

JEAN-FRANÇOIS MORISSETTE

**Simulations aéroélastiques d'ailes oscillantes
multi-segments par méthode vortex**

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2010

Résumé

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire vise à étudier l'impact de la flexibilité de la corde sur l'aérodynamique d'ailes oscillantes en régime de propulsion à bas Reynolds pour une application de nano-véhicules aériens et pour ce faire, de développer un outil de modélisation aéroélastique approprié.

L'idée de base de ce projet est de considérer une flexibilité discrète avec une aile articulée composée de segments rigides reliés entre eux par des joints torsionnels élastiques. Une telle approche de flexibilité discrète implique la résolution de la dynamique des corps rigides couplée à la résolution d'un écoulement de fluide incompressible. La méthode des particules lagrangiennes vortex est utilisée pour résoudre l'écoulement autour de ces multiples corps rigides en mouvement arbitraire. Le couplage fluide-structure implémenté permet de prendre en considération N segments rigides dont la dynamique est gouvernée à la fois par un mouvement imposé sur l'un d'eux, par les forces aérodynamiques générées par l'écoulement à chaque instant et par les forces élastiques des joints unissant les segments entre eux. L'ajout d'une boucle de sous-itérations supplémentaire dans la méthode vortex a été nécessaire pour doter cette interaction fluide-structure (FSI) d'un couplage « fort ».

La mise au point d'un tel outil a permis d'étudier l'impact de divers paramètres de flexibilité discrète sur la propulsion à aile oscillante à bas nombre de Reynolds. On constate qu'il est possible d'augmenter les performances d'une aile oscillante en propulsion (soit en poussée ou soit en rendement énergétique) en modifiant la position et la rigidité des articulations élastiques ou le ratio de densité des corps solides par rapport au fluide. Ce travail ouvre donc la voie à l'optimisation de la distribution de flexibilité le long de la corde pour les applications aérodynamiques à faibles nombres de Reynolds.

Abstract

The research presented in this master thesis is aimed to study chordwise flexibility effect on flapping-wings aerodynamics in low Reynolds number propulsion regime for nano-air vehicle applications. To do so, an appropriate aeroelastic modelling tool had to be implemented.

The main idea of this project is to consider a discrete flexibility using an articulated wing composed of rigid segments linked together by elastic torsional joints. This approach means solving rigid body dynamics coupled with an incompressible flow. The lagrangian vortex particles method is used to solve the flow around multiple arbitrarily moving rigid bodies. The fluid-structure coupling implemented allows to take into account N rigid segments which dynamics is governed by an imposed motion on one of them, by instantaneous aerodynamic forces generated by the flow and by elastic forces in the hinges. Adding an extra subiteration loop to the vortex method was necessary to ensure a “strong” coupling fluid-structure interaction (FSI).

The development of such a tool was used to study the impact of various discrete flexibility parameters in flapping-wing propulsion at low Reynolds number. We see that it is possible to improve oscillating wing performances in propulsion (in thrust or in efficiency) by modifying location or stiffness of the elastic hinges as well as solid to fluid density ratio of the rigid bodies. This work opens the way toward optimization of chordwise flexibility distribution for aerodynamic applications at low Reynolds numbers.

Avant-propos

Ce mémoire de maîtrise constitue un point final à une belle aventure. Je me dois donc de la conclure en remerciant tous ceux qui y ont participé. Je voudrais d'abord souligner l'importance de mon directeur de recherche, le professeur Guy Dumas, auquel je suis extrêmement reconnaissant. Je le remercie autant pour ses qualités intellectuelles qu'humaines qui en font un directeur de premier plan. Il sait transmettre sa passion pour la mécanique des fluides et la CFD d'une façon extraordinaire et nous fait grandement bénéficier de son expertise, et surtout, il sait tirer le meilleur de nous-mêmes.

Ces deux années de maîtrise ont également été enrichissantes parce que j'étais entouré de nombreuses personnes géniales qui ont su rendre cette expérience à la fois très plaisante et hautement stimulante. Je remercie donc mes collègues au *LMFN*, d'abord Mathieu Olivier, mon compagnon dans le projet d'aéroélasticité, puis Julie Lefrançois et Pascal Bochud pour m'avoir initié à la méthode vortex. Je remercie également Steve Julien, Philippe Bélanger-Vincent, Thomas Kinsey, Vincent Métivier, Félix-Antoine Payette, Guillaume Blais, Jérôme Deschamp ainsi que tous nos stagiaires d'été. Merci à vous et bonne chance dans tous vos futurs projets!

Merci également à Normand Rioux et Patrice Gagnon pour leur support informatique incomparable ainsi qu'à François Lesage et Nicolas Hamel, nos collaborateurs du RDDC à Valcartier dans ce projet.

Je tiens aussi à remercier le conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FQRNT) et Recherche et développement pour la défense Canada (RDDC-Valcartier) pour le soutien financier qu'ils m'ont procuré durant cette maîtrise, j'en suis très reconnaissant.

En terminant, merci à ma famille et mes amis, ainsi qu'à mon amoureuse, Marie-Josée, qui m'ont toujours supporté et encouragé, et qui ont toujours cru en moi. Merci à vous!

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Avant-propos	iv
Table des matières	v
Liste des tableaux	vii
Table des figures	viii
1 Introduction	1
1.1 Mise en contexte	1
1.2 Objectifs et structure du mémoire	5
2 Cadre théorique et revue de littérature	6
2.1 Propulsion à aile oscillante – Cadre théorique	6
2.1.1 Description du mouvement	6
2.1.2 Puissances et rendement aérodynamiques	10
2.1.3 Puissances et rendement mécaniques	11
2.2 Propulsion rigide – Revue de littérature	19
2.3 Propulsion avec effets de flexibilité	20
2.4 Modélisation aéroélastique	22
2.4.1 Interaction fluide-structure (FSI)	22
2.4.2 Modélisation solide	25
2.4.3 Modélisation fluide : méthode vortex	29
3 Implémentation d’un couplage fluide-structure multi-corps	31
3.1 Solveur fluide : méthode vortex multi-corps	31
3.2 Solveur fluide-structure	37
3.2.1 Algorithme FSI-Vortex	37
3.2.2 Aile articulée à deux segments	46
3.2.3 Train de corps – Généralisation	52

3.3	Analyse dimensionnelle	61
4	Validation et application de la méthode	68
4.1	Validation	68
4.1.1	Cylindre oscillant à un degré de liberté	68
4.1.2	Aile oscillante à flexibilité discrète	75
4.2	Couplage fort versus faible	84
4.2.1	Critère de convergence en FSI	86
4.3	Stratégies de flexibilité discrète	90
4.3.1	Géométrie et redistribution	90
4.3.2	Autres stratégies	96
5	Propulsion à ailes oscillantes flexibles	99
5.1	Aile oscillante flexible - N articulations	99
5.2	Aile oscillante à une articulation – Étude du rôle de la flexibilité	105
5.2.1	Aile oscillante en pilonnement	106
5.2.2	Aile oscillante en pilonnement et tangage	110
5.2.3	Rôle du ratio de densité	132
5.2.4	Rôle de l'angle d'attaque effectif	138
6	Conclusion	142
	Bibliographie	147
A	Détail des termes d'accélération centripète	152
B	Fichiers de contrôle du code vortex	154
B.1	settings.txt	154
B.2	bodies.ctl	156
B.3	pivot.txt	157
C	Forme alternative des équations adimensionnelles	158
D	Cas de validation – Aile oscillante	162
D.1	Cas A	163
D.2	Cas B	164
E	Articles de conférences	165
	Article de conférence CFDSC	166

Liste des tableaux

4.1	Paramètres physiques adimensionnels du problème de VIV.	71
4.2	Principaux résultats - VIV d'un cylindre pour deux vitesses réduites U^*	75
4.3	Paramètres physiques et numériques des cas A et B d'aile articulée.	78
5.1	Sommaire des résultats en propulsion d'une aile à quatre articulations (flexibilité faible et grande flexibilité) versus une aile rigide; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $f_D^* = 5$	103
5.2	Sommaire des résultats d'une aile articulée (<i>en pilonnement uniquement</i>) en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité; $Re = 500$, $f^* = 0.225$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 0^\circ$, $D^* = 100$	107
5.3	Sommaire des résultats d'une aile articulée en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 100$	111
5.4	Sommaire des résultats d'une aile articulée en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 50$	111
5.5	Sommaire des résultats d'une aile articulée en propulsion en fonction du ratio de densité D^* pour une rigidité de $K_\theta^* = 2$ et une articulation à la mi-corde ($x^h = c/2$), avec les paramètres $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$	132
5.6	Comparaison des performances d'une aile rigide avec une aile flexible pour un même angle d'attaque effectif ainsi qu'une comparaison avec le cas rigide nominal.	140

Table des figures

1.1	Un insecte en vol.	2
1.2	Un prototype de micro-véhicule aérien (mouche mécanique <i>Lab Harvard Microrobotics</i>).	3
1.3	Prototype de MAV : Mentor.	4
2.1	Mouvement typique d'une aile oscillante de type « plaque plane » sur une demi-période : déphasage $\phi = 90^\circ$ entre le pilonnement et le tangage. L'aile est ici illustrée dans un repère qui se déplace horizontalement (en x) à la vitesse de l'aile dans cette direction. Cette vitesse est ici U_∞	8
2.2	Angle d'attaque et vitesse effective vus par l'aile dans le repère du corps en mouvement.	9
2.3	Plaque plane rigide d'épaisseur e avec la position de son centroïde X_C et de son point d'attache X_{PA} ainsi que le vecteur \mathbf{r}_a	12
2.4	Diagramme des forces d'une plaque plane rigide en pilonnement et en tangage ainsi que les réactions sur le PA.	13
2.5	Illustration d'un prototype expérimental d'aile articulé composé de section rigide et flexible, comprenant des joints torsionnels et des actuateurs [50].	28
2.6	Configuration géométrique d'une aile articulée de type « plaque plane ».	28
3.1	Synthèse de l'algorithme de la méthode vortex avec FSI en couplage fort ou faible. Les indices «b» réfèrent aux corps solides, «p» aux particules vortex, et «f» au fluide.	41
3.2	Plaque plane à deux segments et une articulation.	46
3.3	Configuration géométrique d'une aile articulée à 2 segments.	47
3.4	Équilibre des forces agissant sur le corps mené.	49
3.5	Équilibre des forces agissant sur le corps menant.	51
3.6	Aile articulée à 3 segments et 2 articulations.	53
3.7	Configuration géométrique d'une aile articulée simplifiée avec les principales quantités dimensionnelles.	62
4.1	Schéma d'un cylindre rigide monté sur un support élastique (dans la direction y) soumis à un écoulement transverse.	69

4.2	Boîtes de redistribution et champ de particules (coloriées par la vorticité) illustrant la relaxation de la résolution spatiale dans le sillage d'un cylindre oscillant à $Re = 200$, $m^* = 10$, $\zeta = 0.01$ et $U^* = 4.5$. La position à l'équilibre du cylindre est également montr�e.	72
4.3	Comparaison entre Vortex (—) et <i>Fluent</i> (—▶) pour le déplacement du centre de masse avec le temps d'un cylindre avec une vitesse réduite $U^* = 5.1$	73
4.4	Comparaison entre Vortex (—) et <i>Fluent</i> (—▶) pour le déplacement du centre de masse avec le temps d'un cylindre avec une vitesse réduite $U^* = 4.5$	74
4.5	Aile articul�e compos�e de deux segments elliptiques rigides de longueur c reliés par une articulation élastique dans un fluide au repos.	76
4.6	Force de portance, déflexion et cinématique prescrite du cas A suite à un démarrage impulsif sur trois cycles d'oscillation. Comparaison de la référence en D.1.	79
4.7	Force de portance, déflexion et cinématique prescrite du cas B suite à un démarrage impulsif sur trois cycles d'oscillation. Comparaison de la référence en D.2.	80
4.8	Force de portance, déflexion angulaire et cinématique prescrite du cas A sur un cycle d'oscillation.	81
4.9	Force de portance, déflexion angulaire et cinématique prescrite du cas B sur un cycle d'oscillation.	81
4.10	évolution temporelle du champ de vorticité calculé sur un demi-cycle de vol stationnaire pour le cas A, montrant une importante déflexion du second corps. Contours de vorticité allant de -5 à 5 : contours rouges, vorticité positive; contours bleus, vorticité négative.	82
4.11	évolution temporelle du champ de vorticité calculé sur un demi-cycle de vol stationnaire pour le cas B, montrant une faible déflexion du second corps. Contours de vorticité allant de -5 à 5 : contours rouges, vorticité positive; contours bleus, vorticité négative.	83
4.12	Schéma illustratif : deux plaques planes de 10% d'épaisseur relative à la corde totale avec une articulation élastique dans un écoulement uniforme.	84
4.13	évolution temporelle de l'angle différentiel θ : impact du ratio de densité et du couplage. Le couplage fort correspond aux lignes pleines (—); le couplage faible aux lignes pointill�es (---).	86
4.14	Champ de vorticité et vecteurs vitesse pour une aile oscillante flexible avec une articulation à mi-corde ($x^h = 0.5c$) présentant une déflexion légère à $t/T = 0.75$; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 25$, $K_\theta^* = 2$, $D_\theta^* = 0$. Contours rouges, vorticité positive; contours bleus, vorticité négative.	87

4.15	Comparaison d'une simulation d'aile oscillante articulée en propulsion sur un cycle pour différentes valeurs du critère de convergence pour la sous-itération du couplage fluide-structure. Les traits en lignes pleines (—) correspondent à $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ versus un critère plus relâché à $\epsilon = 1 \times 10^{-1}$ (· · ·) ou un critère plus serré à $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ (- - -). Enfin, le trait hachuré (---) correspond au cas sans couplage fort.	89
4.16	Géométrie d'un corps à extrémité concave relié à un corps à extrémité convexe, illustration des rayons de courbure.	91
4.17	Schémas de redistribution Λ_2' : dans l'encadré supérieur les deux combinaisons existantes et dans l'encadré inférieur les combinaisons ajoutées dans le code vortex.	92
4.18	Schémas de redistribution Λ_2 ajoutés dans le code vortex.	93
4.19	Comparaison des champs de vorticité entre une simulation à 1 corps ou à 2 corps avec un espacement minimal (contours rouges : vorticité positive ; contours bleus : vorticité négative). L'encadré illustre le faible nombre de particules vortex dans l'interstice entre les deux corps.	94
4.20	Comparaison des coefficients de forces : impact de la géométrie et des schémas de redistribution. Un corps avec 1000 pas de temps par cycle (-■-) ou 2000 pas de temps par cycle (-▲-) versus deux corps avec 1000 pas de temps par cycle (-▼-) et 2000 pas de temps par cycle(· · ·).	95
4.21	Comparaison de certaines approches de flexibilité discrète enisageables pour éliminer le problème des fuites entre les segments de l'aile : imposition d'une intensité nulle sur les panneaux de l'interstice (� gauche), membranes imperméables à l'interstice (au centre) et membranes imperméables et chevauchement des corps rigides (� droite).	97
5.1	Géométrie d'un profil d'aile rigide (plaque plane 10% d'épaisseur relative) versus celle d'une aile articul�e compos�e de quatre articulations et cinq segments rigides.	100
5.2	Champs de vorticité (vorticité positive en rouge ; négative en bleu) autour d'une aile oscillante en propulsion à trois instants dans un cycle d'oscillation. Comparaison d'un profil d'aile totalement rigide (� gauche) � deux ailes flexibles ($K_\theta^* = 1073$ versus $K_\theta^* = 96.55$) ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $D_\theta^* = 2.13$	101
5.3	Schéma illustratif de la déflexion δ d'une aile flexible ainsi que de l'angle de tangage passif α_p	102
5.4	Coefficient de poussée instantané sur un cycle d'oscillation : comparaison d'une aile rigide (cas 1) avec une aile à faible flexibilité (cas 2) et grande flexibilité (cas 3) ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $f_D^* = 5$	104

5.5	Géométrie de trois configurations de profils d'aile articulée (plaque plane 5% d'épaisseur à bouts arrondis) à une articulation et deux segments rigides avec des articulations situées au quart, à la demi et aux trois quarts de corde.	105
5.6	Boîtes de redistribution et champ de particules (coloriées par la vorticité) utilisés pour les calculs d'aile oscillante en propulsion illustrant la relaxation de la résolution spatiale typiquement employée.	106
5.7	Comparaison d'une grande déformation pour le cas d'une articulation à $x^h = 0.25c$ avec une rigidité $K_\theta^* = 5$ avec le cas rigide (non-déformé) à $t/T = 1$ pour des cas en pilonnement : $Re = 500$, $f^* = 0.225$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 0^\circ$, $D^* = 100$. Les champs de vorticité correspondants sont également illustrés.	108
5.8	Comparaison de l'angle de tangage passif (dû à la déflexion) pour des articulations situées au quart, à la demi et aux trois quarts de corde dans le cas d'une rigidité de $K_\theta^* = 5$. Le mouvement de pilonnement est également illustré pour fin de comparaison (- - -).	109
5.9	Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = c/4$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$	113
5.10	Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = c/2$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$	114
5.11	Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = 3c/4$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$	115
5.12	Déflexion maximale lors d'un cycle d'oscillation en fonction de la fréquence naturelle f_N^* pour l'ensemble des cas présentés aux tableaux 5.3 et 5.4. $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ pour $D^* = 100$ (en rouge) et $D^* = 50$ (en noir).	116
5.13	Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la position de l'articulation (x^h/c) pour un joint torsionnel identique ($K_\theta^* = 5$ et $D_\theta^* = 0$) pour les deux ratios de densité étudiés ($D^* = 100$ versus 50); avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$	117

- 5.14 Évolution des coefficients de forces aérodynamiques instantanées sur 6 cycles d'oscillation pour une aile oscillante en propulsion; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 50$, $D_\theta^* = 0$ pour trois positions d'articulation : a) $x^h = c/4$ et $K_\theta^* = 2$, b) $x^h = c/2$ et $K_\theta^* = 5$ et c) $x^h = 3c/4$ et $K_\theta^* = 0.5$ 119
- 5.15 Évolution des coefficients instantanés de poussée et de puissance aérodynamiques (- - -) et mécaniques (—) sur un cycle d'oscillation pour des ailes oscillantes en propulsion de ratio de densité $D^* = 50$ pour différentes rigidités et positions d'articulation; avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 120
- 5.16 Champ de vorticité pour une aile oscillante rigide en régime de propulsion, avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$ et $\alpha_0 = 30^\circ$ sur un cycle d'oscillation. 122
- 5.17 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 5$) pour une articulation au quart de corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 123
- 5.18 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 15$) pour une articulation au quart de corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 124
- 5.19 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 1$) pour une articulation à mi-corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 125
- 5.20 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 10$) pour une articulation à mi-corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 126
- 5.21 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 0.5$) pour une articulation aux trois quarts de corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 127
- 5.22 Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 5$) pour une articulation aux trois quarts de corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ 128

- 5.23 Évolution temporelle des coefficients mécaniques instantanés de poussée (à gauche) et de puissance (à droite) sur un cycle d'oscillation pour des ailes oscillantes en propulsion; $Re = 1000, H_0/c = 1, \alpha_0 = 30^\circ$, ayant toutes la même rigidité $K_\theta^* = 5$ et un ratio de densité $D^* = 50$ pour les trois positions d'articulation x^h/c à l'étude. 129
- 5.24 Comparaison des coefficients instantanés de poussée, de puissance, de puissance linéaire et de puissance angulaire aérodynamiques (- - -) et mécaniques (—) sur un cycle d'oscillation pour une aile rigide versus une aile flexible ($K_\theta^* = 10$ et $x^h = c/2$) présentant un rendement similaire ($\eta = 35.9\%$ versus $\eta = 34.6\%$) et un ratio de densité $D^* = 50$. Les valeurs moyennes des coefficients de puissances totale, de pilonnement et de tangage sont également illustrées à des fins de comparaison. 131
- 5.25 Comparaison des coefficients mécaniques de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement en fonction du ratio de densité D^* d'un aile oscillante rigide (-●-) versus une aile flexible (■) de rigidité $K_\theta^* = 2$ pour une articulation à mi-corde ($x^h = c/2$) sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000, f^* = 0.20, H_0/c = 1, \alpha_0 = 30^\circ, D_\theta^* = 0$ 133
- 5.26 Évolution temporelle sur un cycle d'oscillation des coefficients de poussée (à gauche) et de puissance (à droite) aérodynamiques (- - -) et mécaniques (—) instantanés en fonction du ratio de densité D^* pour une aile flexible de rigidité $K_\theta^* = 2$ et $x^h = c/2$ et comparaison avec le cas rigide; $Re = 1000, f^* = 0.20, H_0/c = 1, \alpha_0 = 30^\circ, D_\theta^* = 0$ 135
- 5.27 Évolution temporelle de la déflexion instantanée du bord de fuite sur un cycle d'oscillation pour une aile articulée ($K_\theta^* = 2$ et $x^h = c/2$) avec différents ratios de densité D^* et les paramètres suivants : $Re = 1000, f^* = 0.20, H_0/c = 1, \alpha_0 = 30^\circ, D_\theta^* = 0$ 136
- 5.28 Comparaison du champ de vorticité et des lignes de courant pour deux ailes flexibles de densité différente ($D^* = 50$ versus 5) sur un demi-cycle d'oscillation; $Re = 1000, f^* = 0.20, H_0/c = 1, \alpha_0 = 30^\circ, K_\theta^* = 2, D_\theta^* = 0, x^h/c = 0.5$ 137
- 5.29 Schéma illustratif : angle de tangage passif α_p , angle de tangage imposé α_1 et angle de tangage résultant α'_1 138
- 5.30 Comparaison de l'angle de tangage imposé $\alpha(t)$ sur le corps rigide (—) avec l'angle de tangage résultant $\alpha'_1(t)$ du corps flexible (■) ainsi que l'angle de tangage imposé $\alpha_1(t)$ (⋯) du corps flexible (ou du cas rigide nominal). 139
- 5.31 Évolution temporelle des coefficients instantanés de poussée (trait bleu) et de puissance aérodynamiques (trait noir) pour une aile rigide (—) avec le même angle d'attaque effectif instantané qu'une aile flexible (-◆-); $Re = 1000, f^* = 0.20, H_0/c = 1, D^* = 100$ 140

- 5.32 Champs de vorticité pour deux ailes oscillantes, rigide (  gauche) et flexible (  droite), possédant un même angle d'attaque effectif instantané, sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $D^* = 100$. . 141

Chapitre 1

Introduction

1.1 Mise en contexte

Dans les récentes années, un intérêt marqué pour les petits engins volants robotisés s'est développé. Ces engins volants, de la taille d'un oiseau ou d'un insecte, sont communément désignés sous l'appellation de « *micro-air vehicle* » (MAV) et « *nano-air vehicle* » (NAV) pour les plus petits. De multiples champs d'application existent pour de tels véhicules. On pense par exemple aux missions d'espionnage et de reconnaissance militaire, à des missions de sauvetage, de recherche, de détection ou d'échantillonnage en milieux hostiles, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur, ou encore pour la surveillance atmosphérique et les prévisions météorologiques. Bref, ces drones sont promis à un bel avenir, c'est pourquoi il y a une quantité significative d'études portant sur ces sujets. Évidemment, pour que de tels engins puissent être efficaces dans les diverses applications décrites, plusieurs contraintes et exigences se présentent. En effet, un tel drone se doit d'avoir une bonne manoeuvrabilité, de la furtivité, une polyvalence (vol stationnaire et déplacement à basse vitesse, décollage et atterrissage sur différents terrains), une autonomie de vol substantielle, tout en étant à la fois suffisamment petit et léger et à faible coût. Les besoins énergétiques sont donc critiques afin d'assurer le succès d'une mission, ce qui implique entre autres des performances aérodynamiques très élevées.

Ces engins volants, largement inspirés des insectes, des oiseaux et des chauve-souris, deviennent aujourd'hui peu à peu une réalité, avec l'amélioration des techniques d'usage, de miniaturisation, de contrôle électronique, de stockage énergétique. Cela implique aussi des avancements multidisciplinaires importants concernant la mécanique du vol et le contrôle actif et passif. D'un point de vue physique, la plupart des insectes, des oiseaux et donc des NAVs qui en sont inspirés impliquent de l'aérodynamique instation-

naire et des interactions fluide-structure. Comme on le devine, les difficultés de fabrication comme les difficultés de modélisation sont nombreuses, ce qui explique quelque peu le développement long et laborieux qui caractérise ces technologies à l'heure actuelle. Pour progresser dans la mise en place de NAVs efficaces, les diverses problématiques inhérentes à ces technologies se doivent d'être étudiées d'abord de façon indépendante avant d'être abordées dans leur ensemble. Le sujet qui nous intéresse concerne l'aspect aérodynamique dans un premier temps. Une revue intéressante sur le sujet a été publiée en 2003 par Ho *et al* [23] entre autres. Les figures 1.1 et 1.2 permettent de constater à quel point ces engins tendent aujourd'hui à s'approcher des insectes.

En fait, dans les récentes années, un vif intérêt de recherche a été porté sur l'aérodynamique des insectes et des oiseaux, ainsi que sur l'hydrodynamique des poissons et des mammifères marins. Ces recherches, d'abord initiées par des biologistes désirant comprendre les divers mécanismes permettant aux insectes ou aux oiseaux de voler par exemple [10], se poursuivent désormais avec l'aide d'ingénieurs et d'aérodynamiciens (voir entre autres les livres suivants : Shyy *et al.* [54], Mueller [40] et Azuma [3]). Ces intérêts communs ont pour but la compréhension des mécanismes fondamentaux du vol des insectes,

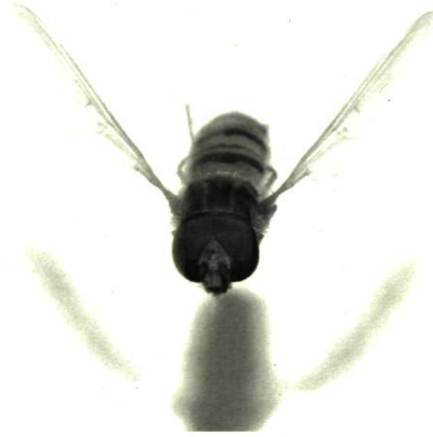


FIG. 1.1 – Un insecte en vol.

caractérisé par de très bas nombres de Reynolds et des ailes battantes, mais aussi la mise en place d'éventuelles applications pratiques relevant de la compréhension de cette aérodynamique complexe, tel que les MAVs et les NAVs. Historiquement, les études ont débuté par l'observation qualitative du vol chez les oiseaux et les insectes, concernant principalement le mouvement des ailes et la physiologie de ces dernières (voir par exemple les travaux de Ellington [15]).

Des études expérimentales en soufflerie ou en canal hydrodynamique, tel que le projet de *Robofly* des laboratoires de Dickinson à Caltech [4], portent maintenant sur des prototypes mécaniques mimiquant des insectes. Différents prototypes ont également été conçus à la suite du projet de NAV du gouvernement américain dans le cadre du DARPA (« *Defense Advanced Research Projects Agency* »), pensons par exemple à *AeroVironment* ou au projet Mentor (collaboration de Stanford et *Advanced Subsonics* [67], voir FIG. 1.3). Nos partenaires de RDDC-Valcartier (*Recherche et Développement Défense Canada*) sont à leur tour très intéressés par les diverses applications d'un

NAV. C'est pourquoi ils se sont mis à l'étude de l'aérodynamique de ces engins à ailes battantes [31] et c'est de là que résulte la collaboration avec le *Laboratoire de Mécanique des Fluides Numérique (LMFN)* de l'Université Laval d'où origine ce projet de maîtrise.

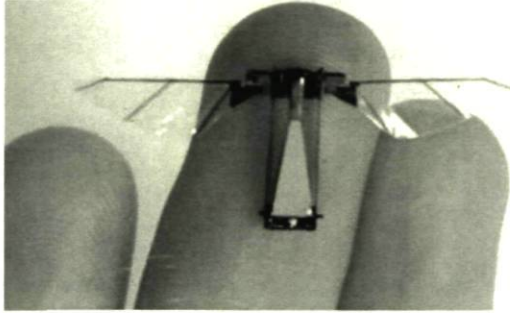


FIG. 1.2 – Un prototype de micro-véhicule aérien (mouche mécanique *Lab Harvard Microrobotics*).

Il est important que le lecteur comprenne que lorsque l'on parle d'insectes ou de NAVs, on considère des petites dimensions et des faibles vitesses, ce qui conduit directement à de l'aérodynamique à bas nombre de Reynolds (Re). Les insectes ont évolué d'une façon telle que leurs mécanismes de vol sont beaucoup plus efficaces dans ce contexte que les surfaces portantes fixes auxquelles nous sommes habitués telles que les ailes d'avion.

En effet, un écoulement à bas Re signifie que les forces visqueuses sont non-négligeables par rapport aux forces d'inertie

convective. Les effets visqueux ne se confinent plus à de très minces couches limites comme à grand Re . Dans ce dernier cas, on sait que les forces visqueuses étant négligeables à l'extérieur des couches limites, il en résulte un équilibre entre les forces d'inertie et de pression dans un contexte stationnaire. La géométrie du corps (profil d'aile) revêt alors une grande importance en ce qui concerne la génération des forces aérodynamiques. Dans le cas des insectes cependant, le terme visqueux des équations de Navier-Stokes devient important et pour contrer cet effet, des mécanismes instationnaires sont employés. C'est l'ajout de cette composante d'accélération locale qui permet en quelque sorte de devancer les effets visqueux, ajoutant une échelle de temps supplémentaire très courte dans la physique en jeu. Cette instationnarité permet ainsi de générer des forces aérodynamiques très importantes, qui permettront alors de voler ou de se diriger dans un contexte à bas Reynolds, peu propice à l'aérodynamique traditionnelle.

Ainsi, toujours en prenant le cas des insectes, on observe chez ceux-ci de multiples applications d'ailes battantes : avec une paire d'ailes ou deux paires d'ailes, avec différentes fonctions de mouvement très complexes (3D) qui varient dans le temps et selon le contexte, avec un mouvement de haut en bas, d'avant-arrière, de rotation et de translation combinées. Ces ailes battent à des fréquences allant typiquement de 5 Hz à 200 Hz chez les insectes, avec des ailes minces déformables, comprenant des membrures rigides et des déformations qui peuvent être à la fois actives et passives. Bref, une physique très

enrichie comparativement à l'aérodynamique traditionnelle à grand Re est à la base du vol des insectes et de la propulsion à ailes oscillantes qui profitent ainsi des effets instationnaires tels que le décrochage dynamique, les éjections tourbillonnaires contrôlées et même la capture de sillage. Évidemment, dans un premier temps, afin d'étudier et comprendre ces phénomènes, les cas à l'étude consistent en des simplifications permettant de tirer des informations physiques réalistes à un coût modéré.

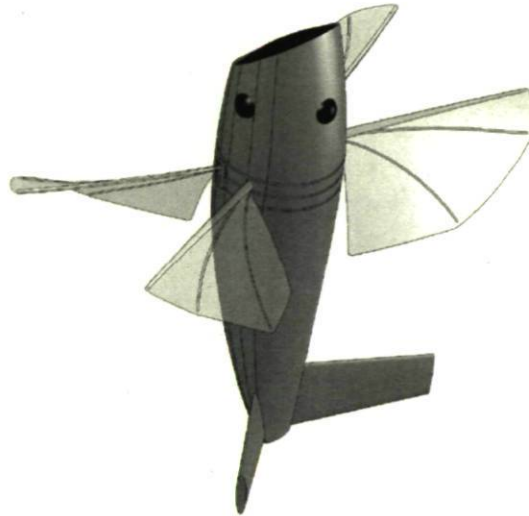


FIG. 1.3 – Prototype de MAV : Mentor.

Ainsi, suite à l'expertise développée au laboratoire *LMFN* dans la simulation numérique des écoulements instationnaires autour d'ailes oscillantes, une collaboration est née en 2007 avec la division de la recherche et du développement de Défense Canada à Valcartier (RDDC-Valcartier) pour étudier de petits engins désignés sous l'appellation de *nano-véhicules aériens* ou NAVs. Le mandat est de contribuer à comprendre comment la flexibilité d'une aile oscillante peut en améliorer les performances aérodynamiques dans des écoulements à faible nombre de Reynolds. L'outil de modélisation sélectionné pour ce mémoire est la méthode lagrangienne des particules vortex, dont le code a été initialement développé à l'*Université catholique de Louvain* (UCL) en Belgique [47, 65] puis modifié subséquemment à l'UCL [8] et au *LMFN* [5, 28]. En plus de ce mémoire, ce projet de NAVs a mené à un article de conférence par Morissette et Dumas [37], ainsi qu'aux travaux de maîtrise menés en parallèle d'un autre étudiant du *LMFN*, Mathieu Olivier, soient [42], [43] et [41].

1.2 Objectifs et structure du mémoire

Le présent travail a pour principal objectif l'étude de la propulsion à aile battante flexible à faible nombre de Reynolds et le rôle que peut y jouer la flexibilité de la structure mécanique de l'aile. Afin d'étudier ce rôle, plus précisément celui de la flexibilité le long de la corde de l'aile, dite « flexibilité de la corde » ou flexibilité longitudinale, les outils de modélisation aéroélastique appropriés se doivent d'être développés.

Le premier objectif spécifique de ce travail consiste ainsi en l'implémentation et à la validation à même une méthode numérique existante (le code vortex disponible au *LMFN*) d'un solveur d'interaction fluide-structure approprié pour la modélisation 2D de la flexibilité discrète de la corde.

Enfin, le second objectif spécifique consiste à réaliser une campagne de simulations (étude paramétrique) qui permet d'illustrer les principaux effets de la flexibilité de la corde et de poser un regard critique sur la méthodologie proposée en regard de l'application NAV.

Le mémoire se subdivise de la façon suivante : d'abord, au chapitre 2, on retrouve un portrait de la propulsion à aile oscillante, incluant un accent particulier sur les calculs de puissances et de rendements. Une revue de littérature sur la propulsion à aile oscillante rigide et flexible y est également présentée tout comme les différentes approches de modélisation aéroélastique. Une introduction à la méthode numérique vortex avec laquelle sont effectuées les simulations de ce mémoire est d'abord présentée au chapitre 3 qui décrit ensuite l'implémentation d'un algorithme de couplage fluide-structure à même la méthode lagrangienne vortex, puis son application au cas d'aile oscillante à flexibilité discrète impliquant plusieurs segments rigides reliés entre eux par des joints torsionnels élastiques. Une analyse dimensionnelle est également présentée dans ce chapitre. Le chapitre 4 présente des cas de validation et d'application pour la méthode vortex avec FSI. C'est au chapitre 5 que l'on présente une étude détaillée de la propulsion à aile oscillante avec flexibilité discrète dans le but de comprendre l'impact de la flexibilité de la corde sur les performances. Finalement, au chapitre 6, nous présentons une synthèse du travail, nos principales conclusions méthodologiques et physiques, et enfin nos recommandations pour la suite du programme de recherche.

Chapitre 2

Cadre théorique et revue de littérature

Ce chapitre présente d'abord un cadre théorique détaillé sur les ailes oscillantes dans le contexte spécifique de propulsion. On y retrouve un descriptif de la physique propre aux ailes oscillantes tout en détaillant dès maintenant les calculs de puissances et rendements propulsifs, autant d'un point de vue aérodynamique que mécanique pour le cas d'une aile de type « plaque plane » complètement rigide. Ce chapitre permet donc d'introduire les ailes oscillantes au lecteur avant d'aborder le rôle de la flexibilité de la corde. Une revue de littérature portant sur la propulsion traite autant du cas rigide que flexible. L'idée est d'amener le lecteur à connaître la problématique à l'étude ainsi que les possibilités de modélisation aéroélastique pour finalement en arriver à la méthodologie de flexibilité discrète considérant une aile composée de N segments rigides reliés par des articulations qui sera décrite au chapitre suivant.

2.1 Propulsion à aile oscillante – Cadre théorique

2.1.1 Description du mouvement

La propulsion de type ailes oscillantes ou ailes battantes s'observe dans la nature depuis de nombreuses années, principalement chez les poissons, les mammifères marins, les insectes et les oiseaux. Il n'est donc pas surprenant de constater que de nombreuses recherches ont permis de souligner son efficacité et d'en mener une étude paramétrique assez vaste [51, 2, 44]. Ce mécanisme d'aile oscillante (que l'on verra ici sous une forme $2D$ simplifiée) conduit à un intéressant cas pratique d'aérodynamique instationnaire. On le traitera dans ce mémoire sous une forme qui combine un mouvement de pilonement

(translation verticale) et un mouvement de tangage (rotation autour d'un axe) comme on peut le voir à la FIG. 2.1. Ainsi, tirant profit des outils de la mécanique des fluides numérique (« *computational fluid dynamics* » ou CFD), une bonne expertise sur la physique et la modélisation de ces ailes oscillantes a été développée au LMFN dans les récentes années (voir particulièrement Kinsey et Dumas [26]).

On définit le mouvement d'une aile oscillante combinant pilonnement et tangage harmoniques comme suit :

$$h(t) = H_0 \sin(\omega t + \phi), \quad (2.1)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t), \quad (2.2)$$

où H_0 et α_0 représentent respectivement les amplitudes de pilonnement du pivot et de tangage, alors que $\omega = 2\pi f$ correspond à la fréquence angulaire de ces mouvements. L'angle ϕ permet d'introduire un déphasage entre ces deux mouvements. Dans ce travail, nous nous limitons au cas $\phi = 90^\circ$, tel qu'illustré à la FIG. 2.1.

Les paramètres adimensionnels permettant de quantifier la cinématique d'une aile oscillante en mouvement harmonique sont donc H_0/c , α_0 , ϕ ainsi que la fréquence réduite $f^* = \frac{fc}{U_\infty}$, où U_∞ correspond à la vitesse de l'écoulement amont¹ alors que c correspond à la dimension de la corde du profil d'aile à l'étude. À ces paramètres s'ajoute bien sûr le paramètre de similitude dynamique qu'est le nombre de Reynolds, soit $Re = \frac{U_\infty c}{\nu}$. La période correspondante d'oscillation non-dimensionnelle équivaut alors à $T = \frac{1}{f^*}$. Enfin, les dérivés temporelles de $h(t)$ correspondent respectivement à la vitesse de pilonnement (que l'on notera $V_Y(t) = \dot{y}(t) = \dot{h}(t)$) et à l'accélération linéaire (notée $\dot{V}_Y(t) = \ddot{y}(t) = \ddot{h}(t)$). Pour le tangage, on aura la vitesse angulaire $\Omega(t) = \dot{\alpha}(t)$ et l'accélération angulaire $\dot{\Omega}(t) = \ddot{\alpha}(t)$. Ces quantités s'expriment comme :

$$V_Y(t) = H_0 \omega \cos(\omega t + \phi), \quad (2.3)$$

$$\ddot{h}(t) = -H_0 \omega^2 \sin(\omega t + \phi), \quad (2.4)$$

$$\Omega(t) = \alpha_0 \omega \cos(\omega t), \quad (2.5)$$

$$\dot{\Omega}(t) = -\alpha_0 \omega^2 \sin(\omega t), \quad (2.6)$$

¹Dans le cas où il n'y aurait pas d'écoulement U_∞ (en vol stationnaire entre autres), une vitesse de référence basée sur la vitesse maximale de pilonnement ou de tangage pourrait être appropriée.

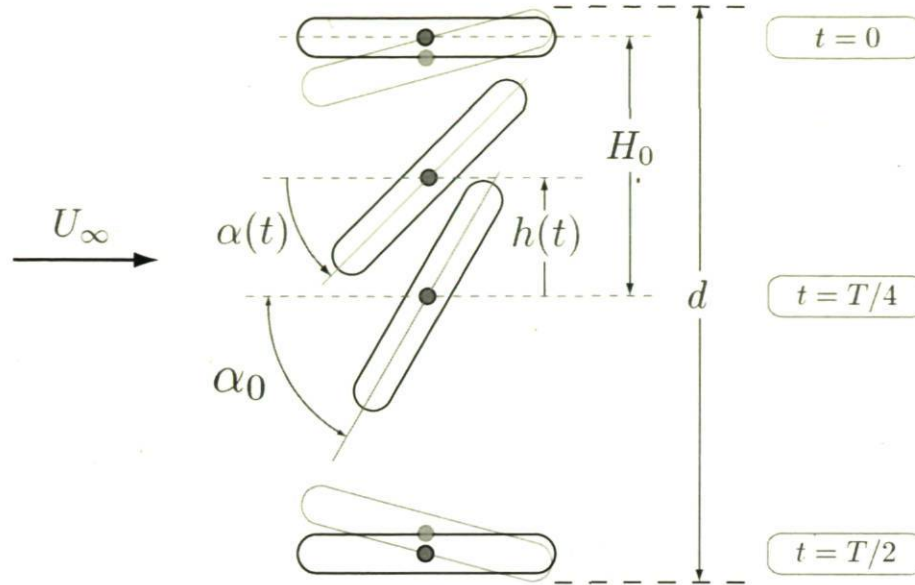


FIG. 2.1 – Mouvement typique d’une aile oscillante de type « plaque plane » sur une demi-période : déphasage $\phi = 90^\circ$ entre le pilonnement et le tangage. L’aile est ici illustrée dans un repère qui se déplace horizontalement (en x) à la vitesse de l’aile dans cette direction. Cette vitesse est ici U_∞ .

Selon les valeurs des paramètres cinématiques [26], une aile oscillante peut opérer dans un régime de propulsion (traînée F_X négative) ou dans un régime d’extraction d’énergie. On se limitera aux cas de propulsion dans le cadre de ce mémoire.

Afin de mesurer les performances d’une aile oscillante dans un régime de propulsion, différentes quantités d’intérêt doivent être définies. L’angle d’attaque effectif permet de quantifier l’écoulement perçu par l’aile. En ce sens, il est parfois plus pertinent que l’angle géométrique $\alpha(t)$ décrivant sa position dans l’espace. On définit l’angle d’attaque effectif $\lambda(t)$ en exprimant l’angle entre la corde et le vecteur vitesse effective \mathbf{V}_{eff} , celui-ci étant composé à la fois de l’écoulement U_∞ et de la vitesse verticale au pivot V_Y induite par le mouvement de pilonnement de l’aile².

Ainsi, dans le repère de l’aile (voir FIG. 2.2), on a :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{V_Y^2 + U_\infty^2} \quad \text{et} \quad \mathbf{V}_{\text{eff}} = U_\infty \hat{\mathbf{e}}_x - V_Y \hat{\mathbf{e}}_y, \quad (2.7)$$

²L’angle d’attaque effectif est parfois calculé en tenant compte de la vitesse de rotation de l’aile, typiquement en mesurant V_Y aux trois quarts de corde. Cette position découle de l’approche de la théorie classique quasi-stationnaire, telle que décrite à la section 6.2 de Fung [17].

$$\beta(t) = \arctan\left(\frac{-V_Y}{U_\infty}\right). \quad (2.8)$$

L'angle d'attaque effectif $\lambda(t)$ s'exprime alors comme suit :

$$\lambda(t) = \beta(t) - \alpha(t). \quad (2.9)$$

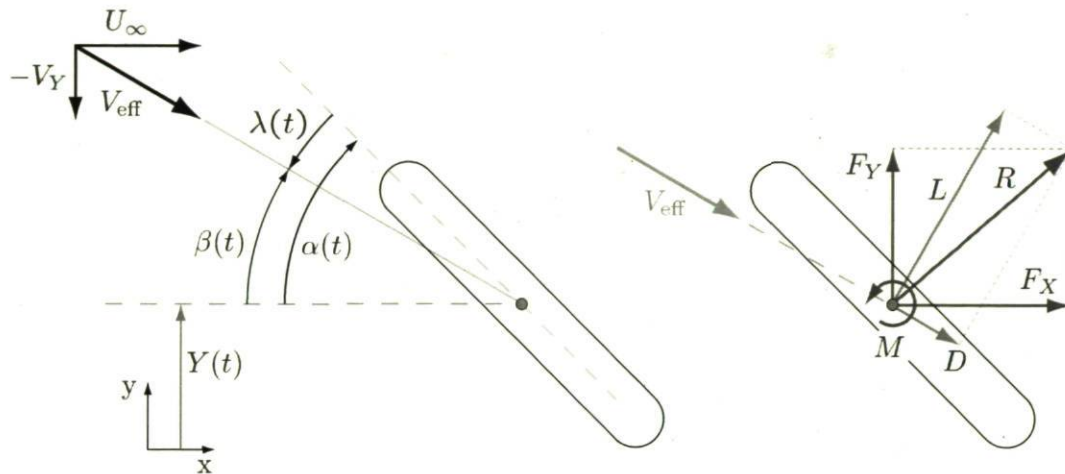


FIG. 2.2 – Angle d'attaque et vitesse effective vus par l'aile dans le repère du corps en mouvement.

Quant aux forces aérodynamiques agissant sur l'aile, on parlera généralement au cours de ce travail des forces F_X et F_Y que l'on exprime par rapport au système d'axe $x - y$ du repère inertiel. La résultante aérodynamique peut également se décomposer selon les définitions plus formelles de traînée D et portance L qui s'expriment par rapport à la vitesse effective de l'aile (FIG. 2.2). Enfin, le moment aérodynamique M est défini par rapport à l'axe de tangage du corps.

2.1.2 Puissances et rendement aérodynamiques

Naturellement, pour quantifier la propulsion, on mesurera les forces aérodynamiques³ qui agissent sur l'aile. On s'intéressera à la résultante aérodynamique et au moment aé-

³À noter que l'ensemble des forces et moments considérés dans ce travail sont en réalité des forces et des moments par unité de longueur, puisque tous les cas considérés sont bidimensionnels (2D).

rodynamique agissant sur l'aile. Plus précisément, la résultante sera décomposée en une composante perpendiculaire à l'écoulement U_∞ qui, selon le système d'axe employé, correspondra à :

$$F_Y = \frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 c C_Y, \quad (2.10)$$

et une composante parallèle à l'écoulement U_∞ , dénotée :

$$F_X = \frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 c C_X. \quad (2.11)$$

Le coefficient du moment aérodynamique par rapport à l'axe de tangage de l'aile est défini quant à lui comme :

$$M = \frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 c^2 C_M. \quad (2.12)$$

À partir de ces forces, on pourra s'intéresser au rendement propulsif d'une aile oscillante. Ce rendement se définit comme la puissance utile en poussée (puissance servant à propulser dans la direction désirée) versus la puissance à fournir pour obtenir cette poussée. En terme simple, il s'agit de savoir ce que ça coûte pour obtenir ce que l'on veut !

La puissance instantanée que l'on doit fournir à l'aile (par unité de profondeur) pour se propulser (donc à fournir à l'écoulement) est définie par :

$$P(t) = -P_Y(t) - P_\theta(t). \quad (2.13)$$

Elle correspond à la puissance nécessaire pour effectuer un mouvement de pilonnement et un mouvement de tangage, avec :

$$P_Y(t) = F_Y(t) V_Y(t), \quad (2.14)$$

$$P_\theta = M(t) \Omega(t). \quad (2.15)$$

La puissance peut également être exprimée de façon non-dimensionnelle avec :

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho_f U_\infty^3 c}. \quad (2.16)$$

La puissance moyennée fournie à l'aile sur un cycle d'oscillation de période non-dimensionnelle $T = \frac{1}{f^*}$ s'exprime enfin comme :

$$\bar{C}_P = -\bar{C}_{P_Y} - \bar{C}_{P_\theta} = \frac{1}{T} \int_0^T -C_Y \frac{V_Y(t)}{U_\infty} - C_M \frac{\Omega(t)c}{U_\infty} dt. \quad (2.17)$$

La puissance utile (avec le vecteur \mathbf{V}_b la vitesse absolue du corps, *i.e.* sa vitesse dans un repère fixe), quant à elle, s'exprime comme :

$$P_X(t) = -F_X(t) \mathbf{V}_b(t) \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = -F_X(t) U_\infty, \quad (2.18)$$

qui, exprimée de façon adimensionnelle et moyennée, devient :

$$\bar{C}_{P_X} = \frac{-\bar{F}_X U_\infty}{\frac{1}{2} \rho_f U_\infty^3 c} = \frac{1}{T} \int_0^T -C_X dt = \bar{C}_X. \quad (2.19)$$

Enfin, en prenant le ratio de la puissance utile et de la puissance fournie, on obtient un rendement propulsif, qui sera la mesure de l'efficacité énergétique d'un système de propulsion à aile oscillante :

$$\eta = \frac{-\bar{F}_X U_\infty}{\bar{P}} = \frac{-\bar{C}_X}{\bar{C}_P} = \frac{\bar{C}_T}{\bar{C}_P}, \quad (2.20)$$

en posant le coefficient de poussée (« *thrust* ») comme $\bar{C}_T = -\bar{C}_X$ pour obtenir une poussée positive, soit l'inverse de la traînée. Ainsi, dans le contexte où l'on s'intéresse à la propulsion à aile oscillante, deux possibilités d'optimisation sont possibles, soit le cas où l'on veut maximiser la poussée (instantanée C_T ou moyenne \bar{C}_T) ou encore le cas où l'on veut maximiser l'efficacité η , ce qui est normalement associé à une minimisation de \bar{C}_P .

2.1.3 Puissances et rendement mécaniques

Le rendement et les calculs de puissances moyennées et instantanées tels que définis précédemment ne concernent que l'aspect aérodynamique. Or, dans le cas d'un système mécanique réel, des effets inertiels sont également présents, que ce soit pour des corps rigides ou déformables. La présente section vise à inclure ces effets dans le calcul de performance d'une aile oscillante en propulsion. On s'intéresse alors aux forces et moment agissant au point d'application du mouvement, c'est-à-dire les réactions exercées par l'imposition du mouvement.

On définit un point d'attachement au corps (PA), qui ne correspond pas nécessai-

rement au centre de masse⁴ de ce corps (voir FIG. 2.3). C'est par rapport à ce PA que le corps pivote sur lui-même (axe de tangage). Par analogie avec un montage expérimentale, le PA correspondrait à l'arbre actionné mécaniquement sur lequel est installée l'aile. Les forces auxquelles on s'intéresse sont les réactions exercées par l'arbre sur l'aile, et qui contribuent à lui transmettre son mouvement afin de calculer les puissances et rendement mécaniques totaux.

Prenons un profil de plaque plane $2D$ symétrique d'épaisseur e , dont le PA et le centroïde ne correspondent pas, avec une corde de longueur c , un point d'attachement à la position $X_{PA} = 0.5e$ et un centroïde situé à la mi-corde ($X_C = 0.5c$), tel qu'on peut le voir sur la FIG. 2.3 :

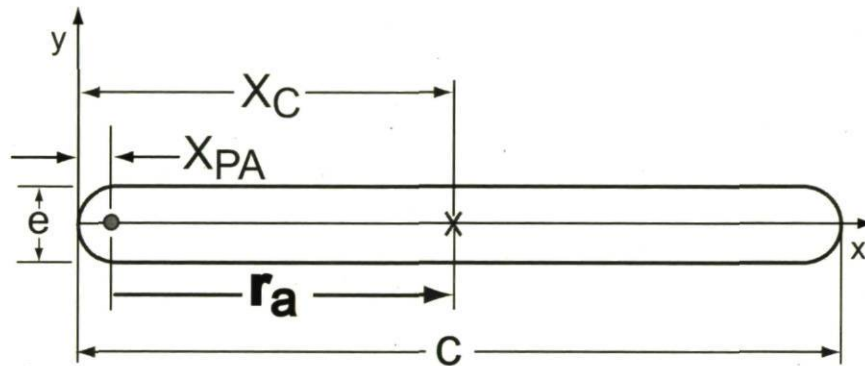


FIG. 2.3 – Plaque plane rigide d'épaisseur e avec la position de son centroïde X_C et de son point d'attachement X_{PA} ainsi que le vecteur \mathbf{r}_a .

Le mouvement imposé est une combinaison du pignonement et du tangage définis aux équations 2.1 et 2.2. Les réactions au PA (on considère les forces résultantes que l'aile exerce au PA sur un moyeu et les réactions du PA sur l'aile) peuvent être calculées à partir des équilibres de forces et de moment suivants :

$$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}_C, \quad (2.21)$$

$$\Sigma M_{,PA} = I_{PA} \dot{\Omega} + \mathbf{r}_a \times m \mathbf{a}_{PA}, \quad (2.22)$$

La FIG. 2.4 illustre ces équilibres de forces⁵. L'Eq. 2.22 est une formulation alternative de $\Sigma M_{,PA} = I_C \dot{\Omega} + \mathbf{r}_a \times m \mathbf{a}_C$. Ces deux formulations équivalentes (telles qu'on

⁴Dans le cadre de ce mémoire, les expressions centre de masse et centroïde seront employés sans distinction, puisqu'on considère uniquement des corps rigides de matériel homogène, donc de densité constante. Ainsi, le centroïde géométrique correspond au centre de masse.

⁵Note technique : les forces et le moment aérodynamique sont calculés au pivot du corps dans notre implémentation du code vortex, c'est pourquoi ils se retrouvent au PA dans l'exemple de la FIG. 2.4.

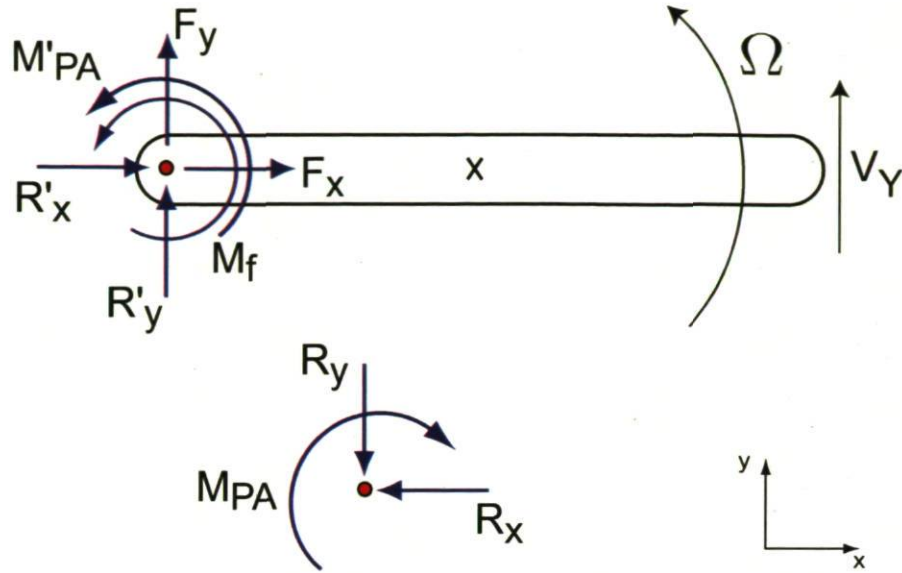


FIG. 2.4 – Diagramme des forces d'une plaque plane rigide en pilonnement et en tangage ainsi que les réactions sur le PA.

les retrouvent à la section 6/2 de Meriam [34]) permettent d'exprimer la somme des moments par rapport à un point qui n'est pas le centroïde du corps rigide. La formulation employée est d'intérêt puisqu'elle permet d'exprimer cette somme de moments par rapport à un point arbitraire quelconque en mouvement dont l'accélération linéaire \mathbf{a}_{PA} est connue (dans le cas présent, le point PA d'imposition du mouvement). Ces équilibres dynamiques se détaillent de façon plus explicite comme :

$$\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = F_X + R'_x = m \ddot{x}_C, \quad (2.23)$$

$$\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{e}}_y = F_Y + R'_y = m \ddot{y}_C, \quad (2.24)$$

$$\Sigma M_{,PA} = M_f + M'_{PA} = I_{PA} \dot{\Omega} + \mathbf{r}_a \times m \mathbf{a}_{PA}, \quad (2.25)$$

qui se réexpriment en isolant les réactions sur le PA comme :

$$R_x = -R'_x = F_X - m \ddot{x}_C, \quad (2.26)$$

$$R_y = -R'_y = F_Y - m \ddot{y}_C, \quad (2.27)$$

$$M_{PA} = -M'_{PA} = M_f - I_{PA} \dot{\Omega} - \mathbf{r}_a \times m \mathbf{a}_{PA}, \quad (2.28)$$

où $\dot{\Omega}$ représente l'accélération angulaire du corps pivotant autour du PA, qui subit lui-même une accélération linéaire donnée par :

$$\mathbf{a}_{PA} = \ddot{x}_{PA} \hat{\mathbf{e}}_x + \ddot{y}_{PA} \hat{\mathbf{e}}_y. \quad (2.29)$$

L'accélération du centroïde vaut :

$$\mathbf{a}_C = \ddot{x}_C \hat{\mathbf{e}}_x + \ddot{y}_C \hat{\mathbf{e}}_y, \quad (2.30)$$

ou spécifiquement :

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_{PA} + \dot{\Omega} \times \mathbf{r}_a + \Omega \times \Omega \times \mathbf{r}_a, \quad (2.31)$$

qui comprend la contribution de l'accélération linéaire du PA, de l'accélération angulaire par rapport au PA et de l'accélération centripète par rapport au PA.

Les forces aérodynamiques par unité de profondeur appliquées au PA sont dénotées par F_X, F_Y et le moment M_f , alors que m représente la masse du corps (par unité de profondeur ; kg/m), tel que :

$$m = \rho_s A, \quad (2.32)$$

avec A l'aire du corps rigide considéré, ρ_s sa densité et I_{PA} le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation (axe de tangage) passant par le PA, soit :

$$I_{PA} = I_C + mr_a^2. \quad (2.33)$$

Enfin, le rayon \mathbf{r}_a représente la distance entre le PA et le centre de masse du corps.

Dans le cas particulier qui nous intéresse, soit la plaque plane oscillante dont le mouvement du pivot et l'angle d'attaque sont décrits par les équations 2.1 à 2.6, le corps est fixe dans la direction x , soumis à un écoulement uniforme U_∞ constant⁶. La vitesse et l'accélération au PA selon cette direction sont nulles dans le repère employé ($V_X = 0$ et $\dot{V}_X = \ddot{x}_{PA} = 0$), ce qui donne $\mathbf{V}_{PA} = V_Y \hat{\mathbf{e}}_y = \frac{dh(t)}{dt} \hat{\mathbf{e}}_y$ et $\mathbf{a}_{PA} = \ddot{y}_{PA} \hat{\mathbf{e}}_y = \frac{d^2h(t)}{dt^2} \hat{\mathbf{e}}_y$. Les équations se simplifient alors et les réactions deviennent :

$$R_x = F_X - m \left(-\dot{\Omega} \cdot r_a \sin(\alpha) - \Omega^2 \cdot r_a \cos(\alpha) \right), \quad (2.34)$$

$$R_y = F_Y - m \left(\ddot{y}_{PA} + \dot{\Omega} \cdot r_a \cos(\alpha) - \Omega^2 \cdot r_a \sin(\alpha) \right), \quad (2.35)$$

$$M_{PA} = M_f - I_{PA} \dot{\Omega} - \mathbf{r}_a \cdot \hat{\mathbf{e}}_x \cdot m \ddot{y}_{PA} = M_f - I_{PA} \dot{\Omega} - r_a \cos(\alpha) \cdot m \ddot{y}_{PA}. \quad (2.36)$$

À partir des réactions, il est maintenant possible de déterminer les puissances. On considérera une puissance propulsive comme positive si elle fournit une poussée nette et la puissance totale sera considérée positive lorsqu'on doit la fournir à l'aile pour entretenir son mouvement. La puissance mécanique utile (propulsive) et la puissance mécanique fournie totale s'expriment alors comme suit :

$$P'_X(t) = -R_x(t) \mathbf{V}_b(t) \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = -R_x(t) U_\infty, \quad (2.37)$$

⁶Ceci est évidemment vrai dans un repère qui se déplace en x avec le corps. Dans un repère fixe, le corps se déplace vers la gauche, vers les x négatifs, à la vitesse $\mathbf{V}_b = U_\infty \hat{\mathbf{e}}_x$, et ce dans un fluide au repos.

et

$$P'(t) = -P'_Y(t) - P'_\theta(t), \quad (2.38)$$

où les symboles « primes » (') sont utilisés pour distinguer les puissances mécaniques des puissances aérodynamiques définies en 2.18 et 2.13 respectivement. La vitesse du corps \mathbf{V}_b dans la direction x correspond ici à U_∞ et $P'_Y(t)$ est la puissance instantanée du pilonnement alors que $P'_\theta(t)$ est la puissance instantanée du tangage, qui se détaillent comme précédemment :

$$P'_Y(t) = R_y(t) V_Y(t), \quad (2.39)$$

$$P'_\theta(t) = M_{PA}(t) \Omega(t). \quad (2.40)$$

Les puissances sont communément exprimées sous une forme moyennée, sur un cycle de période non-dimensionnelle T , tel que :

$$\bar{P}'_X = -\frac{1}{T} \int_0^T R_x(t) U_\infty dt, \quad (2.41)$$

$$\bar{P}' = -\bar{P}'_Y - \bar{P}'_\theta = \frac{1}{T} \int_0^T (-R_y(t) V_Y(t) - M_{PA} \Omega(t)) dt. \quad (2.42)$$

Puissance mécanique en pilonnement

On observe évidemment dans l'Eq.2.35 que R_y comprend une contribution inertielle et une contribution aérodynamique. On peut évaluer leur contribution respective à la puissance \bar{P}'_Y en décomposant R_y :

$$\bar{P}'_Y = \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T F_Y(t) V_Y(t) dt}_{\text{Contribution aérodynamique}} - \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T m \ddot{y}_C(t) V_Y(t) dt}_{\text{Contribution inertielle}}. \quad (2.43)$$

On peut décomposer à nouveau le second terme (la contribution inertielle) en exprimant l'accélération du centroïde :

$$\ddot{y}_C(t) = \underbrace{\ddot{y}_{PA}(t) + \dot{\Omega}(t) r_a \cos(\alpha(t))}_{\text{Acc. angulaire}} - \underbrace{\Omega^2(t) r_a \sin(\alpha(t))}_{\text{Acc. centripète}}. \quad (2.44)$$

En substituant les termes $\ddot{y}_{PA}(t)$, $\alpha(t)$, $\Omega(t)$ et $\dot{\Omega}(t)$ par les expressions appropriées, on constate que la contribution à la puissance fournie du terme inertielle de pilonnement pure $m \ddot{y}_{PA} V_Y$, moyennée sur un cycle d'oscillation, est identiquement nulle. En effet, par identité trigonométrique, on sait que $\int_0^T \sin(t) \cos(t) dt = 0$.

Par contre, la contribution inertielle angulaire, qui correspond à l'intégrale :

$$\int_0^T m \left(\dot{\Omega}(t) r_a \cos(\alpha(t)) - \Omega^2(t) r_a \sin(\alpha(t)) \right) V_Y(t) dt, \quad (2.45)$$

comprenant un terme d'accélération angulaire et un terme centrifuge apporte une contribution non-nulle sur un cycle. Cela signifie qu'au niveau de la puissance fournie, la contribution inertielle en pilonnement, moyennée sur un cycle d'oscillation, est non-nulle. Ceci est vrai si la puissance extraite peut être emmagasinée durant les portions de cycle où il n'y a pas de puissance nette à fournir⁷.

Ainsi, de façon moyennée, l'inertie en translation dans la direction perpendiculaire à l'écoulement pour un mouvement imposé périodique n'apporte aucune contribution à la puissance s'il n'y a pas de mouvement de tangage et que le centroïde est distinct du PA (dans ce cas $\mathbf{a}_{PA} = \mathbf{a}_C$). Si ce n'est pas le cas (donc $\mathbf{a}_{PA} \neq \mathbf{a}_C$), le terme inertiel en y de l'Eq.2.43 apporte une contribution non-nulle au bilan de puissance moyenne par le biais de 2.45. Par contre, on verra plus loin que cette contribution est contrebalancée par la puissance en rotation.

De plus, il est important de retenir que le terme inertiel s'ajoute toujours au terme aérodynamique dans l'évolution instantanée de la puissance, peu importe le contexte, et ne peut donc être simplement négligé.

Puissance mécanique en tangage

De même que pour R_y , la réaction du moment au pivot du PA (M_{PA}), détaillée en 2.36, comprend à la fois une composante aérodynamique et une composante inertielle. On s'intéresse également à leur contribution respective à la puissance angulaire moyennée \bar{P}'_θ . Ainsi :

$$\bar{P}'_\theta = \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T M_f(t) \Omega(t) dt}_{\text{Contribution aérodynamique}} - \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \left(I_{PA} \dot{\Omega}(t) + r_a \cos(\alpha(t)) \cdot m \ddot{y}_{PA}(t) \right) \Omega(t) dt}_{\text{Contribution inertielle}}. \quad (2.46)$$

Le second terme (la contribution inertielle) peut à son tour être scindé en deux et on constate que, de la même façon que pour l'accélération linéaire, le terme d'accélération

⁷Certains définissent différemment la puissance moyennée en ne considérant que les portions où une puissance instantanée doit être fournie (puissance positive selon la convention de signe défini dans ce travail), considérant autrement la puissance comme nulle. Vanella *et al.* [60] entre autres calculent ainsi la puissance moyenne consommée, ce qui peut être une approche valide dans le cas où aucune récupération d'énergie n'est possible.

angulaire multiplié par la vitesse angulaire (tangage pure) se simplifie à 0 lorsqu'intégré sur un cycle. C'est-à-dire que $\int_0^T I_{PA} \dot{\Omega}(t) \Omega(t) dt = 0$, selon l'identité vue précédemment. Naturellement, les puissances instantanées correspondantes sont non-nulles (ceci reste toujours valide évidemment).

Par contre, le second membre du deuxième terme, qui provient de la contribution en rotation de l'accélération linéaire, se comporte différemment. En effet, puisque le centroïde ne se confond pas avec le pivot (ou PA), un terme inertiel supplémentaire entre en jeu. Or, comme on va le constater, ce terme ne se moyenne pas systématiquement à 0 si l'accélération linéaire du PA est non-nulle ($\mathbf{a}_{PA} \neq 0$), comme dans le cas des fonctions de mouvement utilisées dans ce mémoire (rappel : les équations 2.1 à 2.6).

Le terme inertiel dont il est question s'exprime comme :

$$\int_0^T (r_a \cos(\alpha(t)) \cdot m \ddot{y}_{PA}(t)) \Omega(t) dt, \quad (2.47)$$

d'où, en développant $\alpha(t)$, $\Omega(t)$ et $\ddot{y}_{PA}(t)$, on obtient, à quelques constantes près :

$$\int_0^T \cos(\sin(t)) \cdot \sin(t + \phi) \cdot \cos(t) dt, \quad (2.48)$$

qui se simplifie (rappelons que pour l'ensemble de ce mémoire, le paramètre ϕ vaut 90° ou $\pi/2$) :

$$\int_0^T \cos(\sin(t)) \cdot \cos^2(t) dt \neq 0. \quad (2.49)$$

Cette intégrale est donc non-nulle. Ceci est vrai dans le cas où le centroïde et le pivot du corps ne coïncident pas et qu'il y a un mouvement de tangage imposé superposé à un mouvement de pilonnement périodique déphasé de 90° . *La contribution moyennée de l'inertie en rotation est donc non-nulle*, ainsi elle modifie la puissance \overline{P}'_θ à fournir.

