordre 2 et 3 sur L_1

(2007)], ce qui nécessite habituellement l'utilisation de données externes comme la densité maximale d'électrons et le champ magnétique. Étant donné qu'une valeur de TEC supérieure à 100 TECU n'est pas très commune, on omet habituellement les corrections ionosphériques du 2^e et du 3^e ordre. Toutefois, lorsque le niveau d'activité ionosphérique est élevé, ces termes deviennent non négligeables dans le positionnement de précision et devraient être pris en considération. L'arrivée d'une troisième fréquence pour les systèmes GNSS permettra de corriger l'effet ionosphérique de 2^e ordre [Xu (2003)], mais le compromis entre la correction réalisée et le bruit supplémentaire introduit devra être considéré avec attention.

L'inconvénient majeur de la combinaison sans effet ionosphérique décrite par l'équation 2.23 est que la nature entière des ambiguïtés de phase est perdue. Pour préserver cette caractéristique, ou pour les utilisateurs monofréquence du GNSS, des corrections ionosphériques sont fournies par divers organismes. Le tableau 2.5 fait état de la précision des grilles ionosphériques calculées par l'IGS (en TECU) et l'équation 2.21 peut être utilisée pour convertir ces valeurs en mètres.

TAB. 2.5 – Précision des produits ionosphériques [IGS (2007)]

Type de produit	Précision du VTEC (TECU)	Précision du VTEC sur L_1 (m)
IGS - Final	2 - 8	0.32 - 1.30
IGS - Rapide	2 - 9	0.32 - 1.46

La grande variation de précision de ces produits est causée par la variabilité de l'ionosphère en fonction de la localisation, de la saison, de l'heure locale, d'un manque d'uniformité dans la répartition des stations utilisées pour estimer le contenu total d'électrons vertical (VTEC), etc.

Les grilles ionosphériques transmises par l'IGS contiennent une précision associée à chaque valeur de VTEC. En examinant ces valeurs, on constate que l'erreur résiduelle liée à l'ionosphère est largement supérieure au seuil requis pour le positionnement de précision avec les mesures de phase de l'onde porteuse. À cet effet, il s'avère possible d'estimer des paramètres ionosphériques stochastiques (un délai ionosphérique par satellite par époque) permettant d'obtenir la partie non modélisée par le modèle utilisé. La corrélation existant entre ces paramètres et les autres paramètres du modèle étant importante, il est ardu d'estimer avec précision le délai ionosphérique résiduel. La modernisation du GPS (3^e fréquence) sera toutefois bénéfique à cet égard, car cela apportera plus de redondance lors de l'estimation de ces paramètres.

2.2.8 Marées terrestres (*det*)

Description

La Terre n'étant pas un corps rigide, l'attraction causée par la Lune et le Soleil engendre une déformation de la croûte terrestre. Ainsi, en fonction de la position relative de ces astres et de la latitude du site à la surface terrestre, un déplacement vertical pouvant dépasser 30 cm et un déplacement horizontal de plus de 5 cm sont possibles [Leick (2004)]. La figure 2.6 démontre les composantes nord, est et verticale du déplacement causé par les marées terrestres à la station NRC1 (N 45°27'15, W 75°37'26), du 1^{er} au 10 janvier 2006. Notons que les applications aériennes ne nécessitent pas une telle

correction [Xu (2003)].

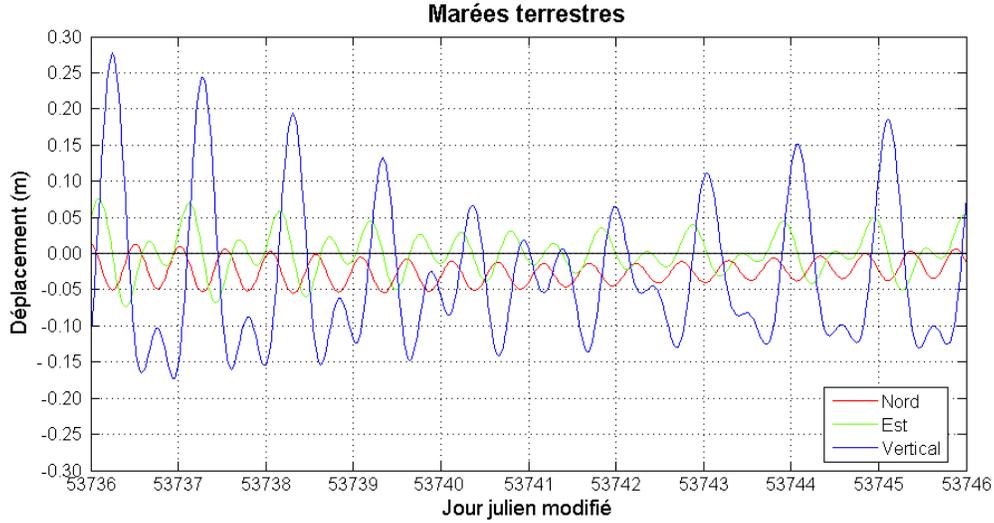


FIG. 2.6 – Marées terrestres, du 1^{er} janvier au 30 juin 2006, à la station NRC1

Corrections

Les déplacements causés par les marées terrestres peuvent être modélisés à l'aide d'un développement en harmoniques sphériques et ainsi corrigés à un niveau millimétrique [McCarthy et Petit (2004)]. L'ensemble des termes correctifs étant plutôt lourd, certains d'entre eux sont généralement omis. Pour une précision d'au moins 5 mm [Leick (2004)], seul le déplacement causé par la composante du 2^e degré des marées est nécessaire :

$$\Delta\vec{r} = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j r_e^4}{GM_T r_j^3} \left\{ h_2 \vec{r}_{rec} \left(\frac{3}{2} (\vec{r}_j \cdot \vec{r}_{rec})^2 - \frac{1}{2} \right) + 3l_2 (\vec{r}_j \cdot \vec{r}_{rec}) [\vec{r}_j - (\vec{r}_j \cdot \vec{r}_{rec}) \vec{r}_{rec}] \right\} \quad (2.28)$$

où

- GM_j est la constante gravitationnelle pour la Lune ($j = 2$) et le Soleil ($j = 3$) ($m^3 kg^{-1} s^{-2}$)
- GM_T est la constante gravitationnelle de la Terre ($m^3 kg^{-1} s^{-2}$)

- r_e est la valeur du rayon terrestre (m)
- \vec{r}_j est le vecteur unitaire du centre de masse de la Terre à la Lune ($j = 2$) et au Soleil ($j = 3$)
- r_j est la distance entre le centre de masse de la Terre et la Lune ($j = 2$) ou le Soleil ($j = 3$) (m)
- \vec{r}_{rec} est le vecteur unitaire du centre de masse de la Terre à la station
- r_{rec} est la distance entre le centre de masse de la Terre et la station (m)
- h_2 est le nombre de *Love* de degré 2
- l_2 est le nombre de *Shida* de degré 2

Dans l'équation précédente, on a [McCarthy et Petit (2004)] :

$$h_2 = 0.6078 - 0.0006 [(3 \sin^2 \varphi - 1) / 2] \quad (2.29)$$

$$l_2 = 0.0847 + 0.0002 [(3 \sin^2 \varphi - 1) / 2] \quad (2.30)$$

où φ est la latitude du site.

D'autres termes correctifs peuvent aussi être ajoutés afin de gagner les quelques millimètres restants, et ceux-ci sont décrits dans [McCarthy et Petit (2004)].

2.2.9 Surcharge océanique (*dol*)

Description

La surcharge océanique consiste en une déformation du fond marin et des régions côtières due à la redistribution des eaux résultant des marées océaniques [McCarthy et Petit (2004)]. Ainsi, l'attraction causée par la Lune et le Soleil engendre une variation de la distribution de la masse d'eau suivant différentes périodicités. On considère généralement 11 principales ondes contribuant à ces périodicités pouvant être regroupées en trois classes : semi-diurne (M_2, S_2, N_2, K_2), diurne (K_1, O_1, P_1) et à longue période (M_f, M_m, S_{sa}). Chacune de ces ondes possède une fréquence et une amplitude dépendant

de la position à la surface terrestre et le déplacement de la croûte à cet endroit est obtenu en effectuant la sommation de la contribution relative à chacune d'elles.

Le mouvement vertical d'un repère sur la croûte terrestre peut atteindre une dizaine de centimètres en régions côtières, alors qu'il est généralement inférieur à 1 cm en régions continentales [Xu (2003)]. Similairement aux marées terrestres, la surcharge océanique ne doit pas être considérée pour les applications aériennes. La figure 2.7 montre le déplacement dû à la surcharge océanique, du 1^{er} au 10 janvier 2006, pour la station NRC1 située à environ 500 km de l'Océan Atlantique.

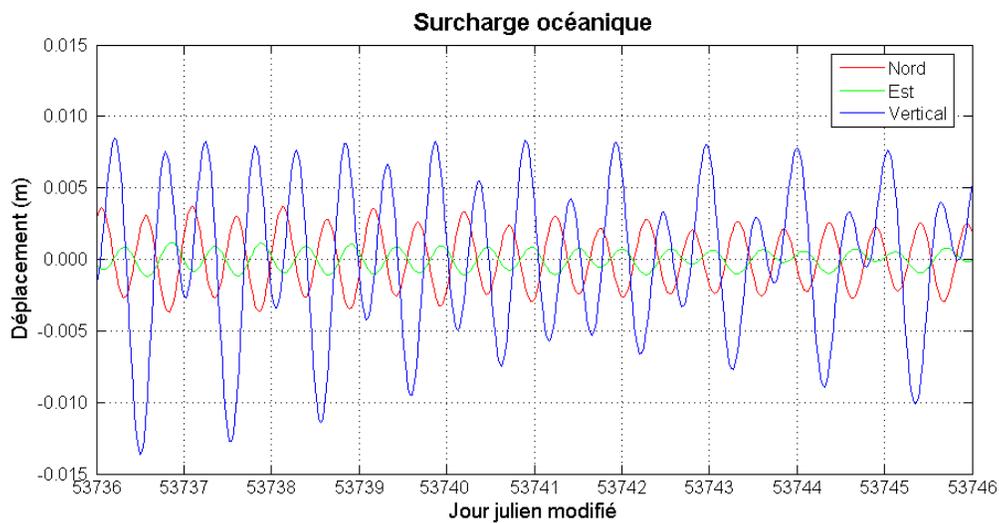


FIG. 2.7 – Surcharge océanique à la station NRC1 à Ottawa, du 1^{er} au 10 janvier 2006

Corrections

Les déplacements montrés par la figure 2.7 ont été calculés selon les composantes nord (Δn), est (Δe) et radiale (Δr) avec les équations suivantes [Schuh (1999)] :

$$\Delta n = - \sum_{k=1}^{11} A_{sk} f_k \cos(\theta_k + u_k - \Phi_{sk}) \quad (2.31)$$

$$\Delta e = - \sum_{k=1}^{11} A_{wk} f_k \cos(\theta_k + u_k - \Phi_{wk}) \quad (2.32)$$

$$\Delta r = + \sum_{k=1}^{11} A_{rk} f_k \cos(\theta_k + u_k - \Phi_{rk}) \quad (2.33)$$

Dans ces équations, les termes A_{ik} et Φ_{ik} font référence à l'amplitude et la phase des $k = 11$ ondes impliquées, dans les directions sud (s), ouest (w) et radiale (r). Ces quantités peuvent être obtenues pour une position donnée sur le site web de l'observatoire spatial d'Onsala⁴. Les termes f_k et u_k dépendent de la longitude du noeud lunaire, mais leur valeur peut être fixée à $f_k = 1$ et $u_k = 0$ pour une précision de 1-3 mm [Kouba et Héroux (2001)]. Le calcul de l'argument θ_k est détaillé dans [Schuh (1999)].

La précision du déplacement calculé dépend en fait de la qualité du modèle décrivant le mouvement de la masse océanique. À cause des propriétés variables de la lithosphère et des irrégularités dans la dynamique des masses d'eau en régions côtières, la précision des modèles à cet endroit est généralement moindre et des modèles locaux sont souvent utilisés [Xu (2003)]. La comparaison du niveau d'eau provenant des différents modèles disponibles a montré une compatibilité de 2-3 cm en eaux profondes (> 1000 m) [Shum *et al.* (1997)], mais celle-ci se détériore lorsque la profondeur de l'eau est inférieure à 1000 m. Dans ce cas, des différences de l'ordre de 30 cm entre les modèles ne sont pas rares [Yu *et al.* (1999)]. Il a toutefois été montré [Scherneck (1993)] qu'une erreur de 5 cm dans les modèles de marées océaniques se traduit par une erreur inférieure au millimètre pour la composante verticale de la déformation de la croûte terrestre.

Les équations 2.31 à 2.33 considèrent seulement les 11 composantes principales des marées, mais il en existe une multitude d'autres pouvant être dérivées de celles-ci. La négligence de ces composantes additionnelles peut entraîner une erreur de quelques millimètres sur le déplacement vertical calculé [McCarthy et Petit (2004)]. À cet effet, l'IERS propose d'utiliser une sous-routine considérant 141 composantes, précise à 1%⁵.

⁴<http://www.oso.chalmers.se/~loading>

⁵<ftp://tai.bipm.org/iers/convupdt/chapter7/hardisp.f>

2.2.10 Enroulement de phase ($dpwu_i$)

Description

L'enroulement de phase (*phase wind-up*) est un phénomène physique relatif à la propagation, ou plus précisément à l'émission et la réception, des ondes électromagnétiques polarisées. Les signaux émis par le GPS peuvent être visualisés comme un champ électrique rotatif se propageant de l'antenne du satellite à celle du récepteur [Wu *et al.* (1993)]. Le fait de changer l'orientation de l'antenne émettrice modifie la direction du champ électrique, ce qui a un impact sur la phase mesurée. Le même phénomène survient lorsque l'antenne réceptrice subit une rotation. En d'autres mots, les observations de la phase de l'onde porteuse dépendent de l'orientation relative des deux antennes. En ce qui concerne le GPS, l'orientation du satellite change constamment alors que celui-ci gravite autour de la Terre, tandis que l'antenne du récepteur peut subir des changements d'attitude en mode cinématique.

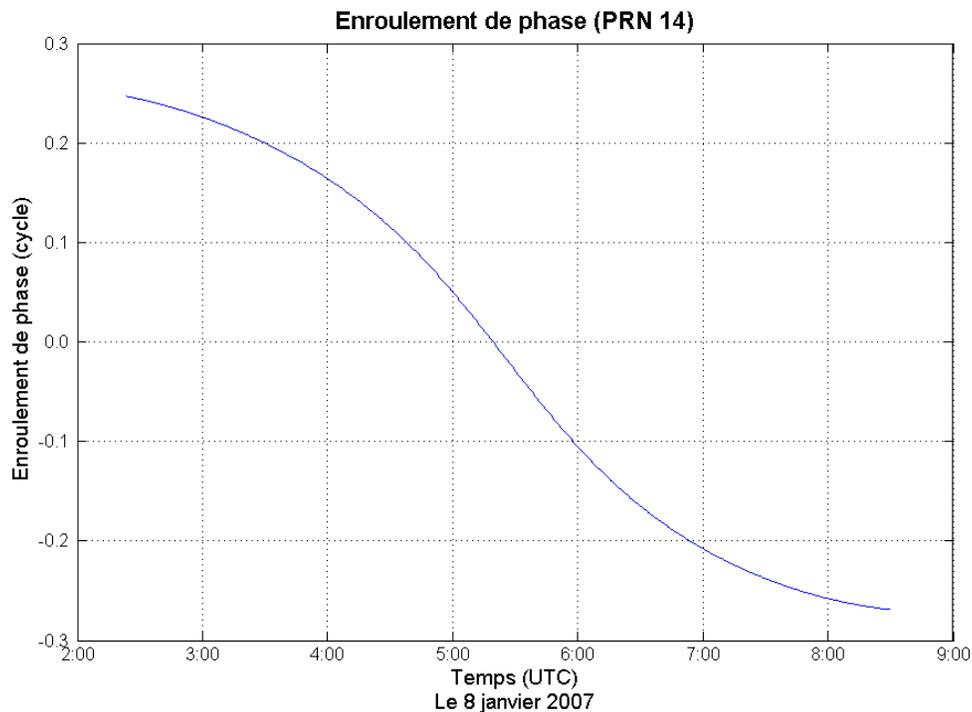


FIG. 2.8 – Enroulement de phase pour le satellite PRN 14, le 8 janvier 2007, tel qu'observé à la station NRC1

La figure 2.8 démontre la magnitude en cycles de l'effet d'enroulement de phase pour le satellite PRN 14, le 8 janvier 2007, tel qu'observé à la station NRC1. Les centres d'analyse de l'IGS prenant en considération ce phénomène, le fait d'utiliser les produits de l'IGS en omettant d'apporter la correction appropriée peut résulter en une erreur de positionnement de l'ordre du décimètre en mode absolu [Kouba et Héroux (2001)].

Corrections

Une correction peut être appliquée aux mesures de phase de chaque satellite selon l'algorithme proposé dans [Wu *et al.* (1993)], en supposant l'utilisation d'une antenne dipôle. Pour définir l'orientation de l'antenne, on doit définir un système de coordonnées orienté selon les dipôles des antennes. Dans la pratique, cela s'avère complexe, donc une simplification a été effectuée en utilisant plutôt le système de coordonnées du satellite pour l'antenne de celui-ci (voir l'annexe A) et le repère topocentrique pour le récepteur (l'axe x pointant vers le nord, l'axe y vers l'est et l'axe z vers de zénith). Cette redéfinition des systèmes de coordonnées entraîne une erreur initiale d'enroulement de phase se propageant dans l'ambiguïté de phase [Leick (2004)]. Cette affirmation est plausible, car la correction proposée dans [Wu *et al.* (1993)] implique le choix d'une valeur arbitraire (dénotée N dans cette référence) lors du calcul à la première époque.

De plus, cette simplification fait en sorte que le changement d'orientation de l'antenne du récepteur en mode cinématique ne soit pas perceptible. En effet, la définition du repère topocentrique dépend uniquement de la longitude et de la latitude de la station, donc une rotation sur place de l'antenne n'affecte aucunement la définition du système de coordonnées. Néanmoins, l'effet de l'enroulement de phase engendré affecterait tous les satellites identiquement pour une antenne pointant vers le zénith [Kim *et al.* (2006)], ce qui implique que l'erreur engendrée serait absorbée par l'erreur d'horloge du récepteur [Kouba et Héroux (2001)].

Par surcroît, l'enroulement de phase affecte chaque fréquence identiquement lorsqu'exprimé en cycles, donc la bande large n'est pas affectée par cet effet [Gabor (1999)]. De même, ce phénomène affecte seulement les mesures de phase, donc aucune correction

n'est à appliquer pour les pseudodistances.

2.2.11 Ambiguïté de phase (N_i)

Description

L'ambiguïté de phase est le nombre entier de longueurs d'ondes contenu dans la distance initiale entre le récepteur et le satellite. Cette valeur demeure constante tant et aussi longtemps qu'il n'y pas d'interruption dans l'acquisition du signal, appelée saut de cycle. Dans le cas contraire, une nouvelle ambiguïté de phase doit être déterminée ou les sauts de cycles doivent être corrigés.

Corrections

Les ambiguïtés de phase sont des paramètres inconnus qu'on estime habituellement par moindres carrés. En raison du comportement constant de ce paramètre, celui-ci pourrait aussi être éliminé des équations d'observations en différenciant ces dernières temporellement, mais cela affaiblit la géométrie de la solution et ne permet pas de bénéficier des avantages de la résolution des ambiguïtés de phase.

2.2.12 Biais de code et de phase (b_i, b^i)

Description

La génération des signaux des satellites est réalisée à partir d'un oscillateur ayant une fréquence fondamentale (f_0) de 10.23 MHz. À partir de celle-ci, diverses composantes et modulations sont ajoutées afin de créer le signal transmis. Un principe semblable est présent dans les récepteurs afin de générer le répliquât permettant l'acquisition et la démodulation des signaux émis par les satellites. Bien que les différentes composantes du

signal soient nominalement en phase par rapport à la fréquence fondamentale, celles-ci peuvent en réalité subir un léger décalage l'une par rapport à l'autre, comme le démontre la figure 2.9.

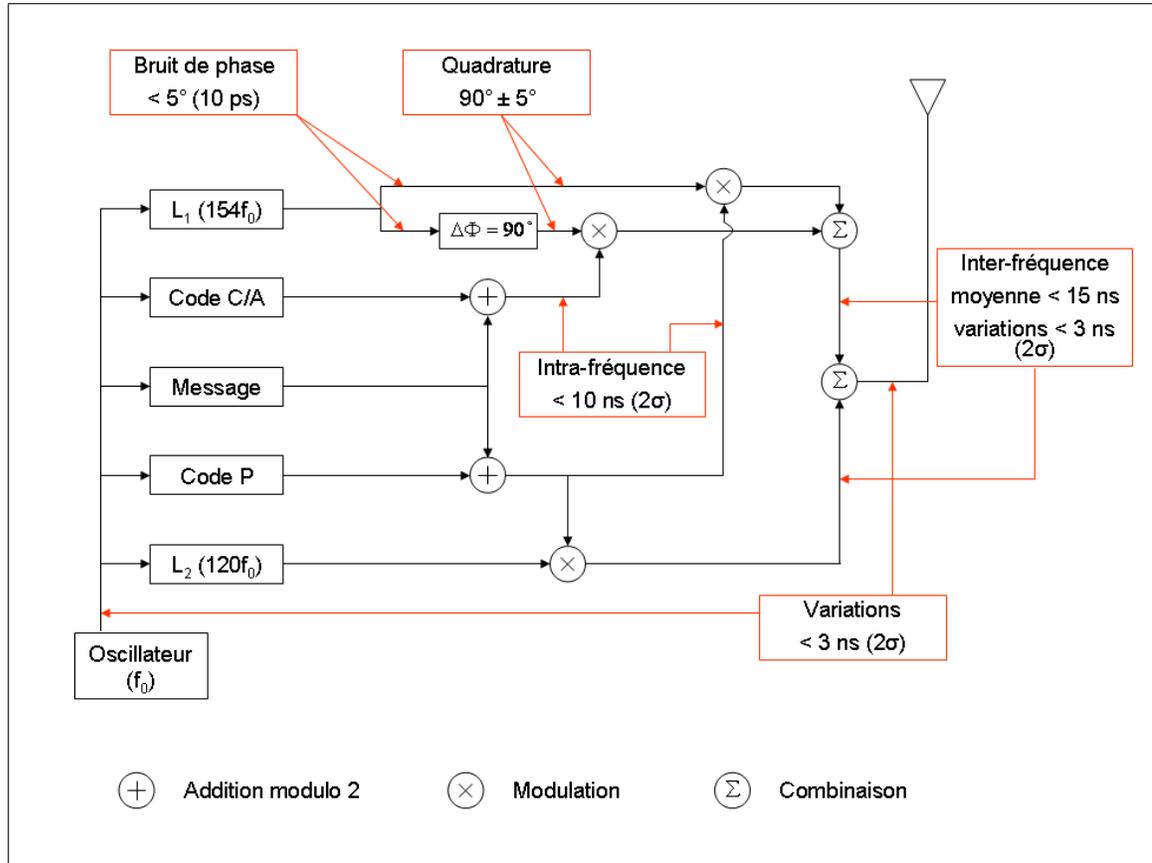


FIG. 2.9 – Génération des signaux [Wells *et al.* (1987)]

Ainsi, plusieurs délais peuvent survenir lors de la génération des signaux [ICD-GPS-200C (2000)] :

- le bruit associé à la génération de la phase devrait être inférieure à 0.1 radian (≈ 3 mm) (à un écart-type)
- les codes C/A et P_1 doivent être en quadrature, ce qui implique une différence de phase de 90° ayant aussi une incertitude de 0.1 radian (≈ 3 mm)
- lors de la modulation des codes C/A et P_1 , un biais intra-fréquence inférieur à 10 ns (≈ 3 m) peut survenir
- les modulations sur L_1 et L_2 subissent aussi un décalage composé d'une partie constante (≈ 15 ns (≈ 4.5 m)) et de variations (≈ 3 ns (≈ 0.9 m))

- la différence entre le signal émis au centre de phase du satellite et celui généré à la source par l'oscillateur est soumis à des variations de l'ordre de 3 ns (≈ 0.9 m)

Dans ce mémoire, les délais présentés ci-dessus seront désignés sous le nom de biais de code et biais de phase, selon qu'ils affectent les observations de phase ou les pseudo-distances.

Corrections

Les biais de phase et de code se confondent souvent avec d'autres paramètres estimés et ne peuvent être quantifiés adéquatement de manière absolue. En pratique, on modélise surtout les biais entre les codes P_1 et P_2 et ceux entre les codes C/A et P_1 , souvent décrits dans la littérature par le terme DCB (*Differential Code Biases*). Ceux-ci s'avèrent nécessaires pour assurer la cohérence du modèle fonctionnel lors de l'utilisation des corrections d'horloges des satellites transmises dans le message de navigation des satellites ou fournies par l'IGS.

Afin d'illustrer ce principe, considérons un exemple où les corrections pour l'horloge des satellites sont déterminées à partir de la combinaison linéaire sans ionosphère des mesures de code (P_{if}) [Collins *et al.* (2005)] :

$$P_{if} = \bar{\rho} + cdt + \alpha b^{P_1} + \beta b^{P_2} \quad (2.34)$$

Dans l'équation précédente, le terme $\bar{\rho}$ contient les termes liés à la troposphère, à l'horloge du récepteur et aux biais de code liés au récepteur. Les facteurs α et β ont été précédemment introduits dans les équations 2.24 et 2.25. À des fins de simplification, les autres sources d'erreurs seront négligées.

Étant donné que l'erreur d'horloge (dt) et les biais de code des satellites (b^{P_1} et b^{P_2}) sont des termes linéaires, on ne peut les distinguer. Ainsi, la correction pour l'horloge

du satellite (τ) estimée par un réseau de stations à l'aide de l'équation 2.34 est :

$$\tau = dt + \frac{1}{c} (\alpha b^{P_1} + \beta b^{P_2}) \quad (2.35)$$

Cette correction peut ensuite être utilisée par un récepteur indépendant en soustrayant ce terme de l'équation 2.34. Ceci permet de retrouver un signal sans effet ionosphérique, corrigé de l'erreur d'horloge du satellite et exempt des biais de code du satellite :

$$P_{if} - c\tau = \bar{\rho} \quad (2.36)$$

Cependant, si l'on applique la même correction seulement à la mesure de code P_1 , on obtient :

$$P_1 - c\tau = \bar{\rho} + \text{dion}_1 + cdt + b^{P_1} - (cdt + \alpha b^{P_1} + \beta b^{P_2}) \quad (2.37)$$

En regroupant les termes semblables et en utilisant le fait que $1 - \alpha = \beta$, on trouve :

$$P_1 - c\tau = \bar{\rho} + \text{dion}_1 - \beta (b^{P_2} - b^{P_1}) \quad (2.38)$$

Il en résulte que la valeur du biais différentiel entre les codes P_1 et P_2 , multipliée par le facteur β , doit être additionnée à l'équation précédente pour éliminer l'effet des biais de code du satellite. Les biais différentiels de code entre P_1 et P_2 ($DCB_{P_2-P_1}$) sont estimés quotidiennement par l'IGS⁶ lors de la détermination des grilles ionosphériques. Le message de navigation contient aussi une indication sur le délai entre les codes P_1 et P_2 (τ_{GD}) pouvant être lié à $DCB_{P_2-P_1}$ par la relation suivante [Ray et Senior (2005)] :

$$\tau_{GD} = \beta \cdot DCB_{P_2-P_1} + \delta \quad (2.39)$$

⁶<http://igsceb.jpl.nasa.gov/>

où le terme δ représente un décalage causé par la contrainte imposée lors de l'évaluation des DCB par l'IGS, spécifiant que la somme des biais de code des satellites doit être nulle. Pour leur part, les biais entre les codes C/A et P_1 ($DCB_{C/A-P_1}$) sont estimés lors de la détermination des horloges des satellites par l'IGS [Schaer (2000)].

Le tableau 2.6 démontre les termes correctifs à appliquer en fonction du type de code utilisé lorsque les corrections d'horloges des satellites sont déterminées à partir de la combinaison sans effet ionosphérique des codes P_1 et P_2 . Un tableau plus extensif, fournissant la correction à appliquer dans le cas où des récepteurs de type *cross-correlation* sont utilisés, est donné dans [Collins *et al.* (2005)]. Ce type de récepteur fournit les mesures C/A et P'_2 (où $P'_2 = P_2 + DCB_{C/A-P_1}$) plutôt que les mesures P_1 et P_2 en raison d'une technique différente d'acquisition de signaux.

