



Étude de l'effet de la flexibilité du châssis sur les méthodes existantes pour la sélection des paramètres des tampons moteur

Mémoire

Marc-Antoine Fortin

Maîtrise en génie mécanique - avec mémoire
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

Étude de l'effet de la flexibilité du châssis sur les méthodes existantes pour la sélection des paramètres des tampons moteur

Mémoire

Marc-Antoine Fortin

Sous la direction de:

Yves St-Amant , directeur de recherche
Denis Rancourt, codirecteur de recherche

Résumé

Le contexte actuel du domaine de l'automobile a pour objectif d'améliorer le confort des utilisateurs. Plusieurs techniques sont mises en place afin de réduire les perturbations causées par le moteur. Par contre, une automobile est très différente d'un véhicule récréatif. En effet, le rapport de masse entre le moteur et le châssis ainsi que le rapport de raideur entre les tampons moteur et le châssis sont très différents pour un véhicule récréatif. Il est alors nécessaire de proposer une méthodologie qui est capable d'évaluer si les méthodes existantes qui se basent sur l'hypothèse du châssis rigide sont valides dans le contexte d'un châssis flexible et proposer une méthode qui soit capable d'améliorer le comportement du châssis plus rapidement. Pour cela, deux outils basés sur la méthode de contribution énergétique sont développés. Une méthodologie composée de méthodes existantes et des outils développés est proposée afin de guider le choix des tampons moteur du prototype au véhicule de production. L'application des deux outils à un cas simplifié de véhicule récréatif a permis de confirmer que la flexibilité devait être considérée et a permis d'obtenir une réduction de la vitesse quadratique moyenne du châssis pour la solution flexible par rapport à la solution de la méthode classique nommée méthode de l'axe du roulis du moteur (Torque Roll Axis en anglais) dans la documentation scientifique.

Table des matières

Résumé	ii
Table des matières	iii
Liste des tableaux	v
Liste des figures	vii
0 Introduction	1
0.1 Mise en contexte	1
0.2 Problématique	1
0.3 Objectifs principal et spécifiques	2
0.4 Organisation du mémoire	2
1 État de l'art et manquements des méthodes actuelles	4
1.1 Introduction	4
1.2 Méthode de conception considérant le châssis rigide	4
1.2.1 Découplage dynamique des coordonnées physiques du moteur	5
1.2.2 Méthode ERA	5
1.2.3 Méthode TRA	6
1.3 Méthode de conception considérant le châssis rigide et libre	8
1.3.1 Méthode avec une approche classique	8
1.3.2 Méthode du TRA 12 DDL	9
1.4 Méthode de conception considérant le châssis flexible	10
1.4.1 Définition de la méthode de sous-structuration	10
1.4.2 Travaux sur les différentes fonctions objectif	11
1.5 Résumé des méthodes de conception et manquements	12
1.6 Conclusion	13
2 Méthodologie proposée pour le choix des paramètres des tampons mo- teur : du prototype au véhicule de production	14
2.1 Introduction du chapitre	14
2.2 Méthode de l'axe de roulis du moteur soumis à un couple d'excitation (TRA 6DDL)	14
2.2.1 Modélisation à six degrés de liberté d'un moteur sur châssis rigide et fixe	15
2.2.2 Intérêt du découplage des coordonnées physiques sur les modes vi- bratoires du moteur	20

2.2.3	Découplage des coordonnées physiques et forces transmises au châssis	22
2.3	Méthode de l'axe de roulis du moteur soumis à un couple d'excitation améliorée (TRA 12DDL)	29
2.3.1	Modélisation à douze degrés de liberté d'un moteur sur châssis rigide et mobile	29
2.3.2	Intérêt du découplage des coordonnées physiques sur les modes vibratoires du châssis	37
2.3.3	Effet du châssis rigide et mobile sur un cas qui respecte la méthode du TRA à 6DDL	39
2.4	Méthode de la contribution énergétique	43
2.4.1	Modélisation simplifiée d'un moteur rigide sur un châssis flexible	43
2.4.2	Calcul de la matrice de contribution énergétique	47
2.4.3	Amélioration du comportement du châssis en découplant physiquement le moteur du châssis flexible et fixe	49
2.4.4	Influence des conditions limites du châssis sur la répartition d'énergie et le comportement modal	52
2.5	Proposition d'une méthodologie en fonction des différentes phases de conception	55
2.5.1	Étape 0 : phase prototype	55
2.5.2	Étape 1 : phase de conception	56
2.5.3	Étape 2 : phase finale	56
2.6	Conclusion	56
3	Développement des outils pour l'application sur un modèle par éléments finis et exemple d'application	57
3.1	Structure des outils pour l'application sur un modèle par éléments finis	57
3.1.1	Outil de vérification	57
	Modèle par éléments finis ayant des conditions limites fixes	58
	Modèle par éléments finis ayant des conditions limites mobiles	59
3.1.2	Outils d'optimisation	60
3.2	Validation des outils développés	61
3.3	Exemple d'application à un châssis simplifié de véhicule récréatif	62
3.3.1	Modèle par éléments finis simplifié d'un moteur dans un châssis de véhicule récréatif	62
3.3.2	Cas étudié avec la méthode du TRA	64
3.3.3	Châssis uniforme aux conditions limites fixes	65
3.3.4	Châssis non uniforme aux conditions limites fixes	69
3.4	Conclusion	72
	Conclusion	73
	Bibliographie	75

Liste des tableaux

1.1	Matrice de couplage des coordonnées physiques pour chacun des modes du système moteur et tampons pour une configuration quelconque.	5
2.1	Données techniques pour le moteur et les tampons qui restent les mêmes pour les trois systèmes à l'étude.	23
2.2	Raideurs des tampons pour les trois systèmes à l'étude.	24
2.3	Données techniques pour le moteur et les tampons qui restent les mêmes pour les deux systèmes à l'étude.	40
2.4	Raideur et amortissement des tampons et des suspensions pour les deux systèmes à l'étude.	41
2.5	Matrice de contribution d'énergie cinétique modale du système représenté à la figure 2.10 avec le pourcentage d'énergie cinétique modale du châssis dans une seule colonne	49
2.6	Données techniques pour le moteur, les tampons, le châssis et les suspensions du système non-optimisé et du système final pour évaluer l'effet de la flexibilité du châssis sur le comportement dynamique du châssis flexible.	50
2.7	Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le système non-optimisé.	51
2.8	Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le système optimisé.	51
2.9	Raideur des suspensions pour les deux systèmes à l'étude.	53
2.10	Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur et contribution flexible pour le système fixe.	54
2.11	Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur et contribution flexible pour le système suspension.	54
3.1	Contribution de l'énergie cinétique modale du châssis et du moteur pour le système semi-analytique et le système Altair.	62
3.2	Raideurs des tampons du système TRA.	65
3.3	Distribution de l'énergie cinétique modale rigide et fixe du système TRA.	65
3.4	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le châssis uniforme.	66
3.5	Raideurs des tampons pour le système TRA et le système flexible.	66
3.6	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le moteur et les coordonnées physiques du moteurs pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis uniforme.	67

3.7	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système flexible entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis uniforme.	67
3.8	Résumé du pourcentage d'énergie cinétique au châssis et de l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne aux fréquences de résonance pour le système TRA et le système flexible.	68
3.9	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le châssis et le moteur pour le châssis non uniforme.	69
3.10	Raideurs des tampons pour le système TRA et le système flexible du châssis non uniforme.	70
3.11	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le moteur et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis non uniforme.	70
3.12	Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système flexible entre le moteur et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis non uniforme.	71
3.13	Énergie de déformation présente au châssis non uniforme pour le système TRA et le système flexible aux fréquences naturelles entre 35Hz et 55Hz.	72

Liste des figures

1.1	Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur châssis rigide via deux tampons.	5
1.2	Illustration du repère du Torque Roll Axis par rapport au repère du moteur [1].	6
1.3	Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur un châssis rigide et mobile (avec suspension) via deux tampons.	8
1.4	Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur un châssis flexible via deux tampons moteur.	10
1.5	Système quelconque avec quatre sous-structures, quatre points d'interaction entres ses sous-structures, deux points d'entrées d'effort et deux points de mesure.	10
2.1	Moteur supporté par un châssis rigide et fixe via trois tampons moteur.	15
2.2	a) Illustration des repères \mathcal{M} et \mathcal{R} et b) illustration du repère fixe \mathcal{O}	16
2.3	Modèle plan simplifié d'un moteur monté sur un châssis rigide et fixe via deux tampons.	20
2.4	Comparaison des déplacements moteur pour (a) le système 1, (b) le système 2 et (c) le système 3. Le système 1 respecte la méthode du TRA, mais n'est pas complètement découplé. Le système 2 respecte la méthode du TRA et est presque complètement découplé. Le système 3 ne respecte pas la méthode du TRA et n'est pas découplé. Le graphique supérieur montre les déplacements linéaires : X(---), Y(.....), Z(—). Le graphique supérieur montre les déplacements angulaires : Roulis(---), Tangage(.....), Lacet(—).	26
2.5	(a) Norme de la sommation vectorielle des forces à chacun des tampons et (b) sommation de la norme vectorielle des forces à chacun des tampons pour les trois systèmes à l'étude : système 1(---), système 2(.....), système 3(—).	28
2.6	Modèle 12 DDL d'un moteur monté via trois tampons sur châssis rigide et mobile fixé au sol avec trois suspensions.	30
2.7	(a) Illustration des \mathcal{C} et \mathcal{V} et (b) illustration du repère fixe \mathcal{G}	31
2.8	Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur châssis rigide et mobile (avec suspension).	37
2.9	Déplacements linéaires (graphique supérieur) et déplacements angulaires (graphique inférieur) du centre de masse du moteur du système 1 (a) sur châssis rigide et fixe et (b) sur châssis rigide et mobile. X : (---), Y : (.....), Z : (—), Roulis : (---), Tangage (.....), Lacet : (—).	43
2.10	Modèle plan d'un moteur monté sur châssis flexible.	44
2.11	Vitesse quadratique moyenne du système non-optimisé et du système optimisé : (a) échelle linéaire et (b) échelle en décibel.	52
2.12	Structure de la méthodologie proposée afin d'optimiser l'orientation, l'emplacement et les raideurs des tampons moteur d'un prototype à un véhicule de production.	55

3.1	Structure de l'outil de vérification pour des conditions limites fixes.	59
3.2	Structure de l'outil de vérification pour des conditions limites mobiles.	60
3.3	Structure de l'outil d'optimisation proposé afin d'optimiser les valeurs de raideur en fonction de la fonction objectif.	61
3.4	Modèle par éléments finis du châssis flexible et fixe simplifié du véhicule récréatif.	63
3.5	Représentation filaire du châssis flexible et fixe du véhicule récréatif avec les masses ponctuelles et les conditions aux limites.	64
3.6	Vitesse quadratique moyenne du système TRA et du système flexible en fonction de la fréquence suite à une excitation en couple suivant l'axe du vilebrequin du moteur.	68
3.7	Comparaison de la vitesse quadratique moyenne au châssis flexible et fixe du véhicule récréatif pour le système TRA et le système flexible.	71

Chapitre 0

Introduction

0.1 Mise en contexte

Depuis la conception de la première voiture en 1769 par Joseph Cugnot, les technologies dans le domaine de l'automobile n'ont cessé de s'améliorer. Évidemment, les développements se sont d'abord concentrés sur la fiabilité et la fonctionnalité. La notion de confort était secondaire à l'époque, mais aujourd'hui c'est un enjeu important. De nombreuses perturbations peuvent être perçues par les passagers d'un véhicule automobile telles que les perturbations causées par le vent, la route, le système d'échappement, etc. Les perturbations du groupe motopropulseur sont particulièrement importantes. Dans l'industrie, la réduction de l'influence des efforts du groupe motopropulseur passe par une conception adéquate des tampons moteur qui est la pièce mécanique qui relie le moteur au châssis. Une solution proposée dans la documentation scientifique pour concevoir les tampons moteur dans une phase préliminaire est de supposer que le châssis est rigide. Récemment, des méthodes plus raffinées suggèrent de prendre en considération la flexibilité du châssis lors du choix des paramètres des tampons moteur. Cependant, la majorité de ces travaux sont basés sur des véhicules automobiles et non pas des véhicules récréatifs.

0.2 Problématique

Des différences majeures entre le domaine de l'automobile et celui des véhicules récréatifs sont notables. Le rapport de masse entre le moteur et le châssis et le rapport de raideur entre les tampons moteur et le châssis pour un véhicule récréatif sont beaucoup plus grands que pour le domaine automobile. Ces deux différences compromettent la validité de l'hypothèse du châssis rigide car elles augmentent considérablement les chances de superposer les fréquences naturelles du châssis avec celles du système de tampons moteur. Dans l'optique de vouloir considérer la flexibilité du châssis pendant la phase de conception, la problématique de ce mémoire est la suivante :

Comment intégrer la flexibilité du châssis dans les méthodes qui optimisent le choix des raideurs des tampons moteur en phase de conception sans avoir à caractériser les efforts moteurs ?

La problématique soulève donc le besoin d'établir une méthode de conception.

0.3 Objectifs principal et spécifiques

L'objectif principal de ce mémoire est alors de :

Proposer une méthodologie qui prend en considération l'interaction entre le moteur et le châssis flexible afin de guider le choix des paramètres des tampons moteur.

Afin d'atteindre cet objectif principal, les trois objectifs spécifiques suivants sont posés :

- Faire un état de l'art afin de mettre en évidence les avantages et les inconvénients des méthodes actuelles ainsi que leurs hypothèses pour identifier les limitations et les manquements.
- Investiguer les fondements des méthodes actuelles et proposer une méthodologie afin d'optimiser les paramètres des tampons moteur en tenant compte de la flexibilité du châssis.
- Développer et appliquer la méthodologie proposée à un cas de véhicule récréatif simplifié.