Or, on constate que la contribution de ce terme sur la puissance moyenne totale à fournir sur un cycle d'oscillation est égale et opposée à celle du terme inertiel en y décrit précédemment. C'est-à-dire que :

$$\begin{aligned} \int_0^T (r_a \cos(\alpha(t)) \cdot m \ddot{y}_{PA}(t)) \Omega(t) dt = \\ - \int_0^T m \left(\dot{\Omega}(t) r_a \cos(\alpha(t)) - \Omega^2(t) r_a \sin(\alpha(t)) \right) V_Y(t) dt, \end{aligned} \quad (2.50)$$

ou exprimé de façon vectorielle :

$$\begin{aligned} \int_0^T (\mathbf{r}_a(t) \times m \mathbf{a}_{PA}(t)) \boldsymbol{\Omega}(t) dt = \\ - \int_0^T m \left(\dot{\boldsymbol{\Omega}}(t) \times \mathbf{r}_a(t) + \boldsymbol{\Omega}(t) \times \boldsymbol{\Omega}(t) \times \mathbf{r}_a(t) \right) \mathbf{V}_{PA}(t) dt. \end{aligned} \quad (2.51)$$

avec $\mathbf{V}_{PA}(t) = 0 \hat{\mathbf{e}}_x + V_Y(t) \hat{\mathbf{e}}_y$, la vitesse du corps au PA dans le repère en mouvement. Ainsi, on constate que même si les contributions inertielles respectives à la puissance du pilonnement et du tangage sont non-nulles sur un cycle, elles sont égales et opposées et ne contribuent pas à la puissance moyenne totale. C'est une conséquence importante, puisque cela signifie que l'inertie n'a donc pas d'influence sur le rendement propulsif d'un corps rigide. Par contre, les puissances instantanées sont affectées par l'inertie, ce qui signifie que celle-ci sera toujours à prendre en compte.

Coefficients de puissance et de rendement mécaniques

On peut également exprimer les puissances à l'aide de coefficients adimensionnels, définis de la même façon qu'à la section précédente. On obtient :

$$C'_{P_x}(t) = \frac{-R_x(t)U_\infty}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c} = -C'_X(t) = C'_T(t), \quad (2.52)$$

$$C'_{P_y}(t) = \frac{-R_y(t)V_Y(t)}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c} = -C'_Y(t) \frac{V_Y(t)}{U_\infty}, \quad (2.53)$$

$$C'_{P_\theta}(t) = \frac{-M_{PA}(t)\Omega(t)c}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c^2} = -C'_m(t) \frac{\Omega(t)c}{U_\infty}, \quad (2.54)$$

$$C'_P(t) = C'_{P_y}(t) + C'_{P_\theta}(t) = \frac{P'(t)}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c^2}. \quad (2.55)$$

Ces équations sont donc des coefficients adimensionnels instantanés des réactions au PA, c'est-à-dire qui incluent les forces aérodynamiques et inertielles. On peut également les exprimer en les moyennant sur une période non-dimensionnelle :

$$\bar{C}'_T = -\bar{C}'_{P_x} = \frac{1}{T} \int_0^T -C'_X(t) dt, \quad (2.56)$$

$$\bar{C}'_P = \frac{1}{T} \int_0^T C'_P(t) dt. \quad (2.57)$$

Le rendement mécanique propulsif peut maintenant s'exprimer comme le ratio de puissance utile totale sur la puissance à fournir totale, qui s'écrit comme :

$$\boxed{\eta_T = \frac{-\bar{R}_x U_\infty}{\bar{P}'} = \frac{\bar{C}'_T}{\bar{C}'_P}} \quad (2.58)$$

Ce rendement exprime donc le ratio des puissances totales agissant sur le PA en imposant un mouvement prédéfini afin d'obtenir une poussée moyenne \bar{C}'_T dans la direction x . Au prochain chapitre (3.2.2), un autre exemple sera donné, avec un calcul multi-corps de flexibilité par morceaux, qui sera une extension de ce qui a été présenté ici.

2.2 Propulsion rigide – Revue de littérature

La propulsion à ailes oscillantes rigides à bas nombre de Reynolds fut abordée par de nombreuses études au cours des dernières années, que ce soit au niveau expérimental ou numérique.

En expérimental, on pense aux travaux d'Anderson *et al.* [2] qui ont effectué des mesures de forces et de rendements dans un canal hydrodynamique, à un nombre de Reynolds de 40000. Ils ont étudié une large plage paramétrique, obtenant des rendements hydrodynamiques aussi élevés que 87%. Ils ont également fait des mesures par *PIV* à un nombre de Reynolds de 1100, afin de relever les principales caractéristiques de l'écoulement autour de l'aile et dans son sillage. Read *et al.* [49] ont également mené des expériences dans un vaste réservoir d'eau avec un chariot mobile à un nombre de Reynolds de 40000, s'attardant eux aussi à l'optimisation du rendement, d'abord en étudiant une plage paramétrique traditionnelle, puis en ajoutant des harmoniques plus élevées aux fonctions de mouvement, cherchant à optimiser l'angle d'attaque effectif de l'aile. Heathcote et Gursul [21] ont également fait quelques observations avec une aile rigide, mais c'était plutôt dans un but de validation de leurs mesures, leurs travaux portant essentiellement sur le rôle de la flexibilité.

Du côté numérique, on recense entre autres les travaux de Pedro *et al.* [45], lesquels ont couvert une grande plage paramétrique similaire à Anderson, à $Re = 1100$, s'attardant entre autres sur l'effet de la fréquence, de l'angle de tangage et de la phase. Dong *et al.* [11], quant à eux, se sont intéressés à l'impact de l'allongement, cherchant à le quantifier et à faire ressortir les conditions de validités d'une hypothèse d'écoulement $2D$ dans l'étude de la propulsion à aile oscillante. Il apparaît que dans la nature, les ailes d'oiseaux et d'insectes ne présentent pas des allongements aussi courts que les

nageoires de poissons par exemple, ce qui limite les effets $3D$ présents. Lewin et Haj-Hariri [32], tout comme Wang [62], se sont intéressés à la propulsion avec uniquement un mouvement de pilonnement, ce qui donne lieu à des rendements maximaux de l'ordre de 10% dans les plages considérées. Lewin et Haj-Hariri offrent une discussion physique fort intéressante, s'attardant particulièrement sur le rôle de l'éjection tourbillonnaire et de la périodicité de l'écoulement, dont ils distinguent plusieurs régimes, gouvernés par la fréquence et l'amplitude.

Enfin, une panoplie d'autres études d'intérêt sont à souligner dans ce domaine, principalement du côté numérique. Mentionnons entre autres : Lee *et al.*, Guglielmini et Blondeaux, Tuncer et Kaya, Soueid *et al.*, Akthar *et al.* [27, 19, 59, 55, 1]. Pour une revue plus globale, citons également Mittal [36] qui présente un texte d'intérêt sur les tendances et défis de la modélisation en biohydrodynamique.

2.3 Propulsion avec effets de flexibilité

La théorie présentée et les études répertoriées jusqu'à maintenant concernent essentiellement la propulsion avec des ailes oscillantes rigides. Néanmoins, les travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire portent sur des ailes flexibles et le rôle de cette flexibilité. Plusieurs études tendent à montrer que sous certaines conditions, la flexibilité joue un rôle favorable en matière de propulsion à aile oscillante. Par contre peu d'études caractérisent véritablement son rôle. On relève surtout des observations sur l'impact qu'a la flexibilité en propulsion [51]. De plus, on y retrouve souvent le travail de biologistes plutôt que d'aérodynamiciens. Enfin, ces différentes études concernent la flexibilité dans un sens très large et dans un contexte $2D$ ou $3D$.

Néanmoins, la présente étude, ainsi que la plupart de celles répertoriées, considèrent la flexibilité dans une seule direction et font des hypothèses $2D$, permettant d'isoler plus aisément le phénomène à étudier tout en simplifiant la modélisation ou les mesures expérimentales. Dans le présent contexte, on s'intéressera à la flexibilité le long de la corde de l'aile. Par contre, il est nécessaire de retenir que la flexibilité le long de l'envergure de l'aile (voir par exemple Heathcote [22]) a un profond impact sur l'aérodynamique d'une aile battante et que les ailes battantes que l'on retrouve dans la nature, sont nécessairement des ailes tridimensionnelles pouvant offrir une flexibilité dans toutes les directions.

Ainsi, quelques études expérimentales présentent des résultats fort intéressants en ce qui concernent le rôle de la flexibilité le long de la corde d'une aile. Heathcote [20, 21]

observe qu'un certain degré de flexibilité est bénéfique en propulsion à bas nombre de Reynolds (0 – 27000) pour une aile dans un mouvement de pilonnement uniquement. Il constate, pour une flexibilité intermédiaire, une augmentation des performances autant en ce qui a trait à la poussée qu'au niveau du rendement propulsif. Il établit une analogie avec les ailes combinant un mouvement de pilonnement avec un mouvement de tangage, ajoutant que la flexibilité agit comme un tangage passif, lui permettant de définir un paramètre critique, le déphasage dû à ce tangage passif. Dans son étude, de hauts coefficients en poussée correspondent à de forts tourbillons de bord de fuite alors qu'une efficacité élevée s'accompagne de tourbillons de bord d'attaque très faibles. Shyy *et al.* [53] ajoutent également que ce « pseudo-tangage » provenant de la déflexion permet d'introduire un déphasage entre le pilonnement et le tangage. Cette flexibilité le long de la corde modifie en quelque sorte l'angle d'attaque effectif, ce qui se traduit par une réorientation de la résultante aérodynamique, ce qui pourrait permettre d'augmenter la poussée. En plus de décrire la flexibilité le long de la corde par son effet sur l'angle d'attaque effectif, on parle aussi d'une adaptation de la cambrure avec l'écoulement dans Tamai *et al.* [56]. Prempraneerach *et al.* [48] signalent également qu'une flexibilité proprement sélectionnée dans la direction de la corde peut augmenter significativement les performances d'une aile en pilonnement et tangage pour ce qui est du rendement (jusqu'à 36% dans leur étude) à un nombre de Reynolds de 40000. Néanmoins, ils constatent parfois une légère diminution de la poussée. Ils introduisent également un paramètre de flexibilité, défini comme étant le ratio des forces élastiques du solide sur les forces aérodynamiques de portance, afin de quantifier les effets de la flexibilité.

Par ailleurs, Tamai *et al.* [56] affirment que la flexibilité d'une aile peut permettre (à un certain niveau) d'absorber les légères fluctuations d'une atmosphère turbulente, conférant de la stabilité en vol. Ceci est un aspect pratique important dans la réalisation de MAVs et de NAVs efficaces et fonctionnels, surtout dans le contexte où l'aile s'apparente à une membrane dont la densité se rapproche de celle du fluide environnant. Cet aspect ne sera pas abordé spécifiquement dans ce travail, mais il s'agit tout de même d'une propriété qui peut avantager une aile flexible. On signale aussi qu'une rigidité (ou flexibilité) non-appropriée peut être grandement néfaste à la propulsion.

Du côté numérique, Miao [35] en 2006 constate pour sa part qu'une déformation appropriée mène à une augmentation du rendement, non pas en augmentant la poussée, mais en diminuant la puissance nécessaire pour générer la poussée. Dans son cas, la déformation est prescrite tout au long du mouvement de l'aile et *Fluent 6.1* est utilisé comme solveur Navier-Stokes en 2D dans le fluide en régime laminaire à $Re = 100 - 10000$. Shin *et al.* [52] utilisent un modèle d'interaction fluide-structure pour lequel le fluide (en régime laminaire) est résolu à l'aide d'une méthode de frontière immergée (« *immersed boundary method* ») résolvant Navier-Stokes en 2D également, alors qu'un

modèle de plaque mince est utilisé pour la déformation élastique du solide. Ils constatent que la déformation dynamique du bord de fuite contribue à augmenter la poussée, tout en diminuant le travail à fournir, augmentant le rendement propulsif pour un nombre de Reynolds de 1100.

Ainsi, beaucoup de travail reste à faire, autant en expérimental qu'en numérique dans la modélisation de la propulsion à ailes oscillantes prenant en compte le caractère déformable des ailes. Différentes approches de modélisation ont été proposées, et il n'y a pas encore de constat clair concernant l'implication physique de la flexibilité et le rôle qu'elle joue au niveau de la poussée et du rendement d'une aile oscillante dans un contexte de propulsion. L'objectif du présent travail est donc de mettre en place un outil de modélisation et d'investiguer le rôle de la flexibilité par une approche d'interaction fluide-structure en l'appliquant à l'optimisation de la propulsion à ailes oscillantes pour un contexte de nano-véhicules aériens.

2.4 Modélisation aéroélastique

2.4.1 Interaction fluide-structure (FSI)

Pour étudier le rôle de la flexibilité en propulsion, des méthodes numériques qui font intervenir à la fois la résolution de l'écoulement et de la structure doivent être développées. La puissance informatique actuelle permet d'envisager la mise en place de solveurs fluide-structure comportant des solveurs Navier-Stokes d'écoulements de fluides instationnaires associés à des solveurs structurels comportant des modèles de grandes déformations. Ainsi, de tels modèles d'interaction fluide-structure permettent de tenir compte du *couplage* existant entre l'écoulement et la déformation des corps, où la déformation a un impact significatif sur l'écoulement, qui déforme à son tour le solide et ainsi de suite.

Daniel et Combes [9] affirment toutefois que l'interaction fluide-structure n'est pas nécessaire dans l'étude du vol des insectes ou des MAVs. En effet, ils stipulent que la déformation relève principalement des forces inertielles et élastiques plutôt que des forces aérodynamiques, permettant ainsi un découplage dans la résolution. Or, ces conclusions portent sur une plage restreinte de paramètres et proviennent de modèles aérodynamiques simplifiés.

C'est pourquoi, afin de comprendre le rôle de la flexibilité et du couplage qui existe

entre le fluide et la structure, un modèle complet de FSI a été développé pour une étude préliminaire de NAVs. Il permettra entre autres de comprendre l'importance des forces aérodynamiques versus les forces élastiques et les forces inertielles. L'aéroélasticité constitue une science complexe, de par sa nature multidisciplinaire, c'est pourquoi beaucoup de travail reste à faire, autant au niveau de la méthodologie que des applications et de la compréhension des mécanismes physiques en jeu dans de tels problèmes. Avant de présenter l'approche employée dans le cadre de ce mémoire, voici une revue synthèse de la FSI.

Il existe ainsi différentes philosophies pour modéliser des problèmes d'aéroélasticité. La première distinction concerne l'approche monolithique versus l'approche modulaire, distinction abordée entre autres par Pedro [44] ainsi que par Farhat et Lesoinne [16].

L'approche monolithique, donc d'un seul bloc comme son nom l'indique, consiste à traiter un problème de fluide-structure comme un seul et même problème (plutôt que de considérer individuellement fluide et structure) où seul les lois de comportements diffèrent entre le fluide et la structure. Cela s'inscrit bien dans la philosophie de la mécanique des milieux continus, qui stipule que le comportement des fluides et des solides est régit à l'aide de la même physique (*i.e.* que les mêmes lois de conservation s'appliquent). On différencie les milieux au niveau de la loi constitutive permettant d'exprimer la relation qui existe entre les contraintes présentes dans un matériau et les déformations. Ainsi, avec une telle méthode numérique, on résout simultanément l'ensemble du domaine (dans un seul et unique système matriciel) à chaque pas de temps, ce qui signifie le sous-domaine fluide, le sous-domaine solide et les conditions limites à l'interface (voir Hubner *et al.* [24]). Il s'agit de bien identifier les régions qui font partie du domaine solide de celle qui font partie du domaine fluide tout en s'assurant de faire l'identification et le suivi de la ou des interface mobiles qui relient les différents domaines.

Une telle approche assure un respect des conditions limites à l'interface, la résolution du système matricielle (provenant de la discrétisation du domaine) impliquant nécessairement une solution convergée sur l'ensemble du domaine de calcul, indépendamment du fait que l'on résolve à la fois une partie fluide et une partie solide. L'avantage d'une telle méthode, c'est qu'elle assure un couplage parfait entre le solide et le fluide sans la nécessité de s'assurer d'un transfert d'information à l'interface, contrairement aux méthodes partitionnées qui seront décrites plus loin, lesquelles ne présenteront pas un synchronisme exacte au niveau de la résolution temporelle. Bien qu'une telle approche puisse sembler avantageuse, car très fortement couplée de par sa nature, elle a aussi le désavantage de résoudre simultanément deux problèmes qui, à la base, ont différentes propriétés mathématiques, numériques et physiques, ce qui ne garantit pas une efficacité

et une polyvalence intéressante. Ainsi, des échelles de temps différentes entre les deux domaines pourraient exiger des résolutions temporelles distinctes, ce qu'il ne sera pas possible de faire. On devra alors « sur-résoudre » l'un ou « sous-résoudre » l'autre.

L'implémentation d'une méthode monolithique est complexe, on se doit ainsi d'assurer une discrétisation de la même nature pour l'ensemble des domaines, par contre, dans un contexte où l'on s'intéresse à un problème très fortement couplé, il s'agit probablement de la seule voie à suivre. Ceci s'explique par le contournement de la difficulté de transférer efficacement et proprement l'information à l'interface entre le fluide et le solide, réduisant les approximations, les interpolations et les besoins d'itérer de la solution solide à la solution fluide.

Dans le cas de l'approche modulaire, elle consiste essentiellement en l'utilisation d'un solveur fluide, d'un solveur solide et d'un module permettant le passage d'information entre les deux pour réaliser l'interaction fluide-structure à l'interface entre les deux domaines. Il s'agit donc de transférer de l'information d'un solveur à un autre, en utilisant des méthodes de résolution indépendantes pour le fluide et pour le solide.

Cette approche est favorisée par plusieurs, compte tenu des différents avantages qu'elle offre. Elle permet de remplacer aisément l'un ou l'autre de ses modules, pour constamment bénéficier des derniers avancements dans chacune des disciplines, ou en permettant l'utilisation de logiciels commerciaux spécialisés dans leur domaine respectif tout en étant amplement validés. Dans plusieurs problèmes d'aéroélasticité, la nature du problème fluide peut impliquer par exemple que la résolution temporelle diffère de celle du problème structural. Cette approche a donc l'avantage de permettre une résolution temporelle distincte pour chacun des domaines en tenant compte des échelles de temps propres à chacune des physiques. Les schémas de discrétisation spatiale peuvent également être différents d'un domaine à un autre.

Par ailleurs, l'approche partitionnée est une méthode explicite dans laquelle les pas de temps sont subdivisés en étapes, la résolution ne se faisant pas en simultanée pour chacun des domaines (et donc des solveurs). Le passage d'un solveur à un autre, soit le couplage proprement dit, est donc critique sur la qualité des résultats. Farhat et Lesoinne [16] entre autres proposent différents schémas temporels de couplage fluide-structure explicite pour la méthode modulaire.

Évidemment, un problème dont la physique est fortement couplée résolu de façon explicite avec une forme de couplage faible ne pourra pas être résolu adéquatement. Pour contourner cette difficulté, il est possible de renforcer le couplage même dans le cas d'une approche partitionnée. Pour ce faire, on recourra généralement à une boucle

itérative supplémentaire dans la résolution, permettant de transférer plusieurs fois dans un même pas de temps l'information d'un domaine à un autre à l'interface fluide-solide jusqu'à atteindre la convergence désirée, par exemple sur la position ou la vitesse. Cette approche partitionnée est alors dite de couplage fort, car elle permet de transférer des informations actualisées à l'interface, améliorant la concordance temporelle et ainsi la précision de la solution, avec un coût numérique tout de même important (la résolution du domaine physique plusieurs fois dans un même pas de temps). On pourra utiliser le couplage fort lorsque les forces aérodynamiques sont importantes dans le problème, par exemple du même ordre de grandeur que les forces inertielles, et ce sans obtenir une solution qui diverge.

Enfin, en utilisant l'approche partitionnée, deux séquences de couplage sont possibles : soit on résout le solide en premier, on transfère ses déplacements comme conditions limites du problème fluide et puis on résout le fluide avant de retourner vers le solide, soit l'on débute par le fluide en transférant les forces ou les contraintes à l'interface sur le solide à résoudre. Les deux approches s'équivalent, puisqu'une fois la boucle démarrée, il y a peu de différences. Par contre, du point de vue des conditions initiales et de la stabilité, il pourrait y avoir des avantages et des inconvénients à utiliser l'une ou l'autre des approches.

2.4.2 Modélisation solide

Dans le contexte d'interaction fluide-structure, la résolution structurelle peut se faire par deux approches bien distinctes. On peut considérer les solides comme des corps déformables ou indéformables (parfaitement rigides). Dans le premier cas, on parle de mécanique du solide alors que dans le deuxième cas, on parle de dynamique des corps rigides.

Flexibilité continue

Tout d'abord, en considérant un solide déformable, on le modélisera par une approche de mécanique des milieux continus. Typiquement, on parle de déformation élastique continue suivant une loi rhéologique adaptée au type de matériau concerné. Les solveurs utilisés sont généralement basés sur des méthodes d'éléments finis ou plus rarement de volumes finis. On considérera les lois de conservation propre à la mécanique des milieux continus, soit la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, en y ajoutant l'inégalité de l'entropie.

Cet hypothèse de milieu continu est valide lorsqu'on peut décrire le comportement d'un matériau à l'échelle macroscopique, sans le besoin de recourir à la modélisation à des échelles moléculaires. Ainsi, même si c'est la structure atomique et moléculaire qui gouverne ultimement le comportement des matériaux, on peut faire l'hypothèse d'un continuum lorsque l'on veut décrire le comportement macroscopique et ainsi on pourra négliger ces petites échelles.

Pour distinguer les matériaux, qu'ils soient des solides, des liquides, des gaz, on recourra à des lois de comportement pour les décrire, lois qui prennent en compte les différentes variables en jeu et qui les relient (principalement au niveau thermo-mécanique). Ces lois permettent ainsi de fermer les modèles mathématiques utilisés, reliant les contraintes aux déformations. On recourra principalement à des lois de comportement simplifiées, par exemple celle de l'élasticité linéaire (l'hypothèse de petits déplacements), celle de l'élasticité non-linéaire (prenant en compte des non-linéarités géométriques, permettant de considérer de grands déplacements). Pour décrire des solides avec des modèles de grandes déformations [33], on recourt également au modèle de Mooney-Rivlin, au modèle néo-hookien ou encore au modèle d'Ogden. Ce sont les approches les plus souvent rencontrées en pratique.

Bref, ces approches, couramment utilisées en mécanique des solides, sont maintenant couplées à un solveur fluide pour faire de l'interaction fluide-structure. On observe aussi des approches encore plus simplifiées, qui utilisent des approximations supplémentaires et permettent ainsi de faire de l'aéroélasticité avec un modèle solide de corps mince, de poutre ou encore de membrane.

Flexibilité discrète

Par ailleurs, il est également possible de représenter une déformation continue par une approche discrète. C'est-à-dire que plutôt que de considérer un corps comme étant continûment déformable, on peut le considérer comme un assemblage de corps rigides reliés par des articulations élastiques. C'est d'ailleurs l'approche retenue pour ce travail. Ainsi, différents éléments rigides sont reliés entre eux par des pivots, et la rotation des différents corps les uns par rapport aux autres permet de mimer une déformation. Cette approche de corps articulés peut être considérée comme une approche d'ordre faible de la flexibilité. Elle est présente sous différentes formes dans la littérature, bien souvent pour tenter de reproduire des résultats expérimentaux.

On se doit de citer la méthode numérique de flexibilité discrète basée sur les joints torsionnels tel que le proposent entre autres Toomey et Eldredge dans leur travaux

[57, 58, 13]. Ils ont couplé une méthode particulière vortex avec la dynamique des corps rigides avec la même approche que celle envisagée pour ce mémoire. Ils ont considéré des cas de base, en reliant deux ellipses rigides par un pivot virtuel pouvant être doté d'un ressort et d'un amortisseur en torsion, avant d'étendre la méthodologie à des cas plus généraux et plus complexes impliquant plusieurs corps [14, 64]. De leur côté, Vanella *et al.* [60] abordent leur étude avec une approche similaire, deux corps rigides reliés par une articulation élastique. Ils utilisent une méthode de frontière immergée fortement couplée à la dynamique de corps rigides pour étudier le rôle de la flexibilité en vol stationnaire. Ils en concluent qu'il est possible d'augmenter les performances, notamment la finesse (ratio de portance sur la traînée), par exemple en approchant la fréquence du mouvement de la fréquence de résonance.

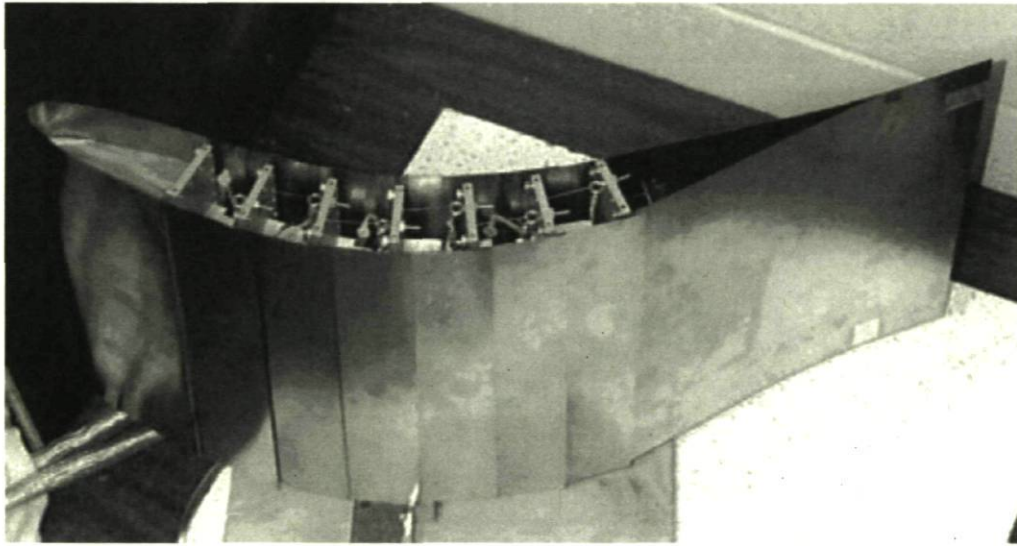


FIG. 2.5 – Illustration d'un prototype expérimental d'aile articulé composé de section rigide et flexible, comprenant des joints torsionnels et des actuateurs [50].

On retrouve aussi la flexibilité discrète telle qu'employée par Galls et Rediniotis [18] dans un contexte de design. Ils reproduisent le montage expérimental d'un robot (sous-marin autonome inspiré d'un poisson) à l'aide d'une modélisation numérique par le biais d'une méthode de panneaux qui sert d'outil d'optimisation. Dans leur étude, ils cherchent à améliorer le contrôle du véhicule, ce qui implique la compréhension et la connaissance de l'hydrodynamique d'un corps partiellement flexible et déformable. Le véhicule consiste en une série d'éléments rigides physiquement reliés par des actuateurs ou des ressorts et des amortisseurs en torsion, fournissant une flexibilité active ou passive le long de la corde, tel qu'on peut le voir à la FIG. 2.5, tirée de Rediniotis *et al.* [50]. Hultmark *et al.* [25] ont également étudié le déplacement aquatique (celui de la lamproie, une espèce de poisson) en construisant un robot articulé, composé de 13 servomoteurs interconnectés, de façon à reproduire la flexibilité de l'animal avec un contrôle adéquat de la déformation.

Une approche avec flexibilité discrète en utilisant des joints articulés pourrait permettre un meilleur contrôle sur la déformation et ainsi faciliter le design en fait d'optimisation d'efficacité ou de forces. Elle se prête donc très bien à l'étude du rôle de la flexibilité dans un contexte d'aile oscillante en propulsion. Une première approximation, facile d'implémentation, consiste en la modélisation de deux corps rigides reliés élastiquement à l'aide d'un pivot, tel qu'on peut le voir sur la FIG. 2.6.

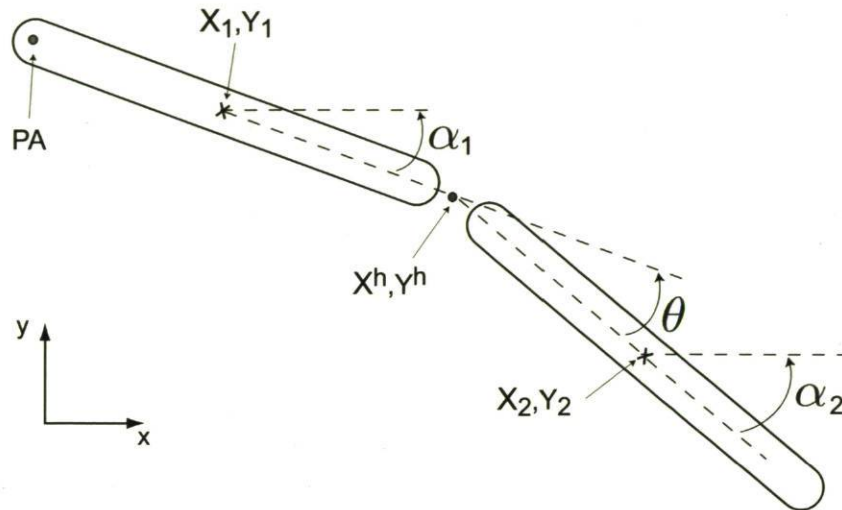


FIG. 2.6 – Configuration géométrique d'une aile articulée de type « plaque plane ».

Un corps déformable approximé par un plus grand nombre de corps rigides pourra donc représenter la déformation de façon adéquate, tout en présentant deux avantages importants : modélisation simplifiée par rapport à une déformation continue et surtout, un contrôle sur la déformation. En effet, il est possible d'ajuster chacun des joints torsionnels, permettant un contrôle sur la déformation de l'aile le long de la corde par une bonne paramétrisation des joints élastiques, c'est-à-dire un choix adéquat de constante de rigidité et d'amortissement pour chacun de ces joints. Contrairement à un matériau continuellement déformable, pour lequel le matériau impose ses propriétés (rigidité, coefficient de Poisson, densité) et dont la déformation pourra être contrôlée essentiellement en faisant varier l'épaisseur, une aile articulée composée de joints en torsion pourra être paramétrisée tout en conservant une géométrie constante. De plus, l'approche discrète peut s'avérer plus proche du contexte expérimentale, par exemple dans le cas d'un robot tel que décrit précédemment, ou pour la fabrication de nano-véhicules aériens qui pourraient être dotés d'ailes articulées multi-segments. Enfin, en plus de jouer sur les propriétés des pivots, l'approche discrète permet de jouer sur le nombre et le positionnement de ces articulations le long de la corde de l'aile, allouant un degré de liberté de plus dans le contrôle de la flexibilité d'une aile oscillante.

Malgré toutes ces études, une importante question demeure. En effet, quel est le rôle

de la flexibilité en propulsion, et dans quel contexte celle-ci peut-elle être bénéfique, que ce soit en fonction de la production de la poussée ou de rendement ?

2.4.3 Modélisation fluide : méthode vortex

Pour efficacement concevoir une modélisation d'interaction fluide-structure basée sur l'approche discrète, pour laquelle plusieurs corps rigides sont reliés élastiquement, il faut coupler la résolution de la dynamique des corps rigides à un solveur fluide approprié. Dans le cas où on retrouve de multiples corps rigides en mouvement plus ou moins arbitraire (gouverné partiellement par la *FSI*) et en interaction souvent très rapprochée, la plus grande difficulté qui se présente pour les méthodes eulériennes traditionnelles est la problématique du maillage. En effet, ceci implique l'emploi de techniques de maillage dynamique fort coûteuses et contraignantes sur le mouvement des corps, ou l'emploi du remaillage, encore plus coûteux. De plus, une méthode eulérienne sera très restrictive au niveau du pas de temps dans un tel contexte. Pour contourner cette difficulté majeure, l'idée d'utiliser une méthode numérique sans maillage pour la partie fluide s'avère très attirante.

C'est pourquoi la méthode lagrangienne des particules vortex sied parfaitement à l'application envisagée, c'est-à-dire de multiples corps rigides en mouvement en interaction rapprochée à faible nombre de Reynolds. Il s'agit d'une méthode de simulation numérique directe (*DNS*) qui permet de résoudre les équations de Navier-Stokes pour des écoulements de fluide visqueux incompressible. Le code employé se limite à des cas *2D* laminaire, pour lesquels on résoud le champ de vorticité discrétisé par des particules vortex. Il permet d'obtenir les forces aérodynamique et le moment résultant instantanés que l'écoulement instationnaire exerce sur les corps rigides. Ces forces seront essentielles au fonctionnement d'un solveur aéroélastique.

Enfin, le choix de la méthode vortex comme solveur fluide permet de bénéficier de l'expertise déjà développée au *LMFN* concernant son utilisation et la connaissance de ses concepts fondamentaux. La méthode vortex sera décrite plus en détail au prochain chapitre, quoique succinctement, afin d'introduire le solveur fluide-structure développé.

Chapitre 3

Implémentation d'un couplage fluide-structure multi-corps

Tel que mentionné précédemment, nous proposons d'étudier la flexibilité des profils d'aile dans ce travail en modélisant l'aile par un train de segments rigides liés entre eux par des articulations élastiques. Les forces aérodynamiques qui gouvernent en partie la dynamique des segments constituant l'aile sont prédites dans ce travail par simulation numérique directe de l'écoulement visqueux grâce à la méthode vortex présentée brièvement dans la première partie de ce chapitre.

On présente ensuite le détail de l'algorithme d'interaction fluide-structure (FSI) pour le cas particulier d'une aile à deux segments, puis pour le cas d'une aile modélisée par un train de N segments.

Nous terminons ce chapitre par une discussion sur les paramètres adimensionnels les plus importants dans ce type de problème.

3.1 Solveur fluide : méthode vortex multi-corps

Contrairement à la plupart des méthodes numériques en mécanique des fluides, la méthode vortex est une méthode lagrangienne, qui suit l'évolution de particules de vorticité, plutôt qu'une méthode eulérienne typique basée sur des volumes de contrôle ou des différences finies.

La méthode a été développée au cours des 20 dernières années, entre autres par le groupe de Leonard à Caltech aux États-Unis et à l'UCL en Belgique. L'article de revue de Winckelmans [65] et le livre de Cottet et Koumoutsakos [7] font une présentation complète des concepts et des algorithmes de la méthode. La version 2D de la méthode vortex de l'UCL a été étendue en 2004 par Goeric Daeninck et le professeur Guy Dumas [8] pour permettre la simulation d'écoulements autour de multiples corps en mouvement relatif arbitraire. Puis plus récemment, au LMFN de l'Université Laval, deux mémoires de maîtrises ont été consacrés au raffinement de la méthode pour permettre le calcul des forces et moment de façon précise et efficace [28] et pour permettre l'adaptation aisée de la résolution spatiale pour les écoulements externes [5]. Un bref survol de la méthode est présenté dans ce qui suit.

La résolution d'un écoulement incompressible revient à résoudre l'équation de Navier-Stokes, exprimée sous la forme :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \equiv \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3.2)$$

avec $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ le champ vectoriel de vitesse, $p(\mathbf{x}, t)$ le champ de pression et ν la viscosité cinématique ($\nu = \mu/\rho_f$). Plus spécifiquement, avec la méthode des particules vortex, on résout le rotationnel de 3.1, soit l'équation de vorticité exprimée en 2D :

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = \nu \nabla^2 \omega, \quad (3.3)$$

où la vorticité se définit comme $\boldsymbol{\omega} = (\nabla \times \mathbf{u}) \cdot \hat{\mathbf{e}}_z = \omega \hat{\mathbf{e}}_z$. L'équation 3.3 traduit donc le fait qu'en 2D, la vorticité se convecte avec les particules fluides et se diffuse.

Pour résoudre cette équation, on discrétise l'écoulement avec N particules de vorticité, dites particules vortex, présentes dans les zones rotationnelles de l'écoulement seulement. Ces particules sont entièrement définies par une position \mathbf{x}_i , une circulation Γ_i et une distribution de vorticité gaussienne ξ_i comportant un paramètre d'étalement σ_i :

$$\omega = \sum_{i=1}^N \omega_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \xi_i(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)|), \quad (3.4)$$

où

$$\Gamma_i = \iint_{S_i} \omega_i dA \quad (3.5)$$

et

$$\xi_i(r) = \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_i^2}\right). \quad (3.6)$$

Sommairement, la méthode vortex consiste à faire évoluer la position $\mathbf{x}_i(t)$ et l'intensité $\Gamma_i(t)$ des particules vortex en divisant un pas de temps en sous-étapes distinctes, à savoir la convection et la diffusion des particules, l'imposition des conditions de non-glissement à la surface des corps solides et la redistribution occasionnelle des particules.

Afin d'assurer la stabilité numérique de la simulation, l'algorithme PSE (« *Particle Strength Exchange* ») assurant la diffusion visqueuse doit respecter le critère suivant :

$$\frac{\nu\Delta t}{h^2} < 0.595, \quad (3.7)$$

pour le schéma temporel d'Euler explicite (premier ordre) utilisé dans le code pour le transport diffusif. Ici h représente la résolution spatiale locale, soit typiquement la distance entre les particules vortex.

De plus, afin d'être bien résolue, une simulation nécessitera une résolution spatiale adéquate basée sur le Reynolds de grille $Re_h = \omega h^2/\nu$. On considère qu'il faut obtenir $Re_h \sim \mathcal{O}(1)$ dans tout le domaine, mais plus particulièrement près des surfaces solides, pour être très bien résolue.

On remarquera que lors du passage de l'Eq. 3.1 à l'Eq. 3.3, le terme de pression p est disparu. Ainsi, la pression n'est pas une variable à résoudre dans l'algorithme de calcul. Par contre, même si celle-ci n'est pas accessible directement, celle-ci continue d'exister et il serait possible de recalculer le champ de pression *a posteriori* (quoique ce ne soit pas encore implémenté dans la version actuelle du code pour une application avec des corps en mouvement).

Il est d'intérêt de se pencher sur le calcul des forces aérodynamiques sur les corps, sachant que la pression n'est pas disponible. Alors qu'avec une méthode eulérienne plus traditionnelle, les forces aérodynamiques sont calculées en intégrant les distributions de pression et de cisaillement à la surface du corps, le calcul des forces à partir d'une

simulation lagrangienne basée sur des particules vortex est tout de même disponible, quoique plus complexe.

Différentes approches ont été développées pour contourner cette difficulté apparente que partagent aussi les expérimentalistes qui utilisent l'anémométrie PIV et qui souhaitent calculer les forces sans connaître la pression autour des corps. Dans le cadre de ce travail, l'approche par volume de contrôle assimilé au corps (VCAC) a été retenue, puisque c'est l'unique méthode permettant de calculer à la fois les forces et le moment agissant sur chacun des corps pris individuellement. Le calcul de l'intégrale de surface de la pression est reformulé à l'aide de l'équation de quantité de mouvement à la paroi, ce qui permet de calculer les forces à partir des variables disponibles. Cette méthode a principalement été développée par Eldredge [12] et modifiée par la suite par Julie Lefrançois au *LMFN* telle qu'elle le présente dans l'article [29] et dans son mémoire [28] afin de réduire le bruit sur les signaux de forces tout en corrigeant quelque peu la formulation pour des corps en mouvement arbitraire.

Cette méthode permet de calculer les forces à partir de la vorticité à la paroi ω (ce terme correspond aux effets visqueux, *i.e.* le cisaillement à la paroi), du flux de vorticité à la paroi $\frac{\partial\omega}{\partial n}$ et de la masse ajout  e (inertie du fluide environnant déplacé) qui représentent la contribution de pression. La vorticité à la paroi est interpol  e à partir du terme de courbure des lignes de courant $\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}$, alors que le flux de vorticité est évalué grâce au calcul de la feuille tourbillonnaire sur les panneaux discrétisant le corps (afin d'assurer le respect de la condition de non-glisserment à la paroi).

Le vecteur force exercé sur un corps en $2D$ par un fluide incompressible s'exprime ainsi comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_f = & \mu \oint_S \left[-\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}(s) \hat{\mathbf{t}}(s) + \frac{\partial\omega}{\partial n}(s) [(\mathbf{x}(s) - \mathbf{X}) \times \hat{\mathbf{e}}_z] \right] ds \\ & + \rho_f A \left(\dot{\mathbf{U}} - \Omega^2 (\mathbf{X}_C - \mathbf{X}) - 3\dot{\Omega} [(\mathbf{X}_C - \mathbf{X}) \times \hat{\mathbf{e}}_z] \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

alors que le moment exercé au pivot du corps¹ est :

$$\begin{aligned} M_f = & - \mu \oint_S \frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}(s) (\mathbf{x}(s) - \mathbf{X}) \cdot \hat{\mathbf{n}}(s) ds - 2\mu A \Omega \\ & - \mu \oint_S \frac{1}{2} \frac{\partial\omega}{\partial n}(s) |\mathbf{x}(s) - \mathbf{X}|^2 ds \\ & + 2\rho_f B \dot{\Omega} + \rho_f A (\mathbf{X}_C - \mathbf{X}) \times \dot{\mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z. \end{aligned} \quad (3.9)$$

¹L'implémentation du code vortex est telle que le moment est calculé au pivot du corps, lequel correspond à l'origine du système de coordonnées locales de ce corps.

Dans ces expressions, les vecteurs \mathbf{x} , \mathbf{X} and \mathbf{X}_C représentent respectivement la position du centre des panneaux à la surface du corps, de l'axe de rotation du corps et du centroïde du corps, tandis que $\hat{\mathbf{n}}$ est un vecteur normal unitaire pointant de la paroi vers le fluide et $\hat{\mathbf{t}}$ un vecteur unitaire tangent à la surface. A et B représentent l'aire et le second moment d'inertie du corps rigide, alors que μ et ρ_f sont la viscosité dynamique et la densité du fluide. Enfin, \mathbf{U} , Ω et leurs dérivées temporelles (indiquées par $(\dot{})$) correspondent aux vitesses et accélérations linéaires et angulaire du corps considéré. Le calcul de ces forces sera au coeur de l'algorithme de couplage fluide-structure présenté plus loin, puisque le couplage proprement dit se fait par le biais de ces forces et moment aérodynamiques.

Il importe de mentionner à ce point que dans la forme actuelle de la méthode vortex utilisée au *LMFN*, le calcul de ces forces, que l'on soit en FSI ou pas, ne se fait pas à tous les pas de temps d'une simulation instationnaire. De par la nature de la méthode lagrangienne, une redistribution des particules sur un support organisé doit se faire sur l'ensemble du domaine à intervalles réguliers, afin de préserver la qualité de la solution. S'il n'y avait pas de redistribution et aucune création de nouvelles particules aux abords des corps, des zones de l'écoulement se videraient de leurs particules alors que d'autres en accumuleraient due à la convection de ces particules avec l'écoulement. Typiquement, la redistribution a lieu à tous les quatre pas de temps, c'est suffisant pour conserver une excellente qualité de solution sans alourdir inutilement le calcul. Or, la redistribution a pour conséquence d'introduire un certain bruit sur le flux de vorticité à la surface des corps. Ainsi, afin de ne pas entacher le calcul des forces, celui-ci n'est pas effectué lors des pas de temps où il y a redistribution. Il en résulte que les forces instantanées sont calculées trois fois sur quatre, ce qui s'avère amplement suffisant pour obtenir des signaux de forces d'une très bonne qualité.

Un avantage indéniable de la méthode vortex est évidemment l'absence de maillage. Tel que mentionné, la discrétisation est assurée par des particules de vorticité, lesquelles se retrouvent uniquement dans les zones rotationnelles de l'écoulement. Ainsi, la présence de corps mobiles en mouvement arbitraire et en grande proximité n'est pas problématique et très peu restrictive comparativement à des méthodes eulériennes avec maillage. De plus, toute la puissance de résolution est concentrée dans les zones rotationnelles de l'écoulement, soient les couches limites et les sillages, c'est donc dire que la résolution s'adapte à l'écoulement sans être « gaspillée » dans la zone potentielle. La méthode lagrangienne des particules vortex a également pour avantage d'assurer des conditions limites exactes à l'infini. En effet, aucune frontière qui nécessite des conditions limites approximatives ne vient délimiter la zone fluide. Cette méthode se prête donc particulièrement bien à la résolution d'écoulements externes instationnaires avec de multiples corps en mouvement.

Pour toutes ces raisons, il apparaît justifié de développer des solveurs aéroélastiques basés sur une méthode lagrangienne, les corps déformables ne posant pas de problème au niveau du maillage du domaine fluide. Une approche d'interaction fluide-structure avec plusieurs corps rigides mobiles en interaction proche convient aussi parfaitement à cette méthodologie, d'autant plus que le présent travail concerne de l'aérodynamique à bas nombre de Reynolds, ne nécessitant aucune modélisation de la turbulence. Enfin, puisqu'on s'intéressera dans un premier temps à une simplification bidimensionnelle des problèmes à étudier (en considérant un facteur d'allongement des ailes qui limite les effets 3D), une méthode numérique considérant des écoulements laminaires 2D est donc tout à fait appropriée.

Évidemment, la méthode vortex possède également certaines caractéristiques qui peuvent poser problème. Tout d'abord, la nature même de la méthode, basée sur l'équation de transport de la vorticité (Eq. 3.3), considère la nature instationnaire de l'écoulement. Les simulations sont donc forcément instationnaires. Ainsi, en avançant dans le temps, les simulations s'alourdissent, puisque le domaine de calcul n'est pas basé sur un domaine eulérien, mais fonction des particules lagrangiennes. Le développement d'un sillage suite au démarrage de l'écoulement contribue à une croissance quasi-continue du nombre de particules. Puisque le coût d'évaluation du champ de vitesse (à l'aide d'un algorithme multipôle) est d'ordre $N \log N$, on constate que le coût de calcul devient rapidement prohibitif, à moins de limiter la croissance du nombre de particules. Différentes stratégies existent, dont celle de la « redistribution par boîtes » développée par Pascal Bochud au *LMFN* ([5] et [6]), afin de permettre de relaxer la résolution spatiale selon le désir de l'utilisateur, particulièrement dans le sillage lointain. En effet, lorsque l'on s'intéresse aux forces aérodynamiques sur un corps, la résolution du sillage lointain a moins d'impact et l'on peut donc la réduire sans toutefois affecter la prédiction des forces. Malgré tout, une simulation vortex va tout de même exhiber un temps de calcul variable d'un pas de temps à un autre, en fonction du nombre de particules assurant la discrétisation de l'écoulement, ce qui est un facteur pouvant être limitant quant aux types d'application convenant à cette méthode.

La présente description ne se veut pas du tout une présentation exhaustive de la méthode vortex, mais bien un portrait général de la méthodologie afin de familiariser le lecteur. Pour une revue détaillée de la méthodologie, le lecteur est invité à consulter les références suivantes : Ploumhans [47,46], Winckelmans [65], Cottet et Koumoutsakos [7] ainsi que les travaux réalisés aux *LMFN* par Bochud [5], Lefrançois [28] et Villaumé [61] dans leurs travaux de maîtrise.

3.2 Solveur fluide-structure

La méthode vortex précédemment décrite a été modifiée dans le cadre de cette maîtrise pour prendre en compte des interactions fluide-structure entre plusieurs corps rigides reliés par des articulations élastiques et dotés d'un mouvement arbitraire. Il s'agit donc d'une méthode partitionnée, pour laquelle la résolution de l'écoulement se fait avec la méthode lagrangienne des particules vortex alors que la résolution de la structure consiste en la résolution de la dynamique des corps rigides.

Il s'agit en quelque sorte d'une méthode hybride, ressemblant à la fois aux méthodes à six degrés de liberté des corps rigides, mais également aux méthodes partitionnées avec interaction fluide-structure. Par contre, l'idée ici est de résoudre la dynamique de corps rigides montés sur support élastique plutôt que de résoudre la déformation continue d'un corps (même si on peut chercher à approximer celle-ci). Pour réaliser le couplage fluide-structure dans les deux directions, il faut s'assurer de coupler le système d'équations autant au point de vue dynamique que cinématique. Ce couplage passe donc par le biais des forces aérodynamiques agissant sur les corps rigides (gouvernant partiellement le mouvement de ces derniers) et le mouvement des corps rigides proprement dit (qui impose à son tour les conditions limites du problème fluide). Ceci assure l'interaction entre l'équation de Navier-Stokes et celle de la dynamique des corps rigides, exprimées toutes deux en $2D$ dans le présent travail.

L'algorithme global d'interaction fluide-structure implémenté dans le code de la méthode vortex sera d'abord présenté dans un contexte général, avant d'être spécialisé au problème plus spécifique d'un train de corps articulé relié par des joints élastiques pour lequel l'un des corps rigides possède un mouvement prescrit.

3.2.1 Algorithme FSI-Vortex

La méthode vortex avec FSI consiste en l'ajout dans le code d'un module permettant de calculer la dynamique de corps rigides montés sur des supports élastiques (linéaire ou en torsion), ainsi que d'une boucle de sous-itération assurant un couplage fort entre le solide et le fluide. Dans le cas de la dynamique des corps rigides (en $2D$), on résout l'équation de quantité de mouvement (linéaire ou angulaire), c'est-à-dire la deuxième loi de Newton. Par exemple, dans le cas linéaire, elle stipule que la somme des forces agissant sur un corps correspond à la variation de la quantité de mouvement linéaire

de ce corps, tel que, en considérant un corps rigide :

$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{D(m\mathbf{v})}{Dt} = m \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = m\mathbf{a}. \quad (3.10)$$

De façon plus précise, on modélisera la dynamique d'un corps rigide par un problème masse-ressort-amortisseur soumis à une force externe quelconque, par exemple :

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F_{ext}, \quad (3.11)$$

ou angulairement :

$$I\ddot{\theta} + d_{\theta}\dot{\theta} + k_{\theta}\theta = M_{ext}, \quad (3.12)$$

pour lesquelles m et I représentent la masse ou l'inertie d'un corps rigide, d un coefficient d'amortissement associé au joint lui-même, k un coefficient de rigidité de ce joint et F_{ext} ou M_{ext} une force ou un moment externe quelconque agissant sur le corps rigide et provenant de l'aérodynamique dans notre cas. Ces équations sont des équations différentielles ordinaires du deuxième ordre. On les résout en scindant l'équation différentielle du deuxième ordre en deux équations différentielles du premier ordre, afin de résoudre la vitesse et la position (par exemple \dot{x} et x). Pour ce faire, on pose les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} x_1 &= x, \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{x}, \end{aligned}$$

ce qui signifie également $\dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = \ddot{x}$. À partir de l'Eq. 3.11, on obtient le système d'équations suivant, composé de deux équations différentielles du premier ordre :

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (3.13)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}(F_{ext} - kx_1 - dx_2). \quad (3.14)$$

Ces deux équations pourront alors être résolues consécutivement. Pour ce faire, nous utilisons un schéma de prédiction-correction. La prédiction est évaluée à l'aide de la formule d'Adams-Bashforth d'ordre 2, tandis que la correction est effectuée avec une formule d'Adams-Moulton, également d'ordre 2. Les schémas d'Adams-Moulton sont implicites, c'est pourquoi l'emploi d'un prédicteur est requis, afin d'évaluer une première fois la valeur de la fonction à l'aide d'une formule explicite d'Adams-Moulton. L'évaluation de la fonction avec une méthode implicite à partir de la valeur prédite servira donc à corriger cette première approximation.

Par ailleurs, dans le cas du « couplage fort » en FSI tel qu'il sera expliqué plus loin, on pourra boucler sur le correcteur en utilisant comme prédicteur la réponse de la correction de la sous-itération précédente, permettant de renforcer le couplage, jusqu'à ce que le critère de convergence désiré soit satisfait. Enfin, dans le cas où un « couplage faible » est désiré et suffisant, une formule explicite seule est employée pour intégrer l'équation différentielle, c'est-à-dire le schéma d'Adams-Basforth de deuxième ordre encore une fois.

Ainsi, pour le cas d'une position x et une vitesse \dot{x} par exemple, la résolution au temps $n+1$ de l'équation différentielle du deuxième ordre ramenée à un système de deux équations différentielles du premier ordre à l'aide d'un schéma de prédiction-correction se résume à :

- Schéma prédicteur explicite (pour un couplage faible ou à la sous-étape de prédiction d'un couplage fort) :

$$\dot{x}_{n+1}^p = \dot{x}_n + \frac{\Delta t}{2} (3\ddot{x}_n - \ddot{x}_{n-1}), \quad (3.15)$$

$$x_{n+1}^p = x_n + \frac{\Delta t}{2} (3\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}), \quad (3.16)$$

$$\ddot{x}_{n+1}^p = f(x_{n+1}^p, \dot{x}_{n+1}^p, F_n). \quad (3.17)$$

- Schéma correcteur implicite (à la sous-étape de correction d'un couplage fort) :

$$\dot{x}_{n+1}^c = \dot{x}_n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{x}_{n+1}^p + \ddot{x}_n), \quad (3.18)$$

$$x_{n+1}^c = x_n + \frac{\Delta t}{2} (\dot{x}_{n+1}^p + \dot{x}_n), \quad (3.19)$$

$$\ddot{x}_{n+1}^c = f(x_{n+1}^c, \dot{x}_{n+1}^c, F_{n+1}), \quad (3.20)$$

avec $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ et où les indices indiquent les pas de temps respectifs et les exposants p et c réfèrent à la prédiction et à la correction.

Ces équations sont utilisées pour intégrer la position et la vitesse d'un corps rigide. Afin d'accomplir une interaction fluide-structure, le terme de force extérieure dans une équation comme l'Eq. 3.11 est la force aérodynamique agissant sur le corps rigide.

Ainsi, en résumé, on peut voir le couplage comme le calcul de la position et de la vitesse d'un corps, lesquelles sont gouvernées en partie par la force aérodynamique calculée au pas de temps précédent. Une fois cette évolution du corps calculée, les forces agissant sur le corps actualisé peuvent à nouveau être calculées et ainsi de suite en avançant dans le temps. Dans le cas d'un couplage fort, la force aérodynamique calculée suite à la mise à jour de la vitesse et de la position d'un corps est réutilisée pour corriger cette vitesse et cette position avant d'avancer dans le temps.

Plus précisément, un pas de temps typique dans l'algorithme Vortex-FSI est schématisé à la FIG. 3.1 consiste en la résolution de l'évolution d'un corps à partir des forces aérodynamiques (\mathbf{F}_f) calculées en se basant sur la solution de l'écoulement au pas de temps précédent. Une fois la position (\mathbf{x}_b^*) et la vitesse (\mathbf{v}_b^*) d'un corps prédites par l'intégration de l'équation de la dynamique, on doit également mettre à jour la position, la vitesse et l'intensité des particules vortex (\mathbf{x}_p^* , \mathbf{u}_p^* , γ_p^*). Cette évolution de l'écoulement se produit simultanément à celle du corps rigide en mouvement, en considérant comme conditions limites l'état du corps rigide tel qu'il était à la fin du pas de temps précédent. Suite à cette évolution simultanée du fluide et du solide, on procède au calcul de la feuille tourbillonnaire et à la diffusion de sa circulation sur les particules adjacentes au corps (γ_p^*), de façon à imposer le respect de la condition de non-glissement à la surface du corps. Ce flux de vorticité à la surface est d'ailleurs utilisé dans le calcul des forces aérodynamiques. Celles-ci sont calculées avec la méthode décrite au chapitre précédent à la fin d'un pas de temps (\mathbf{F}_f^*). Une fois toutes ces étapes effectuées, on peut procéder et avancer au pas de temps suivant.

Dans le cas d'un couplage fort, une boucle de sous-itérations supplémentaire est introduite au milieu de cette séquence. Ainsi, à partir des résultats du calcul des forces au pas de temps actuel (\mathbf{F}_f^*), on procède à une correction de la dynamique du corps rigide, ajustant la position et la vitesse du corps (\mathbf{x}_b^{**} , \mathbf{v}_b^{**}). Suite à cela, une nouvelle correction de la vitesse résiduelle à la surface du corps est faite, pour imposer à nouveau le respect du non-glissement, ce qui modifie légèrement le champ de vorticité (γ_p^{**}) près du corps. Ceci permet de recalculer les forces aérodynamiques et corriger à nouveau au besoin la dynamique des corps. On peut observer sur le schéma 3.1 l'ensemble de ces étapes et leurs positions dans l'algorithme de résolution.

- **Première sous-étape**

Comme on peut l'observer à la FIG. 3.1, au début du pas de temps, on connaît l'état du solide (\mathbf{x}_b , \mathbf{v}_b) et du fluide (\mathbf{x}_p , \mathbf{u}_p , γ_p) provenant de la situation à la fin du pas de temps précédent (t_n), ainsi que les forces que le fluide exerce sur le solide (\mathbf{F}_f). L'évolution du fluide et celle du solide sont calculées indépendamment, en utilisant

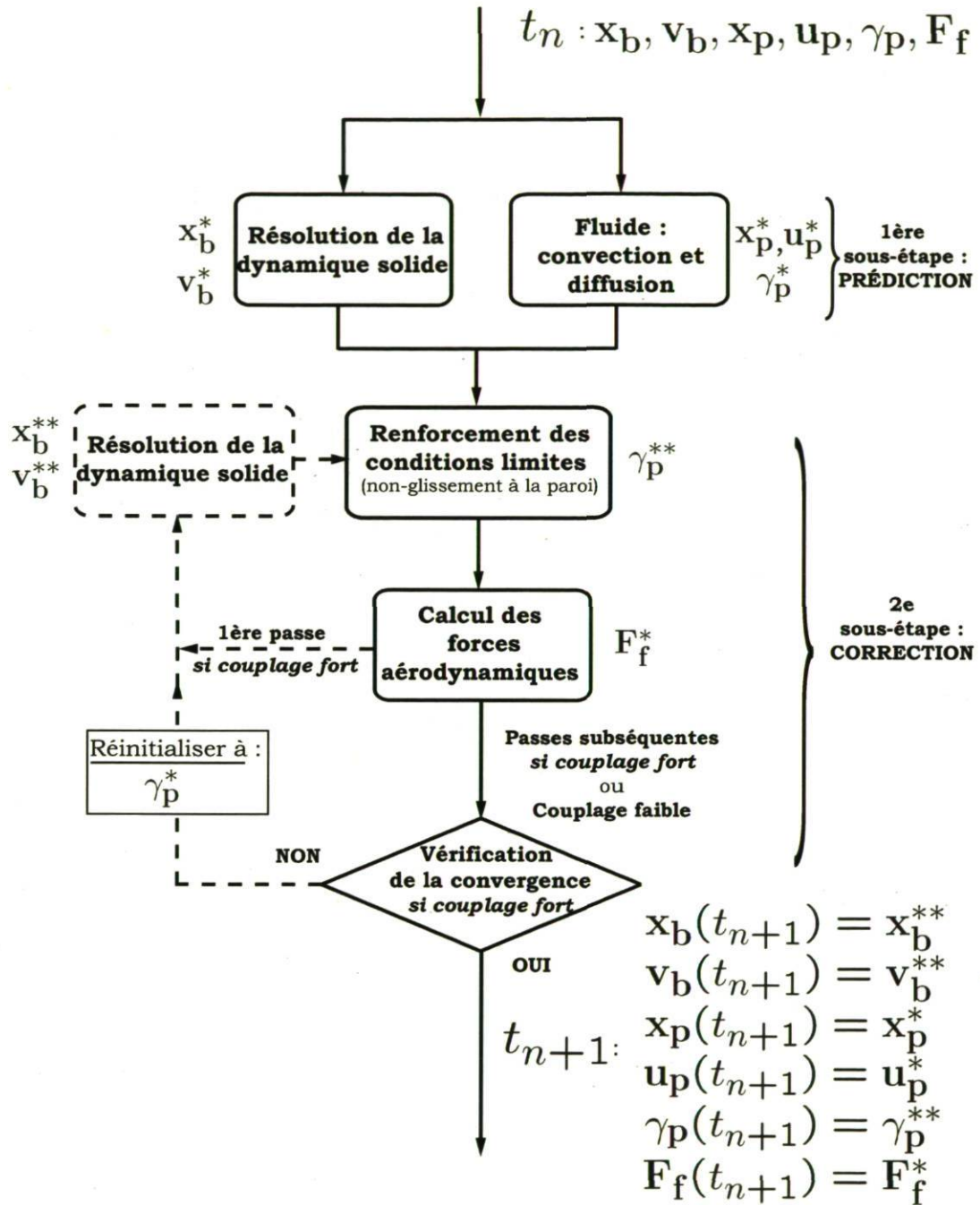


FIG. 3.1 – Synthèse de l’algorithme de la méthode vortex avec FSI en couplage fort ou faible. Les indices “b” réfèrent aux corps solides, “p” aux particules vortex, et “f” au fluide.

uniquement l'information disponible au début du pas de temps (à t_n). Le ou les corps rigides sont mis à jour, que ce soit dû à l'interaction fluide-structure ou à un mouvement imposé, ou enfin à une combinaison de ces deux possibilités.

Il faut noter que dans le cas où la méthode vortex ne considère pas d'interaction fluide-structure, c'est également à cette étape dans un pas de temps que la configuration des corps est mise à jour. Le déplacement dû aux forces aérodynamiques vient donc s'insérer judicieusement dans l'algorithme, en ajoutant au mouvement prescrit le résultat de l'intégration de l'équation de la dynamique des corps rigides. Pareillement, le calcul de l'évolution de l'écoulement (convection et diffusion) s'effectue dans cette première sous-étape de l'algorithme, qu'il y ait FSI ou non.

L'algorithme de la méthode vortex possède une structure qui subdivise un pas de temps physique en une séquence d'actions. Ainsi, la résolution du terme de convection des particules est assurée en premier lieu, par le calcul de l'intégrale de Biot-Savart en utilisant un algorithme de résolution rapide faisant appel à des expansions multipôles. Ceci permet d'évaluer la vitesse locale de chacune des particules (\mathbf{u}_p^*), comprenant l'induction de chacune des N particules ainsi que l'induction de vitesse due à la présence des corps rigides en mouvement. L'intégration de cette vitesse selon un schéma de deuxième ordre (Adams-Bashforth ou Runge-Kutta) permet d'obtenir la nouvelle position \mathbf{x}_p^* de chacune des N particules au pas de temps t_{n+1} . Le terme de diffusion visqueuse est ensuite pris en compte. Dans le code, il se fait via un algorithme dénommé « *Particle Strength Exchange* » ou *PSE* (voir les références énumérées précédemment pour plus de détails sur la méthodologie numérique). Cet algorithme traite la diffusion visqueuse en permettant un échange de circulation entre les particules, calculant la variation de circulation dans le temps.

Suite à ces étapes, les particules possèdent non seulement une nouvelle position et une nouvelle vitesse, mais aussi une intensité différente (γ_p^*), résultat de la diffusion moléculaire. C'est donc l'ensemble de ces trois mécanismes qui permet de réaliser la première sous-étape de l'algorithme vortex avec FSI, correspondant à l'étape de prédiction sur la FIG. 3.1.

• Deuxième sous-étape

Dans la seconde partie de l'algorithme, le traitement des conditions limites aux surfaces solides est effectué. Suite à la convection et à la diffusion des particules vortex, il se crée une vitesse résiduelle de glissement à la surface des corps solides. Pour s'assurer de respecter la condition limite de non-glissement à la paroi, cette vitesse résiduelle se doit d'être supprimée. À partir de la discrétisation des corps solides à l'aide d'une

méthode de panneaux, on peut calculer la vitesse résiduelle sur chacun de ces panneaux. Une feuille tourbillonnaire appropriée est calculée, de façon à ce que le saut de vitesse tangentielle engendré par cette intensité tourbillonnaire annule la vitesse résiduelle sur chacun des panneaux tout en respectant le théorème de la circulation de Kelvin. Par la suite, la circulation de cette feuille tourbillonnaire est diffusée vers les particules vortex adjacentes aux panneaux (γ_p^{**}), générant un flux de vorticité ($\frac{\partial\omega}{\partial n}$)    la paroi. Une fois les conditions limites d'adhérence à la paroi ainsi impos  es, le calcul des forces aérodynamiques (\mathbf{F}_f^*) par la méthode des volumes de contrôle assimilés au corps est effectué. Il se doit d'être exécuté à ce moment précis de la séquence puisqu'il nécessite de connaître l'information de la cinématique des corps (mise à jour au début du pas de temps, à la première sous-étape), la vorticité à la paroi ainsi que le flux de vorticité à la paroi (des informations nécessitant l'état final du fluide à l'intérieur du pas de temps).

Dans un pas de temps typique (sans FSI, ou avec un couplage faible), la séquence des diverses étapes de calcul propre à un pas de temps serait maintenant termin  e et l'on avancerait au pas de temps suivant, répétant à nouveau les mêmes étapes. Ainsi on constate que dans le cas de la FSI avec couplage faible, il s'agit de la séquence temporelle de base où l'on calcule l'évolution du fluide suite au déplacement et à la déformation du solide, puis l'évolution du solide à l'aide des forces du fluide et on avance dans le temps.

• Couplage fort

Dans le cadre d'une résolution de l'algorithme vortex en FSI où un couplage fort est requis, c'est-à-dire un couplage renforcé afin de capturer convenablement une physique plus fortement coupl  e, la séquence précédemment décrite sera reprise autant de fois qu'il sera nécessaire à l'intérieur d'un même pas de temps, et ce, uniquement pour ce qui est de la seconde sous-étape, celle dite de correction². Ainsi, la prédiction faite à la première sous-étape sur la position \mathbf{x}_b^* , la vitesse \mathbf{v}_b^* et l'accélération du solide considérait les forces obtenues au pas de temps précédent (\mathbf{F}_f). L'idée de la correction est d'améliorer cette prédiction en utilisant des informations actualis  es, permettant une meilleure concordance temporelle. Ainsi, en plus de procéder à l'intégration de

²Il a été choisi de ne pas reprendre l'ensemble de la séquence dans la boucle de sous-itt  rations afin de ne pas trop alourdir le calcul. Ainsi, on considère que l'étape de prédiction suivie d'une série d'itt  rations sur la sous-étape de correction sont suffisantes pour assurer un couplage fort permettant d'obtenir une réponse précise.    noter qu'il serait tout de même intéressant d'étudier l'impact d'une sous-itt  ration sur l'ensemble de la séquence, et comparer les résultats avec la procédure actuelle. Par exemple une sous-itt  ration sur l'ensemble du pas de temps en réinitialisant l'ensemble des valeurs à l'exception des forces aérodynamiques, dont on pourraient conserver la valeur actualis  e. Ce pourrait être testé dans le cas d'un problème très fortement couplé (ratio de densité entre le fluide et le solide de $\mathcal{O}(1)$ par exemple).

l'équation de la dynamique avec un correcteur, ce dernier utilise les forces aérodynamiques provenant du pas de temps actuel (\mathbf{F}_f^*). C'est donc dire que ces forces tiennent compte, dans un premier temps, de la configuration solide mise à jour dans l'étape de prédiction ($\mathbf{x}_b^*, \mathbf{v}_b^*$), puis dans un second temps, du renforcement de la condition de non-glissement qui modifie l'état de l'écoulement près du corps solide (γ_p^{**}), altérant légèrement les forces.