TAB. 2.6 – Termes correctifs à appliquer pour éliminer les biais de code des satellites [Collins *et al.* (2005)]

Observations	Biais différentiel de code (DCB)	
	$P_2 - P_1$	$C/A - P_1$
P_{if} (éq. 2.34)	-	-
P_1	$+\beta$	-
P_2	$-\alpha$	-
C/A	$+\beta$	-1

Bref, les biais de code des satellites peuvent être éliminés des observations de code. Un problème survient toutefois lorsque les corrections d'horloges des satellites calculées avec P_1 et P_2 sont utilisées avec les observations de phase. En conservant la notation de l'équation 2.38, on obtient alors :

$$\Phi_i - c\tau = \bar{\rho} - dion_i + \lambda_i (N_i + b_{\phi_i} + b^{\phi_i}) - (\alpha b^{P_1} + \beta b^{P_2}) \quad (2.40)$$

Ainsi, le fait d'appliquer cette correction introduit des biais de code des satellites dans les équations de phase de l'onde porteuse qui, dans ce cas, ne peuvent être éliminés en appliquant des corrections pour les biais différentiels de code. Ce terme étant différent pour chaque satellite (tous les satellites ont des biais de code différents), il se propagera

dans la valeur de l'ambiguïté de phase, ajoutant une composante à la partie fractionnaire de celle-ci.

Dans le positionnement en mode absolu, les biais de phase se confondent avec l'ambiguïté de phase, ce qui lui fait perdre sa nature entière. Les chapitres 3 à 5 traitent plus en détails de cette problématique.

2.2.13 Variations du centre de phase au récepteur ($dpcv_i$)

Description

Les signaux émis par les satellites sont captés au centre de phase de l'antenne liée au récepteur, ce qui ne correspond pas nécessairement à son centre géométrique. De plus, le centre de phase n'est pas un endroit fixe dans l'antenne : il varie en fonction de l'angle d'élévation et de l'azimut du satellite. La distance géométrique entre le satellite et le récepteur est en fait la distance entre les centres de phase instantanés des antennes émettrice et réceptrice. La figure 2.10 explique schématiquement les différents termes impliqués dans cette section.

La position du centre de phase instantané d'une antenne peut être décrite par :

- une composante constante entre un point de référence sur l'antenne (ARP - *Antenna Reference Point*) et le centre de phase moyen, pouvant atteindre quelques centimètres [Leick (2004)]
- une composante variant en fonction de l'élévation et de l'azimut du satellite, qui est généralement inférieure au centimètre, permettant d'obtenir le centre de phase instantané [Seeber (2003)].

Par surcroît, les centres de phase sont distincts pour les signaux de différentes fréquences. Il est aussi à noter que l'utilisation d'un radôme peut modifier les variations du centre de phase d'une antenne [Seeber (2003)].

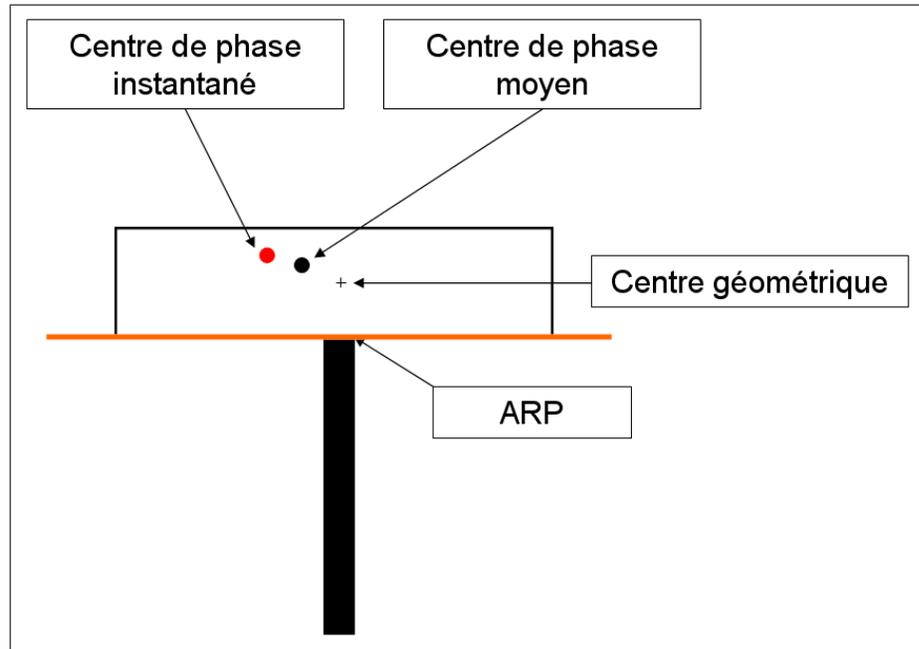


FIG. 2.10 – Variation du centre de phase d’une antenne

Corrections

Trois techniques sont présentement disponibles afin de calibrer le décalage entre l’ARP et le centre de phase moyen, ainsi que la variation du centre de phase d’une antenne [Seeber (2003)] :

- le calibrage absolu en chambre anéchoïque
- le calibrage relatif sur le terrain (court vecteur ou poutrelle de calibrage [Akrou et al. (2003)])
- le calibrage absolu sur le terrain à l’aide d’un robot spécialisé

Les valeurs issues de ce calibrage sont disponibles, pour la plupart des antennes, dans un fichier de type ANTEX⁷ fournit par l’IGS. La comparaison des résultats obtenus du calibrage en chambre anéchoïque avec ceux de la poutrelle de calibrage démontre des écarts inférieurs à 2 mm [Akrou et al. (2003)], ce qui est un indicateur de la précision de la correction appliquée.

⁷<http://igscb.jpl.nasa.gov/components/formats.html>

La distance observée (ρ^*) entre l'antenne du satellite et le centre de phase moyen de l'antenne du récepteur peut être donnée par [Rothacher et Schmid (2006)] :

$$\rho^* = \rho + dpcv_i(\alpha, E) \quad (2.41)$$

où $dpcv_i(\alpha, E)$ est une correction en fonction de l'azimut (α) et de l'angle d'élévation (E) du satellite, à appliquer à la distance géométrique (ρ) à cause de la variation du centre de phase. Notons que la valeur du terme $dpcv_i(\alpha, E)$ est disponible dans le fichier ANTEX, mais pour certaines antennes, seule la variation en fonction de l'angle d'élévation est fournie.

Souvent, on désire plutôt obtenir la position d'un repère au sol plutôt que celle du centre de phase moyen de l'antenne. Pour ce faire, on doit d'abord appliquer la correction entre la position du centre de phase moyen de l'antenne (\hat{x}_{CPM}) et celle du point de référence (\hat{x}_{ARP}) :

$$\hat{x}_{ARP} = \hat{x}_{CPM} - \begin{bmatrix} \Delta n \\ \Delta e \\ \Delta h \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

où $(\Delta n, \Delta e, \Delta h)$ sont fournies, pour chaque type d'antenne, dans le fichier ANTEX. Par la suite, on n'a qu'à retrancher la différence d'altitude entre le ARP et le repère (communément appelée « hauteur d'antenne ») pour obtenir les coordonnées de ce dernier.

2.2.14 Multitrajets au récepteur (dmp_{P_i}, dmp_{Φ_i})

Description

Les signaux émis par les satellites peuvent être réfléchis par divers objets (bâtiments, voitures, sol, etc.) avant d'atteindre l'antenne liée au récepteur. Ainsi, ce dernier reçoit

une combinaison de signaux directs et de signaux réfléchis (appelés multitrajets), ce qui peut engendrer des erreurs sur les mesures effectuées. L'erreur maximale pouvant affecter les mesures de phase est de l'ordre du quart de la longueur d'onde ($\frac{\lambda_i}{4}$) [Georgiadou et Kleusberg (1988)]. En ce qui concerne les mesures de code, la magnitude de l'erreur introduite est fonction du type de corrélateur utilisé [Leick (2004)], mais elle pourrait atteindre 10 à 20 mètres [Hofmann-Wellenhof *et al.* (2001)].

Corrections

Il n'existe toujours pas de modèle mathématique permettant de corriger l'effet des multitrajets, car une multitude de facteurs influencent la magnitude des erreurs introduites, comme [Arbour et Santerre (1996)] :

- le coefficient de réflexion de la surface réfléchissante
- le distance antenne-réfecteur
- l'orientation et l'inclinaison de la surface réfléchissante
- la fréquence de l'onde porteuse (ou la modulation du code)

À défaut de pouvoir les corriger, plusieurs moyens peuvent être utilisés afin de réduire leur impact [Arbour et Santerre (1996)] :

- choisir un site éloigné d'objets réfléchissants
- utiliser une antenne :
 - avec anneaux d'étranglement (*choke ring*) et/ou d'un plan de sol
 - tenant compte de la polarisation des signaux (les signaux réfléchis ont une polarisation inversée)
 - ayant un gain réduit à bas angle d'élévation
- favoriser une durée d'observation plus longue que la périodicité des multitrajets (positionnement statique)
- pondérer les observations en fonction de leur ratio signal/bruit (les multitrajets réduisent la valeur de ce rapport) [Seeber (2003)]

Les antennes avec anneaux d'étranglement sont souvent munies de radôme afin d'empêcher la neige ou tout autre élément de s'accumuler entre les anneaux. Il a cependant été démontré que le front d'ondes peut être perturbé lors du passage à travers celui-ci, ce qui peut entraîner des biais d'altitude pouvant atteindre plusieurs centimètres [Ray et Senior (2005)].

Les multitrajets constituent une source d'erreur dominante dans le positionnement par satellites, mais leur impact peut être grandement mitigé en prenant les précautions nécessaires.

2.2.15 Autres effets non modélisés ($\epsilon_{P_i}, \epsilon_{\Phi_i}$)

Effets thermiques

La forme la plus commune de bruit est celle causée par le mouvement d'électrons dans les résistances et les semi-conducteurs du récepteur. Le mouvement aléatoire des électrons génère un courant électrique connu sous le nom de bruit thermique, proportionnel à la température physique du système [Langley (1998)]. Même lorsqu'il n'y a aucun signal GPS mesuré, le récepteur perçoit tout de même un signal qui n'est en fait que ce bruit. Le ratio signal/bruit est un indicateur de la qualité avec laquelle le récepteur peut mesurer la pseudodistance ou la phase et affecte évidemment la solution obtenue.

Les récepteurs GPS sont aussi sensibles aux variations de température. Ceci se manifeste généralement par une dérive temporelle de la longueur des trajets des signaux dans le récepteur. L'effet constaté est similaire pour les observations effectuées au même instant [Langley (1998)], donc le paramètre d'horloge du récepteur absorbe cet effet.

Biais inter-canaux

Les récepteurs à canaux dédiés sont soumis à une différence de marche, c'est-à-dire que la longueur des trajets radioélectriques parcourus par les signaux diffère d'un canal à un autre, entraînant des erreurs de mesures distinctes entre les observations. On appelle ce phénomène les biais inter-canaux, mais ceux-ci peuvent être pratiquement éliminés par calibrage [Hofmann-Wellenhof *et al.* (2001)].

Instabilité de l'oscillateur

L'instabilité de l'oscillateur a un effet plus marqué chez les récepteurs à canaux séquentiels. Ce type de récepteur traite le signal d'un satellite à la fois, comparativement aux récepteurs à canaux dédiés pouvant effectuer des mesures simultanément sur tous les satellites. Ainsi, le fait d'alterner entre les satellites fait en sorte que les variations de l'oscillateur peuvent affecter de façon distincte les mesures des différents satellites ou fréquences, causant un bruit pouvant atteindre l'ordre du centimètre pour un oscillateur au quartz [Cohen (1992)]. Pour les récepteurs à canaux dédiés, l'instabilité de l'oscillateur est absorbée par le paramètre d'horloge du récepteur. Notons que, de nos jours, les récepteurs géodésiques sont exclusivement des récepteurs à canaux dédiés.

Couplage diaphonique (*crosstalk*)

Le couplage diaphonique survient lorsque l'énergie d'un signal transmis sur un canal affecte le signal d'un autre canal. L'impact de cette erreur peut être mitigé lors du design du récepteur en isolant adéquatement les circuits. Dans ce cas, l'erreur peut être inférieure à 0.5 millimètres [Cohen (1992)].

Erreur de quantification (*quantisation*)

Les signaux émis par les satellites GPS sont analogiques, c'est-à-dire qu'ils peuvent être exprimés par une fonction mathématique continue variant temporellement. Pour sa part, le récepteur GPS doit effectuer des mesures à un intervalle de temps donné, ce que l'on nomme mesures discrètes. De plus, il doit coder le signal avec un nombre fini de bits, ce qui fait en sorte que la mesure effectuée devient une approximation du signal réel. L'erreur engendrée par ce processus est appelée erreur de quantification. Elle peut habituellement être négligée pour un récepteur numérique [Langley (1998)].

Acquisition des signaux

Les observations effectuées par un récepteur GPS ne peuvent être mesurées parfaitement. En effet, en fonction du ratio de la puissance du signal de la porteuse sur la densité de bruit, le processus de corrélation contient une certaine marge d'erreur (σ_{DLL}) pouvant être décrite, pour les mesures de pseudodistances, par [Langley (1998)] :

$$\sigma_{DLL} = \sqrt{\frac{\alpha B_L}{c/n_0} \left[1 + \frac{2}{T c/n_0} \right]} \lambda_c \quad (2.43)$$

$$c/n_0 = 10^{(C/N_0)/10} \quad (2.44)$$

où

- α est le facteur discriminateur de corrélation (ayant la valeur de 1 ou 0.5 selon le type de corrélateur)
- B_L est la largeur de bande du circuit de verrouillage du code (Hz)
- c/n_0 est le ratio de la densité de la porteuse sur le bruit (Hz)
- T est le temps d'intégration de la prédétection (s)
- λ_c est la longueur d'onde de la modulation (29.305 m pour le code P et 293.05 m pour le code C/A)
- C/N_0 est la puissance du signal de la porteuse sur la densité de bruit (dB-Hz)

Pour des signaux ayant une puissance assez élevée ($C/N_0 > 35$ dB-Hz), l'équation 2.43 peut être simplifiée à :

$$\sigma_{DLL} \approx \sqrt{\frac{\alpha B_L}{c/n_0}} \lambda_c \quad (2.45)$$

Similairement, l'erreur de mesure de phase dans le circuit de verrouillage de la phase (σ_{PLL}) peut être exprimée par :

$$\sigma_{PLL} = \sqrt{\frac{B_P}{c/n_0} \left[1 + \frac{1}{2T} \frac{1}{c/n_0} \right]} \frac{\lambda}{2\pi} \approx \sqrt{\frac{B_P}{c/n_0}} \frac{\lambda}{2\pi} \quad (2.46)$$

où B_P est la largeur de bande du circuit de verrouillage de la phase (Hz) et λ est la longueur d'onde de la porteuse.

Le tableau 2.7 donne un aperçu du bruit engendré par le processus d'acquisition des signaux en utilisant les valeurs suivantes : $\alpha = 0.5$, $C/N_0 = 45$ dB-Hz, $B_L = 0.8$ Hz et $B_P = 2$ Hz.

TAB. 2.7 – Bruit engendré par le processus d'acquisition des signaux

Signal	Bruit (mm)
Code C/A	1042
Code P_i	104
Phase L_1	0.2
Phase L_2	0.3

Câbles coaxiaux

Les signaux émis par les satellites sont reçus par l'antenne, puis ils sont acheminés à l'aide d'un câble vers le récepteur. Un court délai de propagation peut alors être observé, mais étant donné qu'il est identique pour tous les signaux reçus simultanément à l'antenne, celui-ci est absorbé par l'erreur d'horloge du récepteur [Langley (1998)].

De plus, en fonction du matériel et de la longueur du câble, la puissance des signaux est atténuée et du bruit supplémentaire est introduit. Cela se répercute dans le ratio C/N_0 , ce qui a un impact sur le processus de mesure des signaux dont la précision est décrite à l'aide des équations 2.43 et 2.46.

2.3 Bilan d'erreurs résiduelles et ambiguïtés de phase

À la lumière des informations contenues à la section 2.2, il est possible de dresser un bilan approximatif des erreurs affectant les mesures de phase dans le positionnement en mode absolu en post-traitement. Le tableau 2.8 fait état de la magnitude des erreurs non modélisées sur la distance récepteur-satellite.

TAB. 2.8 – Bilan d'erreurs résiduelles sur les mesures de phase

Sources d'erreurs	Magnitude de l'erreur (cm)
Éphémérides	≈ 2
Excentration centres phase/masse	$\approx 0.3-0.4$
Horloges des satellites	< 3
Effets relativistes	≈ 3
Horloge du récepteur	— (estimé)
Délai troposphérique zénithal	Variable ($\approx 3-10$)
Délai ionosphérique zénithal (IONEX)	Très variable (≈ 32)
Marées terrestres	< 0.5
Surcharge océanique	$\approx 0.1-0.3$
Enroulement de phase	$< \lambda_i$
Biais de phase / biais de code	$< \lambda_i$
Variations du centre de phase (récepteur)	≈ 0.2
Multitrajets	$\ll \lambda_i/4$
Autres	≈ 0.1

En ce qui a trait à la résolution des ambiguïtés de phase, la magnitude des erreurs résiduelles devrait être inférieure au quart de la longueur d'onde de la porteuse afin de fixer celles-ci à l'entier adéquat. À cet effet, on constate d'abord la dominance marquée de l'erreur ionosphérique. Celle-ci pourrait être pratiquement éliminée en utilisant la

combinaison sans effet ionosphérique (équation 2.23), mais cela s'avère impossible pour la résolution des ambiguïtés de phase, car l'ambiguïté perd automatiquement sa nature entière. Pour diminuer le délai ionosphérique résiduel à un niveau tolérable, des paramètres ionosphériques devraient être estimés. Le même principe devrait être utilisé pour le délai troposphérique, car la composante humide ne peut être prédite avec assez d'exactitude par les modèles existants.

La valeur indiquée pour les multitrajets est un cas extrême, et cette source d'erreur pourrait être grandement mitigée en prenant les précautions nécessaires (voir la section 2.2.14).

Pour ce qui est des biais de phase et de code, leur magnitude pourrait être supérieure à une longueur d'onde de la porteuse. Toutefois, ces termes étant linéairement dépendants avec l'ambiguïté de phase et différents pour chaque paire récepteur-satellite, cela implique qu'ils seront absorbés par le paramètre d'ambiguïté de phase. De ce fait, l'ambiguïté perd sa nature entière et la partie fractionnaire de celle-ci correspond à l'erreur introduite par les biais de phase et de code non modélisés. Le calibrage de ceux-ci est donc nécessaire pour la résolution des ambiguïtés de phase, ce qui fera l'objet des chapitres 3 à 5.

Bien que la variation temporelle de l'enroulement de phase puisse être modélisée adéquatement, la valeur initiale est biaisée en raison du système de coordonnées utilisé (voir la section 2.2.10). Étant donné que cette erreur est différente pour chaque satellite, elle se propage dans l'ambiguïté de phase. Heureusement, la bande large n'est pas affectée par cet effet.

Les erreurs d'éphémérides, d'horloges des satellites et des effets relativistes sont fortement corrélées, alors la magnitude de l'erreur engendrée par celles-ci sera inférieure aux valeurs proposées dans le tableau 2.8. Ces erreurs peuvent être nuisibles pour la résolution des ambiguïtés sur une courte période de temps, car elles agiront comme des erreurs systématiques. Cette affirmation est d'autant plus vraie en temps réel où la précision des produits disponibles est de moindre qualité. Toutefois, en cumulant les observations sur une certaine période de temps et en supposant que les erreurs résiduelles soient aléatoires, l'impact de ces sources d'erreurs pourrait être diminué. De

plus, le modèle proposé par [Kouba (2004)] permettrait de réduire davantage l'erreur liée aux effets relativistes.

Bref, en appliquant les corrections adéquates et en estimant les délais modélisés avec une moindre certitude, le bilan d'erreurs résiduelles est près du niveau acceptable pour la résolution des ambiguïtés de phase. Pour l'instant, la résolution des ambiguïtés serait toutefois plus réaliste sur la bande large ($\lambda \approx 86$ cm), car celle-ci peut tolérer un bilan d'erreurs allant jusqu'à approximativement 20 cm. Une solution avec ambiguïtés fixées utilisant cette combinaison de signaux permettrait d'obtenir une qualité supérieure de positionnement en début de session, comparativement à une solution où aucune ambiguïté n'est fixée. Cela permettrait par le fait même de réduire l'espace de recherche associé aux ambiguïtés des bandes L_1 et L_2 . Puis, si les biais de phase sur chaque fréquence pouvaient être calibrés, les ambiguïtés entières de la bande large pourraient faciliter l'obtention des ambiguïtés sur L_1 et L_2 en [Hofmann-Wellenhof *et al.* (2001)] :

- combinant ces ambiguïtés avec celles de la bande sans effet ionosphérique, ou en
- se servant de cette information pour fixer les ambiguïtés de phase sur la bande étroite ($N_{nl} = N_1 + N_2$)

Malgré ces efforts, l'obtention rapide d'une précision centimétrique ne serait possible qu'avec un calibrage approprié des biais de phase et de code.

2.4 Compensation par moindres carrés

La section 2.1 a présenté les équations d'observations utilisées dans le positionnement par satellites GPS en mode absolu. Puis, la section 2.2 a démontré que certains termes de ces équations ne peuvent être corrigés ou modélisés adéquatement, ce qui engendre des écarts entre les observations et le modèle les décrivant (c'est-à-dire entre les membres de gauche et de droite des équations 2.1 et 2.2). Il est possible de tirer profit de ces écarts pour estimer la valeur des paramètres inconnus.

La compensation par moindres carrés peut être utilisée à cet effet, car elle permet

d'obtenir les valeurs optimales des paramètres, d'un point de vue statistique, à partir des observations recueillies. Dans cette section, la compensation paramétrique sera décrite (basée sur [Cocard (2006)]) puis l'approche séquentielle sera introduite pour prendre en considération les paramètres constants en fonction du temps.

2.4.1 Compensation paramétrique

Dans la compensation paramétrique, les équations d'observations doivent exprimer les observations en fonction des paramètres, c'est-à-dire :

$$L = F(X) \tag{2.47}$$

où

- L est le vecteur d'observations (par exemple : mesures de phase ou de pseudodistance)
- X est le vecteur des paramètres (par exemple : coordonnées, ambiguïtés, etc.).

On remarque que les équations 2.1 et 2.2 respectent cette notation. Ainsi, le vecteur L contient l'ensemble des observations effectuées par le récepteur à une époque donnée, tandis que le vecteur X rassemble les paramètres inconnus.

Les observations ne sont toutefois pas parfaites et elles sont généralement affectées par des erreurs non modélisées et du bruit. Pour que le modèle (équation 2.47) demeure cohérent, on prend en considération cette situation en ajoutant aux observations un vecteur de résiduelles :

$$L + V = F(\hat{X}) \tag{2.48}$$

où

- V : vecteur des résiduelles
- \hat{X} : vecteur des paramètres compensés

Le principe de la compensation par moindres carrés est de minimiser la norme de ce vecteur de résiduelles (V) en tenant compte de la précision associée à chaque observation, ce qui se traduit mathématiquement par la relation suivante :

$$V^T P V = \min \quad (2.49)$$

La matrice P impliquée contient le poids des observations, déterminé à partir de l'écart-type de chaque mesure (σ_i). En considérant des observations non corrélées, on obtient :

$$P = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

où σ_0^2 est le facteur de variance a priori. Le choix de ce facteur n'influence pas le résultat de la compensation, mais il peut être utilisé comme facteur-échelle de la matrice de poids. Une valeur unitaire est aussi habituellement choisie, car cela simplifie quelque peu les calculs.

La valeur compensée des paramètres \hat{X} est évidemment inconnue. On spécifie généralement une valeur approchée de ceux-ci (X^0) permettant une linéarisation du modèle :

$$L + V = F(X^0) + \underbrace{\frac{\partial F}{\partial X}}_A \Big|_{X=X^0} x \quad (2.51)$$

Le terme x est la correction à appliquer à la valeur approchée pour obtenir la valeur

compensée du paramètre, c'est-à-dire :

$$\hat{X} = X^0 + x \quad (2.52)$$

L'équation 2.51 fait aussi intervenir la matrice A décrivant la variation de F en fonction d'une variation de la valeur des paramètres. Elle contient donc les dérivées partielles des équations 2.1 et 2.2 par rapport aux paramètres estimés, évaluées au point d'expansion (aux valeurs approchées) :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial X_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial X_1} & \frac{\partial F_m}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial F_m}{\partial X_n} \end{bmatrix}_{X=X^0} \quad (2.53)$$

où m est le nombre d'observations et n est le nombre de paramètres.

En regroupant les termes, l'équation 2.51 peut être réécrite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} V &= Ax - \underbrace{(L - F(X^0))}_w \\ &= Ax - w \end{aligned} \quad (2.54)$$

Le vecteur w est le vecteur de fermeture, c'est-à-dire qu'il exprime l'écart entre l'observation et le modèle la décrivant, évalué avec les valeurs approchées des paramètres. Explicitement, on retrouve :

$$w = \begin{bmatrix} l_1 - F_1(X^0) \\ l_2 - F_2(X^0) \\ \vdots \\ l_m - F_m(X^0) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Toutes les matrices nécessaires à l'estimation des paramètres par moindres carrés ont maintenant été décrites. Les corrections aux valeurs approchées des paramètres peuvent être obtenues grâce à la relation suivante (la démonstration peut être trouvée dans [Cocard (2006)]) :

$$x = N^{-1}U \quad (2.56)$$

$$N = A^T P A \quad (\text{matrice normale}) \quad (2.57)$$

$$U = A^T P w \quad (\text{vecteur normal}) \quad (2.58)$$

Une fois la valeur de x estimée, on peut trouver la valeur des paramètres grâce à la relation 2.52, puis calculer les résiduelles avec l'équation 2.54. L'analyse des résiduelles est essentielle pour déceler des anomalies dans les observations. On doit aussi comparer les résiduelles à la précision a priori des observations. Ceci est réalisé par l'entremise du facteur de variance a posteriori :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{V^T P V}{m - n} \quad (2.59)$$

où m est le nombre d'observations et n est le nombre de paramètres. La différence entre ces deux quantités définit le degré de liberté.

Le rapport entre les facteurs de variance a posteriori et a priori ($\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2}$) suit une distribution du khi carré [Gagnon (1999)]. Ceci permet donc d'effectuer des tests statistiques permettant de déceler diverses anomalies comme : précision inappropriée des observations, présence d'erreurs systématiques, modèle mathématique inadéquat, etc.

Le facteur de variance a posteriori sert aussi à l'ajustement de la matrice des cofacteurs (N^{-1}) pour obtenir la matrice de variances-covariances contenant la précision associée à chaque paramètre :

$$\Sigma_{xx} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} N^{-1} \quad (2.60)$$

À partir des équations présentées dans cette section, il est donc possible d'estimer des paramètres dont les valeurs sont inconnues à partir d'observations, en plus d'obtenir des indicateurs de la précision de la solution offerte.

2.4.2 Approche séquentielle

Dans l'éventualité où certains paramètres demeurent constants d'une époque à l'autre (coordonnées en mode statique, ambiguïtés de phase, etc.), on doit nécessairement exploiter cette caractéristique afin d'obtenir une estimation optimale. Un moyen efficace d'atteindre cet objectif est d'utiliser la compensation séquentielle, consistant à cumuler les parties du système d'équations normales (matrice N et vecteur U) se rapportant aux paramètres constants.

À l'opposé, d'autres paramètres doivent être estimés indépendamment pour chaque époque (erreur d'horloge du récepteur), ce qui nécessite un traitement différent des paramètres constants. Pour traiter correctement les deux types de paramètres (ceux constants et ceux variant temporellement, notés respectivement par 1 et 2 dans les équations suivantes), on peut d'abord les regrouper afin de partitionner le système des équations normales [[Hugentobler et al. \(2007\)](#)] :

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$N_{11}x_1 + N_{12}x_2 = U_1 \quad (2.62)$$

$$N_{12}^T x_1 + N_{22}x_2 = U_2 \quad (2.63)$$

Dans le but de cumuler correctement le système d'équations d'une époque à une autre, on doit éliminer x_2 du système décrit par l'équation 2.61, sans toutefois perdre de l'information sur la corrélation existant entre les deux groupes de paramètres. Pour

ce faire, on peut isoler x_2 de l'équation 2.63 en supposant que N_{22} est inversible :

$$x_2 = N_{22}^{-1} (U_2 - N_{12}^T x_1) \quad (2.64)$$

Puis, en remplaçant l'équation précédente dans l'équation 2.62 et en regroupant les termes, on obtient :

$$(N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T) x_1 = U_1 - N_{12} N_{22}^{-1} U_2 \quad (2.65)$$

Ainsi,

$$\bar{N} = N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{12}^T \quad (2.66)$$

$$\bar{U} = U_1 - N_{12} N_{22}^{-1} U_2 \quad (2.67)$$

La matrice \bar{N} et le vecteur \bar{U} contiennent l'ensemble de l'information du système initial concernant l'estimation des paramètres du groupe 1. La cumulation du système peut alors être réalisée simplement à l'époque suivante par :

$$\begin{bmatrix} N_{11} + \bar{N} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 + \bar{U} \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Dans l'équation précédente, les termes \bar{N} et \bar{U} contiennent donc l'information de toutes les époques précédentes concernant les paramètres constants, alors que les matrices N_j et les vecteurs U_j contiennent l'information de l'époque courante seulement. La compensation séquentielle peut alors être poursuivie en répétant successivement ces deux étapes :

- élimination des paramètres variant temporellement
- cumulation de la partie du système normal relatif aux paramètres constants

Outre ces particularités, la compensation séquentielle est sensiblement identique à la compensation conventionnelle présentée à la section 2.4.1. Des différences mineures surviennent lors de l'évaluation des résiduelles (équation 2.54) qui doit être effectuée de préférence avec les valeurs finales des paramètres, ainsi que le calcul du facteur de variance a posteriori (équation 2.59) qui est obtenu de la façon suivante :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^q V_j^T P_j V_j}{\mu} \quad (2.69)$$

où q fait référence au nombre d'époques et μ est le degré de liberté calculé à partir du nombre total d'observations et de paramètres.