0.4 Organisation du mémoire

Ce mémoire comporte trois parties qui répondent respectivement à chacun des objectifs spécifiques.

État de l'art et manquements des méthodes actuelles

Le premier chapitre est un état de l'art qui a pour but de déterminer et détailler les avantages et inconvénients de chacune des méthodes existantes dans la littérature afin d'exposer leurs manquements. Ainsi, les trois meilleures méthodes dans la documentation scientifique sont :

- méthode du TRA 6DDL lorsque le châssis est rigide et fixe(sans suspension) ;
- méthode du TRA 12DDL lorsque le châssis est rigide et mobile(avec suspension) ;
- méthode de sous-structuration lorsque le châssis est flexible.

Ces méthodes comportent plusieurs désavantages que ce soit au niveau de l'exigence de la rigidité du châssis (méthode du TRA 6DDL et du TRA 12 DDL) ou au niveau du temps de calcul (méthode de sous-structuration) ce qui permet de cibler deux manquements :

1. absence d'une méthode de simulation rapide du châssis flexible qui ne nécessite pas la connaissance des efforts du moteur ;
2. absence d'un outil qui permet de valider si l'hypothèse du châssis rigide est respectée pour un châssis de véhicule récréatif.

Méthodologie proposée pour le choix des paramètres des tampons moteur : du prototype au véhicule de production

Ce chapitre présente d'abord un modèle à six degrés de liberté afin de développer une nomenclature qui suit tout au long du mémoire. Ce modèle permet aussi de comprendre comment la méthode du TRA influence les forces transmises, ce qui permet de conclure si la méthode du TRA est intéressante dans un contexte de châssis flexible. Ce chapitre présente aussi un modèle à douze degrés de liberté d'un moteur sur châssis rigide et mobile(avec suspension) afin de présenter la nomenclature utilisée au châssis tout au long du mémoire et aussi d'évaluer si les conditions limites(suspension) ont un impact significatif sur le comportement dynamique du système. Enfin, le modèle d'un moteur sur châssis est développé et utilisé avec la méthode de la matrice de contribution d'énergie cinétique modale pour étudier l'effet du découplage sur la réponse au châssis flexible avec et sans suspension, ce qui permet finalement de proposer une méthodologie pour le choix des paramètres des tampons moteur.

Développement des outils pour l'application sur un modèle par éléments finis et exemple d'application

Le but de ce chapitre est de développer les outils de vérification et d'optimisation à l'aide des logiciels Altair Hypermesh et Matlab et de les appliquer à un cas de véhicule récréatif simplifié. D'abord, une brève validation de fonctionnement est présentée en comparant les données provenant d'Altair Hypermesh à celles d'un modèle semi-analytique pour un cas plan. Ensuite, les outils sont appliqués sur un châssis uniforme et un châssis non uniforme pour vérifier comment la flexibilité contribue au comportement dynamique du système moteur-tampons-châssis flexible.

Chapitre 1

État de l'art et manquements des méthodes actuelles

1.1 Introduction

Les méthodes actuelles de conception de tampons moteur ont été développées pour le domaine de l'automobile, mais plusieurs différences s'opposent comparativement aux véhicules récréatifs. L'objectif de la revue de documentation scientifique est d'identifier les avantages et inconvénients des meilleures méthodes existantes afin d'exposer les manquements de ces méthodes dans le contexte d'un véhicule récréatif.

Les méthodes actuelles de conception de tampons moteur peuvent être divisées en trois catégories. Premièrement, les méthodes qui considèrent un châssis rigide et fixe sont détaillées à la section 1.2. Deuxièmement, les méthodes qui considèrent un châssis rigide et mobile sont détaillées à la section 1.3. Troisièmement, les méthodes qui considèrent un châssis flexible sont présentées à la section 1.4. Les avantages et inconvénients des méthodes les plus efficaces sont détaillés à la section 1.5 et permettent d'exposer les manquements de ces méthodes dans le contexte d'un véhicule récréatif.

1.2 Méthode de conception considérant le châssis rigide

Les méthodes de conception de cette section posent l'hypothèse que le châssis est rigide. L'hypothèse du châssis rigide et fixe signifie qu'il n'y a aucune interaction entre le moteur et le châssis. Le moteur répond selon son comportement dynamique propre. La figure 1.1 illustre un moteur simplifié plan de masse M_m et d'inertie J_m . Celui-ci est monté sur des tampons moteur linéaires de raideur k_1 et k_2 . Ces tampons sont fixés sur le châssis rigide et fixe. La méthode du "Elastic Roll Axis" (ERA) et celle du "Torque Roll Axis" (TRA) utilisent le même concept de découplage dynamique des coordonnées physiques.

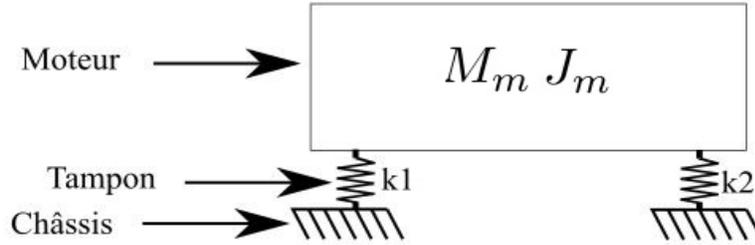


FIGURE 1.1 – Modèle simplifié plan d’un moteur monté sur châssis rigide via deux tampons.

1.2.1 Découplage dynamique des coordonnées physiques du moteur

L’idée générale des deux premières méthodes est de découpler les modes rigides du système (moteur et tampons) et d’ajuster à la baisse leurs fréquences naturelles. Singh [2] explique que l’objectif est d’avoir un système qui, lorsque soumis à une force ou un couple suivant un axe, se déplace seulement suivant cet axe.

Pour illustrer ce propos, le tableau 1.1 indique le couplage des mouvements pour une configuration quelconque à chacune des fréquences naturelles du système. Les mouvements dans l’axe des X , X , Roulis, et Tangage sont couplés alors que les mouvements suivant l’axe des Z et Lacet sont presque découplés à cent pour cent. Cela résulte en quatre modes couplés et deux modes découplés. Le but est de découpler au maximum le mouvement d’un mode comme il est possible de le voir pour le troisième mode et le sixième mode, ce qui permet de limiter les forces résultantes transmises [2; 7; 9].

TABLEAU 1.1 – Matrice de couplage des coordonnées physiques pour chacun des modes du système moteur et tampons pour une configuration quelconque.

Fréquence	X	Y	Z	Roulis	Tangage	Lacet
13.557	55.910	0.530	0.000	0.480	43.060	0.020
6.830	0.520	80.150	0.020	18.350	0.040	0.930
10.189	0.000	0.020	99.980	0.000	0.000	0.000
19.319	0.220	17.000	0.000	81.010	0.800	0.980
0.000	43.340	0.180	0.000	0.360	56.100	0.030
9.674	0.010	2.140	0.000	-0.190	0.000	98.040

1.2.2 Méthode ERA

La différence entre les deux premières méthodes est le repère dans lequel le découplage se produit. Pour ce qui est de la méthode du ERA, le découplage se produit dans le repère principal d’inertie du moteur tel qu’expliqué par Kim [3]. La matrice de masse du système est alors diagonale. Les paramètres des tampons moteur (positions, orientations et raideurs)

sont optimisés afin de diagonaliser la matrice de raideur et de réduire les fréquences naturelles du système. De cette façon, lorsque les matrices de masse et de raideur sont diagonales, les coordonnées physiques de modélisations sont alors découplées, donc chaque mode vibratoire est suivant une seule direction.

La problématique de cette méthode est que le découplage se produit dans un repère qui n'a aucun sens physique quant à l'excitation moteur. Singh en 2000 [2], Hwang en 2002 [4], Sui en 2010 [5] et El Hafidi en 2010 [6] démontrent que celle-ci est moins efficace que la méthode du TRA (présentée à la section 1.2.3) parce qu'elle ne considère pas les forces d'excitation du moteur ni l'orientation dans laquelle elles sont appliquées. Si le couple moteur était appliqué suivant un axe principal d'inertie, cette méthode serait adaptée, car le moteur répondrait selon son comportement inertiel propre, mais dans la plupart des cas, le couple n'est pas appliqué selon un axe principal d'inertie, donc le moteur ne respecte pas son comportement inertiel propre [7].

1.2.3 Méthode TRA

La méthode du TRA consiste à modéliser le découplage qui se produit dans le repère de l'axe de rotation du moteur. Elle vise à respecter le mouvement naturel du moteur qui peut être décrit par une rotation suivant un axe qui s'appelle le Torque Roll Axis. La figure 1.2 illustre un groupe motopropulseur (moteur et transmission) supporté par trois tampons moteur dont la raideur est modélisée par des ressorts linéaires ayant chacun une raideur k_1 , k_2 et k_3 . Le trait noir représente le groupe motopropulseur à sa position d'équilibre statique tandis que le trait bleu le représente en mouvement à un instant donné. Un premier repère XYZ est illustré en noir et est positionné afin que l'axe x soit parallèle au vilebrequin. Un second repère $X_{TRA}Y_{TRA}Z_{TRA}$ illustré en rouge est positionné afin que l'axe X_{tra} coïncide avec l'axe de rotation naturel du moteur lorsque soumis à une excitation en couple selon l'axe du vilebrequin.

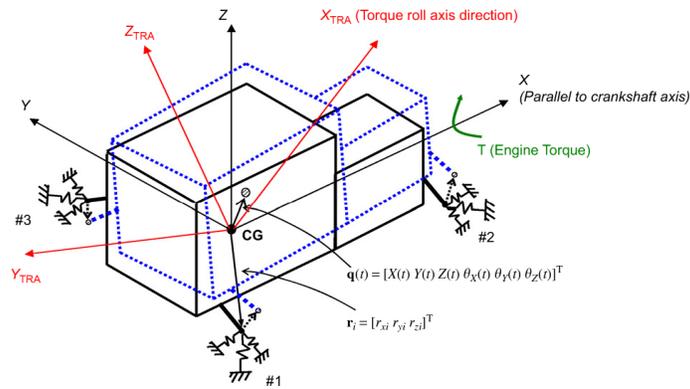


FIGURE 1.2 – Illustration du repère du Torque Roll Axis par rapport au repère du moteur [1].

La définition de cet axe remonte aux années 1960 présentée par Kailash et Rao [8]. C'est l'axe de rotation suivant l'application du couple moteur (mieux connu sous le nom de "Torque Roll Axis" (TRA)). L'article présente une méthode analytique et expérimentale pour déterminer l'orientation du système d'axes du TRA. L'objectif est de positionner les tampons par rapport à l'axe du TRA ce qui permet de réduire les efforts transmis au châssis. En effet, ce positionnement permet de respecter le mouvement non contraint du moteur, ce qui réduit la force nécessaire pour minimiser son déplacement. Par contre, cet article présente seulement comment positionner les tampons pour respecter l'axe du TRA, mais il n'est pas question de l'orientation et de la raideur des tampons moteur.

Geck et Patton [9] développent ensuite une méthode pour déterminer tous les paramètres du système de tampons moteur, soit la position, l'orientation et la raideur des tampons moteur. L'objectif de la méthode du TRA est de déterminer très tôt en phase de conception les tendances à respecter pour obtenir un meilleur comportement vibratoire. La méthode comporte trois étapes :

1. Découpler le mode en roulis.
2. Réduire la fréquence naturelle du mode en roulis.
3. Augmenter la fréquence naturelle du mode vertical

Selon Geck et Patton, cette méthode produit de bons résultats, mais il n'y a pas d'indicateur disponible pour évaluer le couplage des modes. Le seul moyen de vérifier le couplage est avec une réponse en fréquence.

C'est Singh [2] qui reprend dans un article la modélisation dynamique complète du problème, des axiomes mathématiques et le développement d'un indicateur. Il valide pour trois véhicules différents que la méthode du TRA est plus efficace en comparant la réponse en fréquence du moteur. La méthode permet d'isoler le mouvement du moteur, donc le moteur se déplace seulement suivant une rotation autour de l'axe du TRA. Par contre, il n'y a pas d'indicateur mathématique pour évaluer si l'hypothèse du châssis rigide et fixe est validée.

La méthode du TRA tire son nom de l'axe par rapport auquel le moteur tourne lorsqu'il est soumis au couple oscillant du moteur. Tôt en phase de conception, elle permet de découpler les modes vibratoires du moteur et ainsi déterminer des paramètres optimaux si l'hypothèse du châssis rigide est respectée. Par contre, l'indicateur de Singh ne permet pas de savoir s'il y a un couplage rigide ou flexible entre le moteur et le châssis, ce qui viendrait infirmer l'hypothèse de la méthode.

1.3 Méthode de conception considérant le châssis rigide et libre

L'hypothèse du châssis rigide est toujours valide dans cette section. Par contre, les modes rigides du châssis sont considérés parce qu'il peut se déplacer sur la suspension. La figure 1.3 illustre un moteur simplifié plan avec une masse M_m et une inertie I_m . Il est supporté par deux tampons moteur linéaires de raideur k_1 et k_2 . Le système moteur-tampons est attaché à un châssis simplifié de masse M_c et d'inertie I_c qui est lui même supporté par la suspension représentée par des ressorts linéaires k_3 et k_4 . Le comportement dynamique du moteur est influencé par celui du châssis et de la suspension. Deux approches ont été proposées dans la documentation scientifique pour optimiser le problème : l'approche classique et la méthode du TRA 12DDL.