À chaque étape de correction, la cinématique des solides varie légèrement ($\mathbf{x}_b^{**}, \mathbf{v}_b^{**}$), nécessitant de corriger les conditions limites par le calcul d'une nouvelle feuille tourbillonnaire qui vise à éliminer le glissement. Le flux de vorticité qui en résulte corrige la circulation des particules adjacentes au solide (γ_p^{**}), ce qui implique un nouveau calcul des forces aérodynamiques. Elles peuvent être utilis es à leur tour pour corriger le solide subissant l'interaction fluide-structure. Naturellement, ce processus se r p tera jusqu'à ce qu'on considère qu'il y a une bonne concordance entre l'évolution du solide et du fluide. On procède donc itérativement pour mimiquer un comportement qui, dans la réalité, a lieu en simultané, mais qui est modélisé par une succession d'étapes dans l'algorithme.

Afin de contrôler ces itérations, un critère de convergence a été défini. Il spécifie que la cinématique de l'ensemble des corps rigides subissant l'interaction fluide-structure diffère de l'itération précédente selon un critère établi ϵ . L'algorithme du couplage fort est construit tel qu'il y a toujours une première correction (pour compléter l'intégration de la dynamique à l'aide du prédicteur-correcteur), puis la convergence est  valu e par la suite sur les corrections suivantes. Les critères de convergence utilisés sont les suivants (le critère est identique pour la position et la vitesse), illustrés ici pour la position et la vitesse angulaire d'une articulation élastique i :

$$\boxed{\frac{\theta_{i,m+1}^c - \theta_{i,m}^c}{\theta_{i,m}^c} < \epsilon} \quad (3.21)$$

$$\boxed{\frac{\dot{\theta}_{i,m+1}^c - \dot{\theta}_{i,m}^c}{\dot{\theta}_{i,m}^c} < \epsilon} \quad (3.22)$$

Il s'agit simplement de s'assurer que la position θ_i et la vitesse $\dot{\theta}_i$   l'itération actuelle ($m + 1$) ne varient plus significativement relativement à l'itération précédente (m),   l'intérieur d'un critère ϵ prescrit par l'utilisateur, typiquement $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ dans le présent travail. De plus, un nombre maximal d'itérations peut également être défini. Le respect de ces critères et l'application d'un couplage fort permettent d'obtenir une

interaction fluide-structure qui est toujours en accord avec les conditions limites les plus à jour à l'interface fluide-solide.

Remarquer que lors des sous-itérations, si le critère de convergence n'est pas atteint, la correction appliquée au champ de particules vortex est enlevée avant de procéder à une nouvelle itération. En effet, la correction du corps $\mathbf{x}_b^{**}, \mathbf{v}_b^{**}$ n'étant pas la bonne, elle est recalculée, ce qui implique qu'on doit procéder à la correction de la vitesse résiduelle sans toutefois avancer dans le temps. Ainsi, on rétablit le fluide à l'état qui était le sien suite à la sous-étape de prédiction, en conservant toutefois en mémoire la valeur actualisée des forces pour procéder à une nouvelle correction plus précise.

Le lecteur peut noter toutefois qu'une étape est omise dans les sous-itérations du couplage fort. En effet, une matrice d'influence de dimensions $N_{pan} \times N_{pan}$, où N_{pan} correspond au nombre total de panneaux de l'ensemble des corps, doit être construite et inversée à chaque pas de temps lorsque les corps (donc les panneaux) sont en mouvement relatif les uns par rapports aux autres. Or, puisque cette étape est coûteuse (*i.e.*, $\mathcal{O}(N_{pan}^3)$ opérations), le calcul a lieu uniquement à la première sous-itération de la boucle de couplage fort, donc une seule fois par pas de temps. C'est donc dire que l'influence mutuelle des panneaux n'est pas exactement mise à jour d'une sous-itération à l'autre³.

Enfin, il est important de préciser que dans cet algorithme séquentiel l'étape occasionnelle de redistribution survient au tout début du pas de temps, c'est-à-dire avant la première sous-étape. Cette étape importante, où le champ de vorticité est reproj t  sur un ensemble de particules bien distribu es dans l'espace, survient typiquement une fois tous les quatre pas de temps. Elle est essentielle pour assurer une bonne précision de la solution de l'écoulement. En effet, il est nécessaire de conserver un chevauchement des particules pour la stabilité de l'algorithme PSE qui modélise la diffusion tout en conservant une bonne répartition des particules dans l'ensemble des zones rotationnelles de l'écoulement.

Comme il a été mentionné à la section précédente, le calcul des forces par la méthode des volumes de contrôle assimilés au corps n'a pas lieu au cours de ce pas de temps particulier qui inclut une redistribution. Celle-ci induit une composante non-physique de flux de vorticité, lequel est nécessaire au calcul des forces. Ainsi, pour éviter de bruy er les forces, il est préférable de ne pas les considérer à ce pas de temps, ce qui implique que nous restreignons ce pas de temps à une seule correction (sans forces actualis es) lors

³Il pourrait être intéressant de procéder au calcul de cette matrice d'influence à intervalle défini, à toutes les 5 ou 10 sous- tations par exemple, plutôt qu'une seule fois par pas de temps. Ce compromis entre précision et côté de calcul mériterait sans doute d'être étudié dans le futur.

de l'emploi d'un couplage fort en FSI. Enfin, des précisions supplémentaires concernant la méthode de redistribution des particules sur un grillage organisée seront présentées au chapitre 4.

3.2.2 Aile articulée à deux segments

Description

L'objectif principal de notre implémentation d'un algorithme d'interaction fluide-structure à même une méthode vortex est de porter un regard physique sur le rôle de la flexibilité, principalement en situation de propulsion à aile oscillante. On présente ici la méthodologie de façon plus explicite pour la cas d'une aile flexible modélisée par deux segments rigides reliés entre eux par une articulation, c'est-à-dire un joint torsionnel.

Tel qu'on peut le voir sur la FIG. 3.2 suivante, on considère un système avec un profil d'aile $2D$, de longueur totale c , constitué de deux plaques planes rigides avec extrémités arrondies. Les deux segments sont reliés entre eux par un joint torsionnel, lequel possède un degré de liberté en rotation uniquement (selon l'axe des z), ne permettant pas de déformations linéaires (liens mécaniques rigides inextensibles). Le joint torsionnel est une articulation élastique pouvant être composé d'un ressort en torsion (de rigidité K_θ) ainsi que d'un amortisseur en torsion également (défini par son coefficient d'amortissement D_θ).

Le premier corps est dénoté ici comme le corps menant, et le second est désigné comme étant le corps mené, ou corps passif. En effet, le premier corps subit un mouvement imposé à son point d'attachement (PA), alors que le second corps se déplace sous l'effet combiné du déplacement du corps menant (auquel il est relié par une contrainte cinématique, soit le joint torsionnel inextensible), des forces inertielles ainsi que des forces aérodynamiques auxquelles il est soumis.

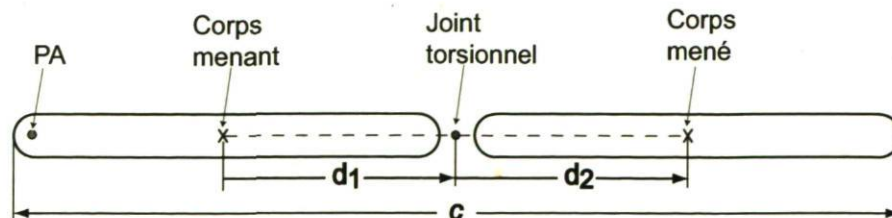


FIG. 3.2 – Plaque plane à deux segments et une articulation.

Ainsi, par le biais d'une interaction fluide-structure considérant un corps rigide libre de pivoter sur son articulation, on obtient une aile multi-segments à flexibilité discrète. La déformation de l'aile correspond à la déflexion du second corps par rapport au premier sous l'action des forces aérodynamiques, inertielles et élastiques tel qu'illustré sur la FIG. 3.3. On mesure la déflexion par l'angle différentiel entre les deux corps, identifié comme l'angle θ . Les corps sont identifiés par la position de leur centroïde respectif, donnée par les coordonnées X_i, Y_i ainsi que par leur angle absolu respectif α_i par rapport à l'horizontal dans le système de coordonnées $x - y$ utilisé. L'angle différentiel correspond ainsi à la différence entre les deux angles absolus, tel que :

$$\theta_1 = \alpha_2 - \alpha_1 . \quad (3.23)$$

La position du pivot (X^h, Y^h)⁴ et du centroïde du corps mené peuvent être exprimés à l'aide des contraintes cinématiques définissant le pivot :

$$X^h = X_1 + d_1 \cos \alpha_1, \quad (3.24)$$

$$Y^h = Y_1 + d_1 \sin \alpha_1, \quad (3.25)$$

$$X_2 = X_1^h + d_2 \cos \alpha_2, \quad (3.26)$$

$$Y_2 = Y_1^h + d_2 \sin \alpha_2. \quad (3.27)$$

On exprime la position du pivot par rapport au corps menant, puis celle du corps mené par rapport à celle du pivot, avec d_1 et d_2 qui représentent respectivement les distances entre le centroïde du premier corps et l'articulation, et entre l'articulation et le centroïde du second corps, tel qu'on peut le voir sur les figures 3.2 et 3.3.

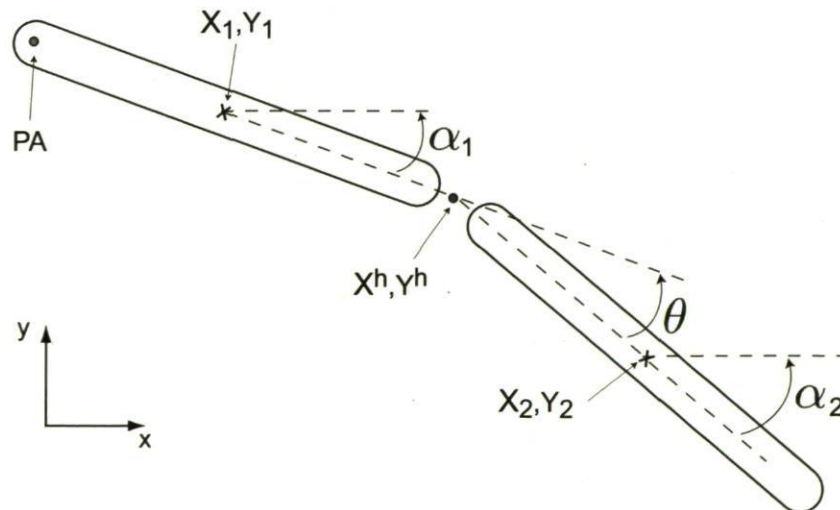


FIG. 3.3 – Configuration géométrique d'une aile articulée à 2 segments.

⁴L'exposant h désigne ici l'articulation, de la formulation anglaise « *hinge* ».

Afin de déterminer la position du second corps, on procédera à la résolution de la dynamique des corps rigides en résolvant l'équation de quantité de mouvement angulaire appliquée au corps passif. La voici exprimée par rapport à l'articulation, dénotée h :

$$\Sigma M_{,h} = I_{2,h}\ddot{\alpha}_2 + \mathbf{d}_2 \times m_2 \mathbf{a}_h, \quad (3.28)$$

une équation similaire à l'Eq. 2.22 de la section 2.1.3, que l'on établit par rapport à un point différent du centre de masse. On la développe comme :

$$M^h + (M_{f2} + \mathbf{d}_2 \times \mathbf{F}_{f2}) = I_{2,h}\ddot{\alpha}_2 + \mathbf{d}_2 \times m_2 \mathbf{a}_h, \quad (3.29)$$

où M^h est le moment réactif du joint torsionnel. Sachant que $\ddot{\alpha}_2 = \ddot{\theta} + \ddot{\alpha}_1$ et en posant $M^h = -K_\theta\theta - D_\theta\dot{\theta}$ (un modèle linéaire de ressort et d'amortisseur), on obtient finalement l'équation différentielle suivante :

$$I_{2,h}\ddot{\theta} = -K_\theta\theta - D_\theta\dot{\theta} + (M_{f2} + \mathbf{d}_2 \times \mathbf{F}_{f2}) - \mathbf{d}_2 \times m_2 \mathbf{a}_h - I_{2,h}\ddot{\alpha}_1, \quad (3.30)$$

qui exprime donc la différence entre les accélérations angulaires des corps 1 et 2, c'est-à-dire l'accélération angulaire de l'angle différentiel. Cette équation différentielle du second degré gouverne la dynamique du second corps.

Elle est exprimée par rapport à l'angle θ et ses dérivées temporelles, en prenant en compte à la fois le mouvement imposé du premier corps et les contraintes cinématiques qui relient le corps mené au corps menant. En plus des variables décrites précédemment, on y retrouve $I_{2,h}$, qui correspond à l'inertie du second corps par rapport au pivot h , M_{f2} et \mathbf{F}_{f2} , le moment et la résultante des forces aérodynamiques appliqués au centroïde du corps 2, et \mathbf{a}_h l'accélération linéaire du pivot, qui provient du mouvement imposé sur le premier corps.

L'équation 3.30 est la seule nécessaire pour résoudre la position et la vitesse du second corps, en procédant par intégration numérique selon les schémas prédicteur-correcteur d'Adams-Bashforth et Adams-Moulton d'ordre 2, telle que vue à la section 3.2.1. Une fois θ , $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ connus à un instant t , on peut retrouver α_2 , $\dot{\alpha}_2 = \dot{\Omega}_2$, $\ddot{\alpha}_2 = \dot{\Omega}_2$ ainsi que \mathbf{X}^h , \mathbf{X}_2 et leurs dérivées temporelles à l'aide des contraintes cinématiques. Exprimées vectoriellement, ces différentes expressions sont :

$$\dot{\theta} = \Omega_2 - \Omega_1, \quad (3.31)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\Omega}_2 - \dot{\Omega}_1, \quad (3.32)$$

$$\mathbf{U}^h = \mathbf{U}_1 + \Omega_1 \times (\mathbf{X}^h - \mathbf{X}_1), \quad (3.33)$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}^h + \Omega_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}^h), \quad (3.34)$$

$$\dot{\mathbf{U}}^h = \dot{\mathbf{U}}_1 + \dot{\Omega}_1 \times (\mathbf{X}^h - \mathbf{X}_1) + \Omega_1 \times \Omega_1 \times (\mathbf{X}^h - \mathbf{X}_1), \quad (3.35)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_2 = \dot{\mathbf{U}}^h + \dot{\Omega}_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}^h) + \Omega_2 \times \Omega_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}^h), \quad (3.36)$$

où $\mathbf{U}^h, \mathbf{U}_2$ et $\dot{\mathbf{U}}^h, \dot{\mathbf{U}}_2$ sont les vitesses et accélérations linéaires du pivot et du second corps (*e.g.*, $\mathbf{U}_2 = \dot{x}_2 \hat{\mathbf{e}}_x + \dot{y}_2 \hat{\mathbf{e}}_y$), alors que Ω_i et $\dot{\Omega}_i$ représentent les vitesses et accélérations angulaires de chacun des corps.

Une fois la cinématique et une partie de la dynamique résolues à un pas de temps donné, il est possible de calculer *a posteriori* les réactions internes agissant à l'articulation reliant les deux corps. Ce sont ces réactions qui transmettent les efforts d'un corps à l'autre par le biais de l'articulation inextensible. On les dénotera comme R_x^h et R_y^h , les réactions en x et en y . À celles-ci s'ajoute le moment réactif du joint torsionnel, lequel a déjà été présenté et vaut $M^h = -K_\theta \theta - D_\theta \dot{\theta}$.

On obtient les réactions en appliquant un équilibre de forces sur le corps 2 uniquement, tel qu'on peut le voir sur la FIG. 3.4. De l'équilibre de forces, ces réactions

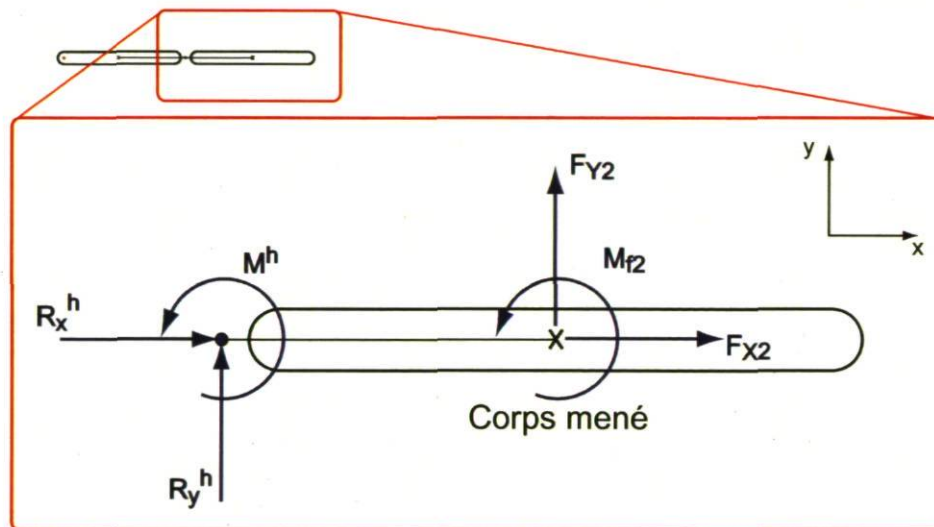


FIG. 3.4 – Équilibre des forces agissant sur le corps mené.

s'expriment comme :

$$R_x^h = m_2 \ddot{x}_2 - F_{X2}, \quad (3.37)$$

$$R_y^h = m_2 \ddot{y}_2 - F_{Y2}. \quad (3.38)$$

alors que de l'équation 3.29, on peut également développer M^h tel que :

$$M^h = I_{2,h} \ddot{\alpha}_2 + \mathbf{d}_2 \times m_2 \mathbf{a}_h - (M_{f2} + \mathbf{d}_2 \times \mathbf{F}_{f2}), \quad (3.39)$$

comme la réaction qui équilibre les moments d'inertie et aérodynamique.

Ces réactions représentent donc les forces internes du système de deux corps présenté à la FIG. 3.2. Elles équilibrent les forces aérodynamiques et inertielles en présence. Il est essentielle de connaître la valeur de ces réactions, puisqu'elles sont nécessaires au calcul des performances d'une aile articulée.

Puissances et rendement mécanique

Ainsi, à partir des équations développées à la section 2.1.3 pour une aile rigide, on développera maintenant le calcul des puissances et du rendement mécanique total en propulsion pour une aile articulée à deux éléments. Il s'agit encore une fois d'établir l'équilibre des forces sur le corps menant pour calculer les puissances au PA où le mouvement est imposé similairement à ce qui a été décrit pour une aile oscillante à un seul segment. À l'équilibre de forces du segment unique s'ajoutent les réactions du corps passif (par le biais du pivot élastique et du lien inextensible), lesquelles englobent donc les contributions aérodynamiques et inertielles.

On aura, en considérant ces réactions supplémentaires agissant sur le corps (illustrées à la FIG. 3.5), l'équilibre suivant à satisfaire :

$$\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = F_{X1} - R_x^h + R'_x = m_1 \ddot{x}_1, \quad (3.40)$$

$$\Sigma \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{e}}_y = F_{Y1} - R_y^h + R'_y = m_1 \ddot{y}_1, \quad (3.41)$$

$$\Sigma M_{,PA} = M_{f1} - M^h + \mathbf{r}_b \times (-\mathbf{R}^h) + M'_{PA} = I_{PA} \dot{\Omega}_1 + \mathbf{r}_a \times m_1 \mathbf{a}_{PA}, \quad (3.42)$$

ce qui permet de réexprimer les réactions mécaniques au PA comme :

$$R_x = -R'_x = F_{X1} - R_x^h - m_1 \ddot{x}_1, \quad (3.43)$$

$$R_y = -R'_y = F_{Y1} - R_y^h - m_1 \ddot{y}_1, \quad (3.44)$$

$$M_{PA} = -M'_{PA} = M_{f1} - M^h + \mathbf{r}_b \times (\mathbf{R}^h) - I_{PA} \dot{\Omega}_1 - \mathbf{r}_a \times m_1 \mathbf{a}_{PA}, \quad (3.45)$$

tel qu'on peut le voir sur la FIG. 3.5⁵. Rappelons que :

$$\mathbf{a}_{C1} = \mathbf{a}_{PA} + \dot{\Omega}_1 \times \mathbf{r}_a + \Omega \times \Omega \times \mathbf{r}_a, \quad (3.46)$$

que l'on peut exprimer sous forme de composantes comme $\ddot{x}_1 = \mathbf{a}_{C1} \hat{\mathbf{e}}_x$ et $\ddot{y}_1 = \mathbf{a}_{C1} \hat{\mathbf{e}}_y$.

Sachant que l'on se limite dans le cadre de ce travail à des cas où $\mathbf{a}_{PA} = 0 \hat{\mathbf{e}}_x + \ddot{y}_{PA} \hat{\mathbf{e}}_y$, avec $\ddot{y}_{PA}(t) = \frac{d^2 h(t)}{dt^2}$, tel que discuté aux sections 2.1.1 et 2.1.3, les équations précédentes

⁵Note technique : les forces et le moment aérodynamique sont calculés au pivot du corps dans notre implémentation du code vortex, c'est pourquoi ils se retrouvent au PA dans l'exemple de la FIG. 3.5.

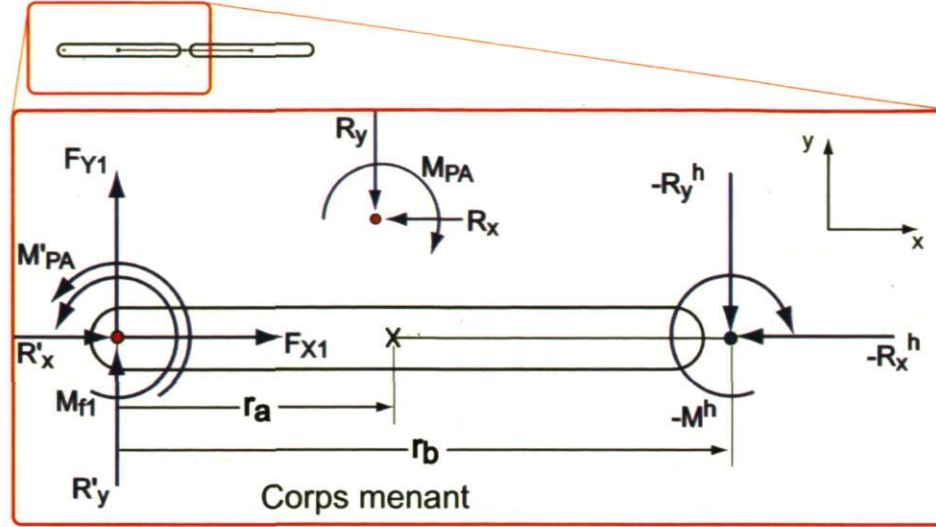


FIG. 3.5 – Équilibre des forces agissant sur le corps menant.

se réduisent à :

$$R_x = F_{X1} - R_x^h - m_1 \left(-\dot{\Omega}_1 \cdot r_a \sin(\alpha_1) - \Omega_1^2 \cdot r_a \cos(\alpha_1) \right), \quad (3.47)$$

$$R_y = F_{Y1} - R_y^h - m_1 \left(\ddot{y}_{PA} + \dot{\Omega}_1 \cdot r_a \cos(\alpha_1) - \Omega_1^2 \cdot r_a \sin(\alpha_1) \right), \quad (3.48)$$

$$M_{PA} = M_{f1} - M^h + \mathbf{r}_b \times (-\mathbf{R}^h) - I_{PA} \dot{\Omega}_1 - r_a \cos(\alpha_1) \cdot m_1 \ddot{y}_{PA}. \quad (3.49)$$

Dans ces équations, \mathbf{r}_a et \mathbf{r}_b représentent respectivement les distances entre le PA et le centroïde du corps 1 et entre le PA et le joint élastique, alors que \mathbf{R}^h correspond à la résultante des réactions à l'articulation.

Le calcul des puissances et du rendement mécaniques au PA du système d'aile articulée à deux morceaux se fait simplement à partir des trois réactions décrites ci-haut, soient R_x , R_y et M_{PA} , avec les mêmes définitions qu'à la section 2.1.3. En fait, qu'il y ait un ou plusieurs corps menés n'affectent pas la méthode de calcul des puissances et du rendement mécanique. En effet, on invite le lecteur à comparer les équations 3.47 à 3.49 aux équations 2.34 à 2.36. On constate qu'elles sont identiques à un terme près dans chacun des cas, soient les réactions au pivot $-R_x^h$, $-R_y^h$ et $-M^h + \mathbf{r}_b \times (-\mathbf{R}^h)$. L'ensemble des forces aérodynamiques et inertielles de tous les corps menés est donc inclus dans ces termes de réactions à l'articulation, lesquels sont inclus dans le calcul des réactions au PA permettant de déterminer les performances d'une aile oscillante, qu'elle possède des articulations élastiques ou non. C'est donc une méthode valide autant pour les corps rigides que pour les trains de corps qui seront présentés à la section suivante,

en autant que le corps menant soit situé au bord d'attaque (en première position)⁶.

3.2.3 Train de corps – Généralisation

L'extension du modèle de flexibilité discrète appliqué à un cas plus général, c'est-à-dire comportant trois éléments articulés ou plus, est présentée dans cette section⁷. Cette extension ajoute une complexité supplémentaire au cas de l'aile articulée décrit à la section précédente, puisque lorsqu'il y a plusieurs corps dits passifs reliés entre eux, chacun de ces corps a de l'influence sur l'ensemble des autres corps.

Un tel problème, qui sera dorénavant connu sous l'appellation de « train de corps », sera résolu d'une façon identique qu'il y ait deux, trois, quatre corps ou plus. On parle alors d'un problème à N -corps. Pour ce train de N_b segments (voir la FIG. 3.6 pour un exemple), on aura, similairement au cas de la section précédente, un seul corps menant, situé à la n -ième position dans le train. Contrairement au cas précédent, on trouvera aussi $N_b - 1$ corps menés, ou passifs. C'est donc dire qu'il y aura aussi plusieurs joints élastiques. Le nombre d'articulations sera toujours de $N_h = N_b - 1$.

Ainsi, on procède de la même manière que dans la résolution à deux corps vue précédemment, à la différence qu'il y aura cette fois un système d'équations des corps rigides à résoudre, gouvernant la dynamique couplée de chacun des corps passifs. En effet, les équations sont tous couplées puisque des contraintes cinématiques relient les corps entre eux. Chaque corps individuel subit les réactions des deux corps adjacents par le biais des articulations qui les relient, à l'exception des deux corps composant les extrémités du train, qui ne possèdent alors qu'un voisin. On comprend aisément que le déplacement d'un corps situé à la deuxième position d'un train de corps de trois éléments dépend à la fois du mouvement imposé sur le premier corps par exemple, mais aussi du troisième corps, dont le déplacement dépend lui-même de celui des deux premiers. Ce système d'équations différentielles couplées doit être traité de façon matricielle. La méthodologie complète est présentée dans cette section, et cela correspond à ce qui a

⁶La contrainte de la position du corps menant s'applique uniquement par rapport aux équations développées dans cette section, qui ont été limitées au cas où le PA se situe sur le premier corps. Ils suffiraient de les redévelopper pour les appliquer à une autre situation. Par contre, le solveur Vortex-FSI développé est opérationnel pour n'importe quel position du corps mené, comme ce sera vu à la prochaine section.

⁷Cette section reprend essentiellement la méthodologie proposée par Eldredge dans [13]. Il a publié cet article qui s'intéressait à la même approche de flexibilité discrète que celle prévue pour cette maîtrise durant le courant des présents travaux, ayant développé en parallèle et de façon indépendante une même idée avec quelque peu d'avance. Par souci de continuité et de simplicité, l'essentielle de sa notation a été reprise.

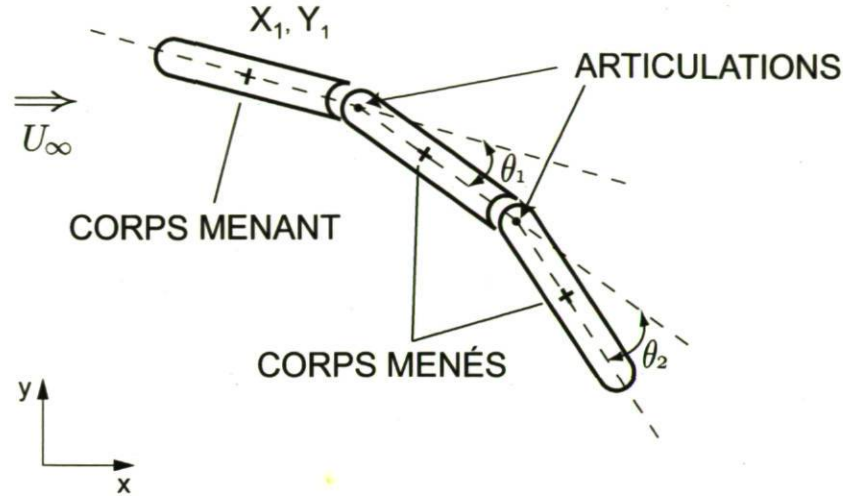


FIG. 3.6 – Aile articulée à 3 segments et 2 articulations.

véritablement été implémenté dans le code de l'algorithme vortex. Le cas simplifié (à une articulation) présenté précédemment est en fait lui aussi résolu comme les cas à N_b corps, il constitue seulement un cas particulier.

Tout d'abord, avec la deuxième loi de Newton, reprenons l'équation de quantité de mouvement angulaire appliquée à un corps rigide⁸, ainsi que l'équation de quantité de mouvement linéaire, laquelle est nécessaire pour établir les réactions. Il est à noter que dans le cas où il n'y avait qu'un seul corps passif, il n'y avait aucune réaction d'un corps mené agissant sur un autre corps mené contribuant à gouverner son déplacement comme ce sera le cas ici, où des corps menés subissent les réactions des voisins. Le calcul des réactions ne nous intéressait que dans la mesure où on voulait connaître l'ensemble des forces agissant sur le corps mené (pour le calcul des performances) alors que maintenant, elles sont essentielles à la FSI. Ainsi, sur un corps à la position i , sans terme de gravité, on a pour la quantité de mouvement linéaire :

$$m_i \dot{\mathbf{U}}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{i-1}^h - \mathbf{R}_i^h, \quad (3.50)$$

où $m_i = \rho_{s,i} A_i$ est la masse du corps i par unité de profondeur, \mathbf{F}_i la résultante aérodynamique tandis que \mathbf{R}_{i-1}^h et \mathbf{R}_i^h sont les réactions exercées par les deux articulations inextensibles⁹. La quantité de mouvement angulaire par rapport à un point arbitraire

⁸Il s'agit essentiellement de la même équation qu'à la section précédente, à la différence qu'il peut y avoir des réactions non pas sur une, mais bien deux articulations, qui traduisent l'influence de deux corps adjacents plutôt qu'un seul.

⁹Le signe des réactions est défini négatif pour l'articulation i par rapport au corps i , il est donc

\mathbf{X}_p s'établit comme :

$$\begin{aligned} I_i \dot{\Omega}_i + (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_p) \times m_i \dot{\mathbf{U}}_i &= M_{f_i} + (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_p) \times \mathbf{F}_i \\ + M_{i-1}^h - M_i^h + (\mathbf{X}_{i-1}^h - \mathbf{X}_p) \times \mathbf{R}_{i-1}^h &- (\mathbf{X}_i^h - \mathbf{X}_p) \times \mathbf{R}_i^h, \end{aligned} \quad (3.51)$$

où I_i correspond à l'inertie d'un corps par rapport à son centroïde, \mathbf{X}_i la position de ce centroïde, M_{f_i} le moment exercé par le fluide au centroïde, M_{i-1}^h et M_i^h les moments réactifs qui s'exercent aux pivots, \mathbf{R}_{i-1}^h et \mathbf{R}_i^h les résultantes des forces qui s'exercent à ces même pivots et enfin \mathbf{X}_i^h la position du pivot i .

On peut généraliser ces expressions sous une forme matricielle pour N_b corps. Ainsi, on définit d'abord des vecteurs colonnes contenant N_b lignes, soient les trois composantes de vitesses $(\mathcal{U}, \mathcal{V}, \Omega)$, les forces fluides $(\mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y, \mathcal{M}_f)$, calculées au centroïde respectif de chacun des corps, et les réactions aux articulations $(\mathcal{R}_x, \mathcal{R}_y, \mathcal{M}^h)$. On définit également des matrices diagonales de masse (\mathbf{M}) et d'inertie (\mathbf{I}) . Pour des raisons pratiques, des matrices diagonales de dimensions $N_b \times N_b$ exprimant les distances entre les centroïdes et un point arbitraire p sont définies comme \mathbf{d}_x et \mathbf{d}_y où les entrées diagonales valent $X_i - X_p$ et $Y_i - Y_p$ et tous les termes hors-diagonale sont nuls. Selon la même idée, on exprime les distances entre les pivots et un point p quelconque avec les matrices de dimensions $N_h \times N_h$ dénotées \mathbf{d}_x^h et \mathbf{d}_y^h dont les termes diagonaux sont $X_i^h - X_p$ et $Y_i^h - Y_p$. Les équations en composantes (sous forme matricielle) deviennent alors :

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} = \mathcal{F}_x + \mathcal{R}_{x \text{ gauche}}^h - \mathcal{R}_{x \text{ droite}}^h, \quad (3.52)$$

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{V}} = \mathcal{F}_y + \mathcal{R}_{y \text{ gauche}}^h - \mathcal{R}_{y \text{ droite}}^h, \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I} \dot{\Omega} + \mathbf{d}_x \mathbf{M} \dot{\mathbf{V}} - \mathbf{d}_y \mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} &= \mathcal{M}_f + \mathbf{d}_x \mathcal{F}_y - \mathbf{d}_y \mathcal{F}_x \\ &+ (\mathcal{M}^h + \mathbf{d}_x^h \mathcal{R}_y - \mathbf{d}_y^h \mathcal{R}_x)_{\text{gauche}} \\ &- (\mathcal{M}^h + \mathbf{d}_x^h \mathcal{R}_y - \mathbf{d}_y^h \mathcal{R}_x)_{\text{droite}}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Un opérateur différence peut être introduit pour simplifier la notation en effectuant une différence entre les réactions de gauche et de droite. On aura alors une matrice $\mathbf{\Delta}$ de dimensions $N_b \times N_h$ où chaque ligne comprendra un doublet 1 et -1, à l'exception de la première et de la dernière ligne qui correspondent au premier et au dernier corps positif par rapport au corps $i + 1$. Ainsi, sur un corps isolé, les réactions à gauches sont positives et celles à droite sont négatives.

du train sur lesquels n'agit qu'une seule articulation. On aura par exemple :

$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

On obtient ainsi le système d'équations :

$$\underline{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{U}} = \mathcal{F}_x + \underline{\Delta} \mathcal{R}_x, \quad (3.56)$$

$$\underline{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{V}} = \mathcal{F}_y + \underline{\Delta} \mathcal{R}_y, \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}\dot{\mathcal{O}} + \underline{\mathbf{d}}_x \underline{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{V}} - \underline{\mathbf{d}}_y \underline{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{U}} &= \mathcal{M}_f + \underline{\mathbf{d}}_x \mathcal{F}_y - \underline{\mathbf{d}}_y \mathcal{F}_x \\ &+ \underline{\Delta} (\mathcal{M}^h + \underline{\mathbf{d}}_x^h \mathcal{R}_y - \underline{\mathbf{d}}_y^h \mathcal{R}_x). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Comme précédemment, on voudra résoudre ce système d'équations par rapport à l'angle différentiel θ_j à chaque articulation. On doit alors exprimer les équations de quantité de mouvement angulaire en fonction de θ_j et de ses dérivées temporelles. De plus, on doit supprimer la ligne correspondant à la position du corps menant, qui sera dorénavant dénotée par l'indice k , dont le mouvement est imposé et n'a pas à être résolue par FSI. De plus, le point arbitraire \mathbf{X}_p sera désormais \mathbf{X}_k , le PA du corps menant, par rapport auquel toutes les équations sont formulées. On substitue ensuite les réactions aux pivots, que l'on obtient de 3.56 et 3.57, dans l'Eq. 3.58, puisque les mouvements dans les directions x et y sont contraints par les liens inextensibles plutôt que libres, le seul degré de liberté de chaque corps passif étant la rotation autour des articulations.

Pour ce faire, on doit isoler les vecteurs \mathcal{R}_x et \mathcal{R}_y , ce qui nécessitera, dans un sens matriciel, de définir de nouveaux opérateurs matriciels, cousins de l'opérateur différence. On aura d'abord un opérateur sommation $\underline{\Sigma}_i$ qui est une matrice triangulaire inférieure de $i \times i$, par exemple pour $i = 5$:

$$\underline{\Sigma}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Cette matrice de sommation peut à son tour être utilisée pour construire une matrice de

sommation globale permettant de sommer les éléments situés avant le corps de référence k et après le corps de référence k , de façon à calculer l'influence de chacun des corps du train. Elle sera donc de dimensions $N_h \times N_h$. On la définit comme $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}$:

$$\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}(k) = \begin{bmatrix} -\underline{\underline{\Sigma}}_{k-1}^T & 0 \\ 0 & \underline{\underline{\Sigma}}_{N_b-k} \end{bmatrix}, \quad (3.60)$$

qui ressemblera pour $k = 3$ par exemple à :

$$\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}(3) = \begin{bmatrix} -\underline{\underline{\Sigma}}_2^T & 0 \\ 0 & \underline{\underline{\Sigma}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.61)$$

Rappelons que l'indice k réfère à la position du corps menant dans le train de corps, dont $N_b = 5$ pour cet exemple. Un indice $k = 1$ signifierait que le corps menant est en première position dans le train, ce qui équivaldrait à une pure matrice triangulaire inférieure de sommation $\underline{\underline{\Sigma}}_{N_h}$.

On peut également ajouter à cette matrice sommation $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}$ une ligne emplies de 0 correspondant à la ligne de la rangée k , ce qui donnera une matrice de $N_b \times N_h$ dénotée $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+$, par exemple :

$$\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+(3) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.62)$$

On observe une identité intéressante telle que notée par Eldredge [13], soit :

$$\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+{}^T \underline{\underline{\Delta}} = \underline{\underline{I}}_{N_h}, \quad (3.63)$$

où $\underline{\underline{I}}_{N_h}$ correspond à la matrice identité de dimension $N_h \times N_h$ et $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+{}^T$ à la transposée de $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+$.

On peut utiliser cette relation pour obtenir les vecteurs réactions \mathcal{R}_x et \mathcal{R}_y , en isolant $\underline{\underline{\Delta}} \mathcal{R}_x$ et $\underline{\underline{\Delta}} \mathcal{R}_y$ dans les équations 3.56 et 3.57, puis en multipliant de part et d'autre de ces équations par $\underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+{}^T$. On exprime finalement les vecteurs réactions comme :

$$\mathcal{R}_x = \underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+{}^T (\underline{\underline{M}} \dot{\mathcal{U}} - \mathcal{F}_x), \quad (3.64)$$

$$\mathcal{R}_y = \underline{\underline{\Sigma\Sigma}}^+{}^T (\underline{\underline{M}} \dot{\mathcal{V}} - \mathcal{F}_y). \quad (3.65)$$

On substitue alors 3.64 et 3.65 dans 3.58 et on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}\dot{\Omega} + \underline{\mathbf{d}}_x \underline{\mathbf{M}}\dot{\nu} - \underline{\mathbf{d}}_y \underline{\mathbf{M}}\dot{\mathcal{U}} &= \mathcal{M}_f + \underline{\mathbf{d}}_x \mathcal{F}_y - \underline{\mathbf{d}}_y \mathcal{F}_x \\ + \underline{\Delta} \left[\mathcal{M}^h + \underline{\mathbf{d}}_x^h \left(\underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \left(\underline{\mathbf{M}}\dot{\nu} - \mathcal{F}_y \right) \right) - \underline{\mathbf{d}}_y^h \left(\underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \left(\underline{\mathbf{M}}\dot{\mathcal{U}} - \mathcal{F}_x \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.66)$$

En regroupant des termes, on réexprime cette expression :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}\dot{\Omega} + \left(\underline{\mathbf{d}}_x - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_x^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \underline{\mathbf{M}}\dot{\nu} - \left(\underline{\mathbf{d}}_y - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_y^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \underline{\mathbf{M}}\dot{\mathcal{U}} &= \\ \mathcal{M}_f + \left(\underline{\mathbf{d}}_x - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_x^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \mathcal{F}_y - \left(\underline{\mathbf{d}}_y - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_y^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \mathcal{F}_x + \underline{\Delta} \mathcal{M}^h. \end{aligned} \quad (3.67)$$

On peut également substituer la réaction \mathcal{M}^h produite par des joints élastiques torsionnels composés d'un ressort et d'un amortisseur, soit pour un joint $M_i^h = -K_{\theta_i} \theta_i - D_{\theta_i} \dot{\theta}_i$, qui s'exprime vectoriellement comme :

$$\mathcal{M}^h = -\underline{\mathbf{K}}\boldsymbol{\theta} - \underline{\mathbf{D}}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.68)$$

d'où :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}\dot{\Omega} + \left(\underline{\mathbf{d}}_x - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_x^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \underline{\mathbf{M}}\dot{\nu} - \left(\underline{\mathbf{d}}_y - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_y^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \underline{\mathbf{M}}\dot{\mathcal{U}} &= \\ \mathcal{M}_f + \left(\underline{\mathbf{d}}_x - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_x^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \mathcal{F}_y - \left(\underline{\mathbf{d}}_y - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_y^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right) \mathcal{F}_x + \underline{\Delta} \left(-\underline{\mathbf{K}}\boldsymbol{\theta} - \underline{\mathbf{D}}\dot{\boldsymbol{\theta}} \right). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Afin de résoudre l'équation de la quantité de mouvement angulaire sur l'ensemble des corps qui y sont soumis, on doit tronquer ces matrices puisqu'on n'a pas à résoudre la dynamique du corps menant (son mouvement est imposé) qui correspond à la k_e équation de ce système d'équations couplées¹⁰. On introduit un autre opérateur de dimension $N_h \times N_h$ qui permet de mesurer les distances entre tous les pivots et tous les centroïdes (H), que l'on dénotera avec les désignations $\underline{\mathbf{H}}_x$ et $\underline{\mathbf{H}}_y$ et qui ressemble à :

$$\underline{\mathbf{H}}_x = \begin{bmatrix} X_1^h - X_1 & X_2^h - X_1 & 0 & 0 \\ 0 & X_2^h - X_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_4 - X_3^h & 0 \\ 0 & 0 & X_5 - X_3^h & X_5 - X_4^h \end{bmatrix}. \quad (3.70)$$

On pourrait également démontrer que :

$$\underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_x^T = \left(\underline{\mathbf{d}}_x - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_x^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right)', \quad (3.71)$$

$$\underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_y^T = \left(\underline{\mathbf{d}}_y - \underline{\Delta} \underline{\mathbf{d}}_y^h \underline{\Sigma} \underline{\Sigma}^{+T} \right)', \quad (3.72)$$

¹⁰Les matrices réduites qui en résultent seront notées par la présence du symbole '.

ce qui permet d'obtenir l'équation simplifiée :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}' \dot{\Omega}' + \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}} \dot{\mathcal{V}}' - \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \dot{\mathcal{U}} = \\ \mathcal{M}'_f + \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_x^T \mathcal{F}'_y - \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_y^T \mathcal{F}'_x + \underline{\Delta}' (-\underline{\mathbf{K}} \boldsymbol{\theta} - \underline{\mathbf{D}} \dot{\boldsymbol{\theta}}). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Ce système de N_h équations exprime maintenant la somme des moments en incluant l'accélération linéaire de chacun des corps. Or ces accélérations sont contraintes par les liens inextensibles reliant les corps entre eux. Ces contraintes cinématiques, décrites à la section précédente, sont maintenant exprimées pour chacune des N_h articulations :

$$X_i^h = X_i + d_{1,i} \cos \alpha_i, \quad (3.74)$$

$$Y_i^h = Y_i + d_{1,i} \sin \alpha_i, \quad (3.75)$$

$$X_{i+1} = X_i^h + d_{2,i} \cos \alpha_{i+1}, \quad (3.76)$$

$$Y_{i+1} = Y_i^h + d_{2,i} \sin \alpha_{i+1}, \quad (3.77)$$

$$\theta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i, \quad (3.78)$$

où comme précédemment (X_i, Y_i) correspond à la position du centroïde du corps i , α_i son orientation, alors que les coordonnées (X_i^h, Y_i^h) marquent la position d'un pivot i . $d_{1,i}$ et $d_{2,i}$ représentent respectivement les distances entre le pivot i et les centroïdes des corps amont et aval (dans le cas d'un écoulement U_∞ allant de la gauche vers la droite).

La position du PA du corps menant sera considérée comme la position de référence, soit $\mathbf{X}_k = (X_k, Y_k)$ et un angle α_k , sa vitesse donnée par le vecteur $\mathcal{U}_k = (U_k, V_k, \Omega_k)$, qui impose le mouvement au train de corps. Comme on l'a vu précédemment, on peut exprimer les vitesses d'un corps en fonction de la vitesse du corps adjacent, qui peut elle-même dépendre de la vitesse d'un autre corps adjacent, telles que le définissent les contraintes cinématiques. On pourra alors relier toutes les vitesses à celle du corps menant (de vitesse \mathcal{U}_k).

Il s'agit d'étendre les équations 3.31 à 3.36 pour un cas à N_b corps, de façon à les exprimer uniquement en fonction des composantes U_k, V_k, Ω_k ainsi que des angles différentiels θ_i et ses dérivées temporelles. On obtient, vectoriellement, les trois vecteurs vitesses (vecteurs colonnes $N_h \times 1$) \mathcal{U}' , \mathcal{V}' et Ω' :

$$\mathcal{U}' = \underline{\mathbf{L}}_U \mathcal{U}_k - \underline{\mathbf{H}}_y \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.79)$$

$$\mathcal{V}' = \underline{\mathbf{L}}_V \mathcal{U}_k + \underline{\mathbf{H}}_x \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.80)$$

$$\Omega' = \underline{\mathbf{L}}_\Omega \mathcal{U}_k + \underline{\Sigma} \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.81)$$

pour lesquels on a défini trois nouvelles matrices d'opération, de dimensions $N_h \times 3$ que

l'on exprime respectivement (ici pour $N_h = 4$) comme :

$$\underline{\mathbf{L}}_U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(Y_i - Y_k) \\ 1 & 0 & -(Y_i - Y_k) \\ 1 & 0 & -(Y_i - Y_k) \\ 1 & 0 & -(Y_i - Y_k) \end{bmatrix}, \quad (3.82)$$

$$\underline{\mathbf{L}}_V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & (X_i - X_k) \\ 0 & 1 & (X_i - X_k) \\ 0 & 1 & (X_i - X_k) \\ 0 & 1 & (X_i - X_k) \end{bmatrix}, \quad (3.83)$$

$$\underline{\mathbf{L}}_\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

où l'indice i varie de 1 à N_b en sautant la ligne correspondant à l'indice k , pour un total de N_h lignes.

Enfin, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ est évidemment un vecteur colonne de N_h éléments correspondant à l'ensemble des taux de variation des angles différentiels θ_i . Afin d'exprimer convenablement l'Eq. 3.73, il faut finalement déterminer les accélérations relatives au corps menant, en dérivant par rapport au temps les équations 3.79 à 3.81, pour obtenir :

$$\dot{\mathcal{U}}' = \underline{\mathbf{L}}_U \dot{\mathcal{U}}_k - \underline{\mathbf{H}}_y \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathcal{C}_U, \quad (3.85)$$

$$\dot{\mathcal{V}}' = \underline{\mathbf{L}}_V \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\mathbf{H}}_x \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathcal{C}_V, \quad (3.86)$$

$$\dot{\mathcal{Q}}' = \underline{\mathbf{L}}_\Omega \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\boldsymbol{\Sigma}} \ddot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.87)$$

où les vecteurs \mathcal{C}_U et \mathcal{C}_V représentent les termes d'accélérations centripètes (de type $\Omega_i^2(X_i^h - X_i)$) de chacun des corps exerçant leur influence à une articulation donnée.

Plus de détails se retrouvent à l'Annexe A concernant les expressions exactes de ces vecteurs d'accélérations centripètes. Le terme $\dot{\mathcal{U}}_k$ correspond évidemment au vecteur d'accélération prescrite du corps menant, alors que $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ est le vecteur des accélérations angulaires $\ddot{\theta}_i$. Ces équations sont ensuite substituées dans l'Eq. 3.73 (laquelle, rappelons-le, ne contient que N_h équations, puisqu'on ignore la ligne k pour laquelle le mouvement du corps n'est gouverné que par des conditions limites imposées au PA), ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\underline{\mathbf{I}}' \left(\underline{\mathbf{L}}_{\Omega} \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\Sigma} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \right) + \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}} \left(\underline{\mathbf{L}}_V \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\mathbf{H}}_x \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \underline{\mathcal{C}}_V \right) \\
- \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \left(\underline{\mathbf{L}}_U \dot{\mathcal{U}}_k - \underline{\mathbf{H}}_y \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \underline{\mathcal{C}}_U \right) = \\
\mathcal{M}'_f + \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathcal{F}}'_y - \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathcal{F}}'_x - \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{K}} \boldsymbol{\theta} - \underline{\Delta}' \underline{\mathbf{D}} \dot{\boldsymbol{\theta}}.
\end{aligned} \tag{3.88}$$

On peut simplifier cette équation en tirant profit de l'identité précédemment mentionnée $\underline{\Sigma}^T \underline{\Delta}' = \underline{\mathbf{I}}_{N_h}$ en multipliant tous les termes de l'équation par la matrice de sommation $\underline{\Sigma}^T$, ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}
\underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\mathbf{L}}_{\Omega} \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\Sigma} \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_V \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_x \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\
- \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_V - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_U \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_y \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_U = \\
\underline{\Sigma}^T \mathcal{M}'_f + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathcal{F}}'_y - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathcal{F}}'_x - \underline{\mathbf{K}} \boldsymbol{\theta} - \underline{\mathbf{D}} \dot{\boldsymbol{\theta}}.
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Enfin, en regroupant des termes, on obtient finalement l'équation complète suivante :

$$\begin{aligned}
(\underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\Sigma} + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_x + \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_y) \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \\
- (\underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\mathbf{L}}_{\Omega} + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_V - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_U) \dot{\mathcal{U}}_k \\
+ \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_U - \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_V + \underline{\Sigma}^T \mathcal{M}'_f + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathcal{F}}'_y - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathcal{F}}'_x.
\end{aligned} \tag{3.90}$$

On peut représenter ce système d'équations différentielles du deuxième ordre, à résoudre pour les angles $\boldsymbol{\theta}$ aux articulations, à l'aide de cette formulation synthèse :

$$\boxed{\underline{\mathbf{M}}_{\theta} \ddot{\boldsymbol{\theta}} = -\underline{\mathbf{M}}_{k\theta} \dot{\mathcal{U}}_k + \underline{\mathbf{J}}_{\theta} - \underline{\mathbf{K}} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0) - \underline{\mathbf{D}} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \underline{\mathbf{F}}_{\theta}}, \tag{3.91}$$

pour laquelle chacun des termes se détaillent comme :

$$\underline{\mathbf{M}}_{\theta} = \underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\Sigma} + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_x + \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{H}}_y, \tag{3.92}$$

$$\underline{\mathbf{M}}_{k\theta} = \underline{\Sigma}^T \underline{\mathbf{I}}' \underline{\mathbf{L}}_{\Omega} + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_V - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathbf{L}}_U, \tag{3.93}$$

$$\underline{\mathbf{J}}_{\theta} = \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_U - \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathbf{M}}' \underline{\mathcal{C}}_V, \tag{3.94}$$

$$\underline{\mathbf{F}}_{\theta} = \underline{\Sigma}^T \mathcal{M}'_f + \underline{\mathbf{H}}_x^T \underline{\mathcal{F}}'_y - \underline{\mathbf{H}}_y^T \underline{\mathcal{F}}'_x. \tag{3.95}$$

C'est donc le système d'équations 3.91 qui est résolu dans le code par une méthode de prédicteur-correcteur à l'aide d'un changement de variable réduisant ce système de N_h équations du deuxième ordre en $2N_h$ équations différentielles du premier ordre pour la vitesse $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ (taux de changement de l'angle différentiel) et la position $\boldsymbol{\theta}$ (angle différentiel).

L'ensemble des matrices et vecteurs définis dans cette section permettent de prendre en compte le couplage entre tous les corps ainsi que la condition limite de vitesse imposée

au PA du corps k . L'équation matricielle est ainsi gouvernée par les matrices d'inertie $\underline{\mathbf{M}}_\theta$, d'inertie par rapport au corps k , soit $\underline{\mathbf{M}}_{k\theta}$, de rigidité $\underline{\mathbf{K}}$ et d'amortissement $\underline{\mathbf{D}}$. Le vecteur \mathbf{J}_θ inclue la contribution des forces centrifuges agissant à chacune des articulations alors que le vecteur \mathbf{F}_θ est un vecteur qui comprend les contributions des forces et du moment aérodynamique de chacun des corps (autre que le corps k) calculés par rapport à leur centroïde respectif et ramenés à chacune des articulations.

Bref, le terme $\underline{\mathbf{K}}\boldsymbol{\theta}$ correspond aux forces élastiques, le terme $\underline{\mathbf{D}}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ aux forces d'amortissement, \mathbf{F}_θ aux forces aérodynamiques et les termes $\underline{\mathbf{M}}_\theta\ddot{\boldsymbol{\theta}}$, $\underline{\mathbf{M}}_{k\theta}\dot{\mathbf{U}}_k$ et \mathbf{J}_θ aux effets inertiels. Le terme $-\underline{\mathbf{M}}_{k\theta}\dot{\mathbf{U}}_k$ correspond à l'effet inertiel sur chacun des pivots de l'accélération au PA et qui est transmis à chacun des corps via les contraintes cinématiques modélisant des joints torsionnels à un degré de liberté.

On retrouve à l'Annexe B les différents fichiers de contrôle qui ont été ajoutés ou modifiés pour la version FSI du code vortex utilisé au *LMFN*. Les lignes modifiées sont soulignées par des encadrés. Le premier fichier, *settings.txt*, contient de nouvelles entrées indiquant le nom du fichier contenant les caractéristiques des articulations ainsi que l'information sur le couplage utilisé et le critère de convergence désiré. Le second fichier, *bodies.ctl*, permet désormais d'indiquer indépendamment pour chacun des corps si un corps rigide est sujet à la FSI ou non ainsi que sa densité ρ_s (en kg/m^3). Celle-ci doit avoir une valeur supérieure à 1 pour assurer la stabilité de l'algorithme de couplage. On retrouve également des conditions initiales sur les forces et moment aérodynamiques agissant sur un corps. Enfin, le fichier de contrôle supplémentaire nommé *pivot.txt* établit les caractéristiques d'une articulation, soit les distances d_1 et d_2 , la rigidité, l'amortissement et l'angle différentiel. On peut également y spécifier les conditions initiales sur la cinématique d'une articulation ¹¹.

3.3 Analyse dimensionnelle

Il n'est pas évident de procéder à l'analyse d'un train de corps articulés soumis à une interaction fluide-structure. Un cas simplifié du problème permet de faire mieux ressortir les paramètres adimensionnels clés qui entrent en jeu.

Ainsi, en considérant un profil d'aile articulée à deux corps et une seule articulation élastique tel qu'on peut le voir sur la FIG. 3.7, on peut mener une analyse dimensionnelle

¹¹Pour plus de détails techniques sur l'utilisation du code vortex aéroélastique, les utilisateurs du *LMFN* peuvent en référer, en plus de ce mémoire, au document technique dénommé *Notes_VortexFSI* dans le répertoire de mise à jour du code vortex.

fort révélatrice. Les conclusions de cette analyse s'appliqueront également à l'étude de cas plus complexes comprenant N segments interconnectés sans toutefois considérer les interactions entre tous les corps.

Dans ce cas simplifié, on considère un corps menant relié par une articulation élastique en torsion (comprenant un ressort et un amortisseur) à un corps mené. Le corps menant effectue uniquement un mouvement de pilonnement (translation verticale) périodique dont l'accélération est donnée par \ddot{y}_1 . Sur la figure 3.7, d_1 et d_2 sont respective-

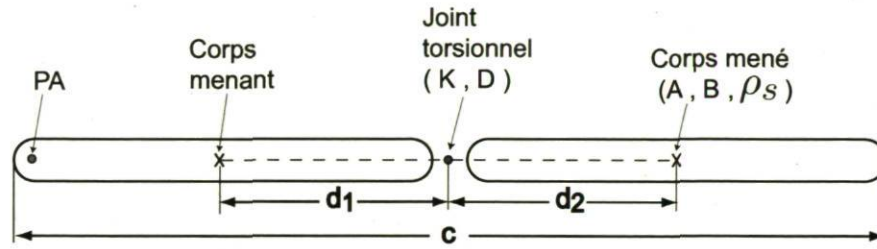


FIG. 3.7 – Configuration géométrique d'une aile articulée simplifiée avec les principales quantités dimensionnelles.

ment les distances du centroïde du premier corps à l'articulation et de cette articulation au centroïde du second corps. La longueur de l'aile articulée est définie par la corde hors-tout c , alors que les constantes de rigidité et d'amortissement du joint torsionnel sont dénotés par K et D . Finalement, toujours sur la FIG. 3.7, A et B correspondent à l'aire et au moment d'inertie (géométrique) par rapport à l'articulation du corps mené, tandis que ρ_s correspond à sa densité.

Les deux équations qui gouvernent le problème sont l'équation de Navier-Stokes en 2D concernant la mécanique des fluides et l'équation de la dynamique des corps rigides en rotation concernant les solides. Ainsi, on a :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (3.96)$$

et

$$I\ddot{\theta} + d_2 \cdot m\ddot{y}_1 + D\dot{\theta} + K\theta = M_f. \quad (3.97)$$

Cette dernière équation se veut une forme simplifiée de l'équation complète 3.30 et elle est exprimée en unité de profondeur. C'est donc dire que la masse m s'exprime en kg/m . Pour normaliser ces deux équations, on utilisera les quantités de références suivantes :

T_{ref}	: temps de référence	(sec)
L_{ref}	: longueur de référence	(m)
V_{ref}	: vitesse de référence	(m/sec)
P_{ref}	: pression de référence	(N/m ²)
M_{ref}	: moment aérodynamique de référence	(N · m/m)

qui seront précisées plus loin. Noter que pour alléger la notation, on considère que pour le reste de cette section, toutes les variables employées (t, y, \mathbf{u}, p, M_f) sont des variables normalisées par ces quantités de références, respectivement temps, longueur, vitesse, pression et moment aérodynamique.

Ainsi, en normalisant 3.96, on obtient :

$$\frac{V_{ref}}{T_{ref}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{V_{ref}^2}{L_{ref}} \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{P_{ref}}{\rho_f L_{ref}} \nabla p + \frac{V_{ref}}{L_{ref}^2} \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.98)$$

qui, en divisant par le quotient devant le terme convectif donne la forme adimensionnelle :

$$\frac{L_{ref}}{V_{ref} T_{ref}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{P_{ref}}{V_{ref}^2} \nabla p + \frac{\nu}{V_{ref} L_{ref}} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.99)$$

En normalisant 3.97, on obtient :

$$\frac{I}{T_{ref}^2} \ddot{\theta} + \frac{L_{ref} d_2 m}{T_{ref}^2} \ddot{y}_1 + \frac{D}{T_{ref}} \dot{\theta} + K\theta = M_{ref} M_f, \quad (3.100)$$

qui conduit à la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{I}{T_{ref}^2 M_{ref}} \ddot{\theta} + \frac{L_{ref} d_2 m}{T_{ref}^2 M_{ref}} \ddot{y}_1 + \frac{D}{T_{ref} M_{ref}} \dot{\theta} + \frac{K}{M_{ref}} \theta = M_f. \quad (3.101)$$

Nous choisissons maintenant nos quantités de référence :

$$L_{ref} = c, \quad (3.102)$$

$$V_{ref} = U_\infty, \quad (3.103)$$

$$P_{ref} = \rho_f V_{ref}^2 = \rho_f U_\infty^2, \quad (3.104)$$

$$T_{ref} = L_{ref}/V_{ref} = c/U_\infty, \quad (3.105)$$

$$M_{ref} = \rho_f U_\infty^2 c^2. \quad (3.106)$$

En effectuant les substitutions appropriées dans 3.99, l'équation devient :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{\nu}{U_\infty c} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.107)$$

Sachant que le nombre de Reynolds est donné par $Re = \frac{U_\infty c}{\nu}$, on obtient l'équation de Navier-Stokes 2D sous forme adimensionnelle qui gouverne la mécanique des fluides :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.108)$$

Elle peut également être exprimée sous forme adimensionnelle par le biais de l'équation de vorticité en 2D, laquelle est r solv e dans le code vortex :

$$\boxed{\frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega.} \quad (3.109)$$

En effectuant les substitutions pour les quantités de référence dans l'équation 3.101, on obtient :

$$\frac{I}{\rho_f c^4} \ddot{\theta} + \frac{m d_2}{\rho_f c^3} \ddot{y}_1 + \frac{D}{\rho_f U_\infty c^3} \dot{\theta} + \frac{K}{\rho_f U_\infty^2 c^2} \theta = M_f. \quad (3.110)$$

On pose ensuite quelques définitions utiles. Tout d'abord, la rigidité adimensionnelle K_θ^* , qu'on définit comme :

$$\boxed{K_\theta^* = \frac{K}{\rho_f U_\infty^2 c^2},}$$

c'est-à-dire la rigidité normalis e par la pression dynamique, alors que l'amortissement adimensionnel D_θ^* sera défini comme :

$$\boxed{D_\theta^* = \frac{D}{\rho_f U_\infty c^3}.}$$

L'inertie I peut se réexprimer comme :

$$I = \rho_s B,$$

où B est le second moment d'inertie (géométrique). Ces deux quantités (I et B) représentent ici l'inertie par rapport au point de rotation du corps mené (soit l'articulation à laquelle le corps passif est relié). Enfin la masse m par unité de profondeur se substitue par :

$$m = \rho_s A,$$

avec A l'aire du deuxième corps et ρ_s la densité du solide. En insérant ces quantités dans 3.110, on obtient :

$$\frac{\rho_s B}{\rho_f c^4} \ddot{\theta} + \frac{\rho_s A d_2}{\rho_f c^3} \ddot{y}_1 + D_\theta^* \dot{\theta} + K_\theta^* \theta = M_f. \quad (3.111)$$

On peut également exprimer $D^* = \frac{\rho_s}{\rho_f}$ comme le ratio de densité entre le solide et le fluide, et l'équation devient :

$$D^* \left(\frac{B}{c^4} \right) \ddot{\theta} + D^* \left(\frac{A d_2}{c^3} \right) \ddot{y}_1 + D_\theta^* \dot{\theta} + K_\theta^* \theta = M_f. \quad (3.112)$$

Enfin, l'équation peut s'écrire dans sa forme finale comme :

$$\boxed{D^* \left[\left(\frac{B}{c^4} \right) \ddot{\theta} + \left(\frac{A d_2}{c^3} \right) \ddot{y} \right] + D_\theta^* \dot{\theta} + K_\theta^* \theta = M_f.} \quad (3.113)$$

Ainsi, en plus des cinq paramètres adimensionnels déjà présents pour un problème d'aile oscillante rigide, soit :

$$Re, f^*, \frac{H_o}{c}, \alpha_0 \text{ et } \phi,$$

il ressort trois paramètres supplémentaires pour ce cas de FSI. Ces paramètres sont :

$$K_\theta^* = \frac{K}{\rho_f U_\infty^2 c^2},$$

$$D_\theta^* = \frac{D}{\rho_f U_\infty c^3},$$

$$D^* = \frac{\rho_s}{\rho_f}.$$

De plus, pour un cas de FSI plus général, des paramètres géométriques additionnels seront présents, soient N_h et N_b , le nombre de pivots et de corps, ainsi que x^h/c , la position des articulations.

Le terme K_θ^* représente la rigidité non-dimensionnelle, il est donc associé directement à la flexibilité du corps, c'est-à-dire sa capacité à se déformer et à vibrer. Plus la valeur de K_θ^* sera élevée, moins le corps sera déformable sous l'action des forces aérodynamiques et d'inertie.

Le terme D_θ^* , quant à lui, représente une constante d'amortissement normalisée. C'est donc dire que plus il est élevé, plus les déformations seront amorties, dû à un amortissement structurel intrinsèque au solide.

Enfin, le dernier terme qui ressort de cette analyse est le ratio de densité D^* . Il est équivalent à un ratio de masse m^* que l'on retrouvera souvent dans le contexte d'un corps monté sur support élastique avec un ou des degrés de liberté en translation. Or, dans le cas présent, l'équation de la dynamique employée dans la résolution est celle de la quantité de mouvement angulaire. On peut alors exprimer un ratio d'inertie en combinant le ratio de densité entre le solide et le fluide ($D^* = \rho_s / \rho_f$) avec l'inertie normalisée du solide (B / c^4), que l'on pourra dénoter comme :

$$I^* = D^* \left(\frac{B}{c^4} \right).$$

Sous cette formulation, on combine ainsi dans un seul paramètre le ratio de densité et un facteur géométrique.

Le ratio de densité caractérise le degré de couplage du problème. C'est-à-dire que ce terme permet d'évaluer l'importance des forces aérodynamique versus les forces inertielles. Ainsi, plus D^* est élevé, plus les forces inertielles seront importantes (voir le premier terme de l'équation 3.113) pour gouverner le mouvement et la déformation du corps. À l'inverse, une valeur de D^* très faible signifiera que la déformation d'un corps dépend fortement des forces aérodynamiques et qu'elle dépend moins de sa propre inertie. On parlera respectivement d'un *couplage faible* ou d'un *couplage fort* au niveau de l'interaction entre le fluide et la structure (FSI). Ainsi un couplage fort (D^* faible typiquement) signifie que les forces aérodynamiques pourront influencer grandement la déformation du corps, qui gouvernera à son tour l'écoulement environnant et les forces qui en découlent. On observe typiquement des couplages forts dans l'eau alors que les couplages sont souvent beaucoup plus faibles dans l'air (dont la densité est faible).

Pour sa part, le rapport $\frac{A d_2}{c^3}$, qui apparaît devant le terme d'accélération dû au mouvement prescrit, est en quelque sorte un paramètre géométrique. Il s'agit finalement d'une inertie normalisée $D^* \frac{A d_2}{c^3}$ définissant l'importance de l'inertie due au mouvement imposé, faisant intervenir les propriétés géométriques du corps articulé. En effet, on y retrouve la distance d_2 entre l'articulation (le joint torsionnel) et le centroïde du corps libre, et l'aire A . Ainsi, un paramètre géométrique à faible valeur pourrait signifier que le corps libre ressentira peu l'influence inertielle du premier corps sur le plan de la dynamique.

En résumé, il apparaît que trois termes principaux gouvernent la dynamique d'un

problème d'interaction fluide-structure à flexibilité discrète appliqué aux ailes oscillantes, en plus des paramètres habituelles. On retrouve le ratio de densité D^* , la rigidité structurelle K_θ^* et l'amortissement structurel D_θ^* ¹². Ces trois paramètres nous informent sur le degré de couplage d'un problème, ainsi que sur la grandeur de la déformation et sa dynamique. Enfin, un corps flexible discret est également caractérisé par la position x^h/c de ses articulations, qui définissent spécifiquement sa géométrie.