Chapitre 3

Calibrage des biais de phase d'un récepteur

3.1 Objectifs

Le chapitre précédent a présenté les différentes sources d'erreurs qui doivent être considérées en vue d'effectuer un positionnement de précision avec un seul récepteur. Plusieurs modèles et techniques ont été suggérés pour mitiger leur impact et ainsi réduire la magnitude des erreurs résiduelles à un niveau permettant la résolution des ambiguïtés de phase.

Cependant, ce scénario n'est concevable que dans l'éventualité où il n'existe pas de biais de phase. Dans le cas contraire (et dans la réalité), ces biais doivent nécessairement être pris en considération afin de retrouver la nature entière des ambiguïtés. Une solution à ce problème serait donc d'envisager un calibrage de ces biais, c'est-à-dire une détermination a priori de leurs valeurs. Grâce à celles-ci, il serait alors possible d'appliquer une correction aux mesures de phase effectuées par le récepteur pour ensuite pouvoir bénéficier des algorithmes de résolution d'ambiguïtés déjà développés. Cela permettrait ainsi de réduire considérablement le temps de convergence requis pour atteindre une précision centimétrique.

Bien qu'il existe des biais de phase autant au niveau des satellites que des récepteurs, ce chapitre porte une attention particulière aux biais de phase du récepteur. L'avantage de procéder ainsi est de pouvoir utiliser un simulateur de signaux GPS permettant de contrôler l'impact de la plupart des sources d'erreurs. Ceci devrait permettre d'isoler les biais de phase du récepteur pour décrire son comportement et ainsi déduire si un calibrage de ce biais est envisageable pour la résolution des ambiguïtés de phase.

3.2 Méthodologie

3.2.1 Modèle fonctionnel

Les équations d'observations détaillées impliquées dans le positionnement par satellites sont données par les équations 2.1 et 2.2. Dans le but de calibrer le biais de phase du récepteur, on doit tenter de minimiser les sources d'erreurs décrites dans ces équations. À cet effet, un simulateur d'observations GPS a été utilisé afin d'obtenir des mesures ne contenant qu'un minimum d'erreurs provenant particulièrement du récepteur et du simulateur. Dans ce contexte, les équations 2.1 et 2.2 se réduisent à :

$$\Phi_i = \rho - cdT + \lambda_i (N_i + b_{\phi_i}) + \epsilon_{\Phi_i} \quad (3.1)$$

$$P_i = \rho - cdT + b_{P_i} + \epsilon_{P_i} \quad (3.2)$$

On remarque que les délais atmosphériques, ainsi que les erreurs d'éphémérides et d'horloges des satellites ont été éliminés. Le niveau de bruit est aussi relativement faible, car il n'y a pas de multitrajets. Le bruit dépend donc de la résolution des signaux et de certains autres biais comme, par exemple, les biais inter-canaux. De plus, le fait d'utiliser des données simulées fait en sorte que les biais de phase et les biais de code des satellites disparaissent des équations. Pour leur part, les termes ϵ_{Φ_i} et ϵ_{P_i} contiennent l'ensemble des délais non modélisés ne pouvant être éliminés comme, par exemple, les délais introduits par le simulateur. Les coordonnées de la station et des satellites étant

connues, les seules inconnues sont l'erreur d'horloge du récepteur, les ambiguïtés de phase et les biais de code et de phase du récepteur.

Les biais de code du récepteur ne peuvent être séparés de l'erreur d'horloge (voir aussi la section 3.4.1), alors ces deux termes ne constitueront qu'un seul paramètre. Pour sa part, les biais de phase peuvent être séparés de l'ambiguïté dans la seule mesure où l'on sait que l'ambiguïté de phase est un nombre entier. Ainsi, dans le modèle utilisé, la valeur estimée pour l'ambiguïté sera un nombre réel et on considérera la partie fractionnaire comme étant le biais de phase.

3.2.2 Estimation des biais de phase

À partir des explications fournies à la section précédente, on est en mesure de définir les matrices impliquées dans le processus de compensation par moindres carrés. On considère ici que des mesures de phase et de code sur une seule fréquence (i) sont utilisées.

Le vecteur des paramètres est décrit par (exemple pour 4 satellites) :

$$X = \begin{bmatrix} N_i^1 + b_{\phi_i}^1 \\ N_i^2 + b_{\phi_i}^2 \\ N_i^3 + b_{\phi_i}^3 \\ N_i^4 + b_{\phi_i}^4 \\ c \cdot dT \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La matrice des dérivées partielles est :

$$A = \left[\begin{array}{cccc|c} \lambda_i & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \lambda_i & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda_i & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_i & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \quad (3.4)$$

Le bloc supérieur fait référence aux mesures de phase, ce qui implique un paramètre par satellite pour l'ambiguïté de phase, tandis que la dernière colonne fait référence à l'erreur d'horloge du récepteur exprimée en mètres. Les mesures de code, contenues dans le bloc inférieur, doivent être incluses dans le système afin de pouvoir distinguer les deux types de paramètres (ambiguïtés de phase et erreur d'horloge du récepteur).

Étant donné que deux types d'observations sont utilisés, une matrice de poids appropriée doit tenir compte de la précision de chacun :

$$P = \left[\begin{array}{cccc|cccc} \frac{1}{\sigma_{\Phi_i}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\Phi_i}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{\Phi_i}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{\Phi_i}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{P_i}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{P_i}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{P_i}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{P_i}^2} \end{array} \right] \quad (3.5)$$

Il est commun d'utiliser la relation suivante [Hugentobler *et al.* (2007)] :

$$\frac{\sigma_{P_i}}{\sigma_{\Phi_i}} = 100 \quad (3.6)$$

Puisqu'il s'agit d'observations simulées sans erreurs, une pondération en fonction de l'angle d'élévation des satellites n'est pas nécessaire.

Finalement, si on utilise des valeurs approchées nulles pour les paramètres inconnus, le vecteur de fermeture peut être exprimé par :

$$w = \begin{bmatrix} \Phi_i^1 - \rho^1 \\ \Phi_i^2 - \rho^2 \\ \Phi_i^3 - \rho^3 \\ \Phi_i^4 - \rho^4 \\ P_i^1 - \rho^1 \\ P_i^2 - \rho^2 \\ P_i^3 - \rho^3 \\ P_i^4 - \rho^4 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

À partir des matrices et du vecteur ci-dessus, on peut effectuer une solution par moindres carrés époque par époque (voir la section 2.4.1) afin d'obtenir les valeurs des paramètres.

Si les valeurs approchées des paramètres sont nulles, les valeurs compensées des paramètres sont simplement :

$$\hat{X} = x. \quad (3.8)$$

Il est important de mentionner que le fait d'utiliser des données provenant du simulateur fait en sorte que l'on obtienne les valeurs d'ambiguïtés adéquates dès la première époque, donc aucune période de convergence n'est requise. De plus, une solution époque

par époque est privilégiée, car elle permet d'observer la variation temporelle des biais, plutôt que d'obtenir une valeur moyenne de ceux-ci.

3.2.3 Mathématiques des biais de phase

Comme il a été mentionné auparavant, la partie fractionnaire des ambiguïtés estimées correspond au biais de phase du récepteur. Cependant, les mesures de phase étant cycliques, on doit adopter une convention pour la notation des biais. Dans le cadre de cette recherche, on exprime toujours le biais dans un intervalle de -0.5 à 0.5 cycle, comme il a été fait dans [Gabor (1999)]. Ceci peut être réalisé simplement à l'aide de la fonction *GPHASE* :

$$b_{\phi_i} = GPHASE(N_i + b_{\phi_i}) = \frac{\arctan 2(\sin[2\pi(N_i + b_{\phi_i})], \cos[2\pi(N_i + b_{\phi_i})])}{2\pi} \quad (3.9)$$

Les fonctions trigonométriques *sin* et *cos* permettent d'enlever la partie entière de l'ambiguïté, car le résultat est évidemment entre 0 et 1. Puis, la fonction *arctan2* permet de retrouver le quadrant approprié, donc le résultat obtenu est compris entre -0.5 et 0.5 cycle.

Les statistiques effectuées sur les biais de phase doivent aussi prendre en considération la nature cyclique des ambiguïtés de phase. Par exemple, la figure 3.1 et le tableau 3.1 démontrent clairement ce phénomène sur le calcul de la moyenne. Dans le tableau 3.1, la moyenne arithmétique fait référence à la valeur obtenue en effectuant la sommation des valeurs des biais de phase et en divisant le résultat par le nombre de biais. Pour sa part, la moyenne réelle dénote la valeur obtenue en considérant la nature cyclique des données en utilisant l'équation 3.10.

Afin d'obtenir la valeur adéquate de la moyenne, on doit utiliser les relations des

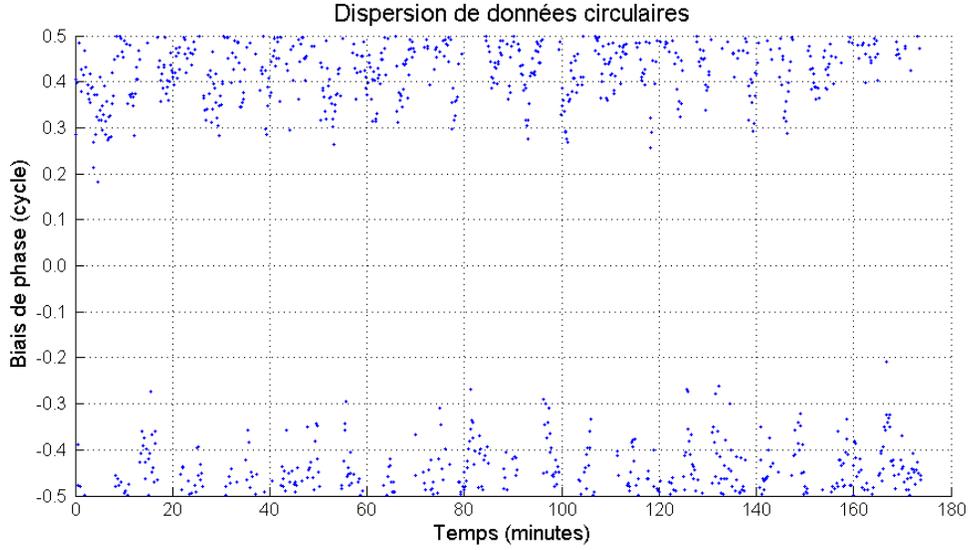


FIG. 3.1 – Dispersion de données circulaires

TAB. 3.1 – Comparaison de la moyenne arithmétique et de la moyenne réelle

Moyenne arithmétique (cycles)	Moyenne réelle (cycles)
0.07	0.48

statistiques directionnelles [Mardia (1972)] :

$$\bar{b}_{\phi_i} = \frac{1}{2\pi} \arctan 2 \left(\sum \sin, \sum \cos \right) \quad (3.10)$$

avec

$$\sum \sin = \sum_{j=1}^m \sin [2\pi (N_i + b_{\phi_i})]_j \quad (3.11)$$

$$\sum \cos = \sum_{j=1}^m \cos [2\pi (N_i + b_{\phi_i})]_j \quad (3.12)$$

où m est le nombre total d'observations.

L'écart-type étant une mesure de dispersion, elle se calcule ainsi :

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-2 \ln \bar{R}} \text{ (cycles)} \quad (3.13)$$

avec

$$\bar{R} = \frac{\sqrt{(\sum \sin)^2 + (\sum \cos)^2}}{m} \quad (3.14)$$

L'interprétation géométrique de la fonction \bar{R} peut être représentée par la figure 3.2 :

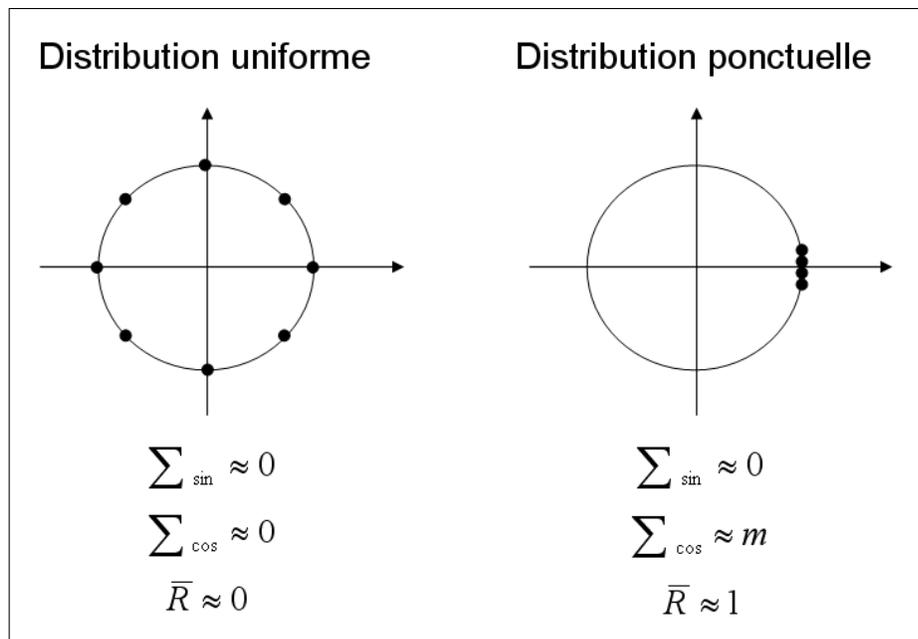


FIG. 3.2 – Interprétation géométrique de la fonction \bar{R}

3.3 Résultats

3.3.1 Description des sessions de calibrage

Afin de comprendre le comportement des biais de phase d'un récepteur GPS, trois sessions d'observations ont été effectuées au mois de juillet 2006 à l'Université du Nouveau-Brunswick. Chaque session est d'une durée approximative de trois heures et la même configuration de satellites a été utilisée à des fins de consistance. Comme il a été mentionné précédemment, toutes les sources d'erreurs relatives aux satellites, au milieu de propagation et à l'environnement dans lequel le récepteur est situé ont été désactivées afin d'éviter de nuire à l'estimation des biais de phase. Le tableau 3.2 décrit l'ensemble des caractéristiques des sessions de calibrage réalisées.

TAB. 3.2 – Description des sessions de calibrage

Session	1	2	3
Date	27 juillet 2006	28 juillet 2006	28 juillet 2006
Date de simulation	26 juillet 2006	26 juillet 2006	26 juillet 2006
De	17 : 42 : 20	17 : 42 : 20	17 : 42 : 20
À	20 : 36 : 10	20 : 36 : 10	20 : 57 : 40
Simulateur	Spirent STR4760		
Récepteur	NovAtel ProPack V3		
Coordonnées de la station simulée	$x_{rec} = 1403985.461$ m		
	$y_{rec} = -4144057.596$ m		
	$z_{rec} = 4625237.860$ m		
Sources d'erreurs désactivées	Erreurs d'orbites, erreurs d'horloges des satellites, multitrajets, variation du centre de phase de l'antenne du récepteur et délais atmosphériques (troposphère et ionosphère)		

Le simulateur utilisé, de type « hardware » (voir la figure 3.3), génère l'équivalent des signaux des satellites GPS convertis en courant électrique par les antennes. Le récepteur est branché directement au simulateur plutôt qu'à l'antenne, donc celui-ci effectue les mesures comme s'il s'agissait de signaux réels.



FIG. 3.3 – Équipement utilisé lors des sessions de calibrage

Le récepteur utilisé permettait de mesurer la phase sur L_1 et L_2 , mais seulement les codes C/A et P_2 . Étant donné que la résolution du code P_2 est plus fine que celle du code C/A , le paramètre d'horloge a été estimé à l'aide de P_2 dans tous les cas.

De plus, le récepteur et le simulateur ont été mis hors tension entre chaque session afin de vérifier si le biais de phase est constant dans ce contexte. À l'avenir, il est cependant suggéré de ne pas éteindre le simulateur entre les sessions, car ceci pourrait possiblement modifier la valeur des délais que le simulateur engendrerait sur les signaux générés.

3.3.2 Biais de phase sur L_1 (1^{re} session)

En premier lieu, l'erreur d'horloge du récepteur et les ambiguïtés de phase de la bande L_1 de chaque satellite ont été estimées de manière indépendante à chaque époque pour la 1^{re} session. La méthode décrite à la section 3.2 a été utilisée afin d'obtenir la valeur du biais de phase et pour calculer les statistiques appropriées. La figure 3.4 présente les résultats obtenus.

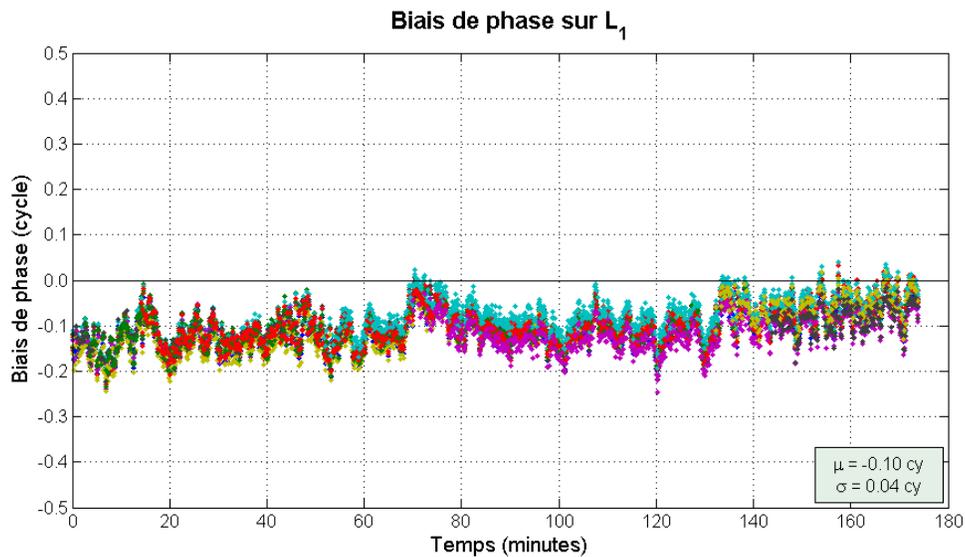


FIG. 3.4 – Biais de phase sur L_1 (1^{re} session)

Chaque série de couleur représente le biais de phase déterminé à partir de l'ambiguïté d'un satellite donné. Bien que la valeur du biais de phase soit indépendante de la valeur entière de l'ambiguïté, aucun saut de cycle n'était présent dans le jeu de données utilisé. Ce biais comprend toutefois l'influence du biais de code et des erreurs non modélisées. Parmi celles-ci, on retrouve entre autres les délais introduits par le simulateur d'observations GPS. Bien que la nature exacte des délais introduits par celui-ci demeure inexpliquée, le simulateur a déjà été qualifié comme étant la principale source d'erreurs dans le processus de calibrage des biais de code [Plumb *et al.* (2005)]. La section 3.4.1 traite plus en détails de ces problématiques.

La première constatation à effectuer est que le biais observé est pratiquement identique d'un satellite à un autre. Ceci est logique du fait que l'on a depuis longtemps constaté que les méthodes différentielles annulent l'influence de ces biais. On peut tou-

tefois remarquer un certain décalage d'un satellite à un autre qui pourrait être dû aux biais inter-canaux.

On remarque aussi que le biais subit une dérive, ayant une valeur initiale au voisinage de -0.15 cycle et une valeur finale d'environ -0.05 cycle. Il est possible que celle-ci soit réellement une dérive du biais initial de phase, mais la variation de température pourrait aussi expliquer ce phénomène. En effet, le récepteur est à une température semblable à celle de la pièce lorsqu'il est éteint, mais celle-ci risque de s'accroître progressivement lors de la mise en tension du récepteur. Il a été mentionné à la section 2.2.15 que les effets thermiques affectent les observations de façon similaire et devraient donc être absorbés par le paramètre d'horloge du récepteur. Cette affirmation est véridique dans la mesure où la porteuse et les modulations réagissent de manière identique à cette perturbation. Dans le cas contraire, la différence de dérive entre le code et la phase se répercutera dans la valeur des biais de phase.

En examinant la figure 3.5, on constate aussi une corrélation entre la variation des biais et l'erreur d'horloge du récepteur. L'instabilité de l'oscillateur pourrait donc être une cause supplémentaire expliquant le comportement des biais observés.

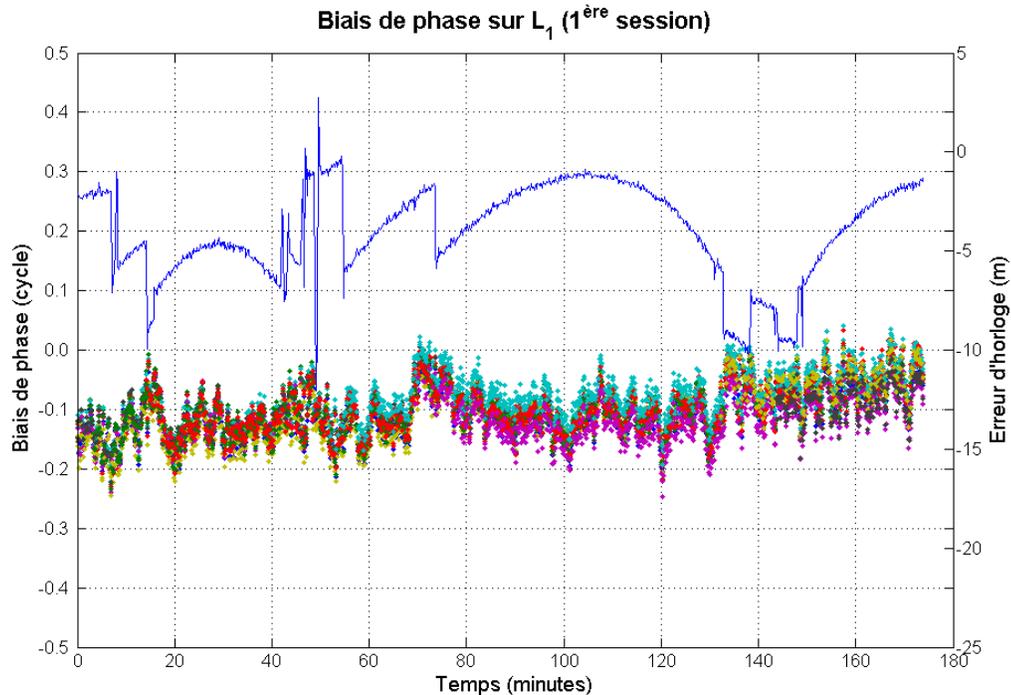


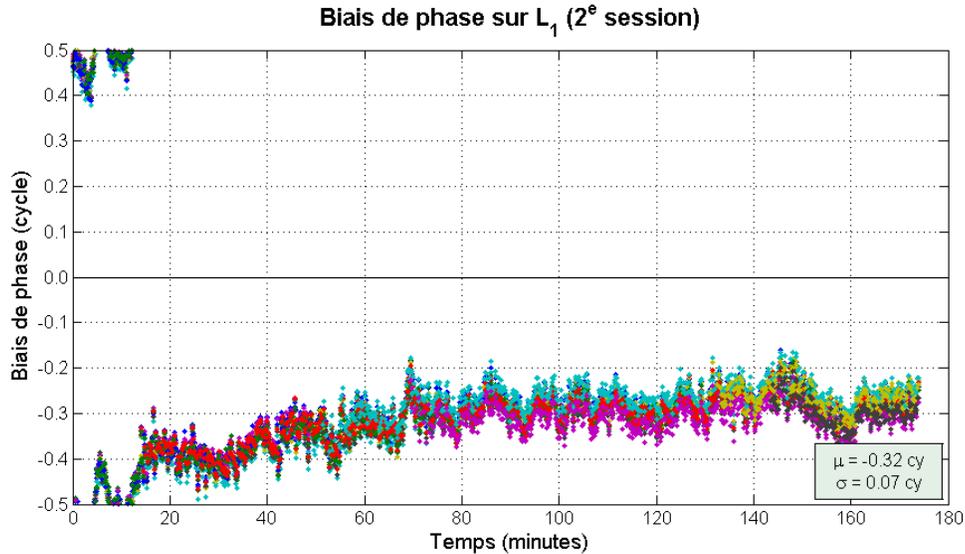
FIG. 3.5 – Biais de phase et erreur d'horloge du récepteur

3.3.3 Biais de phase sur L_1 (2^e session)

Afin de vérifier le comportement du biais de phase d'une session à une autre, la figure 3.6 présente le biais de phase sur L_1 pour la session 2.

On constate que la valeur du biais est différente d'une session à une autre. Bien qu'il soit possible que le biais de phase diffère après une mise hors tension du récepteur, il a déjà été remarqué que le biais de code n'est constant que dans l'éventualité où le récepteur a une référence interne stable (voir la section 3.4.1). Dans le cas présent, lors de la mise hors tension du récepteur, le biais de code est modifié et engendre par le fait même un biais de phase différent.

La dérive est aussi distincte, particulièrement pour les 45 premières minutes où elle semble plus accentuée. Elle se stabilise par la suite pour atteindre un niveau semblable à celui de la 1^{re} session. Ce comportement laisse une fois de plus présager l'influence de la température, car le récepteur a été éteint plusieurs heures entre les deux sessions, ce qui fait en sorte que pendant le début de la session, sa température a graduellement

FIG. 3.6 – Biais de phase sur L_1 (2^e session)

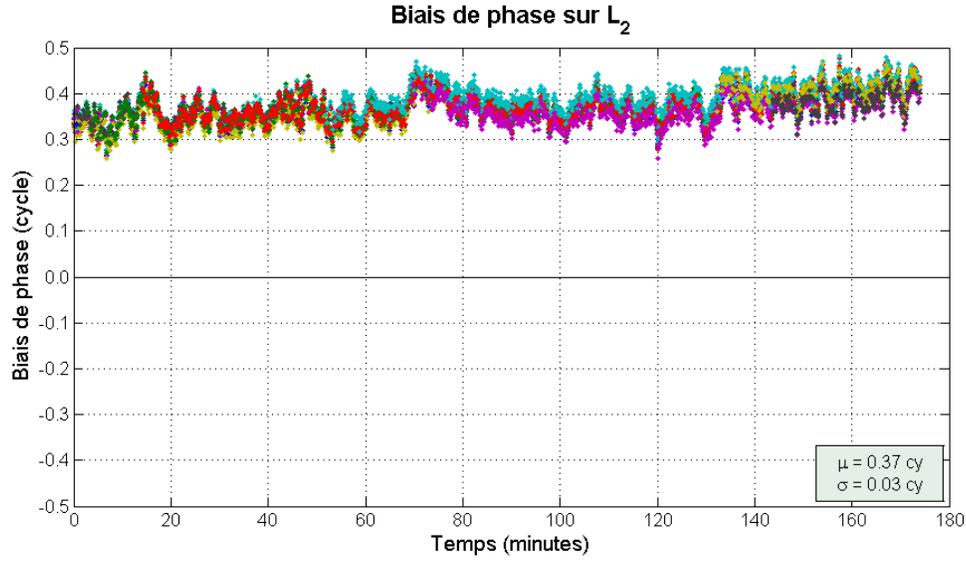
augmentée avant de se stabiliser ou d'accroître à un taux plus faible. Dans le cas de la 1^{re} session, le récepteur avait déjà été allumé au moins une heure avant le début de l'enregistrement des données.

Les mêmes tests ont été effectués avec les données provenant de la session 3. Cette dernière ayant été effectuée immédiatement après la session 2, le récepteur n'a pas subi de variation de température marquée pendant la période d'observations. Des conclusions comparables pouvant être tirées de cette session, les résultats ne seront pas tous présentés dans ce mémoire.

3.3.4 Biais de phase sur L_2

La figure 3.7 présente le biais de phase sur L_2 , obtenus de la même façon que celui sur L_1 .

Les résultats sont assez semblables à ceux présentés à la figure 3.4, à l'exception de la valeur du biais elle-même. Bien que celle-ci soit différente d'une fréquence à une autre, cela ne permet pas de conclure que les valeurs des biais des deux fréquences sont effectivement différentes ou même qu'il existe réellement un biais de phase. En effet,

FIG. 3.7 – Biais de phase sur L_2 (1^{re} session)

s'il y a des biais de code non modélisés se propageant dans l'ambiguïté de phase (voir la section 3.4.1), cela engendre une contribution fractionnaire aux ambiguïtés (δb_{ϕ_i}) qui est différente sur chaque fréquence à cause de la longueur d'onde qui est distincte dans chaque cas :

$$\delta b_{\phi_1} = \frac{b_{P_2}}{\lambda_1} \quad (3.15)$$

$$\delta b_{\phi_2} = \frac{b_{P_2}}{\lambda_2} \quad (3.16)$$

Le fait de connaître la valeur du biais de code enlèverait évidemment toute ambiguïté à ce sujet.