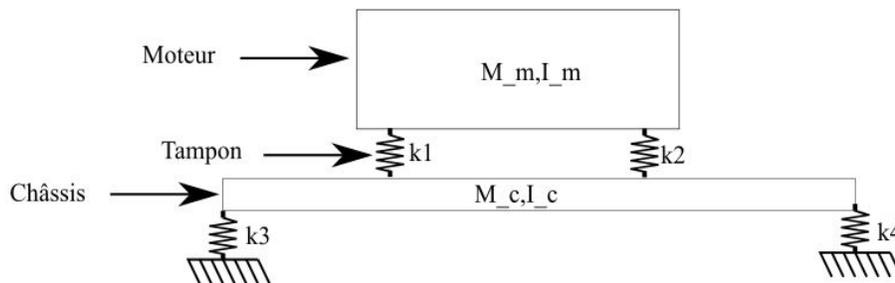


FIGURE 1.3 – Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur un châssis rigide et mobile (avec suspension) via deux tampons.

1.3.1 Méthode avec une approche classique

L'approche classique consiste à :

- modéliser le problème pour développer les équations dynamiques ;
- modéliser les excitations pour exciter le modèle dynamique ;
 - excitation de la route qui passe par la suspension ;
 - excitation moteur qui passe par les tampons moteur.
- déterminer à partir des excitations la plage fréquentielle qu'il faut considérer lors de l'optimisation ;
- déterminer la fonction objectif ;
- optimiser avec les algorithmes d'optimisation locaux ou globaux pour déterminer l'orientation, la raideur et le positionnement que les tampons doivent avoir pour minimiser la fonction objective.

Kaul et *al.* [10] étudient la transmission des forces au châssis d'une moto avec un modèle à douze degrés de liberté. Le châssis, le moteur, le bras oscillant arrière, la suspension arrière et les tampons moteur sont partie intégrante du modèle. Les forces transmises au châssis sont minimisées en utilisant la raideur, l'orientation et le positionnement des tampons comme variables d'optimisation. Les excitations qu'ils considèrent proviennent de la route et du moteur. Un avantage de la méthode classique avec châssis mobile est qu'elle peut considérer les efforts de la route en même temps que les efforts du moteur. Cela représente un comportement plus réaliste des conditions réelles d'opération de la moto. D'autres fonctions objectif telles que la minimisation du déplacement du centre de masse [11] ou de l'accélération d'un point précis au niveau du châssis [12] sont étudiées. Par contre, les résultats d'optimisation de la méthode, tels que présentés dans la documentation scientifique, dépendent des efforts. Ainsi, l'identification des efforts doit donc être effectuée avec précision pour obtenir un résultat qui est cohérent entre la réalité et la modélisation.

1.3.2 Méthode du TRA 12 DDL

Contrairement à l'approche classique, la méthode du TRA 12DDL permet d'optimiser sans avoir besoin de caractériser les forces d'excitation ou de définir une plage fréquentielle. L'objectif de la méthode est de s'assurer qu'il n'y a pas d'échange d'énergie à un mode entre le châssis et le moteur. En d'autres termes, chaque mode vibratoire ne devrait impliquer qu'une seule des deux structures, soit une grande amplitude au niveau du châssis et une amplitude presque nulle au moteur et vice-versa. De plus, cette méthode vise à ce que le moteur tourne autour du Torque Roll Axis pour l'excitation principale (couple à l'axe du vilebrequin) comme pour la méthode du TRA 6DDL.

Courteille et *al.* [13] modélisent le problème dynamique et développent un outil pour évaluer le couplage entre le moteur et le châssis. L'outil proposé évalue les valeurs propres et les vecteurs propres pour évaluer le couplage aux modes vibratoires. Avec cet outil, ils vérifient si la solution initiale proposée par la méthode du TRA 6DDL est valide. Si le couplage entre le châssis et le moteur est faible, la solution proposée initialement est bonne. Par contre, le couplage entre le moteur et le châssis influence le comportement dynamique du moteur, donc le résultat initial n'est pas valide si le système moteur-tampons est couplé avec le système châssis-suspension. L'outil de validation est très utile, mais c'est Singh [1] qui utilise finalement cet outil pour développer une méthode d'optimisation modale. Il compare les résultats de trois exemples et parvient à découpler le TRA en considérant le châssis rigide et mobile. Les trois exemples démontrent que la suspension joue un rôle important dans le comportement dynamique du système. Cependant, le châssis est toujours considéré comme rigide. C'est une limitation parce que les modes flexibles du châssis pourraient aussi être couplés aux modes rigides du moteur. Ceci affecterait grandement le comportement dynamique du système et les résultats d'optimisation obtenus jusqu'à présent ne seraient pas valides.

1.4 Méthode de conception considérant le châssis flexible

Dans cette section, le châssis est considéré flexible. Le comportement dynamique du système global est donc influencé par la flexibilité du châssis. La figure 1.4 illustre un moteur simplifié plan avec une masse M_m et une inertie I_m . Il est supporté par deux tampons moteur linéaires de raideur k_1 et k_2 . Le système moteur tampon est attaché à un châssis simplifié flexible de masse M_c et d'inertie I_c qui est lui même supporté par la suspension. La suspension est représentée par des ressorts linéaires k_3 et k_4 . Les méthodes qui considèrent la flexibilité utilisent une approche par sous-structuration. Les travaux se concentrent d'avantage sur la fonction objectif.

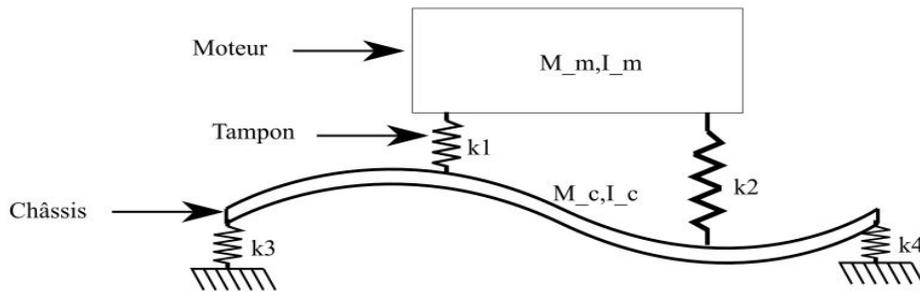


FIGURE 1.4 – Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur un châssis flexible via deux tampons moteur.

1.4.1 Définition de la méthode de sous-structuration

La méthode de sous-structuration est utilisée pour développer les équations dynamiques d'un système. La figure 1.5 représente un système quelconque qui a quatre sous-structures (A-B-C-D) et quatre points d'interaction entre ses sous-structures (i-j-k-l). Les flèches pleines représentent des entrées d'effort et les pointillés des points de mesure.

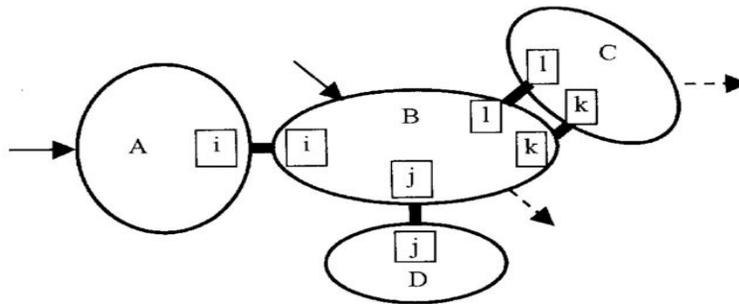


FIGURE 1.5 – Système quelconque avec quatre sous-structures, quatre points d'interaction entre ses sous-structures, deux points d'entrées d'effort et deux points de mesure.

Les équations dynamiques du système sont développées en calculant l'interaction entre les différents points au sein d'une même sous-structure. La première étape est de définir les points d'intérêt. Parmi les points d'intérêt, il y a les points d'interaction entre deux sous-structures, les points de mesure, les points d'entrée d'effort et les points définis selon les besoins de l'ingénieur. Par exemple, dans la sous-structure B, il y a six points d'intérêt, soit les points d'interaction i-j-k-l, un point d'entrée d'effort et un point de mesure. Ensuite, il faut caractériser le comportement de chacun des points. Pour ce faire, une force est injectée au point i et l'accélération de tous les points de la sous-structure B est mesurée ou simulée ainsi que pour tous les points de mesure. Cette opération est répétée pour tous les points de la sous-structure B. De cette façon, le comportement à chacun des points et son effet sur les autres est connu. À chacun des points d'interaction entre deux sous-structures, des équations de compatibilité sont appliquées. En connaissant le comportement de chaque point, ses effets sur les autres et en appliquant les équations de compatibilité, les équations dynamiques du système sont développées.

Un avantage d'une telle modélisation est que le comportement réel peut être simulé très précisément. En effet, Araghi [14] a validé la modélisation d'une camionnette avec la méthode de sous-structuration pour une camionnette avec des résultats expérimentaux et il obtient de très bon résultats. Un autre avantage de cette méthode est que le comportement des points d'une sous-structure peut être représenté sous différentes formes et obtenu de différentes façons. En effet, la modélisation du châssis peut se faire de façon théorique en base modale tel que Lee et *al.* [15] ou dans une base cartésienne tel qu'Ashrafioun et *al.* [16] ou avec des résultats expérimentaux avec des réponses en fréquence tel qu'Araghi [14].

Cependant, cette méthode comporte des désavantages majeurs, soient :

- une augmentation du nombre de points considérés augmentent exponentiellement le travail de caractérisation ;
- à chaque fois qu'un emplacement est changé dans le processus d'optimisation, une nouvelle caractérisation est nécessaire pour tous les points qui interagissent avec cet emplacement ;
- la caractérisation des efforts du moteur est nécessaire ;
- le temps de simulation est très long, car une réponse en fréquence doit être précise et la précision passe par un incrément fréquentiel très petit.

1.4.2 Travaux sur les différentes fonctions objectif

Avec la méthode de sous-structuration, on peut modéliser les sous-systèmes de différentes façons et les fonctions objectif peuvent aussi être très nombreuses. Par exemple, Lee et Wang [17] utilisent la sous-structuration pour bâtir les équations dynamiques d'une voiture. Leur objectif est de réduire l'accélération perçue aux oreilles du conducteur d'un véhicule automo-

bile. Tant qu'à Araghi [14], c'est l'accélération aux points d'ancrage du siège conducteur qu'il diminue sur la plage fréquentielle. Un très grand nombre d'exemples sont disponibles et il rend difficile de comprendre l'effet des paramètres sur le comportement global du châssis avec des fonctions objectif aussi précises.

Foumani [18] décide alors de comparer les résultats d'optimisation entre deux fonctions objectif, soit les vibrations à la colonne de direction (fonction objectif précis) et les vibrations du châssis complet (fonction objectif global). Son cas d'étude est un véhicule automobile et les paramètres variables dans son optimisation sont l'orientation, la raideur et le positionnement des tampons moteur. Comparativement au résultat initial, les deux résultats optimaux (précis et global) présentent un meilleur comportement au châssis. Le résultat précis donne un niveau de confort différent que le résultat global. En effet, à certaines fréquences, le résultat global est meilleur que le résultat précis au niveau du châssis et vice-versa. Foumani met l'accent sur l'importance de la définition d'une fonction objectif qui est le plus bénéfique possible en fonction du cas d'application et des besoins.

1.5 Résumé des méthodes de conception et manquements

Les meilleures méthodes lorsque le châssis est considéré **rigide** sont celles du TRA 6DDL et du TRA 12DDL. Elles nécessitent de connaître la direction d'application des efforts moteur pour retrouver le Torque Roll Axis, mais elles ne nécessitent pas de faire la caractérisation des efforts moteur. Cependant, ces méthodes supposent que le châssis est rigide alors que la flexibilité du châssis d'un véhicule récréatif doit être considérée.

En effet, Ashrafioun et Nataraj [16] étudient pour un moteur d'avion l'effet de la flexibilité de la structure sur laquelle s'attache le moteur. Des essais sont réalisés sur trois types de structure. La flexibilité du châssis est importante dans deux situations :

- lorsque le moteur est à bas régime à proximité d'une fréquence naturelle de l'ensemble moteur-structure ;
- lorsque le régime moteur est proche des fréquences naturelles de la structure.

Lee [15] arrive aux mêmes conclusions qu'Ashrafioun et Nataraj, mais avec un cas d'étude qui est un Jeep. Cependant, il apporte la notion de couplage et spécifie que c'est lorsque la fondation est couplée avec le système moteur-tampons à certaines fréquences qu'il faut considérer la flexibilité de la fondation. Il devient donc très important de pouvoir modéliser et calculer ce couplage.

Lorsque le châssis est **flexible**, la meilleure méthode est la méthode de sous-structuration. Bien qu'elle soit la plus réaliste, elle demande des investissements en temps de caractérisation important, elle est très sensible à la fonction objectif choisie et elle nécessite une nouvelle caractérisation de plusieurs points à chaque fois qu'un emplacement est modifié.

Les méthodes existantes nous permettent d'identifier les deux manquements suivants :

- absence d'une méthode de simulation rapide du châssis flexible qui ne nécessite pas la connaissance des efforts du moteur ;
- absence d'un outil qui permet de valider si l'hypothèse du châssis rigide est respectée pour un châssis de véhicule récréatif.