Par l'approche alternative présentée à l'Annexe C, on obtient, plutôt que K_θ^* , D_θ^* et D^* , les paramètres f_N^* , f_D^* et I^* . Retenons, que la combinaison f_N^* , f_D^* et I^* permet de comparer des ailes flexibles avec différentes géométries, tout en permettant une comparaison des échelles de temps du problème, alors que celle de K_θ^* , D_θ^* et D^* semble plus appropriée pour comparer une aile de géométrie constante (A , B et x^h/c fixes). De plus, cette approche alternative permet de sentir plus directement, par exemple dans un contexte expérimental, l'effet de la rigidité du ressort ou de la densité de l'aile.

¹²À l'Annexe C, on retrouve une version alternative de cette analyse dimensionnelle qui fait ressortir des paramètres similaires tout en permettant de relier les échelles de temps du problème à l'étude.

Chapitre 4

Validation et application de la méthode

4.1 Validation

Le présent code d'interaction fluide-structure par flexibilité discrète, couplant les équations de la dynamique des corps rigides à celles de la mécanique des fluides, se doit évidemment d'être validé. Différents cas de complexité croissante sont présentés. Ainsi, un cas de validation à un seul corps, permettant de valider le couplage des équations est d'abord présenté, puis ensuite un cas de validation à deux corps et une articulation élastique. Ensuite, un cas à plusieurs corps et plusieurs articulations est présenté pour démontrer les capacités du solveur. Enfin, des simulations à deux corps permettent d'explorer plus en détail certains aspects techniques de la méthodologie (dont de nouveaux schémas de redistribution) et des critères physiques et numériques concernant le degré de couplage.

4.1.1 Cylindre oscillant à un degré de liberté

Le premier cas de validation provient d'un problème classique, soit celui d'un cylindre oscillant à un degré de liberté. Il s'agit essentiellement d'un cylindre monté sur support élastique installé à la verticale, comme on le voit sur la FIG. 4.1, libre d'osciller dans la direction perpendiculaire à l'écoulement. Les oscillations sont induites par l'éjection tourbillonnaire alternée derrière le cylindre, éjection caractéristique de l'écoulement derrière un cylindre fixe également. On désigne ce phénomène vibratoire sous

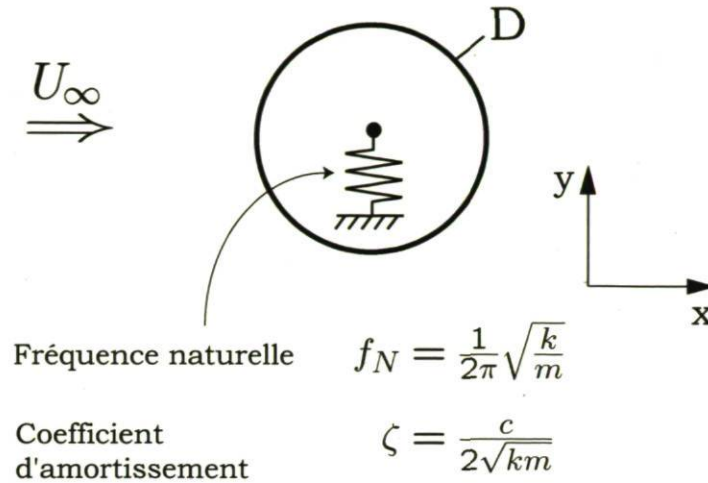


FIG. 4.1 – Schéma d'un cylindre rigide monté sur un support élastique (dans la direction y) soumis à un écoulement transverse.

l'appellation de vibrations induites par vortex (traduction libre de l'anglais « *vortex induced vibrations* » ou VIV).

Ainsi on observe dans différents régimes d'écoulement deux branches de réponse, nommées branche haute et branche basse, tel que le mentionne Leontini *et. al.* [30], qui sont entre autres caractérisées par des amplitudes d'oscillation fort différentes. Ce phénomène a surtout été observé dans un contexte expérimental avec des écoulements hautement tridimensionnels (voir entre autres Williamson et Govardhan pour une revue détaillée du phénomène physique [63]). Or, on a également pu observer ce type de comportement à bas Reynolds, où l'écoulement est principalement bidimensionnel. Les résultats qui suivent se comparent à des simulations numériques indépendantes réalisées en $2D$ à bas Re , où on a pu constater le même genre de comportement que dans les écoulements à plus haut nombre de Reynolds et beaucoup plus tridimensionnels.

Ainsi, avec un choix de paramètres appropriés, entre autres la rigidité du support et le nombre de Reynolds, il est possible d'atteindre un régime dit de « *lock-in* », c'est-à-dire un verrouillage du phénomène. C'est donc dire qu'on y observe une auto-entretien du phénomène : les oscillations s'entretiennent et atteignent un régime périodique, avec amplitude et fréquence constantes, et où les amplitudes relativement au diamètre du cylindre sont importantes.

Pour réaliser de telles simulations avec la méthode vortex, on emploie l'algorithme

de FSI en couplant l'équation du mouvement (dans la direction y) d'un système masse-ressort-amortisseur avec les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. L'équation de quantité de mouvement résolue en y est la suivante :

$$m\ddot{y}_c(t) + c\dot{y}_c(t) + ky_c(t) = F_y(t), \quad (4.1)$$

où m correspond à la masse du cylindre par unité de profondeur, c le coefficient d'amortissement du support et k sa rigidité. La variable y_c représente la position du centre de masse du cylindre, \dot{y}_c et \ddot{y}_c sa vitesse et son accélération, alors que F_y correspond à la force de portance aérodynamique instantanée agissant sur le cylindre. On considère le cas d'un cylindre de diamètre D dans un écoulement uniforme de vitesse U_∞ .

Le problème peut être défini dans une forme adimensionnelle à l'aide d'un ratio de masse m^* , d'une vitesse réduite U^* et d'un coefficient d'amortissement ζ . L'échelle de temps du problème est liée à la fréquence naturelle de vibration f_N du système masse-ressort-amortisseur, à savoir :

$$f_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4.2)$$

Le ratio d'amortissement ζ se définit comme :

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (4.3)$$

On normalise la vitesse avec la fréquence naturelle f_N , en définissant la vitesse réduite U^* comme :

$$U^* = \frac{U_\infty}{f_N D}, \quad (4.4)$$

et on définit un ratio de masse (ou de densité) m^* :

$$m^* = \frac{\rho_s}{\rho_f}. \quad (4.5)$$

Avec une amplitude non-dimensionnelle donnée par $y^* = y_c/D$, on obtient une équation de la forme :

$$\ddot{y}^* + 2\zeta \left(\frac{2\pi}{U^*} \right) \dot{y}^* + \left(\frac{2\pi}{U^*} \right)^2 y^* = \frac{2}{\pi m^*} C_Y, \quad (4.6)$$

où on retrouve la portance exprimée à l'aide du coefficient $C_Y = 2F_y/\rho_f U_\infty^2 D$. Cette équation gouverne le présent problème de VIV.

Pour la plage paramétrique sélectionnée de VIV, on observe que l'éjection tourbillonnaire induit un mouvement vibratoire important du cylindre qui possède un faible ratio de masse. Ce cas permet de valider le bon fonctionnement du couplage ainsi que sa robustesse¹. Le tableau 4.1 présente les différents paramètres physiques du cas à l'étude pour lequel des simulations comparatives ont été réalisées.

TAB. 4.1 – Paramètres physiques adimensionnels du problème de VIV.

Variable	Symbole	Valeur
Nombre de Reynolds	Re	200
Ratio de densité	m^*	10
Coefficient d'amortissement	ζ	0.01
Vitesse réduite	U^*	4.5 - 5.1

Le nombre de Reynolds est ici basé sur le diamètre du cylindre et la vitesse de l'écoulement amont, soit $Re = \frac{U_\infty D}{\nu}$.

Les simulations numériques ont été effectuées avec le présent code vortex à valider, ainsi qu'avec le solveur commercial *Fluent 6.3*, et elles ont été comparées aux travaux de Yang *et al.* [66] ainsi que ceux de Leontini [30]. Ce dernier emploie une méthode spectrale couplée à l'équation harmonique du cylindre qui résoud itérativement les sous-étapes du calcul jusqu'à convergence simultanée de la pression, du champ de vitesse et du mouvement du cylindre. Yang, quant à lui, utilise une méthode de frontière imbriquée (« *embedded-boundary method* ») pour le fluide, intégrée simultanément dans le temps avec l'équation de la dynamique dans un même système matriciel, ce qui permet un couplage fort.

Les simulations sous méthode vortex ont été réalisées avec un pas de temps $\Delta t^* = \Delta t U_\infty / D = 0.005$ (soit $\Delta t \approx T_N / 1000$) et une résolution spatiale de $h = 0.005D$ ($Re_h \approx 1$) près du corps. La relaxation par boîtes (voir [5]) a été utilisée pour réduire le temps de calcul, en diminuant la résolution spatiale dans le sillage, comme on peut l'observer à la FIG. 4.2. La discrétisation du corps est assurée par une méthode de panneaux, en utilisant dans le cas présent des panneaux de longueur $l_{pan} = 0.01D$ pour un total de 314 panneaux sur la circonférence du cylindre.

Quant aux résultats provenant du solveur commercial *Fluent*, ils ont été obtenus avec

¹Noter qu'il s'agit du premier cas concret qui a permis de tester l'implémentation d'une méthode de FSI à même notre code vortex, afin de s'assurer de son bon fonctionnement et non dans un but d'analyser la physique en jeu.

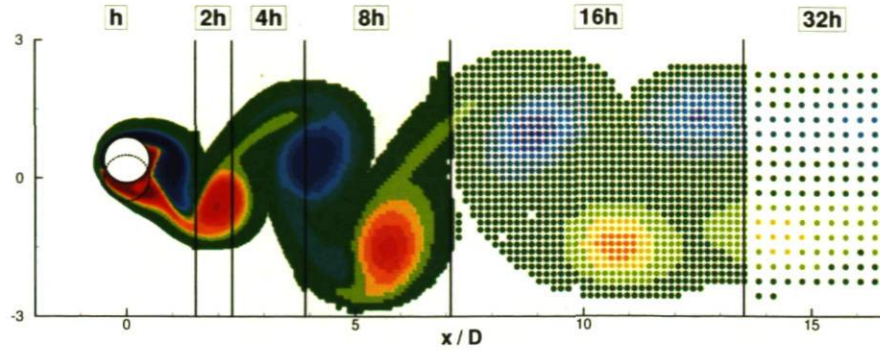


FIG. 4.2 – Boîtes de redistribution et champ de particules (coloriées par la vorticité) illustrant la relaxation de la résolution spatiale dans le sillage d'un cylindre oscillant à $Re = 200$, $m^* = 10$, $\zeta = 0.01$ et $U^* = 4.5$. La position à l'équilibre du cylindre est également montrée.

un pas de temps de $\Delta t^* = \Delta t U_\infty / D = 0.005$, en utilisant un maillage non-structuré comportant environ 55000 cellules. La simulation est réalisée dans le référentiel (accélééré) du corps. Des conditions limites variables sur la vitesse en entrée, ainsi qu'en haut et en bas du domaine de calcul ont été utilisées, calculées par le biais d'une fonction définie par l'utilisateur (*UDF*). Le mouvement de translation dans la verticale est pris en compte par l'ajout d'un terme source à l'équation de quantité de mouvement en y , prenant en compte l'accélération du corps. Les calculs étant réalisés dans le repère du corps, il n'y a aucune déformation de maillage induite par la vibration du cylindre ce qui permet de conserver des schémas de deuxième ordre en temps et en espace. De plus, la fonction définie par l'utilisateur (*UDF* ou « *user-defined function* ») qui gère l'interaction fluide-structure intègre l'équation 4.1 avec un schéma d'Adams-Basforth de troisième ordre, méthodologie validée par Vincent Méthivier au *LMFN* [39, 38]².

Des VIV apparaissent naturellement lorsqu'on laisse un écoulement se développer autour d'un cylindre sur support élastique, quoique le processus puisse être long (d'un point de vue simulation) avant que l'éjection alternée survienne, puis que l'amplitude d'oscillation atteigne une valeur significative. Ainsi, pour accélérer le développement de l'éjection tourbillonnaire et ce faisant, l'apparition des vibrations libres du système, une perturbation initiale a été introduite dans le cas de toutes les simulations réalisées. La réponse périodique à laquelle on s'intéresse pour la présente validation a ainsi pu être atteinte plus rapidement. Les figures 4.3 et 4.4 présentent l'évolution dans le temps du déplacement du centre de masse du cylindre rigide monté élastiquement ($y^*(t)$), en comparant les deux méthodes numériques testés. La première figure présente un cas avec une vitesse réduite $U^* = 5.1$ alors que la seconde reprend un cas avec $U^* = 4.5$, dont le

²Il est à noter que dans les deux cas, l'interaction fluide-structure a été réalisée avec un couplage faible.

sillage typique est d'ailleurs illustré par le champ de particules vortex à la FIG. 4.2.

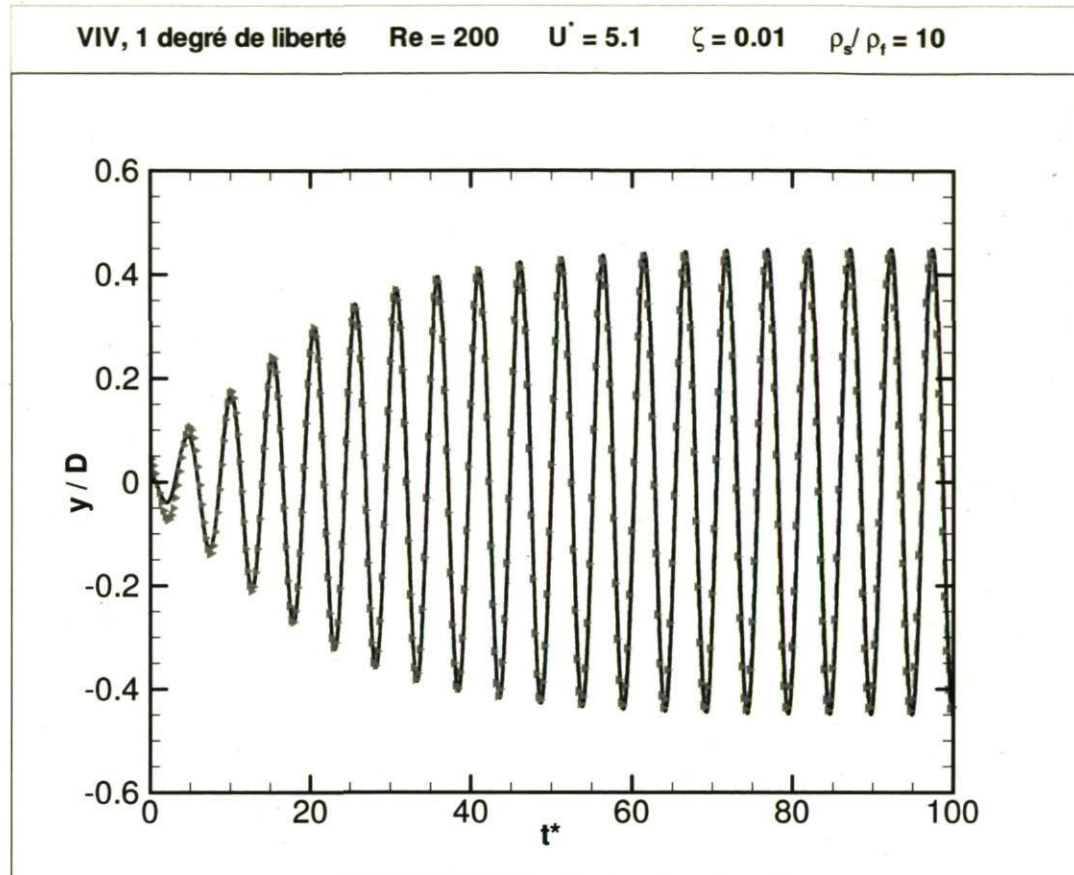


FIG. 4.3 – Comparaison entre Vortex (—) et *Fluent* (->-) pour le déplacement du centre de masse avec le temps d'un cylindre avec une vitesse réduite $U^* = 5.1$

On constate que l'on parvient à bien capturer la physique des VIV et ce, pour les deux branches de réponses possibles. En effet, Leontini [30] a démontré qu'à bas Reynolds, il est possible en variant la vitesse réduite (donc la fréquence naturelle du système) d'observer, pour un nombre de Reynolds donné, des comportements oscillatoires fort différents, comme on le retrouve à plus haut Reynolds. C'est ce que l'on obtient ici, dans un premier cas, avec une vitesse réduite de $U^* = 5.1$, qui correspond à ce que l'on désigne sous le nom de branche basse, et avec $U^* = 4.5$ qui tombe dans le régime dit de branche haute. On observe que les résultats vortex et *Fluent* concordent assez bien au niveau de l'amplitude du mouvement oscillatoire du cylindre et de la fréquence de ce mouvement.

Il est intéressant de constater à l'aide du tableau 4.2 que bien que les amplitudes

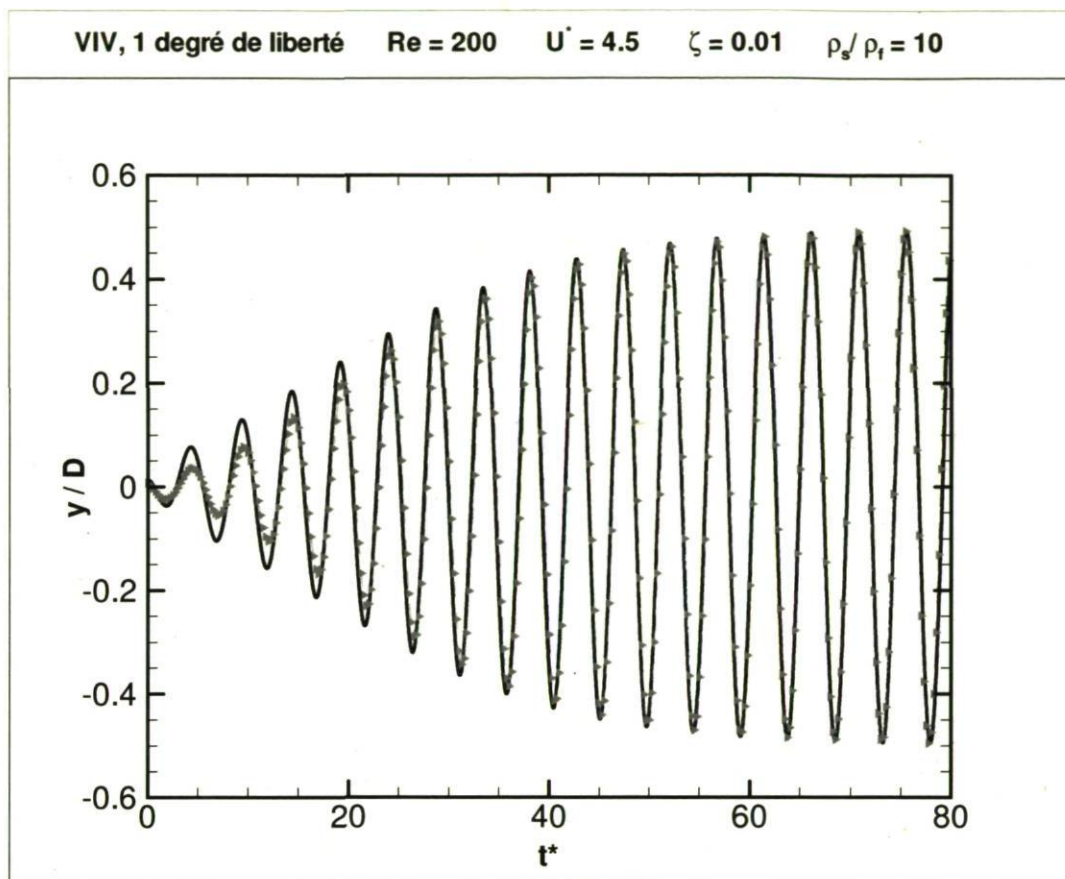


FIG. 4.4 – Comparaison entre Vortex (—) et *Fluent* (->-) pour le déplacement du centre de masse avec le temps d'un cylindre avec une vitesse réduite $U^* = 4.5$

soient du même ordre de grandeur pour les deux cas, dans le régime de branche basse ces oscillations s'accordent à la fréquence naturelle du support alors que dans le régime de branche haute, elles ne correspondent pas tout à fait (elles sont un peu plus lentes). De plus, et surtout, les forces maximales de portance (C_{Lmax}) qui entretiennent ces oscillations sont d'un ordre de grandeur supérieur dans le régime haut comparativement à l'autre régime (voir 4.2), malgré une cinématique fort similaire comme on peut le constater aux figures 4.3 et 4.4 illustrant le déplacement vertical des cylindres dans le temps ($y^*(t)$).

Ainsi, on constate que les résultats obtenus corroborent bien ceux de Yang *et al.* et de Leontini, ce qui permet de conclure à une implémentation fonctionnelle d'un solveur FSI à même notre méthode vortex. Au niveau de la cinématique, les valeurs obtenues en régime périodique permanent correspondent tout à fait, que ce soit avec

TAB. 4.2 – Principaux résultats - VIV d'un cylindre pour deux vitesses réduites U^* .

Résultats	$U^* = 5.1$			$U^* = 4.5$		
	A_{\max}^*	$C_{L \max}$	f^*	A_{\max}^*	$C_{L \max}$	f^*
Méthode vortex	0.45	0.28	1	0.49	2.22	0.95
<i>Fluent</i>	0.44	0.23	1	0.49	1.90	0.96
Leontini 2006	0.47	0.36	1	0.47	2.37	0.95
Yang <i>et al.</i> 2008	0.44	0.28	1	0.42	2.25	0.95

Fluent ou Vortex tandis que les forces diffèrent quelque peu, tout en ayant le bon ordre de grandeur. Ces différences de forces maximales dans le cycle sont probablement attribuables au couplage employé ainsi qu'à la périodicité obtenue (temps de simulation différent). Cet aspect n'a pas été investigué davantage, car l'objectif ici n'était que de démontrer que notre solveur vortex résoud bien un couplage fluide-structure à un degré de liberté en translation.

Ainsi, ce cas de validation a principalement permis de vérifier la juste implémentation d'un solveur aéroélastique à même la méthode vortex, sous une première approche partitionnée avec couplage faible uniquement.

4.1.2 Aile oscillante à flexibilité discrète

Un deuxième cas de validation permettant de tester l'interaction fluide-structure avec un corps dont le mouvement d'un de ses deux segments est prescrit est fourni par les travaux de Toomey et Eldredge [58].

L'objectif de ce cas est de mimer une aile oscillante flexible en l'approximant par deux corps rigides reliés par un pivot élastique. Cette aile oscillante articulée est positionnée avec une orientation moyenne verticale ($\alpha_1 = 90^\circ$) dans un fluide au repos, dans l'idée de reproduire le vol stationnaire (vol sur place) d'un insecte par exemple. Ce cas simplifié approxime ainsi le comportement véritable d'une aile flexible qui se déforme sous l'action des forces aérodynamiques et des forces inertielles en oscillant dans un fluide au repos afin de générer une portance suffisante. La géométrie considérée ici est celle d'une aile articulée à deux éléments rigides de forme elliptique reliés entre eux par une articulation, un joint torsionnel doté d'une rigidité et d'un amortissement donné. Les deux ellipses, identiques, ont un rapport de forme de 5 : 1, avec une longueur de corde $c = 1$ pour chacun des segments, et l'articulation est située à mi-distance entre les centroïdes des deux corps ($d_1 = d_2$), tel qu'on peut le voir sur la FIG. 4.5

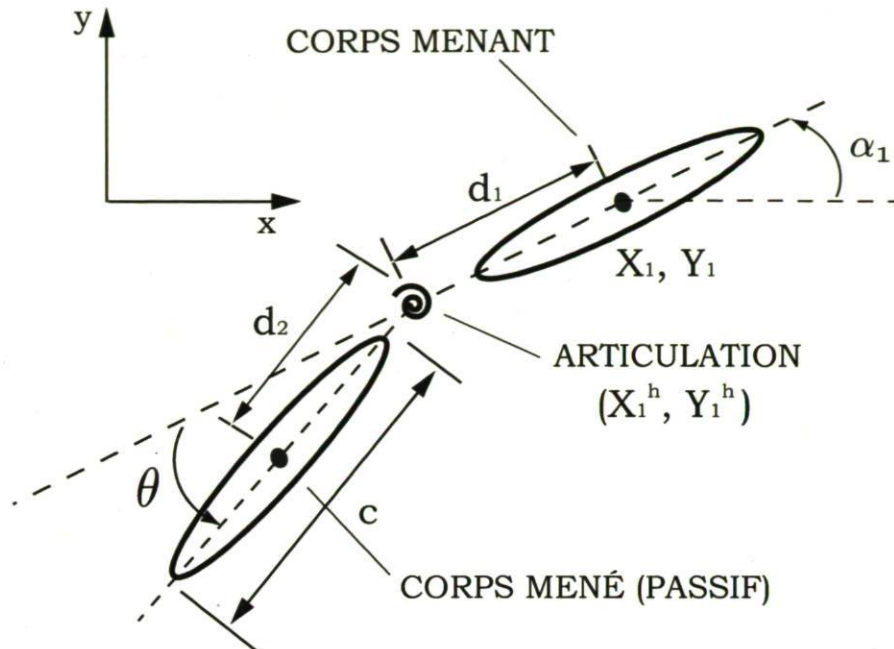


FIG. 4.5 – Aile articulée composée de deux segments elliptiques rigides de longueur c reliés par une articulation élastique dans un fluide au repos.

Le premier corps (ou corps supérieur) est le corps menant alors que le deuxième corps (le corps inférieur) est le corps mené. Le premier a un mouvement imposé au centroïde (X_1, Y_1) , son PA, puis est relié par un lien rigide au pivot (X^h, Y^h) situé à une distance $d_1 = 0.5245c$. Ce pivot a un degré de liberté en rotation uniquement (selon l'axe des z), puis il est lié par un lien rigide au centroïde du corps mené (X_2, Y_2) , situé à une distance $d_2 = 0.5245c$ de l'articulation. Cette configuration résulte en un espacement entre les deux corps de $0.049c$. Cet espacement minimale permet de simplifier certains aspects numériques par rapport à des corps qui se colleraient ou se chevaucheraient, allouant tout de même une bonne approximation d'une aile articulée d'intérêt pour l'étude du rôle de la flexibilité.

Pour simuler une aile oscillante en vol stationnaire, la combinaison d'un mouvement périodique de translation et de rotation est employée. Ces deux mouvements distincts sont exprimés à l'aide d'équations paramétriques permettant de passer aisément d'une fonction de type sinusoïdal à une fonction de type escalier, tels que définis par Toomey et Eldredge [58]. Le corps 1 présente ainsi un mouvement combiné de translation et de

rotation prescrit par les équations suivantes :

$$X_1(t) = \frac{A_o}{2} \frac{G_t(ft)}{\max\{G_t\}} C(ft), \quad (4.7)$$

$$Y_1(t) = 0, \quad (4.8)$$

$$\alpha_1(t) = -\beta \frac{G_r(ft)}{\tanh(G_r)}, \quad (4.9)$$

où les fonctions $G_t(\tau)$, $G_r(\tau)$ et $C(\tau)$, se détaillent ainsi :

$$G_t(\tau) = \int_{\tau} \tanh[\sigma_t \cos(2\pi\tau)] d\tau, \quad (4.10)$$

$$G_r(\tau) = \tanh[\sigma_r \cos(2\pi\tau + \phi)], \quad (4.11)$$

$$C(\tau) = \frac{\tanh(8\tau - 2) + \tanh 2}{1 + \tanh 2}. \quad (4.12)$$

Dans ces expressions, A_o correspond à l'amplitude de translation horizontale, β l'amplitude de rotation, ϕ le déphasage entre les deux mouvements, f la fréquence, et σ_r et σ_t sont des paramètres de forme. $G_t(\tau)$ et $G_r(\tau)$ sont respectivement les fonctions de forme en translation et en rotation. Enfin, on observe qu'il y a un mouvement de translation dans la direction x uniquement, et que ce mouvement est quasi-périodique, en ce sens qu'il y a une fonction d'amortissement $C(\tau)$, laquelle permet d'éviter un démarrage trop impulsif. Ceci permet selon [58] de faciliter les comparaisons avec l'expérimental tout en affectant peu l'ensemble des résultats, ne modifiant que le premier cycle d'oscillation.

À partir de cette cinématique et en considérant qu'il n'y a pas d'écoulement imposé U_∞ , un nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale en rotation est défini afin de caractériser l'écoulement autour d'une telle aile articulée. On l'exprime comme :

$$Re_r = \frac{\tau_r^{-1} c^2}{\nu} = \frac{(2\pi f \beta \sigma_r / \tanh \sigma_r) c^2}{\nu}. \quad (4.13)$$

où τ_r est un temps caractéristique de rotation basé sur la vitesse angulaire maximale.

Deux cas de simulations de validation comparatives ont été menés avec cette approche. Le cas A correspond au cas 5 de l'article de référence [58], un cas avec une

TAB. 4.3 – Paramètres physiques et numériques des cas A et B d'aile articulée.

Cas	A_o/c	β	ϕ	σ_r	σ_t	Re_r	h/c	$\Delta t/\tau_r$
A	1.4	$\pi/4$	$\pi/4$	3.770	3.770	100	0.02	0.019
B	1.4	$\pi/4$	0	0.628	0.628	100	0.013	0.01

déflexion θ importante alors que le cas B correspond au cas 1 du même article, pour lequel la déflexion est moindre. Les principaux paramètres de chacune des simulations sont définis dans le tableau 4.3 et les cinématiques correspondantes sont illustrées au bas des figures 4.6 et 4.7.

En plus de ces paramètres, dans les deux cas, la fréquence du mouvement, le ratio de densité, la rigidité normalisée et l'amortissement normalisée sont identiques. Tout d'abord, la fréquence (en Hz) vaut dans tous les cas 0.15. Ensuite, le ratio de densité entre le solide et le fluide a une valeur faible avec $\frac{\rho_s}{\rho_f} = 5$, ce qui suggère un couplage fort. Par ailleurs, la constante normalisée de rigidité du ressort se définit comme $k^* = \frac{k}{\rho_f f^2 c^4}$ et vaut $k^* = 456$ alors que le coefficient d'amortissement normalisé correspond à $d^* = \frac{d}{\rho_f f c^4}$ et prend une valeur de $d^* = 3.95$ pour les deux cas présentés.

La FIG. 4.6 présente les résultats obtenus pour le cas A et la FIG. 4.7 ceux obtenus pour le cas B. Ces graphiques présentent l'évolution de la force de portance ainsi que de l'angle différentiel θ (angle entre le corps menant et le corps mené, correspondant à la déflexion), calculées sur trois cycles d'oscillation complets à partir du démarrage. La force normalisée est donnée par $F_y^* = 2F_y/(\rho_f f^2 c^3)$.

Ces résultats concordent très bien avec ceux présentés dans l'article de référence [58] (rappel : le cas A correspond au cas 5 de l'article ; voir à la section D.1 de l'annexe 4 pour la figure comparative correspondante, alors que le cas B correspond au cas 1 ; voir à la section D.2 de l'annexe 4 pour la figure comparative).

Dans les deux cas, la déflexion obtenue correspond tout à fait alors que la force correspond bien, tout en présentant un niveau de bruit légèrement supérieur. D'un point de vue physique, on peut également s'intéresser plus spécifiquement au troisième cycle, où un régime quasi-périodique est atteint (voir les figures 4.8 et 4.9). On observe que la propulsion à aile oscillante (présente ici sous forme de vol stationnaire) avec une aile articulée en deux morceaux permet de produire une force importante, corrélée à la cinématique. Ainsi, on constate qu'une vitesse de rotation ($\dot{\alpha}_1$) élevée (cas A) mène à une plus grande déflexion et, conséquemment, génère une plus grande force que dans

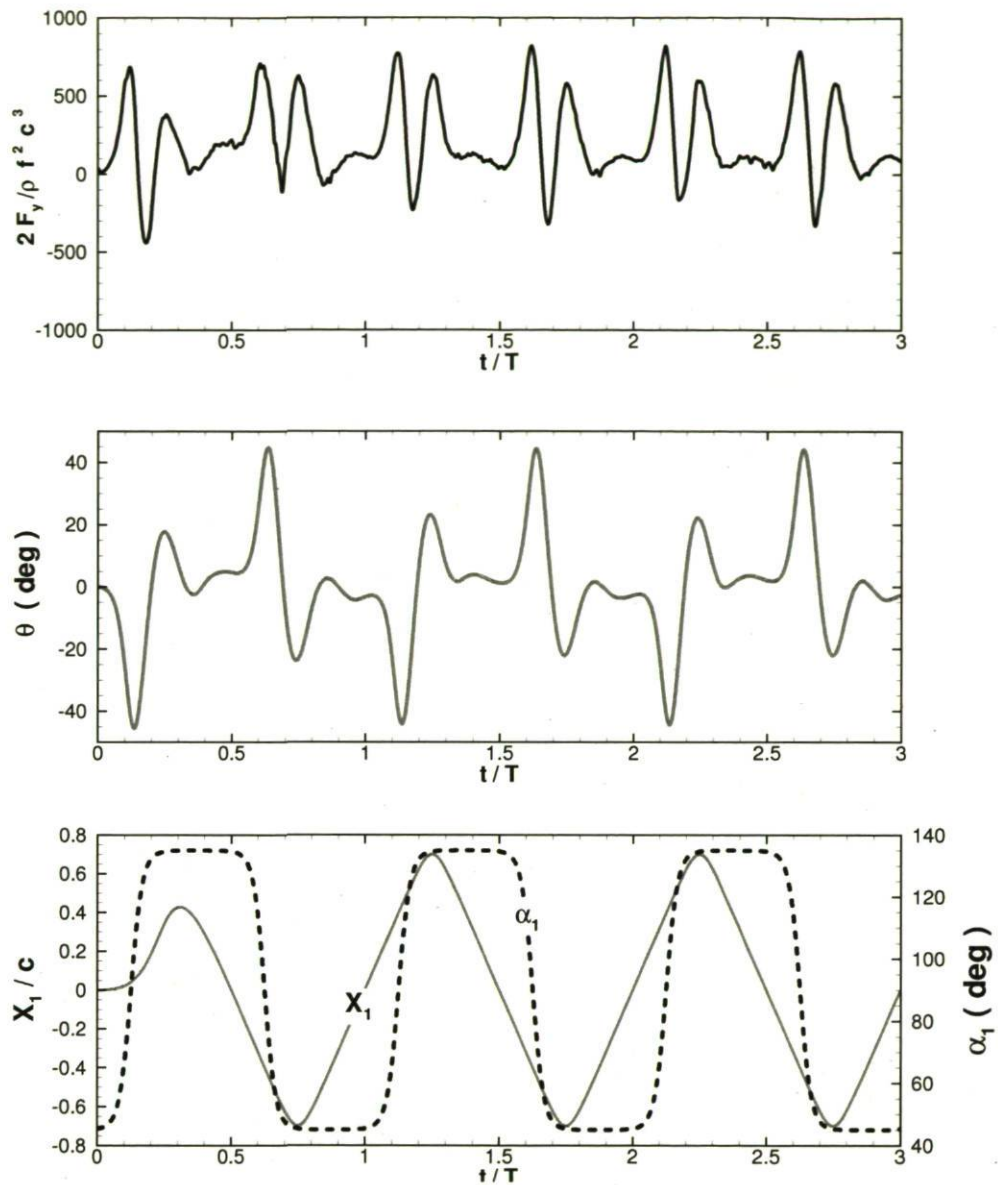


FIG. 4.6 – Force de portance, déflexion et cinématique prescrite du cas A suite à un démarrage impulsif sur trois cycles d'oscillation. Comparaison de la référence en D.1.

le cas B où la cinématique est beaucoup plus douce, tel qu'illustré sur les différents graphiques (FIG. 4.8 et FIG. 4.9).

Comme on peut le remarquer en observant le champ de vorticité    différents instants dans le cycle d'oscillation (voir FIG. 4.10 et FIG. 4.11), le mouvement d'oscillation périodique induit une éjection tourbillonnaire plus ou moins intense selon les paramètres de la cinématique. L'éjection, affect  e par la déformation du corps, contribue à produire la portance d  sir  e. On constate que dans ce cas particulier, une vitesse angulaire   lev  e

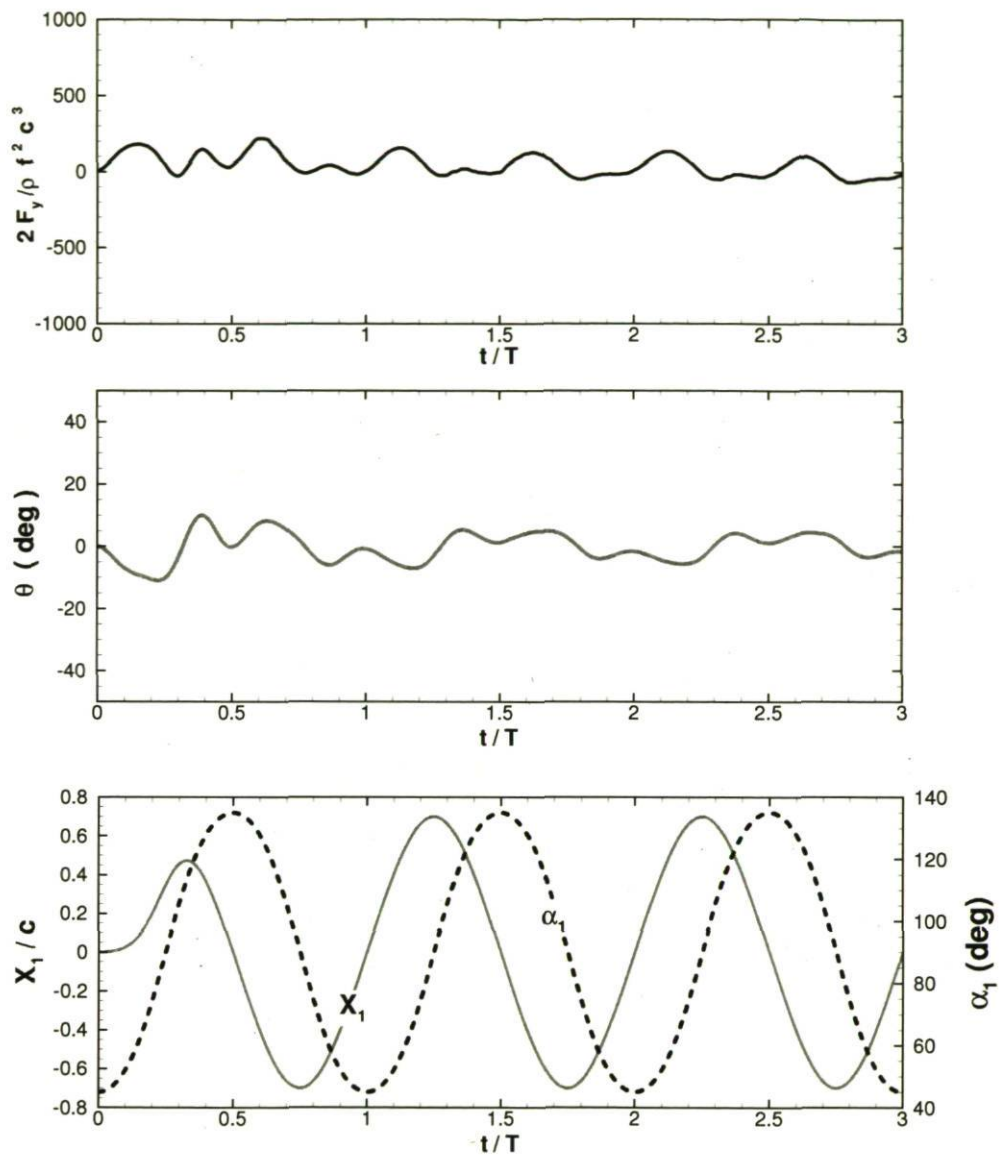


FIG. 4.7 – Force de portance, déflexion et cinématique prescrite du cas B suite à un démarrage impulsif sur trois cycles d'oscillation. Comparaison de la référence en D.2.

(comme dans le cas A) mène à des déformations significatives qui produisent une éjection tourbillonnaire plus intense et cohérente.

Ce résultat basé sur un cas test est intéressant et prometteur pour la suite des choses, il a permis de valider la méthodologie tout en donnant un premier aperçu de la physique en jeu.

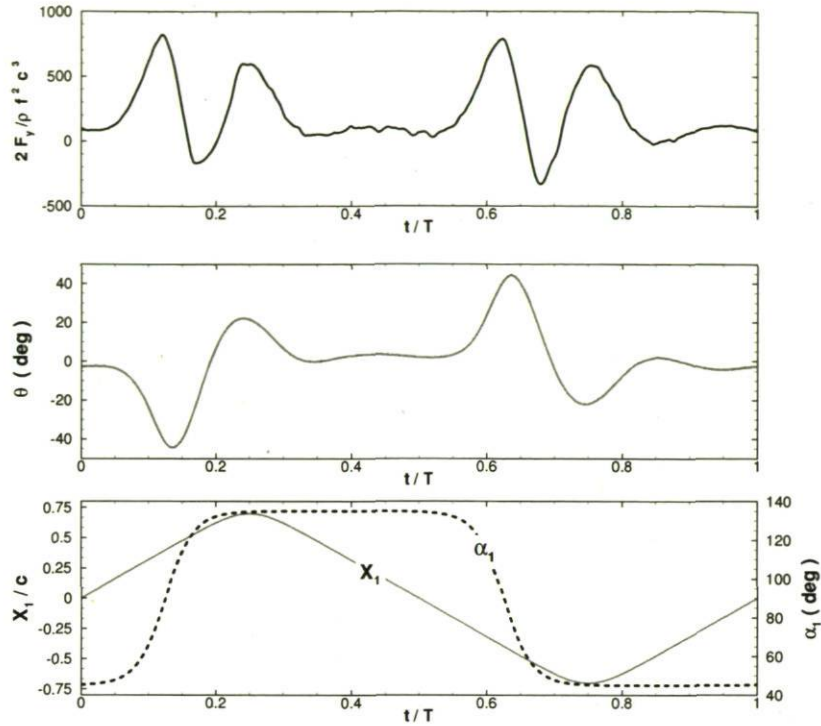


FIG. 4.8 – Force de portance, déflexion angulaire et cinématique prescrite du cas A sur un cycle d'oscillation.

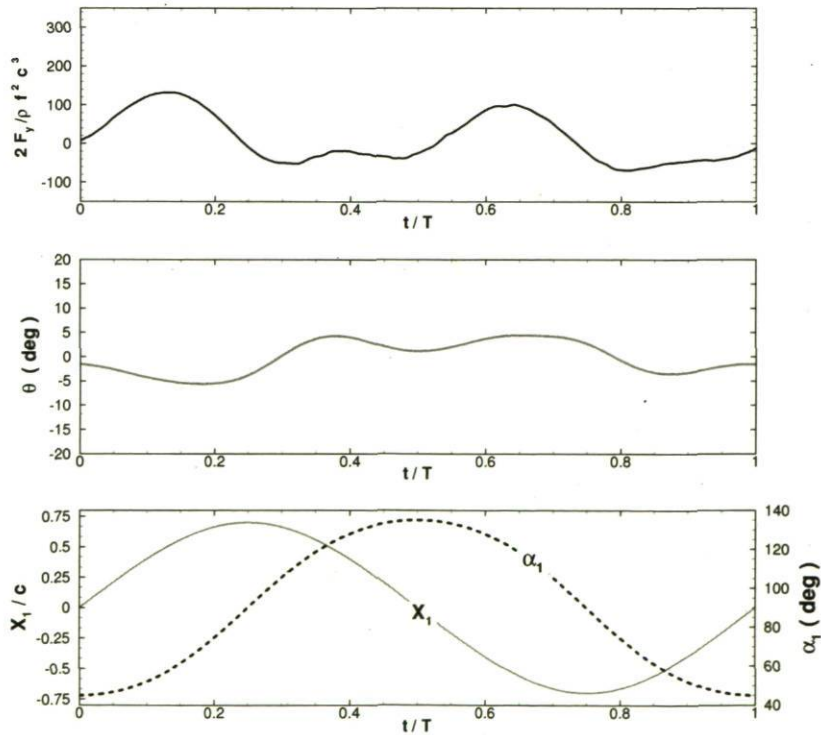


FIG. 4.9 – Force de portance, déflexion angulaire et cinématique prescrite du cas B sur un cycle d'oscillation.

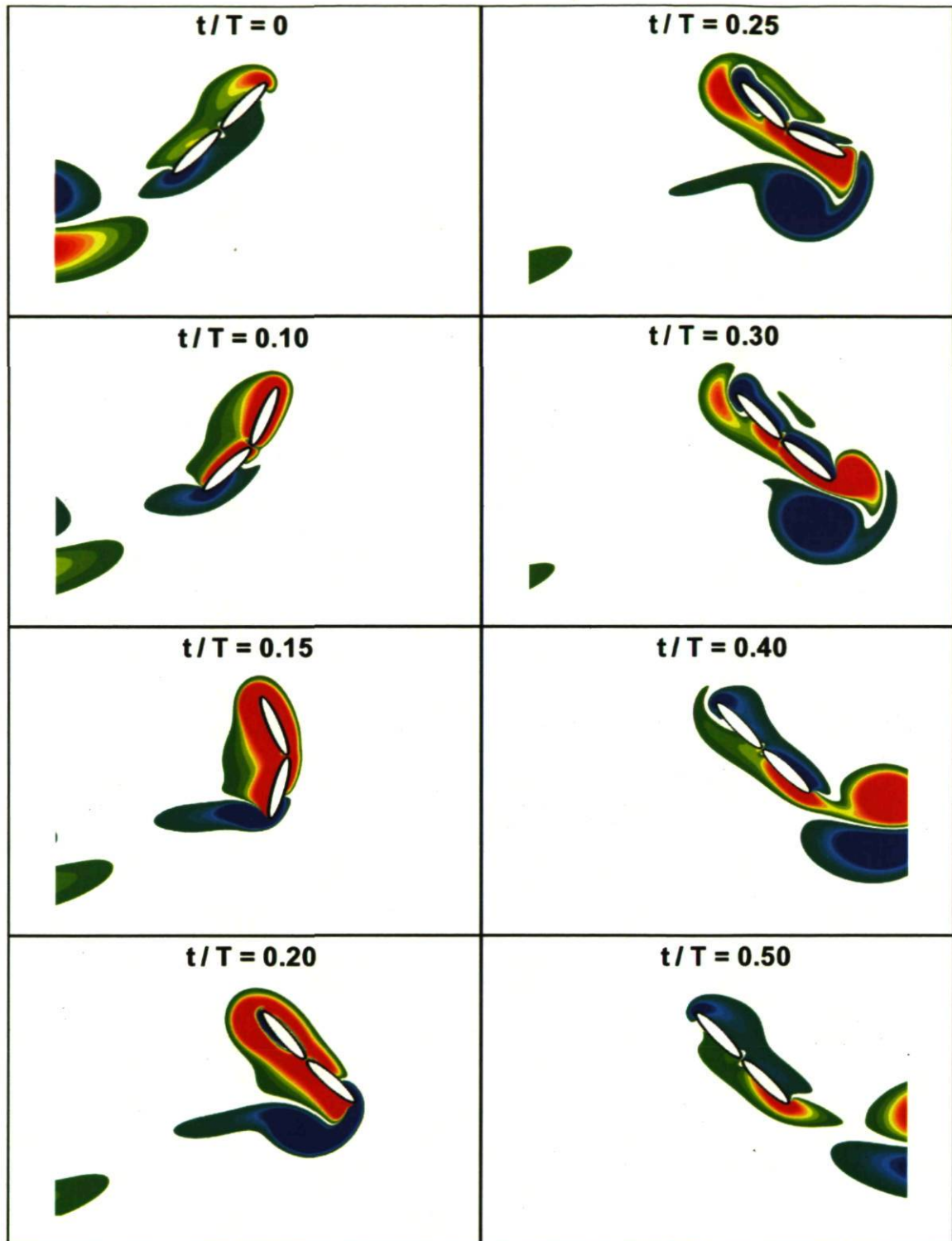


FIG. 4.10 –  volution temporelle du champ de vorticité calculé sur un demi-cycle de vol stationnaire pour le cas A, montrant une importante déflexion du second corps. Contours de vorticité allant de -5 à 5 : contours rouges, vorticité positive ; contours bleus, vorticité négative.

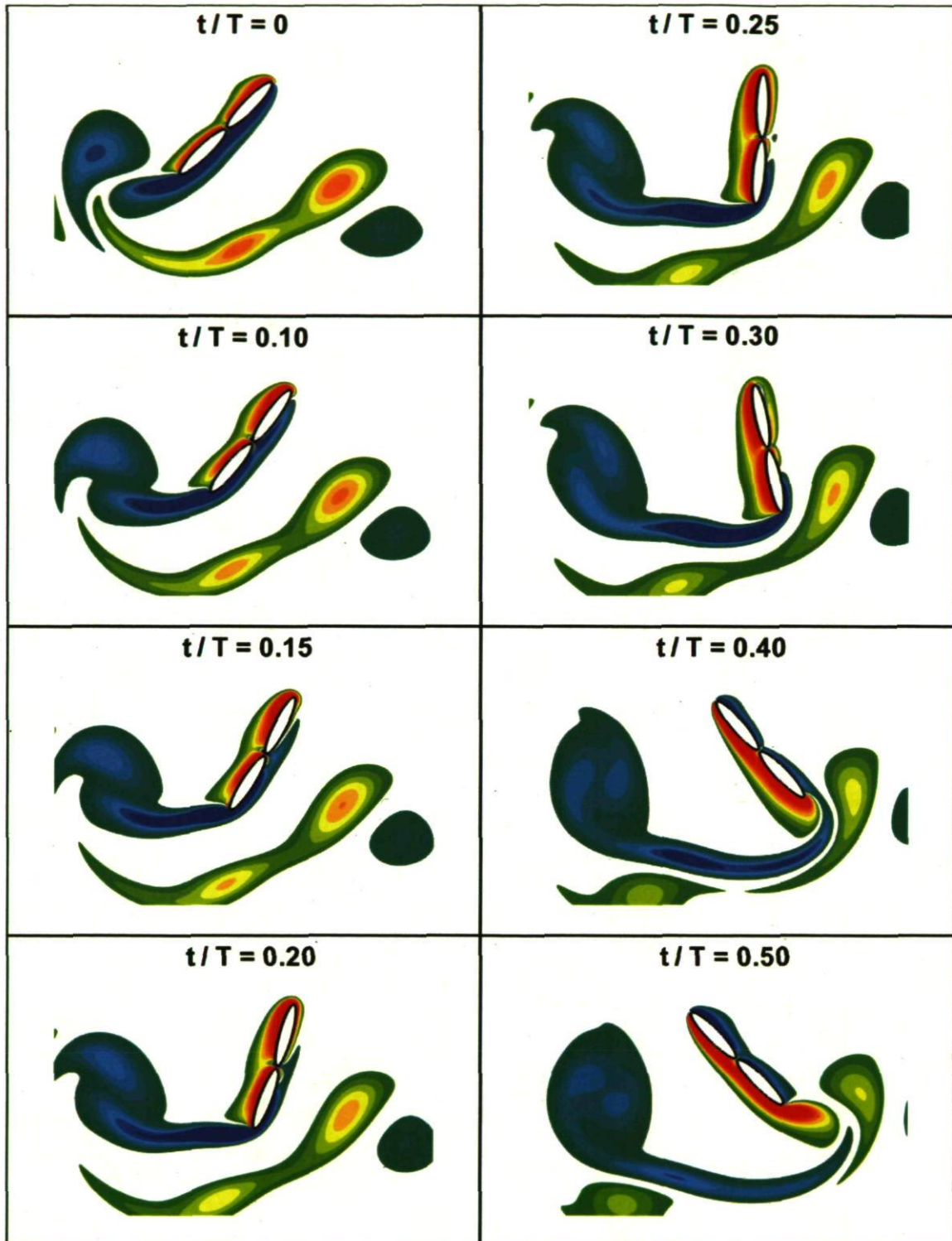


FIG. 4.11 – Évolution temporelle du champ de vorticité calculé sur un demi-cycle de vol stationnaire pour le cas B, montrant une faible déflexion du second corps. Contours de vorticité allant de -5 à 5 : contours rouges, vorticité positive ; contours bleus, vorticité négative.

4.2 Couplage fort versus faible

La section qui suit présente des résultats concernant l'impact du couplage fort et faible avec un cas de FSI très simple. L'idée est de faire varier un seul paramètre, soit le ratio de densité entre le fluide et le solide, tout en observant le comportement que l'on obtient pour des simulations avec un couplage fort versus un couplage faible. La géométrie retenue consiste en l'utilisation de deux plaques planes à bouts arrondis de 10% d'épaisseur par rapport à la corde totale incluant les deux segments, comme on le voit à la FIG. 4.12.

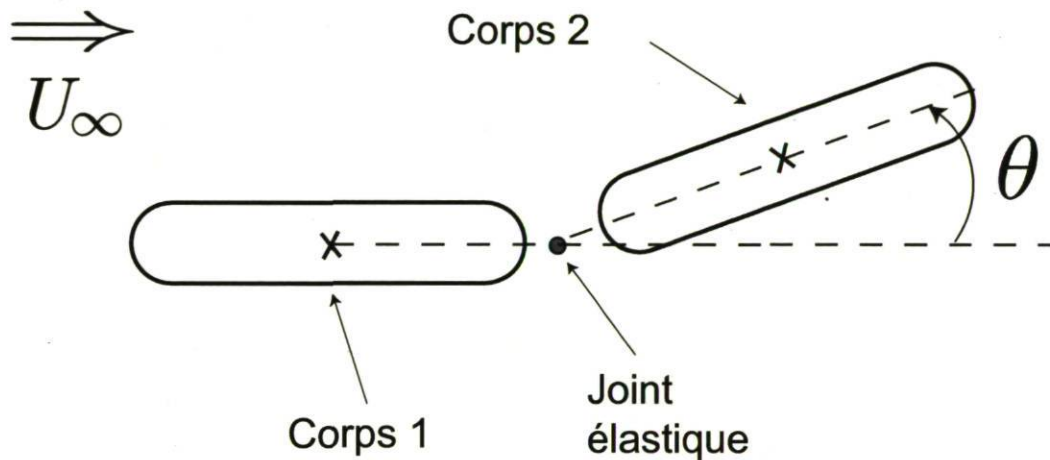


FIG. 4.12 – Schéma illustratif : deux plaques planes de 10% d'épaisseur relative à la corde totale avec une articulation élastique dans un écoulement uniforme.

La première plaque plane est fixe alors que la seconde plaque plane est reliée à la première par une articulation élastique et est libre de pivoter autour de cette articulation. Un écoulement U_∞ (qui va de gauche à droite) agit sur le deuxième corps, lequel fait initialement un angle de 20° par rapport à sa position d'équilibre (à l'horizontal, soit dans la direction de l'écoulement). L'angle θ correspond à la différence entre les positions angulaires des deux corps. Dans le cas présent, il correspond également à la position angulaire du corps 2. On observe alors l'évolution de cet angle en fonction du temps sur une période de temps convectif $T = c/U_\infty$, suite à un départ impulsif de l'écoulement dans la configuration précédemment décrite.

L'écoulement est à un nombre de Reynolds de 1000, basé sur la corde c de la plaque articulée, et la fréquence naturelle adimensionnelle du corps libre de pivoter est de

$f_N^* = 0.2828$, laquelle permet de quantifier la rigidité du système. Au niveau numérique, la résolution spatiale est de $h/c = 0.005$ pour l'espacement des particules alors qu'un pas de temps $\Delta t^* = \Delta t U_\infty / c = 0.01$ est employé. Ceci correspond à environ 350 pas de temps par période d'oscillation naturelle ($\Delta t \approx T_N/350$) et $Re_h < 5$. Lors de l'emploi d'un couplage fort, un critère de convergence en FSI de $\epsilon = 0.001$ avec 50 itérations au maximum est retenu (revoir les critères aux équations 3.21 et 3.22 du chapitre précédent). Les ratios de densité ρ_s/ρ_f employés sont 100, 50, 25, 10, 5 et 1, et ce, autant pour les couplages fort que faible. Rappelons que le couplage faible n'emploie pas de boucle de sous-itérations dans le processus de résolution, utilisant à chaque fois les forces aérodynamiques calculées au pas de temps précédent pour procéder à la FSI.

On observe sur le graphique suivant (FIG. 4.13) que plus le ratio de densité diminue, plus la différence est grande entre les réponses obtenues avec ou sans couplage fort. Ainsi, pour le cas illustré, il y a très peu de différence entre un couplage fort et un couplage faible à un ratio de densité de 100. Par contre, pour le cas illustré, dès qu'on descend sous un ratio de 25, les différences apparaissent au niveau de la position angulaire du corps. Avec un ratio de 5, on observe même que la solution diverge très rapidement s'il n'y a pas de couplage fort présent.

Enfin, dans le cas d'une densité du solide égale à celle du fluide ($\rho_s/\rho_f = 1$), on constate que même en utilisant un couplage fort, le solveur FSI n'a pas pu calculer une réponse. En fait, le solveur diverge même en resserrant le critère de convergence du couplage. Il serait nécessaire de raffiner la résolution spatio-temporelle d'un facteur important pour arriver à obtenir une solution avec l'implémentation actuelle. Or, l'idée est d'obtenir un code robuste pour étudier l'aéroélasticité sans alourdir à l'extrême les calculs numériques. Ainsi, dans l'optique de procéder à une étude paramétrique sur le rôle de la flexibilité en propulsion, cette méthode numérique de flexibilité discrète est déconseillée pour des ratios de densité plus bas que 5 (pour conserver un temps de simulation raisonnable).

Ainsi, on constate les limitations du solveur fluide-structure tel qu'il a été développé pour des cas où le couplage est important entre la réponse structurelle et l'aérodynamique. On constate toutefois l'importance et l'intérêt de l'emploi d'une boucle de sous-itérations permettant un couplage fort. Par observation, il a également été permis de constater dans la suite des travaux qu'un cas multi-corps, présentant plus d'articulations, donc plus de degrés de liberté, nécessite plus de sous-itérations et est plus contraignant qu'un cas à une articulation. Dans ce cas, l'emploi d'un couplage fort est grandement recommandé.

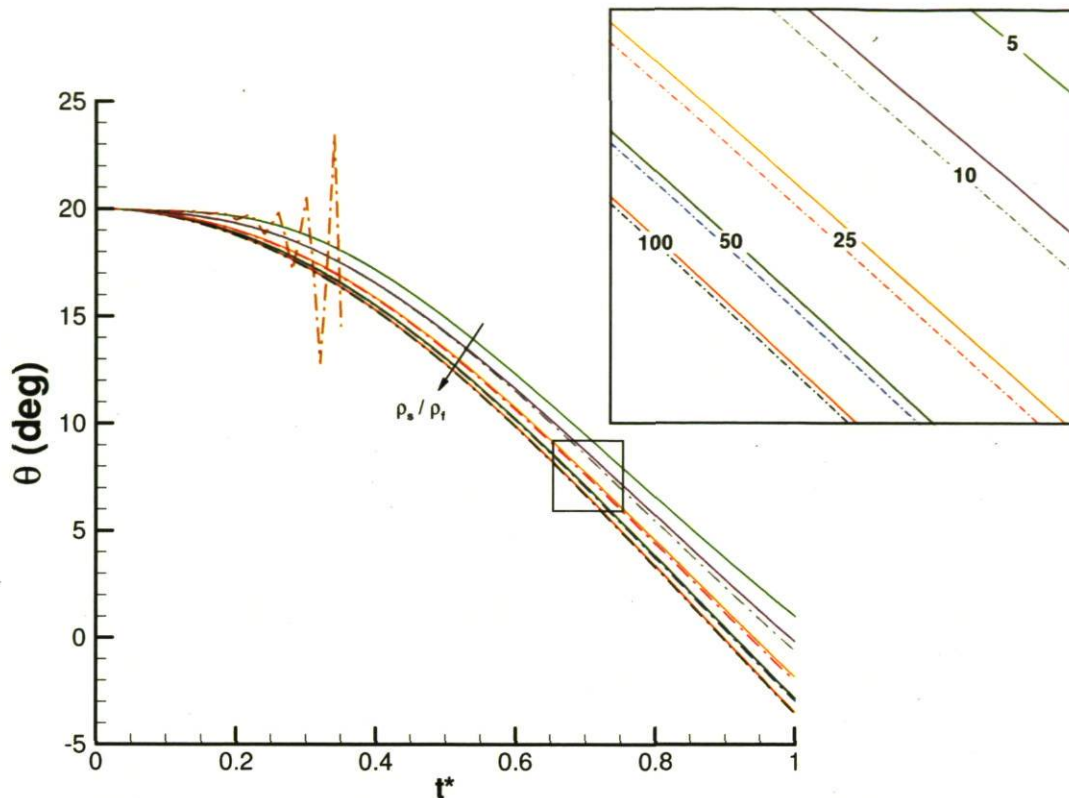


FIG. 4.13 – Évolution temporelle de l'angle différentiel θ : impact du ratio de densité et du couplage. Le couplage fort correspond aux lignes pleines (—); le couplage faible aux lignes pointillées (---).

4.2.1 Critère de convergence en FSI

Cette section a pour but d'explorer, pour un cas moyennement couplé, l'effet du critère de convergence en interaction fluide-structure. On fera varier ce critère afin de déterminer la précision de réponse désirée dans nos études physiques subséquentes avec FSI. Le critère de convergence considère les variables résolues par la dynamique des corps rigides, c'est-à-dire l'angle différentiel θ entre les corps de part et d'autre d'un joint en torsion ainsi que la taux de variation de cet angle (soit une vitesse angulaire $\dot{\theta}$).

Afin d'observer le rôle de ce critère, qui permet de contrôler la boucle de sous-itérations lorsque les calculs sont menés avec un schéma de couplage fort, un cas typique que l'on rencontrera au chapitre suivant est étudié. Il s'agit d'une aile oscillante articulée à deux segments rigides et un joint élastique torsionnel dans un écoulement à $Re = 1000$.

Cette aile, analysée sur un cycle d'oscillation, possède une articulation positionnée à la mi-corde ($x^h = c/2$), de rigidité $K_\theta^* = 2$ et d'amortissement nul (D_θ^*), et un ratio de densité $D^* = 25$. Les paramètres cinématiques, tels que définis à la section 2.1.1, sont les suivants : $f^* = 0.20$, $H_o/c = 1$ et $\alpha_0 = 30^\circ$. Cette aile flexible représente donc un cas avec une légère déflexion ($\delta_{max} \approx 0.1c$) comme on peut le voir sur la FIG. 4.14, mais un ratio de densité un peu bas par rapport au cas typiques du chapitre suivant.

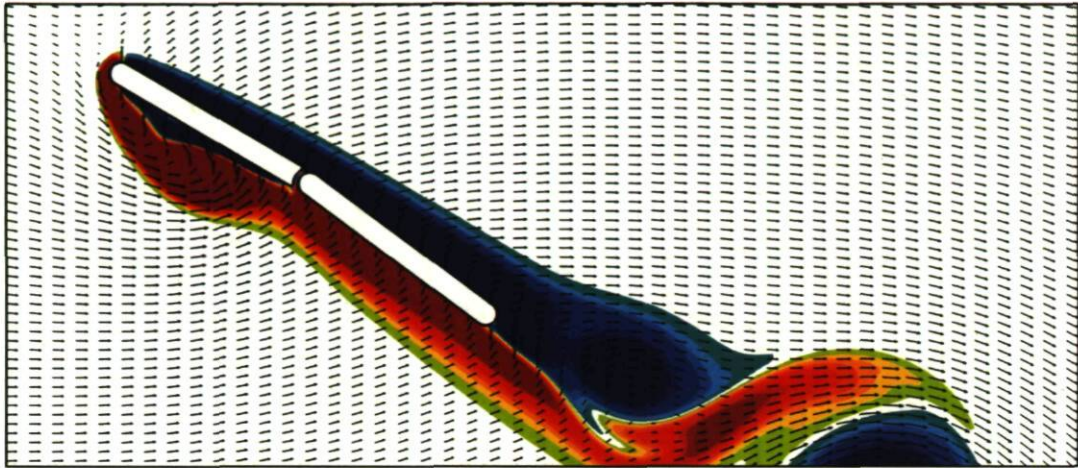


FIG. 4.14 – Champ de vorticité et vecteurs vitesse pour une aile oscillante flexible avec une articulation à mi-corde ($x^h = 0.5c$) présentant une *déflexion légère*   $t/T = 0.75$; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_o/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 25$, $K_\theta^* = 2$, $D_\theta^* = 0$. Contours rouges, vorticité positive; contours bleus, vorticité négative.

L'idée est de faire varier le critère de convergence, un critère relatif présenté à la section 3.2.1. Ainsi, les simulations diff rent uniquement par la précision exig e au niveau du couplage. On compare des cas pour lesquels le critère ϵ prend des valeurs de 1×10^{-1} , 1×10^{-3} et 1×10^{-5} avec le cas où la résolution se fait sans couplage fort (c'est-à-dire sans boucle de sous-itérations).

On observe sur la FIG. 4.15 que les forces et puissances sur un cycle d'oscillation présentent très peu de différences, quelque soit le niveau de convergence imposé dans les sous-itérations du couplage en FSI. Par ailleurs, si on observe les quantités sur lesquelles ce critère s'applique (soit l'angle de déflexion θ et sa d riv e temporelle $\dot{\theta}$), on constate que, encore une fois, pour le cas d'aile oscillante étudié, le critère de convergence sélectionné n'a pas un impact considérable. Malgré tout, pour l'ensemble de ces valeurs, les variations les plus marqu es surviennent avec un couplage faible ou avec $\epsilon = 1 \times 10^{-1}$.

La dernière observation porte sur une quantité macroscopique d'intérêt, soit la valeur de la déflexion (δ/c) du bord de fuite au cours du cycle d'oscillation. Même si la tendance générale est la même entre chacun des cas, on constate encore une fois qu'il y a des

variations au cours du cycle, et qu'elles sont plus importantes lorsque le critère de convergence est moins sévère (1×10^{-1} ou rien).

À noter que sur toutes les courbes de force, le signal a été quelque peu filtré, la méthode vortex ayant tendance à générer un bruit significatif par moment. Cet aspect est d'autant plus remarquable en FSI lorsqu'un couplage fort n'est pas imposé. Tel que mentionné précédemment, on constate d'ailleurs une moins grande précision pour le cas sans couplage fort imposé. Un ratio de densité encore plus bas aurait présenté encore plus de disparités, tel qu'on l'a vu à la section précédente.

Devant ces résultats, et en regard au temps de calcul, le choix a été fait de considérer un critère de convergence sur les sous-itérations du couplage FSI de $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$. Ainsi, par souci de précision, un critère plus relâché a été écarté alors que resserrer ce critère n'a pas beaucoup d'impact sur les résultats tout en allongeant substantiellement le temps de calcul (augmentation du nombre de sous-itérations). Par ailleurs, tel qu'on l'a vu à la section précédente, le rôle de ce couplage fort est également d'empêcher les solutions fortement couplées de diverger, son emploi est donc primordial si l'on veut simuler une physique où l'interaction fluide-structure est importante.