3.3.5 Biais de phase sur la bande large

La figure 3.8 présente les biais de phase de la bande large pour l'ensemble des trois sessions. Étant donné que le biais de phase pour une session donnée est identique pour tous les satellites, chaque série représente les biais estimés pour tous les satellites

confondus lors de cette même session. On constate une fois de plus que ces valeurs diffèrent à la suite d'une mise hors tension du récepteur. De plus, la dérive des biais devient moins évidente, ce qui peut être attribué à la similarité de la dérive des biais sur L_1 et L_2 , ou encore, au fait que cette dérive est moins perceptible lorsqu'exprimée en termes de la longueur d'onde de la bande large (≈ 86 cm). Toutefois, dans le cas de la session 2, on remarque une fois de plus la dérive plus accentuée au début de la session, dont les causes ont été décrites à la section 3.3.3.

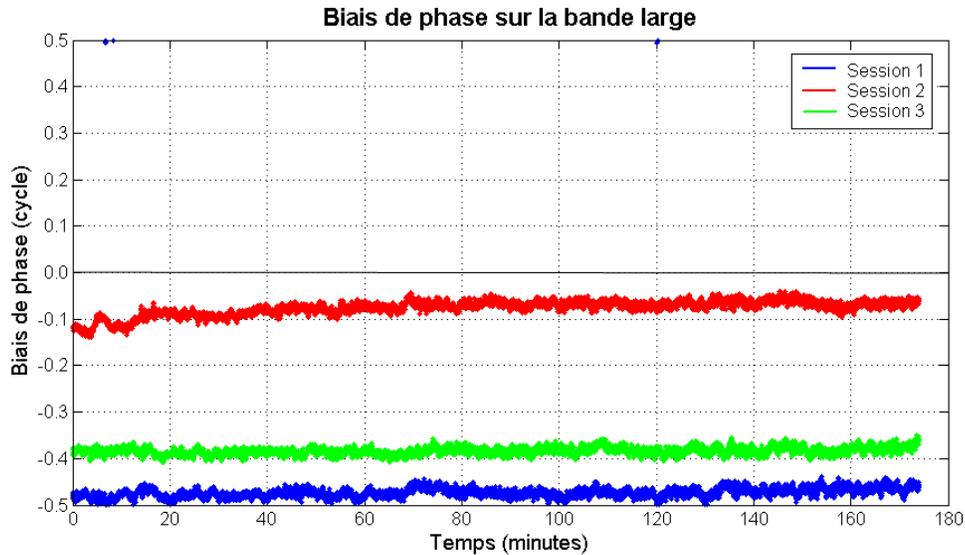


FIG. 3.8 – Biais de phase sur la bande large

3.3.6 Différence des biais entre satellites

La figure 3.9 démontre que la différence entre satellites, c'est-à-dire la soustraction entre les mesures de phase provenant de deux satellites différents, annule le biais observé.

Ainsi, la moyenne est pratiquement nulle et les biais systématiques de certaines séries sont probablement dus aux biais inter-canaux. Ces biais résiduels sont toutefois négligeables pour la résolution des ambiguïtés de phase, qui s'avérerait possible en supposant l'absence de biais satellitaires.

En contre partie, le processus de différenciation réduit le nombre d'observations disponibles et diminue la qualité géométrique du positionnement. Ces inconvénients

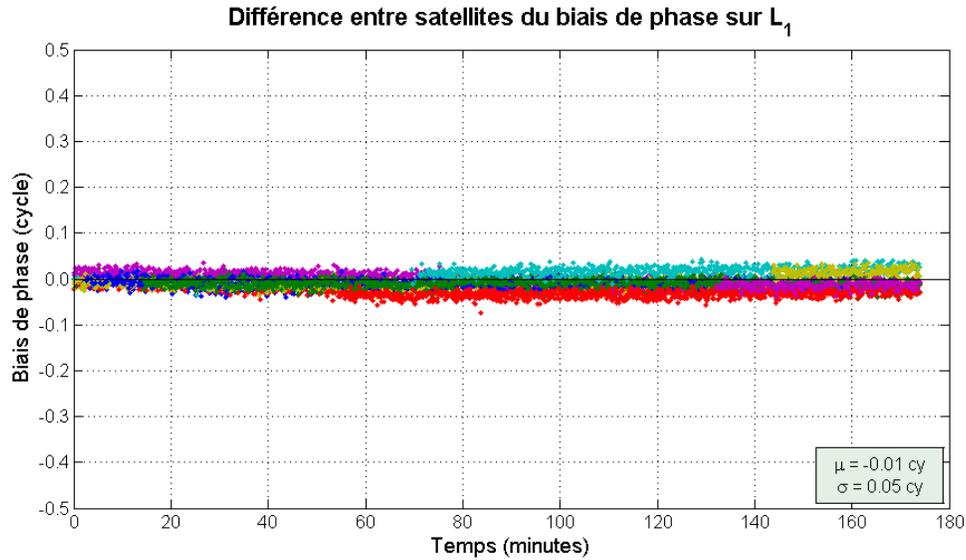


FIG. 3.9 – Différence entre satellites du biais de phase sur L_1 par rapport au satellite PRN 1 (1^{re} session)

sont toutefois minimales comparativement aux bénéfices que l'élimination des biais de phase du récepteur pourraient procurer pour la résolution des ambiguïtés de phase.

3.4 Discussions

3.4.1 Problématiques liées aux biais de code du récepteur

La section 2.2.12 a brièvement introduit le concept des biais de code. Cette section vise à fournir une explication plus détaillée de ces biais, afin de comprendre leur rôle crucial dans l'estimation des biais de phase. L'impact de la présence de ces biais sur l'estimation du paramètre d'horloge du récepteur peut être visualisé à partir de la figure 3.10.

Ainsi, l'erreur d'horloge du récepteur estimée avec C/A , P_1 ou P_2 aura une valeur différente dans chaque cas et cela influence directement les valeurs d'ambiguïtés estimées. Les graphiques de la figure 3.11 démontrent respectivement les valeurs du paramètre d'horloge du récepteur déterminé avec différentes mesures de code lors de la

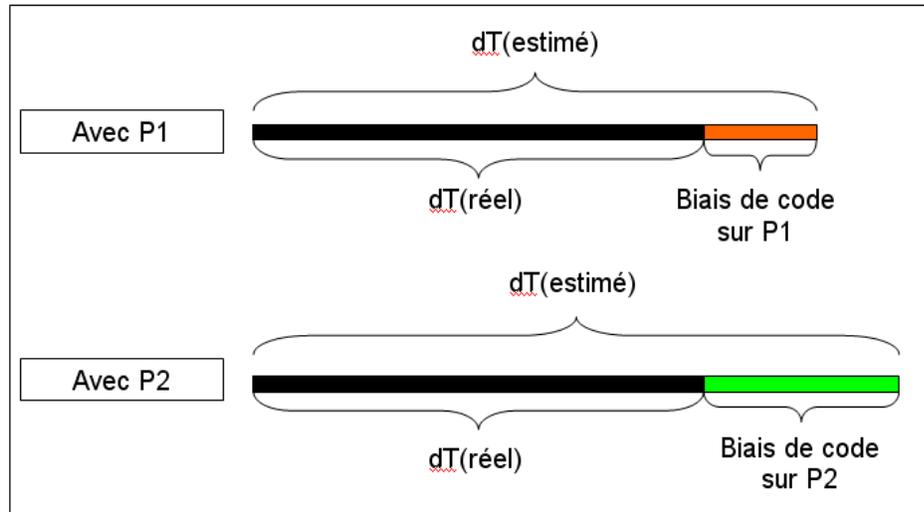


FIG. 3.10 – Influence des biais de code sur l'erreur d'horloge du récepteur

1^{re} session, puis les valeurs d'ambiguïtés d'un satellite déterminées à partir de ces valeurs du paramètre d'horloge.

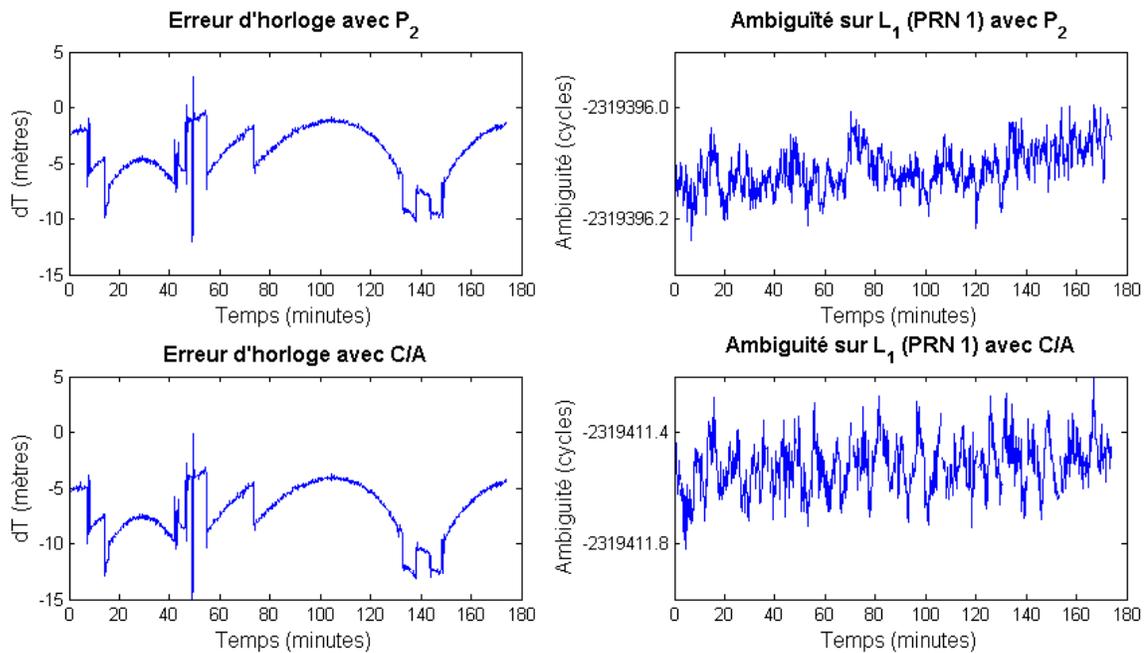


FIG. 3.11 – Impact des biais de code sur l'erreur d'horloge du récepteur et des ambiguïtés de phase

On remarque que le biais de phase estimé devient dépendant des mesures de code

utilisées dans le système d'équations, car le biais de code ajoute un nombre réel à chaque ambiguïté. Afin d'obtenir une valeur cohérente de biais de phase, il faudrait être en mesure de connaître la valeur du biais de code à une précision supérieure au quart de la longueur d'onde.

À cet effet, une technique de calibrage des biais de code a déjà été développée pour répondre aux exigences du transfert de temps effectué à l'aide d'observations GPS [Petit *et al.* (2001)]. Toutefois, cette méthodologie n'est réalisable qu'avec un récepteur ayant une référence, pour la mesure de pseudodistances, pouvant être établie à partir d'oscillateurs externes. Le récepteur de type Ashtech Z-12T utilisé dans l'ouvrage cité ci-dessus répond à cette caractéristique, mais ce n'est pas le cas pour la majorité des récepteurs géodésiques. L'avantage d'une telle référence est que les biais du récepteur demeurent constants lorsque celui-ci est mis hors tension. Dans le cas contraire, un calibrage devient plus complexe, car les biais ne sont pas les mêmes d'une session d'observations à une autre.

En supposant que la méthode proposée ne requiert pas d'équipement spécialisé, on pourrait alors penser à introduire la valeur du biais de code obtenue dans l'équation 3.2 pour ainsi obtenir la valeur réelle de l'erreur d'horloge du récepteur. On serait donc en mesure de retrouver des ambiguïtés de phase non entachées des biais de code. Néanmoins, la méthode de calibrage des biais de code présente un problème additionnel lorsqu'appliquée dans le contexte qui nous concerne. En effet, le bilan d'erreurs pouvant affecter l'estimation des biais de code est de l'ordre de la nanoseconde [Plumb *et al.* (2005)], ce qui équivaut approximativement à 30 centimètres. La principale contribution à ce bilan d'erreurs serait introduite par des délais présents dans le simulateur. La marge d'erreur étant supérieure à la longueur d'onde des porteuses, on comprend immédiatement les complications engendrées par les biais de code.

Bref, la méthodologie présentée dans le cadre de cette recherche ne permet pas d'estimer les biais de phase proprement dits à cause de la présence de biais de code.

3.4.2 Recommandations

La résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu requiert le calibrage, l'estimation ou l'élimination des biais de phase, présents aux satellites et au récepteur. À cet effet, ce chapitre a présenté une méthodologie visant à calibrer le biais de phase du récepteur.

Il s'avère que quelques erreurs non modélisées, en particulier les biais de code, nuisent à l'estimation de la valeur réelle du biais de phase. Afin d'obtenir des résultats concluants, il serait souhaitable que les biais de code soient maintenus constants en branchant un oscillateur externe au récepteur afin d'assurer la répétabilité de la référence interne du récepteur. En effet, la valeur des biais de code est modifiée lors de la mise hors tension d'un récepteur non connecté à un tel oscillateur, ce qui implique par le fait même une valeur différente du biais de phase. Toutefois, d'un côté pratique, ceci engendrerait des coûts supplémentaires et une méthodologie plus complexe dont peu d'utilisateurs voudraient se préoccuper. Le simulateur pourrait lui aussi introduire des délais supplémentaires dont la nature devrait être identifiée afin d'assurer la validité des valeurs estimées. Bref, la méthodologie présentée ne permet pas, pour l'instant, d'extraire les biais de phase du récepteur permettant son calibrage.

Des tests supplémentaires devraient être effectués afin de vérifier l'origine de la dérive des biais observés. Dans l'éventualité où des phénomènes thermiques affectent différemment les observations de phase et de code, le biais de phase du récepteur pourrait toujours être de nature constante sur une courte période de temps. Toutefois, si le biais initial de phase subit une dérive temporelle ou change de valeur lors de la mise hors tension du récepteur, alors le calibrage devient obsolète ou, du moins, beaucoup plus complexe à gérer. Afin de comprendre la nature et le comportement de ces biais, il serait intéressant d'effectuer le calibrage du récepteur avec un oscillateur externe et ce, dans un environnement où la température est contrôlée. De plus, tous les délais supplémentaires engendrés par le simulateur et ceux présents dans le récepteur devraient être identifiés et quantifiés. On devrait aussi éviter de mettre le simulateur hors tension entre les sessions de calibrage afin de réduire les risques de modifier les valeurs des biais qu'il introduit sur les signaux.

Une façon de contourner ces problèmes est de différencier les signaux provenant de deux satellites, ce qui permet d'éliminer le biais de phase, le biais de code et l'erreur d'horloge du récepteur. Ce principe sera donc utilisé dans les chapitres suivants afin de calibrer les biais de phase des satellites.

Chapitre 4

Calibrage des biais de phase des satellites (méthodologie)

4.1 Objectif

Le chapitre 3 a confirmé que des observations d'une même fréquence, provenant de deux satellites différents, sont affectées par les mêmes biais de code ou de phase du récepteur. Ainsi, ces biais peuvent être aisément éliminés en soustrayant des mesures provenant de satellites distincts (différence simple entre satellites). De la même façon, le fait d'observer le signal d'un satellite à partir de deux récepteurs permettrait aussi d'éliminer les biais de ce satellite, mais le PPP ne peut bénéficier d'une telle approche. Dans cette situation, on doit donc inévitablement calibrer les biais de phase des satellites pour être en mesure de retrouver la nature entière des ambiguïtés de phase. Les valeurs issues de ce calibrage pourraient alors être transmises aux usagers pour corriger les observations de phase. Ce chapitre propose une nouvelle méthodologie à cet effet et le chapitre suivant démontrera sa performance et proposera des pistes d'améliorations.

4.2 Recherches antérieures

La section 1.3 a brièvement mentionné quelques études ayant porté sur le calibrage des biais de phase des satellites. Cette section vise à analyser les méthodes utilisées afin d'en faire ressortir les principales caractéristiques.

Les premières tentatives de calibrage ont été effectuées par [Gabor (1999)] à l'aide du réseau global de stations utilisé par FLINN (*Fiducial Laboratories for an International Natural Science Network*) du JPL (*Jet Propulsion Laboratory*). Les observations provenant des satellites étant affectées d'une multitude d'erreurs, l'auteur proposait alors d'utiliser la combinaison de signaux de Melbourne-Wübbena [Melbourne (1985); Wübbena (1985)] différenciée entre satellites, identifiée dans ce mémoire par le symbole mw . Cette combinaison, décrite par les équations 4.1 à 4.3, consiste à combiner la bande large des mesures de phase (Φ_{wl}) à la bande étroite des mesures de code (P_{nl}). Elle possède l'intéressante propriété d'éliminer pratiquement toutes les sources d'erreurs, à l'exception du bruit, des multitrajets et des biais de code et de phase des satellites.

$$\nabla\Phi_{wl} = \frac{f_1\nabla\Phi_1 - f_2\nabla\Phi_2}{f_1 - f_2} = \nabla\bar{\rho} + \frac{f_1}{f_2}\nabla dion_1 + \lambda_{wl}(\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}}) \quad (4.1)$$

$$\nabla P_{nl} = \frac{f_1\nabla P_1 + f_2\nabla P_2}{f_1 + f_2} = \nabla\bar{\rho} + \frac{f_1}{f_2}\nabla dion_1 + \frac{f_1\nabla b^{P_1} + f_2\nabla b^{P_2}}{f_1 + f_2} \quad (4.2)$$

$$\nabla\Phi_{mw} = \nabla\Phi_{wl} - \nabla P_{nl} = \lambda_{wl}(\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}}) - \frac{f_1\nabla b^{P_1} + f_2\nabla b^{P_2}}{f_1 + f_2} \quad (4.3)$$

Dans les équations précédentes, $\bar{\rho}$ inclut tous les termes des équations 2.1 et 2.2 communs aux deux fréquences.

L'ambiguïté de phase de la bande large peut donc être déterminée à partir de l'équation 4.3, mais il s'avère impossible de la séparer des biais de code présents. Ainsi, l'ambiguïté estimée contient une partie fractionnaire provenant du biais de code de la bande étroite. Logiquement, le biais de phase obtenu ne permettrait donc pas de corriger une valeur d'ambiguïté de la bande large d'un récepteur indépendant (à moins que celle-ci soit aussi obtenue à l'aide de la combinaison de Melbourne-Wübbena).

La suite de l'algorithme de [Gabor (1999)] consiste à estimer l'ambiguïté de phase issue de la combinaison sans effet ionosphérique, une fois de plus différenciée entre satellites :

$$\nabla\Phi_{if} = \nabla\rho + c\nabla dt + \nabla dtrop + \lambda_{if} (\nabla B_{if} + \nabla b^{\phi_{if}}) + \epsilon_{\Phi_{if}} \quad (4.4)$$

où

$$\nabla B_{if} = \nabla N_1 - \frac{f_2}{f_1} \nabla N_2 \quad (4.5)$$

$$\nabla b^{\phi_{if}} = \nabla b^{\phi_1} - \frac{f_2}{f_1} \nabla b^{\phi_2} \quad (4.6)$$

En utilisant la valeur de l'ambiguïté de la bande large calculée à partir de l'équation 4.3 et celle de la bande sans effet ionosphérique obtenue de l'équation 4.4, les ambiguïtés des bandes L_1 et L_2 peuvent alors être retrouvées grâce aux relations suivantes :

$$(\nabla N_1 + \nabla b^{\phi_1}) = \frac{f_1}{f_1 - f_2} (\nabla B_{if} + \nabla b^{\phi_{if}}) - \frac{f_2}{f_1 - f_2} (\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}}) \quad (4.7)$$

$$(\nabla N_2 + \nabla b^{\phi_2}) = (\nabla N_1 + \nabla b^{\phi_1}) - (\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}}) \quad (4.8)$$

Les biais de phase de la bande L_1 obtenus à l'aide de cette méthodologie affichaient une variation temporelle très bruitée ce qui était engendré, selon l'auteur, par les erreurs d'orbites contaminant l'ambiguïté de la bande sans effet ionosphérique. La technique n'a donc pas pu être appliquée à la résolution des ambiguïtés de phase avec des données réelles.

Une autre approche, pratiquement identique à la précédente, est celle de [Ge *et al.* (2006)]. Les auteurs utilisent l'ambiguïté de la bande large (équation 4.3) et celle de la bande sans effet ionosphérique (équation 4.4) pour obtenir l'ambiguïté de la bande

étroite :

$$(\nabla N_{nl} + \nabla b^{\phi_{nl}}) = \frac{2f_1}{f_1 - f_2} \left[(\nabla B_{if} + \nabla b^{\phi_{if}}) - \frac{f_1 + f_2}{2f_1} (\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}}) \right] \quad (4.9)$$

Les résultats démontrent que le biais de phase de la bande large est constant pour une période de plusieurs jours, alors que celui de la bande étroite varie à l'intérieur d'une même journée et pour différentes stations. Bref, des conclusions semblables à l'étude de [Gabor (1999)] peuvent être tirées, c'est-à-dire que l'utilisation de la bande sans effet ionosphérique semble introduire des erreurs dans l'estimation des biais. Toutefois, les auteurs prétendent avoir réussi à fixer, pour 98% des 96 stations de l'IGS considérées, les ambiguïtés de la bande large en différence simple entre satellites. Pour ce qui est des ambiguïtés de la bande étroite, ils soutiennent qu'il est possible de les fixer (à 96%) en utilisant les valeurs des biais estimées seulement à partir des stations à proximité du récepteur et à l'intérieur d'un laps de temps donné.

Ces résultats sont surprenants car, comme il a été mentionné précédemment, les ambiguïtés de la bande large contiennent des biais de code non désirés (équation 4.3). Une explication logique de la performance de cette technique serait que les biais de code résiduels (c'est-à-dire la différence entre les biais présents dans l'observation et ceux introduits par le biais de phase calibré) ont une magnitude inférieure au quart de la longueur d'onde, ce qui permet alors de fixer les ambiguïtés de phase à une valeur entière.

La dernière étude sur le sujet est celle réalisée par [Leandro et Santos (2006)]. L'approche consiste à effectuer une solution PPP pour chaque station en utilisant la bande sans effet ionosphérique. Puis, les valeurs des paramètres issues de ce processus (coordonnées, erreur d'horloge du récepteur et délai troposphérique zénithal) sont utilisées pour corriger les observations des bandes L_1 et L_2 . L'équation de phase résultante est donc :

$$\Phi_i = -dion_i + \lambda_i (N_i + b_{\phi_i} + b^{\phi_i}) \quad (4.10)$$

Puis, un filtre est utilisé pour réduire la corrélation entre l'ionosphère et l'ambiguïté, mais aucune publication relatant les détails de ce filtre n'est disponible à ce jour. On propose d'utiliser un réseau de stations pour distinguer le biais du récepteur de celui des satellites, ce qui permettrait de fixer les ambiguïtés non différenciées. À première vue, cette approche semble cohérente au niveau de l'utilisation des observations de code et des biais qu'ils introduisent. Toujours selon cette publication, les tests préliminaires démontrent toutefois que le biais de phase du satellite estimé varie une fois de plus d'une journée à l'autre, ce qui ne permet toujours pas d'appliquer une correction aux mesures de phase utile pour la résolution des ambiguïtés de phase.

4.3 Considérations particulières

À la lumière des études précédemment réalisées, on constate que le calibrage des biais de phase des satellites fait intervenir deux problèmes majeurs :

- les erreurs non modélisées
- la propagation des biais de code dans l'estimation des ambiguïtés de phase

La minimisation des erreurs résiduelles est un enjeu identifié par l'ensemble des chercheurs. À ce niveau, la combinaison de Melbourne-Wübbena permettait d'atteindre les objectifs visés. Néanmoins, le fait d'utiliser les observations non combinées semble être le seul moyen d'obtenir des biais de phase ne subissant pas l'effet des biais de code. Par surcroît, si l'on n'utilise pas de combinaison linéaire, chaque terme impliqué dans les équations 2.1 et 2.2 doit être considéré avec attention. Toutes les erreurs non modélisées se propageront dans les paramètres à estimer et fausseront nécessairement la valeur des biais de phase obtenus.

Pour sa part, la problématique des biais de code est moins reconnue, mais doit être considérée pour obtenir un modèle fonctionnel cohérent. Ces biais de code sont présents pour les récepteurs, les satellites et des biais additionnels sont aussi introduits lorsque l'on utilise les corrections d'horloges des satellites.

Il a été mentionné au chapitre 3 que les biais du récepteur peuvent être éliminés simplement en effectuant une différence simple entre satellites. Ceci a pour effet de nuire à la qualité géométrique du positionnement, mais il s'agit d'un compromis acceptable étant donné le fardeau qu'ils occasionnent pour la résolution des ambiguïtés.

La section 2.2.12 a présenté la technique habituellement utilisée pour éliminer l'effet des biais de code des satellites. Ainsi, comme il en a été fait mention dans cette section, les corrections d'horloges déterminées par l'IGS (ou transmises dans le message de navigation des satellites) contiennent le biais de code de la bande sans effet ionosphérique des satellites qui, combiné aux biais de code des signaux P_1 ou P_2 , se réduit au biais différentiel entre P_1 et P_2 , multiplié par un facteur approprié. Ces biais différentiels étant estimés quotidiennement par les organismes fournissant les corrections d'horloges des satellites, l'effet des biais de code des satellites peut être grandement atténué. L'erreur résiduelle peut être quantifiée par la précision associée à ces biais différentiels qui est généralement inférieure à 0.1 ns (≈ 3 cm) [Schaer (1999)].

Il ne faut toutefois pas oublier que ces mêmes corrections d'horloges des satellites (τ) sont aussi utilisées avec les mesures de phase. Ainsi, en appliquant cette correction (équation 2.35), cela introduit des biais de code dans les équations de phase de l'onde porteuse, comme le démontre l'équation 4.11.

$$\Phi_1 - c\tau = \rho + cdT + dtrop - dion_1 + \lambda_1 (N_1 + b_{\phi_1} + b^{\phi_1}) - (\alpha b^{P_1} + \beta b^{P_2}) \quad (4.11)$$

Dans ce cas, les biais présents ne peuvent être éliminés en appliquant des corrections pour les biais différentiels de code. Ce terme étant différent pour chaque satellite (tous les satellites ont des biais de code différents), il se propagera dans la valeur de l'ambiguïté de phase, ajoutant une composante supplémentaire à la partie fractionnaire de celle-ci.

Cet aspect doit donc être considéré lors du calibrage des biais de phase. En effet, pour être en mesure de retrouver la nature entière de l'ambiguïté, la correction pour le biais de phase du satellite devrait inclure la partie fractionnaire de l'ambiguïté causée par les biais de code présents (voir la section 4.4.4). Selon l'étude de [Ge *et al.* (2006)], la résolution des ambiguïtés pourrait être possible en négligeant ces biais, mais un modèle

cohérent est à privilégier afin d'éviter d'éventuels problèmes.

4.4 Description de l'algorithme proposé

La méthode de calibrage proposée dans le cadre de ce mémoire porte une attention particulière à la problématique des biais de code, tout en tentant de minimiser les erreurs d'observations. L'algorithme peut être résumé en quatre principales étapes :

1. une solution dite « globale » impliquant la résolution des ambiguïtés de phase en différence double entre les stations d'un réseau
2. une solution PPP pour chaque station de ce réseau
3. la combinaison des solutions PPP de chaque station en introduisant des contraintes sur les ambiguïtés de phase en différence double et sur les paramètres atmosphériques relatifs (entre les stations)
4. le calcul des biais de phase des satellites et des statistiques appropriées

Les sections suivantes décrivent ces étapes en détails.

4.4.1 Solution globale

La première étape de l'algorithme consiste à résoudre les ambiguïtés de phase en différence double entre les stations composant le réseau. Le processus de différenciation élimine les biais de phase des récepteurs et des satellites, ce qui permet de retrouver la nature entière des ambiguïtés. Pour fixer adéquatement celles-ci, plusieurs techniques ont été développées au fil des ans (voir par exemple [Kim et Langley (2000)]). Le choix d'une méthode particulière n'influençant pas les valeurs obtenues, aucun détail supplémentaire ne sera donné à cet égard.

L'utilité de cette solution dite globale est de fournir une contrainte aux ambiguïtés non différenciées estimées lors du PPP (section 4.4.2). En effet, ces ambiguïtés étant

fortement corrélées avec d'autres paramètres du modèle (erreur d'horloge du récepteur, ionosphère, etc.), elles peuvent converger vers des valeurs biaisées. Ainsi, lors de la combinaison des solutions, ces contraintes permettront d'obtenir des valeurs cohérentes en faisant en sorte que les ambiguïtés différenciées aient une valeur entière.

4.4.2 Solutions PPP par station

Parallèlement à l'étape précédente, une solution en mode absolu selon l'approche PPP est effectuée. Le modèle fonctionnel décrit au chapitre 2 est utilisé pour obtenir les valeurs des paramètres suivants :

- coordonnées de la station
- délai troposphérique zénithal humide
- ambiguïtés de phase sur L_1 et L_2
- paramètres ionosphériques stochastiques (1 paramètre par satellite par époque)
- paramètres pour l'erreur d'horloge du récepteur

Les matrices impliquées dans le processus de compensation sont décrites à l'instant afin d'exposer les détails de cette étape. Afin de simplifier la compréhension et la notation de ces matrices, elles seront explicitées pour les observations d'un seul satellite. Une généralisation à plusieurs satellites peut donc être simplement déduite à partir de ces matrices. Notons que les lignes des matrices présentées font référence, dans l'ordre, aux observations suivantes : Φ_1 , Φ_2 , P_1 et P_2 .