1.6 Conclusion

Ce chapitre a présenté les différentes méthodes applicables pour déterminer les paramètres des tampons moteur. D'une part, les méthodes du TRA 6DDL et du TRA 12DDL ne nécessitent pas de faire la caractérisation des efforts du moteur, mais elles ne considèrent pas la flexibilité du châssis. D'autre part, l'approche avec la méthode de sous-structuration s'avère la plus réaliste, mais elle nécessite un temps considérable à mettre en place, à simuler et elle ne permet pas de changer les emplacements sans nécessiter une nouvelle caractérisation. Ces méthodes permettent de mettre en évidence qu'il manque un outil de validation des méthodes qui considère le châssis rigide et un outil d'optimisation qui permet une meilleure compréhension de l'échange d'énergie entre le châssis flexible et le moteur. C'est ce qui permet de présenter une méthodologie qui répond aux manquements de la littérature au chapitre suivant.

Chapitre 2

Méthodologie proposée pour le choix des paramètres des tampons moteur : du prototype au véhicule de production

2.1 Introduction du chapitre

La revue de documentation scientifique du chapitre 1 présente les différentes méthodes utilisées pour optimiser l'emplacement, l'orientation et la raideur des tampons moteur afin d'obtenir le meilleur niveau de confort vibratoire. Les méthodes les plus efficaces pour les deux premiers types de châssis, soient les châssis rigides et fixes et les châssis rigides et mobiles, sont détaillées dans les sections suivantes : la section 2.2 détaille la méthode du TRA 6DDL et la section 2.3 détaille la méthode du TRA 12DDL. Les avantages du découplage des coordonnées physiques sont exposés dans ces deux sections et c'est ce qui permet d'appliquer la méthode de la matrice de contribution énergétique à la section 2.4 pour un châssis flexible. Cette section traite aussi des différentes conditions limites et de l'ajout de l'énergie de déformation modale afin de quantifier l'influence de la flexibilité du châssis à chacun des modes. C'est ce qui nous permet de proposer une méthode basée sur la matrice de contribution énergétique qui prend en considération la flexibilité du châssis à la section 2.5.

2.2 Méthode de l'axe de roulis du moteur soumis à un couple d'excitation (TRA 6DDL)

Dans la littérature, la méthode du TRA 6DDL est une méthode qui est utilisée très tôt en phase de conception, car elle ne nécessite pas d'informations provenant du châssis. Afin de

comprendre cette méthode, la section 2.2.1 présente un modèle à six degrés de liberté d'un moteur monté sur des tampons. C'est cette section qui présente les équations dynamiques du système afin d'instaurer une nomenclature qui suit tout au long du mémoire. De plus, la section 2.2.2 présente un modèle simple afin de mieux comprendre ce qu'implique le découplage des coordonnées physiques des modes vibratoires. La dernière section, soit la section 2.2.3, met en évidence le fait que la méthode du TRA, malgré sa très grande utilisation en raison de sa simplicité, ne réduit pas nécessairement les forces transmises au châssis.

2.2.1 Modélisation à six degrés de liberté d'un moteur sur châssis rigide et fixe

Le développement du modèle et des équations dans cette section est inspiré de celui de Singh [2]. La figure 2.1 illustre un moteur de masse M_m supporté par trois tampons moteur. Chaque tampon est attaché aux points d'ancrage a_i sur le moteur et aux points d'ancrage b_i sur le châssis rigide et fixe. Les vecteurs \vec{a}_i représentent la distance vectorielle entre le centre de masse du moteur m et chacun des points d'attache du moteur. Un repère \mathcal{M} est fixé au centre de masse du moteur. Pour ce repère, l'axe des x est parallèle au vilebrequin, l'axe des z pointe vers le haut et l'axe des y est perpendiculaire aux cylindres. Pour chaque tampon, un repère \mathcal{P}_i est défini au point d'ancrage a_i tel qu'illustré par \mathcal{P}_3 pour le tampon 3.

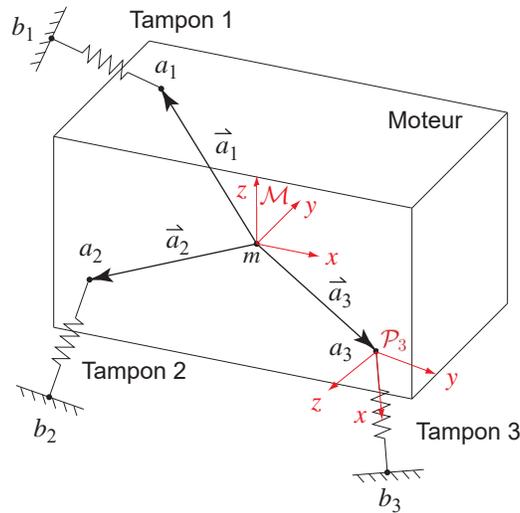


FIGURE 2.1 – Moteur supporté par un châssis rigide et fixe via trois tampons moteur.

La méthode du TRA n'utilise pas les coordonnées de modélisation dans le repère du moteur \mathcal{M} , mais plutôt celles dans l'orientation du repère du TRA que l'on note \mathcal{R} et qui sont illustrées à la figure 2.2. Les repères \mathcal{M} et \mathcal{R} sont tous les deux attachés au centre de masse du moteur m , mais différents par leur orientation. L'axe des x du repère du TRA, soit l'axe de roulement causé par un couple moteur, est donné à l'équation suivante [2].

$$\mathcal{M}\hat{x}_{TRA} = \frac{\mathcal{M}\mathbf{J}_m^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}{\left\| \mathcal{M}\mathbf{J}_m^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\|} \quad (2.1)$$

Cette équation n'est valide que lorsque l'axe x du repère \mathcal{M} est parallèle au vilebrequin du moteur¹. L'orientation des axes y et z est arbitraire pour autant que les trois axes forment un repère orthogonal. Dans ce document, l'axe z est vertical.

Les repères \mathcal{M} et \mathcal{R} sont attachés au centre de masse du moteur et se déplacent donc avec ce dernier autant linéairement qu'angulairement. Afin de définir le mouvement du moteur, on définit le repère **fixe** \mathcal{O} qui correspond au repère \mathcal{R} lorsque le moteur est à sa position d'équilibre statique tel qu'illustré à la figure 2.2 (b).

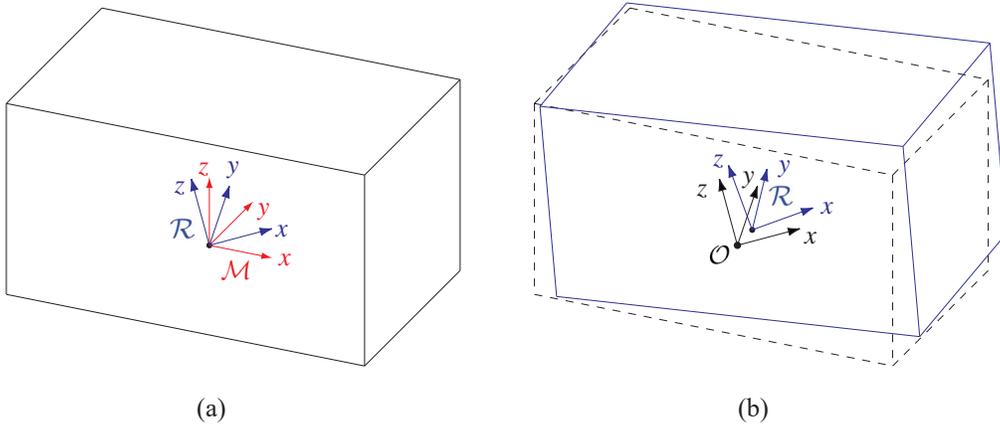


FIGURE 2.2 – a) Illustration des repères \mathcal{M} et \mathcal{R} et b) illustration du repère fixe \mathcal{O} .

Puisque les déplacements du moteurs sont petits, les mouvements angulaires peuvent alors être exprimés par des rotations indépendantes autour des axes x , y et z du repère fixe \mathcal{O} (ce ne serait pas le cas pour de grands déplacements). Ainsi, on peut définir la position en translation ${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{tm} = [{}^{\mathcal{O}}x_m \quad {}^{\mathcal{O}}y_m \quad {}^{\mathcal{O}}z_m]^T$ et en rotation ${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{\theta m} = [{}^{\mathcal{O}}\theta_m \quad {}^{\mathcal{O}}\phi_m \quad {}^{\mathcal{O}}\psi_m]^T$ du repère \mathcal{R} par rapport au repère global \mathcal{O} avec le vecteur ${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_m$, soit :

1. Dans un cas où l'axe des y ou z serait parallèle au vilebrequin, il faudrait que le vecteur soit respectivement $[0 \ 1 \ 0]^T$ et $[0 \ 0 \ 1]^T$. Dans les deux derniers cas, l'orientation des axes x et z ou x et y est aussi arbitraire, mais les axes doivent absolument être orthogonaux entre eux.

$${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_m = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{tm} \\ {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{\theta m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}x_m \\ {}^{\mathcal{O}}y_m \\ {}^{\mathcal{O}}z_m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\theta_m \\ {}^{\mathcal{O}}\phi_m \\ {}^{\mathcal{O}}\psi_m \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Pour un moteur à modéliser, les informations ci-dessous sont connues :

- masse du moteur M_m ;
- inertie du moteur dans le repère du TRA ${}^{\mathcal{R}}J_m$;
- position des points d’ancrage du moteur dans le repère du TRA ${}^{\mathcal{R}}a_i$ et les vecteurs ${}^{\mathcal{R}}\vec{a}_i$;
- angles d’Euler pour la rotation des tampons entre le repère \mathcal{P}_i et le repère du TRA \mathcal{R} , ce qui remplace la connaissance des points b_i ;
- raideurs et amortissements linéaires des tampons dans leurs repères \mathcal{P}_i .

Afin d’appliquer la seconde loi de Newton, la raideur des tampons doit être exprimée dans le repère du TRA.

On suppose que :

- la déformation en rotation des tampons est négligeable par rapport à la translation de ceux-ci, donc les raideurs des tampons sont données seulement suivant les axes en translation ;
- les valeurs de raideur suivant les axes des tampons sont supposées constantes puisque la rotation de ceux-ci est supposée nulle ;
- il n’y a pas de couplage entre les raideurs des tampons dans leurs repères respectifs.

La matrice de raideur des tampons (ou plot moteur) \mathbf{P}_i dans le repère de chacun des tampons s’exprime donc comme suit :

$${}^{\mathcal{P}_i}\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{P}_i}k_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & {}^{\mathcal{P}_i}k_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & {}^{\mathcal{P}_i}k_{zi} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Puisque les propriétés de chacun des tampons sont exprimées dans leurs repères respectifs, un changement de repère est nécessaire. La convention d’angles d’Euler utilisée est XYZ. Les trois angles d’Euler sont α_{pi} , β_{pi} et γ_{pi} . La matrice de rotation est alors la suivante :

$$\mathbf{Q}_{\mathcal{P}_i, \mathcal{R}}^T = \begin{bmatrix} c(\beta_{pi})c(\gamma_{pi}) & -c(\beta_{pi})s(\gamma_{pi}) & s(\beta_{pi}) \\ s(\alpha_{pi})s(\beta_{pi})c(\gamma_{pi}) + c(\alpha_{pi})s(\gamma_{pi}) & -s(\alpha_{pi})s(\beta_{pi})s(\gamma_{pi}) + c(\alpha_{pi})c(\gamma_{pi}) & -s(\alpha_{pi})c(\beta_{pi}) \\ -c(\alpha_{pi})s(\beta_{pi})c(\gamma_{pi}) + s(\alpha_{pi})s(\gamma_{pi}) & c(\alpha_{pi})s(\beta_{pi})s(\gamma_{pi}) + s(\alpha_{pi})c(\gamma_{pi}) & c(\alpha_{pi})c(\beta_{pi}) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

où s et c représentent respectivement la fonction sinus et la fonction cosinus. Le changement de repère s'effectue pour la matrice de raideur de chacun des tampons avec :

$${}^{\mathcal{R}}\mathbf{P}_i = \mathbf{Q}_{\mathcal{P}_i, \mathcal{R}}^T {}^{\mathcal{P}_i}\mathbf{P}_i \mathbf{Q}_{\mathcal{P}_i, \mathcal{R}} \quad (2.5)$$

où la notation de la matrice de rotation $\mathbf{Q}_{\mathcal{P}_i, \mathcal{R}}$ signifie une rotation du repère \mathcal{P}_i vers le repère \mathcal{R} . Cette notation sera utilisée pour le reste du mémoire.

Les matrices d'amortissement de chacun des tampons que l'on note \mathbf{C}_{p_i} sont exprimées de la même façon que la raideur et les mêmes opérations mathématiques sont requises pour la construction des matrices et le changement de repère.