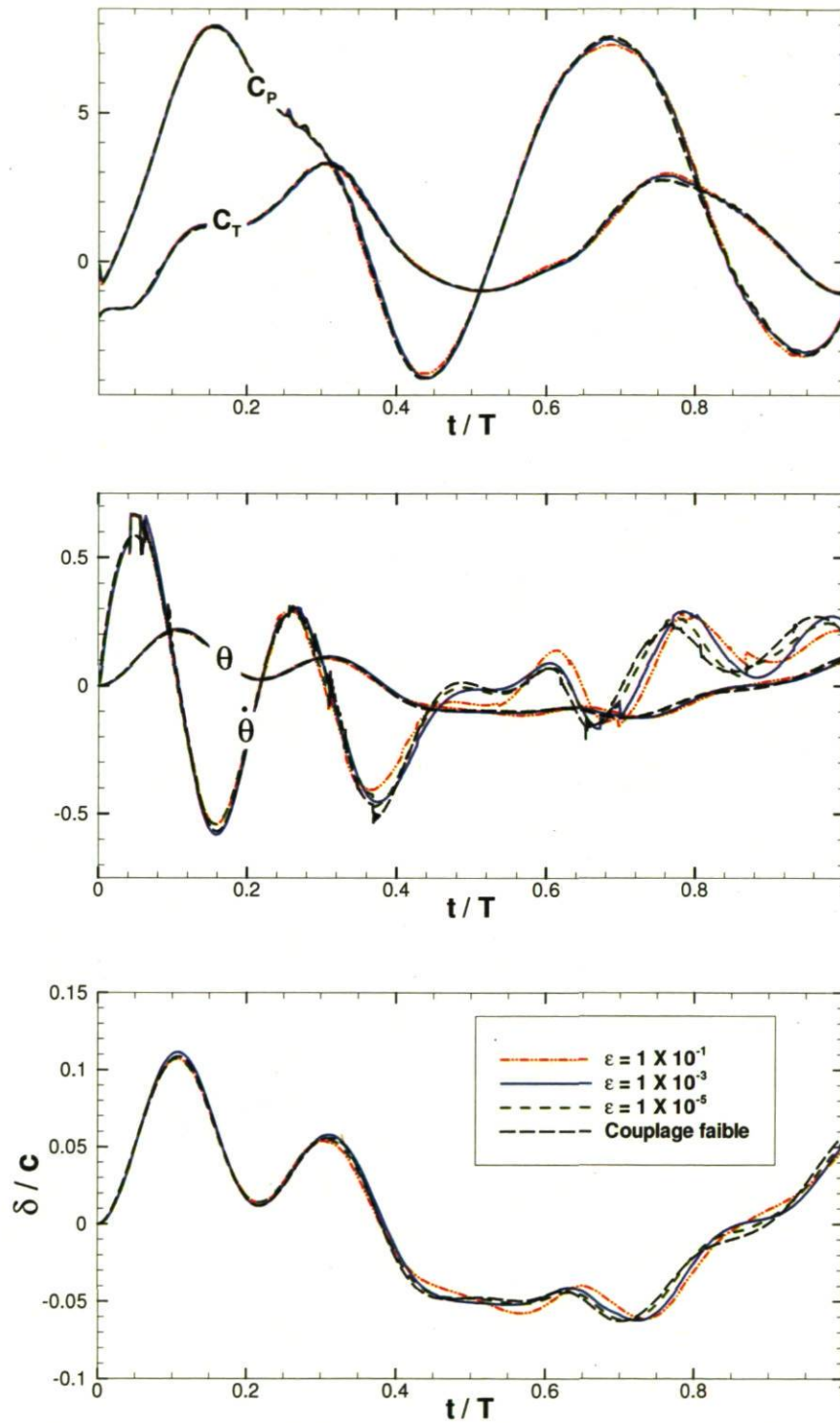


FIG. 4.15 – Comparaison d’une simulation d’aile oscillante articulée en propulsion sur un cycle pour différentes valeurs du critère de convergence pour la sous-itération du couplage fluide-structure. Les traits en lignes pleines (—) correspondent à $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ versus un critère plus relâché à $\epsilon = 1 \times 10^{-1}$ (·-·) ou un critère plus serré à $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ (- - -). Enfin, le trait hachuré (- - -) correspond au cas sans couplage fort.

4.3 Stratégies de flexibilité discrète

4.3.1 Géométrie et redistribution

L'idée de concevoir un solveur aéroélastique basé sur la méthode vortex avec flexibilité discrète avait pour but premier l'étude d'ailes oscillantes flexibles, principalement pour l'étude du régime de propulsion. Dans l'optique de réaliser un tel solveur FSI, l'idée de découper une aile en différents morceaux rigides reliés élastiquement implique l'utilisation de corps en mouvement avec une très grande proximité.

Or, de par la nature des schémas de redistribution employés dans la version du code vortex au *LMFN*, il était impossible de rapprocher les différentes parois rigides à une distance moindre que $4h$ (h étant la résolution spatiale). Le lecteur est avisé ici qu'une connaissance technique préalable de la méthode vortex (voir les mémoires de Julie Lefrançois [28] et Pascal Bochud [5] par exemple) est assumée afin de ne pas alourdir inutilement ce mémoire.

Cette difficulté implique que pour procéder à la redistribution des particules sur un support uniforme, il devait y avoir la possibilité d'accueillir au minimum quatre particules entre deux corps rigides. Malheureusement, en respectant cette condition sans employer une résolution spatiale exagérée (h très petit devant c), on se devait de garder un espacement significatif entre les corps. Ainsi, du soufflage important avait lieu entre les différents éléments rigides d'une aile oscillante découpée en morceaux. Si l'idée est de modéliser une aile quasi-continue flexible, l'objectif n'est pas atteint puisque la physique est trop affectée par la présence de cet écoulement.

Pour résoudre ce désagrément et réaliser des simulations d'ailes flexibles approchant plus ce qu'on verrait dans un laboratoire, la première stratégie concerne la géométrie même des corps. Ainsi, plutôt que de positionner bout à bout des plaques planes à extrémités arrondies (convexes), l'idée est de créer un train de corps convexe-concave s'emboîtant les uns dans les autres, comme on le voit sur la FIG. 4.16, en positionnant les articulations élastiques à l'origine du rayon de courbure de l'extrémité arrondie convexe. La géométrie utilisée réduit le phénomène de soufflage, comme on peut le voir dans le mémoire de Pascal Bochud par exemple [5]. Une amélioration a certes été proposée par rapport à ces travaux, soit d'utiliser des rayons de courbures différents entre la courbe convexe et concave afin de maintenir un espacement régulier constant, peu importe l'angle θ entre les deux corps. Cette stratégie, bien qu'elle réduisait le soufflage, causait encore des problèmes au niveau de la redistribution des particules puisqu'un espacement important (plus de $4h$) devait tout de même être maintenu.

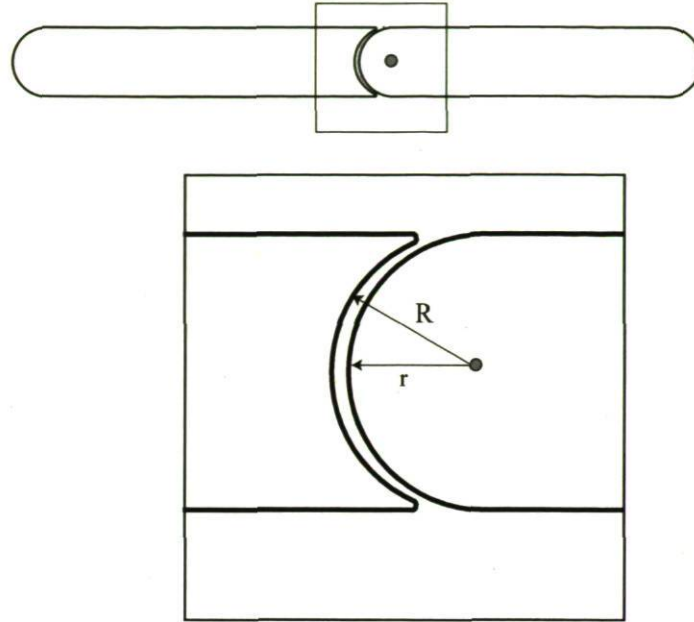
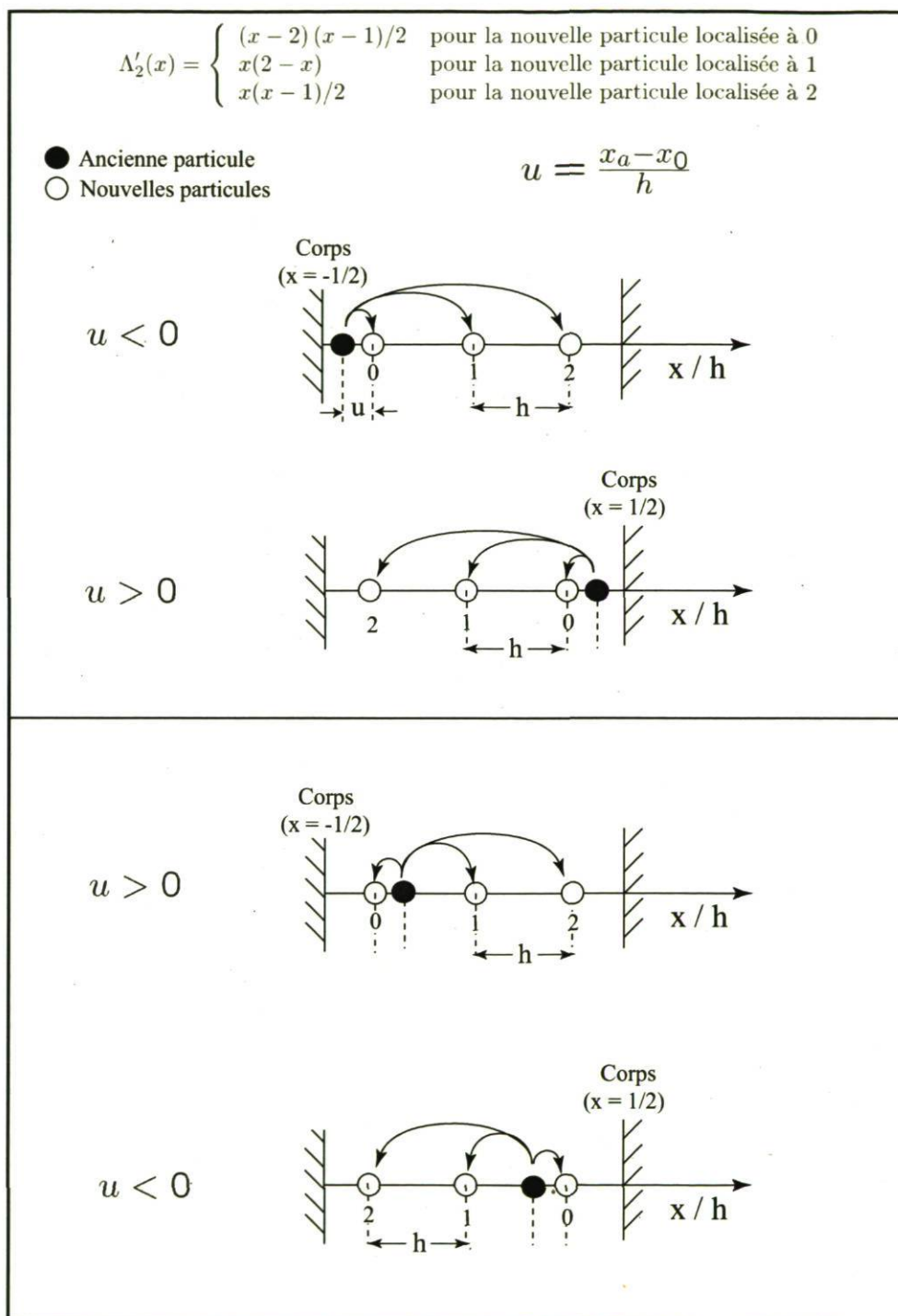


FIG. 4.16 – Géométrie d'un corps à extrémité concave relié à un corps à extrémité convexe, illustration des rayons de courbure.

Une deuxième stratégie consiste à modifier les schémas de redistribution, ou même en ajouter de nouveaux ne nécessitant pas la présence de quatre particules receveuses. Ainsi, trois schémas de redistribution étaient déjà en place dans l'algorithme, nommément les schémas Λ_3, Λ'_3 et Λ'_2 (pour plus de détails, voir l'article de Plouhmans et Winkelmanns [47]). Les schémas d'ordre 3 centré et décentré conservent les moments jusqu'à l'ordre 3, alors que le schéma décentré d'ordre 2 conserve uniquement les moments jusqu'à l'ordre 2. Tels que définis dans [47], le moment d'ordre 0 correspond à la circulation totale, le moment d'ordre 1 à la quantité de mouvement et le moment d'ordre 2 au moment angulaire. Enfin, les moments d'ordre 3 et plus n'ont pas de significations physiques. La conservation de ces moments assure que le champ de vorticité soit le moins affecté possible par le processus de redistribution. L'utilisation de schémas décentrés est nécessaire lorsqu'il y a présence d'une paroi solide qui empêche l'isotropie du processus de projection, *i.e.*, qui empêche qu'une redistribution vers deux particules de part et d'autre d'une particule émettrice soit effectu e.

Le schéma Λ'_2 a d'abord été modifié afin d'être plus polyvalent, passant de deux à quatre combinaisons. Ainsi, alors qu'auparavant une particule redistribu e selon ce schéma pouvait l'être avec un schéma décentré soit vers le positif, soit vers le négatif selon qu'elle se situait dans une direction négative ($u < 0$) ou positive ($u > 0$) de la particule réceptrice la plus près, elle peut maintenant être redistribu e selon les quatre combinaisons possibles, soit avec un schéma décentré en positif ou négatif quelque soit

sa position par rapport à la particule réceptrice la plus près, tel qu'on peut le voir sur la FIG. 4.17. Ceci est utile lorsqu'il y a présence de deux parois rapprochées.



Par ailleurs, un schéma d'ordre 2 centré Λ_2 a aussi été introduit, ce qui permet nécessairement de rapprocher un peu plus deux parois tout en permettant la redistribution avec un schéma centré. Il est utilisé lorsque deux parois se retrouvent à une distance de h à $2h$ d'une particule, tel qu'illustré sur la FIG. 4.18.

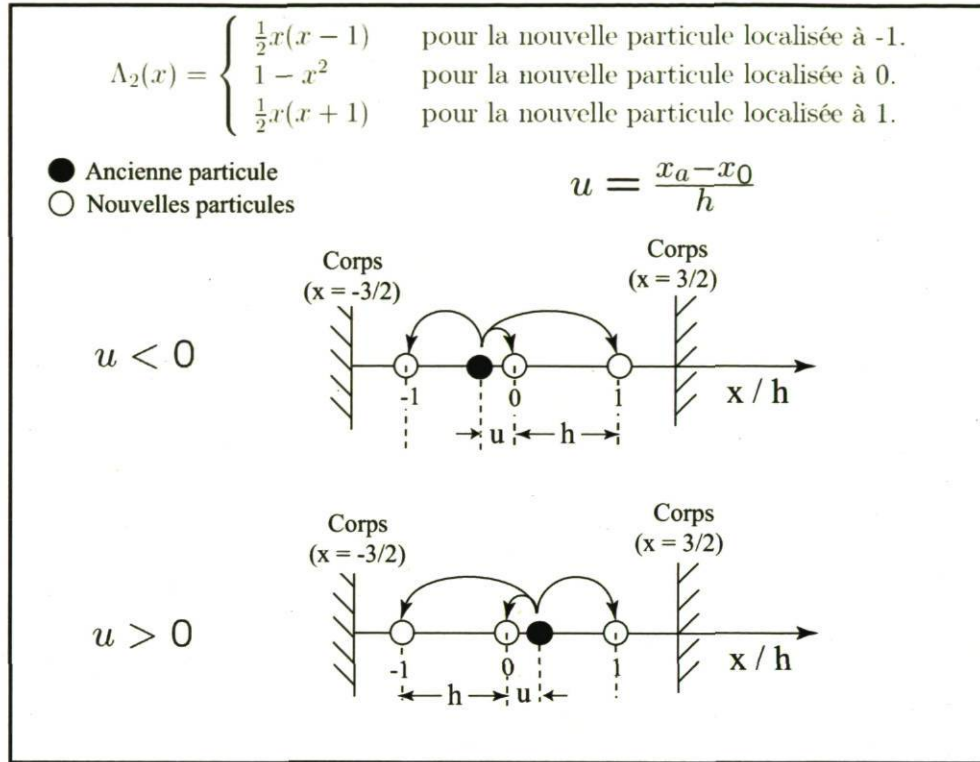


FIG. 4.18 – Schémas de redistribution Λ_2 ajoutés dans le code vortex.

Enfin, un dernier schéma à utiliser en ultime recours a été implémenté, soit le schéma Λ_0 qui représente en fait la solution de ne pas redistribuer du tout une particule dans une direction, puisque les supports de réception ne sont simplement pas disponibles, les deux parois voisines étant situées à une distance moindre que h . Naturellement, il est évident que ce schéma ne conserve que le moment d'ordre 0, soit la circulation de la particule. En pratique, ce schéma n'affectera qu'un nombre très restreint de particules et ne nuira pas à la qualité des prédictions. Il faut retenir que la redistribution en 2D se fait d'abord en direction x puis en direction y , ou inversement. Ainsi, il y aura très peu de particules qui ne pourront être redistribuées du tout dans aucune direction. L'idée ici est simplement ne pas faire avorter une simulation numérique parce qu'une particule n'a pas pu être redistribuée selon un schéma d'ordre élevé.

Ainsi, alors qu'auparavant deux parois solides devaient se situer à une distance supérieure à $4h$, elles peuvent désormais être rapprochées à h .

Une simulation concernant un cas d'aile oscillante rigide (sans FSI) permet de constater que l'emploi de ces nouveaux schémas et d'une géométrie convexe-concave a très peu d'impact au niveau du calcul des forces aérodynamiques (des quantités d'intérêt lorsqu'on s'intéresse à la propulsion et à l'extraction d'énergie à l'aide d'ailes oscillantes) et permet de minimiser l'écoulement entre les deux corps (lequel est dénué d'intérêt pour la présente étude, et que l'on ne tient pas à modéliser).

Le cas étudié ici est celui d'une plaque plane à $Re = 1000$ avec un mouvement de pilonnement seulement ($\alpha_0 = 0^\circ$) ayant une fréquence $f^* = 0.10$ et une amplitude $H_0/c = 1$. On compare le cas de cette plaque plane de 10% d'épaisseur et de longueur c à celui d'une combinaison de deux plaques convexe-concave ayant une longueur hors-tout équivalente. Toutes les deux ont un mouvement de pilonnement imposé identique ; il n'y a donc pas de mouvement relatif entre les deux. Ils bougent ainsi en corps rigide comme un seul corps. Chacune des simulations a été réalisée avec une résolution spatiale près du corps de $h/c = 0.005$ et deux résolutions temporelles ont été employées pour valider les résultats, soient 1000 ou 2000 pas de temps par cycle d'oscillation.

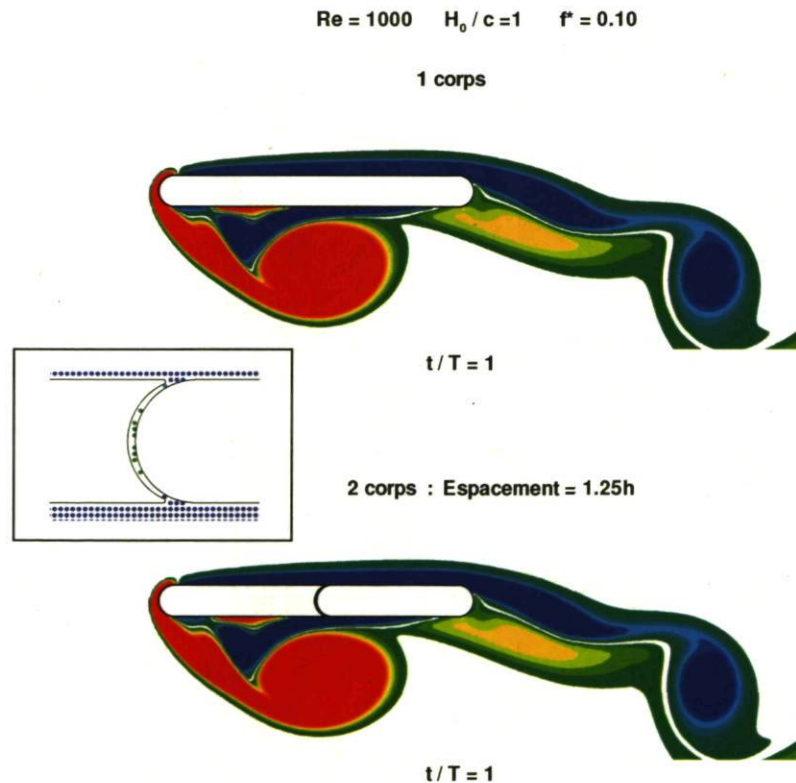


FIG. 4.19 – Comparaison des champs de vorticité entre une simulation à 1 corps ou à 2 corps avec un espacement minimal (contours rouges : vorticité positive ; contours bleus : vorticité négative). L'encadré illustre le faible nombre de particules vortex dans l'interstice entre les deux corps.

La FIG. 4.19 illustre l'écoulement (le champ de vorticité) autour de cette plaque plane à la fin du cycle d'oscillation ($t/T = 1$). On constate que les champs sont quasi-identiques, que la plaque soit constitu e d'un seul corps ou de deux corps. De plus, la présence d'une interstice entre les deux corps a une importance diminu e du fait de la géométrie particulière de cet espacement. La présence d'un faible nombre de particules en témoigne. La comparaison des coefficients de forces, FIG. 4.20 illustre que dans un tel cas d'application, l'impact de la géométrie et des schémas de redistribution de bas ordre n'affectent pas la prédiction des forces aérodynamiques d'une plaque plane oscillante. Ce résultat est très encourageant puisqu'il nous conforte dans l'approche d'un train de corps convexe-concave pour approximer une aile articul e oscillante et étudier ses performances en propulsion.

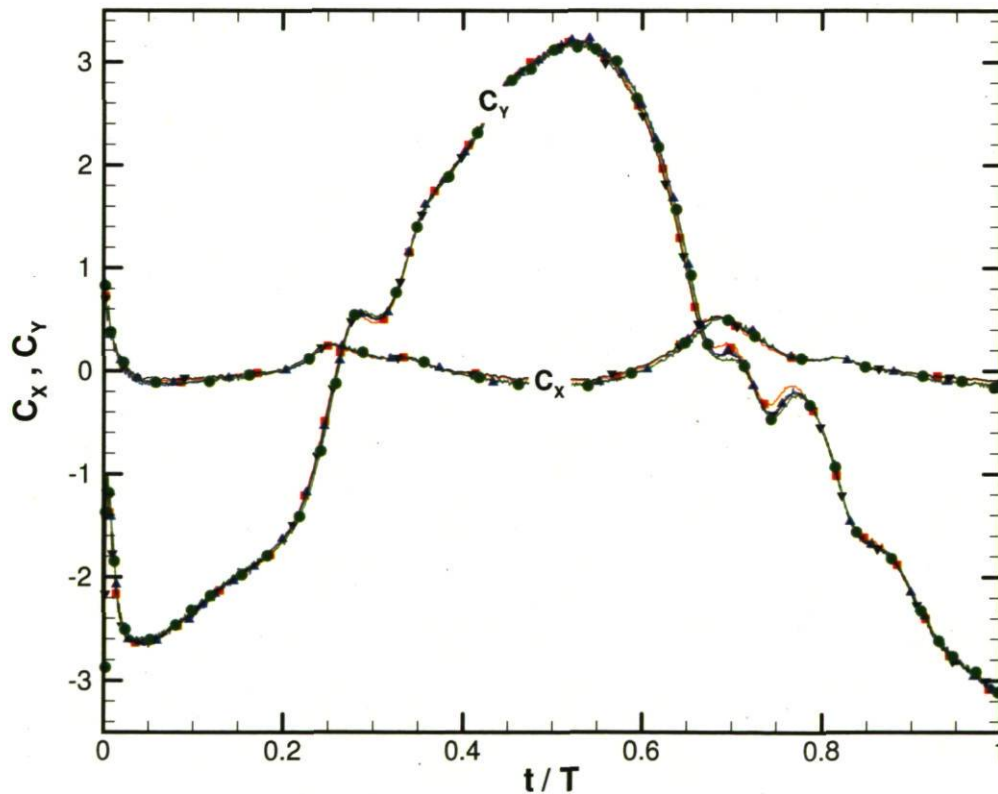


FIG. 4.20 – Comparaison des coefficients de forces : impact de la géométrie et des schémas de redistribution. Un corps avec 1000 pas de temps par cycle (-■-) ou 2000 pas de temps par cycle (-▲-) versus deux corps avec 1000 pas de temps par cycle (-▼-) et 2000 pas de temps par cycle(-●-).

4.3.2 Autres stratégies

L'approche retenue pour étudier la flexibilité discrète (pour sa simplicité d'implémentation) se veut toutefois limitée. En effet, un espacement, si minime soit-il, est toujours présent entre les segments rigides. Pour minimiser son importance, des géométries particulières doivent être employées, tandis que les approches de flexibilité discrète présentées dans cette section pourraient permettre de négliger la géométrie exacte, tout en reproduisant mieux un continuum. De plus, l'approche actuelle limite la déflexion maximale admissible, surtout avec une grande proximité entre les corps, puisqu'il y aura toujours éventuellement interférence entre les corps rigides. Afin de contourner certaines problématiques, deux approches pourraient donc être envisagées et étudiées dans le futur. Cependant, elles impliquent une grande compréhension de la méthode vortex et de bonnes connaissances en programmation. Elles sont toutefois brièvement énoncées ci-dessous et illustrées à la FIG. 4.21.

- Imposer l'intensité des panneaux de l'interstice

L'idée est de minimiser au maximum l'écoulement dans l'interstice, afin de rendre son impact négligeable, en imposant une correction d'intensité nulle sur les panneaux (discrétisant les corps rigides) situés dans une zone délimitée correspondant à l'interstice entre deux corps rigides. L'hypothèse derrière cette approche est que la paroi dans cette zone ne générera aucune vorticité dans l'écoulement adjacent puisqu'elle n'aura aucune circulation à diffuser. Ainsi, des particules dont la vorticité est quasi-nulle s'y retrouveront en très faible quantité. De plus, cette approche permet de plus grandes déformations, puisque la problématique du chevauchement des corps est moins contraignante si des corps convexes sont utilisés.

- Apposer une membrane « numérique » empêchant la présence de particules

La deuxième approche envisag e serait de carrément bloquer le passage des particules en imposant une membrane fictive (par exemple une spline, un peu à la manière de Vanella *et al.* [60]). C'est-à-dire qu'une zone identifi e entre les corps rigides et les frontières fictives deviendrait imperméable à l'écoulement. Cette membrane pourrait être définie entre deux points prédéfinis sur la paroi réelle des deux corps solides. D'un point de vue aérodynamique, c'est ce corps (composé de segments rigides et de membranes) qui serait perçu par l'écoulement, alors que la dynamique des corps rigides seraient résolues avec des corps rigides distincts reliés par des articulations. La présence de la membrane permet de considérer N corps rigides identiques, par exemple des plaques planes à extrémités arrondies (convexes), plutôt que d'approximer le train de corps à l'aide de géométries plus sp cialis es qui permettent malgré tout un écoulement entre

les corps. Cette approche permet également de plus grandes déformations, puisque des corps convexes avec espacement permettent d'éviter le chevauchement. Enfin, dans une approche alternative, le chevauchement des corps pourraient également être toléré³, éliminant tout espacement et nécessitant une membrane uniquement pour adoucir les jonctions entre les corps.

La FIG. 4.21 illustre ces approches, comparant la jonction entre deux plaques à extrémités arrondies concaves, selon les trois scénarios proposés.

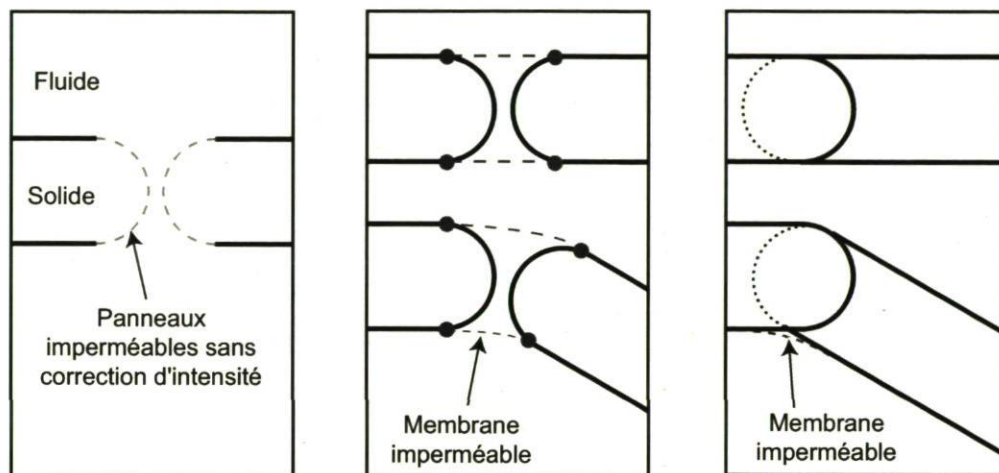


FIG. 4.21 – Comparaison de certaines approches de flexibilité discrète envisageables pour éliminer le problème des fuites entre les segments de l'aile : imposition d'une intensité nulle sur les panneaux de l'interstice (à gauche), membranes imperméables à l'interstice (au centre) et membranes imperméables et chevauchement des corps rigides (à droite).

Enfin, une approche d'un tout autre genre est également envisageable pour un utilisateur futur. Il s'agirait de modifier l'algorithme de redistribution par boîtes développé par Pascal Bochud au *LMFN* [5] pour l'utiliser localement au niveau de l'espacement entre les corps. C'est-à-dire qu'il serait possible d'utiliser des boîtes attachées à l'espacement inter-corps, permettant d'utiliser une résolution spatiale distincte de celle employée ailleurs près des corps rigides. Ceci pourrait permettre par exemple de rapprocher encore plus les corps en employant une résolution spatiale très fine uniquement dans l'interstice, sans raffiner exagérément ailleurs.

³Le chevauchement implique une identification des panneaux pour reconnaître lesquels sont à l'intérieur d'un autre corps rigide.

Une telle avenue implique de permettre à l'algorithme multi-boîtes de tolérer la présence partielle d'un corps rigide dans une boîte de résolution (alors que l'implémentation actuelle nécessite qu'un corps rigide soit positionné dans une seule boîte pour l'ensemble de la simulation). De plus, il serait nécessaire de définir des boîtes mobiles, attachées aux interstices ayant un déplacement arbitraire, plutôt que de considérer des boîtes fixes.

Chapitre 5

Propulsion à ailes oscillantes flexibles

Ce chapitre présente les résultats obtenus dans l'étude de la propulsion à aile oscillante flexible. On s'intéresse de près à l'effet de la flexibilité en propulsion, principalement son impact sur les deux quantités d'intérêt que sont le coefficient de poussée C_T et le rendement propulsif η tels qu'introduits aux sections 2.1.2 et 2.1.3. Une première section de ce chapitre présente d'abord les capacités du solveur aéroélastique à flexibilité discrète, puis les sections suivantes étudient plus systématiquement le rôle de la flexibilité en proposant une étude paramétrique d'une aile à une seule articulation.

5.1 Aile oscillante flexible - N articulations

La section qui suit présente un aperçu des capacités du solveur à discrétiser une aile flexible à l'aide de N éléments rigides reliés par des articulations élastiques. Ainsi, une approximation de continuum est réalisée en subdivisant le profil d'aile en cinq éléments convexe-concave qui s'emboîtent les uns dans les autres. La géométrie détaillée apparaît à la FIG. 5.1.

On compare le cas d'une aile rigide (plaque plane 10% d'épaisseur relative à extrémités arrondies) à deux ailes flexibles présentant des rigidités différentes. Les ailes flexibles présentent un espacement de $0.0075c$ entre chacun des segments rigides (ce qui correspond à $1.5h$), de façon à minimiser l'écoulement dans les interstices tout en simplifiant l'implémentation numérique. La longueur L de chacun des segments rigides est de $0.194c$ dans le cas de l'aile articulée.

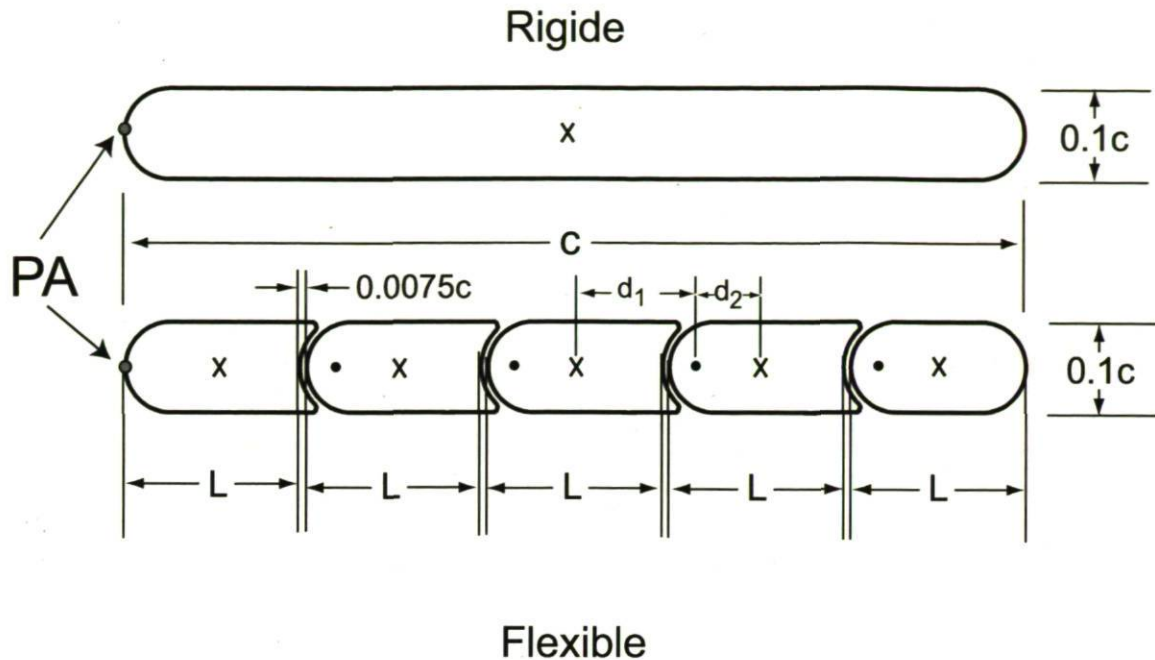


FIG. 5.1 – Géométrie d'un profil d'aile rigide (plaque plane 10% d'épaisseur relative) versus celle d'une aile articulée composée de quatre articulations et cinq segments rigides.

Dans tous les cas, le mouvement combiné de pilonnement et de tangage est imposé au point d'attachement (PA), situé au bord d'attaque ($x/c = 0$). Les fonctions de mouvements sont celles décrites à la section 2.1.1. La fréquence réduite est $f^* = fc/U_\infty = 0.20$, avec une amplitude de pilonnement $H_o/c = 1$, une amplitude de tangage de 30° ainsi qu'un déphasage $\phi = 90^\circ$ entre les deux mouvements. On considère un écoulement à $Re = 1000$, et un ratio de densité élevé $D^* = 500$ pour les ailes.

Toutes les simulations sont menées avec 1000 pas de temps par cycle ($\Delta t = 0.005c/U_\infty$) en utilisant une résolution spatiale de $h = 0.005c$ près des corps ($Re_h \sim \mathcal{O}(5)$) et la méthodologie multi-boîtes est employée pour relaxer la résolution dans le sillage, tel que montré à titre illustratif à la FIG. 5.6. Les ailes sont discrétisées avec 424 panneaux pour l'aile rigide et un total de 582 panneaux pour l'aile flexible, ce qui correspond à une dimension de panneau de l'ordre la résolution spatiale près du corps ($l_{pan} \approx h_{corps}$). Chaque articulation élastique possède la même rigidité adimensionnelle, c'est-à-dire que K_θ^* (ou f_N^*) est le même pour tous les pivots. L'amortissement $D_\theta^* = 2.13$ dans tous les joints est constant ($f_D^* = 5$).

La FIG. 5.2 présente les résultats d'une aile oscillante rigide (à gauche) versus deux ailes avec des flexibilités différentes, soit $K_\theta^* = 1073$ et $K_\theta^* = 96.55$ (qui correspondent



FIG. 5.2 – Champs de vorticité (vorticité positive en rouge; négative en bleu) autour d'une aile oscillante en propulsion à trois instants dans un cycle d'oscillation. Comparaison d'un profil d'aile totalement rigide (à gauche) à deux ailes flexibles ($K_\theta^* = 1073$ versus $K_\theta^* = 96.55$); $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $D_\theta^* = 2.13$.

à des fréquences naturelles de $f_N^* = 20$ et $f_N^* = 6$ respectivement)¹. Ainsi, le seul paramètre qui varie est celui de la constante du ressort de torsion K_θ . Le corps rigide correspond en quelque sorte au cas où $K_\theta^* \rightarrow \infty$.

Le tableau 5.1 présente les principaux résultats de ces ailes oscillantes, notamment la poussée moyenne, la puissance moyenne et le rendement sur un cycle, ainsi que la déformation maximale atteinte en cours de cycle. La déflexion δ se définit comme la distance perpendiculaire entre le prolongement de la corde du corps menant et le bord de fuite (LE) du train de corps tel qu'on peut l'observer à la FIG. 5.3 et elle est évidemment

¹À noter qu'il faut se montrer prudent dans le choix du pas de temps en regard de la fréquence naturelle d'une aile flexible. Par contre, dans ce cas, malgré un pas de temps $\Delta t^* = T_N/10$, la fréquence d'excitation $f^* = 0.20$ se situe loin de $f_N^* = 20$, il n'y a donc pas de souci à se faire. Dans un cas où les deux fréquences se rapprochent, le pas de temps se doit d'être resserré.

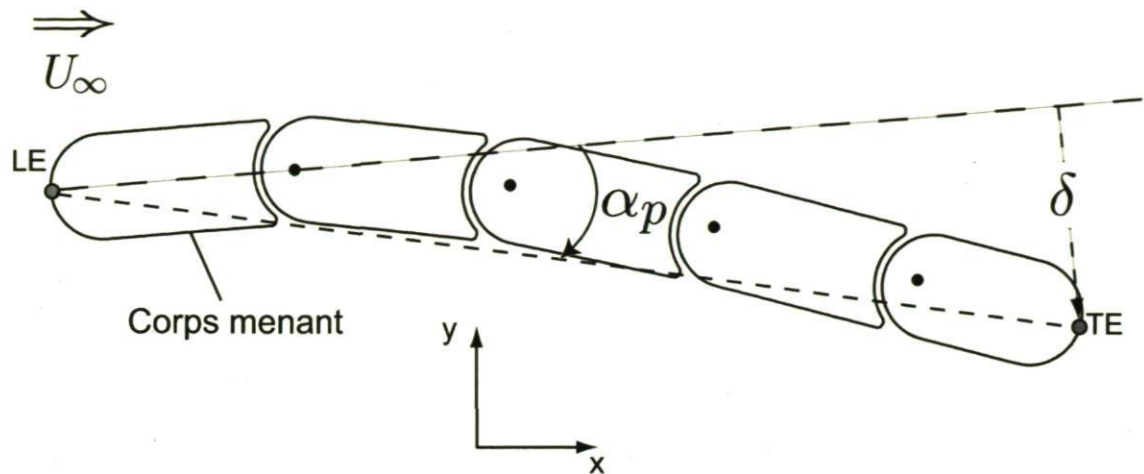


FIG. 5.3 – Schéma illustratif de la déflexion δ d'une aile flexible ainsi que de l'angle de tangage passif α_p .

révélatrice du niveau de déformation d'une aile flexible. On compare également dans ce tableau les quantités aérodynamiques aux quantités mécaniques. Ces dernières sont calculées à partir des réactions au PA de l'aile, tel que cela a été présenté aux sections 2.1.3 et 3.2.2.

Alors que les forces, puissances ou rendement aérodynamique ne prennent en compte que les forces aérodynamiques (exercées par l'écoulement fluide sur les corps rigides), leurs équivalents dits « mécaniques » considèrent l'ensemble des forces agissant sur un corps unique ou un train de corps articulé. Ainsi, ce sont ces quantités qui seront véritablement d'intérêt pour l'utilisateur, puisqu'elles reflètent la réalité, englobant entre autres l'aérodynamique. Les quantités mécaniques comprennent donc les effets inertiels ainsi que les forces d'élasticité et d'amortissement dans le cas flexible. Comme il a été montré, dans le cas rigide (revoir 2.1.3), pour les fonctions de mouvement employées dans ce mémoire, il n'y a pas de différence entre les quantités aérodynamiques et mécaniques moyennées sur un cycle d'oscillation, car ceux-ci se différencient uniquement par les effets inertiels, lesquels se moyennent à 0. Par contre, cela occasionne des différences quant aux valeurs instantanées et l'utilisateur doit en tenir compte dans le dimensionnement électrique et mécanique par exemple. Quant au cas flexible, il peut présenter des différences significatives entre les quantités mécaniques et aérodynamiques même d'un point de vue moyenné. En effet, si la périodicité dans le mouvement (et donc dans la déformation) n'est pas atteinte entre les cycles d'oscillation, on constatera des écarts dus à l'amortissement, à l'accumulation ou à la dépense d'énergie potentielle dans la ou les articulations et au gain ou à la perte d'énergie cinétique dans un cycle non-périodique. De plus, des écarts peuvent également s'expliquer par un léger niveau de bruit sur cer-

TAB. 5.1 – Sommaire des résultats en propulsion d’une aile à quatre articulations (flexibilité faible et grande flexibilité) versus une aile rigide ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $f_D^* = 5$.

			Aérodynamique			Mécanique			Déflexion
		f_N^*	\overline{C}_T	\overline{C}_P	η	\overline{C}'_T	\overline{C}'_P	η	δ_{max}/c
Cas 1	Rigide	-	0.703	2.131	0.330	0.703	2.131	0.330	0
Cas 2	Flexible	20	0.610	2.121	0.287	0.608	2.126	0.286	0.025
Cas 3	Flexible	6	0.201	2.531	0.079	0.209	3.051	0.068	0.34

tains signaux de forces qui résultent en des erreurs numériques lors du post-traitement des données. Bref, le bilan énergétique moyenné sur une période de temps correspondant à la mise en mouvement d’une aile jusqu’à sa mise au repos complète montrerait des valeurs équivalentes, mais ce n’est pas nécessairement tout à fait le cas lors d’un moyennage sur le dernier cycle de simulation effectué pour ces différentes raisons. On peut d’ailleurs le constater au tableau 5.1.

À la FIG. 5.4, on peut observer l’évolution du coefficient de poussée C_T aérodynamique avec le temps pour les trois cas de propulsion illustrés.

Il est évident que la flexibilité d’une aile oscillante a un impact qui peut être important sur l’écoulement, et ce faisant sur les performances aérodynamiques. Ainsi, on constate sur la FIG. 5.2 que le cas 3, le plus flexible, présente sans surprise la déflexion la plus importante, principalement aux positions haute et basse du cycle ($t/T = 0$ et $t/T = 0.5$) comparativement au cas 2 qui se rapproche du cas rigide, Ceci s’explique principalement par l’inertie (rappel : $D^* = 500$). La FIG. 5.4 permet de visualiser l’impact sur la poussée de ces différences de rigidité. Il semble dans ce cas que plus la déflexion est importante, plus la traînée (inverse de la poussée, soit C_T négatif) augmente sur une portion importante du cycle, réduisant grandement la performance.

Afin d’investiguer plus profondément ces diverses implications propres à l’aéroélasticité, les prochaines sections présenteront une approche beaucoup plus systématique afin de découvrir et comprendre les effets de flexibilité. Par ailleurs, cet exemple aura permis de visualiser les capacités du solveur VortexFSI développé pour des applications de flexibilité discrète tout en jetant les bases de l’étude de la propulsion à aile oscillante flexible.

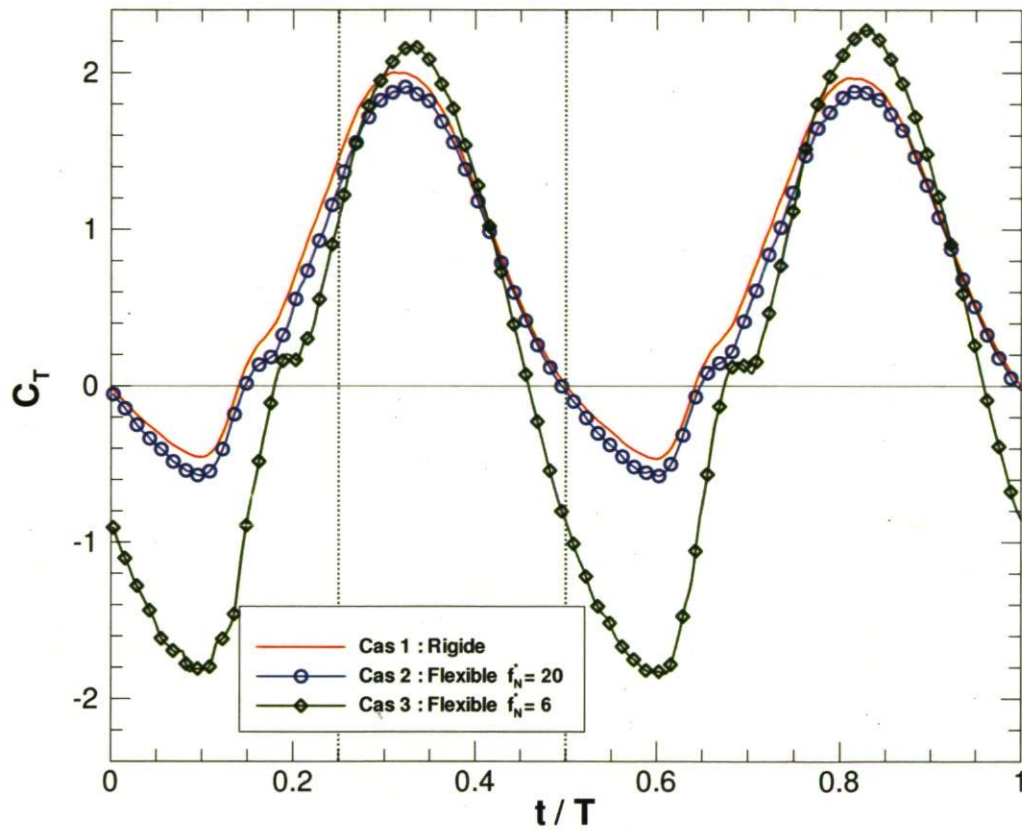


FIG. 5.4 – Coefficient de poussée instantané sur un cycle d'oscillation : comparaison d'une aile rigide (cas 1) avec une aile à faible flexibilité (cas 2) et grande flexibilité (cas 3); $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 500$, $f_D^* = 5$.

5.2 Aile oscillante à une articulation – Étude du rôle de la flexibilité

Le section suivante présente les résultats sur l'étude de la flexibilité et l'impact qu'elle a sur la propulsion à aile oscillante. Afin d'identifier clairement les effets de flexibilité, une première géométrie à une articulation (deux corps) est créée, avec trois positions possibles d'articulation le long de la corde. Des flexibilités faibles et grandes sont comparées. Pour la comparaison rigide, on considère le cas d'une plaque plane symétrique à bouts arrondis de 5% d'épaisseur, de corde c . L'aile à un seul segment est discrétisée à l'aide de 412 panneaux. Pour ce qui est des ailes flexibles, de longueur hors-tout c , ses géométries convexe-concave sont illustrées sur la FIG. 5.5 avec dans chacun des cas un espacement entre les corps de $0.01c$. Dans ces cas flexibles, les deux corps sont discrétisés avec un total de 430, 428 et 428 panneaux respectivement pour les positions d'articulation $x^h = \frac{c}{4}, \frac{c}{2}, \frac{3c}{4}$.

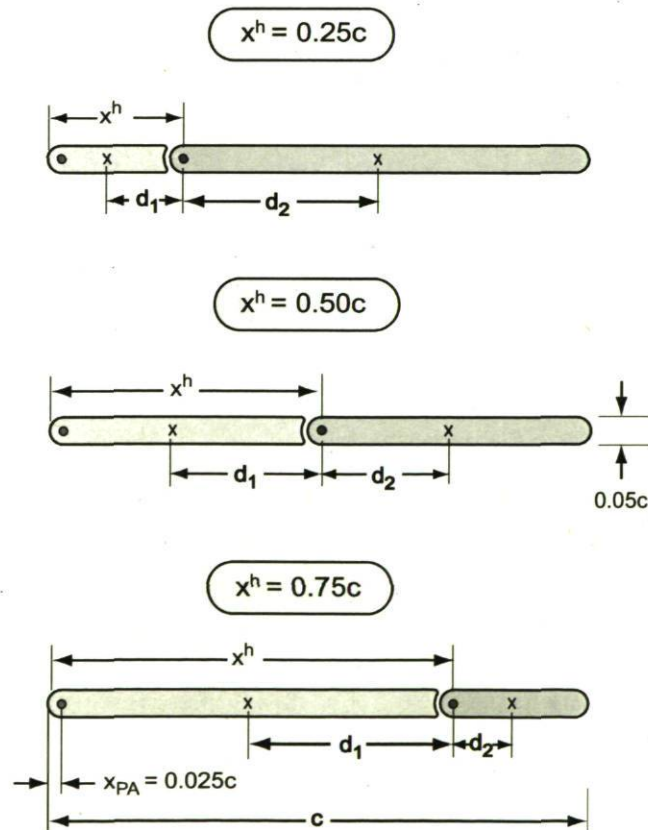


FIG. 5.5 – Géométrie de trois configurations de profils d'aile articulée (plaque plane 5% d'épaisseur à bouts arrondis) à une articulation et deux segments rigides avec des articulations situées au quart, à la demi et aux trois quarts de corde.

5.2.1 Aile oscillante en pilonnement

La première étude porte sur la propulsion à aile oscillante avec un mouvement de pilonnement pure. On considère une fréquence $f^* = 0.225$ et une amplitude de pilonnement $H_0/c = 1$. Ce mouvement est imposé au PA à $x_{PA} = 0.025c$. Les simulations ont été effectuées à un nombre de Reynolds $Re = 500$, avec 2000 pas de temps par cycle ($\Delta t^* = 0.0022$) et une résolution spatiale de $h = 0.004c$ près du corps ($Re_h \sim \mathcal{O}(2)$). La méthode multi-boîtes permet de relaxer la résolution dans le sillage, comme on peut le voir sur la FIG. 5.6. Les simulations (à l'exception du corps rigide) ont été menées en considérant un couplage fort, avec un maximum de 50 sous-itérations par pas de temps, avec un critère de convergence en FSI de $\epsilon = 0.001$. Toutes les simulations considèrent par ailleurs un ratio de densité $D^* = 100$ et un amortissement nul dans à l'articulation ($D_\theta^* = 0$). La position de l'articulation et la rigidité K_θ^* sont les seuls paramètres qui varient entre les différents essais. Le tableau 5.2 fait un sommaire des simulations menées en pilonnement uniquement, en illustrant les principaux résultats obtenus pour le cinquième cycle d'oscillation.

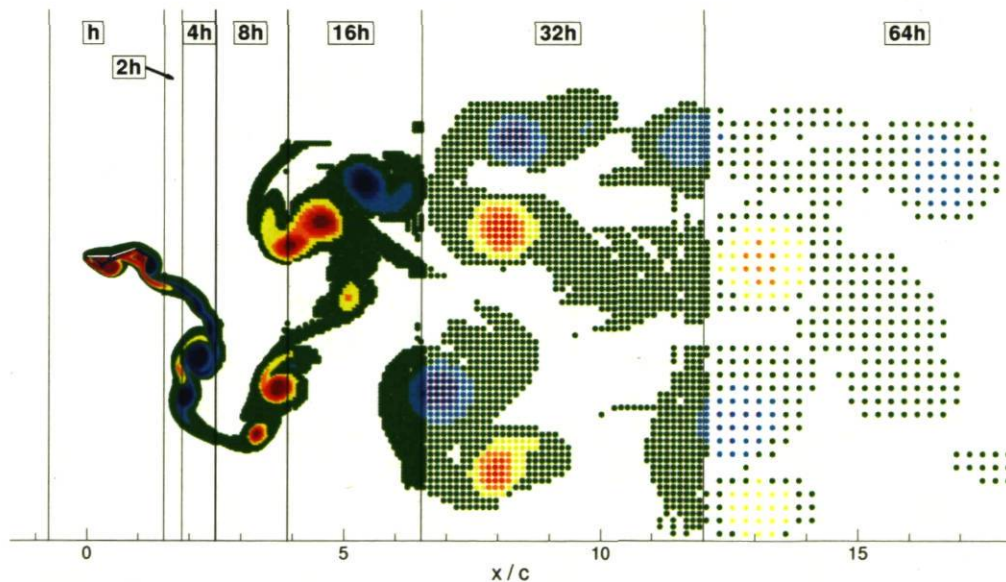


FIG. 5.6 – Boîtes de redistribution et champ de particules (coloriées par la vorticité) utilisés pour les calculs d'aile oscillante en propulsion illustrant la relaxation de la résolution spatiale typiquement employée.

On observe que les performances en propulsion à bas Re et à basse fréquence ($f^* = 0.225$) ne sont pas très intéressantes. Ainsi, dans les huit cas comparés, la meilleure performance quant au rendement mécanique est de 7.6%, qui correspond à un coefficient de poussée de près de 0.7. Tout de même, le premier constat à retenir est la possibilité

TAB. 5.2 – Sommaire des résultats d'une aile articulée (*en pilonnement uniquement*) en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité ; $Re = 500$, $f^* = 0.225$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 0^\circ$, $D^* = 100$.

		Aérodynamique			Mécanique			Déflexion
Cas	K_θ^*	\overline{C}_T	\overline{C}_P	η	\overline{C}'_T	\overline{C}'_P	η	δ_{max}/c
Rigide	-	0.092	5.346	0.017	0.092	5.346	0.017	0
$c/4$	5	0.638	7.890	0.081	0.681	8.928	0.076	0.62
	10	0.332	7.340	0.045	0.490	7.610	0.064	0.39
$c/2$	5	0.001	5.529	0	-0.001	5.609	-	0.14
	10	0.045	5.351	0.008	0.045	5.389	0.008	0.07
$3c/4$	0.5	-0.117	5.253	-	-0.116	5.295	-	0.15
	1	0	5.196	0	0.001	5.204	0	0.07
	5	0.07	5.182	0.014	0.068	5.187	0.013	0.016

d'améliorer significativement les performances d'une aile oscillante en régime de propulsion à bas Reynolds puisque le cas nominal rigide correspondant offrait un piètre rendement de 1.7% dû à sa très faible épaisseur².

Un deuxième constat concerne le grand impact qu'a la position de l'articulation sur les performances. Ainsi, on s'aperçoit qu'on peut augmenter les performances comme on peut les détériorer aussi en jouant avec la position de l'articulation. De cette analyse, il ressort qu'une articulation plus près du bord d'attaque est hautement avantageuse par rapport aux autres positions. Dans le cas présent, l'articulation positionnée à $x^h = c/4$ performe mieux autant au chapitre de la poussée que du rendement, et ce même si la puissance moyenne à fournir \overline{C}_P est plus grande que dans le cas rigide. La déformation a donc un coût, mais le coût associé à cette déformation est tout de même bénéfique, tel qu'on vient de le constater.

À l'inverse, on observe certaines situations (articulation située en $3c/4$, donc le plus près du bord de fuite) où la puissance à fournir est légèrement moindre qu'avec une aile rigide. C'est un constat à retenir, puisqu'une bonne combinaison de paramètres pourraient possiblement permettre de bénéficier de cet effet sans affecter outre mesure les performances aérodynamiques comme c'est le cas pour les configurations testées.

Enfin, un dernier constat qui s'impose concerne la poussée (inverse de la traînée).

²Un calcul sur un cas encore plus mince aurait montré que dans la limite du cas théorique infiniment mince et infiniment rigide, il n'y a pas de contribution de la pression dans la direction x et le rendement obtenu aurait été nul à cause du frottement résistif.

Dans certaines configurations (notamment les cas les plus flexibles, sauf pour l'articulation au quart de corde), une trop grande déformation a pour effet d'ajouter de la traînée et dégrade considérablement les performances, annihilant même toute forme de poussée sur une base moyennée.

Une approche qui peut permettre d'expliquer les performances de ces cas en pilonnement pure consiste en l'étude du tangage passif induit par la déformation. Ainsi, on peut considérer l'impact de la déformation comme l'ajout d'un mouvement de tangage à celui de pilonnement imposé, tel qu'illustré à la FIG. 5.8 pour trois cas du tableau 5.2. On y observe l'angle de tangage passif (lequel est présenté en détails à la section 5.2.4, à la fin du présent chapitre) pour trois articulations avec la même rigidité, positionnées différemment le long de la corde.

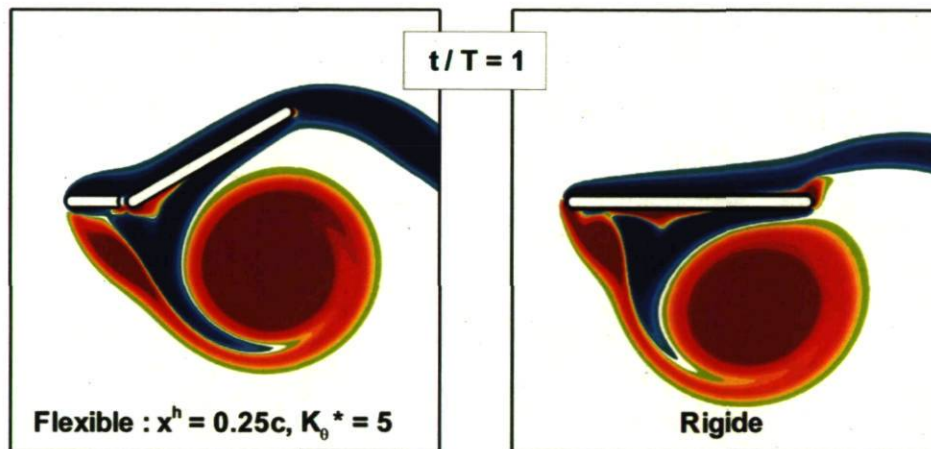


FIG. 5.7 – Comparaison d'une grande déformation pour le cas d'une articulation à $x^h = 0.25c$ avec une rigidité $K_\theta^* = 5$ avec le cas rigide (non-déformé) à $t/T = 1$ pour des cas en pilonnement : $Re = 500$, $f^* = 0.225$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 0^\circ$, $D^* = 100$. Les champs de vorticité correspondants sont également illustrés.

On constate que le tangage passif, dans le cas d'une grande déflexion ($x^h = c/4$), telle que celle observable à la FIG. 5.7, correspond à un mouvement sinusoïdale qui suit la tendance du mouvement de pilonnement (voir 5.8, ce qui s'explique par le fait que cette déformation soit principalement inertielle (rappelons que $D^* = 100$)). On observe un déphasage approximatif de $\phi_p = 30^\circ$ entre le tangage passif et le pilonnement. Ceci diffère fortement des cas présentés aux sections suivantes qui présentent un déphasage $\phi = 90^\circ$ entre les deux mouvements imposés. Sachant qu'un tangage sélectionné de façon appropriée permet d'augmenter sensiblement les performances aérodynamiques d'une aile rigide, il apparaît que les déformations observées dans les cas étudiés induisent un tangage dont le déphasage n'est pas approprié, ou à tout le moins d'un intérêt moindre

qu'un déphasage de 90° . Évidemment, il faut retenir que ces conclusions ne sont pas nécessairement généralisables et universelles.

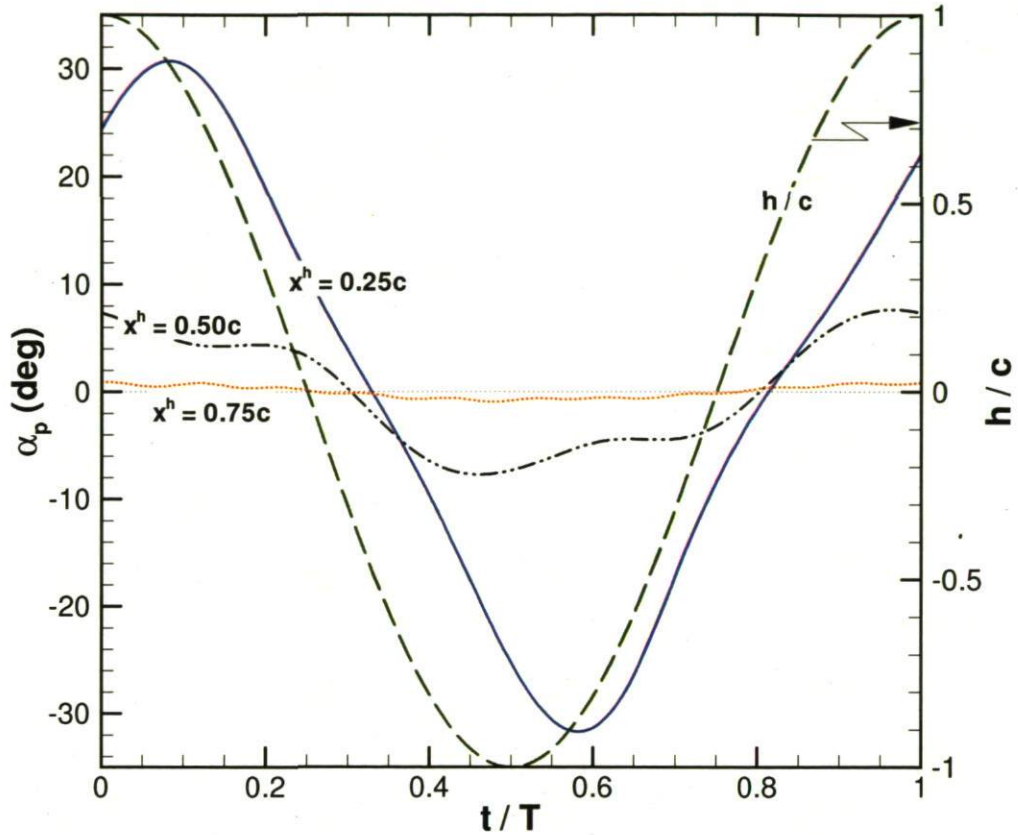


FIG. 5.8 – Comparaison de l'angle de tangage passif (dû à la déflexion) pour des articulations situées au quart, à la demi et aux trois quarts de corde dans le cas d'une rigidité de $K_\theta^* = 5$. Le mouvement de pilonnement est également illustré pour fin de comparaison (---).

5.2.2 Aile oscillante en pilonnement et tangage

Afin d'améliorer les performances d'une aile oscillante, il est possible d'ajouter un mouvement de tangage imposé en plus du pilonnement, ce qui permet de modifier l'angle d'attaque effectif. Ceci a pour conséquence de retarder le décrochage, ce qui mène à une augmentation des performances. C'est pourquoi les prochaines études se baseront sur des ailes en pilonnement et en tangage combinés.

Paramètres et résultats

La seconde étude porte sur un mouvement combiné de pilonnement et de tangage. Ainsi, on définit une fréquence $f^* = 0.20$, une amplitude de pilonnement $H_0/c = 1$, une amplitude de tangage $\alpha_0 = 30^\circ$, avec les deux mouvements déphasés de $\phi = 90^\circ$. Le mouvement est imposé à $x_{PA} = 0.025c$, soit l'origine du demi-cercle de l'extrémité arrondie. Ces paramètres sont similaires à Lesage *et al.* [31] (où toutefois $f^* = 0.50$ et $Re = 4000$). Toutes les simulations ont été effectuées pour un nombre de Reynolds constant ($Re = 1000$), avec 2000 pas de temps par cycle et une résolution spatiale de $h = 0.004c$ près du corps et l'emploi de la méthode multi-boîtes pour relaxer la résolution spatiale dans le sillage. Ceci permet de conserver un Reynolds de grille $Re_{h_{\max}} \sim \mathcal{O}(10)$ tout en respectant le critère de stabilité de l'algorithme PSE.

Les simulations de corps flexibles considèrent un couplage fort, avec un maximum de 50 sous-itérations par pas de temps et un critère de convergence en FSI de $\epsilon = 0.001$. Le ratio de densité est de $D^* = 100$ et l'amortissement est nul ($D_\theta^* = 0$) dans tous les cas. La position de l'articulation et la rigidité K_θ^* sont encore les seuls paramètres qui varient entre les différents essais. Le temps de calcul typique pour ce genre de simulation est de l'ordre de 30 à 50 heures en utilisant un seul coeur d'un processeur *Intel Core2 Quad Q9950* cadencé à 2.83GHz. Le tableau 5.3 fait la synthèse de ces résultats pour le quatrième cycle d'oscillation.

Afin d'étudier l'effet d'un paramètre supplémentaire, soit celui du ratio de densité D^* , les mêmes cas que ceux présentés au tableau 5.3 ont été repris, c'est-à-dire en conservant les mêmes positions d'articulation et les mêmes rigidités K_θ^* , tout en abaissant D^* de moitié, à 50. La résolution reste en tout point identique. Le tableau 5.4 présente donc ces résultats, lesquels correspondent au sixième cycle ou plus après le démarrage.

TAB. 5.3 – Sommaire des résultats d'une aile articulée en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 100$.

		Aérodynamique			Mécanique			Déflexion
Cas	K_θ^*	\bar{C}_T	\bar{C}_P	η	\bar{C}'_T	\bar{C}'_P	η	δ_{max}/c
Rigide	-	0.764	2.129	0.359	0.764	2.129	0.359	-
$c/4$	5	1.351	4.041	0.334	1.409	4.518	0.312	0.41
	10	2.010	3.609	0.554	2.090	3.742	0.558	0.29
	15	1.842	3.873	0.476	1.858	3.994	0.465	0.16
	20	1.703	3.664	0.465	1.707	3.756	0.454	0.10
$c/2$	1	-0.299	2.367	-	-0.291	2.584	-	0.44
	2	0.328	2.285	0.144	0.329	2.400	0.137	0.31
	5	0.718	2.369	0.303	0.719	2.410	0.298	0.12
	10	0.781	2.324	0.336	0.784	2.310	0.339	0.05
$3c/4$	0.5	-0.251	0.571	-	-0.258	0.601	-	0.13
	1	-0.106	0.613	-	-0.093	0.588	-	0.09
	5	0.018	0.729	0.025	-0.050	0.825	-	0.04

TAB. 5.4 – Sommaire des résultats d'une aile articulée en fonction de la position de l'articulation et de la rigidité; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 50$.