Matrice des dérivées partielles (A)

La matrice des dérivées partielles peut être divisée en plusieurs blocs en fonction des paramètres estimés. On a donc :

$$A = \begin{bmatrix} A_{\vec{r}_{rec}} & A_{dtropw} & A_N & A_{dion} & A_{dT} \\ 0 & 0 & 0 & A_{dion}^C & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Si l'on utilise les mesures de phase et de code sur les deux fréquences présentement disponibles, la sous-matrice des coordonnées peut être décrite par :

$$A_{\vec{r}_{rec}} = \begin{bmatrix} -e_x^k & -e_y^k & -e_z^k \\ -e_x^k & -e_y^k & -e_z^k \\ -e_x^k & -e_y^k & -e_z^k \\ -e_x^k & -e_y^k & -e_z^k \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

où e_j^k est une composante du vecteur unitaire reliant le récepteur au satellite k .

Pour ce qui est de la troposphère, on a :

$$A_{dtropw} = \begin{bmatrix} m_w^k \\ m_w^k \\ m_w^k \\ m_w^k \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

où m_w^k est la valeur de la fonction de projection pour la composante humide de la troposphère.

En ce qui concerne les ambiguïtés, on obtient :

$$A_N = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

où λ_i est la longueur d'onde de la fréquence i . Étant donné que les mesures de code ne sont pas ambiguës, elles ne contribuent pas à l'estimation de ces paramètres.

Les dérivées partielles par rapport au délai ionosphérique de la bande L_1 sont :

$$A_{dion} = \begin{bmatrix} -1 \\ -f_1^2/f_2^2 \\ 1 \\ f_1^2/f_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Dans la matrice précédente, on remarque la nature dispersive de l'ionosphère faisant en sorte que les dérivées partielles dépendent de la fréquence f_i des signaux, et entraînant un signe opposé pour les mesures de phase et de code. Grâce à la relation existant entre le délai sur chaque fréquence, un seul paramètre par satellite peut être estimé.

La matrice des dérivées partielles pour l'erreur d'horloge du récepteur comporte une particularité. En effet, à cause des biais de code du récepteur, la valeur obtenue pour ce paramètre dépend des pseudodistances utilisées (voir la section 3.4.1). Si les mesures de pseudodistances sur les deux fréquences (P_1 et P_2) sont impliquées, l'erreur d'horloge estimée contiendra une contribution moyenne des biais de code des deux fréquences. L'écart entre la valeur moyenne des biais de code sur les deux fréquences et la valeur individuelle des biais de code de chaque fréquence se répercute alors dans les résiduelles des mesures de code, faisant en sorte que les résiduelles de P_1 et P_2 sont réparties de part et d'autre de zéro. La figure 4.1 est un exemple de cette situation. Ainsi, en estimant un seul paramètre d'horloge du récepteur, le facteur de variance a posteriori est supérieur à ce qu'il aurait dû être si tout avait été modélisé correctement ce qui, par le fait même, fausse la précision associée aux paramètres estimés.

La solution idéale à ce problème serait de pouvoir estimer simultanément l'erreur d'horloge du récepteur (dT) et les biais de code du récepteur (b_{P_1} et b_{P_2}). Dans la réalité, ceci n'est pas envisageable à cause de la dépendance linéaire de ces termes. Une option possible pour contourner cette difficulté est d'estimer l'équivalent d'un deuxième paramètre d'horloge faisant référence seulement au code P_2 , tel que représenté par

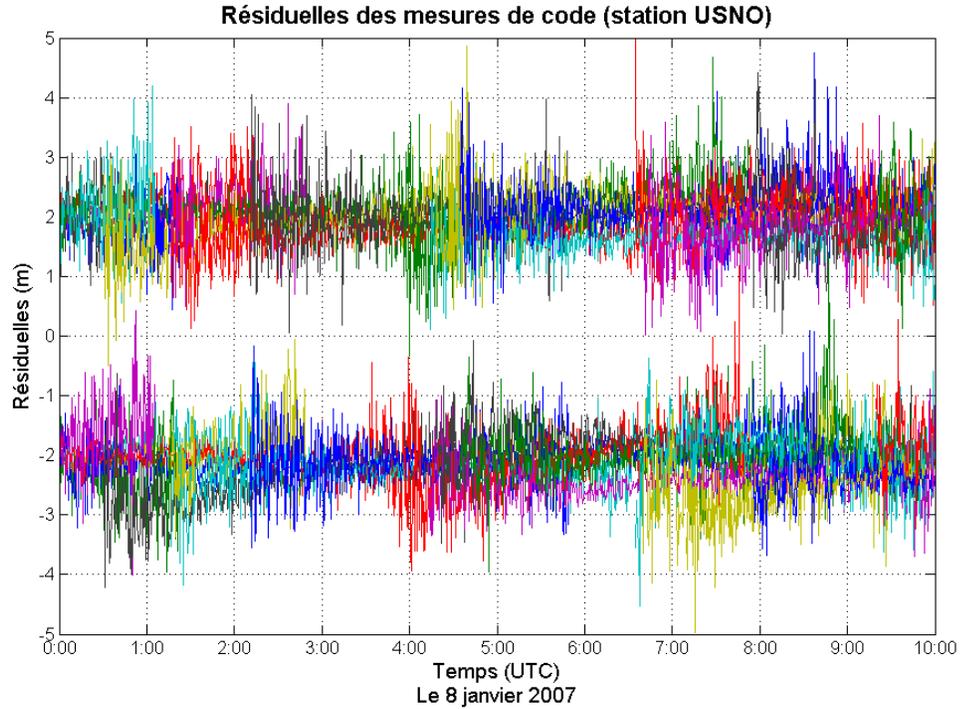


FIG. 4.1 – Résiduelles de code avec un seul paramètre d’horloge du récepteur estimé (résiduelles positives : P_1 ; résiduelles négatives : P_2)

l’équation 4.17.

$$A_{dT} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Cette approche fait en sorte que les mesures de code sur P_2 ne contribuent pas à l’estimation de l’erreur d’horloge du récepteur, mais permettent plutôt d’obtenir indirectement le biais différentiel entre les codes P_1 et P_2 . Bien que le biais de code b_{P_1} entache toujours la valeur estimée de l’erreur d’horloge, la différence simple entre satellites permettra d’annuler cet effet sur les valeurs d’ambiguïtés obtenues (voir la section 4.4.4).

Finalement, afin que le système soit inversible, une contrainte doit être ajoutée aux

paramètres ionosphériques. De l'information supplémentaire à ce sujet peut être obtenue des GIM (*Global Ionospheric Maps*) fournis par l'IGS. Cette contrainte, exprimée comme une pseudo-observation, peut être décrite par l'équation 4.18.

$$dion_1^k = \frac{40.3 \cdot 10^{16}}{f_1^2} \gamma^k \quad (4.18)$$

où γ^k est la valeur provenant du GIM, exprimée en TECU, correctement interpolée spatialement et temporellement [Schaer *et al.* (1998)] et projetée en fonction de l'angle zénithal du satellite au point de contact avec la couche ionosphérique (modèle à couche unique) [Schaer (1997)]. Cette contrainte peut être ajoutée simplement au modèle grâce à la matrice suivante :

$$A_{dion}^C = [1] \quad (4.19)$$

Matrice de poids (P)

Comme il a été mentionné à la section 2.1, le positionnement ponctuel de précision nécessite l'utilisation des mesures de code combinées aux mesures de la phase de l'onde porteuse. Les observations de code étant moins précises, une pondération en conséquence doit être établie. La relation 3.6, spécifiant un rapport de 100 entre l'écart-type d'une mesure de phase et celle d'une mesure de code, est encore adoptée ici. Cependant, les observations effectuées à basse altitude étant plus affectées par les multitrajets et les délais atmosphériques, l'angle d'élévation du satellite intervient aussi dans le calcul du poids accordé à chaque observation. Le rapport signal/bruit (S/N_0) est un indicateur souvent utilisé pour pondérer adéquatement les observations mais, dans le cadre de cette recherche, la fonction de projection troposphérique (m_d^k) a été simplement choisie, car les valeurs du rapport signal/bruit n'étaient pas disponibles.

La matrice de poids pour les observations devient donc :

$$P_l = \begin{bmatrix} 1/(m_d^k \sigma_\Phi)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/(m_d^k \sigma_\Phi)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(m_d^k \sigma_P)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/(m_d^k \sigma_P)^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

où $\sigma_\Phi = 0.005$ m et $\sigma_P = 0.5$ m.

Pour chaque pseudo-observation ionosphérique ajoutée au système, un élément supplémentaire doit être incorporé à la matrice de poids. La précision de ces corrections (σ_{γ^k}) peut être tirée directement du GIM et être interpolée de la même façon que les corrections. Le poids associé à la contrainte est :

$$p_{\gamma^k} = \frac{1}{\left[\frac{40.3 \cdot 10^{16}}{f_1^2} \sigma_{\gamma^k} \right]^2} \quad (4.21)$$

La matrice de poids complète pour un satellite devient :

$$P = \begin{bmatrix} P_l & 0 \\ 0 & p_{\gamma^k} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Vecteur de fermeture (w)

Le vecteur de fermeture dépend des valeurs approchées des paramètres estimés. Bien que ces valeurs aient plus ou moins d'importance s'il s'agit de termes linéaires, une attention particulière doit être portée aux valeurs approchées des coordonnées à cause de la non linéarité de ces paramètres dans le modèle fonctionnel. Le vecteur de

fermeture est déterminé de la façon suivante :

$$w = \begin{bmatrix} \Phi_1 - \Phi_1^0 \\ \Phi_2 - \Phi_2^0 \\ P_1 - P_1^0 \\ P_2 - P_2^0 \\ \gamma - \gamma^0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

où Φ_i^0 et P_i^0 sont calculés en remplaçant les valeurs des paramètres à estimer par leurs valeurs approchées dans les équations 2.1 et 2.2. Pour ce qui est de la contrainte ionosphérique, une valeur approchée nulle (c'est-à-dire $\gamma^0 = 0$) pourrait faciliter la combinaison des solutions.

4.4.3 Combinaison des solutions

Dans l'éventualité où toutes les sources d'erreurs, autre que les biais de phase et de code, étaient modélisées adéquatement, les ambiguïtés estimées lors du PPP contiendraient seulement la contribution de ces biais. Néanmoins, plusieurs paramètres sont estimés simultanément dans le PPP et, en raison des corrélations mathématiques présentes entre ceux-ci, il est fort probable que les erreurs non modélisées se propagent dans les valeurs d'ambiguïtés de phase. Afin de réduire ces corrélations, de l'information a priori peut être introduite dans le système d'équations normales sous la forme de contraintes. De cette façon, il s'avère possible de réduire l'impact des erreurs non modélisées sur les ambiguïtés de phase estimées.

Ce principe est à la base de la combinaison des solutions PPP de chaque station, dont l'algorithme peut être résumé par la figure 4.2 et dont la description suit à l'instant.

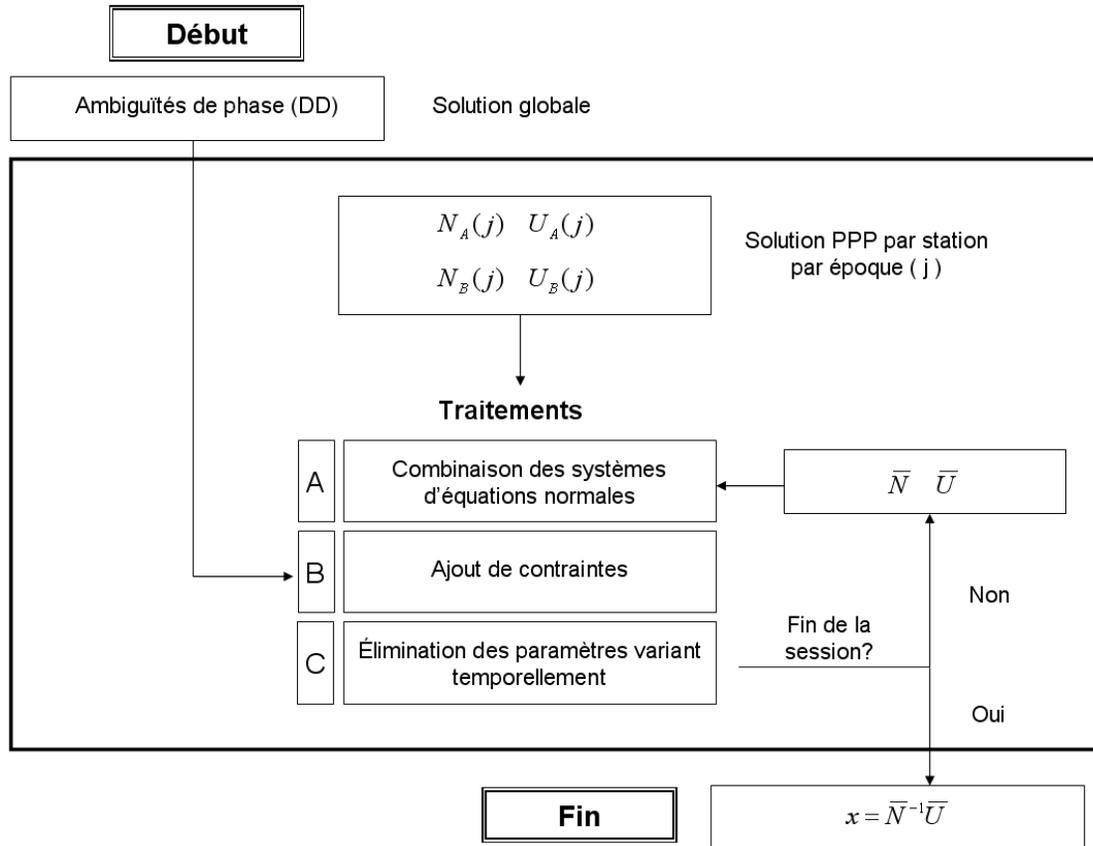


FIG. 4.2 – Algorithme pour la combinaison des solutions

A - Combinaison des systèmes d'équations normales

La première étape est de combiner les systèmes d'équations normales de chaque station. Ainsi, à chaque époque, on extrait de la solution PPP la matrice N et le vecteur U (non cumulés), puis la combinaison est simplement réalisée en regroupant les matrices et les vecteurs normaux des stations impliquées. Les équations suivantes s'appliquent si l'on considère deux stations (désignées par A et B) :

$$\begin{bmatrix} N_A & 0 \\ 0 & N_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$N_{AB} x_{AB} = U_{AB} \quad (4.25)$$

B - Ajout de contraintes

L'étape suivante consiste à ajouter des contraintes pour atteindre les objectifs spécifiés précédemment. Ainsi, si les coordonnées des stations $(x_{rec}, y_{rec}, z_{rec})$ sont connues, on peut contraindre les valeurs approchées des paramètres $(x_{rec}^0, y_{rec}^0, z_{rec}^0)$ à ces valeurs :

$$x_{rec} - x_{rec}^0 = 0 \quad (4.26)$$

$$y_{rec} - y_{rec}^0 = 0 \quad (4.27)$$

$$z_{rec} - z_{rec}^0 = 0 \quad (4.28)$$

Puis, les ambiguïtés de phase ayant été préalablement fixées en différence double, on peut utiliser cette information pour contraindre la différence de ces paramètres entre les stations et les satellites :

$$\left(N_A^{ref} - N_A^k\right) - \left(N_B^{ref} - N_B^k\right) = N_{AB}^{k-ref} \quad (4.29)$$

Cette contrainte a peu d'influence sur la réduction des corrélations mathématiques entre les paramètres inconnus, mais elle assure la cohérence des ambiguïtés estimées, car celles-ci doivent nécessairement être des entiers en différence double.

Enfin, à cause de la corrélation spatiale des paramètres atmosphériques, il est possible de mettre des contraintes sur la différence du délai troposphérique zénithal et des délais ionosphériques stochastiques entre les stations :

$$\left[dtrop_A^z - (dtrop_A^z)^0\right] - \left[dtrop_B^z - (dtrop_B^z)^0\right] = 0 \quad (4.30)$$

$$\left[dion_A^k - (dion_A^k)^0\right] - \left[dion_B^k - (dion_B^k)^0\right] = 0 \quad (4.31)$$

où $(dtrop_j^z)^0$ et $(dion_j^k)^0$ sont les valeurs approchées des paramètres troposphériques et ionosphériques.

Ces contraintes ne sont valides que pour des stations situées à proximité et, pour le délai troposphérique, à même altitude. Elles assurent tout de même une certaine uniformité des délais atmosphériques estimés entre les stations, particulièrement en début de session, où les corrélations mathématiques sont plus accentuées. Pour cette raison, on attribue un poids à chaque contrainte variant en fonction de l'écart anticipé entre les paramètres atmosphériques de chaque station. La section 5.4 explique certains éléments justifiant le poids accordé aux contraintes.

Pour ajouter ces contraintes aux paramètres, on doit former un système d'équations propre à celles-ci. Pour faciliter l'intégration de ce dernier au système des stations A et B (équation 4.24), la matrice des dérivées partielles (A_C) devrait contenir autant de colonnes qu'il y a de paramètres au total. Les relations suivantes décrivent la dimension des matrices impliquées :

$$A_C \rightarrow \text{nombre de contraintes} \times \text{nombre total de paramètres inconnus} \quad (4.32)$$

$$P_C \rightarrow \text{nombre de contraintes} \times \text{nombre de contraintes} \quad (4.33)$$

$$w_C \rightarrow \text{nombre de contraintes} \times 1 \quad (4.34)$$

En examinant les équations 4.27 à 4.31, on constate que les éléments de la matrice des dérivées partielles ont uniquement une valeur 1 ou -1 . Ainsi, en plaçant adéquatement ces valeurs dans la matrice A_C (c'est-à-dire dans les colonnes faisant référence aux paramètres concernés), on peut combiner simplement les systèmes en additionnant les matrices normales :

$$[N_{AB} + (A_C^T P_C A_C)] x_{AB} = [U_{AB} + (A_C^T P_C w_C)] \quad (4.35)$$

C - Élimination des paramètres variant temporellement

Afin d'éviter que la taille du système ne devienne trop imposante au point de vue informatique, il est suggéré d'éliminer les paramètres variant temporellement (délais io-

nosphériques et erreurs d'horloge du récepteur). Pour ce faire, la technique d'élimination décrite à la section 2.4.2 peut être utilisée. Il est à noter qu'une réorganisation des éléments de la matrice N et du vecteur U est nécessaire afin de regrouper correctement ces paramètres.

Une fois toutes les époques traitées, les valeurs finales des ambiguïtés sont contenues dans le vecteur x et la matrice des cofacteurs (N^{-1}) doit être conservée afin de calculer leur précision.

4.4.4 Biais de phase des satellites et statistiques

Lors de la combinaison des solutions (section 4.4.3), des paramètres ont été éliminés à chaque époque, à cause de leur variation temporelle. Ces paramètres peuvent être recalculés avec les valeurs finales des paramètres constants en utilisant la relation 2.64. Dans ce cas, la matrice N et le vecteur U doivent être évalués à nouveau avec les données se rapportant à l'époque des paramètres estimés.

Une fois ces valeurs obtenues, les résiduelles de chaque époque peuvent être calculées à l'aide de l'équation 2.54, où la matrice A et le vecteur w sont une fois de plus ceux de l'époque concernée. Pour ce qui est du facteur de variance a posteriori défini antérieurement par l'équation 2.69, il doit inclure dans le nombre d'observations l'ensemble des contraintes ajoutées ($\sum_{j=1}^q m_j^C$) lors de la combinaison des solutions :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^q (V_j^T P_j V_j)_A + \sum_{j=1}^q (V_j^T P_j V_j)_B}{\left[\sum_{j=1}^q (m_j)_A + \sum_{j=1}^k (m_j)_B + \sum_{j=1}^k m_j^C \right] - \sum n_A - \sum n_B} \quad (4.36)$$

Dans l'équation précédente, les indices A et B font toujours référence aux stations impliquées, tandis que q est le nombre d'époques du traitement, m le nombre d'observations et n le nombre de paramètres inconnus. La précision des paramètres estimés peut maintenant être calculée en multipliant le facteur de variance a posteriori par la

matrice des cofacteurs (N^{-1}).

Les ambiguïtés de phase obtenues des étapes de traitement précédentes sont des ambiguïtés non différenciées avec une contrainte sur leur valeur en différence double. Elles contiennent donc des biais se rapportant au récepteur, et devant être éliminés si l'on désire extraire les biais de phase des satellites. Pour ce faire, on choisit un satellite de référence, et on forme une matrice de différenciation, définie par :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Dans la matrice précédente, les deux premières colonnes se rapportent aux ambiguïtés N_1 et N_2 du satellite de référence, tandis que les autres colonnes représentent, toujours par paires, les ambiguïtés des autres satellites.

On peut alors utiliser la matrice de l'équation 4.37 pour calculer, selon la loi de la propagation des erreurs aléatoires, les valeurs d'ambiguïtés en différence simple entre satellites et pour obtenir la matrice de variances-covariances correspondante :

$$x_{\nabla N} = Dx_N \quad (4.38)$$

$$\Sigma_{\nabla N \nabla N} = D\Sigma_{NN}D^T \quad (4.39)$$

où

- x_N est le vecteur contenant les ambiguïtés de phase non différenciées d'une station
- Σ_{NN} est la matrice de variances-covariances des ambiguïtés non différenciées d'une station
- $x_{\nabla N}$ est le vecteur contenant les ambiguïtés de phase d'une station, différenciées entre satellites

- $\Sigma_{\nabla N \nabla N}$ est la matrice de variances-covariances des ambiguïtés d'une station, différenciées entre satellites

Finalement, les biais de phase des satellites, exprimés entre -0.5 et 0.5 cycles, peuvent être calculés à partir de la fonction GPHASE définie par l'équation 3.9.

Il est maintenant essentiel de comprendre ce que contiennent les biais de phase estimés. D'abord, rappelons que, lors des solutions PPP, les biais de code des satellites ont été éliminés des pseudodistances mesurées en appliquant la correction appropriée (section 2.2.12). Puis, les biais de code et de phase du récepteur ont été éliminés à leur tour grâce à la différenciation entre satellites (équation 4.38). Cependant, comme il a été mentionné à la section 4.3, les corrections d'horloges des satellites introduisent aussi des biais de code risquant fortement de se propager dans les ambiguïtés de phase. Les biais ainsi estimés contiennent donc une partie fractionnaire provenant de ces biais de code.

La méthode de calibrage ne permet pas d'éliminer ces biais de code, mais ceux-ci sont plutôt absorbés dans la valeur estimée du biais de phase. Afin de démontrer cette affirmation, considérons d'abord l'équation d'observation de phase corrigée de l'erreur d'horloge du satellite, telle que décrite par l'équation 4.11, mais exprimée en différence simple entre satellites :

$$\nabla \Phi_i - c \nabla \tau = \nabla \rho + \nabla dtrop - \nabla dion_i + \lambda_i (\nabla N_i + \nabla b^{\phi_i}) - \nabla b^{P_{if}} \quad (4.40)$$

Le biais de phase, pouvant être estimé par un réseau de stations à partir de l'équation 4.40, est donc :

$$\nabla \bar{b}^{\phi_i} = \nabla b^{\phi_i} - \frac{1}{\lambda_i} \nabla b^{P_{if}} \quad (4.41)$$

4.5 Résumé

Le tableau 4.1 présente un résumé des biais de phase estimés avec la méthode de [Gabor (1999)] (équations 4.3, 4.7 et 4.8) et à l'aide de la nouvelle méthodologie présentée dans le cadre de ce chapitre (équation 4.41).

TAB. 4.1 – Comparaison des biais de phase estimés

Méthode	Bande	Biais de phase estimé (cy)
Gabor	L_1	$\nabla b^{\phi_1} - \frac{f_1}{f_1-f_2} \frac{\nabla b^{P_{if}}}{\lambda_{if}} + \frac{f_2}{f_1-f_2} \frac{\nabla b^{P_{nl}}}{\lambda_{wl}}$
	L_2	$\nabla b^{\phi_2} - \frac{f_1}{f_1-f_2} \frac{\nabla b^{P_{if}}}{\lambda_{if}} + \frac{f_1}{f_1-f_2} \frac{\nabla b^{P_{nl}}}{\lambda_{wl}}$
	L_{wl}	$\nabla b^{\phi_{wl}} - \frac{1}{\lambda_{wl}} \nabla b^{P_{nl}}$
Méthode proposée	L_1	$\nabla b^{\phi_1} - \frac{1}{\lambda_1} \nabla b^{P_{if}}$
	L_2	$\nabla b^{\phi_2} - \frac{1}{\lambda_2} \nabla b^{P_{if}}$
	L_{wl}	$\nabla b^{\phi_{wl}} - \frac{1}{\lambda_{wl}} \nabla b^{P_{if}}$

Notons que, pour les biais sur L_1 et L_2 issus de la méthode de [Gabor (1999)], le biais de code de la bande sans effet ionosphérique des satellites ($\nabla b^{P_{if}}$) a été introduit à cause des corrections d'horloges des satellites requises par l'équation 4.4.

On constate donc que les deux méthodes procureront des valeurs différentes lors de l'estimation des biais de phase des satellites. Cette situation laisse inévitablement supposer qu'au moins une de ces techniques risque de fournir une correction inadéquate.

Supposons maintenant qu'un récepteur indépendant, utilisant les signaux de la bande L_1 et bénéficiant des corrections d'horloges des satellites, tente de fixer l'ambiguïté de phase en différence simple sur cette fréquence. Cette situation peut être décrite par l'équation d'observation simplifiée 4.40. En appliquant la correction de la méthodologie proposée pour la bande L_1 (voir le tableau 4.1), cela permet d'éliminer le biais de phase du satellite, en plus du biais de code introduit par les corrections d'horloges. En appliquant plutôt les corrections extraites des équations de [Gabor (1999)], une contribution des biais de code demeurera toujours présente et la nature entière de l'ambiguïté ne pourra être retrouvée. L'objectif visant à proposer un algorithme cohérent au point de vue des biais de code est donc atteint.

Chapitre 5

Calibrage des biais de phase des satellites (résultats)

5.1 Description des sessions d'observations

Des tests ont été réalisés dans le but de vérifier la capacité de l'algorithme proposé au chapitre 4 à estimer adéquatement les biais de phase des satellites. Bien que les tests soient loin d'être exhaustifs, ils visent d'abord à investiguer la répétabilité spatiale et temporelle de ces biais, ainsi qu'à quantifier l'impact des erreurs non modélisées sur le processus d'estimation.

Pour ce faire, deux vecteurs d'une distance d'approximativement 20 kilomètres ont été formés à partir de quatre sites appartenant au réseau de l'IGS. Le tableau 5.1 identifie ces marqueurs et donne leurs coordonnées géodésiques dans le système ITRF2005, tandis que le tableau 5.2 décrit les vecteurs formés. De plus, la figure 5.1 donne un aperçu de l'emplacement de chaque vecteur.

Les coordonnées des stations ont d'abord été obtenues sur le site web de l'ITRF¹ (*International Terrestrial Reference Frame*) dans le système ITRF2000 à l'époque des observations, à l'exception de la station CAGS dont la solution n'était pas disponible.

¹<http://itrf.ensg.ign.fr/>

TAB. 5.1 – Description des stations du réseau à l'étude

Station	Latitude	Longitude	Altitude (m)
NRC1	N 45°27'14.98509	W 75°37'25.78244	82.508
CAGS	N 45°35'06.07475	W 75°48'26.38197	234.972
GODE	N 39°01'18.21928	W 76°49'36.58976	14.506
USNO	N 38°55'08.26589	W 77°03'58.41144	48.870

TAB. 5.2 – Vecteurs formés à partir des stations du réseau

Vecteur	NRC1-CAGS	GODE-USNO
Distance (km)	20.423	23.677



FIG. 5.1 – Emplacement des vecteurs utilisés pour le calibrage des biais de phase des satellites [Google (2007)]

Puis, afin d'être compatibles aux solutions par PPP, ces coordonnées ont été transformées dans le système ITRF2005 à l'aide des paramètres spécifiés, une fois de plus,

sur le site web de l'ITRF. Le tableau 5.3 affiche les valeurs des sept paramètres (translations, facteur échelle et rotations) pour passer du système ITRF2000 au système ITRF2005.

TAB. 5.3 – Paramètres de transformation du système ITRF2000 à ITRF2005 [ITRF (2007)]

T1	T2	T3	D	R1	R2	R3
mm	mm	mm	10^{-9}	$0.001''/s$	$0.001''/s$	$0.001''/s$
-0.1	0.8	5.8	-0.40	0.000	0.000	0.000
± 0.3	± 0.3	± 0.3	± 0.05	± 0.012	± 0.012	± 0.012

Notons que la transformation proprement dite a été effectuée avec le logiciel *Bernese GPS Software* [Hugentobler *et al.* (2007)]. Pour ce qui est des coordonnées de la station CAGS, elles ont été obtenues par le traitement de données GPS en mode différentiel.

Dans le but d'obtenir une précision optimale, les types d'antennes et de récepteurs utilisés doivent être connus afin de corriger le décalage du centre de phase et pour appliquer adéquatement les corrections pour les biais de code des satellites. À cet effet, le tableau 5.4 fournit cette information pour les sites observés.