Le déplacement des points a_i dans le repère fixe \mathcal{O} se calcule en considérant le déplacement du centre de masse et la distance qui sépare les points a_i du centre de masse ${}^{\mathcal{R}}\vec{a}_i$. Pour de petits déplacements angulaires du moteur, on obtient après linéarisation [1; 2] :

$${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{ta_i} = {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{tm} + {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{\theta m} \times {}^{\mathcal{R}}\vec{a}_i \quad (2.6)$$

Pour le deuxième terme à droite de l'équation 2.6, on peut remplacer le produit vectoriel par un produit matriciel équivalent.

$${}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{ta_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & {}^{\mathcal{R}}\mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_m \quad (2.7)$$

où

$${}^{\mathcal{R}}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & {}^{\mathcal{R}}r_{az_i} & {}^{\mathcal{R}}(-r_{ay_i}) \\ {}^{\mathcal{R}}(-r_{az_i}) & 0 & {}^{\mathcal{R}}r_{ax_i} \\ {}^{\mathcal{R}}r_{ay_i} & {}^{\mathcal{R}}(-r_{ax_i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

On peut alors définir le vecteur force d'amortissement ${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Cmi}$ et le vecteur force d'élasticité ${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Pmi}$ pour chaque tampon, soit :

$${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Cmi} = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{R}}\mathbf{C}_{p_i} & {}^{\mathcal{R}}\mathbf{C}_{p_i} & {}^{\mathcal{R}}\mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\dot{\vec{q}}_{tm} \\ {}^{\mathcal{O}}\dot{\vec{q}}_{\theta m} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$${}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Pmi} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}\mathbf{P}_i & \mathcal{R}\mathbf{P}_i \mathcal{R}\mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{tm} \\ {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{\theta m} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Connaissant ces vecteurs de force, les équations dynamiques du système sont développées avec la deuxième loi de Newton. D'une part la sommation des forces permet d'écrire :

$$M_m {}^{\mathcal{O}}\ddot{\vec{q}}_{tm} = \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Cmi} + \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Pmi} + {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m \quad (2.11)$$

En réarrangeant l'équation, on obtient :

$$M_m {}^{\mathcal{O}}\ddot{\vec{q}}_{tm} - \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Cmi} - \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Pmi} = {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m \quad (2.12)$$

où ${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m$ est le vecteur de force d'excitation appliqué au centre de masse du moteur.

$${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}F_{xm} \\ {}^{\mathcal{O}}F_{ym} \\ {}^{\mathcal{O}}F_{zm} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

D'autre part, la sommation des moments au centre de masse du moteur permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}\mathbf{J}_m {}^{\mathcal{O}}\ddot{\vec{q}}_{\theta m} &= \sum_{i=1}^n \mathcal{R}\vec{a}_i \times {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Cmi} + \sum_{i=1}^n \mathcal{R}\vec{a}_i \times {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Pmi} + {}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m \\ \mathcal{R}\mathbf{J}_m {}^{\mathcal{O}}\ddot{\vec{q}}_{\theta m} - \sum_{i=1}^n \mathcal{R}\vec{a}_i \times {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Cmi} - \sum_{i=1}^n \mathcal{R}\vec{a}_i \times {}^{\mathcal{O}}\vec{O}\vec{F}_{Pmi} &= {}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m \end{aligned} \quad (2.14)$$

où $\mathcal{R}\mathbf{J}_m$ est la matrice d'inertie dans le repère du TRA du moteur et où ${}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m$ est le vecteur de couples appliqués au centre de masse, soit :

$$\mathcal{R}\mathbf{J}_m = \mathbf{Q}_{\mathcal{M},\mathcal{R}}^T \begin{bmatrix} \mathcal{R}J_{xxm} & \mathcal{R}J_{xy_m} & \mathcal{R}J_{xz_m} \\ \mathcal{R}J_{yx_m} & \mathcal{R}J_{yy_m} & \mathcal{R}J_{yz_m} \\ \mathcal{R}J_{zx_m} & \mathcal{R}J_{zy_m} & \mathcal{R}J_{zz_m} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathcal{M},\mathcal{R}} \quad (2.15)$$

$${}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}T_{\theta m} \\ {}^{\mathcal{O}}T_{\phi m} \\ {}^{\mathcal{O}}T_{\psi m} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

En regroupant les équations 2.12 et 2.14, en utilisant les équations 2.9 et 2.10 et en laissant tomber la notation des repères pour alléger l'écriture, l'équation différentielle matricielle du système dynamique est :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} M_m \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{q}}_{tm} \\ \ddot{\vec{q}}_{\theta m} \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{p_i} & \mathbf{C}_{p_i} \mathbf{A}_i^T \\ \mathbf{A}_i \mathbf{C}_{p_i} & \mathbf{A}_i \mathbf{C}_{p_i} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}}_{tm} \\ \dot{\vec{q}}_{\theta m} \end{bmatrix} \\
- \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i^T \\ \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i & \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{q}_{tm} \\ \vec{q}_{\theta m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F}_m \\ \vec{T}_m \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

La matrice de masse ne dépend que du repère choisi. Elle est diagonale seulement si les axes d'inertie principaux sont parallèles avec le repère du TRA \mathcal{R} . Pour ce qui est des matrices de raideur et d'amortissement, il y a plusieurs facteurs qui impactent sur ces valeurs, soient l'emplacement, l'orientation, les constantes de rappel et d'amortissement de chacun des tampons et le repère dans lequel la matrice est exprimée. Le système d'équations développé dans cette section est utilisé à la section 2.2.3 afin de calculer les deux indicateurs de force à chacun des tampons.

2.2.2 Intérêt du découplage des coordonnées physiques sur les modes vibratoires du moteur

Cette section explique ce qu'est un découplage physique à l'aide d'un système plan qui est une simplification du cas présenté à la section précédente. La méthode du TRA a comme objectif de découpler les coordonnées physiques et d'abaisser les fréquences naturelles du mode en roulis. Cela signifie que lorsqu'un effort est appliqué dans une direction, il ne cause pas de déplacement suivant l'autre direction. Par exemple, si un couple T_m est appliqué sur le moteur et que le système est découplé, le moteur ne se déplace que suivant θ .

La figure 2.3 illustre le modèle plan simplifié d'un moteur fixé à un châssis rigide et fixe. La notation est la même que celle présentée à la section 2.2.1 (voir figure 2.1). Les coordonnées de modélisation sont y_m et θ_m . Elles représentent le déplacement vertical et le déplacement angulaire du centre de masse du moteur.

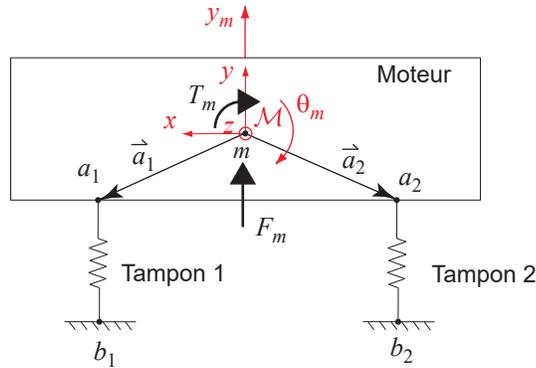


FIGURE 2.3 – Modèle plan simplifié d'un moteur monté sur un châssis rigide et fixe via deux tampons.

Par modélisation, on peut démontrer que les équations différentielles du mouvement de ce système sont les suivantes.

$$\begin{bmatrix} M_m & 0 \\ 0 & J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{y1} + k_{y2} & k_{y2}r_{ax2} - k_{y1}r_{ax1} \\ k_{y2}r_{ax2} - k_{y1}r_{ax1} & k_{y2}r_{ax2}^2 + k_{y1}r_{ax1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m \\ T_m \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Dans le domaine modal, en découplant le système avec les vecteurs propres, ce système est découpé peu importe les valeurs des paramètres physiques choisis. Cependant, pour les coordonnées de modélisation y et θ , le système n'est pas découpé physiquement pour toute valeur des paramètres physiques.

Puisque la matrice de masse est diagonale, il n'y a pas de couplage dynamique des coordonnées physiques ce qui signifie dans ce cas que l'accélération d'une coordonnée n'excite pas l'autre coordonnée. La présence de couplage statique des coordonnées physiques dépend de la valeur des raideurs k_{y1} et k_{y2} et du positionnement a_{x1} et a_{x2} .

- Si $k_{y1}a_{x1} = k_{y2}a_{x2}$, la matrice de raideur est diagonale et il n'y a pas de couplage statique des coordonnées physiques ce qui signifie que le déplacement d'une coordonnée n'excite pas l'autre coordonnée.
- Si $k_{y1}a_{x1} \neq k_{y2}a_{x2}$, la matrice de raideur n'est pas diagonale et il y a couplage statique des coordonnées physiques ce qui signifie que le déplacement d'une coordonnée excite l'autre coordonnée.

Lorsqu'il n'y a ni couplage statique ni couplage dynamique des coordonnées physiques, le système est découpé complètement. Dans ce cas, le système de deux équations dynamiques devient alors deux équations dynamiques indépendantes. Physiquement, un degré de liberté n'a pas d'effet sur l'autre. Le découplage complet des coordonnées physiques du système dynamique permet donc de réduire sa complexité.

En pratique, l'effort principal d'excitation d'un moteur est un moment suivant l'axe du vilebrequin. Donc en découplant, il devient facile d'ajuster les paramètres de raideur pour abaisser la fréquence naturelle du mode excité sous la plage fréquentielle des efforts moteur. Ceci permet un meilleur comportement vibratoire parce que les excitations sont à des fréquences supérieures à la fréquence naturelle de ce mode. Puisque les fréquences d'excitation sont au dessus de la fréquence naturelle du mode sollicité, on se retrouve avec un phénomène d'isolation.

Le découplage dynamique et statique des coordonnées physiques est possible pour les cas plans ou simples comme lorsque l'axe du TRA est parallèle au système d'inertie principal. Pour les modèles plus complexes, il n'est pas possible de trouver une solution mathématique qui permette de découpler physiquement complètement les coordonnées physiques du système. Généralement, les emplacements des tampons moteur sont donnés par le manufacturier de

moteur, ces variables sont donc imposées. De plus, pour ce qui est de la raideur, une valeur minimale est imposée en début de projet pour que le moteur ne dépasse pas les valeurs de déplacements maximaux admissibles préalablement définies. Ces deux raisons apportent une complexité et des contraintes supplémentaires, ce qui fait que la solution analytique n'est pas toujours réalisable.

2.2.3 Découplage des coordonnées physiques et forces transmises au châssis

Dans l'objectif de déterminer si la méthode du TRA peut être utilisée en présence d'un châssis flexible, la section suivante analyse le lien entre le respect de la méthode du TRA et le niveau d'efforts développés par chacun des tampons à chacun des points d'ancrage du châssis. Ce lien, discuté en partie par Singh [2] dans la documentation, permettra de conclure si la méthode du TRA permet d'obtenir un bon estimé des paramètres de raideur, d'orientation et de positionnement afin d'avoir une solution qui minimise les efforts transmis au châssis. Afin d'investiguer ce lien, trois systèmes sont utilisés :

1. système 1 : système donné dans l'ouvrage de référence [19] qui est dit comme respectant la méthode du TRA ;
2. système 2 : système trouvé à l'aide du logiciel de simulation Amesim et qui respecte la méthode du TRA ;
3. système 3 : système ayant des valeurs de raideur choisies arbitrairement à l'aide d'Amesim afin de ne pas respecter la méthode du TRA.

Le tableau 2.1 regroupe les données qui restent les mêmes pour les trois systèmes, i.e : la masse et l'inertie du moteur ainsi que la position et l'orientation des tampons. Les raideurs des tampons sont différentes pour chaque système et elles sont regroupées au tableau 2.2.

TABLEAU 2.1 – Données techniques pour le moteur et les tampons qui restent les mêmes pour les trois systèmes à l'étude.

Variables		Unité	Valeur
M_m		kg	299.5
$\mathcal{R} \mathbf{J}_m$	J_{xx_m}	kgm ²	25
	J_{yy_m}		12
	J_{zz_m}		18
$\mathcal{R} \mathbf{a}_i$	a_{x_1}	mm	-500
	a_{y_1}		0
	a_{z_1}		-50
	a_{x_2}		500
	a_{y_2}		0
	a_{z_2}		50
	a_{x_3}		0
	a_{y_3}		-500
	a_{z_3}		-50
	a_{x_4}		0
	a_{y_4}		500
	a_{z_4}		-50
$\mathcal{Q}_{\mathcal{P}_i, \mathcal{R}}$	α_{p1}	deg	0
	β_{p1}		0
	γ_{p1}		0
	α_{p2}		0
	β_{p2}		0
	γ_{p2}		0
	α_{p3}		0
	β_{p3}		0
	γ_{p3}		10
	α_{p4}		0
	β_{p4}		0
	γ_{p4}		10

TABLEAU 2.2 – Raideurs des tampons pour les trois systèmes à l'étude.

Variables		Unité	Système 1	Système 2	Système 3
$\mathcal{P}_i \mathbf{P}_i$	k_{x_1}	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	100	345	60
	k_{y_1}		130	0.1	150
	k_{z_1}		150	1000	200
	k_{x_2}		100	702	80
	k_{y_2}		130	0	24
	k_{z_2}		150	1000	65
	k_{x_3}		100	322	100
	k_{y_3}		130	122	720
	k_{z_3}		150	483	100
	k_{x_4}		100	512	150
	k_{y_4}		130	270	150
	k_{z_4}		150	813	180

Afin de retrouver le déplacement du centre de masse du moteur ${}^{\mathcal{O}}q_m$, on suppose que les forces d'excitation et les couples d'excitation de l'équation 2.17 sont de type harmonique complexe :

$${}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m = {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m^0 e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

$${}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m = {}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m^0 e^{i\omega t} \quad (2.20)$$

où ${}^{\mathcal{O}}F_m^0$ et ${}^{\mathcal{O}}T_m^0$ sont les vecteurs d'amplitude complexe des efforts moteurs. On pose alors que le déplacement est aussi de type harmonique complexe :

$$\begin{bmatrix} \vec{q}_{tm} \\ \vec{q}_{\theta m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{Q}_{tm} \\ \vec{Q}_{\theta m} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.21)$$

et on injecte ces deux dernières équations dans l'équation 2.17. On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} \vec{Q}_{tm} \\ \vec{Q}_{\theta m} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \left[\begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i^T \\ \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i & \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{p_i} & \mathbf{C}_{p_i} \mathbf{A}_i^T \\ \mathbf{A}_i \mathbf{C}_{p_i} & \mathbf{A}_i \mathbf{C}_{p_i} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_m \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_m \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \vec{F}_m^0 \\ \vec{T}_m^0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Pour ce mémoire, on s'intéresse uniquement à l'excitation en couple du moteur suivant l'axe du vilebrequin. Les trois systèmes sont soumis à un couple d'excitation suivant l'axe de roulis dans le repère du TRA \mathcal{R} , soit :

$$\mathcal{O}_{F_m^0} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (2.23)$$

$$\mathcal{O}_{T_m^0} = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

Lorsque la méthode du TRA est parfaitement respectée et que le moteur est soumis à ce couple d'excitation, il ne se déplace que dans une seule direction. En général, il n'y a pas de solution unique à ce problème. Dans le cas présent, le problème possède douze inconnues, soit trois raideurs à chacun des quatre tampons, alors qu'il y a seulement six équations connues, soit une suivant chacun des degrés de liberté [2].