		Aérodynamique			Mécanique			Déflexion
Cas	K_θ^*	\bar{C}_T	\bar{C}_P	η	\bar{C}'_T	\bar{C}'_P	η	δ_{max}/c
Rigide	-	0.764	2.129	0.359	0.764	2.129	0.359	0
$c/4$	5	2.734	4.798	0.569	2.72	5.07	0.536	0.33
	10	2.328	4.128	0.564	2.300	4.239	0.541	0.16
	15	1.831	3.365	0.544	1.839	3.431	0.536	0.10
	20	2.125	3.118	0.682	2.123	3.222	0.660	0.10
$c/2$	1	0.474	2.273	0.209	0.466	2.363	0.197	0.29
	2	0.708	2.367	0.299	0.705	2.384	0.296	0.13
	5	0.791	2.339	0.338	0.793	2.352	0.337	0.06
	10	0.80	2.309	0.346	0.803	2.323	0.346	0.03
$3c/4$	0.5	-0.314	0.927	0	-0.343	0.955	-	0.28
	1	-0.016	0.637	-	-0.015	0.64	-	0.05
	5	0.023	0.643	0.036	0.013	0.643	0.019	0.01

Synthèse des résultats

Ainsi, les tableaux 5.3 et 5.4 regroupent une synthèse des résultats des simulations menées pour analyser le rôle de la flexibilité en propulsion. On y étudie à la fois l'influence de la géométrie par le biais de la position du joint torsionnel, l'influence de la rigidité de ce joint torsionnel ainsi que celle du ratio de densité. Ces tableaux-synthèses permettent une comparaison entre les coefficients aérodynamiques et mécaniques (tels qu'ils ont été définis aux deux premiers chapitres), c'est-à-dire le coefficient de poussée (\overline{C}_T), le coefficient de puissance (\overline{C}_P) et le rendement (η).

On y observe quelques légères variations, résultats d'imperfections numériques et surtout de la non-périodicité de certaines simulations réalisées avec corps flexibles. En effet, en théorie, il ne devrait pas y avoir aucune différence au niveau moyenné entre les mesures de puissances des forces aérodynamiques versus celles des réactions mécaniques (comme c'est le cas avec le corps rigide d'ailleurs). Or, certains coefficients de puissance ne concordent pas, suggérant une contribution inertielle non-nulle sur un cycle³. C'est effectivement le cas, puisque la déformation du corps n'a pas atteint une périodicité. C'est donc dire que cette puissance additionnelle au cours d'un cycle implique une variation de l'énergie totale du corps flexible. Cette énergie est accumulée sous forme potentielle dans le ressort en torsion durant le cycle (ou plusieurs cycles) et elle pourra être relâchée au cours du ou des cycles suivants. On l'observe lorsque l'articulation est située au quart de corde, avec les simulations qui n'ont pas atteint une périodicité sur les signaux de forces et de puissances (contrairement à une périodicité acceptable de l'ordre de 1% pour les autres cas). Au contraire, ces simulations présentent un écoulement plus chaotique qui n'est pas répétable d'un cycle à un autre, générant de larges fluctuations de forces et puissances⁴, tel qu'on pourra le constater à la FIG. 5.14.

Sur les FIG. 5.9, 5.10 et 5.11, on peut observer comment la rigidité influence les performances en propulsion par une représentation graphique des tableaux 5.3 et 5.4. On y observe des résultats mécaniques globaux, soit le coefficient de poussée moyen (\overline{C}'_T), le coefficient de puissance moyenne (\overline{C}'_P) et le rendement pour les trois positions d'articulation tout en comparant des ratios de densité différents.

On constate que pour les trois cas, les performances sont légèrement supérieures avec $D^* = 50$, tant au niveau de \overline{C}_T que de η . Plus spécifiquement, pour l'articulation à $x^h =$

³La contribution inertielle est évidemment identiquement nulle si elle est moyennée sur une période de temps qui correspond à la mise en mouvement initiale jusqu'à l'état de repos complet.

⁴Les résultats avec articulation au quart de corde indiquent toutefois une tendance vers une performance intéressante en propulsion, mais les valeurs numériques exactes ne sont pas suffisamment significatives (trop de variabilité entre les cycles) et sont indiquées à titre indicatif seulement.

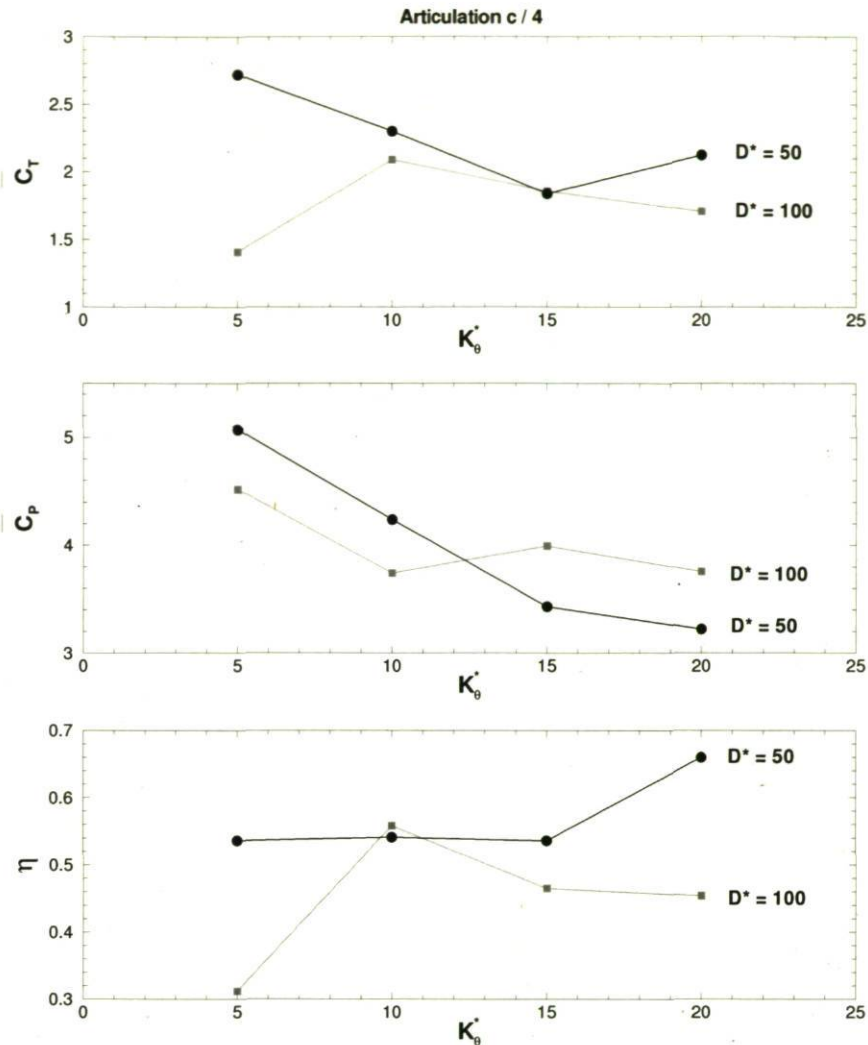


FIG. 5.9 – Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = c/4$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

$c/4$, il est difficile de déceler une tendance si ce n'est que \overline{C}_P diminue à l'inverse de K_θ^* . Cependant, pour tous ces cas, malgré un écoulement chaotique, toutes les quantités sont bien supérieures au cas rigide en force et en efficacité. La proximité de l'articulation au bord d'attaque semble bénéfique, même si irrégulière, et suggère une piste à considérer. Ainsi, un rendement aussi élevé que 66% est atteint et des coefficients de poussée de plus de 2.7.

Une articulation à la mi-corde présente un rendement croissant avec la rigidité, avec une asymptote qui rejoint le cas complètement rigide. Ainsi, que ce soit à $D^* = 50$

ou 100, la flexibilité n'améliore pas le rendement. On constate tout de même qu'il est possible d'améliorer légèrement la poussée moyenne pour un rendement similaire. Enfin, pour les densités considérées, l'articulation à $x^h = 3c/4$ réduit à néant la propulsion de l'aile rigide de même cinématique, et ce pour une flexibilité faible comme pour une grande flexibilité. L'aile produit une traînée aérodynamique nette plutôt qu'une poussée pour presque tous les cas. La puissance à fournir est moindre que dans le cas rigide, mais pour un résultat nulle de toute façon.

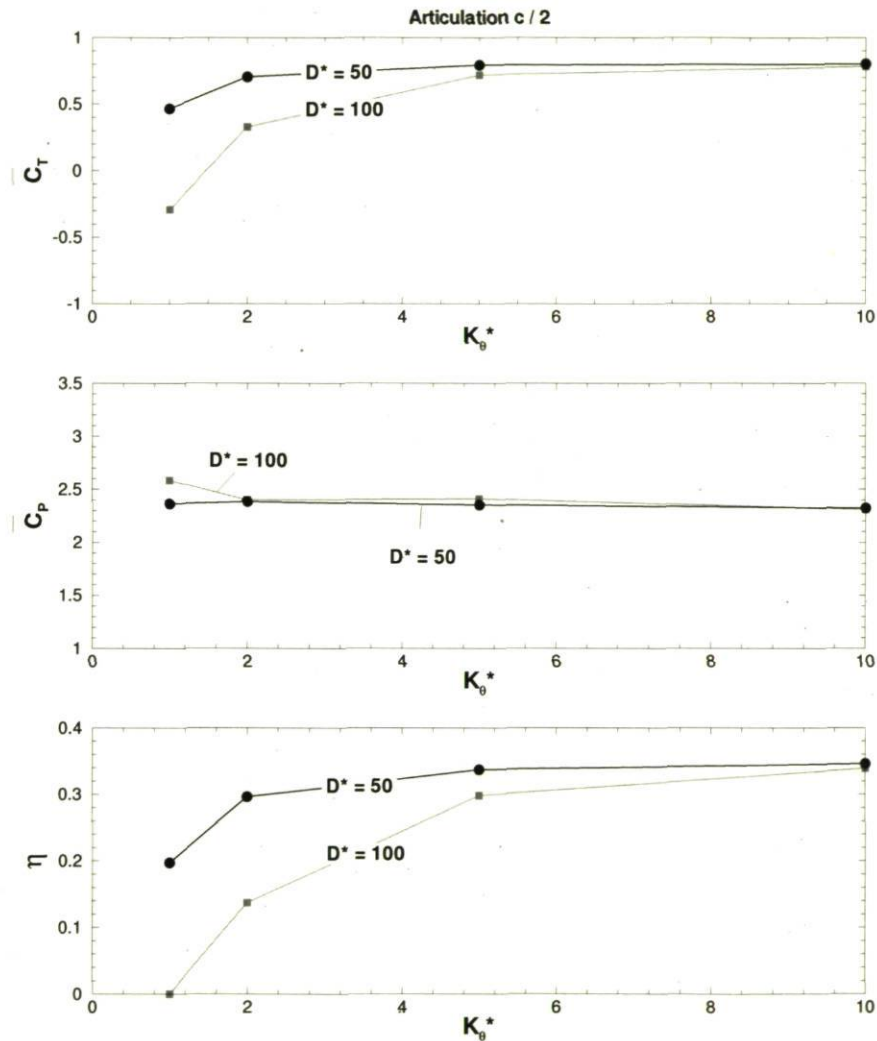


FIG. 5.10 – Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = c/2$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

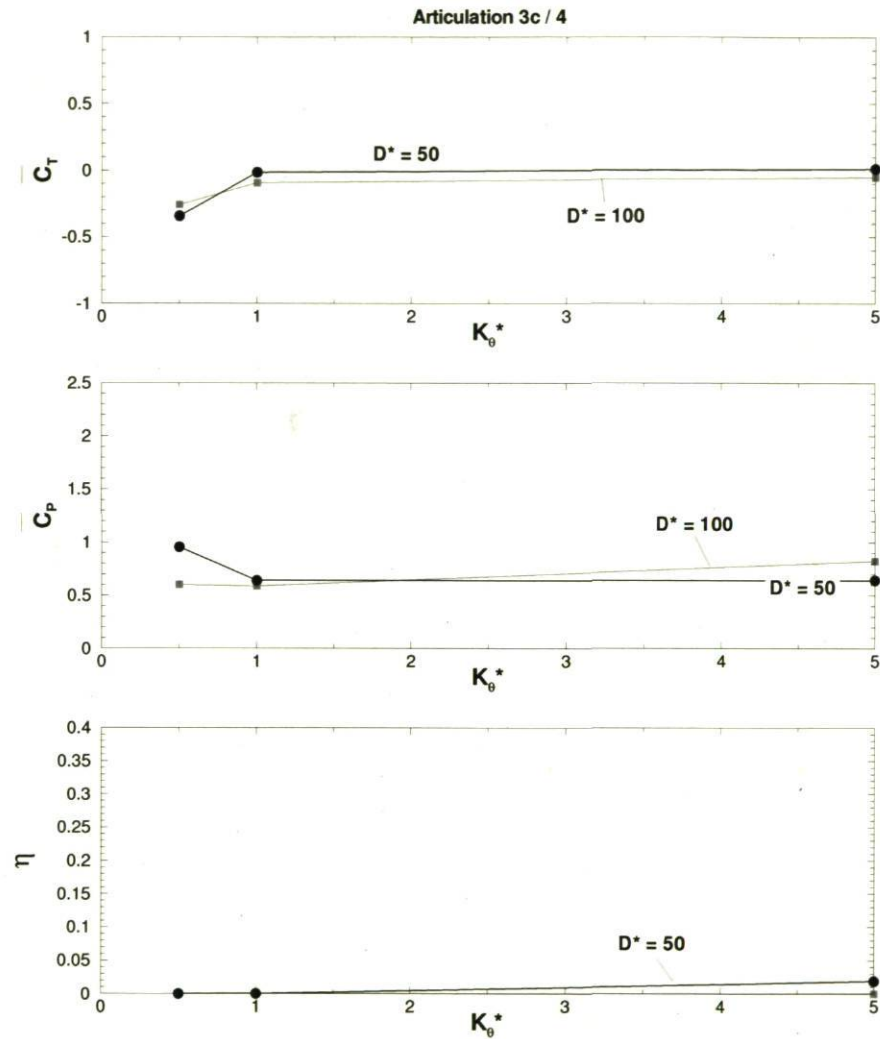


FIG. 5.11 – Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la rigidité K_θ^* pour les deux ratios de densité étudiés avec une articulation à $x^h = 3c/4$ et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

Les différences sur les performances découlent de la déflexion variable des corps (on peut observer quelques cas sélectionnés aux figure 5.17 à 5.22). La rigidité de l'articulation gouverne évidemment la déformation des corps à l'étude. Ainsi, sur la FIG. 5.12, on peut observer la déflexion maximale δ_{\max}/c atteinte au cours d'un cycle d'oscillation en fonction de la fréquence naturelle (définie à l'Annexe 3) $f_N^* = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\theta}{I}} \frac{c}{U_\infty}$ pour l'ensemble des simulations présentées aux tableaux 5.3 et 5.4. Le paramètre f_N^* est d'un grand intérêt ici puisqu'il permet de regrouper à la fois la valeur de la rigidité du ressort K_θ et la position de l'articulation x^h/c (par le biais de l'inertie du corps passif par rapport à l'articulation). C'est donc un paramètre qui permet la comparaison entre différentes configurations géométriques plutôt qu'entre différentes articulations. On constate ainsi que plus la rigidité (exprimée via la fréquence naturelle) augmente, plus la déflexion maximale diminue et ce, peu importe la valeur du ratio de densité D^* et la position x^h de l'articulation. C'est un résultat logique, mais qui démontre malgré tout que la déformation à ces ratios de densité est plutôt indépendante de l'aérodynamique et semble principalement gouvernée par la cinématique et les forces inertielles. Ceci correspond bien à l'idée de nano-véhicules aériens se déplaçant dans l'air par exemple.

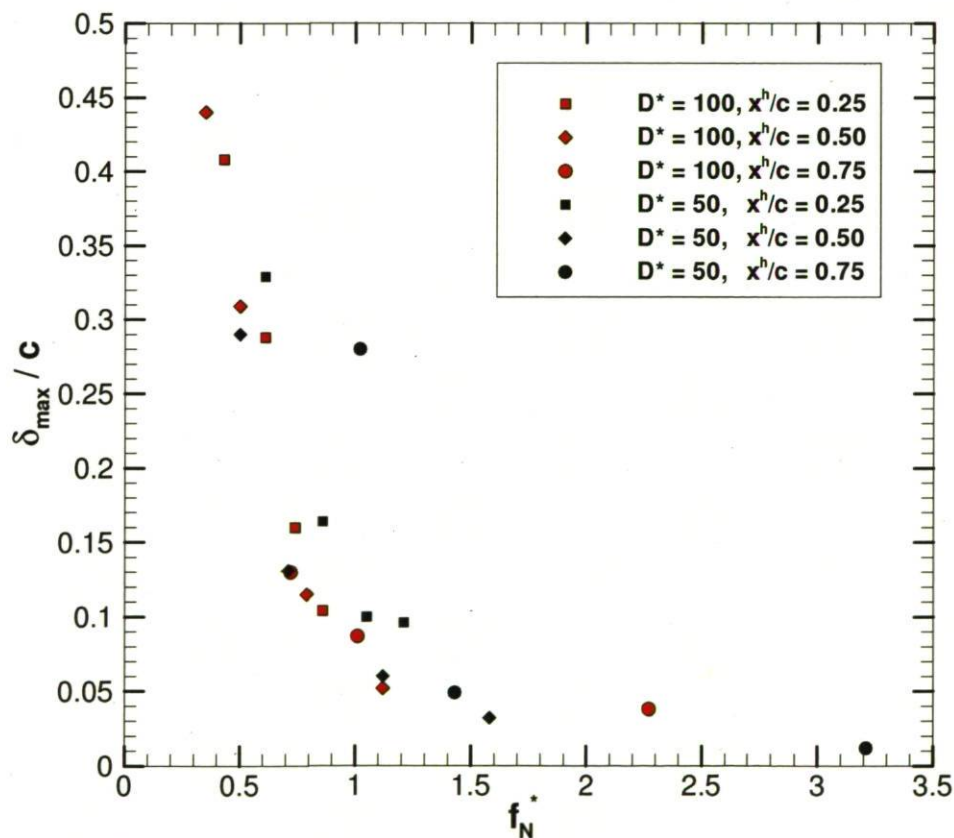


FIG. 5.12 – Déflexion maximale lors d'un cycle d'oscillation en fonction de la fréquence naturelle f_N^* pour l'ensemble des cas présentés aux tableaux 5.3 et 5.4. $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$ pour $D^* = 100$ (en rouge) et $D^* = 50$ (en noir).

En plus de la rigidité, la position de l'articulation, qui concentre finalement toute la flexibilité en un seul point, a un impact important. Afin de visualiser plus aisément l'impact de cette position, la FIG. 5.13 présente les résultats mécaniques globaux de poussée moyenne, de puissance moyenne et de rendement en fonction de la position de l'articulation x^h/c pour une articulation présentant le même joint torsionnel ($K_\theta^* = 5$ et $D_\theta^* = 0$) pour deux ratios de densité différents ($D^* = 50$ et $D^* = 100$).

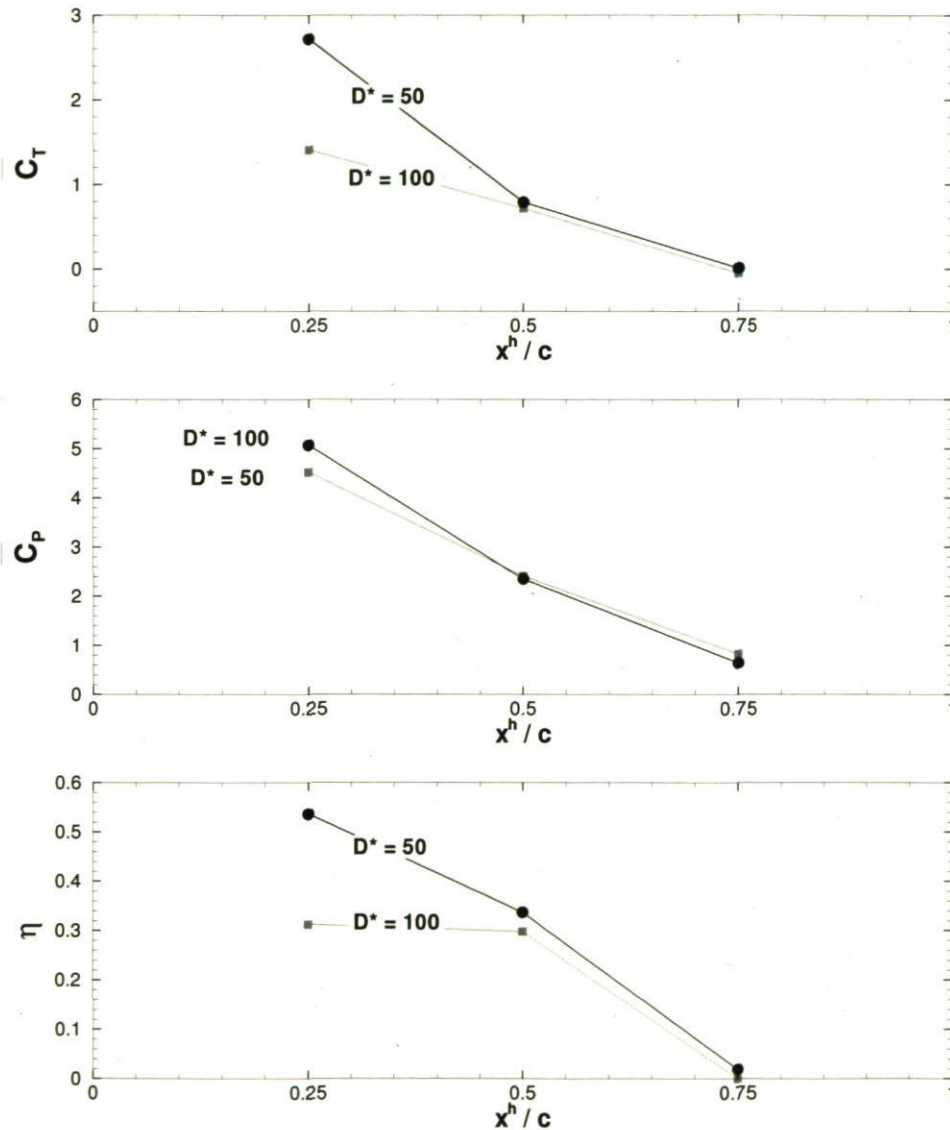


FIG. 5.13 – Comparaison des résultats globaux de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement pour une aile oscillante en propulsion en fonction de la position de l'articulation (x^h/c) pour un joint torsionnel identique ($K_\theta^* = 5$ et $D_\theta^* = 0$) pour les deux ratios de densité étudiés ($D^* = 100$ versus 50); avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$.

Pour le cas étudié, on constate que la poussée diminue avec l'articulation qu'on dé-

place vers le bord de fuite. Ainsi, \overline{C}_T est élevé lorsque l'articulation est plus près du bord d'attaque et s'approche de 0 lorsque l'articulation recule vers le bord de fuite. La puissance à fournir suit la même tangente, possiblement parce que le coût lié à la déformation est moins important si le corps mené est plus petit. Le rendement en propulsion est donc supérieur lorsque l'articulation est plus près du bord d'attaque. Dans ce cas, il est même nul avec un joint torsionnel situé au trois quart de la corde. Enfin, on constate qu'un ratio de densité plus faible présente des performances légèrement supérieures dans tous les cas, et même deux fois plus élevées pour l'articulation au quart de corde. Cette tendance semble indiquer qu'une déformation moins inertielle, donc plus gouvernée par l'écoulement (qui s'y adapte mieux) améliore les performances. Ce sera investigué davantage à la section 5.2.3.

Analyse

Jusqu'à maintenant, des résultats globaux (des coefficients moyennés entre autres) ont été comparés pour quantifier sommairement l'impact de la flexibilité. Pour jeter un regard plus approfondi sur la physique, on s'intéressera également à l'évolution temporelle des quantités physiques d'intérêt sur un cycle d'oscillation.

La FIG. 5.14 présente d'abord l'évolution des coefficients de forces aérodynamiques instantanés C_X , C_Y et C_M agissant au PA sur six cycles d'oscillations, du démarrage jusqu'à l'atteinte d'une périodicité convenable pour un cas typique de chacune des trois positions d'articulations étudiées. La durée des simulation a été déterminée afin de présenter un bon compromis entre temps de calcul et précision de réponse adéquate pour l'étude paramétrique non-exhaustive qui a été menée. Les simulations concernant les pivots au quart de corde ne présentent toutefois pas une signature périodique comparable aux autres positions, on y décèle un comportement plus chaotique, et ce, même bien au-delà de six cycles.

Ensuite, la FIG. 5.15 présente plus en détail les performances de quelques cas sélectionnés parmi l'ensemble des résultats, en illustrant l'évolution des coefficients de poussée et de puissance mécaniques et aérodynamiques au cours d'un cycle d'oscillation. Les cas sélectionnés regroupent un cas dit de grande flexibilité et un de flexibilité faible pour les trois positions d'articulation avec une densité $D^* = 50$. Les figures 5.16 à 5.22 présentent le champ de vorticités à différents instants dans le cycle des cas flexibles sélectionnés à la FIG. 5.15, ainsi que le cas rigide (dont les coefficients de poussée et de puissance sont illustrés à la FIG. 5.24).

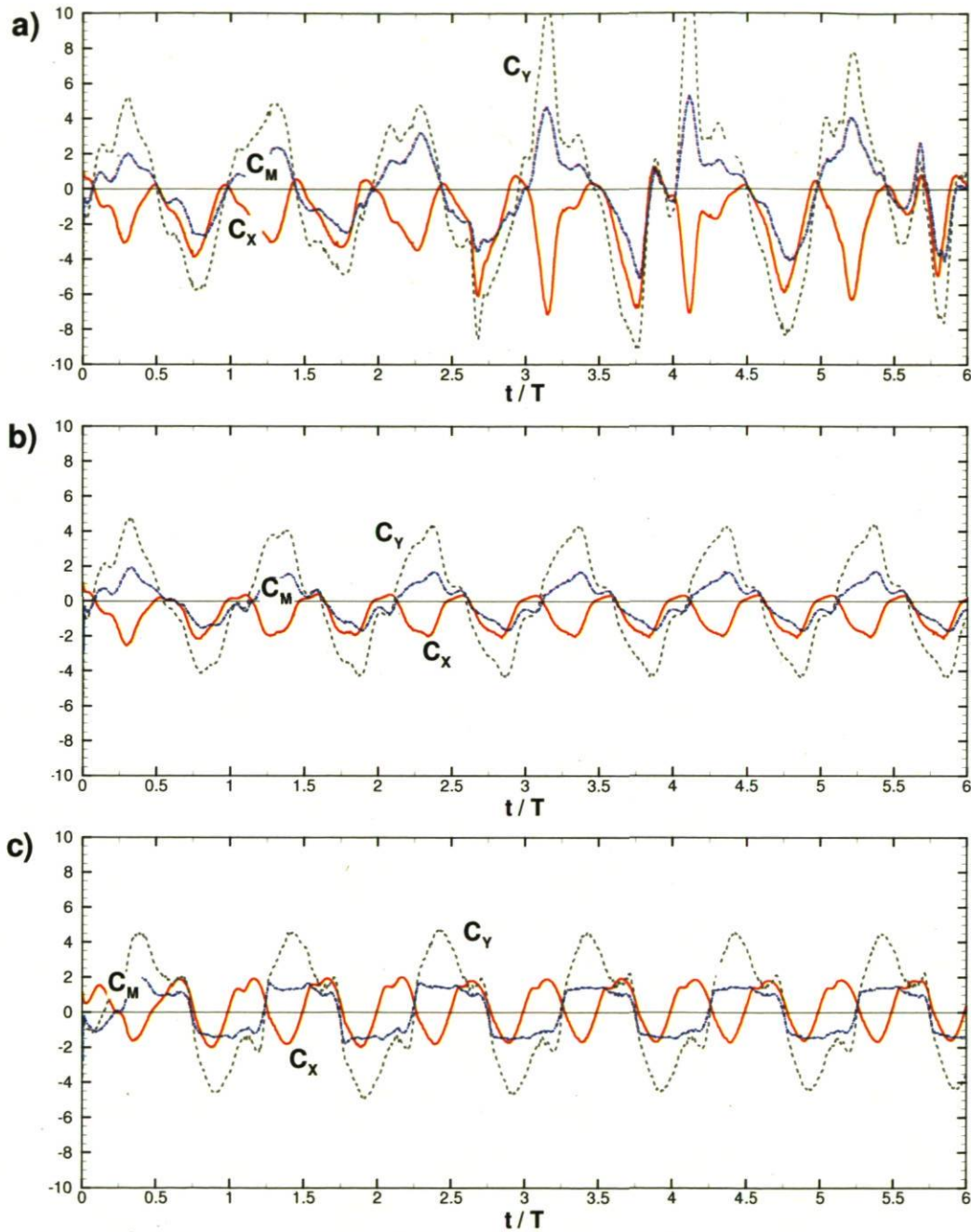


FIG. 5.14 – Évolution des coefficients de forces aérodynamiques instantanées sur 6 cycles d'oscillation pour une aile oscillante en propulsion; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D^* = 50$, $D_\theta^* = 0$ pour trois positions d'articulation : a) $x^h = c/4$ et $K_\theta^* = 2$, b) $x^h = c/2$ et $K_\theta^* = 5$ et c) $x^h = 3c/4$ et $K_\theta^* = 0.5$.

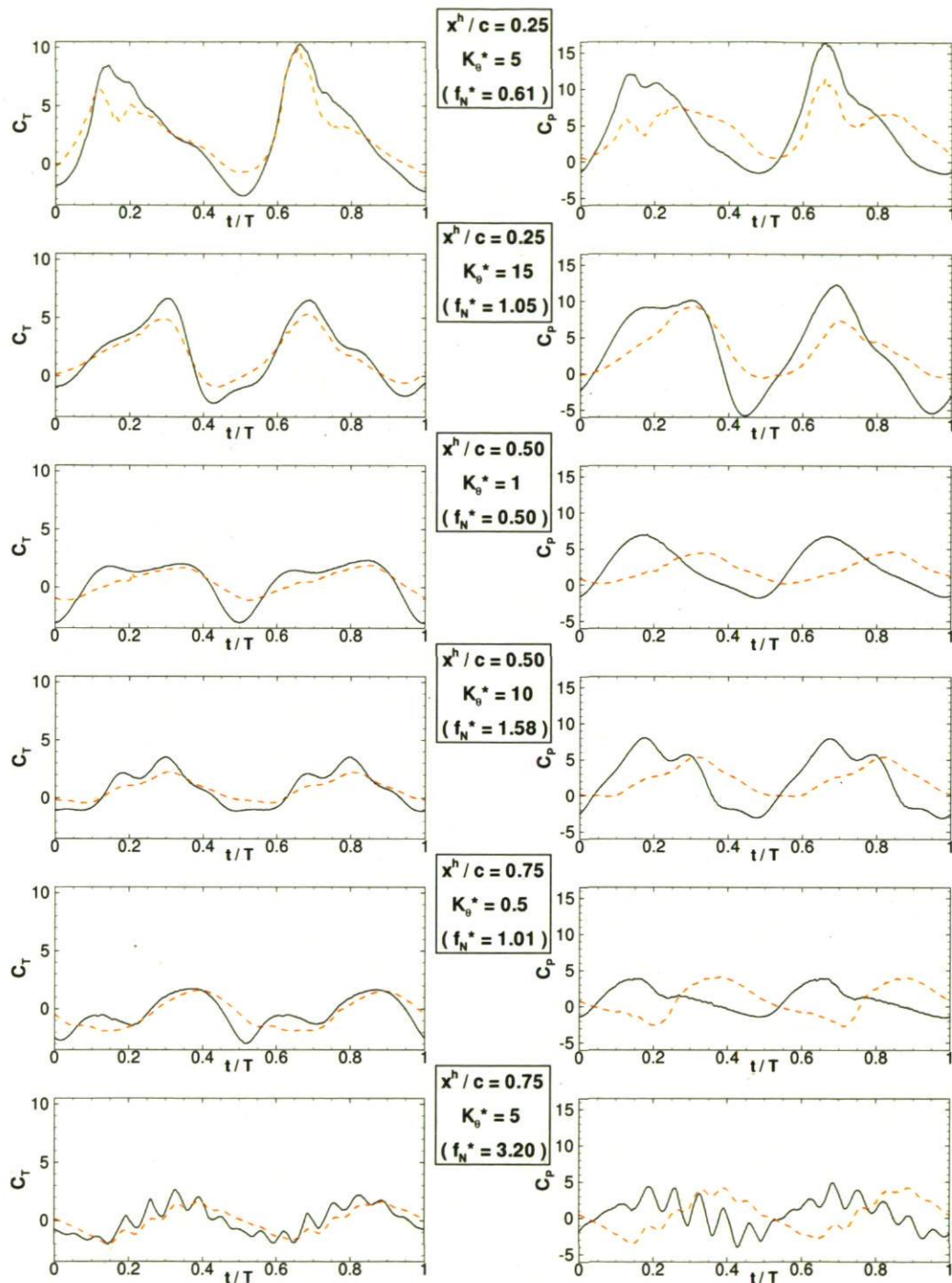


FIG. 5.15 – Évolution des coefficients instantanés de poussée et de puissance aérodynamiques (---) et mécaniques (—) sur un cycle d'oscillation pour des ailes oscillantes en propulsion de ratio de densité $D^* = 50$ pour différentes rigidités et positions d'articulation; avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

Comme on peut le voir à la FIG. 5.16, qui présente un cas typique de propulsion à aile oscillante rigide, la présence d'un tourbillon important au-dessus de l'aile lorsqu'elle est en bas de trajectoire (*i.e.*, à $t/T = 0.5$) et en dessous lorsqu'elle est au haut de sa trajectoire (*i.e.*, à $t/T = 1$) sous-entend une force C_Y dans la direction opposée au mouvement (à la vitesse verticale V_Y). Cela signifie qu'une puissance doit être fournie à l'aile pour la mettre à mouvement et combattre la résistance du fluide, ce qui généralement signifie que l'aile est bien en régime de propulsion (en régime d'extraction d'énergie, les tourbillons se retrouveraient à l'opposé, signe d'une puissance extraite). Cette aile, sous ces conditions, produit une éjection de deux tourbillons principaux contra-rotatifs au cours d'un cycle d'oscillation.

Aux figures 5.17 et 5.18, on retrouve des cas flexibles où l'articulation se situe au quart de corde. Ceci conduit à un comportement tout à fait différent de l'aile rigide bien que les mouvements imposés au corps mené soient les mêmes ! On constate que le corps mené, par sa rotation, produit une éjection tourbillonnaire importante au bord de fuite qui interagit fortement avec les tourbillons déjà présents, menant à un comportement très imprévisible et générant des forces de grande amplitude. On remarque bien qu'il n'y a pas de périodicité observable dans l'écoulement de par l'absence d'anti-symétrie au niveau des structures tourbillonnaires. Par contre, la déformation de l'aile se comporte essentiellement de la même façon dans les deux portions du cycle.

Aux figures 5.19 et 5.20, on retrouve des cas avec une articulation à mi-corde. Ceux-ci présentent un comportement qui se rapproche beaucoup du corps rigide, surtout pour une flexibilité faible. À grande flexibilité, on remarque une déflexion significative (voir $t/T = 0.125$ par exemple) qui affecte l'écoulement et augmente la traînée par rapport au cas nominal rigide. Dans les deux cas présentés, on observe un même comportement pour l'aile et l'écoulement sur les deux moitiés du cycle, témoignant d'une périodicité satisfaisante.

Enfin, aux figures 5.21 et 5.22, on remarque que les cas avec une articulation aux trois quarts de corde diffèrent plus du cas rigide que ceux avec l'articulation à mi-corde. Par exemple, cela a pour effet de réduire le décrochage dynamique, et par le fait même l'amplitude des forces générées. Encore une fois, l'allure du champ de vorticité est révélatrice d'une périodicité de l'écoulement et la déformation est égale et oppos e sur les deux demi-périodes d'oscillation.

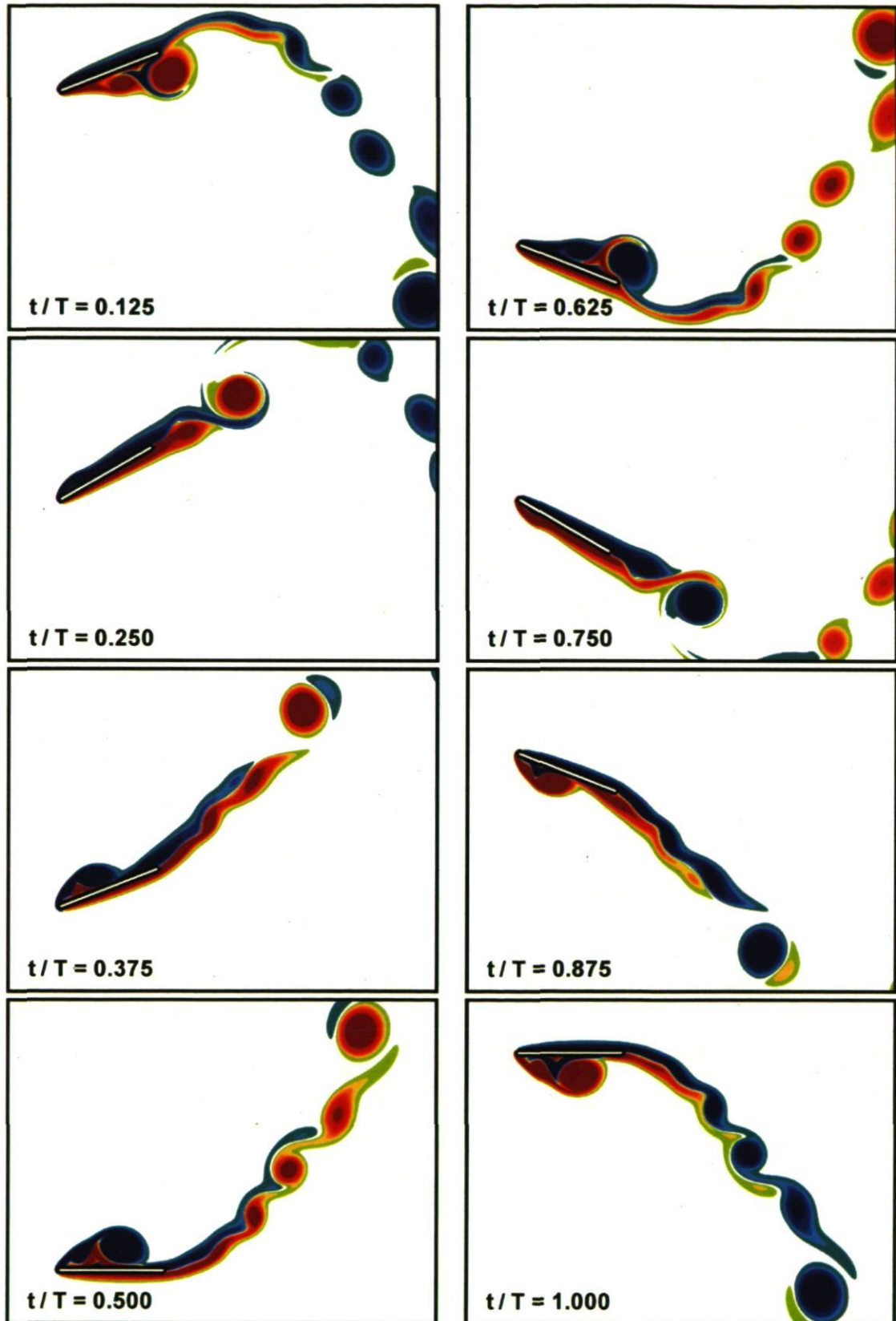


FIG. 5.16 – Champ de vorticité pour une aile oscillante rigide en régime de propulsion, avec $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$ et $\alpha_0 = 30^\circ$ sur un cycle d'oscillation.

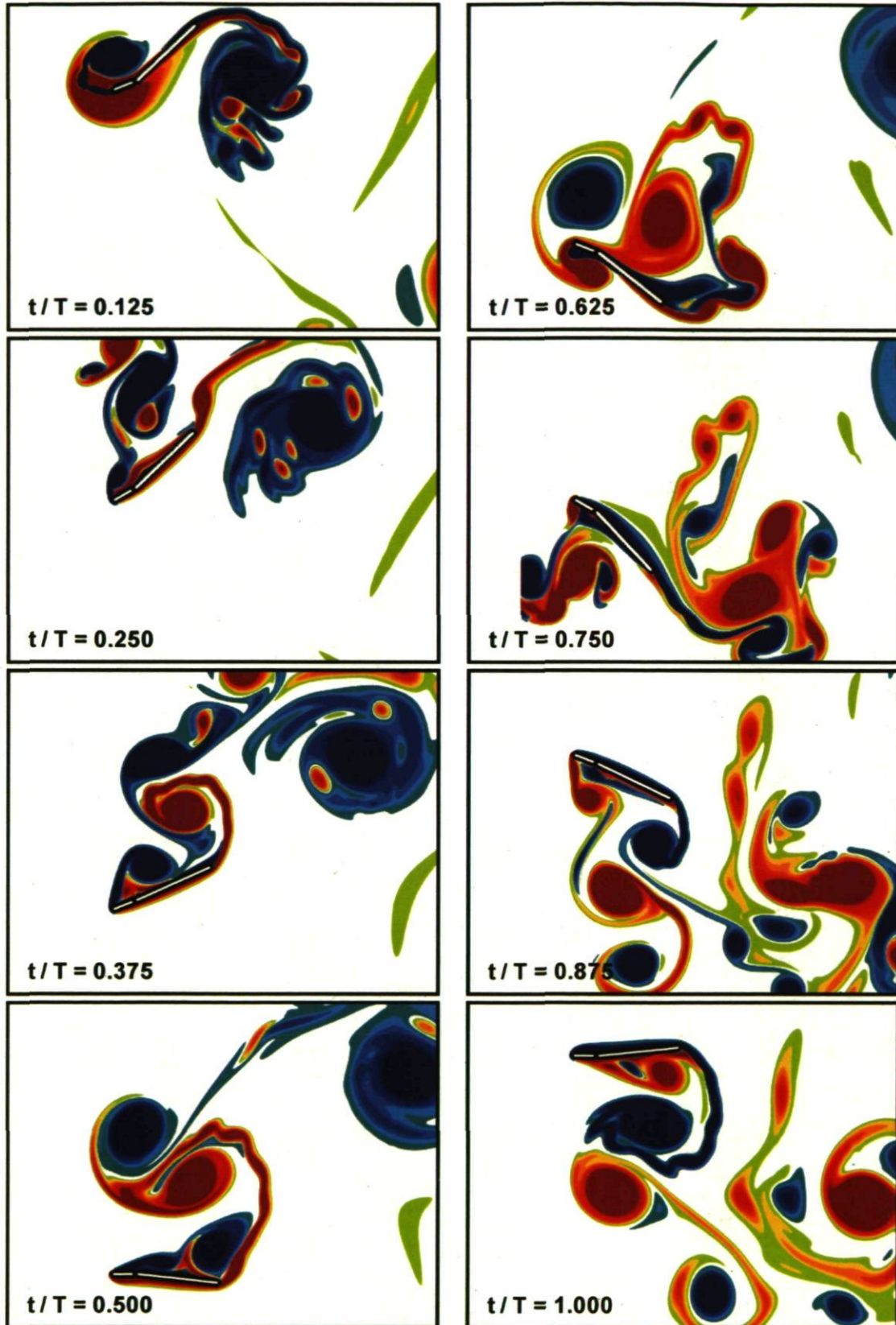


FIG. 5.17 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 5$) pour une articulation au quart de corde sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

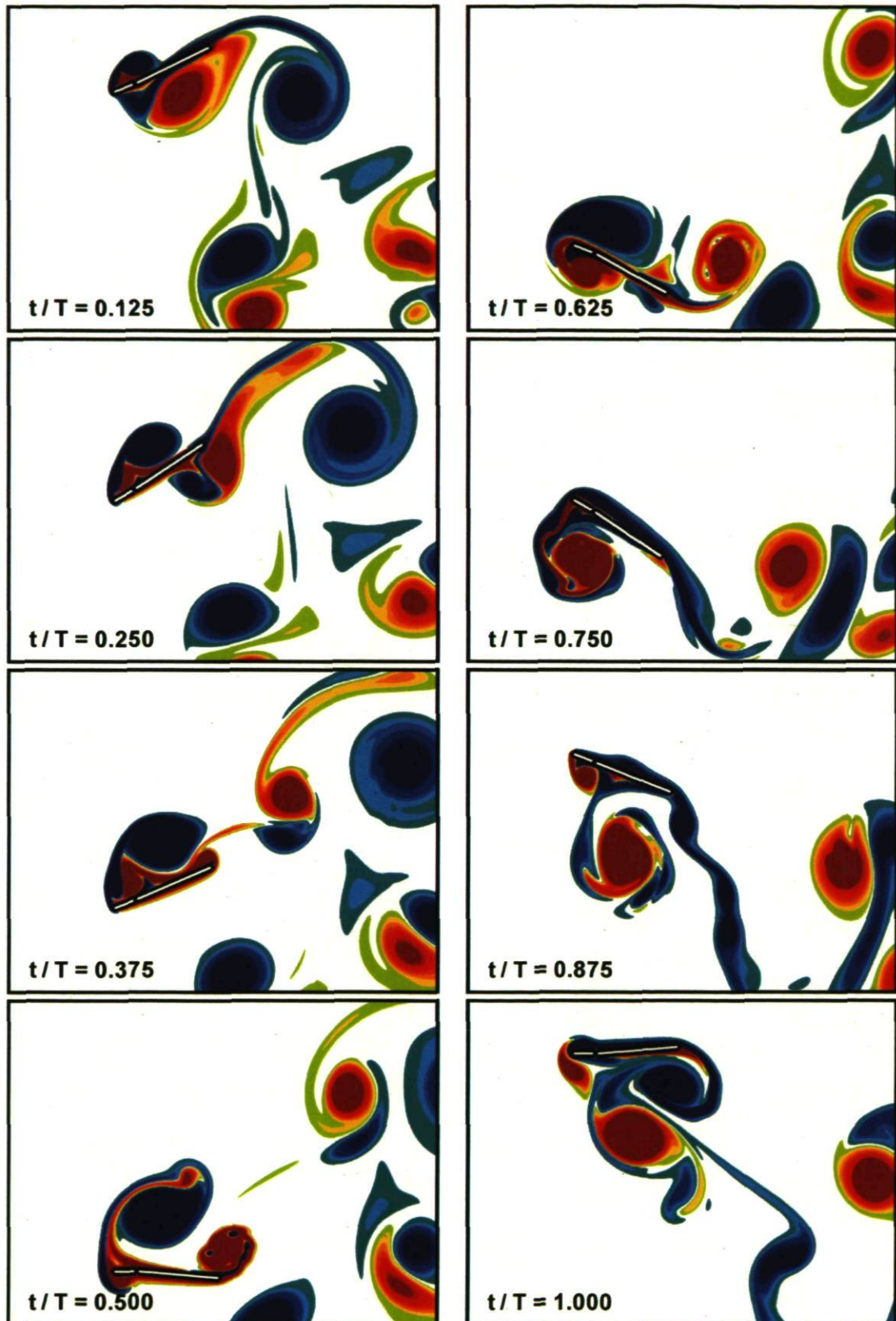


FIG. 5.18 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 15$) pour une articulation au quart de corde sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

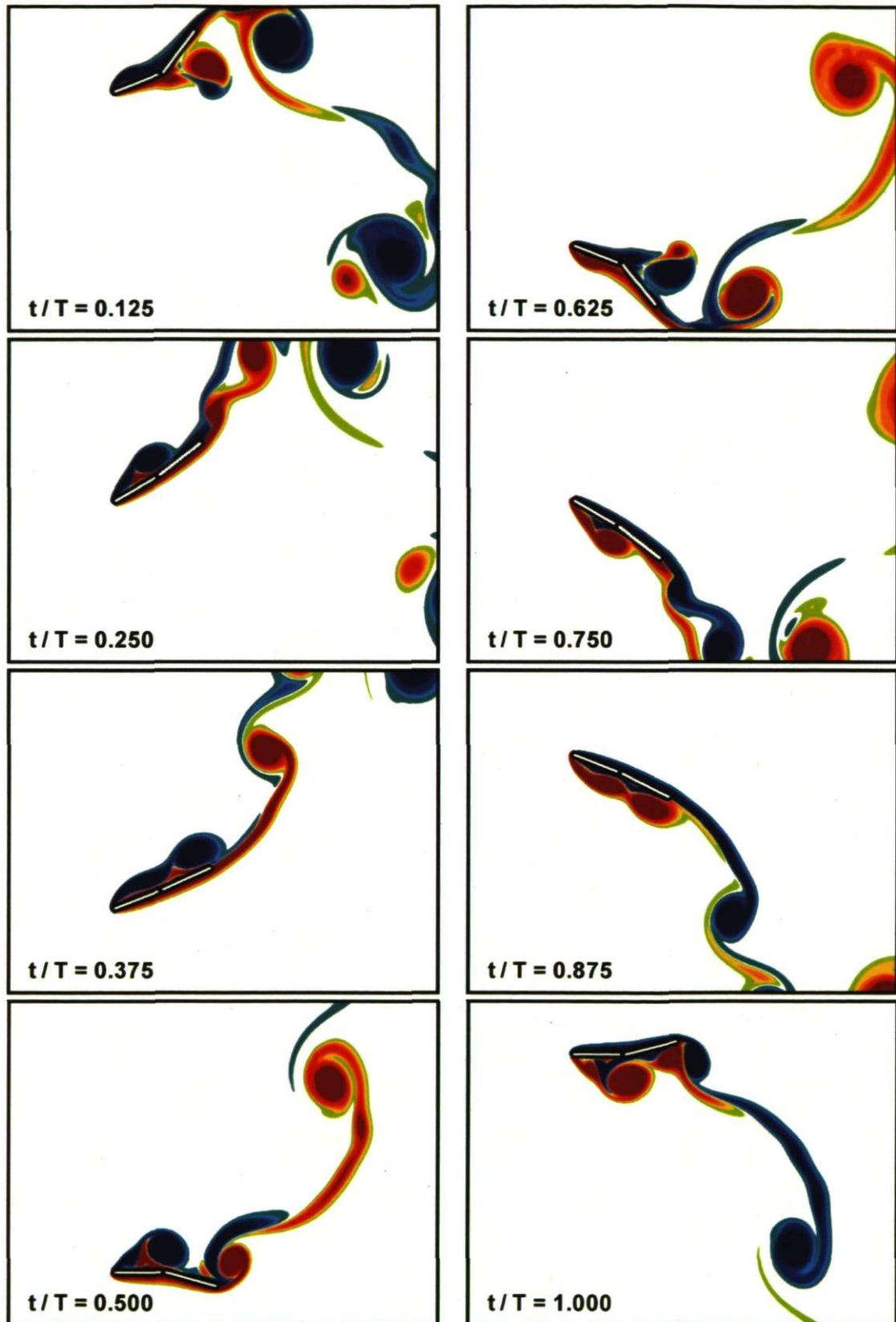


FIG. 5.19 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 1$) pour une articulation à mi-corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

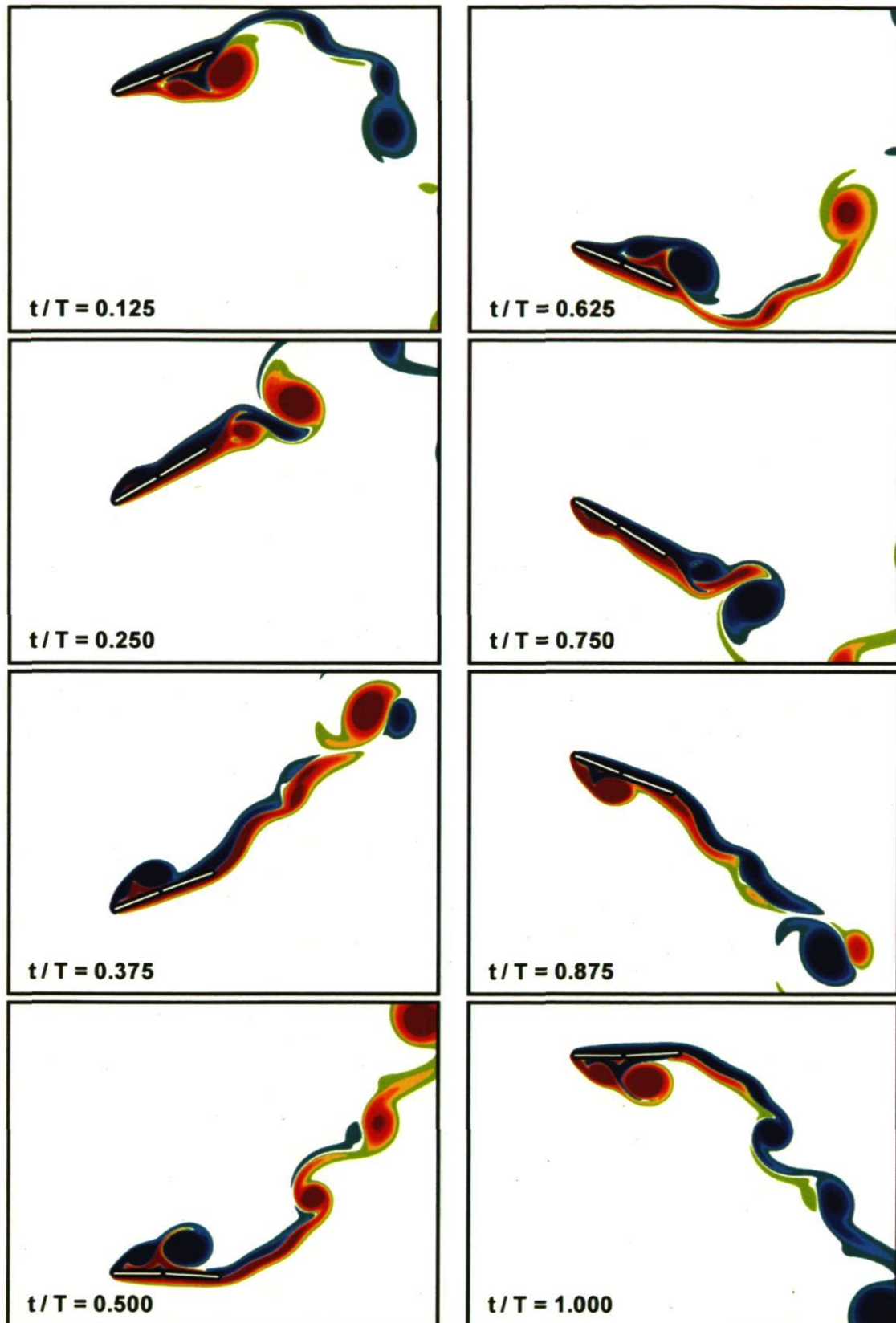


FIG. 5.20 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 10$) pour une articulation à mi-corde sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

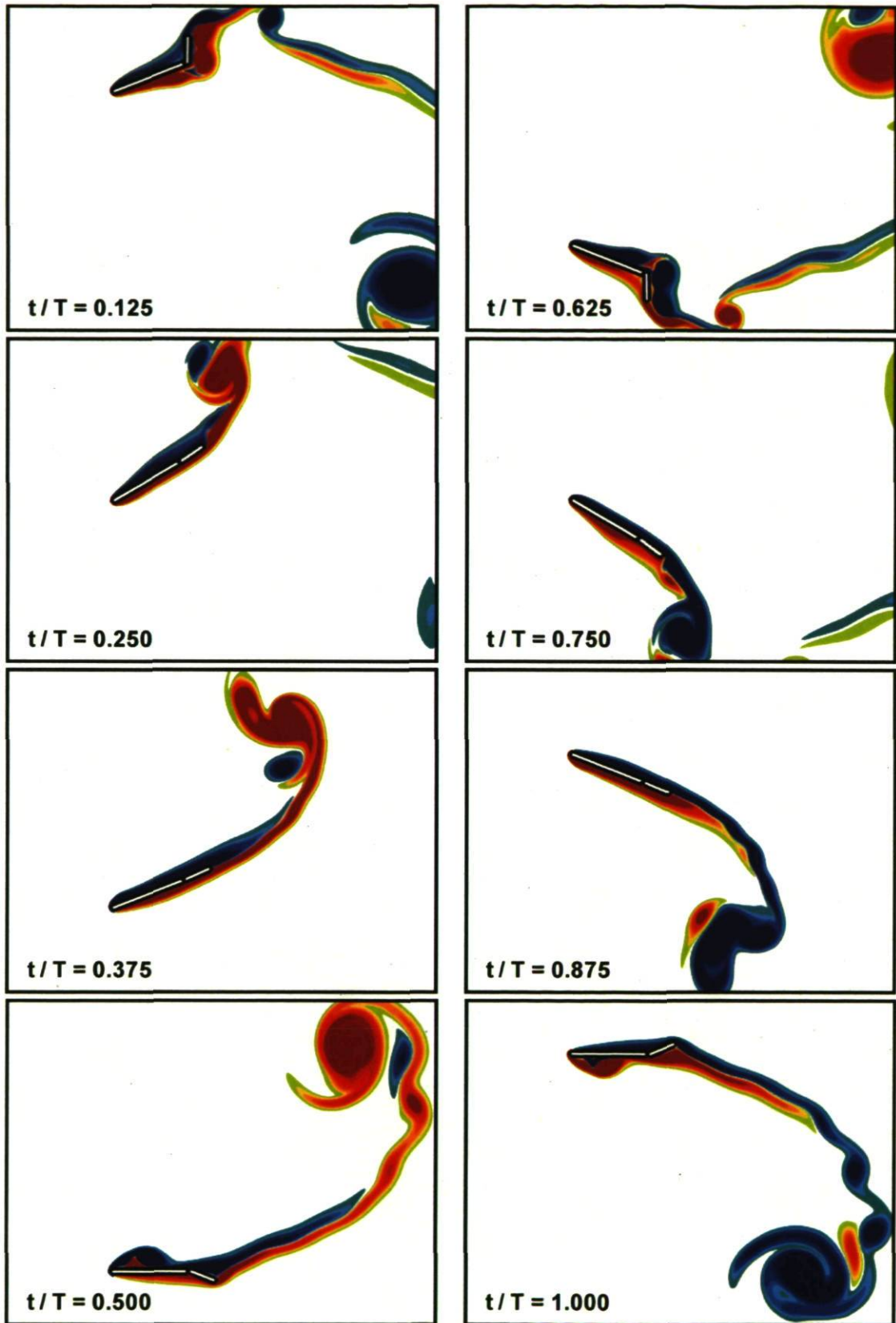


FIG. 5.21 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une grande flexibilité ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 0.5$) pour une articulation aux trois quarts de corde sur un cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

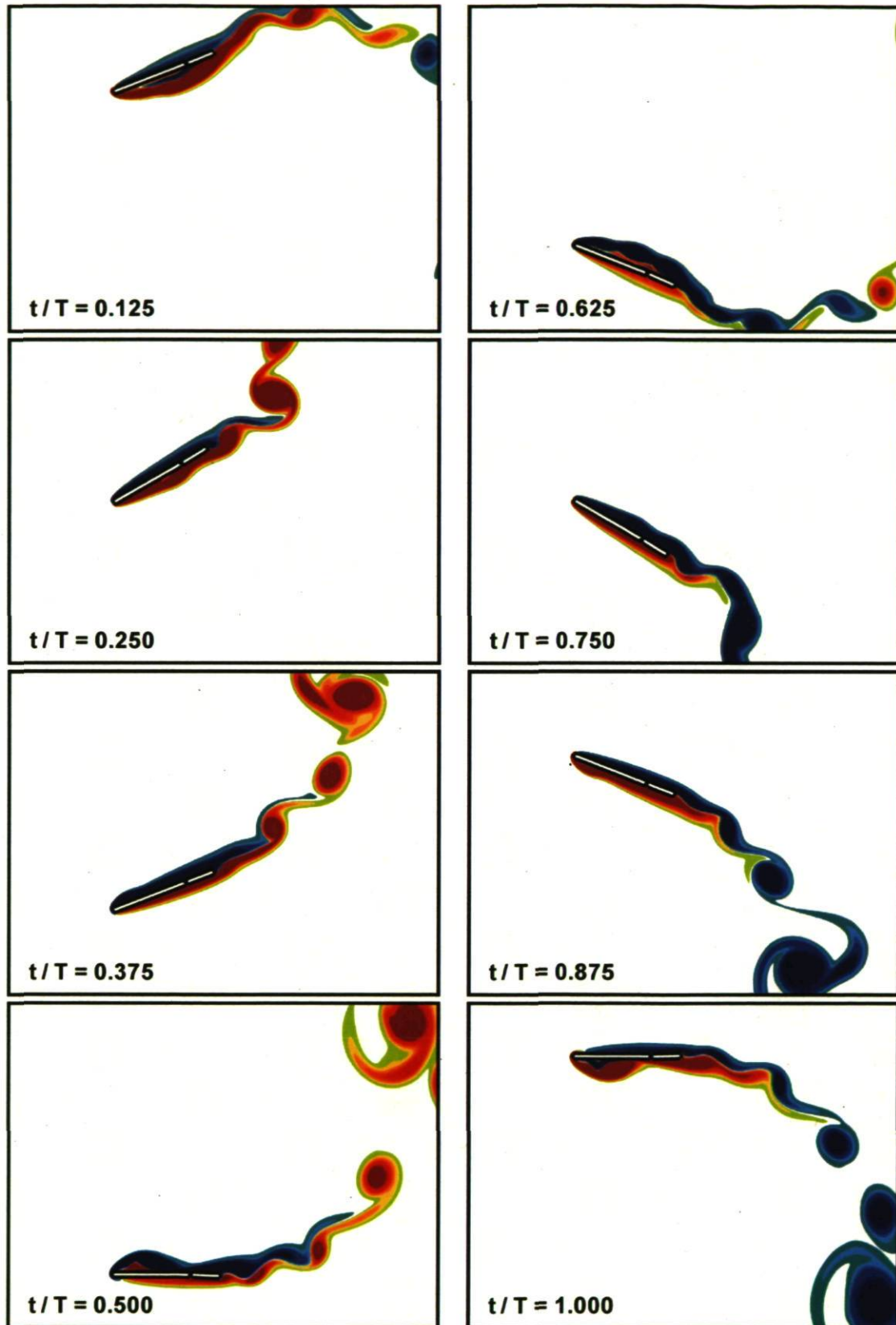


FIG. 5.22 – Champ de vorticité pour une aile oscillante en régime de propulsion avec une flexibilité faible ($D^* = 50$ et $K_\theta^* = 5$) pour une articulation aux trois quarts de corde sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

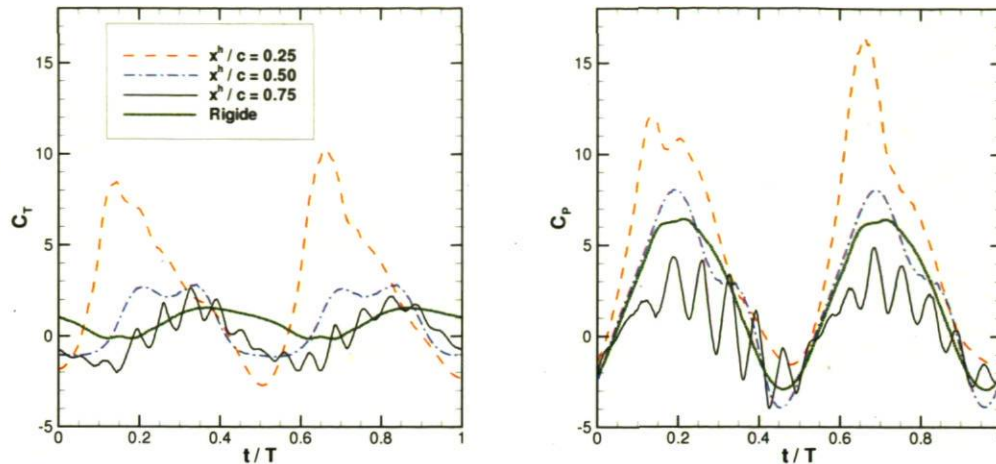


FIG. 5.23 – Évolution temporelle des coefficients mécaniques instantanés de poussée (à gauche) et de puissance (à droite) sur un cycle d'oscillation pour des ailes oscillantes en propulsion ; $Re = 1000$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, ayant toutes la même rigidité $K_\theta^* = 5$ et un ratio de densité $D^* = 50$ pour les trois positions d'articulation x^h/c à l'étude.

La FIG. 5.23 présente une comparaison des coefficients de poussée et de puissance mécaniques pour trois ailes dont l'articulation est dotée du même joint torsionnel à une position différente le long de la corde. On constate que les valeurs maximales se présentent plus tôt dans le cycle pour l'articulation à $x^h/c = 0.25$, suite à l'importante déflexion du corps mené, rabattu par les forces de rappel élastique (à $t/T \approx 0.15$ et 0.65). À l'inverse, plus le joint torsionnel se rapproche du bord de fuite, plus les valeurs maximales sont atteintes tard dans le cycle. De plus, les signaux sont très fluctuants avec l'articulation en $x^h/c = 0.75$ puisque le corps mené oscille beaucoup plus rapidement, conséquence d'une inertie plus faible (et donc d'une fréquence naturelle plus élevée, $f_N^* = 3.20$ dans ce cas)⁵. Bref, pour un même joint torsionnel, on s'aperçoit que la position x^h/c modifie complètement le comportement d'une aile articulée.

La FIG. 5.24 présente les variations entre une aile flexible ($K_\theta^* = 10$ et $x^h = c/2$) et une aile rigide qui offrent des performances similaires quant au rendement. Ces ailes, de densité $D^* = 50$, produisent une poussée moyenne ($\overline{C_T}$) presque équivalente, quoique légèrement supérieure pour l'aile flexible, malgré une répartition différente de la poussée instantanée au cours d'un cycle. L'ajout d'un élément flexible par rapport à une aile entièrement rigide induit des forces et des puissances instantanées moins régulières au

⁵Dans un tel contexte, l'utilisateur devra être prudent par rapport à la résolution temporelle des simulations numériques. Ainsi, pour ce cas dont la valeur de f_N^* est la plus élevée de la présente étude paramétrique, on a $\Delta t = T_N/125$, ce qui est amplement suffisant.

cours d'un cycle, présentant des maximums locaux souvent plus importants dus à la déflexion du corps mené. Le rôle de l'inertie est conséquemment non-négligeable dans le dimensionnement d'un système mécanique réel, par exemple un nano-véhicule aérien, puisque celle-ci implique des forces et puissances instantanées qui peuvent fortement différer de l'aérodynamique.