TAB. 5.4 – Types d'antennes et de récepteurs utilisés

Station	Antenne	Récepteur
NRC1	AOAD/M.T	AOA SNR-12 ACT
CAGS	ASH700936A_M	ASHTECH Z-XII3
GODE	AOAD/M.T	ASHTECH UZ-12
USNO	AOAD/M.T	ASHTECH Z-XII3T

Le décalage entre le centre de phase et le centre géométrique de chaque antenne a été extrait du fichier PHAS_IGS.REL fournit sur le serveur de l'Université de Berne². Cependant, dans le cadre de cette recherche, la variation du centre de phase en fonction de l'angle d'élévation et de l'azimut n'a pas été prise en considération. En ce qui concerne les récepteurs, l'information provient du fichier *RECEIVER* de la même source. Tous les récepteurs utilisés permettaient d'effectuer directement les mesures P_1 et P_2 (en

²<http://www.aiub.unibe.ch/download/BSWUSER50/GEN/>

opposition aux récepteurs de type *cross-correlation* fournissant les mesures C/A et P_2' où $P_2' = P_2 + DCB_{C/A-P_1}$)

TAB. 5.5 – Description des sessions d’observations

Date	8, 9 et 10 janvier 2007
Heure de début (UTC)	00 : 00 : 00
Heure de fin (UTC)	10 : 00 : 00
Taux d’échantillonnage	30 sec
Masque d’élévation	15°

Les sessions d’observations réalisées sont décrites au tableau 5.5. Les satellites GPS n’étant visibles que pour une période généralement inférieure à 6 heures, la durée des sessions a été choisie de manière à couvrir le temps de passage d’un certain nombre de satellites. Le tableau 5.6 affiche le temps d’observation moyen de chaque satellite. Bien que cela permette de répondre aux besoins de la présente recherche, il est suggéré que, dans l’avenir, les satellites soient observés de manière continue par un réseau de stations plus étendu.

Un masque d’élévation de 15° a été choisi pour éviter que les observations ne soient davantage affectées par les délais atmosphériques et les multitrajets. Cela a aussi pour effet de diminuer la qualité géométrique du positionnement et de nuire à la décorrélation du paramètre troposphérique avec la composante verticale des coordonnées. Toutefois, le fait de fixer les coordonnées réduit cet impact et les résultats obtenus avec un masque de 15° se sont montrés plus consistants qu’avec un masque de 10°.

Finalement, mentionnons que des données sur la température, la pression et l’humidité relative, provenant des stations météorologiques de NRC1 et USNO, ont été utilisées pour obtenir une approximation plus réaliste du délai troposphérique. Tout comme les orbites et les corrections d’horloges précises des satellites, ces données sont disponibles via le site web de l’IGS³.

³<http://igscb.jpl.nasa.gov/>

TAB. 5.6 – Temps d’observation moyen des satellites

PRN	Temps (UTC)		Durée
	De	À	
1	04 :21 :30	10 :00 :00	05 :38 :30
6	07 :08 :30	09 :29 :00	02 :20 :30
7	07 :09 :00	09 :55 :30	02 :56 :30
9	00 :45 :00	05 :04 :00	04 :19 :00
10	00 :00 :00	01 :10 :00	01 :10 :00
13	09 :04 :00	10 :00 :00	00 :56 :00
14	02 :23 :00	08 :29 :00	06 :06 :00
16	06 :56 :30	10 :00 :00	03 :03 :30
18	00 :00 :00	05 :36 :30	05 :36 :30
20	06 :23 :00	08 :35 :00	02 :12 :00
21	00 :00 :00	03 :51 :00	03 :51 :00
22	01 :16 :00	06 :50 :30	05 :33 :30
23	07 :47 :00	10 :00 :00	02 :13 :00
25	04 :48 :00	10 :00 :00	05 :12 :00
29	00 :00 :00	02 :36 :00	02 :36 :00
30	04 :09 :30	08 :07 :00	03 :57 :30
31	04 :28 :00	10 :00 :00	05 :32 :00

5.2 Solution globale

Comme le décrivait l’algorithme du chapitre 4, la première étape du calibrage consiste à fixer les ambiguïtés de phase en différence double entre les stations du réseau. Ainsi, pour chaque journée, les ambiguïtés de chaque vecteur (NRC1-CAGS et GODE-USNO) ont été déterminées à l’aide du logiciel *GeoGenius* de *Trimble TerraSat*⁴.

⁴<http://www.trimble.com>

5.3 Solutions PPP par station

Les résultats du calibrage reposent avant tout sur la performance des solutions selon l'approche PPP. En effet, la modélisation des différentes sources d'erreurs affectant le positionnement s'effectue à cette étape, alors que la combinaison des solutions ne sert qu'à contraindre les valeurs des paramètres estimés.

Un logiciel de traitement de données GNSS selon l'approche du positionnement ponctuel de précision (*PPPSoft*) a été développé par l'auteur dans le cadre de cette recherche. Ce logiciel utilise le modèle fonctionnel décrit au chapitre 2 et il incorpore l'ensemble des corrections qui y sont présentées. De plus, il répond aux besoins de la méthode de calibrage des biais de phase des satellites en permettant l'estimation de tous les paramètres requis (coordonnées, erreurs d'horloge du récepteur, délai troposphérique zénithal humide, délais ionosphériques stochastiques et ambiguïtés de phase).

Pour valider la performance du logiciel, les coordonnées des stations à l'étude ont d'abord été estimées en utilisant la méthodologie décrite à la section 4.4.2. Ainsi, contrairement à l'approche conventionnelle du PPP utilisant la bande sans effet ionosphérique, l'ionosphère a été corrigée par l'estimation de délais ionosphériques contraints aux valeurs fournies par les GIM. Pour ce qui est du délai troposphérique zénithal humide, un paramètre constant a été estimé pour l'ensemble de la session. Le tableau 5.7 donne un aperçu des écarts de coordonnées obtenues par PPP pour chaque station et ce, pour l'ensemble des trois journées. De plus, la figure 5.2 démontre la variation de l'écart entre les coordonnées estimées et celles fournies par l'ITRF pour la station USNO, le 8 janvier 2007.

On remarque que, même sans l'utilisation de la combinaison sans effet ionosphérique, la convergence est assez rapide (atteinte d'une précision décimétrique en moins de 30 minutes) et les écarts finaux sont acceptables en fonction de la méthodologie utilisée. Les précisions associées aux coordonnées sont trop optimistes ($\sigma \approx 1$ mm), car elles ne prennent pas en considération la corrélation temporelle des observations. Le but de cette section étant seulement de vérifier que les solutions obtenues ne sont pas biaisées, les écart-types ne seront pas fournis.

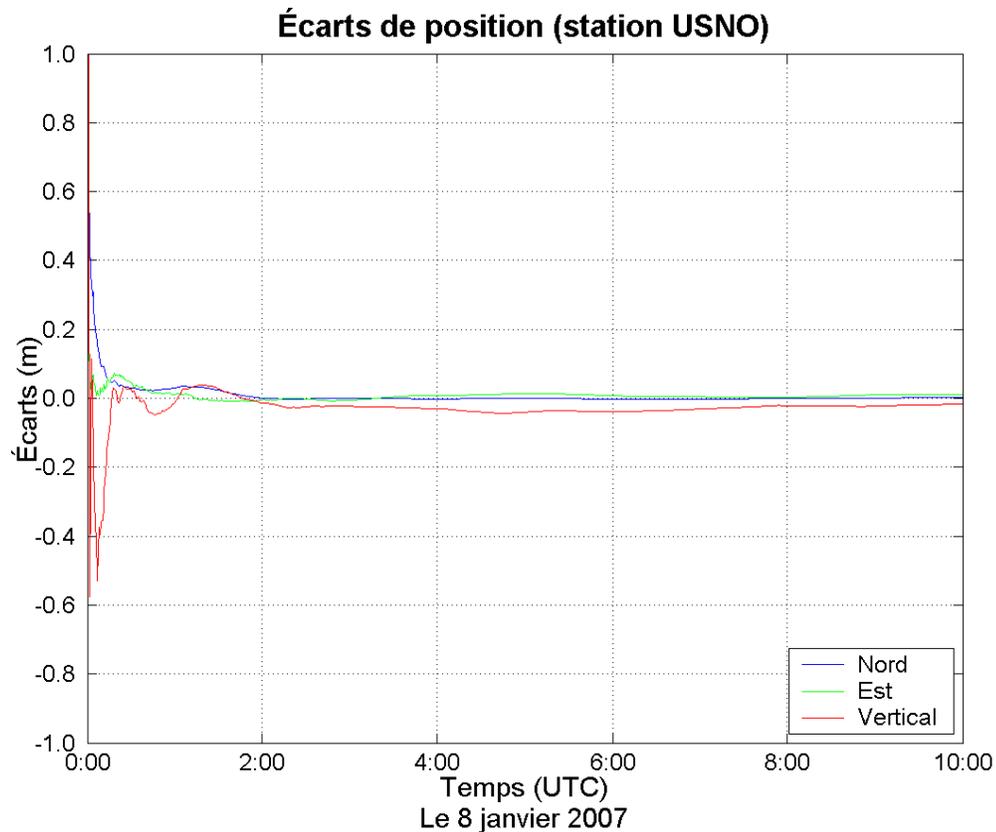


FIG. 5.2 – Écart entre les coordonnées estimées et les coordonnées de l'ITRF (station USNO, le 8 janvier 2007)

Les écarts plus marqués pour la station CAGS pourraient provenir, en partie, d'erreurs dans les coordonnées approchées, car celles-ci ont été déterminées à l'aide d'un simple logiciel commercial. De façon générale, on remarque tout de même un biais systématique en ce qui a trait à la composante verticale, ce qui pourrait être dû aux erreurs résiduelles pour la troposphère et l'ionosphère. On peut tout de même conclure que les solutions PPP permettent de modéliser à un niveau acceptable les erreurs affectant la qualité du positionnement.

Afin de poursuivre le processus de calibrage, les composantes du système d'équations normales (matrices N et vecteurs U) de la solution PPP ont été extraites à chaque époque pour chacune des stations.

TAB. 5.7 – Écarts de coordonnées obtenus par PPP

Station	Jour de l'année	dN (m)	dE (m)	dV (m)
NRC1	008	0.008	0.017	-0.037
	009	0.002	0.009	-0.023
	010	-0.003	0.010	-0.045
CAGS	008	0.002	0.009	-0.040
	009	-0.007	0.004	-0.044
	010	-0.008	0.006	-0.057
GODE	008	0.004	0.009	-0.014
	009	-0.001	0.001	-0.017
	010	-0.004	0.006	-0.020
USNO	008	0.002	0.010	-0.017
	009	-0.001	0.011	-0.017
	010	-0.004	0.011	-0.022

5.4 Combinaison des solutions

Comme il a été mentionné à la section 4.4.3, le fait d'appliquer des contraintes sur les paramètres permet, entre autres, de réduire les corrélations mathématiques présentes dans le modèle fonctionnel. Dans le cadre de cette recherche, les valeurs contenues dans le tableau 5.8 ont été utilisées afin d'indiquer l'incertitude associée aux équations 4.27 à 4.31.

TAB. 5.8 – Contraintes appliquées aux paramètres

Paramètres	Contraintes
Coordonnées	2 mm
Ambiguïtés de phase en différence double	0.0001 cy
Délai troposphère zénithal différentiel	50 mm
Délai ionosphérique zénithal différentiel	50 mm

Les contraintes appliquées aux coordonnées peuvent paraître strictes, mais elles perdent légèrement de poids au fur et à mesure que les observations de phase sont

cumulées. Après 10 heures d'observations, les corrections apportées aux coordonnées étaient de l'ordre du centimètre, ce qui coïncide un peu mieux avec la précision réelle des coordonnées approchées. Une contrainte moins importante a été appliquée aux coordonnées de la station CAGS (5 mm), car celles-ci ont été déterminées à partir d'un logiciel commercial de traitement de données GPS.

Concernant les ambiguïtés de phase, la contrainte imposée devait faire en sorte que les ambiguïtés en différence double demeuraient à la valeur entière qui leur était assignée. Un poids supérieur n'a cependant pas été donné pour éviter de créer des instabilités numériques dans le système d'équations.

À cause de la distance et de la dénivelée entre les stations formant les vecteurs, une contrainte de cinq centimètres a été appliquée à la différence des délais troposphériques entre les stations. Pour ce qui est de l'ionosphère, la différence d'altitude n'a pas de répercussions sur le délai engendré sur les signaux, mais on ne voulait pas imposer de contraintes trop strictes à ce niveau.

La cumulation temporelle du système d'équations normales permettra aussi de réduire les corrélations présentes. De plus, on pourrait observer une diminution plus marquée du temps de convergence des paramètres en appliquant davantage de contraintes. Il serait donc suggéré d'appliquer une contrainte sur chaque paramètre estimé directement dans l'étape du PPP, car seuls les paramètres ionosphériques ont été contraints ainsi.

Il est à noter que seules les contraintes absolues (impliquant qu'un paramètre) permettent réellement de réduire les corrélations mathématiques du modèle fonctionnel. Pour leur part, les contraintes sur les différences entre les paramètres inconnus ont tendance à créer des corrélations supplémentaires, surtout au début du processus d'estimation, mais elles apportent tout de même de la cohérence dans le modèle.

5.5 Biais de phase et statistiques

Une fois les systèmes d'équations normales combinées et les contraintes appliquées, les biais de phase peuvent être calculés de la manière décrite à la section 4.4.4. Les sous-sections suivantes présentent les valeurs des biais ainsi estimés pour chaque satellite et ce, avec les deux vecteurs indépendants du réseau.

5.5.1 Biais de phase sur L_1

Le tableau 5.9 montre les biais de phase estimés pour la bande L_1 , en différence simple entre satellites, par rapport au satellite de référence (PRN 14). Ce satellite a été choisi, car il a été observé pendant une période de temps supérieure à tous les autres satellites (voir le tableau 5.6). Les précisions associées aux biais sont optimistes, mais elles permettent d'apprécier la précision relative entre ceux-ci. La corrélation entre la précision associée au biais de phase et la durée d'observation du satellite (voir le tableau 5.6) peut être observée, bien que le nombre de chiffres significatifs tend à masquer quelque peu cette caractéristique. En complément, la figure 5.3 démontre de manière plus visuelle la répartition des biais. Sur cette dernière, les couleurs sont utilisées afin de distinguer les vecteurs, alors que les symboles permettent de différencier les journées. Notons que, dans la légende, les vecteurs sont identifiés seulement par le nom d'une station.

En général, on ne constate pratiquement aucune corrélation spatiale, c'est-à-dire entre les biais issus de chaque vecteur. Les rares cas où une similitude est apparente pourraient simplement relever du hasard, ce qui laisse supposer qu'il existe des erreurs non modélisées se répercutant différemment d'un site à l'autre. Pour ce qui est de la variation temporelle, quelques satellites (particulièrement les PRN 1, 21 et 22) affichent une répétabilité surprenante pour le vecteur NRC1-CAGS. Ces satellites font partis de ceux ayant été observés le plus longtemps, mais cette conclusion ne peut être généralisée, car certains satellites visibles pendant plus de cinq heures ne présentent pas des valeurs aussi uniformes. On peut toutefois conclure qu'un satellite doit être au moins observé durant une certaine période (quelques heures) afin de favoriser la stabilisation de sa

valeur d'ambiguïté. Les résultats obtenus confirment une fois de plus la difficulté à estimer ces biais pour la bande L_1 (voir la section 4.2).

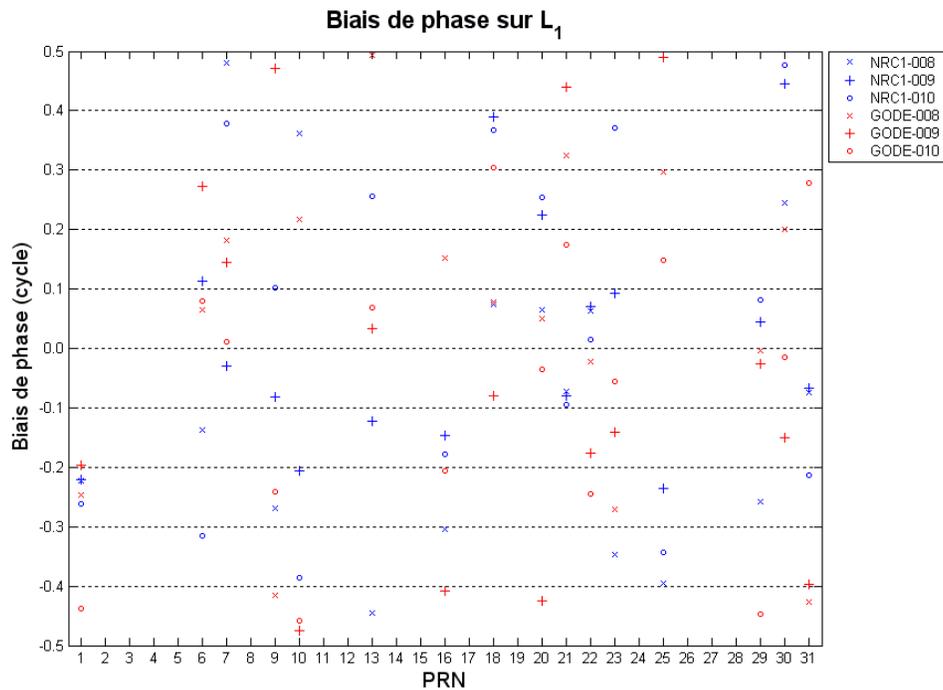


FIG. 5.3 – Biais de phase sur L_1 en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)

TAB. 5.9 – Biais de phase sur L_1 (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14)

PRN	NRC1-CAGS			GODE-USNO		
	008	009	010	008	009	010
1	-0.22 ± 0.01	-0.22 ± 0.01	-0.26 ± 0.01	-0.25 ± 0.02	-0.20 ± 0.02	-0.44 ± 0.02
6	-0.14 ± 0.03	0.11 ± 0.03	-0.32 ± 0.03	0.06 ± 0.04	0.27 ± 0.04	0.08 ± 0.04
7	0.48 ± 0.02	-0.03 ± 0.03	0.38 ± 0.03	0.18 ± 0.03	0.14 ± 0.04	0.01 ± 0.04
9	-0.27 ± 0.02	-0.08 ± 0.02	0.10 ± 0.02	-0.42 ± 0.02	0.47 ± 0.02	-0.24 ± 0.02
10	0.36 ± 0.03	-0.21 ± 0.04	-0.39 ± 0.05	0.22 ± 0.05	-0.47 ± 0.05	-0.46 ± 0.07
13	-0.45 ± 0.03	-0.12 ± 0.04	0.26 ± 0.04	0.49 ± 0.04	0.03 ± 0.04	0.07 ± 0.04
16	-0.30 ± 0.01	-0.15 ± 0.02	-0.18 ± 0.02	0.15 ± 0.02	-0.41 ± 0.02	-0.21 ± 0.02
18	0.07 ± 0.01	0.39 ± 0.02	0.37 ± 0.02	0.08 ± 0.02	-0.08 ± 0.02	0.30 ± 0.02
20	0.06 ± 0.02	0.22 ± 0.02	0.25 ± 0.02	0.05 ± 0.02	-0.43 ± 0.02	-0.04 ± 0.03
21	-0.07 ± 0.01	-0.08 ± 0.02	-0.09 ± 0.02	0.33 ± 0.02	0.44 ± 0.02	0.17 ± 0.02
22	0.06 ± 0.01	0.07 ± 0.01	0.01 ± 0.02	-0.02 ± 0.02	-0.18 ± 0.02	-0.25 ± 0.02
23	-0.35 ± 0.02	0.09 ± 0.02	0.37 ± 0.02	-0.27 ± 0.02	-0.14 ± 0.02	-0.06 ± 0.02
25	-0.39 ± 0.01	-0.24 ± 0.01	-0.34 ± 0.01	0.30 ± 0.02	0.49 ± 0.02	0.15 ± 0.02
29	-0.26 ± 0.02	0.04 ± 0.02	0.08 ± 0.03	0.00 ± 0.02	-0.03 ± 0.03	-0.45 ± 0.03
30	0.25 ± 0.02	0.44 ± 0.02	0.48 ± 0.02	0.20 ± 0.02	-0.15 ± 0.02	-0.01 ± 0.02
31	-0.08 ± 0.01	-0.07 ± 0.01	-0.21 ± 0.01	-0.43 ± 0.02	-0.40 ± 0.02	0.28 ± 0.02

5.5.2 Biais de phase sur L_2

Les biais de phase sur L_2 présentent des caractéristiques semblables à ceux sur L_1 , comme le présentent le tableau 5.10 et la figure 5.4. Il est normal de retrouver un comportement similaire en ce qui a trait à la variation des biais de phase à cause de la corrélation existant entre les valeurs d'ambiguïtés des deux fréquences.

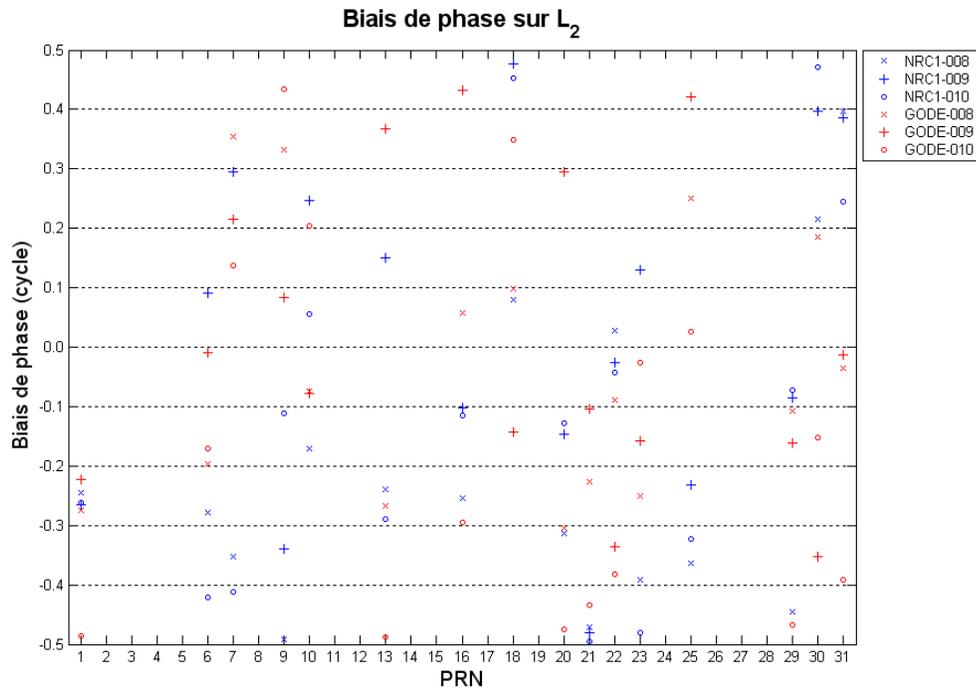


FIG. 5.4 – Biais de phase sur L_2 en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)

TAB. 5.10 – Biais de phase sur L_2 (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14)

PRN	NRC1-CAGS			GODE-USNO		
	008	009	010	008	009	010
1	-0.25 ± 0.02	-0.27 ± 0.02	-0.26 ± 0.02	-0.27 ± 0.02	-0.22 ± 0.02	-0.49 ± 0.02
6	-0.28 ± 0.03	0.09 ± 0.04	-0.42 ± 0.04	-0.20 ± 0.05	-0.01 ± 0.06	-0.17 ± 0.05
7	-0.35 ± 0.03	0.30 ± 0.03	-0.41 ± 0.03	0.35 ± 0.04	0.22 ± 0.05	0.14 ± 0.05
9	-0.49 ± 0.02	-0.34 ± 0.02	-0.11 ± 0.03	0.33 ± 0.03	0.08 ± 0.03	0.43 ± 0.03
10	-0.17 ± 0.04	0.25 ± 0.05	0.06 ± 0.07	-0.07 ± 0.06	-0.08 ± 0.07	0.20 ± 0.09
13	-0.24 ± 0.04	0.15 ± 0.05	-0.29 ± 0.05	-0.27 ± 0.06	0.37 ± 0.06	-0.49 ± 0.05
16	-0.25 ± 0.02	-0.10 ± 0.02	-0.12 ± 0.02	0.06 ± 0.02	0.43 ± 0.03	-0.30 ± 0.03
18	0.08 ± 0.02	0.48 ± 0.02	0.45 ± 0.02	0.10 ± 0.02	-0.14 ± 0.02	0.35 ± 0.03
20	-0.31 ± 0.02	-0.15 ± 0.03	-0.13 ± 0.03	-0.30 ± 0.03	0.30 ± 0.03	-0.47 ± 0.03
21	-0.47 ± 0.02	-0.48 ± 0.02	-0.50 ± 0.02	-0.23 ± 0.02	-0.10 ± 0.03	-0.43 ± 0.03
22	0.03 ± 0.02	-0.03 ± 0.02	-0.04 ± 0.02	-0.09 ± 0.02	-0.34 ± 0.02	-0.38 ± 0.02
23	-0.39 ± 0.02	0.13 ± 0.03	-0.48 ± 0.03	-0.25 ± 0.03	-0.16 ± 0.03	-0.03 ± 0.03
25	-0.36 ± 0.02	-0.23 ± 0.02	-0.32 ± 0.02	0.25 ± 0.02	0.42 ± 0.02	0.03 ± 0.02
29	-0.44 ± 0.02	-0.09 ± 0.03	-0.07 ± 0.03	-0.11 ± 0.03	-0.16 ± 0.03	-0.47 ± 0.04
30	0.22 ± 0.02	0.40 ± 0.02	0.47 ± 0.02	0.18 ± 0.03	-0.35 ± 0.03	-0.15 ± 0.03
31	0.40 ± 0.02	0.39 ± 0.02	0.25 ± 0.02	-0.04 ± 0.02	-0.01 ± 0.02	-0.39 ± 0.02

5.5.3 Biais de phase sur la bande large

À partir des ambiguïtés de phase obtenues sur L_1 et L_2 , il est possible de calculer l'ambiguïté de la bande large de la façon suivante :

$$N_{wl} = N_1 - N_2 \quad (5.1)$$

Grâce à la corrélation entre les deux fréquences et à la plus grande longueur d'onde de la bande large (≈ 86 cm), on obtient une meilleure compatibilité entre les biais obtenus des deux vecteurs et d'une journée à l'autre (voir le tableau 5.11 et la figure 5.5). Bien que les écarts surpassent la précision associée aux biais, les valeurs sont moins disparates que celles présentées sur L_1 et L_2 individuellement. Étant donné que la longueur d'onde est supérieure à celles des bandes L_1 et L_2 , l'impact des erreurs non modélisées est moins marquée sur la valeur des biais estimés. De plus, la bande large n'est pas affectée par l'effet de l'enroulement de phase. Ainsi, s'il existe réellement une contribution de cette source d'erreur aux biais de phase, elle pourrait entacher les valeurs présentes aux figures 5.3 et 5.4. L'impact de l'enroulement de phase devrait donc être clarifiée avant d'entreprendre d'éventuelles tentatives de calibrage.