La figure 2.4a présente les déplacements linéaires (graphique du haut) et angulaires (graphique du bas) du centre de masse du moteur pour le système 1, soit le système qui est dit comme respectant la méthode du TRA. Alors qu'un découplage complet mènerait à une réponse uniquement en roulis, on constate qu'un déplacement selon l'axe y d'une amplitude maximale de 1.2mm est visible à 4.8Hz et un déplacement selon l'axe des z d'une amplitude maximale de 0.4mm à 7Hz. Pour ce système, le découplage n'est donc pas complet. Si c'était le cas, il n'y aurait qu'un déplacement suivant l'axe du roulis. Par contre, le déplacement causé par un angle de roulis de 10mrad à chacun des points d'ancrage est beaucoup plus important que celui du déplacement en y . Puisque le déplacement est majoritairement suivant l'axe du roulis, ce système est donc dit comme respectant la méthode du TRA. En effet, la distance qui sépare les tampons du centre de masse est d'environ 500mm, donc le roulis de 10mrad cause un déplacement aux tampons de 5mm, soit 316% plus important que celui causé par le déplacement du centre de masse selon y .

La figure 2.4b présente les déplacements linéaires (graphique du haut) et angulaires (graphique du bas) du centre de masse du moteur pour le deuxième système, soit le système qui respecte la méthode du TRA. Le découplage dans ce cas est plus grand que pour le premier système (figure 2.4a) et est presque complet. En effet, on lit une amplitude maximale en y de 0.3mm à 6Hz et une amplitude maximale en roulis de 5mrad à 16.5Hz. La distance entre le centre de masse du moteur est d'environ 500mm, donc le roulis de 5mrad cause un déplacement d'environ 2.5mm à chacun des tampons, soit 733% plus grand que le déplacement en y . L'amplitude maximale en roulis par rapport à l'amplitude maximale du déplacement linéaire en y est beaucoup plus grand pour le système 2 que pour le système 1, c'est pour cette raison que le découplage du système 2 est plus grand que celui du système 1.

La figure 2.4c montre les déplacements linéaires (graphique du haut) et angulaires (graphique du bas) du centre de masse du moteur pour le système 3, soit le système qui ne respecte pas la méthode du TRA. Le découplage dans ce cas est inexistant. Comparativement aux deux autres systèmes, le couple d'excitation en roulis excite les six degrés de liberté du système de façon aussi importante. En effet, les amplitudes maximales des déplacements linéaires sont de

1.2mm, 1mm et 0.6mm et les amplitudes maximales angulaires sont de 5mrad, 4mrad et 1mrad respectivement. Les amplitudes maximales angulaires mènent à des déplacements maximaux à chacun des tampons de 2.5mm, 2mm et 0.5mm respectivement. Les déplacements à chacun des tampons causés par les déplacements angulaires du centre de masse du moteur ne sont pas significativement plus grands et il y a une amplitude de mouvement selon les six axes, donc le système n'est absolument pas découplé.

En résumé :

- le système 1 respecte la méthode du TRA, mais ses coordonnées physiques ne sont pas parfaitement découplées ;
- le système 2 respecte la méthode du TRA et représente un découplage des coordonnées physiques presque complet ;
- le système 3 ne respecte pas la méthode du TRA et représente un cas où il n'y a pas de découplage entre les coordonnées physiques.

À la section 2.4.2, nous utiliserons la notion de contribution d'énergie cinétique modale qui permettra de caractériser rigoureusement le niveau de découplage physique.

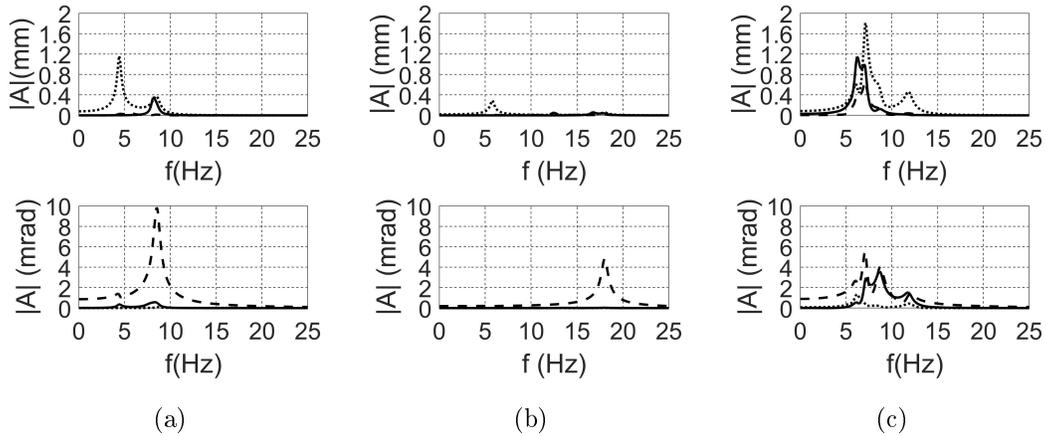


FIGURE 2.4 – Comparaison des déplacements moteur pour (a) le système 1, (b) le système 2 et (c) le système 3. Le système 1 respecte la méthode du TRA, mais n'est pas complètement découplé. Le système 2 respecte la méthode du TRA et est presque complètement découplé. Le système 3 ne respecte pas la méthode du TRA et n'est pas découplé. Le graphique supérieur montre les déplacements linéaires : X(---), Y(.....), Z(—). Le graphique inférieur montre les déplacements angulaires : Roulis(---), Tangage(.....), Lacet(—).

Bien que les déplacements nous donnent de l'information sur le couplage du système, ce sont les forces d'amortissement et d'élasticité qui interviennent pour chacun des trois systèmes qui nous intéressent. Pour déterminer les forces dans les trois directions causées par le déplacement et la vitesse de chacun des tampons aux points d'ancrage côté châssis, on additionne les forces d'amortissement et d'élasticité de tous les tampons (voir équations 2.9 et 2.10).

Par contre, pour étudier l'effet de ces forces sur un éventuel châssis flexible, on peut définir deux indicateurs de niveau de force, soit :

— la sommation vectorielle des forces :

$$V = \left| \sum_{i=i}^n \left({}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Cmi} + {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Pmi} \right) \right| \quad (2.25)$$

— la sommation absolue des forces :

$$Q = \sum_{i=i}^n \left(\left| {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Cmi} + {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_{Pmi} \right| \right) \quad (2.26)$$

Dans la documentation scientifique, c'est la sommation vectorielle qui est utilisée lorsqu'on parle de la méthode du TRA [4]. Par contre, réduire la sommation des forces vectorielles n'assure pas une diminution des efforts transmis au châssis, mais seulement que l'effort injecté au châssis tendra vers un moment. Dans le but de considérer le châssis flexible, ce qui nous intéresse c'est le niveau absolu d'efforts transmis à chacun des points d'entrée du châssis et c'est avec la sommation absolue des forces que nous avons cette information.

La figure 2.5a compare le premier indicateur (la sommation vectorielle des forces transmises au châssis rigide et fixe) des trois systèmes. Les réponses en fonction de la fréquence de la sommation vectorielle des forces pour le système 1 (dit comme respectant la méthode du TRA) et le système 2 (respectant la méthode du TRA) ont des amplitudes maximales nettement inférieures à celles du système 3 (ne respectant pas la méthode du TRA). En effet, l'amplitude maximale du système 1 est de 450N à 6.5Hz et l'amplitude maximale du système 2 est de 300N à 16Hz, comparativement à l'amplitude maximale du système 3 qui est de 1250N à 7Hz. Cela indique que la grandeur du vecteur de force résultant sur le châssis rigide est plus petite lorsque la méthode du TRA est respectée, ce qui est conforme à ce qui est observé dans la documentation scientifique [1; 2]. Bien que les amplitudes maximales du système 1 et du système 2 soit plus faibles, puisque ce sont les efforts vectoriels, cela ne nous indique pas la valeur réelle des efforts transmis au châssis. En effet, la somme des efforts vectoriels pourrait être très petite, mais le moment transmis au châssis pourrait être très grand.

Le deuxième indicateur, qui est la sommation absolue des efforts, nous permet de connaître l'amplitude de l'effort transmis au châssis si les efforts à chacun des points d'ancrage ne s'annulent pas. Dans ce cas, la figure 2.5b illustre la réponse en fonction de la fréquence de la sommation absolue des forces transmises. Dans ce cas, le système 1 et le système 3 possèdent la même amplitude maximale de 1550N, mais à des fréquences de 6.5Hz et 7Hz respectivement. Quant au système 2, il possède une amplitude maximale nettement supérieure aux deux autres systèmes, soit de 3600N à 17Hz.

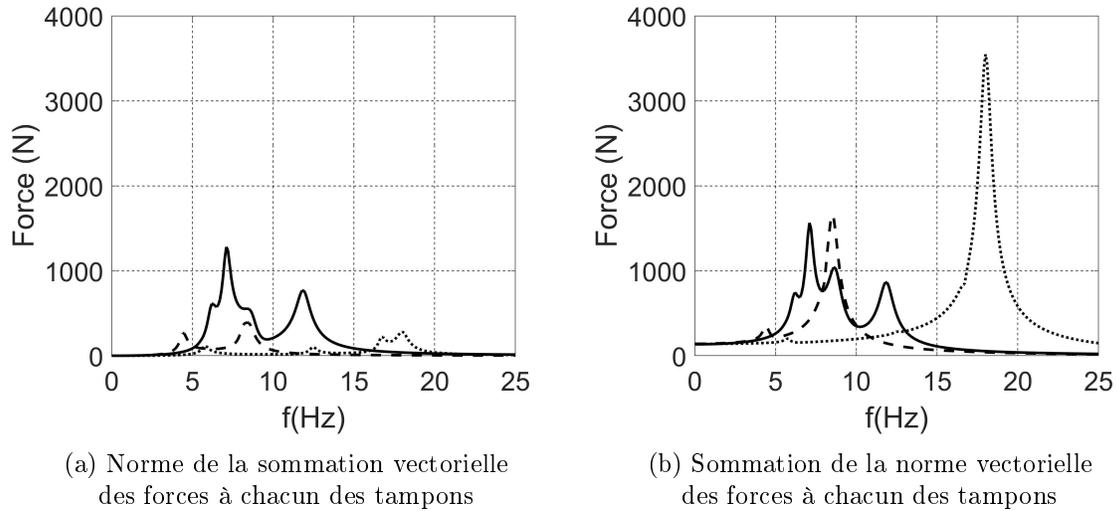


FIGURE 2.5 – (a) Norme de la sommation vectorielle des forces à chacun des tampons et (b) sommation de la norme vectorielle des forces à chacun des tampons pour les trois systèmes à l'étude : système 1(---), système 2(.....), système 3(—).

La méthode du TRA ne permet pas nécessairement de réduire la sommation absolue des forces transmises au châssis. En effet, le système 2 (qui respecte la méthode du TRA) a une amplitude maximale d'efforts absolus transmis au châssis beaucoup plus grande que le système 3 (qui ne respecte pas la méthode du TRA). La méthode du TRA transmet alors dans ce cas-ci un niveau de force absolue plus grand qu'une solution qui ne respecte pas la méthode du TRA.

Par contre, on constate que la méthode du TRA permet de concentrer les forces maximales. Le système 1 et le système 2 possèdent des pics d'amplitude sur une plage fréquentielle plus petite que le système 3. En effet, le pic d'amplitude du système 1 est de 6Hz à 10Hz, soit une plage de 4 Hz, le pic d'amplitude du système 2 est de 15Hz à 20Hz, soit 5 Hz et le pic d'amplitude du système 3 est de 5Hz à 13Hz, soit 8Hz. La plage fréquentielle du pic d'amplitude pour le système 3 est nettement plus grande que pour les deux autres systèmes. Avoir une plus courte plage fréquentielle à hautes amplitudes est avantageux lorsque l'on considère la plage d'excitation d'un moteur. En effet, plus la plage fréquentielle à haute amplitude est petite, moins grande sont les chances que les excitations moteur se retrouvent à l'intérieur de cette plage. La méthode du TRA est alors efficace à ce niveau.

En résumé, la méthode du TRA ne permet pas à tous coups de réduire l'amplitude absolue des forces transmises au châssis, mais elle est en mesure de réduire la plage fréquentielle du pic d'amplitude. La méthode du TRA possède ses avantages, mais ne considère pas la flexibilité du châssis.