De plus, on constate, autant dans le cas rigide que flexible, que la puissance moyenne totale (\overline{C}_P) à fournir, composée d'une contribution linéaire \overline{C}_{P_y} (mouvement dans la direction y) et d'une contribution angulaire \overline{C}_{P_θ} , comprend un apport positif pour ces deux quantités d'un point de vue aérodynamique, mais un apport positif et un apport négatif au niveau mécanique. C'est-à-dire qu'une grande puissance mécanique doit être fournie pour générer le déplacement linéaire de l'aile (apport positif), puissance néanmoins quelque peu réduite par l'effet inertiel angulaire (apport négatif). Ainsi, les contributions inertielles linéaire et angulaire à la puissance (qui distinguent essentiellement les puissances mécaniques des puissances aérodynamiques) sont égales et opposées, tel que nous l'avons vu à la section 2.1.3, résultant en des puissances moyennes totales égales ($\overline{C}_P = \overline{C}'_P$) malgré des contributions angulaires et linéaires qui sont différentes ($\overline{C}_{P_\theta} \neq \overline{C}'_{P_\theta}$ et $\overline{C}_{P_y} \neq \overline{C}'_{P_y}$, mais $[\overline{C}'_{P_y} - \overline{C}_{P_y}] = -[\overline{C}'_{P_\theta} - \overline{C}_{P_\theta}]$) tel que c'est illustré pour les cas rigide et flexible de la FIG. 5.24. Par ailleurs, on constate que la puissance mécanique instantanée n'est pas en phase avec la puissance aérodynamique pour un tel ratio de densité (plus de détails sur cet aspect à la section suivante).

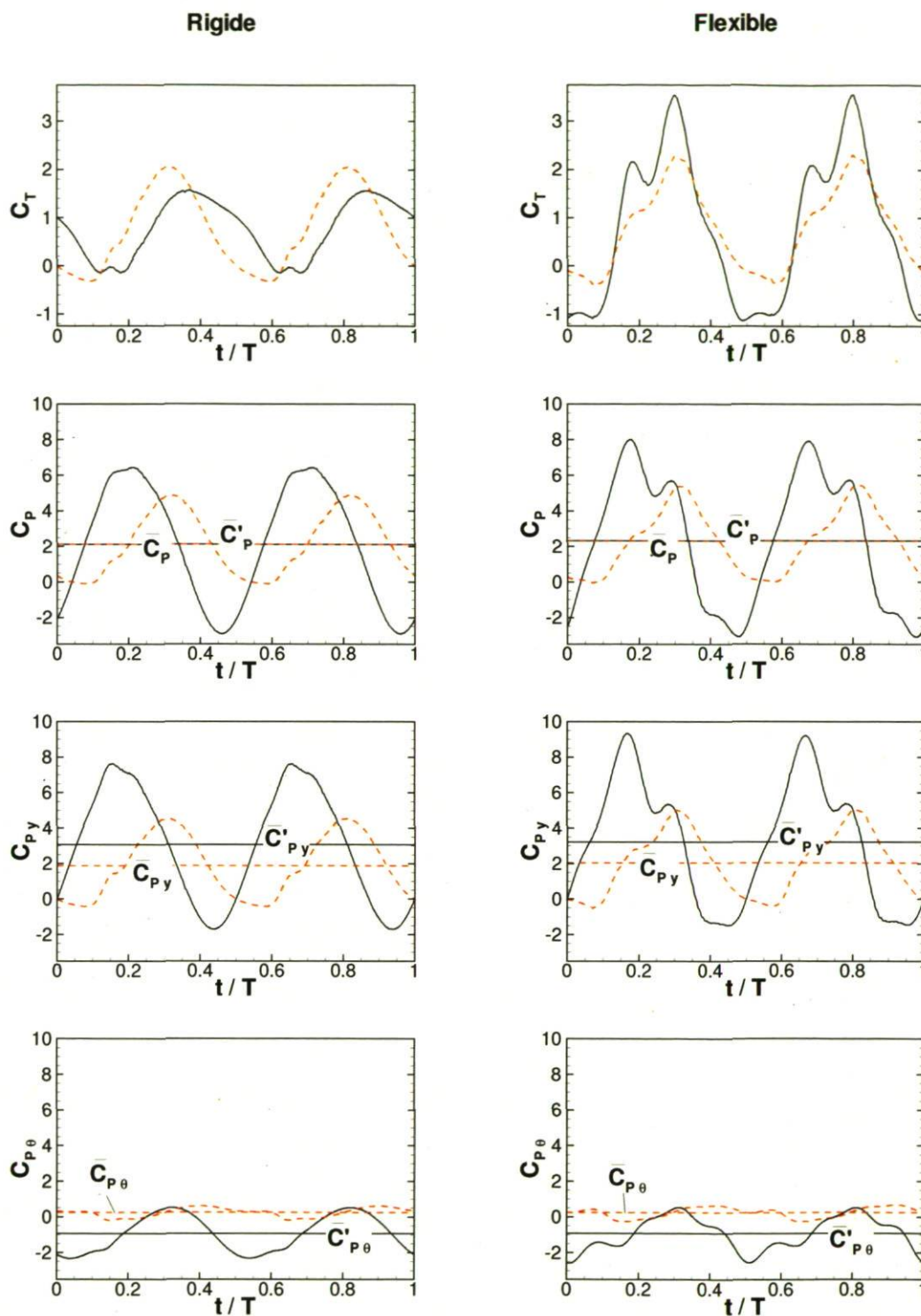


FIG. 5.24 – Comparaison des coefficients instantanés de poussée, de puissance, de puissance linéaire et de puissance angulaire aérodynamiques (---) et mécaniques (—) sur un cycle d'oscillation pour une aile rigide versus une aile flexible ($K_\theta^* = 10$ et $x^h = c/2$) présentant un rendement similaire ($\eta = 35.9\%$ versus $\eta = 34.6\%$) et un ratio de densité $D^* = 50$. Les valeurs moyennes des coefficients de puissances totale, de pilonnement et de tangage sont également illustrées à des fins de comparaison.

5.2.3 Rôle du ratio de densité

Paramètres

Afin d'explorer plus en détail le rôle du ratio de densité D^* , lequel rappelons-le correspond au rapport de la densité du solide sur la densité du fluide (*i.e.* $D^* = \rho_s/\rho_f$), le tableau 5.5 permet de comparer le cas d'une aile dont le seul paramètre qui varie est le ratio de densité D^* . L'aile est dotée d'une articulation à la mi-corde ($x^h = c/2$), d'un ressort de rigidité $K_\theta^* = 2$, sans amortissement ($D_\theta^* = 0$) et D^* prend des valeurs qui vont de 100 à 5. À titre comparatif, rappelons que pour une aile rigide, C_T vaut 0.764, $C_P = 2.129$, pour un rendement de $\eta = 35.9\%$.

TAB. 5.5 – Sommaire des résultats d'une aile articulée en propulsion en fonction du ratio de densité D^* pour une rigidité de $K_\theta^* = 2$ et une articulation à la mi-corde ($x^h = c/2$), avec les paramètres $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

		Aérodynamique			Mécanique			Déflexion
D^*	f_N^*	\bar{C}_T	\bar{C}_P	η	\bar{C}'_T	\bar{C}'_P	η	δ_{max}/c
100	0.50	0.328	2.285	0.144	0.329	2.400	0.137	0.31
50	0.71	0.708	2.367	0.299	0.705	2.384	0.296	0.13
25	1.00	0.799	2.312	0.346	0.800	2.332	0.343	0.07
10	1.58	0.879	2.356	0.373	0.884	2.368	0.373	0.06
5	2.24	0.816	2.220	0.367	0.801	2.201	0.364	0.045
Rigide		0.764	2.129	0.359	0.764	2.129	0.359	0

Résultats

Ainsi, comme on peut le voir dans le tableau 5.5 ainsi que sur la figure 5.25, on constate que la propulsion augmente en diminuant le ratio de densité pour le cas particulier à l'étude. En effet, pour $D^* = 5$ par exemple, on constate que \bar{C}_T est même plus de deux fois plus grand que pour un ratio élevé de $D^* = 100$. Pour des ratios $D^* > 30$, on constate même que la poussée est moindre que dans le cas d'une aile rigide alors qu'elle est légèrement supérieure avec $D^* < 30$ pour le cas présent. Toutefois, un ratio très bas présente également une diminution de la poussée, qui atteint un maximum à $D^* = 10$. La puissance à fournir augmente légèrement avec la densité dans le cas de l'aile flexible, et elle est toujours supérieure au cas rigide. Il semble donc y avoir un coût net associé à la déformation pour cette configuration, quoiqu'il se situe au maximum

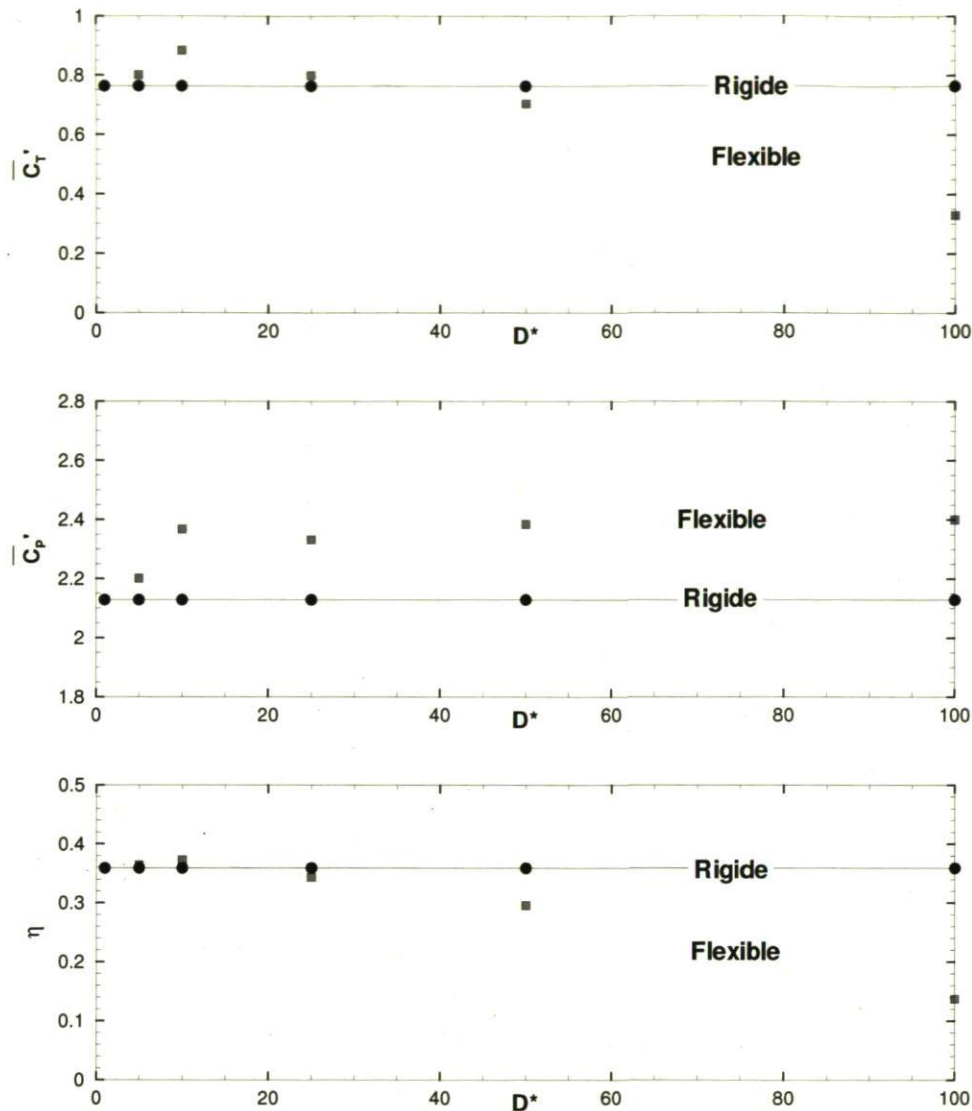


FIG. 5.25 – Comparaison des coefficients mécaniques de poussée moyenne, puissance moyenne et rendement en fonction du ratio de densité D^* d'un aile oscillante rigide (-●-) versus une aile flexible (-■-) de rigidité $K_\theta^* = 2$ pour une articulation à mi-corde ($x^h = c/2$) sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

à environ 13% de plus que le cas rigide. Ceci conduit à des rendements plus élevés pour l'aile flexible à bas ratio de densité $D^* < 20$ alors que l'aile rigide présente des performances supérieures au-delà. Le rendement connaît une décroissance quasi-linéaire à partir de son sommet à $D^* = 10$. Cet optimum peut s'expliquer par une déformation de l'aile plus sensible à l'écoulement, contrairement à une déformation inertielle qui induit généralement une phase non-optimale entre le pilonnement et le tangage passif.

Analyse

Au cours d'un cycle d'oscillation, le changement de densité entraîne des différences notables au niveau de la poussée et de la puissance, autant au niveau mécanique qu'aérodynamique. La FIG. 5.26 présente les coefficients instantanés de poussée et de puissance aérodynamiques versus mécaniques pour tous ces cas flexibles, dont le seul paramètre variable est D^* . La performance aérodynamique du cas rigide est également comparée. On constate qu'il y a plus de variabilité entre les valeurs instantanées des coefficients mécaniques que des coefficients aérodynamiques, conséquence logique des forces inertielles plus ou moins importantes qui sont en jeu.

On constate au premier coup d'oeil que plus D^* est faible, plus les courbes mécaniques et aérodynamiques se confondent, résultat d'une contribution inertielle qui devient négligeable. Tandis que pour $D^* = 100$, les coefficients mécaniques sont deux fois plus élevés que ceux aérodynamiques. C'est donc dire que la contribution inertielle, nulle sur une période, est néanmoins d'une grande importance d'un point de vue instantané. En plus de l'amplitude, la phase des coefficients mécaniques les différencie de ceux aérodynamiques (lorsque l'inertie est non-négligeable). Ainsi, lorsque la vitesse et l'accélération linéaires sont de même signe, on constate une puissance instantanée élevée pour vaincre l'inertie (soit de $t/T = 0$ à 0.25 et de $t/T = 0.5$ à 0.75) qui est importante devant la puissance due aux forces aérodynamiques. Inversement, en bout de course, l'inertie de l'aile réduit la puissance nécessaire à vaincre le fluide.

Quant aux différences du C_T instantané dans les cas fortement inertiels, elles proviennent de la rotation importante du corps mené autour de son pivot qui provoque des accélérations et décélérations successives, ainsi que de la rotation du corps menant autour de son PA, non-confondu avec son centroïde. Au niveau aérodynamique, on remarque qu'à D^* élevé une grande portion du cycle n'offre pas une poussée nette, mais plutôt une traînée alors que les faibles déflexions observées à bas D^* permettent un $C_T > 0$ sur l'ensemble du cycle.

Les cas inertiels présentent un léger déphasage par rapport au cas rigide tandis que les cas qui le sont moins présentent de légères fluctuations autour d'une tendance toutefois similaire. Dans le premier cas, la déflexion importante explique le phénomène alors que dans le second, c'est plutôt la fréquence des oscillations du corps mené qui est responsable.

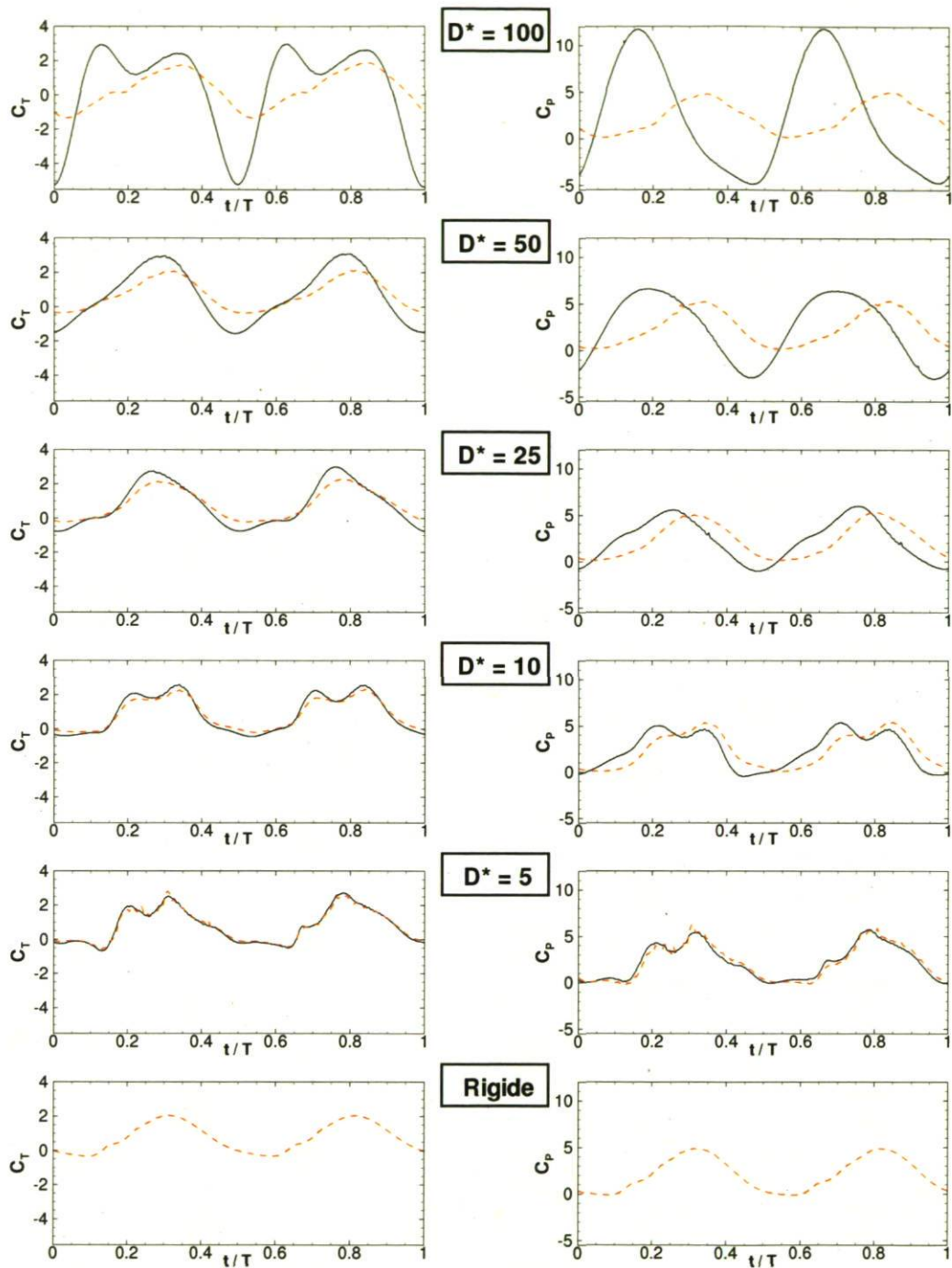


FIG. 5.26 – Évolution temporelle sur un cycle d'oscillation des coefficients de poussée (à gauche) et de puissance (à droite) aérodynamiques (---) et mécaniques (—) instantanés en fonction du ratio de densité D^* pour une aile flexible de rigidité $K_\theta^* = 2$ et $x^h = c/2$ et comparaison avec le cas rigide; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

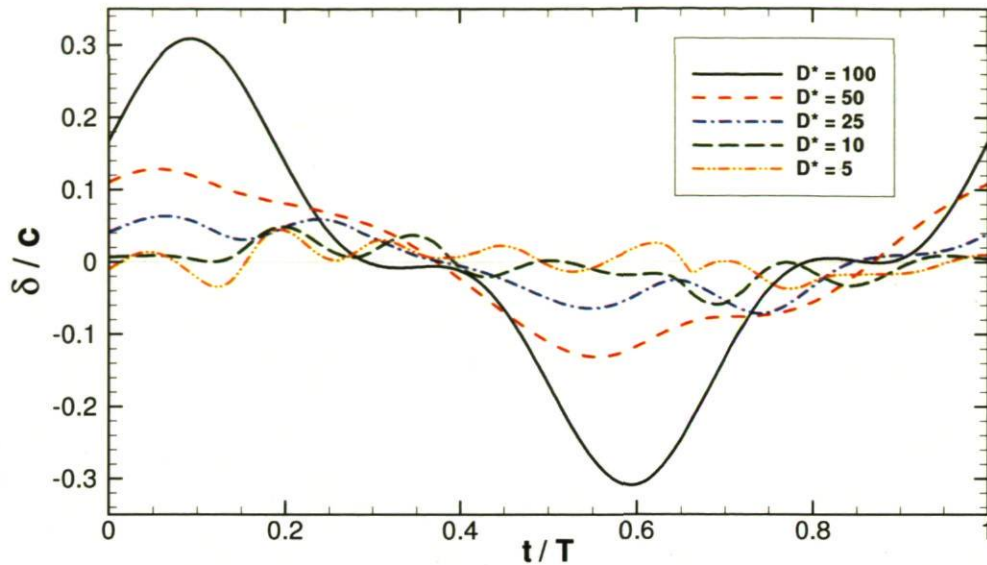


FIG. 5.27 – Évolution temporelle de la déflexion instantanée du bord de fuite sur un cycle d'oscillation pour une aile articulée ($K_\theta^* = 2$ et $x^h = c/2$) avec différents ratios de densité D^* et les paramètres suivants : $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $D_\theta^* = 0$.

Quant à la FIG. 5.27, elle présente la déflexion du bord de fuite au cours d'un cycle d'oscillation pour les cinq ratios de densité étudiés. Encore une fois, pour les densités élevées, on constate un effet inertiel important, la déflexion étant de plus en plus importante à mesure que la densité croît. Pour le cas à $D^* = 100$, la déflexion maximale survient quelque peu après les positions maximales atteintes par l'aile en cours de cycle, présentant un déphasage de l'ordre de 35° par rapport au pilonnement vertical. Les cas moins inertiels présentent une oscillation plus décorrélée du mouvement imposé. Comme on vient de le voir, ces différences ont un impact notable sur les forces et puissances.

Enfin, la FIG. 5.28 permet de comparer sur la première moitié du cycle le champ de vorticité et la cinématique de l'écoulement (via les lignes de courant) pour deux cas sélectionnés, soit à $D^* = 50$ et le cas dix fois moins dense $D^* = 5$. On peut y observer la déflexion inertielle à $D^* = 50$ et son impact immédiat sur l'écoulement, entre autres sur l'évolution temporelle de la formation et de l'éjection des tourbillons.

En observant ces résultats ainsi que ceux obtenus précédemment lors des études comparatives entre des cas à $D^* = 50$ et $D^* = 100$, on peut conclure que pour les géométries employ es, un ratio de densité plus bas est souvent plus performant en propulsion pour une même géométrie et une même cinématique, que ce soit au niveau du C_T ou du η . Par contre, à géométrie et cinématique constante (incluant la densité),

on constate que des résultats similaires peuvent être obtenus en jouant sur la rigidité de l'articulation. Jusqu'à maintenant, une flexibilité faible a procuré les rendements les plus intéressants et une poussée importante a pu être obtenue avec une grande flexibilité (déflexion importante).

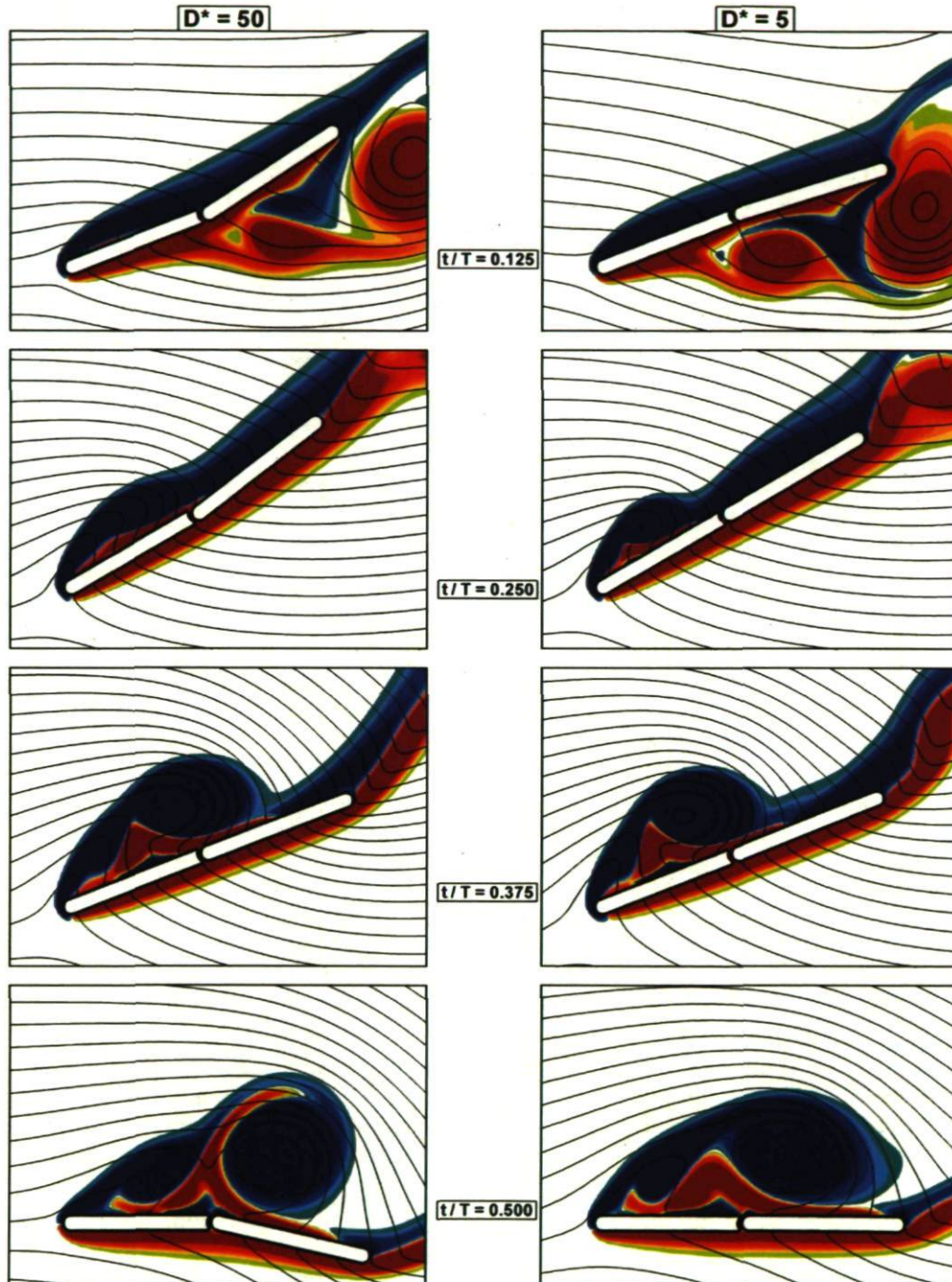


FIG. 5.28 – Comparaison du champ de vorticité et des lignes de courant pour deux ailes flexibles de densité différente ($D^* = 50$ versus 5) sur un demi-cycle d'oscillation; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $\alpha_0 = 30^\circ$, $K_\theta^* = 2$, $D_\theta^* = 0$, $x^h/c = 0.5$.

5.2.4 Rôle de l'angle d'attaque effectif

Afin de jeter un peu plus de lumière quant au rôle de la déformation sur les performances d'une aile en propulsion, on pourra, comme Heathcote [21] le suggère, considérer que la déformation s'apparente à un tangage passif supplémentaire tel que cela a été suggéré dès la section 5.2.1, plus particulièrement à la FIG. 5.8. L'idée est reprise plus en détails dans cette section. On peut considérer cet angle de tangage passif en tirant une ligne droite entre le bord d'attaque (LE de l'anglais « *leading edge* ») et le bord de fuite (TE de l'anglais « *trailing edge* ») et en établissant l'angle de cette corde effective par rapport à l'orientation angulaire du corps non-déformé (la corde du corps menant), tel qu'on peut le voir à la FIG. 5.29. Cet angle de tangage passif, dénoté par α_p , peut être additionné à l'angle de tangage imposé α_1 selon l'Eq. 5.1 :

$$\alpha'_1(t) = \alpha_1(t) + \alpha_p(t), \quad (5.1)$$

où α'_1 correspond à l'angle de tangage résultant de l'aile flexible par rapport à l'horizontal.

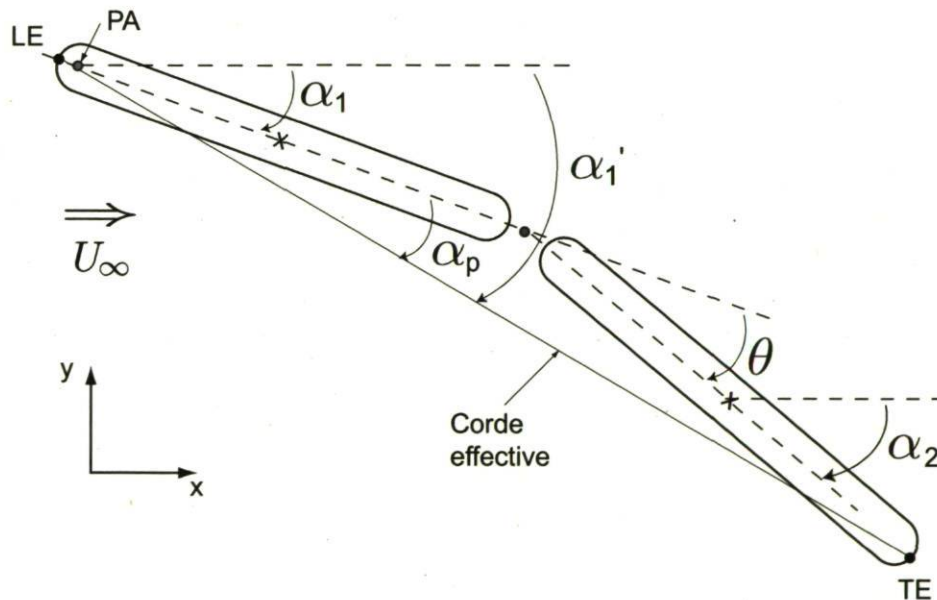


FIG. 5.29 – Schéma illustratif : angle de tangage passif α_p , angle de tangage imposé α_1 et angle de tangage résultant α'_1 .

L'angle d'attaque effectif λ (par rapport à la vitesse effective plutôt que par rapport à U_∞), exprimé pour un corps rigide en fonction de l'angle α selon l'Eq. 2.9, sera donné par rapport à l'angle résultant α'_1 pour un corps flexible. L'idée est de montrer que la déformation du corps ne fait pas que modifier son angle d'attaque effectif en induisant un angle de tangage passif (dû à la déformation) qui peut s'ajouter au tangage prescrit

tel qu'exprimé par l'Eq. 5.1. On suppose que la production de forces n'est pas gouvernée uniquement par cet angle d'attaque, mais aussi par la géométrie du corps (entre autres sa cambrure variable), sa dynamique et son historique.

Pour ce faire, une simulation comparant le cas d'une aile déformable (à une articulation) à une aile rigide présentant une fonction de tangage mimiquant l'angle d'attaque de l'aile déformable (incluant le tangage passif due à la déflexion du segment arrière) a été menée. Ainsi, la fonction de tangage imposée (périodique) à l'aile rigide correspond au tangage résultant $\alpha'_1(t)$ de l'aile flexible du cas $D^* = 100$ avec une articulation à $x^h = c/4$ de rigidité $K_\theta^* = 10$ du tableau 5.3. Elle est approximée par une série de Fourier qui mimique l'angle de tangage résultant $\alpha'_1(t)$ sur une période $T = 1/f^*$. De cette façon, les deux possèdent un même angle d'attaque effectif $\lambda(t)$ tout au long du cycle. La FIG. 5.30 présente la comparaison entre cet angle résultant $\alpha'_1(t)$ du corps flexible et l'angle de tangage imposé $\alpha(t)$ sur le corps rigide.

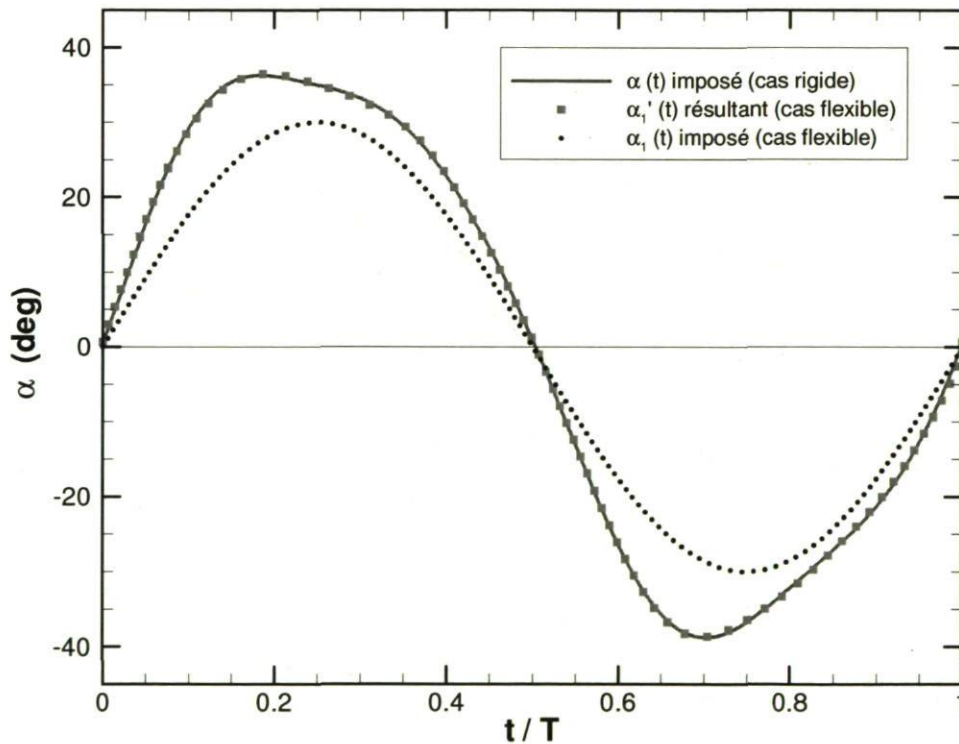


FIG. 5.30 – Comparaison de l'angle de tangage imposé $\alpha(t)$ sur le corps rigide (—) avec l'angle de tangage résultant $\alpha'_1(t)$ du corps flexible (■) ainsi que l'angle de tangage imposé $\alpha_1(t)$ (· · ·) du corps flexible (ou du cas rigide nominal).

Ainsi, malgré le fait que les deux cas présentent un même angle d'attaque effectif tout au long du cycle d'oscillation, les performances diffèrent fortement. Le tableau 5.6 compare les coefficients de poussée, de puissance et de rendement aérodynamique en propulsion pour ces deux cas.

TAB. 5.6 – Comparaison des performances d'une aile rigide avec une aile flexible pour un même angle d'attaque effectif ainsi qu'une comparaison avec le cas rigide nominal.

Cas	\overline{C}_T	\overline{C}_P	η
Rigide (mimiquant α'_1)	0.606	1.812	0.334
Flexible	2.01	3.627	0.554
Rigide (nominal)	0.764	2.129	0.359

Cela permet de constater que l'angle d'attaque effectif induit par la déformation ne permet pas d'expliquer à lui seul l'effet de flexibilité. Les performances diffèrent grandement d'un cas à l'autre. Une comparaison avec le cas rigide nominal est également montré au tableau 5.6. On constate que même un corps rigide dont l'angle d'attaque effectif est déduit d'un cas flexible performant n'obtient pas des performances supérieures ou équivalentes au cas nominal.

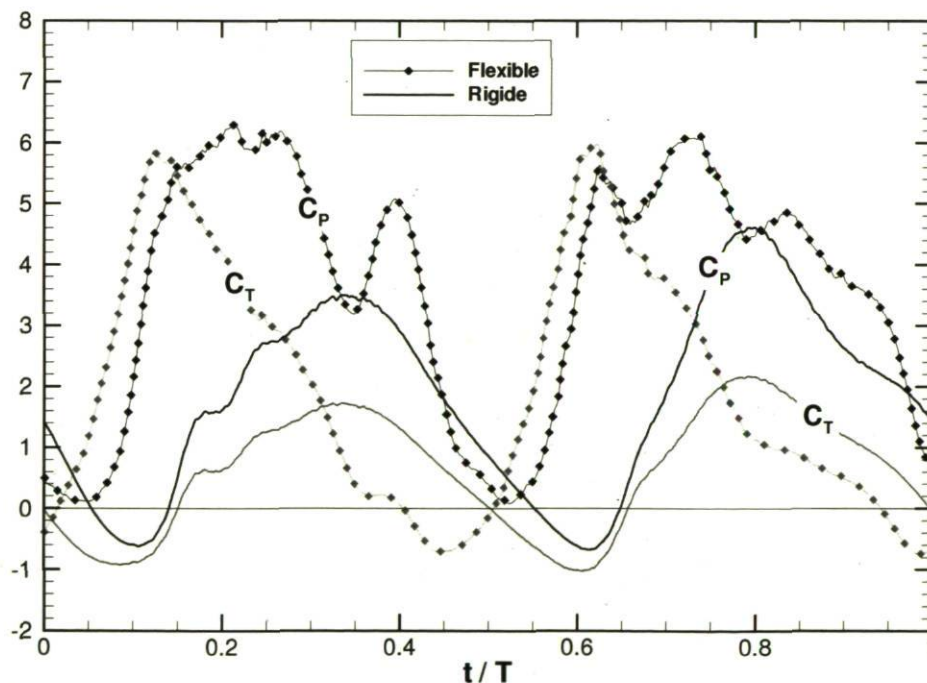


FIG. 5.31 – Évolution temporelle des coefficients instantanés de poussée (trait bleu) et de puissance aérodynamique (trait noir) pour une aile rigide (—) avec le même angle d'attaque effectif instantané qu'une aile flexible (-◆-); $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $D^* = 100$.

La FIG. 5.31 permet de comparer les coefficients aérodynamiques instantanés au cours d'un cycle d'oscillation. On en conclut que le cas rigide présente une allure typique qui ne comprend pas les pics de force et de puissance engendrés par un cas flexible, vu l'absence d'une déflexion variable et de l'historique de l'écoulement qui y est associé.

D'ailleurs, on constate en observant les champs de vorticité associés à ces écoulements (FIG. 5.32) que la déflexion du corps passif influence l'écoulement de façon beaucoup plus nette que le corps rigide présentant le même angle d'attaque.

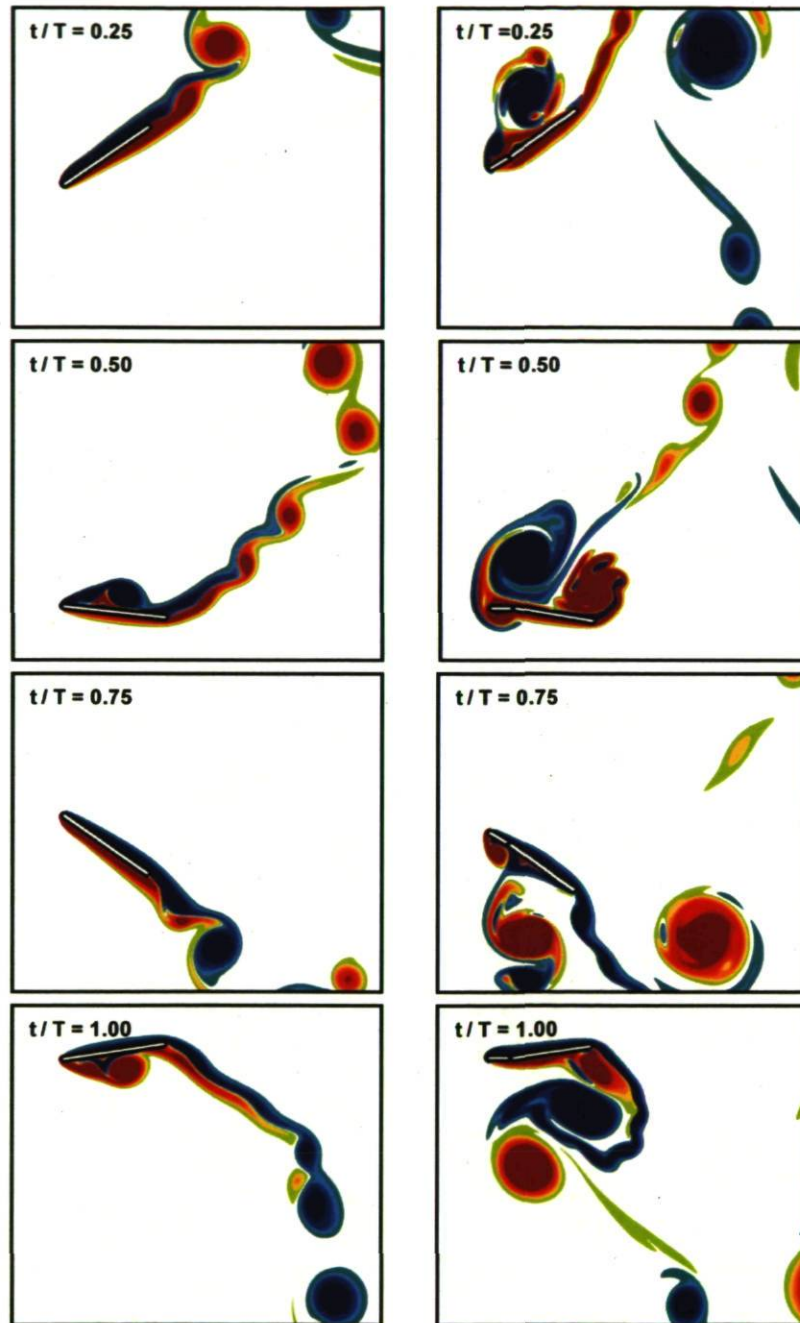


FIG. 5.32 – Champs de vorticité pour deux ailes oscillantes, rigide (  gauche) et flexible (  droite), possédant un même angle d'attaque effectif instantané, sur un cycle d'oscillation ; $Re = 1000$, $f^* = 0.20$, $H_0/c = 1$, $D^* = 100$.

Chapitre 6

Conclusion

Ce mémoire porte sur la modélisation aéroélastique d'ailes oscillantes flexibles à bas nombre de Reynolds (en régime laminaire). Les objectifs principaux de ce travail visent à la fois l'aspect méthodologique et l'étude physique. Au niveau méthodologique, la première contribution de ce mémoire concerne l'implémentation d'un module d'interaction fluide-structure à la méthode des particules vortex dont une implémentation *2D* est disponible au *LMFN*. La deuxième contribution concerne l'étude d'ailes oscillantes en propulsion en portant un regard spécifique sur le rôle de la flexibilité longitudinale par le biais de simulations numériques à l'aide du solveur FSI développé.

Pour répondre à ces objectifs, nous présentons dans un premier temps une revue de littérature et une présentation du cadre théorique de cette recherche, et ce, autant pour la méthodologie que pour l'application pratique concernée. On y présente entre autres le calcul des forces, puissances et rendement mécaniques et aérodynamiques en propulsion. Ce calcul est nécessaire pour évaluer les performances des ailes oscillantes afin de mieux comprendre le rôle que peut y jouer la flexibilité, dans l'objectif éventuel de fabriquer des nano-véhicules aériens. Ces engins volants sont de grand intérêt pour le RDDC-Valcartier (la défense canadienne), c'est pourquoi le présent travail s'est concentré sur l'aérodynamique instationnaire d'ailes oscillantes flexibles à faible Reynolds mimiquant en quelque sorte le comportement des insectes. Le mémoire tente de situer le plus clairement possible le positionnement du présent solveur de flexibilité discrète implémenté avec la méthode lagrangienne vortex dans le cadre plus vaste de la modélisation aéroélastique et des interactions fluide-structure en général.

Tel que présenté au chapitre 3, le solveur développé permet d'effectuer des simulations avec interaction fluide-structure sur de multiples corps en mouvement. Ces corps sont reliés entre eux par des joints torsionnels, ce qui permet de constituer des trains de

corps rigides et ainsi approximer un continuum selon un modèle simplifié de flexibilité discrète. Le solveur présente un couplage fort au niveau de la FSI, c'est-à-dire qu'une boucle de sous-itérations permet d'utiliser les forces aérodynamiques calculées à l'intérieur d'un pas de temps pour procéder à la résolution de la dynamique des corps rigides (qui permet de modéliser la déformation) jusqu'à ce que la convergence désirée sur la position et la vitesse soit satisfaite. Par opposition, un couplage faible utilise les forces provenant du pas de temps précédent, lesquelles ne sont pas en concordance temporelle avec l'écoulement et la position actuelle des corps, pour mettre à jour la configuration des corps. Un couplage fort est donc plus robuste et polyvalent qu'un couplage faible.

Le chapitre 3 présente également une analyse dimensionnelle d'un problème de FSI pour le cas d'une aile oscillante flexible. Les principaux paramètres qui gouvernent ce type de problème, en plus des paramètres habituels des ailes oscillantes rigides, sont le ratio de densité D^* , la rigidité K_θ^* et l'amortissement D_θ^* . Ces paramètres ainsi que le nombre d'éléments rigides et d'articulations et la position des articulations élastiques définissent un problème d'aile déformable à flexibilité discrète. Un ratio de densité faible est généralement indicateur d'un problème dont la physique est fortement couplée alors qu'un D^* élevé témoigne souvent d'un couplage faible, puisque le problème devient principalement inertiel. Le paramètre de rigidité est indicateur du niveau de déformation et l'amortissement correspond à la résistance à la vitesse de déformation.

Afin de valider la stratégie de modélisation proposée et d'éclaircir certaines caractéristiques propres à son utilisation et aux interactions fluide-structure, le chapitre 4 présente des cas de validation et d'applications du solveur Vortex-FSI. Étant donné que l'approche de flexibilité par morceaux proposée dans le cadre de ce travail est relativement avant-gardiste, il existe peu de cas de comparaison dans la littérature. Le cas d'un cylindre rigide monté sur support élastique présentant des vibrations auto-entretenues (VIV) a permis de tester l'implémentation du solveur avec succès tandis qu'une aile oscillante articulée en régime de vol stationnaire (sans écoulement amont) à faible ratio de densité ($D^* = 5$) a permis de valider la stratégie de couplage fort et la résolution de la dynamique des corps rigides avec un segment dont le mouvement est imposé. De plus, avec ce cas, il est démontré que l'outil développé permet effectivement l'étude de la flexibilité longitudinale des ailes par le biais de multiples corps rigides reliés élastiquement entre eux dans un écoulement externe.

Le chapitre 5 porte sur la présentation des résultats de simulations aéroélastiques d'ailes oscillantes flexibles en régime de propulsion. On y retrouve d'abord un exemple démontrant la modélisation d'un corps déformable par le biais d'un train de N corps rigides. On constate que la flexibilité est bien approximée par l'approche par morceaux et qu'elle a un impact immédiat sur les performances en propulsion. Pour cibler plus

précisément le rôle de la flexibilité, une étude paramétrique préliminaire est menée pour une plaque plane mince (5% d'épaisseur). Cette plaque plane possède une seule articulation élastique, positionnée dans cette étude à trois endroits différents le long de sa corde.

Dans le cas d'une aile à bas Reynolds ($Re = 500$), en pilonnement uniquement avec une fréquence $f^* = 0.225$ et une amplitude de $H_0/c = 1$, on constate que la propulsion est pratiquement nulle pour le cas rigide. L'idée d'utiliser un corps déformable est d'améliorer les performances, en augmentant soit la poussée \overline{C}_T , soit le rendement η . On constate que dans un cas inertiel tel que celui-ci à $D^* = 100$, seule une articulation positionnée au quart de corde a un impact favorable, autant sur la propulsion que sur le rendement. Parmi les cas présentés, le cas à grande flexibilité est le meilleur. Malgré tout, les performances sont faibles et ne se rapprochent pas de celles où il y aurait aussi un tangage prescrit. Le tangage passif d'un cas inertiel ne produit pas un déphasage approprié pour aller chercher des performances équivalentes.

La suite de l'étude a inclus un mouvement de tangage en plus du pilonnement imposé. Le cas nominal comparatif a été choisi à une fréquence $f^* = 0.20$, une amplitude en pilonnement de $H_0/c = 1$ et en tangage de $\alpha_0 = 30^\circ$ dans un écoulement en régime laminaire à $Re = 1000$. Encore une fois, on constate que l'articulation au quart de corde offre des performances bien supérieures, avec des rendements allant au-delà de 50% versus environ 36% pour le cas rigide. On retient également que les cas à grande flexibilité sont moins intéressants que ceux à flexibilité modérée dû à l'importance de la déflexion qui s'avère pour les cas inertiels mal phasée causant une augmentation de la traînée. Enfin, la présence d'une seule articulation aux trois quart de corde est nuisible quelque soit le niveau de flexibilité du joint torsionnel.

Par ailleurs, les résultats suggèrent que le ratio d'inertie D^* , qui indique partiellement le degré de couplage d'un problème, se doit d'être faible pour que la déformation soit plus sensible à l'écoulement et que la flexibilité puisse véritablement devenir favorable à la propulsion, à tout le moins dans la plage paramétrique étudiée. Le tangage passif provoqué par la déformation induit un angle d'attaque effectif qui ne permet pas d'expliquer à lui seul les performances d'une aile flexible. En effet, une aile rigide dont l'angle de tangage imposé mimiquait l'angle de tangage induit par cette déformation a permis de pointer des différences majeures. Les effets de cambrure dynamique et d'histoire de l'écoulement instationnaire dus à la déformation active du corps contiennent une richesse qui va au-delà du seul effet d'angle d'attaque effectif modifié.

Enfin, il est évident que ces conclusions sommaires portent sur un faible nombre de cas étudiés. L'un des objectifs de ce mémoire consistait d'abord en le développement

d'un outil de modélisation. L'étude de la flexibilité qui a suivi ne se prétend pas exhaustive et ne vise pas à couvrir une plage paramétrique suffisamment vaste pour en tirer des conclusions universelles. Par exemple, il serait approprié d'observer le rôle du ratio de densité pour d'autres rigidités et position d'articulation. De plus, ces résultats ne concernent qu'un ensemble de paramètres cinématiques précis, qu'il serait judicieux d'élargir.

En terminant, je propose quelques pistes de réflexion qui font suite au travail accompli dans le cadre cette maîtrise :

1. Tout d'abord, tel que mentionné au chapitre 5, certains résultats sont à regarder d'un point de vue qualitatif plutôt que quantitatif, les simulations n'ayant pas toutes été menées pour atteindre une convergence acceptable sur la périodicité des forces aérodynamiques d'un cycle à un autre, de l'ordre de 1% typiquement. C'est le cas notamment pour les simulations avec articulation à $x^h/c = 0.25$ qui présentent un comportement beaucoup plus chaotique et des fluctuations souvent importantes d'un cycle à un autre. On se doit donc d'être prudent dans l'analyse quantitative des résultats. Il est bon également de rappeler que l'objectif n'était pas de procéder à un travail d'optimisation de la propulsion à aile oscillante flexible, mais bien d'établir des bases de connaissance solides en portant un premier regard sur la flexibilité.
2. Dans le même ordre d'idée, afin d'obtenir des résultats plus près d'une physique réaliste, il serait intéressant d'étendre l'étude de flexibilité à des trains de N corps présentant une déformation plus continue, dont les effets de flexibilité sont moins ponctuels sur la corde. Le problème d'un corps flexible à une seule articulation, c'est que la flexibilité se concentre en un point, ce qui peut présenter une cassure trop grande dans la géométrie dans le cas de grande déformation. Pour observer l'effet localisé de la flexibilité, la variation de la rigidité le long de la corde et de l'inertie seront d'un grand intérêt, en utilisant différents joints torsionnels pour chacune des articulations et différentes densités des segments. Un travail d'optimisation de la poussée et du rendement pourra découler de cette approche. De plus, aucune étude n'a relevé le rôle de l'amortissement dans ces articulations, cet aspect pourra donc être investigué dans une future étude.
3. Au niveau méthodologique, trois recommandations, ou pistes de développement envisageables, concernent le sujet traité à la section 4.3.1, c'est-à-dire les alternatives à la géométrie convexe-concave employée actuellement en combinaison avec des schémas de redistribution de bas ordre. L'approche privilégiée est celle de « fermer » l'interstice, à tout le moins du point de vue du fluide, en apposant une membrane fictive qui bloque l'écoulement entre les corps. Ceci permettrait de mieux approximer un continuum au niveau fluide, tout en allouant le contrôle sur

la déformation que permet la flexibilité discrète par joints torsionnels.

4. Enfin, l'outil de modélisation développé pourra être utilisé pour d'autres champs d'application. L'un de ceux-ci est celui de l'extraction d'énergie avec des ailes oscillantes flexibles. L'idée de soutirer de l'énergie à un écoulement pour la convertir en électricité par le biais d'une turbine à ailes oscillantes (une hydrolienne) est à l'étude au *LMFN* depuis plusieurs années. Une aile articulée dont la déformation est gouvernée par la FSI pourrait permettre d'améliorer les performances d'un tel type d'hydrolienne. Il s'agit certainement d'une voie à explorer...

Bibliographie

- [1] Akhtar, I., Mittal, R., Lauder, G.V., et Drucker, E. *Hydrodynamics of a biologically inspired tandem flapping foil configuration*. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, **21** :155–170, 2007.
- [2] Anderson, J.M., Streitlien, K., Barret, D.S., et Triantafyllou, M.S. *Oscillating foils of high propulsive efficiency*. Journal of Fluid Mechanics, **360** :41–72, 1998.
- [3] Azuma, A., éditeur. *The Biokinetics of Flying and Swimming*. AIAA Education Series. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., second edition, 2006.
- [4] Birch, J.M. et Dickinson, M.H. *Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings*. Nature, **412** :729–733, 2001.
- [5] Bochud, P. *Résolution spatiale non uniforme dans une méthode vortex et optimisation d'un concept de turbine à aile oscillante*. Mémoire de maîtrise, Université Laval, Canada, 2008.
- [6] Bochud, P., Dumas, G., et Lefrançois, J. *Non-Uniform Spatial Resolution in a Lagrangian Vortex Method*. 15th Annual Conference of CFD Society of Canada, Paper CFD-2007-1114, Toronto, Canada, mai 2007.
- [7] Cottet, G.-H. et Koumoutsakos, P. *Vortex methods : Theory and practice*. Cambridge University Press, 2000.
- [8] Daeninck, G., Dumas, G., et Winckelmans, G. *Vortex Method for DNS About Arbitrarily Moving Multiple Bodies*. 57th Annual Meeting of APS Division of Fluid Dynamics, Seattle, Washington, novembre 2004.
- [9] Daniel, T.L. et Combes, S.A. *Flexible Wings and Fins : Bending by Inertial or Fluid-Dynamic Forces ?* Integr. Comp. Biol., **42** :1044–1049, 2002.
- [10] Dickinson, M. *Insect flight*. Current Biology, **16**(9) :R309–R314, mai 2006.
- [11] Dong, H., Mittal, R., et Najjar, F.M. *Wake topology and hydrodynamic performance of low-aspect-ratio- flapping foils*. Journal of Fluid Mechanics, **566** :309–343, 2006.
- [12] Eldredge, J.D. *Numerical simulation of the fluid dynamics of 2D rigid body motion with the vortex particle method*. Journal of Computational Physics, **221** :626–648, 2007.

- [13] Eldredge, J.D. *Dynamically coupled fluid-body interactions in vorticity-based numerical simulations*. Journal of Computational Physics, **227** :9170–9194, 2008.
- [14] Eldredge, J.D. et Pisani, D. *Passive locomotion of a simple articulated fish-like system in the wake of an obstacle*. Journal of Fluid Mechanics, **607** :279–288, 2008.
- [15] Ellington, C.P. *The aerodynamics of hovering insect flight. IV. Aerodynamic Mechanisms*. Phil. Trans. R. Soc. Lond. B, **305** :79–113, 1984.
- [16] Farhat, C. et Lesoinne, M. *Two Efficient Staggered Algorithms for the Serial and Parallel Solution of Three-Dimensional Nonlinear Transient Aeroelastic Problems*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **182** :499–515, 2000.
- [17] Fung, Y.C. *Theory of aeroelasticity*. Dover Publications, Mineola, New York, 1993.
- [18] Galls, S.F. et Rediniotis, O.K. *Development of a Computational Hydrodynamic Model for a Biomimetic Underwater Autonomous Vehicle*. AIAA Journal, **45**(5) :961–971, mai 2007.
- [19] Guglielmini, L. et Blondeaux, P. *Propulsive efficiency of oscillating foils*. European Journal of Mechanics B/Fluids, **23** :255–278, 2004.
- [20] Heathcote, S. et Gursul, I. *Flexible Flapping Airfoil Propulsion at Low Reynolds Numbers*. 43rd AIAA Aerospace Sciences Conference and Exhibit, Paper AIAA-2005-1405, Reno, Nevada, janvier 2005.
- [21] Heathcote, S. et Gursul, I. *Flexible Flapping Airfoil Propulsion at Low Reynolds Numbers*. AIAA Journal, **45**(5) :1066–1079, mai 2007.
- [22] Heathcote, S., Wang, Z., et Gursul, I. *Effect of spanwise flexibility on flapping wing propulsion*. Journal of Fluids and Structures, **24** :183–199, 2008.
- [23] Ho, S., Nassef, H., Pornsinsirirak, N., Tai, Y.-C., et Ho, C.-M. *Unsteady aerodynamics and flow control for flapping wing flyers*. Progress in Aerospace Sciences, **39** :635–681, 2003.
- [24] Hübner, B., Walhorn, E., et Dinkler, D. *A Monolithic Approach to Fluid-Structure Interaction Using Space-Time Finite Elements*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **193** :2087–2104, 2004.
- [25] Hultmark, M., Lefwitsch, M., et Smits, A.J. *Flowfield measurements in the wake of a robotic lamprey*. Experiments in Fluids, **43** :683–690, 2007.
- [26] Kinsey, T. et Dumas, G. *Parametric Study of an Oscillating Airfoil in Power Extraction Regime*. AIAA Journal, **46**(6) :1318–1330, juin 2008.
- [27] Lee, J.S., Kim, C., et Kim, K.H. *Design of Flapping Airfoil for Optimal Aerodynamic Performance in Low-Reynolds Number Flows*. AIAA Journal, **44**(9) :1960–1972, septembre 2006.

- [28] Lefrançois, J. *Optimisation du rendement d'une turbine multi-ailes à l'aide d'une méthode lagrangienne par particules vortex*. Mémoire de maîtrise, Université Laval, Canada, 2008.
- [29] Lefrançois, J., Dumas, G., et Bochud, P. *Forces and Moment Calculation for Moving Bodies in a Lagrangian Vortex Method*. 15th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Paper CFD-2007-1112, Toronto, Canada, mai 2007.
- [30] Leontini, J.S., Thompson, M.C., et Hourigan, K. *The beginning of branching behaviour of vortex-induced vibration during two-dimensional flow*. Journal of Fluids and Structures, **22** :857–864, 2006.
- [31] Lesage, F., Hamel, N., Yuan, W., Khalid, M., Huang, X., et Zdunich, P. *Aerodynamic Study of a Flapping-Wing NAV Using a Combination of Numerical and Experimental Methods*. 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Paper AIAA-2008-6396, Honolulu, Hawaii, août 2008.
- [32] Lewin, G.C. et Haj-Hariri, H. *Modelling thrust generation of a two-dimensional heaving airfoil in a viscous flow*. Journal of Fluid Mechanics, **492** :339–362, 2003.
- [33] Malvern, L.E. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969.
- [34] Meriam, J.L. et Kraige, L.G. *Engineering Mechanics : Dynamics*, volume 2. John Wiley and Sons, Inc., fifth edition, 2003.
- [35] Miao, J.-M. et Ho, M.-H. *Effect of flexure on aerodynamic propulsive efficiency of flapping flexible airfoil*. Journal of Fluids and Structures, **22** :401–419, 2006.
- [36] Mittal, R. *Computational Modeling in Biohydrodynamics : Trends, Challenges, and Recent Advances*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, **29**(3) :595–604, juillet 2004.
- [37] Morissette, J.-F. et Dumas, G. *A Meshless Approach for Fluid-Structure Interaction Analysis in Flapping-Wing Flyers*. 17th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Paper CFDSC2009-5B3, Ottawa, Canada, mai 2009.
- [38] Métivier, V. *Modélisation aéroélastique d'un NACA 0012 à un nombre de Reynolds de transition*. Mémoire de maîtrise, Université Laval, Canada, 2010.
- [39] Métivier, V., Dumas, G., et Poirel, D. *Aeroelastic Dynamics of a NACA 0012 Airfoil at Transitional Reynolds Numbers*. 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, Paper AIAA-2009-4034, San Antonio, Texas, juin 2009.
- [40] Mueller, T.J., éditeur. *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications*, volume 195 de *Progress in Astronautics and Aeronautics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2001.
- [41] Olivier, M. *Développements numériques en interaction fluide-structure appliqués aux ailes oscillantes flexibles*. Rapport technique LMFN W7701-072803/001/QCL, Université Laval, 2009.

- [42] Olivier, M. et Dumas, G. *Non-Linear Aeroelasticity Using an Implicit Partitioned Finite Volume Solver*. 17th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Paper CFDSC2009-5B1, Ottawa, Canada, mai 2009.
- [43] Olivier, M., Dumas, G., et Morissette, J.-F. *A Fluid-Structure Interaction Solver for Nano-Air-Vehicle Flapping Wings*. 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, Paper AIAA-2009-3676, San Antonio, Texas, juin 2009.
- [44] Pedro, G. *A General Computation Framework for Fluid-Structure Interactions with Application to Underwater Propulsion*. Thèse de doctorat, University of Victoria, Canada, 2005.
- [45] Pedro, G., Suleman, A., et Djilali, N. *A numerical study of the propulsive efficiency of a flapping hydrofoil*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, **42** :493–526, 2003.
- [46] Plouhmans, P. *Simulation of High Reynolds Number Flows Past Bluff Bodies Using Vortex and Boundary Element Methods*. Thèse de doctorat, Université catholique de Louvain, Belgique, 2001.
- [47] Plouhmans, P. et Winckelmans, G.S. *Vortex Methods for High-Resolution Simulations of Viscous Flow Past Bluff Bodies of General Geometry*. Journal of Computational Physics, **165** :354–406, 2000.
- [48] Prempraneerach, P., Hover, F.S., et Triantafyllou, M.S. *The effect of chordwise flexibility on the thrust and efficiency of a flapping foil*. <http://web.mit.edu/towtank/www/>. Non publié.
- [49] Read, D.A., Hover, F.S., et Triantafyllou, M.S. *Forces on oscillating foils for propulsion and maneuvering*. Journal of Fluids and Structures, **17** :163–183, 2003.
- [50] Rediniotis, O.K., Wilson, L.N., Lagoudas, D.C., et Khan, M.M. *Development of a Shape-Memory-Alloy Actuated Biomimetic Hydrofoil*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, **13**(1) :35–49, 2002.
- [51] Rozhdestvensky, K. V. et Ryzhov, V. A. *Aerohydrodynamics of flapping-wing propulsors*. Progress in Aerospace Sciences, **39** :585–633, 2003.
- [52] Shin, S., Bae, S.Y., Kim, I.C., et Kim, Y.J. *Effects of flexibility on propulsive force acting on a heaving foil*. Ocean Engineering, **36** :285–294, 2009.
- [53] Shyy, W., Lian, Y., Tang, J., Liu, H., Trizila, P., Stanford, B., Bernal, L., Cesnik, C., Friedmann, P., et Ifju, P. *Computational Aerodynamics of Low Reynolds Number Plunging, Pitching, and Flexible Wings for MAV Applications*. 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Paper AIAA-2008-523, Reno, Nevada, janvier 2008.
- [54] Shyy, W., Yongsheng, L., Tang, J., Viieru, D., et Liu, H. *Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers*. Cambridge University Press, 2008.

- [55] Soueid, H., Guglielmini, L., Airiau, C., et Bottaro, A. *Optimization of the motion of a flapping airfoil using sensitivity functions*. *Computers & Fluids*, **38** :861–874, 2009.
- [56] Tamai, M., Murphy, J.T., et Hu, H. *An Experimental Study of Flexible Membrane Airfoils at Low Reynolds Numbers*. 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Paper AIAA-2008-580, Reno, Nevada, janvier 2008.
- [57] Toomey, J. et Eldredge, J.D. *Numerical and experimental investigation of the role of flexibility in flapping wing flight*. 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Paper 2006-3211, San Fransisco, California, juin 2006.
- [58] Toomey, J. et Eldredge, J.D. *Numerical and experimental study of the fluid dynamics of a flapping wing with low order flexibility*. *Physics of Fluids*, **20**, 2008.
- [59] Tuncer, I.H. et Kaya, M. *Optimization of Flapping Airfoils for Maximum Thrust and Propulsive Efficiency*. *AIAA Journal*, **43**(11) :2329–2336, novembre 2005.
- [60] Vanella, M., Fitzgerald, T., Preidikman, S., Balaras, E., et Balachandran, B. *Influence of the flexibility on the aerodynamic performance of a hovering wing*. *The Journal of Experimental Biology*, **212** :95–105, 2009.
- [61] Villaumé, F. *Prédiction des forces instantanées par la méthode vortex appliquée aux écoulements autour de multiples corps mobiles*. Mémoire de maîtrise, Université Laval, Canada, 2008.
- [62] Wang, Z.J. *Vortex shedding and frequency selection in flapping flight*. *Journal of Fluid Mechanics*, **410** :323–341, 2000.
- [63] Williamson, C.H.K. et R., Govardhan. *Vortex-Induced Vibrations*. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **36** :413–455, 2004.
- [64] Wilson, M.M., Peng, J., Dabiri, J.O., et Eldredge, J.D. *Lagrangian coherent structures in low Reynolds number swimming*. *Journal of Physics : Condensed Matter*, **21**(204105), 2009.
- [65] Winckelmans, G.S. *Vortex Methods*. Dans de Borst Stein et Hughes, éditeurs, *Encyclopedia of Computational Mechanics*, volume 3, chapitre 5. John Wiley & Sons, 2004.
- [66] Yang, J., Preidikman, S., et Balaras, E. *A strongly coupled, embedded-boundary method for fluid-structure interactions of elastically mounted rigid bodies*. *Journal of Fluids and Structures*, **24** :167–182, 2008.
- [67] Zdunich, P., Bilyk, D., MacMaster, M., et Loewen, D. *Development and Testing of the Mentor Flapping-Wing Micro Air Vehicle*. *Journal of Aircraft*, **44**(5), septembre 2007.

Annexe A

Détail des termes d'accélération centripète

On retrouve dans cette annexe la description détaillée des termes d'accélération centripètes présents dans l'Eq.3.85 et l'Eq.3.86. Ainsi, on a deux vecteurs-colonnes de $N_h \times 1$, C_U et C_V , dont chacun des éléments $C_{U,i}$ et $C_{V,i}$ se définissent comme :

$$C_{U,i} = -\Omega_i^2 (X_i - X_i^h) - \sum_{j=i+1}^{k-1} \Omega_j^2 (X_{j-1}^h - X_j^h) - \Omega_k^2 (X_{k-1}^h - X_k), \quad (\text{A.1})$$

pour l'accélération centripète de toutes les articulations précédant le corps k sur lequel le mouvement est imposé (soit de $i = 1..k - 1$). Dans ce cas i correspond à l'indice de la position de l'articulation.

$$C_{U,i} = -\Omega_k^2 (X_k^h - X_k) - \sum_{j=k+1}^i \Omega_j^2 (X_j^h - X_{j-1}^h) - \Omega_{i+1}^2 (X_{i+1}^h - X_i), \quad (\text{A.2})$$

pour l'accélération centripète de toutes les articulations situées après le corps k sur lequel le mouvement est imposé (soit $i = k..N_h$), où i représente à nouveau la position de l'articulation.