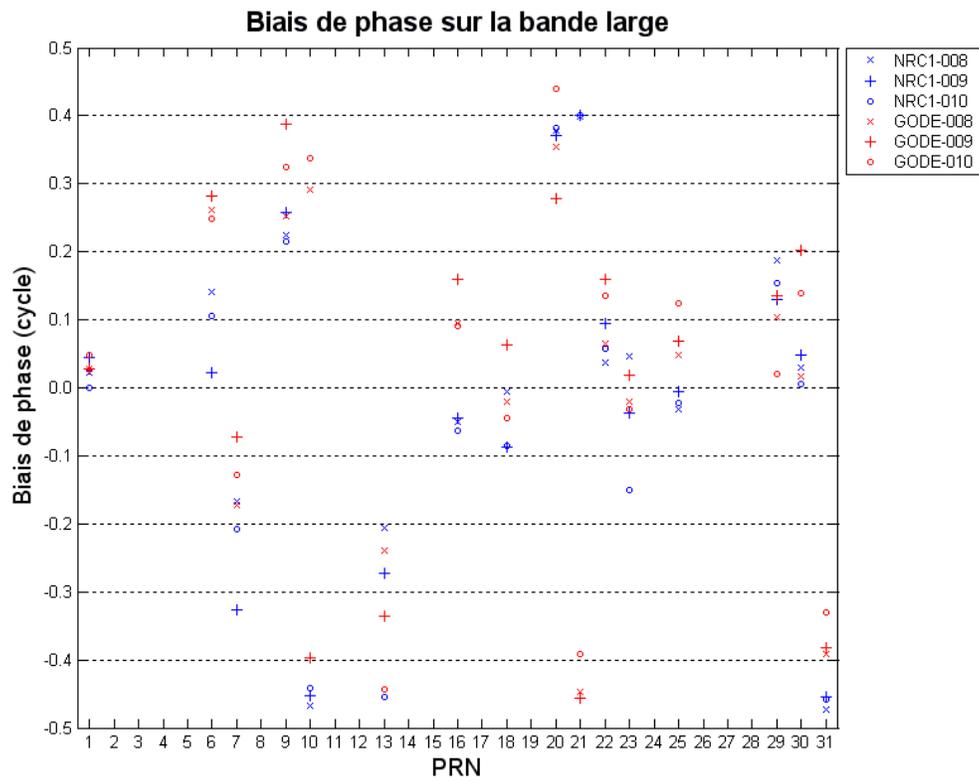


FIG. 5.5 – Biais de phase sur la bande large en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)

TAB. 5.11 – Biais de phase sur la bande large (en cycles) en différence simple (réf : PRN 14)

PRN	NRC1-CAGS			GODE-USNO		
	008	009	010	008	009	010
1	0.02 ±0.01	0.04 ±0.01	0.00 ±0.01	0.03 ±0.01	0.03 ±0.01	0.05 ±0.01
6	0.14 ±0.01	0.02 ±0.01	0.11 ±0.01	0.26 ±0.01	0.28 ±0.01	0.25 ±0.01
7	-0.17 ±0.01	-0.33 ±0.01	-0.21 ±0.01	-0.17 ±0.01	-0.07 ±0.01	-0.13 ±0.01
9	0.22 ±0.01	0.26 ±0.01	0.21 ±0.01	0.25 ±0.01	0.39 ±0.01	0.32 ±0.01
10	-0.47 ±0.01	-0.45 ±0.01	-0.44 ±0.02	0.29 ±0.01	-0.40 ±0.02	0.34 ±0.02
13	-0.21 ±0.01	-0.27 ±0.01	-0.45 ±0.01	-0.24 ±0.01	-0.34 ±0.01	-0.44 ±0.01
16	-0.05 ±0.01	-0.04 ±0.01	-0.06 ±0.01	0.10 ±0.01	0.16 ±0.01	0.09 ±0.01
18	-0.01 ±0.01	-0.09 ±0.01	-0.08 ±0.01	-0.02 ±0.01	0.06 ±0.01	-0.04 ±0.01
20	0.38 ±0.01	0.37 ±0.01	0.38 ±0.01	0.35 ±0.01	0.28 ±0.01	0.44 ±0.01
21	0.40 ±0.01	0.40 ±0.01	0.40 ±0.01	-0.45 ±0.01	-0.46 ±0.01	-0.39 ±0.01
22	0.04 ±0.01	0.10 ±0.01	0.06 ±0.01	0.07 ±0.01	0.16 ±0.01	0.14 ±0.01
23	0.05 ±0.01	-0.04 ±0.01	-0.15 ±0.01	-0.02 ±0.01	0.02 ±0.01	-0.03 ±0.01
25	-0.03 ±0.01	0.00 ±0.01	-0.02 ±0.01	0.05 ±0.01	0.07 ±0.01	0.12 ±0.01
29	0.19 ±0.01	0.13 ±0.01	0.15 ±0.01	0.10 ±0.01	0.13 ±0.01	0.02 ±0.01
30	0.03 ±0.01	0.05 ±0.01	0.01 ±0.01	0.02 ±0.01	0.20 ±0.01	0.14 ±0.01
31	-0.47 ±0.01	-0.45 ±0.01	-0.46 ±0.01	-0.39 ±0.01	-0.38 ±0.01	-0.33 ±0.01

5.5.4 Comparaison avec Melbourne-Wübbena

Afin de vérifier les distinctions entre la méthodologie proposée dans le cadre de cette recherche et l'approche utilisant la combinaison de Melbourne-Wübbena, les biais de phase ont été aussi calculés à l'aide de cette dernière approche.

Ainsi, à chaque époque, l'ambiguïté de phase de la bande large a été calculée de manière indépendante pour chaque satellite avec l'équation 4.3. Puis, la moyenne des ambiguïtés de phase de toutes les époques pour un même satellite a été effectuée afin de réduire le bruit engendré par la combinaison de ces signaux. De cette façon, les biais peuvent être déterminés individuellement pour chaque satellite et ce, à chacune des stations. Les résultats sont donc représentés par la figure 5.6.

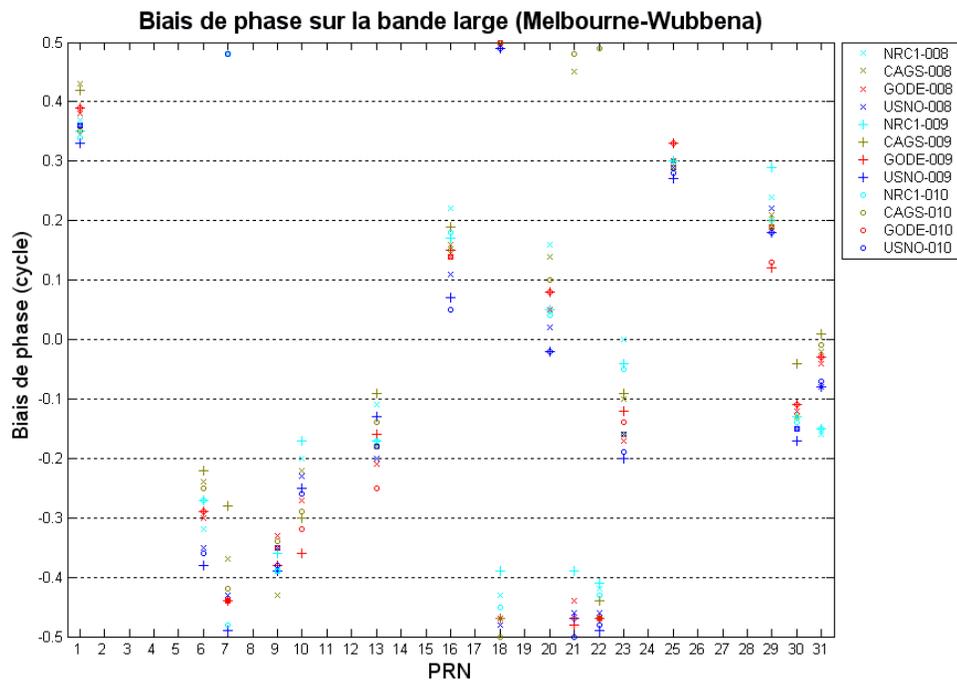


FIG. 5.6 – Biais de phase de la bande large issus de Melbourne-Wübbena en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)

On constate une plus grande homogénéité dans les biais calculés entre les sessions et les stations comparativement à la figure 5.5, mais on remarque toujours qu'une certaine quantité de bruit est présente. La précision associée aux biais calculés à l'aide de cette combinaison peut être exprimée de manière simplifiée par les équations 5.2 et 5.3, en

négligeant la pondération des observations en fonction de l'angle d'élévation du satellite, ainsi que la corrélation physique et temporelle des observations.

$$\sigma_{N_{mw}}^2(i) = \frac{1}{\lambda_{wl}^2} \left[\left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} \right)^2 \sigma_{\Phi_1}^2 + \left(\frac{f_2}{f_1 - f_2} \right)^2 \sigma_{\Phi_2}^2 + \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} \right)^2 \sigma_{P_1}^2 + \left(\frac{f_2}{f_1 + f_2} \right)^2 \sigma_{P_2}^2 \right] \quad (5.2)$$

$$\sigma_{N_{mw}}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{N_{mw}}^2(i) \quad (5.3)$$

où $\sigma_{N_{mw}}^2(i)$ est la variance associée à l'ambiguïté calculée à partir des observations d'une seule époque et $\sigma_{N_{mw}}^2$ est la variance de l'ambiguïté obtenue de la moyenne des biais des k époques.

En utilisant $\sigma_{\Phi_i} = 0.005$ m et $\sigma_{P_i} = 0.5$ m, cela procure un écart-type d'approximativement 0.41 cycles pour une époque et cette valeur décroîtra progressivement en fonction du temps d'observation du satellite.

Bref, le fait d'éliminer complètement le terme géométrique, les erreurs d'horloges et les biais atmosphériques réduit la dispersion des biais calculés. On est donc en mesure de croire que les biais estimés avec la méthodologie présentée dans le cadre de cette recherche sont toujours empreints d'erreurs. Néanmoins, en utilisant un réseau comprenant un plus grand nombre de stations réparties globalement, cela permettrait de réduire l'impact des erreurs aléatoires.

Notons tout de même qu'il existe une différence entre les valeurs des biais de la bande large estimés à l'aide de la méthodologie proposée dans cette recherche et celles calculées avec la combinaison de Melbourne-Wübbena. Comme il en a été mentionné à la section 4.5, cette différence s'explique par la nature des biais de code des satellites présents dans chacune des méthodes. Rappelons que la combinaison de Melbourne-Wübbena contient les biais de code de la bande étroite, tandis que la méthodologie proposée contient les biais de la bande sans effet ionosphérique.

Afin de valider cette affirmation, les valeurs d'ambiguïtés de la bande large issues

de la combinaison de Melbourne-Wübbena ont été comparées à celles obtenues avec la méthode de calibrage présentée dans ce mémoire (appelée ici *PPPSoft*). Mathématiquement, cela est représenté par (se référer au tableau 4.1) :

$$\begin{aligned}\Delta(\nabla N_{wl}) &= (\nabla N_{wl})_{mw} - (\nabla N_{wl})_{PPPSoft} \\ &= \left(\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}} - \frac{1}{\lambda_{wl}} \nabla b^{P_{nl}} \right) - \left(\nabla N_{wl} + \nabla b^{\phi_{wl}} - \frac{1}{\lambda_{wl}} \nabla b^{P_{if}} \right) \quad (5.4) \\ &= \frac{1}{\lambda_{wl}} (\nabla b^{P_{if}} - \nabla b^{P_{nl}})\end{aligned}$$

La figure 5.7 présente donc l'écart décrit par l'équation 5.4 et ce, à chaque station et pour chaque journée. Rappelons que les biais de phase de la figure 5.5 ont été représentés pour chaque vecteur plutôt que pour chaque station car, à cause de la contrainte sur les valeurs d'ambiguïtés en différence double, les biais de phase aux deux stations étaient identiques. Pour les besoins de la cause, la valeur du biais de phase de chaque station a donc été utilisée ici.

Ainsi, on constate que la différence de biais présentée à la figure 5.7 est dépendante du satellite, en plus d'être relativement constante temporellement (pour l'ensemble des trois journées). Les variations observées pour un même satellite sont sûrement causées par les erreurs résiduelles, le bruit et la variation temporelle des biais de code. Il est intéressant de constater que les valeurs d'ambiguïtés affichent des différences pouvant atteindre jusqu'à cinq cycles.

L'équation 5.4 peut aussi être exprimée en fonction des biais de code b^{P_1} et b^{P_2} (voir l'annexe B) :

$$\begin{aligned}\Delta(\nabla N_{wl}) &= \frac{1}{\lambda_{wl}} (\nabla b^{P_{if}} - \nabla b^{P_{nl}}) \\ &= -\frac{1}{\lambda_{wl}} \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \nabla DCB_{P_2 - P_1}\end{aligned} \quad (5.5)$$

On remarque donc que la différence des ambiguïtés provenant des deux méthodes devrait correspondre au biais différentiel entre b^{P_1} et b^{P_2} , à un facteur multiplicatif près

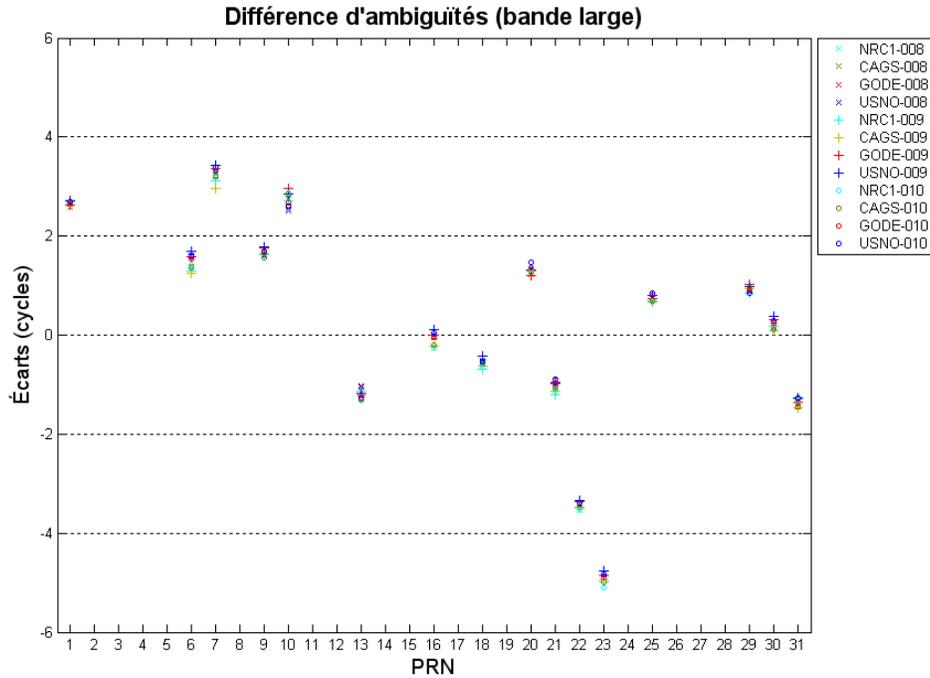


FIG. 5.7 – Écarts entre les ambiguïtés de phase de la bande large en différence simple entre satellites (réf : PRN 14) issues du calibrage et de Melbourne-Wübbena

(≈ -2.301). Afin de vérifier cela, la figure 5.8 présente la valeur de $\Delta(\nabla N_{wl})$ pour chaque satellite observé, calculée à partir des valeurs des biais différentiels de code des satellites exprimés en différence simple entre satellites (réf : PRN 14). Les DCB proviennent du fichier IONEX du 8 janvier 2007 obtenu sur le site Internet de l'IGS⁵.

La similarité entre les figures 5.7 et 5.8 est évidente. La distribution des biais est pratiquement identique, ce qui permet de croire que les biais de code contaminant les biais de phase estimés par chacune des méthodes ont été correctement identifiés.

Les résultats présentés ci-dessus appuient donc les conclusions effectuées à la section 4.5. Il avait d'abord été fait mention que les deux méthodes de calibrage devaient théoriquement fournir des résultats différents. Ceci a été confirmé par la différence entre les ambiguïtés de la bande large estimées à l'aide des deux méthodes. La dépendance des écarts par rapport au satellite, la répétabilité temporelle de ceux-ci, ainsi que la compatibilité entre la figure 5.8 et l'équation 5.5 confirment bel et bien que les biais de

⁵<http://igscb.jpl.nasa.gov/>

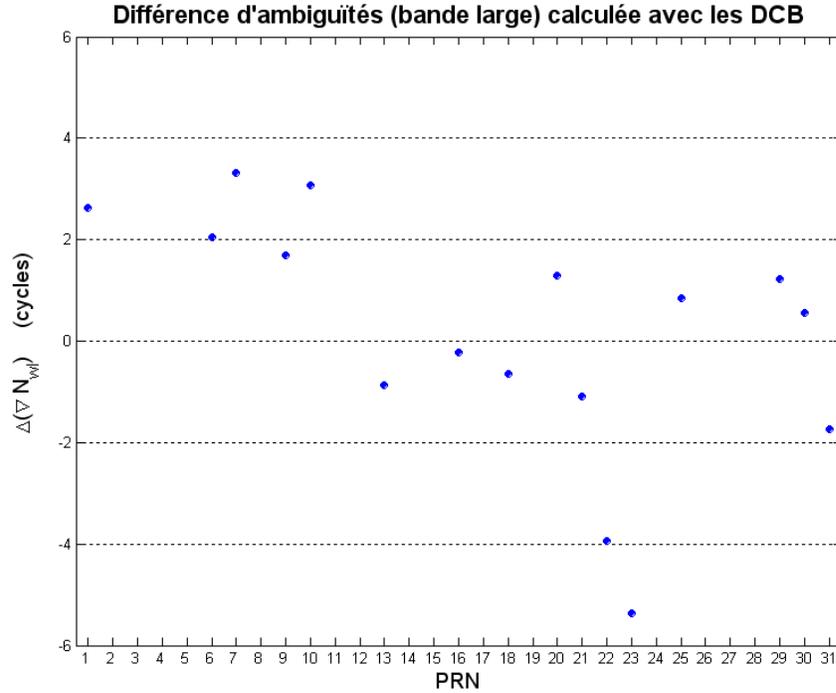


FIG. 5.8 – Valeurs de $\Delta(\nabla N_{wl})$, calculées à partir des $DCB_{P_2-P_1}$ des satellites en différence simple entre satellites (réf : PRN 14)

code contaminent l'estimation des biais de phase des satellites.

Les biais de code de la bande sans effet ionosphérique des satellites présents dans la méthode de calibrage proposée n'est cependant pas une nuisance, car ils permettraient d'annuler la contribution fractionnaire au biais de phase des satellites introduite par l'utilisation des corrections d'horloges des satellites (voir la section 4.5). Dans la mesure où les biais de phase estimés ont une précision supérieure au quart de la longueur d'onde, la nature entière des ambiguïtés de phase pourrait être retrouvée.

À partir de ces énoncés, on en déduit que la combinaison de Melbourne-Wübbena n'est pas idéale pour le calibrage des biais de phase, à moins de lui appliquer la correction de l'équation 5.5. Dans ce cas, même si la précision des biais différentiels de code ($\approx 3\text{cm}$) doit être considérée dans le bilan d'erreurs, il peut s'agir d'une alternative intéressante pour obtenir des biais de phase de la bande large compatibles avec le modèle fonctionnel du PPP.

5.6 Évaluation des erreurs résiduelles

Les biais de phase des satellites estimés à l'aide de la méthodologie proposée dans le cadre de cette recherche sont susceptibles d'être affectés par diverses sources d'erreurs. En effet, aucune combinaison de signaux n'est utilisée pour éliminer leur impact, donc chacune d'entre elles doit être corrigée ou estimée adéquatement. Ce compromis était nécessaire pour éviter que les biais de phase ne soient contaminés par des biais de code indésirés.

Le chapitre 2 a présenté la marge d'erreur associée à la correction de chaque terme des équations d'observations, ce qui permet d'obtenir une approximation des erreurs résiduelles affectant les biais de phase. Il reste tout de même à quantifier la qualité de l'estimation des paramètres troposphériques et ionosphériques.

Afin de vérifier la qualité de l'estimation du délai troposphérique zénithal humide, celui-ci a été réestimé de manière indépendante pour chaque station et ce, en utilisant l'approche PPP avec la bande sans effet ionosphérique et en fixant les coordonnées aux valeurs connues. De cette façon, on élimine les corrélations avec l'ionosphère et la composante altimétrique. La tableau 5.12 présente les écarts entre les valeurs obtenues de cette méthode (référence) et celles issues du calibrage.

Les deux méthodes fournissent des valeurs relativement semblables, ce qui ne peut expliquer les écarts rencontrés au niveau des biais. D'un autre côté, la technique d'estimation du délai troposphérique effectuée par *PPPSoft* n'est pas optimale. En effet, la portion sèche est modélisée à l'aide du modèle de Saastamoinen, mais la partie humide est considérée constante tout au long de la session. Dans la réalité, la composante humide peut varier considérablement en fonction des conditions météorologiques ambiantes. À titre d'exemple, la figure 5.9 compare le délai troposphérique total calculé en ajoutant les parties sèches et humides avec celui fournit par le service PPP en ligne des Ressources naturelles du Canada (NRCan)⁶ pour la station USNO, le 9 janvier 2007.

Bien que la courbe du NRCan nécessite une certaine période de convergence, on

⁶<http://www.geod.nrcan.gc.ca/>

TAB. 5.12 – Délai troposphérique zénithal humide

Station	Jour de l'année	$dtrop_w$ (calibrage) (m)	$dtrop_w$ (référence) (m)	Différence (m)
NRC1	008	0.094 ± 0.0004	0.095 ± 0.0002	-0.001
	009	0.047 ± 0.0005	0.049 ± 0.0002	-0.002
	010	0.022 ± 0.0005	0.022 ± 0.0002	0.000
CAGS	008	0.050 ± 0.0007	0.045 ± 0.0003	0.005
	009	0.006 ± 0.0007	-0.001 ± 0.0003	0.007
	010	-0.023 ± 0.0006	-0.026 ± 0.0003	0.002
GODE	008	0.219 ± 0.0006	0.221 ± 0.0002	-0.002
	009	0.045 ± 0.0007	0.043 ± 0.0002	0.002
	010	0.054 ± 0.0007	0.052 ± 0.0002	0.002
USNO	008	0.211 ± 0.0006	0.212 ± 0.0003	0.000
	009	0.037 ± 0.0007	0.037 ± 0.0002	-0.001
	010	0.044 ± 0.0007	0.045 ± 0.0002	-0.002

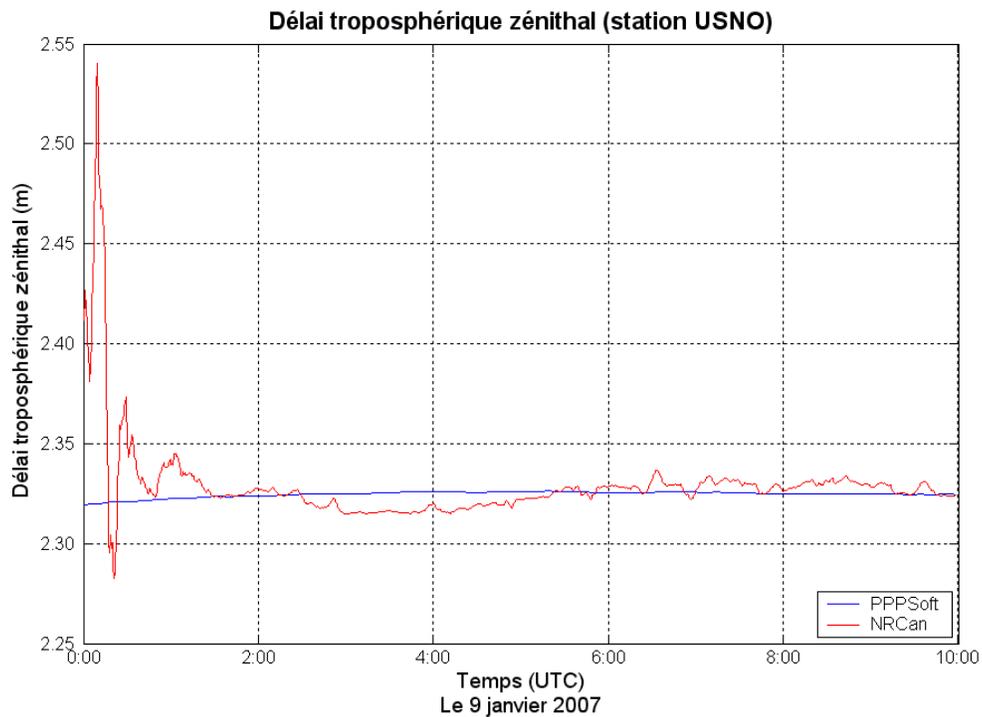


FIG. 5.9 – Comparaison des délais troposphériques provenant du calibrage et du service en ligne PPP de RNCan

remarque tout de même que le délai troposphérique calculé lors du calibrage ne prend pas en considération l'ensemble des fluctuations réelles de la troposphère. La magnitude de l'écart constaté n'est pas énorme, mais il ne faut pas oublier qu'elle doit être multipliée par la fonction de projection de Niell qui atteint une valeur supérieure à cinq pour les satellites entre 10° et 15° . Ainsi, si le satellite n'est observé que durant une partie de la session seulement, la troposphère contaminera le biais de phase d'une manière systématique.

Pour ce qui est de l'ionosphère, la validation des paramètres ionosphériques estimés est plus ardue. En effet, les ressources disponibles en guise de comparaison (GIM et combinaison sans géométrie des mesures de code) ont une précision moindre que les délais stochastiques obtenus. Il serait possible de calculer une valeur du délai ionosphérique en différence double (équation 5.6), mais cela ne permettrait pas d'identifier un biais systématique affectant identiquement les deux stations.

Assurément, des erreurs non modélisées sont toujours présentes dans le processus d'estimation, mais il s'avère complexe d'identifier la contribution exacte de chacune d'elles aux résultats.

5.7 Recommandations

Ce chapitre a présenté la performance de la méthodologie proposée dans le cadre de cette recherche pour le calibrage des biais de phase des satellites. Celle-ci possède la propriété d'éliminer tous les biais de code, à l'exception de ceux introduits par les corrections d'horloges des satellites. La contribution au biais de phase engendrée par ces derniers a donc été calibrée comme partie intégrante des biais de phase, ce qui est présentement nécessaire afin de retrouver la nature entière des ambiguïtés.

D'un autre côté, des erreurs non modélisées entachent toujours les biais estimés. Toutefois, certaines mesures peuvent être prises afin de minimiser ces erreurs. Par exemple, il est fortement suggéré d'utiliser un filtre de Kalman afin d'estimer plus rigoureusement les paramètres variant temporellement. Dans la présente recherche, un seul paramètre

troposphérique zénithal humide a été estimé par session, alors qu'en réalité, la partie humide de la troposphère subit des fluctuations temporelles. La modélisation inadéquate de ce paramètre se traduit par un biais systématique sur une période de temps donnée, se propageant dans les valeurs des autres paramètres.

Le délai ionosphérique pourrait aussi être modélisé différemment. En estimant un paramètre par époque, cela affaiblit grandement la qualité géométrique de la solution. Sachant qu'il existe une corrélation temporelle entre les délais ionosphériques de deux époques consécutives, cette information devrait être exploitée convenablement. De plus, étant donné que l'on connaît les valeurs d'ambiguïtés en différence double, on pourrait contraindre le délai ionosphérique en double différence à la valeur obtenue de l'équation 5.6.

$$\nabla\Delta dion_1 = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} [(\nabla\Delta\Phi_1 - \nabla\Delta\Phi_2) - (\lambda_1\nabla\Delta N_1 - \lambda_2\nabla\Delta N_2)] \quad (5.6)$$

La modernisation du système GPS, et plus particulièrement l'arrivée d'une troisième fréquence, accroîtra aussi la capacité à modéliser l'ionosphère. Cette dernière étant de nature dispersive, chaque fréquence additionnelle fournit de l'information supplémentaire sur le contenu total d'électrons. L'ionosphère étant une source d'erreur complexe à modéliser, l'apport de la troisième fréquence deviendrait alors non négligeable pour l'estimation des biais de phase.

Ensuite, un réseau comprenant davantage de stations, réparties globalement, et des sessions d'observations de plus longue durée sont essentielles afin de réduire l'impact des erreurs propres aux sites d'observations. En faisant la moyenne des biais obtenus d'un réseau global, cela permettrait ainsi de mitiger, en partie, les erreurs affectant différemment les stations composant le réseau.

En ce qui concerne la variabilité des biais, une meilleure modélisation des erreurs permettrait de tirer des conclusions plus pertinentes à cet effet. Bien qu'il soit possible que les biais varient temporellement, ils devraient normalement être relativement constants sur une période de quelques jours si l'on se fie à la tendance des biais sur la bande large. Les causes d'une fluctuation des biais des bandes L_1 et L_2 devraient être

identifiées avant de poursuivre les tentatives de calibrage. Une attention particulière devrait être portée à l'enroulement de phase, afin de vérifier l'impact exact de sa présence sur les bandes L_1 et L_2 .

Bref, en apportant ces quelques modifications à la méthodologie présentée dans le cadre de ce mémoire, cela permettrait certainement de tirer de nouvelles conclusions dans le calibrage des biais de phase des satellites.

Chapitre 6

Conclusion

6.1 Résumé de la recherche

Le positionnement ponctuel de précision (PPP) par satellites devient progressivement une alternative au positionnement relatif, car il permet l'obtention d'une précision centimétrique lors de sessions d'observations prolongées. L'inconvénient majeur du PPP est qu'une longue période est requise pour l'atteinte d'un tel niveau de précision. Ceci s'explique par le fait que les paramètres d'ambiguïtés de phase absorbent plusieurs effets non modélisés. Il devient donc complexe de contraindre ces ambiguïtés à un nombre entier pour l'obtention rapide d'une précision centimétrique, comme c'est le cas dans le positionnement relatif.

La présente recherche s'est concentrée sur trois aspects fondamentaux pour la résolution des ambiguïtés de phase en mode absolu :

1. la quantification du bilan d'erreurs résiduelles
2. le calibrage des biais de phase d'un récepteur GPS
3. le calibrage des biais de phase des satellites GPS

6.1.1 Quantification du bilan d'erreurs résiduelles

L'évaluation des erreurs non modélisées a démontré que les effets atmosphériques dominaient le bilan d'erreurs. En effet, les modèles ionosphériques disponibles ne permettent pas de prendre en considération le comportement variable de l'ionosphère et la composante humide de la troposphère est plus ou moins bien décrite par les modèles existants. Pour leur part, les erreurs introduites par les éphémérides et les corrections d'horloges des satellites diminuent graduellement grâce aux développements de l'IGS, mais elles demeurent tout de même à un niveau critique pour la résolution des ambiguïtés de phase. De plus, les biais de phase et de code devraient absolument être calibrés ou éliminés afin de retrouver la nature entière des ambiguïtés.