2.3 Méthode de l'axe de roulis du moteur soumis à un couple d'excitation améliorée (TRA 12DDL)

Contrairement à la méthode du TRA, les conditions limites réelles du châssis ne sont pas fixes à cause de la présence de la suspension. C'est pour cette raison que la méthode du TRA 12DDL a été développée par Singh [1]. Afin de comprendre cette méthode, la section 2.3.1 présente un modèle à douze degrés de liberté d'un moteur monté sur un châssis rigide et mobile par l'entremise de tampons moteur. Le châssis est mobile parce qu'il est monté sur la suspension du véhicule. Ensuite, la section 2.3.2 présente un modèle simple qui compare le découplage des coordonnées physiques de la méthode du TRA à 6DDL et l'objectif du découplage des coordonnées physiques lorsque l'on considère la mobilité du châssis. Finalement, à la section 2.3.3, on compare le comportement du moteur sur châssis rigide et fixe (sans suspension) du système 1 présenté à la section précédente avec le comportement de ce même système sur un châssis rigide et mobile (avec suspension) qui se rapproche d'un véhicule récréatif.

2.3.1 Modélisation à douze degrés de liberté d'un moteur sur châssis rigide et mobile

La figure 2.6 illustre un moteur de masse M_m et d'inertie J_m supporté par trois tampons moteur. La notation est la même que celle présentée à la section 2.2.1 (voir figure 2.1) avec les ajouts présentés ci-après. Les vecteurs \vec{b}_i représentent la distance entre le centre de masse du châssis c et chacun des points d'ancrage des tampons sur le châssis b_i . La suspension S_i du châssis rigide et mobile est supportée au point d_i sur le châssis et au point e_i au sol. Les vecteurs \vec{d}_i représentent la distance entre le centre de masse du châssis c et chacun des points d'attache de la suspension d_i .

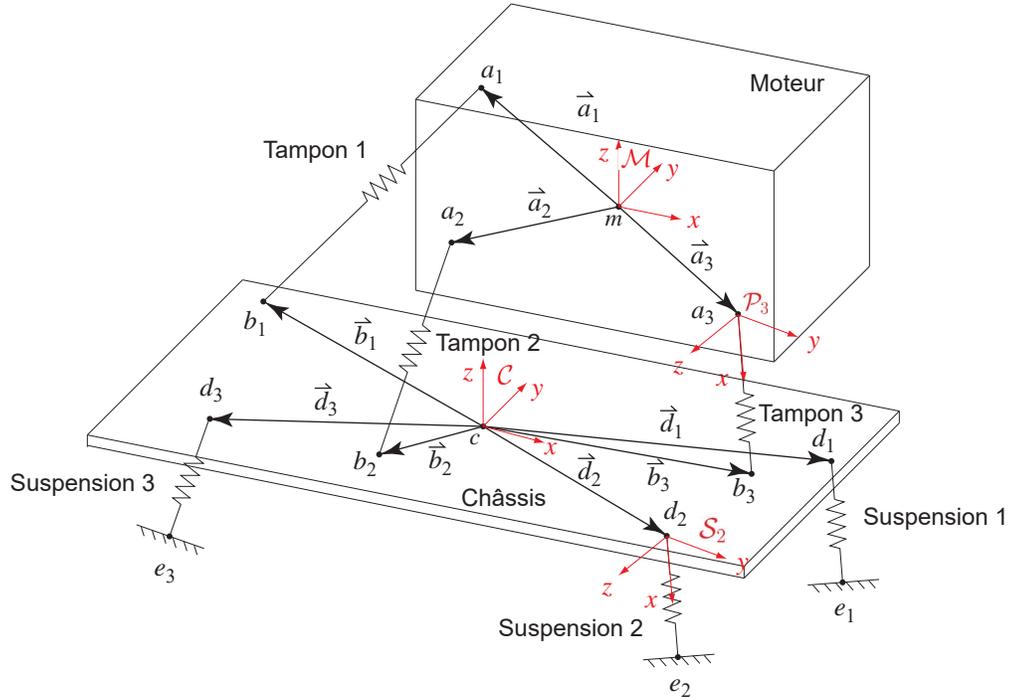


FIGURE 2.6 – Modèle 12 DDL d’un moteur monté via trois tampons sur châssis rigide et mobile fixé au sol avec trois suspensions.

Comme pour la méthode du TRA 6DDL, la méthode du TRA 12DDL n’utilise pas les coordonnées de modélisation dans le repère du moteur \mathcal{M} , mais plutôt celles dans l’orientation du repère du TRA . On utilise donc le repère \mathcal{R} pour le moteur et le repère \mathcal{V} pour le châssis qui sont tous les deux dans l’orientation du repère du TRA. Le repère \mathcal{R} est déjà illustré à la figure 2.2 et le repère \mathcal{V} est illustré à la figure 2.7. Les repères \mathcal{V} et \mathcal{C} sont tous les deux attachés au centre de masse du châssis c , mais différents par leur orientation. L’axe des x du repère du TRA, soit l’axe de roulement causé par un couple moteur, est donné à l’équation 2.1 [2].

Puisque les repères \mathcal{C} et \mathcal{V} sont attachés au centre de masse du châssis, ils se déplacent donc avec ce dernier autant linéairement qu’angulairement. Afin de définir le mouvement du châssis, on définit le repère **fixe** \mathcal{G} tel qu’illustré à la figure 2.7 . Ce repère correspond au repère \mathcal{V} lorsque le châssis est à sa position d’équilibre statique tel qu’illustré à la figure 2.7(b).

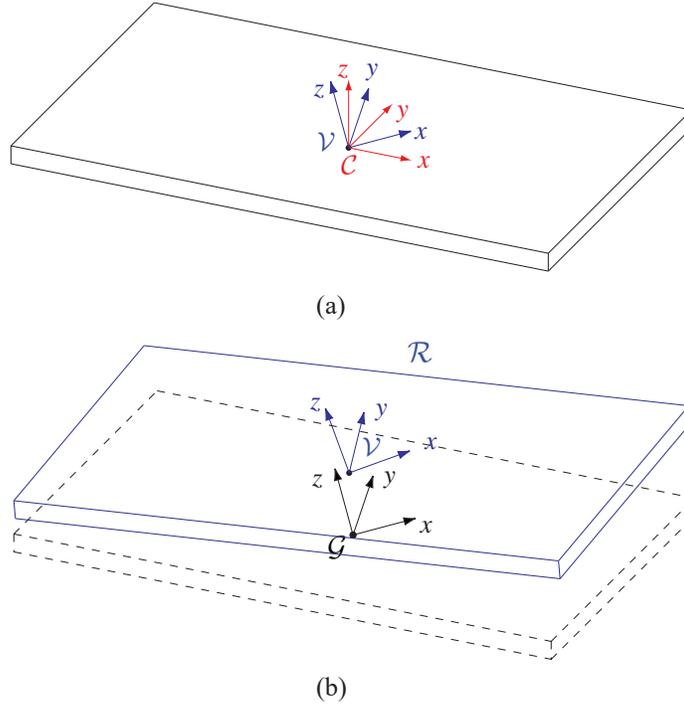


FIGURE 2.7 – (a) Illustration des \mathcal{C} et \mathcal{V} et (b) illustration du repère fixe \mathcal{G} .

De la même façon que pour les déplacements du moteur, les déplacements du châssis sont petits, alors les mouvements angulaires du moteur peuvent être exprimés par des rotations indépendantes autour de chaque axe du repère fixe \mathcal{G} . Ce ne serait pas le cas pour de grands déplacements.

On peut définir la position en translation du châssis ${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tc} = [{}^{\mathcal{G}}x_c \quad {}^{\mathcal{G}}y_c \quad {}^{\mathcal{G}}z_c]^T$ et en rotation ${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{\theta c} = [{}^{\mathcal{G}}\theta_c \quad {}^{\mathcal{G}}\phi_c \quad {}^{\mathcal{G}}\psi_c]^T$ du repère \mathcal{V} par rapport au repère fixe \mathcal{G} avec le vecteur ${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_c$, soit :

$${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_c = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tc} \\ {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{\theta c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [{}^{\mathcal{G}}x_c \\ {}^{\mathcal{G}}y_c \\ {}^{\mathcal{G}}z_c] \\ [{}^{\mathcal{G}}\theta_c \\ {}^{\mathcal{G}}\phi_c \\ {}^{\mathcal{G}}\psi_c] \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Pour un moteur et un châssis à modéliser, les informations ci-dessous sont connues :

- masse du moteur M_m ;
- masse du châssis M_c ;

- inertie du moteur dans l'orientation du repère du TRA \mathcal{R}_{J_m} ;
- inertie du châssis dans l'orientation du repère du TRA \mathcal{V}_{J_c} ;
- position des points d'ancrage des tampons au moteur dans l'orientation du repère du TRA \mathcal{R}_{a_i} et les vecteurs $\mathcal{R}_{\vec{a}_i}$;
- position des points d'ancrage des tampons au châssis dans l'orientation du repère du TRA \mathcal{V}_{b_i} et les vecteurs $\mathcal{V}_{\vec{b}_i}$;
- position des points d'ancrage des suspensions au châssis dans l'orientation du repère du TRA \mathcal{V}_{d_i} et les vecteurs $\mathcal{V}_{\vec{d}_i}$;
- angles d'Euler, ce qui définit l'orientation des axes x , y et z du tampon ;
- angles d'Euler des suspensions, ce qui remplace la connaissance des points e_i ;
- raideurs et amortissements linéaires des tampons dans leurs repères \mathcal{P}_i .
- raideurs et amortissements linéaires des suspensions dans leurs repères \mathcal{S}_i .

La première étape consiste à effectuer les changements de repère nécessaires afin d'exprimer la raideur et l'amortissement des tampons et de la suspension dans les repères \mathcal{R} et \mathcal{V} avant de faire la sommation des forces et des moments.

On suppose que :

- la déformation en rotation des tampons est négligeable par rapport à la translation de ceux-ci, donc les raideurs des tampons sont données seulement suivant les axes en translation ;
- les valeurs de raideur suivant les axes des tampons sont supposées constantes en fréquence pour simplifier le problème ;
- il n'y a pas de couplage entre les raideurs des tampons dans leurs repères respectifs.

La matrice de raideur de la suspension \mathbf{S}_i s'exprime donc de la même façon que celle des tampons moteur, soit :

$${}_{\mathcal{S}_i}\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} {}_{\mathcal{S}_i}k_{S_{xi}} & 0 & 0 \\ 0 & {}_{\mathcal{S}_i}k_{S_{yi}} & 0 \\ 0 & 0 & {}_{\mathcal{S}_i}k_{S_{zi}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

De la même façon que pour les tampons moteur, les angles d'Euler de chacune des suspensions α_{si} , β_{si} et γ_{si} sont connus au préalable et la convention d'angles d'Euler utilisée est XYZ, donc les matrices de rotation le sont aussi (voir équation 2.4). Le changement de repère s'effectue pour chacun des tampons (de \mathcal{S}_i vers \mathcal{V}) de cette façon :

$${}_{\mathcal{V}}\mathbf{S}_i = \mathbf{Q}_{\mathcal{S}_i, \mathcal{V}}^T {}_{\mathcal{S}_i}\mathbf{S}_i \mathbf{Q}_{\mathcal{S}_i, \mathcal{V}} \quad (2.29)$$

La matrice d'amortissement de chacune des suspensions que l'on note \mathbf{C}_{s_i} est exprimée de la même façon que la raideur et subit les mêmes opérations mathématiques pour la construction de la matrice et le changement de repère. Le déplacement des points b_i et d_i dans le repère fixe se calcule en considérant le déplacement du centre de masse et la distance qui sépare les points b_i et d_i du centre de masse ${}^{\mathcal{V}}\vec{b}_i$ et ${}^{\mathcal{V}}\vec{d}_i$. Pour de petits déplacements angulaires du moteur et du châssis, on obtient après linéarisation [2; 1] :

$${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tb_i} = {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tc} + {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{\theta c} \times {}^{\mathcal{V}}\vec{b}_i \quad (2.30)$$

$${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{td_i} = {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tc} + {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{\theta c} \times {}^{\mathcal{V}}\vec{d}_i \quad (2.31)$$

Comme pour l'équation 2.6, les produits vectoriels des équations 2.30 et 2.31 peuvent être remplacés par un produit matriciel équivalent .

$${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tb_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & {}^{\mathcal{V}}\mathbf{B}_i^T \end{bmatrix} {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_c \quad (2.32)$$

$${}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{td_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & {}^{\mathcal{V}}\mathbf{D}_i^T \end{bmatrix} {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_c \quad (2.33)$$

où

$${}^{\mathcal{V}}\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & {}^{\mathcal{V}}r_{bz_i} & {}^{\mathcal{V}}(-r_{by_i}) \\ {}^{\mathcal{V}}(-r_{bz_i}) & 0 & {}^{\mathcal{V}}r_{bx_i} \\ {}^{\mathcal{V}}r_{by_i} & {}^{\mathcal{V}}(-r_{bx_i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$${}^{\mathcal{V}}\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} 0 & {}^{\mathcal{V}}r_{dz_i} & {}^{\mathcal{V}}(-r_{dy_i}) \\ {}^{\mathcal{V}}(-r_{dz_i}) & 0 & {}^{\mathcal{V}}r_{dx_i} \\ {}^{\mathcal{V}}r_{dy_i} & {}^{\mathcal{V}}(-r_{dx_i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

On peut définir ${}^{\mathcal{G}}\vec{GF}_{C_{mi}}$ comme le vecteur de force d'amortissement et ${}^{\mathcal{G}}\vec{GF}_{P_{mi}}$ comme le vecteur de force d'élasticité pour chaque tampon.

$${}^{\mathcal{G}}\vec{GF}_{C_{mi}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\mathbf{C}_{p_i}} & \mathcal{R}_{\mathbf{C}_{p_i}} \mathcal{R}_{\mathbf{B}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}}\dot{\vec{q}}_{tc} \\ {}^{\mathcal{G}}\dot{\vec{q}}_{\theta c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\mathbf{C}_{p_i}} & \mathcal{R}_{\mathbf{C}_{p_i}} \mathcal{R}_{\mathbf{A}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\dot{\vec{q}}_{tm} \\ {}^{\mathcal{O}}\dot{\vec{q}}_{\theta m} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$${}^{\mathcal{G}}\vec{GF}_{P_{mi}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\mathbf{P}_i} & \mathcal{R}_{\mathbf{P}_i} \mathcal{R}_{\mathbf{B}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{tc} \\ {}^{\mathcal{G}}\vec{q}_{\theta c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\mathbf{P}_i} & \mathcal{R}_{\mathbf{P}_i} \mathcal{R}_{\mathbf{A}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{tm} \\ {}^{\mathcal{O}}\vec{q}_{\theta m} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Les forces d'élasticité et d'amortissement développées par un déplacement du moteur et du châssis à chacun des points d'ancrage sont connues, donc la sommation des forces au centre de masse du moteur est la suivante :

$$M_m \mathbf{I}_{3 \times 3} {}^{\mathcal{O}} \ddot{\vec{q}}_{tm} = \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} + \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} + {}^{\mathcal{O}} \vec{F}_m \quad (2.38)$$

$$M_m \mathbf{I}_{3 \times 3} {}^{\mathcal{O}} \ddot{\vec{q}}_{tm} - \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} - \sum_{i=1}^n {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} = {}^{\mathcal{O}} \vec{F}_m \quad (2.39)$$

où ${}^{\mathcal{O}} \vec{F}_m$ est défini à l'équation 2.13.