Les définitions de $\mathcal{C}_{V,i}$ sont les mêmes, en remplaçant X par Y , tel que :

$$\mathcal{C}_{V,i} = -\Omega_i^2 (Y_i - Y_i^h) - \sum_{j=i+1}^{k-1} \Omega_j^2 (Y_{j-1}^h - Y_j^h) - \Omega_k^2 (Y_{k-1}^h - Y_k), \quad (\text{A.3})$$

$$\mathcal{C}_{V,i} = -\Omega_k^2 (Y_k^h - Y_k) - \sum_{j=k+1}^i \Omega_j^2 (Y_j^h - Y_{j-1}^h) - \Omega_{i+1}^2 (Y_{i+1}^h - Y_i). \quad (\text{A.4})$$

Annexe B

Fichiers de contrôle du code vortex

Les fichiers suivants sont les fichiers de contrôle du code vortex qui ont été modifiés ou créé (*pivot.txt*) pour le code vortex avec FSI. Ils permettent de définir les paramètres d'entrée nécessaires pour effectuer des simulations aéroélastiques avec l'approche de flexibilité discrète.

B.1 settings.txt

```
1 0.001 nu /* float : kinematic viscosity */
2 201 nstep /* float : number of time steps */
3 0.005 dt /* float : time step */
4 1 cux /* char[]: x component of free stream velocity (function of t, without spaces) */
5 0 cuy /* char[]: y component of free stream velocity (idem) */
6
7 3 toggleOutput /* int : choose the type of output desired : 1-all 2-everything except ReGrid & ErrMP 3-Everything except u, v, Pal, ReGrid & ErrMP */
8 0 nreant /* int : is restart count */
9 200 nstepbrat /* int : n step before restart */
10 1 idcnt /* int : is diagnostics count */
11 1 nstepbd /* int : n step between diagnostics */
12 0 locnt /* int : is output count (file with omega, velocity, pal ... at particle locations) */
13 10 nstepbo /* int : n step between output */
14 0 lgcnt /* int : is grid count (omega on a grid) */
15 10 nstepbg /* int : n step between grid */
16 1 lgstrcnt /* int : is grid (based on str) count */
17 -1 nstepbgr /* int : n step between grid (based on str) */
18 0 startstep /* int : number of first step */
19 Output result_dir /* char[]: directory where the results of the simulation are written */
20
21 0 autoqt /* int : (1/0) automatically choose the center of the quadtree (0 suggested, but 1 should work too) */
22 0 xqt /* float : x coord of quadtree center (irrelevant if autoqt==1) */
23 0 yqt /* float : y coord of quadtree center (irrelevant if autoqt==1) */
24 3 maxleaf /* int : max number of particles in a leaf (overridden by smallest leaf size) */
25 0.0001 fasterr /* float : error criterion for fast code : absolute error on velocity */
26 5 rsigmafactor /* float : factor to decide when smoothing (exponential) has no more influence on velocity field (5.0 suggested) */
27
28 0 lmcnt /* int : is remesh count */
29 4 nstepbm /* int : n step before remesh */
30 0.0001 tolm /* float : tolerance at remesh (ratio of smallest/biggest) */
31 1000000000 min_str /* float : strength under which a particle is not killed at redistribution, even if it is smaller than tolm*Max(abs(str)) */
32 0 vibrate /* int : (1/0) do we need to vibrate the redistribution grid ? */
33 0 vib_amp /* float : the amplitude of the vibrations of the grid */
34 UNIFORM adaptivity_type /* char[]: (UNIFORM, EXPONENTIAL, PARABOLIC, TRUMPET) mapping type */
35 0.005 dh /* float : mapping parameters if UNIFORM mapping */ OR
36 m R0 x0 y0 /* float float float float : mapping parameters if EXPONENTIAL or TRUMPET mapping */ OR
37 h0 R0 x0 y0 /* float float float float : mapping parameters if PARABOLIC mapping */ ]
38 1 sigmaoh /* float : smoothing factor (sigma/h) */
39 0 mapmove /* int: calculus mapping move with the body */
40 0 maprotate /* int: mapping rotate with the body (pour mapping uniforme seulement, tourne autour de (0,0) ) */
```

35	1 bloc	/* est-ce qu'on utilise un mapping uniforme par bloc? (si oui, adaptivity_type doit être a UNIFORM) */
36	blocksize	/* nom du fichier contenant l'information des boîtes de redistribution (rien mettre si bloc=inf) */
37	1 sigmaprog	/* est-ce qu'on utilise une technique de sigma progressif? (rien mettre si bloc=inf) (1 conseillé) */
38	1 diffusion	/* est-ce qu'il y a de la diffusion visqueuse? (rien mettre si bloc=inf) */
39	1 num_mapout	/* number of output mappings (1,2,...) */
40	UNIFORM adaptivity_type	/* char[]: (UNIFORM, EXPONENTIAL, TRUMPET) mapping type */
41	0.91 h	/* float: mapping parameters if UNIFORM mapping */ OR
42	m R0 x0 y0	/* float float float float: mapping parameters if EXPONENTIAL or TRUMPET mapping */ OR
43	h0 R0 x0 y0	/* float float float float: mapping parameters if PARABOLIC mapping */]
44	1 sigmah	/* float: smoothing factor (sigmah) */
45	gxa gya gza yya yza gny	/* float float int float float int: output grid start, grid end, number of grid points in x and y direction if UNIFORM mapping */ OR
46	-1 2 300 : 1 1 200	gix gix gix gix gix gix /* int int int float float: output grid start, grid end in mapped domain (i and j directions), step in mapped domain (i and j directions) if EXPONENTIAL or TRUMPET mapping */]
47	adaptivity_type	/* char[]: (UNIFORM, EXPONENTIAL, TRUMPET) mapping type */
48	h	/* float: mapping parameters if UNIFORM mapping */ OR
49	m R0 x0 y0	/* float float float float: mapping parameters if EXPONENTIAL or TRUMPET mapping */ OR
50	h0 R0 x0 y0	/* float float float float: mapping parameters if PARABOLIC mapping */]
51	1 sigmah	/* float: smoothing factor (sigmah) */
52	gxa gya gza yya yza gny	/* float float int float float int: output grid start, grid end, number of grid points in x and y direction if UNIFORM mapping */ OR
53	gix gix gix gix gix gix	/* int int int float float: output grid start, grid end in mapped domain (i and j directions), step in mapped domain (i and j directions) if EXPONENTIAL or TRUMPET mapping */]
54	0 computeline	/* int: (1/0) compute stats along a line */
55	0 lcount	/* int: is line count? */
56	0 nstepbl	/* int: n step between line output? */
57	dummy describe	/* char[]: name of the file containing line description? */
58	dummy init_file	/* char[]: name of init file? */
59	0 n	/* int: number of particles in init file? */
60	1 body	/* int: (1/0) make a computation with a body (1) or unbounded (0)? */
61	bodies.cil bodyfile	/* char[]: bodies description file (containing the description for each body)? */
62	pivot.txt pivottile	/* corps lié élastiquement ou non? */
63	4 nppan	/* int: number of gauss points in panels-panels interaction? */
64	4 nprvel	/* int: number of gauss points in slip velocity computation? */
65	4 nprifbc	/* int: number of gauss points for time integration of panels -> particles flux? */
66	7 enforce	/* int: number of layers around the body guaranteed after redistribution? */
67	0.90125 remesh_halo	/* float: size of "halo" around body without particles at remesh (h_body/4 suggested) */
68	0 br_remesh	/* int: (1/0) brute force remeshing? (0 suggested, 1: no decentered schemes used) */
69	0 leant	/* int: is error count - verify BC enforcement? */
70	-1 nstepbe	/* int: n step before error? */
71	1 psi_out	/* int: (1/0) keep particles outside body (mirror)? */
72	0 skip_init_BC	/* int: (1/0) skip enforcement of BC for initial condition? */
73	0 hard_skip_init_BC	/* int: (1/0) hard skip enforcement of BC for initial condition: influence matrix for panels is not computed: only valid when using the code for one remesh or one grid? */
74	0 use_vlines	/* int: (1/0) use vlines for the computation of panels if the body is a cone? */
75	1 conceive	/* int: (1/0) is the body conceive? */
76	1 use_images	/* int: (1/0) determine whether we use images or not for the PSE? */
77	0 use_K_scheme	/* int: (1/0) Use Koun's scheme? */
78	1 lsqcorrect	/* int: (1/0) apply least-square correction to ensure exact conservativity of panels -> particles diffusion? */
79	0.001 fasterrbern	/* float: error criterion for fast code: absolute error for pressure computation? */
80	1 lgpcnt	/* int: is pressure grid count? */
81	-1 nstepbpb	/* int: n step between pressure grid? */
82	1 lbcnt	/* int: is Bernoulli term count? */
83	-1 nstepbb	/* int: n step between Bernoulli term? */
84	1 lbcnt	/* int: is save Bernoulli term count? */
85	-1 nstepbbs	/* int: n step between save Bernoulli term? */
86	0.005 dn_cf	/* float: finite difference grid size for wall normal derivatives (to compute omega from psi) (h_body suggested to avoid singular particles)? */
87	1 smoothomwall	/* int: (1/0) use smooth psi for omega in contact force and Methode D? */
88	1 smooth_b2_wall	/* int: (1/0) use smooth psi for bernoulli at wall? */
89	1 smooth_b2_grid	/* int: (1/0) use smooth psi for bernoulli on grid? */
90	1 strong_coupling	/* int: (1/0) est-ce qu'on veut un couplage fort ou faible */
91	50 Nmax_it	/* int: nombre maximale de sous-itérations dans la boucle FSI */
92	0.001 crit	/* double: critère de convergence en FSI sur position et vitesse angulaire */

B.2 bodies.ctl

```

1 2pill_gap2h.topo panelfile /* char[]: body description file (origin at the rotation center)*/
2 2 nBodies /*int : number of bodies*/
3 1 matrixUpdate /*int : do we need to reconstruct the influence matrix every few timestep (1/0) specify only if nBodies>1*/
4 1 reqinmatrix /*int : n step before reevaluating the influence matrix specify only if nBodies>1 (1 if it is reconstructed every timestep)*/
5 1 224 panelstart panelend /*int : number of the first and the last panel for that body */
6 0 xbc0 /* mean x position of the body center */
7 0 ybc0 /* mean y position of the body center */
8 0 xcentroide0 /* position (x) of the centroide of the body*/
9 0 ycentroide0 /* position (y) of the centroide of the body*/
10 1 bodymove /* does the body move (1/0) (if "none", no parameters) (always 1)*/
11 0 bodyfree /*corps libre_mvt non-prescrit...
12 0.02487 bodyarea /* area of the body */
13 5.187666e-004 Iz /* moment d'inertie du corps*/
14 100 rho /*densité du corps
15 0 theta0 /* mean angular position of the body */
16 0 Ubc0 /* mean x velocity of the body center */
17 0 UbcA /* amplitude of oscillation of Ub */
18 0 Vbc0 /* mean y velocity of the body center */
19 0.628318531 VbcA /* amplitude of oscillation of Vb */
20 0.1 freq /* frequency (never use 0, even if steady)*/
21 0 omegab0 /* mean angular velocity */
22 0 omegabA /* amplitude of oscillation of omegab */
23 0 phi /* phase shift for the angular velocity */
24 0 psy /* phase shift for the heaving velocity */
25 0 Fx cond.init. Force méthode D
26 0 Fy
27 0 Moment
28 circle cv_type /* char[]: ("none", "circle", "rectangle", "both") control volume force computation (if "none", no parameters for CV) */
29 0 0 1 500 [ x0 y0 r ncv /* float float float int : circle center at start (x,y), radius and number of points (if circle control volume) */ OR/AND
30 tx ty novx novy /* float float float float int int : rectangle center (x,y), size (x,y) and number of points (x,y) (if both) OR
31 xc yc tx ty novx novy /* float float float float int int : rectangle center (x,y), size (x,y) and number of points (x,y) (if rectangle volume)
32 1 CVmove /* does the body move (1/0) (if "0", no parameters)*/
33 0 thetacv0 /* mean angular position of the CV (good for squares)*/
34 0 Ucv0 /* mean x velocity of the CV center */
35 0 UcvA /* amplitude of oscillation of Ucv */
36 0 Vcv0 /* mean y velocity of the CV center */
37 0.628318531 VcvA /* amplitude of oscillation of Vcv */
38 0.1 freqCV /* frequency (never use 0, even if steady)*/
39 0 omegacv0 /* mean angular velocity */
40 0 omegacvA /* amplitude of oscillation of omegacv */
41 0 phiCV /* phase shift for the angular velocity */
42 0 psyCV /* phase shift for the heaving velocity */
43 0 CVfree /*SI bodyfree 1

```

B.3 pivot.txt

```
0.285 d1 /* distance entre centroide corps avant et pivot
0.22 d2 /* distance entre pivot et centroide corps arriere
0.005 k_ress /* constante de rappel du ressort */
0 d_amort /*constante d'amortissement du pivot */
0 theta_diff /*angle initial entre les 2 corps en radians
0 equilibre /*angle d'equilibre entre les 2 corps en rad pour que le moment de rappel du ressort soit nul*/
0 theta_diff_old /*angle intial (restart)
0 dtheta_diff_dt_old /*vitesse intiale (restart)
0 dtheta_diff_dtt_old /*accélération intiale (restart)
```


Annexe C

Forme alternative des équations adimensionnelles

La section qui suit décrit le développement détaillé d'une autre façon de normaliser les équations afin de jeter un regard différent sur le système d'équation en FSI.

En normalisant 3.97, on obtient :

$$\frac{I}{T_{ref}^2} \ddot{\theta} = -K\theta - \frac{D}{T_{ref}} \dot{\theta} - \frac{L_{ref} d_2 m}{T_{ref}^2} \ddot{y}_1 + M_{ref} M_f. \quad (C.1)$$

On divise tous les termes par I/T_{ref}^2 , ce qui conduit à la forme adimensionnelle suivante :

$$\ddot{\theta} = -\frac{K}{I} T_{ref}^2 \theta - \frac{D}{I} T_{ref} \dot{\theta} - \frac{L_{ref} d_2 m}{I} \ddot{y}_1 + \frac{M_{ref} T_{ref}^2}{I} M_f. \quad (C.2)$$

Nous choisissons maintenant nos quantités de référence :

$$L_{ref} = c, \quad (C.3)$$

$$V_{ref} = U_{\infty}, \quad (C.4)$$

$$P_{ref} = \rho_f V_{ref}^2 = \rho_f U_{\infty}^2, \quad (C.5)$$

$$T_{ref} = L_{ref}/V_{ref} = c/U_{\infty}, \quad (C.6)$$

$$M_{ref} = \rho_f U_{\infty}^2 c^2. \quad (C.7)$$

En effectuant les substitutions appropriées dans 3.99, l'équation devient :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{\nu}{U_{\infty} c} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (C.8)$$

Sachant que le nombre de Reynolds est donné par $Re = \frac{U_\infty c}{\nu}$, on obtient l'équation de Navier-Stokes 2D sous forme adimensionnelle qui gouverne la mécanique des fluides :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (\text{C.9})$$

Elle peut également être exprimée sous forme adimensionnelle par le biais de l'équation de vorticité en 2D, laquelle est résolue dans le code vortex :

$$\boxed{\frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega.} \quad (\text{C.10})$$

En effectuant les substitutions pour les quantités de référence dans l'Eq. C.2, on obtient :

$$\ddot{\theta} = -\frac{K}{I} \frac{c^2}{U_\infty^2} \theta - \frac{D}{I} \frac{c}{U_\infty} \dot{\theta} - \frac{m d_2 c}{I} \ddot{y}_1 + \frac{\rho_f U_\infty^2 c^2}{I} \frac{c^2}{U_\infty^2} M_f. \quad (\text{C.11})$$

On pose quelques définitions utiles. D'abord la fréquence naturelle f_N se définit comme :

$$f_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}},$$

puis la fréquence d'amortissement f_D sera définie comme :

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \frac{D}{I},$$

où l'inertie I est :

$$I = \rho_s B,$$

avec B le second moment d'inertie (géométrique). Ces deux quantités (I et B) représentent l'inertie par rapport au point de rotation du corps mené (soit l'articulation à laquelle le corps passif est relié). Enfin, la masse m par unité de profondeur se substitue par :

$$m = \rho_s A,$$

avec A l'aire du second corps et ρ_s la densité du solide. En insérant ces quantités dans C.11, on obtient :

$$\ddot{\theta} = -(2\pi f_N)^2 \frac{c^2}{U_\infty^2} \theta - (2\pi f_D) \frac{c}{U_\infty} \dot{\theta} - \frac{A d_2 c}{B} \ddot{y}_1 + \frac{\rho_f c^2}{\rho_s B} c^2 M_f. \quad (\text{C.12})$$

En posant $f_N^* = \frac{f_N c}{U_\infty}$ comme fréquence naturelle adimensionnelle et $f_D^* = \frac{f_D c}{U_\infty}$ comme fréquence d'amortissement adimensionnelle, on obtient finalement :

$$\ddot{\theta} = -(2\pi f_N^*)^2 \theta - (2\pi f_D^*) \dot{\theta} - \frac{A d_2 c}{B} \ddot{y}_1 + \frac{\rho_f c^4}{\rho_s B} M_f. \quad (\text{C.13})$$

On peut également poser $I^* = \frac{\rho_s B}{\rho_f c^4}$, un ratio d'inertie entre le solide et le fluide. L'équation se réécrit alors :

$$\ddot{\theta} = -(2\pi f_N^*)^2 \theta - (2\pi f_D^*) \dot{\theta} - \frac{A d_2 c}{B} \ddot{y}_1 + \frac{1}{I^*} M_f. \quad (\text{C.14})$$

On peut également exprimer $D^* = \frac{\rho_s}{\rho_f}$ le ratio de densité entre le solide et le fluide, ce qui permet de réécrire $I^* = D^* \left(\frac{B}{c^4} \right)$ et ainsi exprimer l'expression précédente comme :

$$\ddot{\theta} = -(2\pi f_N^*)^2 \theta - (2\pi f_D^*) \dot{\theta} - \frac{A d_2 c}{B} \ddot{y}_1 + \frac{1}{D^*} \left(\frac{c^4}{B} \right) M_f. \quad (\text{C.15})$$

Ainsi, en plus des cinq paramètres adimensionnels déjà présents pour un problème d'aile oscillante rigide, soit :

$$Re, f^*, \frac{H_o}{c}, \alpha_0 \text{ et } \phi,$$

il en ressort trois paramètres supplémentaires pour ce cas de FSI. Ces paramètres sont :

$$\begin{aligned} f_N^* &= \frac{f_N c}{U_\infty} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}} \frac{c}{U_\infty}, \\ f_D^* &= \frac{f_D c}{U_\infty} = \frac{1}{2\pi} \frac{D}{I} \frac{c}{U_\infty}, \\ I^* &= \frac{\rho_s B}{\rho_f c^4} = D^* \left(\frac{B}{c^4} \right). \end{aligned}$$

De plus, un terme géométrique surgit, soit $\frac{A d_2 c}{B}$ et pour un cas FSI plus général, il y a deux paramètres supplémentaires qui définissent un problème d'aile articulée, soit N_h et N_b , le nombre d'articulations et de segments rigides.

Le terme f_N^* représente la fréquence naturelle non-dimensionnelle, il est donc associé directement à la rigidité du corps, c'est-à-dire sa capacité à se déformer et à vibrer. Plus

la valeur de f_N^* est élevée, moins le corps sera déformable, car plus rigide. Ce terme, contrairement à la rigidité K_θ^* , ne caractérise pas que le ressort en torsion, mais inclut plutôt l'effet de la géométrie (soit la forme du corps et la position de l'articulation, par le biais de l'inertie par rapport à l'articulation).

Le terme f_D^* , quant à lui, représente une fréquence d'amortissement. C'est donc dire que plus il est élevé, plus les déformations seront amorties, dû à un amortissement structurel intrinsèque au solide.

Ces deux termes sont normalisés avec le temps convectif c/U_∞ , de la même façon que la fréquence du mouvement imposé f^* , ce qui permet de comparer facilement ces échelles de temps l'une par rapport à l'autre.

Enfin, le dernier terme qui ressort de cette analyse est le ratio d'inertie I^* . Il est équivalent à un ratio de masse m^* que l'on retrouvera souvent dans le contexte d'un corps monté sur support élastique avec un ou des degrés de liberté en translation. Or, dans le cas présent, l'équation de la dynamique est celle de la quantité de mouvement en terme angulaire, c'est pourquoi on exprime ici un ratio d'inertie en rotation. Ce ratio d'inertie contient le ratio de densité entre le solide et le fluide ($D^* = \rho_s / \rho_f$) ainsi que l'inertie normalisée du solide (B/c^4). Il caractérise donc le degré de couplage du problème.

C'est-à-dire que ce terme permet d'évaluer l'importance des forces aérodynamique versus les forces inertielles. Ainsi, plus I^* est élevé, plus le dernier terme de l'équation C.14 contenant le moment aérodynamique sera négligeable pour gouverner le mouvement du corps. À l'inverse, une valeur de I^* très faible signifiera que la déformation du corps est fortement gouvernée par les forces aérodynamiques et qu'elle dépend donc peu de sa propre inertie. On parlera ainsi respectivement d'un couplage faible ou d'un couplage fort au niveau de l'interaction entre le fluide et la structure (FSI).

Pour sa part, le paramètre $\frac{Ad_2c}{B}$, qui apparaît devant le terme d'accélération dû au mouvement prescrit, est en quelque sorte un paramètre géométrique. Il s'agit finalement d'un ratio définissant l'importance de l'inertie due au mouvement imposé, faisant intervenir les propriétés géométriques du corps articulé. En effet, on y retrouve la distance d_2 entre l'articulation (le joint torsionnel) et le centroïde du corps libre, l'aire A et le second moment d'inertie B . Ainsi, un paramètre géométrique à faible valeur pourrait signifier que le corps libre ressentira peu l'influence inertielle du premier corps en terme dynamique.

Annexe D

Cas de validation – Aile oscillante

Cet annexe présente les figures qui se retrouvent dans l'article de référence de Toomey et Eldredge paru en 2008 [58]. On y retrouve les cas de validation A et B de la section 4.1.2 du chapitre 4 de ce mémoire.

Tel que cela a été mentionné auparavant, le cas A correspond au cas 5 de la référence, un cas avec une grande déflexion du corps passif, alors que le cas B correspond au cas 1, qui lui présente une déflexion beaucoup moins importante.

La figure de D.1 permet une comparaison avec la FIG. 4.6, alors que la figure en D.2 permet une comparaison avec la FIG. 4.7.

D.1 Cas A

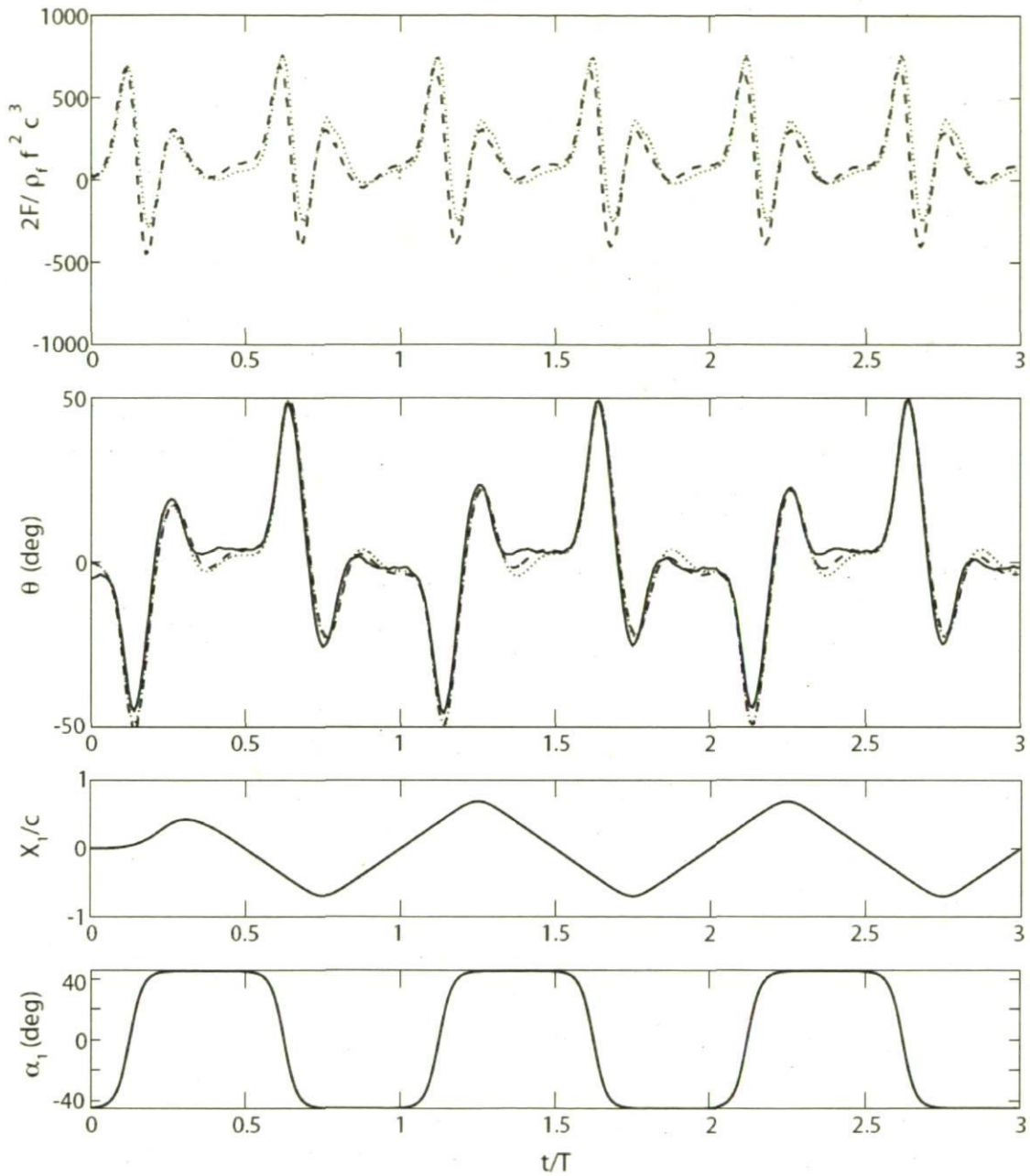


FIG. 8. **Case 5** y component of force, hinge deflection angle, and kinematics. Experimental results (—); simulation, $Re_r=100$ (---); simulation, $Re_r=500$ (···).

D.2 Cas B

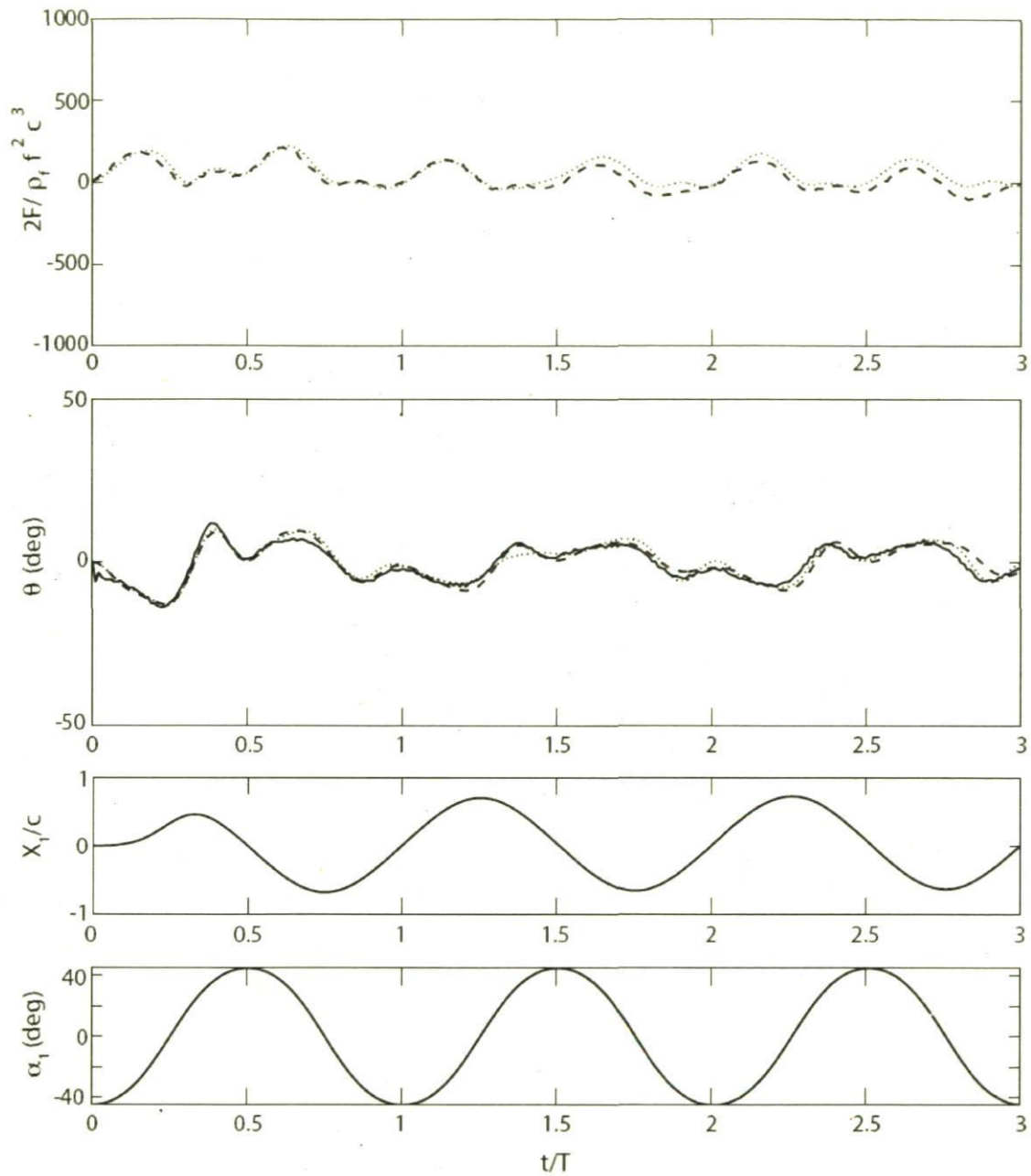


FIG. 4. **Case 1**, y component of force, hinge deflection angle, and kinematics. Experimental results (—); simulation, $Re_r=100$ (---); simulation, $Re_r=500$ (···).

Annexe E

Articles de conférences

Les pages qui suivent contiennent une copie de l'article de conférence qui a été écrit dans le cadre de ce projet. Cet article a été présenté à la 17^e conférence de la *Société canadienne de CFD* [37] à Ottawa en mai 2009.

A Meshless Approach for Fluid-Structure Interactions Analysis in Flapping-Wing Flyers

J.F. Morissette and G. Dumas

*Laboratoire de Mécanique des Fluides Numérique,
Département de génie mécanique, Université Laval, Québec, Canada, G1V 0A6*

Email: guy.dumas@gmc.ulaval.ca

ABSTRACT

Fluid-structure simulations are an important tool to investigate the effect of flexibility in flapping wing propulsion. In this paper, a fluid-structure solver using a lagrangian vortex method coupled to a low-order modelling approach of flexibility is proposed. With the objective of contributing toward optimization of nano-air vehicles operating with flapping wings, the present study thus involves unsteady low Reynolds number flows which are taken as 2D and laminar. The methodology employed here simplifies the fluid-structure resolution by approximating the deformable airfoil as a chordwise ensemble of N articulated rigid bodies linked together by torsional joints. This approach allows to solve the N -body dynamics equations instead of solving a full-elasticity problem, reducing computational difficulties while providing a practical control of the chordwise flexibility of the airfoil. Fluid flow and body configuration are solved with a predictor-corrector scheme and coupling is made in a strong way with an iterative procedure within the correction step. Vortex method being meshless, it is well suited for cases involving multiple arbitrarily moving bodies, enabling simulations with both driven and passive bodies interacting together. As preliminary test cases, the problem of vortex induced vibrations of a cylinder and the case of a two-element articulated wing are presented here to validate the solver and to demonstrate good agreement with other works. A comparison case between a rigid one-element airfoil and a flexible multi-element airfoil is made, providing useful information on the physics at play.

1 INTRODUCTION

In recent years, there have been an increasing interest on the aerodynamic of insect-size flying objects.

These nano-air vehicles (NAV) are designed to operate at relatively low speed, involving low Reynolds numbers $O(10^2 - 10^3)$, and could be useful in a lot of applications like espionage, military reconnaissance, air sampling, rescue missions, etc. Mission requirements combined to the limited size of these drones bring formidable challenges with respect to propulsion and energy efficiency. These aerodynamic concerns have motivated many studies in recent years. NAV designs have been largely inspired by birds and insects that have evolved in such a way that they produce thrust and lift by means of flexible flapping wings which are better suited than fixed lifting surfaces at such low Re . Numerous works (see [11]) over the years have focused on insect and bird flight mechanisms, or on fish locomotion, initially led by biologists and more recently followed by aerodynamicists. Most of these studies have considered unsteady aerodynamics of flapping but rigid wings. Only a few have investigated aeroelasticity and how wing flexibility could affect efficiency in propulsion [9, 3].

The present numerical study considers the unsteady aerodynamics of flexible moving bodies subject to large deformation under the action of inertial, internal and fluid forces. This effort is led in collaboration with the Defence Department (DRDC-Valcartier), which has been interested in flapping wings propulsion for some time, and more recently in the preponderant role that flexibility plays in this context [8].

Many numerical approaches have been developed to study Fluid-Structure Interactions (FSI), and they can be classified in two broad categories, namely elastically mounted rigid body approaches (sometimes called 6 d.o.f problems) versus deformable bodies. The latter field once again divides into two classes : monolithic solvers [4, 5] and partitioned solvers. The idea behind monolithic solvers is to calculate both fluid

and solid fields simultaneously while for the partitioned solvers, the fluid and the structure are solved sequentially with a more or less strong coupling at the interface for data exchange. The method presented in this paper considers 2D cases and is associated with this last kind.

It consists of approximating continuous airfoil with multiple rigid segments linked together. Chordwise elasticity of the airfoil is modeled by a finite number of rotational elastic joints instead of resolving the full structural dynamics. Therefore the problem to be solved is one of a train of rigid bodies, all of which being linked altogether by hinges (see FIG. 1). Two main advantages distinguish this strategy : first, being a low order flexibility approximation, it is far easier to implement and solve, and second, it provides a practical flexibility control via torsional springs and dampers. This approach was also used and validated by Toomey and Eldredge [12, 1] and Galls and Rediniotis [2]. Our implementation is original in its use of a lagrangian vortex method (originally developed by Winckelmans group at UCL [10]) to solve the fluid part : this particular method is meshless, and therefore provides an undeniable advantage when dealing with multiple moving bodies, eliminating the need for remeshing.

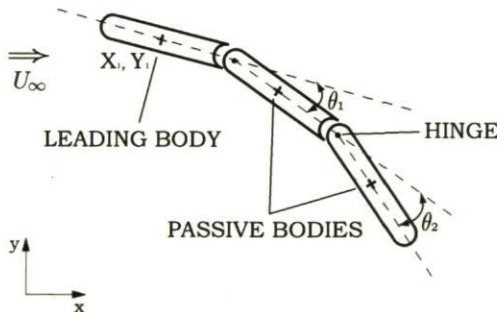


Figure 1: Articulated wing made of three rigid bodies.

2 NUMERICAL METHODOLOGY

A brief review of the vortex method is presented, with an emphasis on forces and moment calculations which are of interest here, followed by a more detailed description of the fluid-structure coupling method developed.

The lagrangian vortex method is based on a representation of the flow field by means of convected vortex particles that carry and diffuse circulation. It solves the 2D incompressible Navier-Stokes equation expressed in vorticity form :

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = \nu \nabla^2\omega. \quad (1)$$

Fluid and solid are coupled in both kinematics and dynamics via rigid bodies motion and aerodynamic forces. Calculation of forces and moment in vortex method, which no longer contains the pressure, is achieved using a body-fitted control volume approach proposed by Eldredge and modified by Lefrançois [6] in the present implementation :

$$\mathbf{F}_f = \mu \oint_S \left[-\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}(s) \hat{\mathbf{t}}(s) - \frac{\partial\omega}{\partial n}(s) [(\mathbf{x} - \mathbf{X}) \times \hat{\mathbf{e}}_z] \right] ds + \rho_f A (\dot{\mathbf{U}} - \Omega^2 (\mathbf{X}_{bc} - \mathbf{X})) - 3\dot{\Omega} [(\mathbf{X}_{bc} - \mathbf{X}) \times \hat{\mathbf{e}}_z], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_f = & - \mu \oint_S -\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}(s) \hat{\mathbf{n}}(s) (\mathbf{x} - \mathbf{X}) \cdot \hat{\mathbf{n}}(s) ds \\ & - 2\mu A \Omega + \mu \oint_S \frac{\partial\omega}{\partial n}(s) |\mathbf{x} - \mathbf{X}|^2 ds \\ & + 2\rho_f B \dot{\Omega} + \rho_f A (\mathbf{X}_{bc} - \mathbf{X}) \times \dot{\mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (3) \end{aligned}$$

An important feature of this formulation is that it relies on vorticity at the wall (interpolated with the stream-function curvature) and vorticity flux (obtained from the calculation of vorticity sheets), as well as on added mass terms (or displaced fluid inertia). The positions \mathbf{x} , \mathbf{X} and \mathbf{X}_{bc} represent here panel coordinates, body axis and body centroid while A and B correspond to the area and second area moment of inertia of a rigid body. Finally, \mathbf{U} , Ω and their time derivatives correspond to linear and angular velocities and accelerations.

Body evolution is calculated by resolving the dynamics equation, a second-order differential equation which is divided into two first-order equations (for velocity and position). It is solved with a corrector-predictor method (see FIG. 2) with subcycling on the corrector part. Second-order explicit Adams-Bashford scheme is used as a predictor (and in the weak coupling form) and Adams-Moulton implicit second-order scheme is used as a corrector.

Basically, to perform FSI in the present context, one needs to use the aerodynamic forces (\mathbf{F}_f) at a given timestep such as calculated from the flow solution, use them to predict the new position (\mathbf{x}_b^*) and velocity (\mathbf{v}_b^*) of the body from the body dynamics equations, and proceeds to the next timestep once body position and velocity as well as particles positions, velocities and strengths (\mathbf{x}_p , \mathbf{u}_p , γ_p^*) have been updated. A more robust coupling however is obtained by means of an iterative scheme that solves the corrector part of the body dynamics sequentially with the reinforcement of the no-slip condition at the wall until convergence is reached, so that there is a more precise simultaneity

between the fluid field and the solid field concerning both kinematics and dynamics.

This strong coupling is done via iterations on the fluid forces calculation. Globally, it consists of determining the strength of the vortex sheets at the solid surfaces, and diffuse this circulation to slightly modify the vorticity field (γ_p^{**}) near the body, allowing a better estimate of the aerodynamic forces used to update once again body configuration (x_b^{**}, v_b^{**}). While we know that physically, all phenomena take place simultaneously, in the present algorithm, convection, diffusion and body displacement all take place sequentially, the coupling only being a supplementary step in the sequence. Finally, it is necessary to point out that redistribution of particles on regular grid is necessary in vortex method to ensure accuracy of the solution. During this additional step, which occurs occasionally (every 4 timesteps typically), forces calculation is skipped and therefore, bodies evolution is then calculated with a predictor-corrector scheme, but without updated aerodynamic forces in the corrector part. Nevertheless, this ensures robustness in solving the dynamics with an implicit scheme rather than using only an explicit predictor scheme.

FIG. 2 presents an overview of a typical timestep with a more detailed step by step description following.

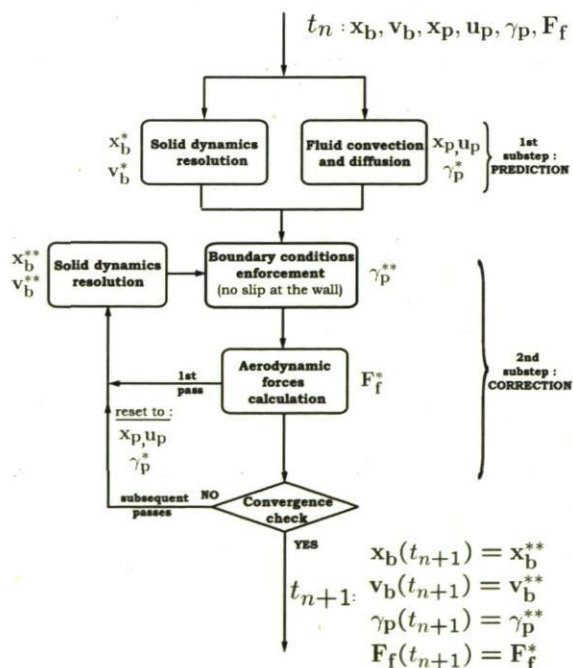


Figure 2: FSI algorithm in vortex method. Subscript “b” refers to the bodies, “p” to the vortex particles, and “f” to the fluid.

First substep :

Bodies and fluid evolutions are computed independently, the former via imposed and/or fluid-driven displacement. Convection of each vortex particle is made by calculating particles velocity through a fast Biot-Savart algorithm. Once convection and bodies displacements are achieved (giving x_b^*, v_b^*, x_p and u_p), diffusion occurs via a particle strength exchange scheme [10], giving γ_p^* .

Second substep :

The second part of the algorithm concerns boundary-conditions enforcement at the solid surfaces. In order to respect the no-slip condition on solid walls, a panel method is used to compute the strength of the vortex sheet that is required to cancel any induced non-zero relative velocity at the surface. The circulation of this vorticity sheet is then diffused to the adjacent particles near the body surface. Since the aerodynamic forces and moment calculation depends on this vorticity flux and the vorticity strength at the solid wall itself, it is performed at the end of this substep. In weak coupling approach, the timestep would now be over and next timestep could proceed.

Strong coupling :

In the strong coupling scheme, the second substep is repeated until convergence of the bodies positions and velocities. While in the first substep, a prediction was made on bodies positions, velocities and accelerations (calculated with precedent timestep fluid forces F_f), a correction is now made with updated forces F_f^* . The latter are obtained with a new calculation within the current timestep. Naturally, once bodies are updated, the no-slip condition must be reinforced once more. As a consequence, a new vorticity flux is diffused into the adjacent particles to get a slightly modified fluid field (γ_p^{**}), enabling to compute still updated fluid forces. This is repeated until convergence is achieved. When this is not the case, vorticity field is reset to its previous state (x_p, u_p, γ_p^*), bodies properties are updated (x_b^{**}, v_b^{**}) until they are consistent with the no-slip condition. This procedure allows to have simultaneous evolutions of fluid and bodies (which is achieved iteratively) so as to obtain a FSI that is always consistent with updated conditions at the interface.

3 VALIDATION AND DISCUSSION

3.1 Vortex-induced vibrations of a cylinder

The first validation case presented concerns a cylinder undergoing vortex induced vibrations in a cross

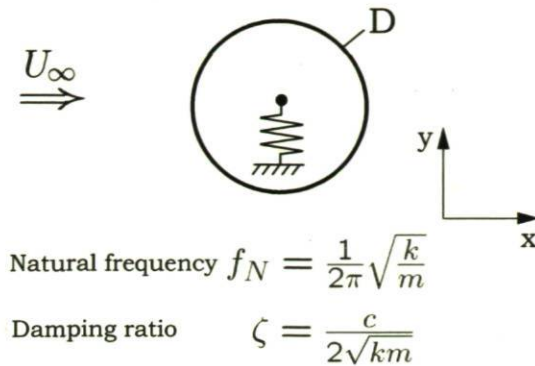


Figure 3: Schematic diagram of an elastically mounted cylinder in the Y-direction.

flow. This single-body problem consists in a rigid cylinder mounted on an elastic support in the vertical direction as can be seen on FIG. 3. Initially at rest, the cylinder starts to oscillate perpendicularly to the flow and synchronizes its vibrations with its vortex shedding frequency. Different lock-in regimes are possible depending of the rigidity of the support and the Re number. For a laminar $Re = 200$ case with a solid to fluid density ratio $m^* = \rho_s/\rho_f = 10$ and a damping factor $\zeta = 0.01$, two distinct regimes are possible when the reduced velocity $U^* = U_\infty/f_N D$ is varied from 4 to 7. Table 1, where A_{max}^* , C_{Lmax} and $f^* = f/f_N$ are respectively the maximum amplitude, maximum instantaneous lift coefficient and the nondimensional oscillating frequency, presents and compares results between our own vortex code (using $\Delta h/D = 0.01$ and $U_\infty \Delta t/D = 0.005$) versus commercial solver *Fluent 6.3*, Yang *et al.*[13] who use an embedded-boundary method and Leontini [7] who performs spectral-element technique with time-splitting method. These results confirm that our vortex method is well suited for single-degree of freedom fluid structure simulation with rigid body.

Results	$U^* = 5.1$			$U^* = 4.5$		
	A_{max}^*	C_{Lmax}	f^*	A_{max}^*	C_{Lmax}	f^*
Vortex method	0.45	0.28	1	0.40	0.50	0.95
Fluent	0.44	0.23	1	0.40	0.50	0.96
Leontini 2006	0.47	0.40	1	0.40	0.50	0.95
Yang <i>et al.</i> 2008	0.44	0.30	1	0.40	0.50	0.95

Table 1: Vortex induced vibrations of a cylinder with two reduced velocities U^* .

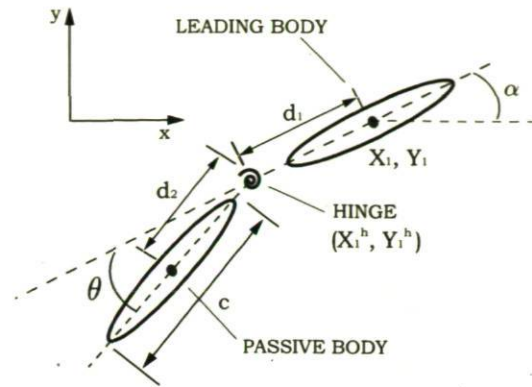


Figure 4: Articulated wing made of two elliptic segments in a fluid at rest.

3.2 A two-element articulated wing

A second validation case consists of a vertically oriented wing ($\alpha = 90^\circ$) hovering in a fluid at rest. In this case, the wing is composed of two rigid segments linked together by a torsional joint (see FIG. 4). The first (upper) wing is the driven component (imposed motion) while the second (lower) is passive, allowing

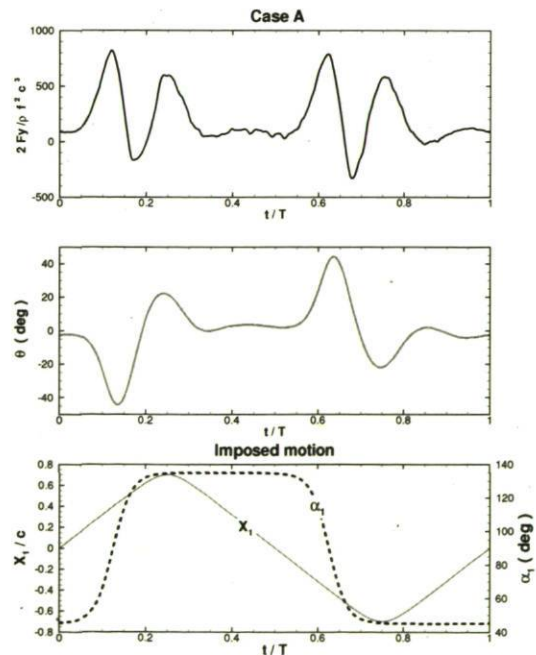


Figure 5: Resultant vertical forces and differential angles between the two ellipses for Case A, as well as prescribed kinematics on upper body over one cycle.

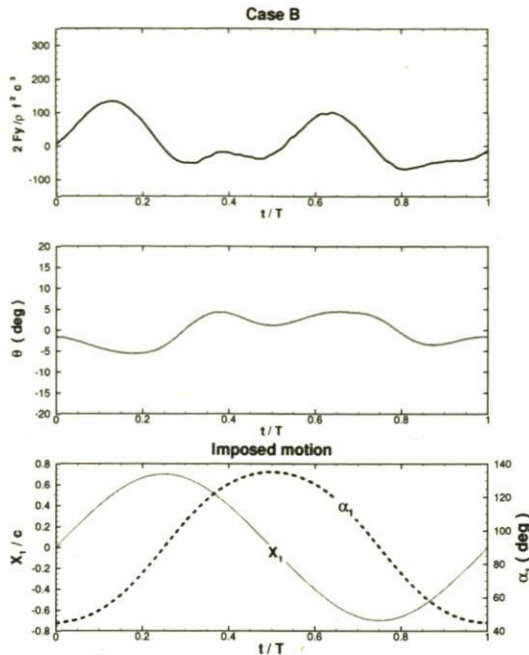


Figure 6: Resultant vertical forces and differential angles between the two ellipses for Case A, as well as prescribed kinematics on upper body over one cycle.

to study some aspects of flexibility in a simple manner. The dynamics problem is solved for θ , the differential angle, that represents the deflection between the two ellipses. A comparison is made with Toomey and Eldredge [12] for the case of a hovering wing oscillating with a combined periodic motion of rotation and translation. All the details on these kinematic functions can be found in [12]. For these simulations, the density ratio is low ($\rho_s/\rho_f = 5$), thus requiring the strong coupling approach, and the rotation Reynolds number based on peak angular velocity is $Re_r = 100$. In Case A, timestep size used is $\Delta t/\tau_r = 0.019$ while spatial discretization is set to $\Delta h/c = 0.02$. Case B is solved with $\Delta t/\tau_r = 0.01$ and $\Delta h/c = 0.013$. Forces and kinematics obtained with our method (shown on FIG. 5 and FIG. 6) are in very good agreement with Toomey and Eldredge (see case 1 and 5 in [12] for comparison). FIG. 7 shows the important deformation of the body under the aerodynamic and inertial forces in this propulsion regime with typical vortex shedding at the trailing edge. As one can observe, under these conditions, a deformable wing, simplified as a two rigid components linked by an hinge, can produce lift, scaled mainly by kinematics parameters. A higher rotation rate (as in case A) lead to an increase in wing deflection and lift production, as observed by Toomey. This benchmark case shows us promising

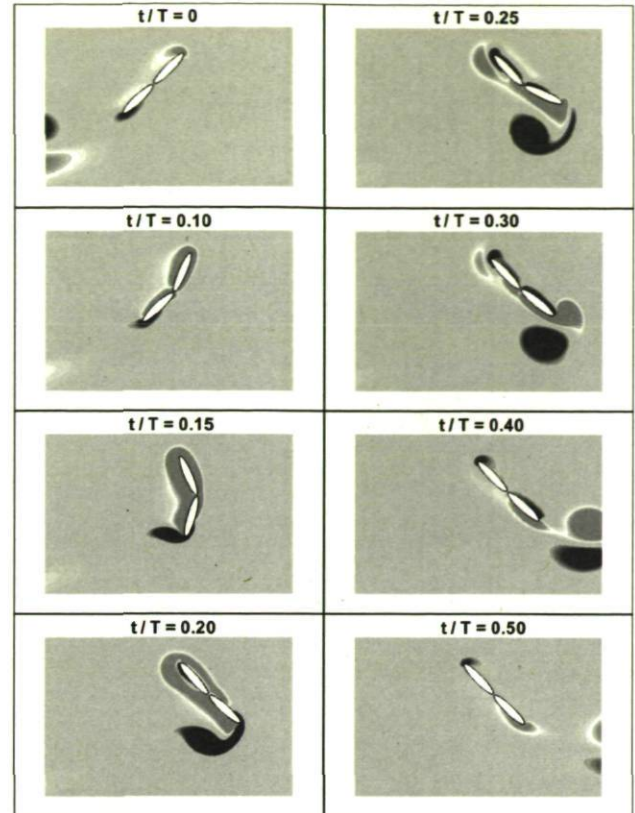


Figure 7: Temporal evolution of the computed vorticity field over half an hovering cycle for Case A, showing important deflection on the aft body.

results to extend our coupling methodology to more complex cases involving more bodies interacting altogether.

3.3 A five-element articulated flapping wing in propulsion regime

The following section presents results with an N -body train as on FIG. 1, composed of a set of N_b bodies and $N_h = N_b - 1$ hinges, in the same way as Eldredge [1]. To do so, additional methodology needs to be presented. In the context of modelling chordwise flexibility with a multi-element passive torsional joint approach, kinematic constraints linking all the bodies together must be correctly taken into account. The approach remains the same as in the previous example, except that with three bodies or more, each passive body has an influence on all the others. That is accounted for with kinematics constraints and in the dynamics equation (Newton's second law for angular momentum) through inertia, rigidity and damping matrices \mathbf{M}_θ , $\mathbf{M}_{k\theta}$, \mathbf{K} , \mathbf{D} :

$$\mathbf{M}_\theta \ddot{\theta} = -\mathbf{M}_{k\theta} \dot{\mathbf{U}}_k + \mathbf{J}_\theta - \mathbf{K}(\theta - \theta_0) - \mathbf{D}\dot{\theta} + \mathbf{F}_f \quad (4)$$

This system of N_h -coupled equations is solved for the vectors θ and $\dot{\theta}$, which correspond to the differential angles between each body and rate of change of these angles. \mathbf{F}_f is a vector which corresponds to the fluid dynamic forces (moment, and X and Y components), \mathbf{J}_θ represents centrifugal forces on each hinge. The first term on the right-hand side of Eq. 4 corresponds to an inertial term due to the imposed motion of a reference body k . This motion is transmitted to the other bodies by means of one-degree of freedom hinges, modelled via the following kinematics constraints :

$$x_i^h = x_i + d_{1,i} \cos \alpha_i \quad x_{i+1} = x_i^h + d_{2,i} \cos \alpha_{i+1}, \quad (5)$$

$$y_i^h = y_i + d_{1,i} \sin \alpha_i \quad y_{i+1} = y_i^h + d_{2,i} \sin \alpha_{i+1}, \quad (6)$$

$$\theta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i. \quad (7)$$

Bodies positions and orientations are defined by \mathbf{x}_i and α_i . Hinges positions, allowing to link bodies, are defined by \mathbf{x}_i^h (see FIG. 4). This set of equations is thus defining the train of bodies to be modelled. Consequently, in each timestep, by solving Eq. 4 with respect to these constraints, kinematics of the whole train of bodies can be solved along with the surrounding fluid field dynamics.

Let us now study a N -body problem. Considering that NAVs flight involves unsteady aerodynamics at low Re and flexible flapping wings, this FSI solver will give us precious insights on the multiphysics involved in such a problem. The next challenge thus concerns a flexible flapping airfoil subject to a combined motion of heaving and pitching. This airfoil will be modelled by five discrete elements, linked with four torsional joints. The motion, imposed at the leading edge ($x/c = 0$ as insects or birds), is given by :

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(2\pi ft), \quad (8)$$

$$h(t) = H_0 \sin(2\pi ft + \phi). \quad (9)$$

In this case, kinematic parameters of interest are H_0/c , α_0 , f^* where $f^* = fc/U_\infty$ is the nondimensional frequency. To help discuss and better understand the multiphysics aspects of such a problem, a simplified model (with a one hinge; two-segment wing), thus neglecting interactions between bodies, is quite enlightening. Considering a leading body with a prescribed motion and a second passive body, a dimensional analysis leads to the relevant parameters :

$$Re, f_N^*, f_D^*, I^*, \frac{Ad_2c}{B}.$$

as well as the ones mentioned before. The dimensionless natural frequency f_N^* and damping frequency f_D^* are expressed as $f_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}}$ and $f_D = \frac{1}{2\pi} \frac{D}{I}$, and normalized by the convective timescale. The inertia ratio

is $I^* = \frac{\rho_f c^4}{\rho_s B}$ where B is the second area moment of inertia. It is a critical parameter because it characterizes the importance of the fluid forces versus the inertial forces, defining how much a problem is coupled. Natural frequency concerns the rigidity of the structure while the last term arises from geometry. The performance of a flapping airfoil can be evaluated by looking at different quantities of interest like thrust magnitude or propulsive efficiency. Efficiency is defined as the ratio of propulsive power to the input power necessary to generate the motion and deformation of the airfoil. Here, quantities are averaged over one period of oscillation, once periodicity is achieved. Expressed in nondimensional form, the period-averaged power input becomes :

$$\overline{C_p} = \frac{\overline{P}}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c}. \quad (10)$$

The period-averaged power output can be expressed as :

$$\overline{C_{p_x}} = \frac{\overline{F_x} U_\infty}{\frac{1}{2}\rho_f U_\infty^3 c} = \frac{1}{T} \int_0^T C_x dt. \quad (11)$$

Finally, propulsive efficiency is defined as :

$$\eta = \frac{\overline{F_x} U_\infty}{\overline{P}} = \frac{\overline{C_x}}{\overline{C_p}}. \quad (12)$$

$\overline{P} = \overline{P_y} + \overline{P_\theta}$ here is defined without inertial forces, allowing to compare only aerodynamic performances.

The next results present cases of flexible (five-rigid segments) wings versus rigid wing in propulsion regime. The airfoil is a 10% thick symmetric flat plate. The flexible plate is a train of convex-concave bodies, with a $0.0075c$ minimal gap in between each body, designed so as to minimize fluid flow in these interstices and to simplify the numerics. All the simulations were made at $Re = 1000$, with 1000 timesteps/cycle, using a near body spatial resolution of $h/c = 0.005$ and a non-uniform spatial resolution in the wake. Rigid airfoil was discretized with 424 panels and flexible ones with 582 panels ($l_{pan} \approx h_{body}$).

A selected case was chosen, with a nondimensional frequency $f^* = 0.2$, heaving and pitching amplitude of $H_0/c = 1$ and $\alpha_0 = 30^\circ$ with a phase angle $\phi = 90^\circ$. A solid to fluid density ratio of 500 was chosen, meaning that in this case, inertia is dominant over fluid forces. Typical number of sub-iterations in the coupling scheme was 5 to 10 for these cases. Table 2 presents the main results from these simulations. The vorticity field and the deflection of the foil show us major differences between each case, as visible on FIG. 8. From one to another, rigidity is the only parameter that has changed (a different f_N^* means a different torsion

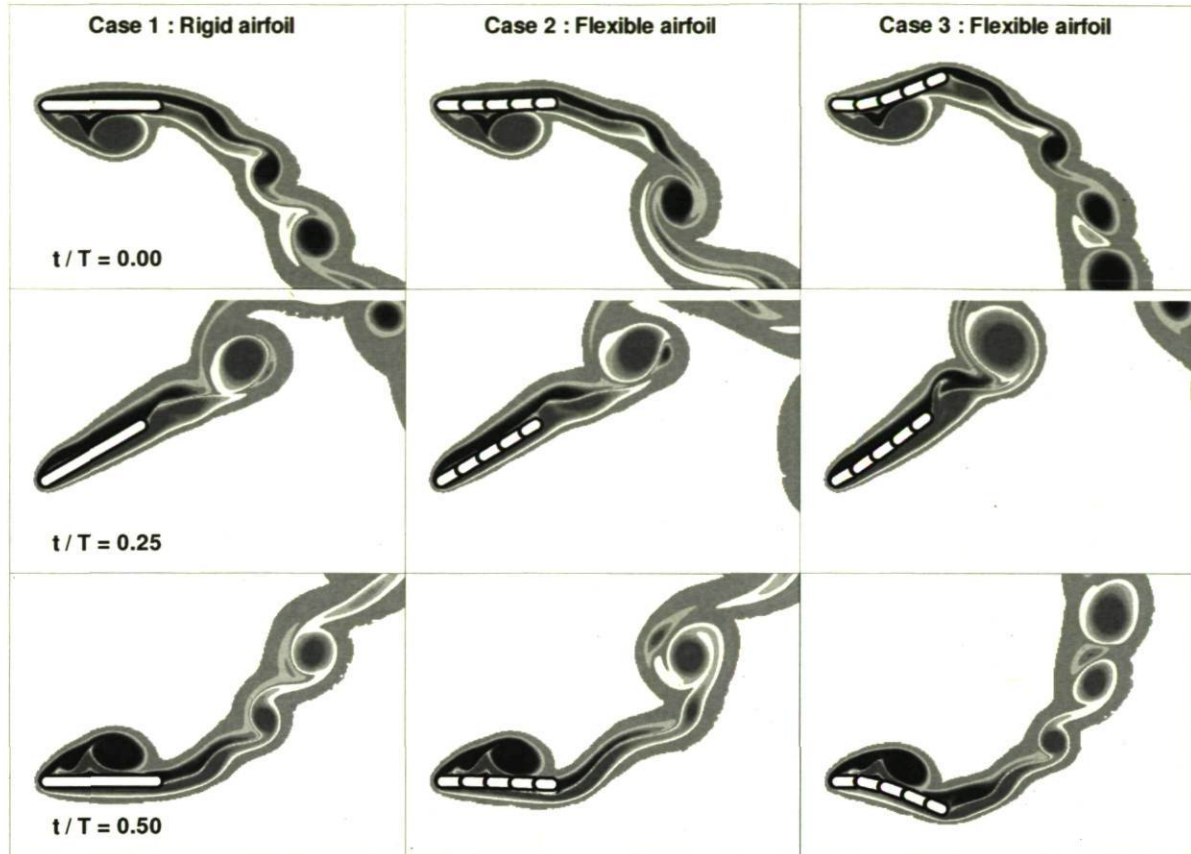


Figure 8: Computed vorticity field in propulsion regime at three instants over a flapping cycle, comparing a totally rigid wing (on the left) to two flexible wings.

		f_N^*	f_D^*	I^*	$\max C_{p_x}$	η
Case 1	Rigid	-	-	-	1.94	0.327
Case 2	Flexible	20	5	14.72	1.91	0.286
Case 3	Flexible	6	5	14.72	2.28	0.089

Table 2: Flapping wing cases with parameters and major results.

spring constant k). As expected, the less rigid case presents the greater aft deflection, principally due to its own inertia. The case presented being mostly inertial, this deflection is particularly significant at the top and bottom position in the cycle. Instantaneous power coefficients (FIG. 9) indicate where, in the cycle, the wing is producing thrust and at what cost. Quite comparable, power signals are mostly affected in amplitude by flexibility, but present peak values happening at the same instants (even if the more flexible is somewhat delayed). One consequence of an increased flexibility is the increase in drag production (negative C_{p_x}) on a portion of the cycle, diminishing the desired thrust production. At $t/T = 0$ and 0.5 , a larger wake

can be observed due to the increased camber of the flexible foil, greatly affecting thrust production. This added passive camber tends to increase lift too, thus increasing input power necessary to achieve thrust, resulting in a decrease in efficiency for those cases. It is clear that a too large deflection could significantly affect aerodynamic performances, even though it can also increase peak thrust power at some moment over the cycle. But on an average, even the less flexible case presented here does not improve performances. At mid-course ($t/T = 0.25$) in amplitude, flexibility effects are less visible. Still, vorticity field shows a delayed separation bubble versus the rigid case leading to a different vortex shedding. Quite preliminary, these results are nevertheless encouraging in the way that rigid and flexible cases can now be compared and studied with the FSI solver presented.

4 CONCLUSION

In this work, an original meshless method for solving FSI problems involving multiple bodies interacting was proposed. A simple case of vortex induced

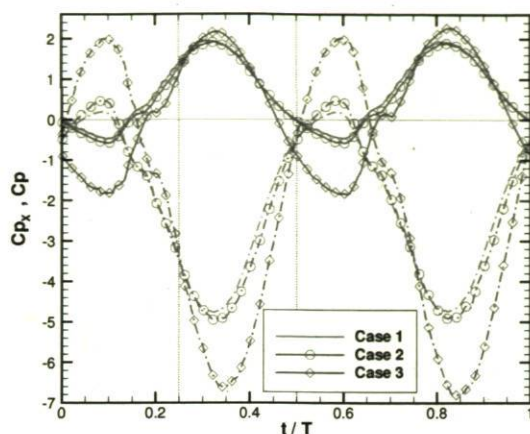


Figure 9: Instantaneous power coefficients for three different stiffness of the foil over one cycle. Output power C_{p_x} (—); input power C_p (- - -).

vibrations was first presented, confirming the coupling strategy. A second case involving a 2-element airfoil was also successfully simulated which demonstrated the necessity of a strong coupling approach. Finally, the method was used to explore the preponderant role of flexibility in propulsion applied to nano-air vehicles. It was shown that the proposed FSI approach is well suited to our needs. Considering encouraging results, further works will include a complete parametric study concerning flexibility and explore chordwise variation to optimize aerodynamics performances of flapping wings at low Re number.

ACKNOWLEDGEMENTS

Authors wish to acknowledge the financial support of NSERC Canada, FQRNT Québec and DRDC-Valcartier. A special thanks is also addressed to researchers François Lesage and Nicolas Hamel from DRDC for stimulating discussions.

REFERENCES

- [1] J. Eldredge. Dynamically coupled fluid-body interactions in vorticity-based numerical simulations. *J. Comput. Phys.*, 227:9170–9194, 2008.
- [2] S. Galls and O. Rediniotis. Development of a computational hydrodynamic model for a biomimetic underwater autonomous vehicle. *AIAA Journal*, 45(5):961–971, May 2007.
- [3] S. Heathcote and I. Gursul. Flexible flapping airfoil propulsion at low Reynolds numbers. Reno, Nevada, Jan. 2005. 43rd AIAA Aerospace Sciences Conference and Exhibit.
- [4] B. Hübner, E. Walhorn, and D. Dinkler. A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:2087–2104, 2004.
- [5] H. Jasak. Multi-physics simulations in continuum mechanics. Trogir/Split, Croatia, Sept. 2006. 5th International Congress of Croatian Society of Mechanics.
- [6] J. Lefrançois, G. Dumas, and P. Bochud. Force and moment calculation for moving bodies in a lagrangian vortex method. Toronto, Canada, May 2007. 15th Annual Conference of CFD Canadian Society, Paper CFD-2007-1112.
- [7] J. Leontini, M. Thompson, and K. Hourigan. The beginning of branching behaviour of vortex-induced vibration during two-dimensional flow. *J. Fluids Struct.*, 22:857–864, 2006.
- [8] F. Lesage, N. Hamel, W. Yuan, M. Khalid, X. Huang, and P. Zdunich. Aerodynamic study of a flapping-wing NAV using a combination of numerical and experimental methods. Honolulu, Hawaii, Aug. 2008. 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, paper AIAA 2008-6396.
- [9] G. Pedro. *A General Computation Framework for Fluid-Structure Interactions with Application to Underwater Propulsion*. PhD thesis, University of Victoria, 2005.
- [10] P. Ploumhans and G. Winckelmans. Vortex methods for high-resolution simulations of viscous flow past bluff bodies of general geometry. *J. Comput. Phys.*, 165:354–406, 2000.
- [11] K. V. Rozhdestvensky and V. A. Ryzhov. Aerohydrodynamics of flapping-wing propulsors. *Progress in Aerospace Sciences*, 39:585–633, 2003.
- [12] J. Toomey and J. Eldredge. Numerical and experimental study of the fluid dynamics of a flapping wing with low order flexibility. *Physics of Fluids*, 20(073603), 2008.
- [13] J. Yang, S. Preidikman, and E. Balaras. A strongly coupled, embedded-boundary method for fluid-structure interactions of elastically mounted rigid bodies. *J. Fluids Struct.*, 24:167–182, 2008.