Bref, le bilan d'erreurs peut être grandement réduit en prenant en considération les aspects suivants :

- appliquer toutes les corrections nécessaires en s'assurant de la cohérence des modèles utilisés
- inclure des paramètres atmosphériques (troposphère et ionosphère) dans le modèle fonctionnel
- cumuler les observations afin de réduire l'effet des erreurs aléatoires
- calibrer ou éliminer les biais de phase pour les récepteurs et les satellites

6.1.2 Calibrage des biais de phase d'un récepteur GPS

Dans le but de retrouver la nature entière des ambiguïtés, on a tenté de calibrer les biais de phase d'un récepteur GPS en utilisant un simulateur de signaux. Grâce à celui-ci, des signaux sans erreur peuvent être générés, ce qui devait permettre d'isoler les biais de phase.

Toutefois, le paramètre pour l'erreur d'horloge du récepteur est déterminé à l'aide des mesures de pseudodistance qui sont, elles aussi, affectées par des biais. Le paramètre ainsi estimé ne reflète pas la valeur réelle de l'erreur d'horloge et cela se répercute dans

les ambiguïtés de phase. La partie fractionnaire de ces dernières, considérée comme le biais de phase du récepteur, contient alors une contribution due aux biais de code. La méthodologie proposée ne permet donc pas d'obtenir les valeurs véritables des biais à analyser.

Afin d'être en mesure d'obtenir les valeurs adéquates des biais de phase, les biais de code du récepteur devraient être calibrés. Cette étape a déjà été effectuée auparavant par d'autres équipes de recherche, mais la précision obtenue était de l'ordre de la nanoseconde (≈ 30 cm), ce qui dépasse largement la précision requise pour le calibrage des biais de phase. Le simulateur de signaux GPS avait alors été identifié comme étant la source principale d'erreurs affectant le calibrage des biais de code. Ces derniers n'étant pas constants après une mise hors tension du récepteur (sauf si l'on utilise des récepteurs spéciaux branchés à un oscillateur externe), le même comportement a évidemment été observé pour les biais estimés dans le cadre de cette recherche. Cette situation complexifie donc considérablement le processus de calibrage.

Il a cependant été confirmé que la différence des signaux provenant de deux satellites élimine les biais de phase et de code du récepteur. Ainsi, la problématique liée à ces biais peut être mise de côté au détriment d'une dégradation de la qualité géométrique du positionnement causée par le processus de différenciation.

6.1.3 Calibrage des biais de phase des satellites GPS

Les méthodologies utilisées antérieurement pour le calibrage des biais de phase des satellites utilisaient la combinaison de signaux de Melbourne-Wübbena pour éliminer la plupart des sources d'erreurs affectant les observations. Néanmoins, le fait de combiner directement les mesures de phase aux mesures de pseudodistance introduit des biais de code non désirés ne pouvant être séparés de l'ambiguïté de phase estimée.

La méthodologie proposée dans le cadre de cette recherche utilise plutôt la philosophie du PPP, visant à modéliser adéquatement toutes les sources d'erreurs sans combiner les observations. De cette façon, les biais de phase estimés demeurent cohérents avec le modèle fonctionnel, ce qui permettrait de corriger les observations de phase pour

retrouver la nature entière des ambiguïtés.

Ainsi, pour chaque station d'un réseau (ayant idéalement une étendue globale), une solution selon l'approche PPP est effectuée. Puis, pour réduire les corrélations mathématiques et pour bénéficier de la corrélation physique des paramètres du modèle fonctionnel, des contraintes sont appliquées sur les coordonnées, les paramètres atmosphériques absolus et relatifs (entre les stations), ainsi que sur les ambiguïtés de phase en double différence. Les ambiguïtés de phase estimées à chaque station sont ensuite différenciées entre satellites pour éliminer la contribution des biais des récepteurs.

Les résultats obtenus sur les bandes L_1 et L_2 présentent une allure aléatoire et laissent supposer que des erreurs non modélisées sont toujours présentes dans les données. D'un autre côté, les biais de phase sur la bande large se montrent un peu plus uniformes, ce qui peut être expliqué par la plus grande longueur d'onde du signal faisant en sorte qu'une erreur non modélisée a un impact moins prononcé sur les biais, ainsi que par l'effet de l'enroulement de phase qui n'affecte pas cette combinaison de signaux.

En comparant les ambiguïtés de la bande large obtenues à l'aide de la méthodologie proposée à celles calculées en utilisant la combinaison de Melbourne-Wübbena, on constate des différences importantes pouvant atteindre jusqu'à cinq cycles pour les jeux de données considérés. Des tests ont démontré que ces écarts proviennent de la différence entre les biais de code présents dans les ambiguïtés de phase issues des deux méthodes. La combinaison de Melbourne-Wübbena introduit des biais de code non désirés dans le calibrage des biais de phase des satellites, mais une correction pourrait être appliquée afin de rendre le biais de phase estimé cohérent avec le modèle fonctionnel du PPP. Étant donné que cette combinaison de signaux est moins affectée par les diverses sources d'erreurs, il peut s'agir d'une alternative à la méthode de calibrage proposée pour l'obtention des biais de phase sur la bande large.

6.2 Recommandations

Suite aux constatations effectuées dans ce mémoire, on peut conclure que la résolution des ambiguïtés de phase sur les bandes L_1 et L_2 demeure encore complexe en mode absolu. Il serait plus réaliste, pour l’instant, d’envisager la résolution des ambiguïtés sur la bande large. En effet, celle-ci a une tolérance plus élevée aux erreurs non modélisées ($\lambda_{wl}/4 \approx 20$ cm) et les biais de phase des satellites pour cette combinaison peuvent déjà être calibrés avec une plus grande certitude. En fixant les ambiguïtés de phase de la bande large aux valeurs entières adéquates, cela permettrait d’abord de réduire plus rapidement l’incertitude initiale liée aux coordonnées, en plus de fournir de l’information quant aux valeurs que doivent prendre la différence des ambiguïtés sur L_1 et L_2 .

Une autre option serait d’effectuer des combinaisons de signaux permettant de réduire significativement l’effet ionosphérique, tout en préservant la nature entière des ambiguïtés de phase et en ayant une longueur d’onde la plus grande possible. À cet effet, le tableau 6.1 présente deux combinaisons de signaux des plus avantageuses à ce niveau, la première étant applicable maintenant et la deuxième faisant appel à la bande L_5 qui sera disponible lors de la modernisation du système GPS. Les termes k_{iono} et k_{bruit} représentent les facteurs d’amplification, par rapport à la mesure de phase sur L_1 , de l’ionosphère et du bruit respectivement.

TAB. 6.1 – Combinaison de signaux

Combinaison	k_{iono}	k_{bruit}	λ (m)
$4\Phi_1 - 3\Phi_2$	0.09	3.0	0.114
$4\Phi_1 - 3\Phi_5$	-0.01	2.8	0.108

Bien que le calibrage des biais de phase du récepteur semble une avenue difficilement envisageable pour l’ensemble des utilisateurs du GNSS, de l’information importante pourrait être extraite en poursuivant les démarches amorcées dans le cadre de cette recherche. Des efforts devraient être mis de l’avant afin de clarifier l’effet de dérive observé. Ceci pourrait être réalisé en effectuant des tests dans un environnement où la température est contrôlée, car ce facteur semble être une des causes principales de ce phénomène. Puis, des mesures devraient être prises afin de réduire l’impact des biais de code. À cet effet, l’utilisation d’un récepteur pouvant être branché à un oscillateur

externe pourrait constituer une alternative à considérer. Ensuite, les erreurs introduites par le simulateur de données devraient être clairement identifiées et quantifiées, car elles risquent de perturber fortement la validité des résultats obtenus. Ainsi, en contrôlant les facteurs altérant les valeurs des biais estimés, une caractérisation de la nature et du comportement des biais de phase du récepteur pourrait être effectuée, ce qui fournirait, par le fait même, de l'information pour le calibrage des biais de phase des satellites.

Le calibrage des biais de phase des satellites requiert une modélisation accrue de toutes les sources d'erreurs affectant les observations. À ce niveau, des améliorations substantielles pourraient être apportées au logiciel développé dans le cadre de cette recherche. En effet, il est suggéré d'utiliser une technique d'estimation tenant compte de la corrélation temporelle des paramètres troposphériques et ionosphériques comme, par exemple, un filtre de Kalman. De cette façon, la dynamique de ces paramètres peut être considérée sans affaiblir la qualité géométrique de la solution en estimant un nouveau paramètre à chaque époque. De plus, il est primordial d'utiliser un réseau de stations ayant une couverture globale, tel celui de l'IGS. Cela favoriserait d'abord une diminution de l'impact des erreurs aléatoires propres à chaque site d'observation, en plus de permettre le suivi continu des satellites. En effet, une corrélation entre la répétabilité des biais et le temps d'observation des satellites a été constatée, donc en les observant de manière continue, on accroît les chances d'obtenir des valeurs plus cohérentes. Finalement, l'étude de la variation temporelle des biais de phase des satellites permettrait de corroborer les résultats obtenus par [Gabor (1999)] associant une dérive plus prononcée des biais à un groupe particulier de satellites.

Bref, en poursuivant les efforts dans cette direction, un positionnement centimétrique instantané avec un seul récepteur GPS pourrait devenir une réalité dans un avenir rapproché.

Bibliographie

- ABDEL-SALAM, M. (2004). A Hybrid Solution to Reduce the Long Convergence Time in Precise Point Positioning. *In Proceedings of ION GNSS 2004*, Long Beach, CA, September 21–24, pp. 2555–2562.
- ABDEL-SALAM, M. (2005). *Precise Point Positioning Using Un-Differenced Code and Carrier Phase Observations*. Thèse de doctorat, University of Calgary. 206 pages.
- ABDEL-SALAM, M. et GAO, Y. (2003). Ambiguity Resolution in Precise Point Positioning : Preliminary Results. *In Proceedings of ION GPS/GNSS 2003*, Portland, OR, September 9–12, pp. 1222–1228.
- AKROUR, B., SANTERRE, R. et GEIGER, A. (2003). Comparaison de méthodes de calibrage du centre de phase d’antennes GPS. *Geomatica*, 57(4):411–417.
- ARBOUR, B. et SANTERRE, R. (1996). Effets des multitrajets sur les mesures de phase et le positionnement GPS. *Geomatica*, 50(2):159–172.
- BEUTLER, G. (1996). GPS Satellite Orbits. *In* TEUNISSEN, P. et KLEUSBERG, A., éditeurs : *GPS for Geodesy*, chapitre 2, pp. 37–102, Springer Verlag, 1^{re} édition.
- BÉLANGER, P., SANTERRE, R. et PARROT, D. (1991). Étude de faisabilité sur l’utilisation du système de positionnement GPS pour les travaux d’auscultation topographique des ouvrages hydro-électriques. Rapport de recherche préparé dans le cadre du contrat de recherche d’Hydro-Quebec, Division Ouvrages de Génie Civil, Service Appareillage, Région La Grande Rivière. 84 pages.
- BRUNNER, F. K. et GU, M. (1991). An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations. *Manuscripta Geodaetica*, 16:205–214.

- CHEN, K. (2004). Real-Time Precise Point Positioning and Its Potential Applications. *In Proceedings of ION GNSS 2004*, Long Beach, CA, September 21–24, pp. 1844–1854.
- COCARD, M. (2006). Notes de cours : compensation. Département des sciences géomatique, Université Laval, 106 pages.
- COHEN, C. (1992). *Attitude Determination Using GPS : Development of an All Solid-State Guidance, Navigation, and Control Sensor for Air and Space Vehicles Based on the Global Positioning System*. Thèse de doctorat, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, CA. 184 pages.
- COLLINS, P., GAO, Y., LAHAYE, F., HÉROUX, P., MACLEOD, K. et CHEN, K. (2005). Accessing and Processing Real-Time GPS Corrections for Precise Point Positioning - Some User Considerations. *In Proceedings of ION GNSS 2005*, Long Beach, CA, September 13–16, pp. 1483–1491.
- GABOR, M. (1999). *GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution Using Satellite–Satellite Single Differences*. Thèse de doctorat, University of Texas at Austin, TX. 198 pages.
- GAGNON, P. (1999). Notes de cours : compensation I. Département des sciences géomatique, Université Laval, 237 pages.
- GAO, Y. et SHEN, X. (2001). Improving Ambiguity Convergence in Carrier Phase–Based Precise Point Positioning. *In Proceedings of ION GPS 2001*, Salt Lake City, UT, September 11–14, pp. 1532–1539.
- GE, M., GENDT, G. et ROTHACHER, M. (2006). Integer Ambiguity Resolution for Precise Point Positioning. *In Proceedings of VI Hotine–Marussi Symposium of Theoretical and Computational Geodesy : Challenge and Role of Modern Geodesy*, Wuhan, China, May 29 – June 2.
- GENDT, G. (2006). IGSMail-5440 : IGS Switch to new antenna model - a few remarks. <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/mail/igsmail/2006/msg00163.html>.
- GEOFORSCHUNGSZENTRUM (2007). Final Products. http://www.gfz-potsdam.de/pb1/igsacc/igsacc_final.html.
- GEORGIADOU, Y. et KLEUSBERG, A. (1988). On Carrier Signal Multipath Effects in Relative GPS Positioning. *Manuscripta Geodaetica*, 13:172–179.

- GOOGLE (2007). <http://maps.google.ca>.
- HARTMANN, G. et LEITINGER, R. (1984). Range Errors Due to Ionospheric and Tropospheric Effects for Signal Frequencies Above 100 MHz. *Bulletin Géodésique*, 58:109–136.
- HERNANDEZ-PAJARES, M., JUAN, J., SANZ, J., ORUS, R. et SALAZAR, D. (2005). Impact and implementation of the second order ionospheric term in GPS positioning (Summary). http://gage152.upc.es/~manuel/Second_order_ionospheric_term_report_v2.pdf.
- HOFMANN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER, H. et COLLINS, J. (2001). *GPS – Theory and Practice*. Springer Verlag, 5^e édition. 382 pages.
- HOQUE, M. M. et JAKOWSKI, N. (2007). Higher Order Ionospheric Effects in Precise GNSS Positioning. *Journal of Geodesy*, 81:259–268.
- HÉROUX, P., GAO, Y., KOUBA, J., LAHAYE, F., MIRAULT, Y., COLLINS, P., MACLEOD, K., TÉTREAU, P. et CHEN, K. (2004). Products and Applications for Precise Point Positioning – Moving Towards Real-Time. *In Proceedings of ION GNSS 2004*, Long Beach, CA, September 21–24, pp. 1832–1843.
- HUGENTOBLER, U., DACH, R., FRIDEZ, P. et MEINDL, M. (2007). *Bernese GPS Software Version 5.0*. Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland. 382 pages.
- ICD-GPS-200C (2000). Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces. ICD-GPS-200, Revision C, IRN-200C-004. ARINC Research Corporation, <http://www.navcen.uscg.gov/gps/ICD200c.htm>.
- IGS (2007). IGS Products. <http://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>.
- ITRF (2007). International Terrestrial Reference Frame web site. http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2005/tp_05-00.php.
- KIM, D. et LANGLEY, R. (2000). GPS Ambiguity Resolution and Validation : Methodologies, Trends and Issues. *In Proceedings of the 7th GNSS Workshop – International Symposium on GPS/GNSS*, Seoul, Korea, November 30 – December 2, pp. 213–221.
- KIM, D., SERRANO, L. et LANGLEY, R. (2006). Phase Wind-Up Analysis : Assessing Real-Time Kinematic Performance. *GPS World*, 17(9):58–63.

- KLOBUCHAR, J. (1996). Ionospheric effects on GPS. *In* PARKINSON, B. et SPILKER, J., éditeurs : *Global Positioning System : Theory and Applications, Volume I*, chapitre 12, pp. 485–515, The American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- KOUBA, J. (2002). Relativistic Time Transformations in GPS. *GPS Solutions*, 5(4):1–9.
- KOUBA, J. (2004). Improved Relativistic Transformations in GPS. *GPS Solutions*, 8(3):170–180.
- KOUBA, J. et HÉROUX, P. (2001). GPS Precise Point Positioning Using IGS Orbit and Clock Products. *GPS Solutions*, 5(2):12–26.
- LANGLEY, R. (1991). Time, Clocks, and GPS. *GPS World*, 2(10):38–42.
- LANGLEY, R. (1998). GPS Receivers and the Observables. *In* TEUNISSEN, P. et KLEUSBERG, A., éditeurs : *GPS for Geodesy*, chapitre 4, pp. 151–185, Springer Verlag, 2^e édition.
- LEANDRO, R. et SANTOS, M. (2006). Wide Area Based Precise Point Positioning. *In Proceedings of ION GNSS 2006*, Fort Worth, TX, September 26–29, pp. 2272–2278.
- LEICK, A. (2004). *GPS Satellite Surveying*. John Wiley & Sons, 3^e édition. 435 pages.
- MARDIA, K. (1972). *Statistics of Directional Data*. Academic Press Inc., New York. 357 pages.
- MCCARTHY, D. et PETIT, G. (2004). IERS Conventions 2003. IERS Technical Note 32, Frankfurt am Main : Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie. 127 pages.
- MELBOURNE, W. (1985). The Case for Ranging in GPS Based Geodetic Systems. *In* GOAD, C., éditeur : *Proceedings of First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*, U.S. Department of Commerce, Rockville, Maryland, April 15–19, pp. 373–386.
- MENDES, V. (1999). *Modeling the Neutral–Atmosphere Propagation Delay in Radiometric Space Techniques*. Thèse de doctorat, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada. 353 pages.
- MISRA, P. et ENGE, P. (2001). *Global Positioning System – Signals, Measurements, and Performance*. Ganga–Jamuna Press. 390 pages.

- MONTENBRUCK, O., GILL, E. et KROES, R. (2005). Rapid orbit determination of LEO satellites using IGS clock and ephemeris products. *GPS Solutions*, 9(3):226–235.
- NIELL, A. (1996). Global Mapping Functions for the Atmospheric Delay at Radio Wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101(B2):3227–3246.
- PARKINSON, B. (1996). Introduction and Heritage of NAVSTAR, the Global Positioning System. In PARKINSON, B. et SPILKER, J., éditeurs : *Global Positioning System : Theory and Applications, Volume I*, chapitre 1, pp. 3–28, The American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- PETIT, G., JIANG, Z., WHITE, J., BEARD, R. et POWERS, E. (2001). Absolute Calibration of an Ashtech Z12-T GPS Receiver. *GPS Solutions*, 4(4):41–46.
- PLUMB, J., LARSON, K., WHITE, J. et POWERS, E. (2005). Absolute Calibration of a Geodetic Time Transfer System. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 52(11):1904–1911.
- RAY, J. et SENIOR, K. (2005). Geodetic techniques for time and frequency comparisons using GPS phase and code measurements. *Metrologia*, 42:215–232.
- ROTHACHER, M. et SCHMID, R. (2006). ANTEX : The Antenna Exchange Format Version 1.3. <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/igs/scb/station/general/antex13.txt>.
- SAASTAMOINEN, J. (1973). Contributions to the theory of atmospheric refraction. *Bulletin geodesique*, 107:13–34.
- SANTERRE, R. (1991). Impact of GPS satellite sky distribution. *Manuscripta Geodae-tica*, 16(1):28–53.
- SCHAER, S. (1997). How to use CODE's Global Ionospheric Maps. unpublished paper, Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland, <http://www.aiub-download.unibe.ch/ionosphere/doc/gimman.ps>.
- SCHAER, S. (1999). *Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System*. Thèse de doctorat, University of Berne, Switzerland. 205 pages.
- SCHAER, S. (2000). IGSMail-2827 : Monitoring (P1-C1) code biases. <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/mail/igsmail/2000/msg00166.html>.

- SCHAER, S., GURTNER, W. et FELTEN, J. (1998). IONEX : The IONosphere Map EXchange Format Version 1. February 25, 1998. In DOW, J., éditeur : *Proceedings of the IGS Analysis Center Workshop*, ESA/ESOC, Darmstadt, Germany, February 9–11, pp. 233–247.
- SCHERNECK, H. (1993). Ocean Tide Loading : Propagation of Errors from the Ocean Tide into Loading Coefficients. *Manuscripta Geodaetica*, 18:59–71.
- SCHMID, R. et ROTHACHER, M. (2003). Estimation of Elevation-Dependant Satellite Antenna Phase Center Variations of GPS Satellites. *Journal of Geodesy*, 77(7–8):440–446.
- SCHMID, R., ROTHACHER, M., THALLER, D. et STEIGENBERGER, P. (2005). Absolute Phase Center Corrections of Satellite and Receiver Antennas - Impact on Global GPS Solutions and Estimation of Azimuthal Phase Center Variations of the Satellite Antenna. *GPS Solutions*, 9(4):283–293.
- SCHUH, H. (1999). Explanatory Supplement to the IERS Conventions (1996), Chapters 6 and 7. Presented by the IAG/ETC Working group 6 on Solid Earth Tides in Space Geodetic Techniques, DGF I Report 71. 29 pages.
- SEEBER, G. (2003). *Satellite Geodesy*. de Gruyter, 2^e édition. 589 pages.
- SHEN, X. et GAO, Y. (2006). Analyzing the Impacts of Galileo and Modernized GPS on Precise Point Positioning. In *Proceedings of ION Technical Meeting*, Monterey, California, January 18–20, pp. 837–846.
- SHENEWERK, M. (2003). A brief review of basic interpolation strategies. *GPS Solutions*, 6(4):265–267.
- SHUM, C., WOODWORTH, P., ANDERSEN, O., EGBERT, G., FRANCIS, O., KING, C., KLOSKO, S., LEPROVOST, C., LI, X., MOLINES, J., PARKE, M., RAY, R., SCHLAX, M., STAMMER, D., TIERNEY, C., VINCENT, P. et WUNSCH, C. (1997). Accuracy Assessment of Recent Ocean Tide Models. *Journal of Geophysical Research*, 102(C11):25173–25194.
- URSCHL, C., BEUTLER, G., GURTNER, W., HUGENTOBLER, U. et SCHAER, S. (2006). Calibrating GNSS Orbits with SLR Tracking Data. http://www.aiub.unibe.ch/download/urschl/urschl_lirs06_slrmw.pdf.

- WANG, M. et GAO, Y. (2006). GPS Un-Differenced Ambiguity Resolution and Validation. *In Proceedings of ION GNSS 2006*, Fort Worth, TX, September 26–29, pp. 292–300.
- WARREN, D. L. et RAQUET, J. F. (2003). Broadcast vs. Precise GPS Ephemerides : A Historical Perspective. *GPS Solutions*, 7(3):151–156.
- WELLS, D., BECK, N., DELIKARAOGLOU, D., KLEUSBERG, A., KRAKIWSKY, E., LACHAPELLE, G., LANGLEY, R., NAKIBOGLU, M., SCHARWZ, K., TRANQUILLA, J. et VANICEK, P. (1987). *Guide to GPS Positioning*. Canadian GPS Associates, Fredericton, New Brunswick, Canada, 2^e édition. 600 pages.
- WU, J., WU, S., HAJJ, G., BERTIGER, W. et LICHTEN, S. (1993). Effects of Antenna Orientation on GPS Carrier Phase. *Manuscripta Geodaetica*, 18:91–98.
- WUBBENA, G. (1985). Software Develoments for Geodetic Positioning with GPS Using TI 4100 Code and Carrier Measurements. *In GOAD, C., éditeur : Proceedings of First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*, U.S. Department of Commerce, Rockville, Maryland, April 15–19, pp. 403–412.
- XU, G. (2003). *GPS - Theory, Algorithms and Applications*. Springer Verlag, 1^{re} édition. 315 pages.
- YU, N., SHUM, C., MORRIS, C. et PARKE, M. (1999). Accuracy Assessment of Ocean Tide Models in Coastal Regions. *In the American Geophysical Union Fall Meeting*, San Francisco, CA, December 13–17.
- ZHU, S., MASSMANN, F.-H., YU, Y. et REIGBER, C. (2003). Satellite Antenna Phase Center Offsets and Scale Errors in GPS Solutions. *Journal of Geodesy*, 76(11–12):668–672.
- ZUMBERGE, J. et GENDT, G. (2001). The Demise of Selective Availability and Implications for the International GPS Service. *Physics and Chemistry of the Earth Part A*, 26(6–8):637–644.

Annexe A

Système de coordonnées lié au satellite

Le système de coordonnées du satellite est un système orthonormé dont l'origine est situé au centre de masse du satellite. Il est constitué des axes suivants [Xu (2003)] :

- l'axe z est orienté en direction du centre de masse de la Terre
- l'axe y est parallèle à l'axe des panneaux solaires du satellite, c'est-à-dire qu'il est perpendiculaire au plan formé par la Terre, le Soleil et le satellite
- l'axe x complète un repère de la main droite

La figure [A.1](#) démontre l'orientation des axes de ce système de coordonnées.

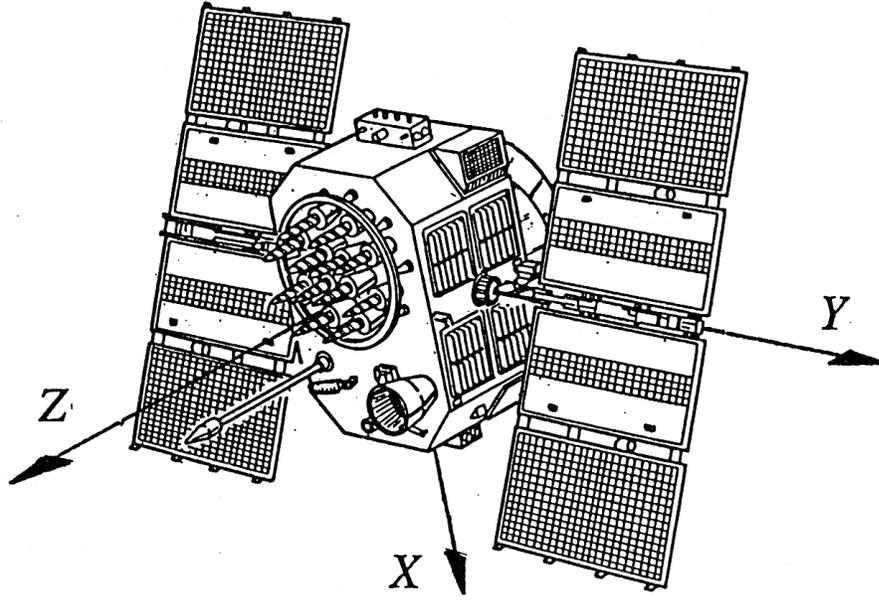


FIG. A.1 – Système de coordonnées lié au satellite [Beutler (1996)]

En dénotant les vecteurs joignant le centre de masse de la Terre au satellite et au Soleil par \vec{r}_{sat} et \vec{r}_{sol} respectivement, on peut d'abord déterminer les composantes du vecteur unitaire du satellite au Soleil (\vec{r}_{ss}) :

$$\vec{r}_{ss} = \frac{\vec{r}_{sol} - \vec{r}_{sat}}{\|\vec{r}_{sol} - \vec{r}_{sat}\|} \quad (\text{A.1})$$

Puis, l'ensemble des vecteurs unitaires dans la direction des axes du système ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$) peut être déterminé par :

$$\vec{e}_z = -\frac{\vec{r}_{sat}}{\|\vec{r}_{sat}\|} \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{e}_y = \frac{\vec{e}_z \times \vec{r}_{ss}}{\|\vec{e}_z \times \vec{r}_{ss}\|} \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z \quad (\text{A.4})$$

où $\|\cdot\|$ est la norme du vecteur.

Annexe B

Preuve de l'équation 5.5

Cette annexe vise à démontrer la validité de l'équation suivante :

$$\begin{aligned}\Delta(\nabla N_{wl}) &= \frac{1}{\lambda_{wl}} (\nabla b^{P_{if}} - \nabla b^{P_{ni}}) \\ &= -\frac{1}{\lambda_{wl}} \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \nabla DCB_{P_2 - P_1}\end{aligned}\tag{B.1}$$

$$\Delta(\nabla N_{wl}) = \frac{1}{\lambda_{wl}} (\nabla b^{P_{if}} - \nabla b^{P_{nl}}) \quad (\text{B.2})$$

$$(\text{B.3})$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wl}} \left(\frac{f_1^2 \nabla b^{P_1} - f_2^2 \nabla b^{P_2}}{f_1^2 - f_2^2} - \frac{f_1 \nabla b^{P_1} + f_2 \nabla b^{P_2}}{f_1 + f_2} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$(\text{B.5})$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wl}} \left[\left(\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} - \frac{f_1}{f_1 + f_2} \right) \nabla b^{P_1} + \left(\frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} - \frac{f_2}{f_1 + f_2} \right) \nabla b^{P_2} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$(\text{B.7})$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wl}} \left[\left(\frac{f_1^2 - f_1(f_1 - f_2)}{f_1^2 - f_2^2} \right) \nabla b^{P_1} + \left(\frac{-f_2^2 - f_2(f_1 - f_2)}{f_1^2 - f_2^2} \right) \nabla b^{P_2} \right] \quad (\text{B.8})$$

$$(\text{B.9})$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wl}} \left[\left(\frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \nabla b^{P_1} + \left(\frac{-f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \right) \nabla b^{P_2} \right] \quad (\text{B.10})$$

$$(\text{B.11})$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wl}} \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} (\nabla b^{P_1} - \nabla b^{P_2}) \quad (\text{B.12})$$

$$(\text{B.13})$$

$$= -\frac{1}{\lambda_{wl}} \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \nabla DCB_{P_2 - P_1} \quad \blacksquare \quad (\text{B.14})$$