D'autre part, la sommation des moments au centre de masse du moteur permet d'écrire :

$$\mathcal{R} \mathbf{J}_m {}^{\mathcal{O}} \ddot{\vec{q}}_{\theta m} = \sum_{i=1}^n \mathcal{R} \vec{a}_i \times {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} + \sum_{i=1}^n \mathcal{R} \vec{a}_i \times {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} + {}^{\mathcal{O}} \vec{T}_m \quad (2.40)$$

$$\mathcal{R} \mathbf{J}_m {}^{\mathcal{O}} \ddot{\vec{q}}_{\theta m} - \sum_{i=1}^n \mathcal{R} \vec{a}_i \times {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} - \sum_{i=1}^n \mathcal{R} \vec{a}_i \times {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} = {}^{\mathcal{O}} \vec{T}_m \quad (2.41)$$

où $\mathcal{R} \mathbf{J}_m$ est défini à l'équation 2.15 et où ${}^{\mathcal{O}} \vec{T}_m$ est défini à l'équation 2.16.

Afin de pouvoir faire la sommation des forces au centre de masse du châssis, il est nécessaire de connaître les forces d'amortissement et de raideur développées par la suspension suite à une vitesse ou un déplacement du châssis, soit ${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{C_{si}}$ et ${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{P_{si}}$:

$${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{C_{si}} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \nu_{\mathbf{C}_{s_i}} & \nu_{\mathbf{C}_{s_i}} & \nu_{\mathbf{D}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}} \dot{\vec{q}}_{tc} \\ {}^{\mathcal{G}} \dot{\vec{q}}_{\theta c} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{P_{si}} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \nu_{\mathbf{S}_i} & \nu_{\mathbf{S}_i} & \nu_{\mathbf{D}_i^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}} \dot{\vec{q}}_{tc} \\ {}^{\mathcal{G}} \dot{\vec{q}}_{\theta c} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

La sommation des forces au centre de masse du châssis est alors la suivante :

$$M_c \mathbf{I}_{3 \times 3} {}^{\mathcal{G}} \ddot{\vec{q}}_{tc} = -{}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} - {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} + {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{C_{si}} + {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{P_{si}} + {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_c \quad (2.44)$$

$$M_c \mathbf{I}_{3 \times 3} {}^{\mathcal{G}} \ddot{\vec{q}}_{tc} + {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{C_{mi}} + {}^{\mathcal{G}} \vec{G} F_{P_{mi}} - {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{C_{si}} - {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_{P_{si}} = {}^{\mathcal{G}} \vec{F}_c \quad (2.45)$$

où ${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_c$ est le vecteur de force du châssis.

$${}^{\mathcal{G}} \vec{F}_c = \begin{bmatrix} {}^{\mathcal{G}} F_{xc} \\ {}^{\mathcal{G}} F_{yc} \\ {}^{\mathcal{G}} F_{zc} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

D'autre part, la somme des moments au centre de masse du châssis permet d'écrire :

$$\begin{aligned} {}^{\nu}\mathbf{J}_c \mathcal{G} \ddot{\vec{q}}_{\theta c} &= - \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{b}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Cmi} - \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{b}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Pmi} \\ &+ \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{d}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Csi} + \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{d}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Psi} + \mathcal{G} \vec{T}_c \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} {}^{\nu}\mathbf{J}_c \mathcal{G} \ddot{\vec{q}}_{\theta c} &+ \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{b}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Cmi} + \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{b}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Pmi} \\ &- \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{d}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Csi} - \sum_{i=1}^n {}^{\nu}\vec{d}_i \times \mathcal{G} \vec{F}_{Psi} = \mathcal{G} \vec{T}_c \end{aligned} \quad (2.48)$$

où ${}^{\nu}\mathbf{J}_c$ est la matrice d'inertie dans l'orientation du repère du TRA du châssis, soit :

$${}^{\nu}\mathbf{J}_c = \mathbf{Q}_{\mathcal{C},\nu}^T \begin{bmatrix} \mathcal{R} J_{xx_c} & \mathcal{R} J_{xy_c} & \mathcal{R} J_{xz_c} \\ \mathcal{R} J_{yx_c} & \mathcal{R} J_{yy_c} & \mathcal{R} J_{yz_c} \\ \mathcal{R} J_{zx_c} & \mathcal{R} J_{zy_c} & \mathcal{R} J_{zz_c} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathcal{C},\nu} \quad (2.49)$$

et où $\mathcal{G} \vec{T}_c$ est défini comme le vecteur couple du châssis :

$$\mathcal{G} \vec{T}_c = \begin{bmatrix} \mathcal{G} T_{\theta c} \\ \mathcal{G} T_{\phi c} \\ \mathcal{G} T_{\psi c} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

En regroupant les équations 2.39, 2.41, 2.45 et 2.48, en utilisant 2.36 et 2.37 et en laissant tomber la notation des repères pour alléger l'écriture, l'équation différentielle matricielle du système dynamique est :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_m & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{M}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{q}}_m \\ \ddot{\vec{q}}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & -\mathbf{C}_{m,c} \\ -\mathbf{C}_{c,m} & \mathbf{C}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}}_m \\ \dot{\vec{q}}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{m,c} \\ -\mathbf{K}_{c,m} & \mathbf{K}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{q}_m \\ \vec{q}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F}_m \\ \vec{T}_m \\ \vec{F}_c \\ \vec{T}_c \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

où les matrices composants ce système sont les suivantes :

$$\mathbf{M}_m = \begin{bmatrix} M_m \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathcal{R} \mathbf{J}_m \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} M_c \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \nu \mathbf{J}_c \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{K}_m = - \begin{bmatrix} \mathcal{R} \mathbf{P}_i & \mathcal{R} \mathbf{P}_i \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \\ \mathcal{R} \mathbf{A}_i \mathcal{R} \mathbf{P}_i & \mathcal{R} \mathbf{A}_i \mathcal{R} \mathbf{P}_i \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{C}_m = - \begin{bmatrix} \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} & \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \\ \mathcal{R} \mathbf{A}_i \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} & \mathcal{R} \mathbf{A}_i \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{K}_{m,c} = - \begin{bmatrix} \nu \mathbf{P}_i & \nu \mathbf{P}_i \nu \mathbf{B}_i^T \\ \mathcal{R} \mathbf{A}_i \nu \mathbf{P}_i & \mathcal{R} \mathbf{A}_i \nu \mathbf{P}_i \nu \mathbf{B}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{C}_{m,c} = - \begin{bmatrix} \nu \mathbf{C}_{p_i} & \nu \mathbf{C}_{p_i} \nu \mathbf{B}_i^T \\ \mathcal{R} \mathbf{A}_i \nu \mathbf{C}_{p_i} & \mathcal{R} \mathbf{A}_i \nu \mathbf{C}_{p_i} \nu \mathbf{B}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$\mathbf{K}_{c,m} = - \begin{bmatrix} \mathcal{R} \mathbf{P}_i & \mathcal{R} \mathbf{P}_i \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \\ \nu \mathbf{B}_i \mathcal{R} \mathbf{P}_i & \nu \mathbf{B}_i \mathcal{R} \mathbf{P}_i \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{C}_{c,m} = - \begin{bmatrix} \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} & \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \\ \nu \mathbf{B}_i \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} & \nu \mathbf{B}_i \mathcal{R} \mathbf{C}_{p_i} \mathcal{R} \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{K}_c = - \begin{bmatrix} \nu \mathbf{P}_i + \nu \mathbf{S}_i & \nu \mathbf{P}_i \nu \mathbf{B}_i^T + \nu \mathbf{S}_i \nu \mathbf{D}_i^T \\ \nu \mathbf{B}_i \nu \mathbf{P}_i + \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{S}_i & \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{P}_i \nu \mathbf{B}_i^T + \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{S}_i \nu \mathbf{D}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{C}_c = - \begin{bmatrix} \nu \mathbf{C}_{p_i} + \nu \mathbf{S}_i & \nu \mathbf{C}_{p_i} \nu \mathbf{B}_i^T + \nu \mathbf{C}_{s_i} \nu \mathbf{D}_i^T \\ \nu \mathbf{B}_i \nu \mathbf{C}_{p_i} + \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{C}_{s_i} & \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{C}_{p_i} \nu \mathbf{B}_i^T + \nu \mathbf{D}_i \nu \mathbf{C}_{s_i} \nu \mathbf{D}_i^T \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

où \vec{F}_m et \vec{T}_m sont les vecteurs contenant les forces et les moments qui agissent sur le centre de masse du moteur décrit respectivement aux équations 2.13 et 2.16 et où \vec{F}_c et \vec{T}_c sont les vecteurs contenant les forces et les moments qui agissent sur le centre de masse du châssis décrit respectivement aux équations 2.46 et 2.50.

Il n'y a pas de couplage des coordonnées physiques entre les deux systèmes au niveau de la matrice de masse. Par contre, les tampons font le lien entre le châssis et le moteur, donc les coordonnées physiques sont couplées entre les deux systèmes dans la matrice de raideur. Le modèle complet sert à la section 2.2.3 pour illustrer l'effet de l'ajout d'un châssis pour un système moteur-tampons-châssis rigide respectant la méthode du TRA 6DDL.

2.3.2 Intérêt du découplage des coordonnées physiques sur les modes vibratoires du châssis

La figure 2.8 illustre le modèle plan simplifié d'un moteur monté sur un châssis rigide et mobile. La nomenclature est la même que celle présentée à la section 2.3.1. Quatre excitations sont présentes dans le modèle :

- une force verticale appliquée au centre de masse du moteur F_m ;
- un couple d'excitation au centre de masse du moteur T_m ;
- une force verticale appliquée au centre de masse du châssis F_c ;
- un couple d'excitation au centre de masse du châssis T_c .

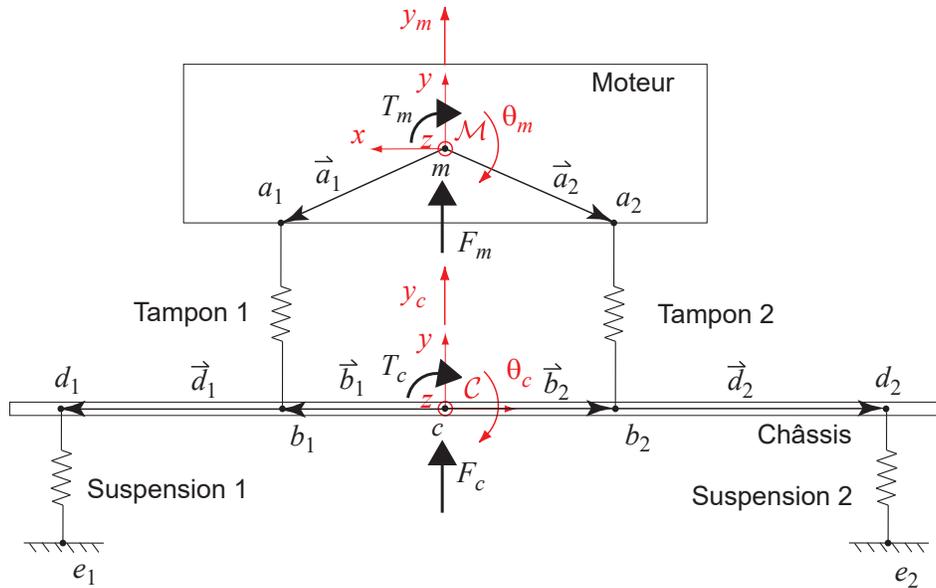


FIGURE 2.8 – Modèle simplifié plan d'un moteur monté sur châssis rigide et mobile (avec suspension).

Parce que le système présenté à la figure 2.8 est très simple, plusieurs simplifications de nomenclature sont faites pour simplifier les équations dynamiques de ce système, soit :

- raideur du tampon 1 : $k_{y_1} = k_1$;
- raideur du tampon 2 : $k_{y_2} = k_2$;
- distance entre le centre de masse moteur et le tampon 1 dans la direction des x : $r_{ax_1} = a_1$;
- distance entre le centre de masse moteur et le tampon 2 dans la direction des x : $r_{ax_2} = a_2$;
- distance entre le centre de masse châssis et le tampon 1 dans la direction des x : $r_{bx_1} = b_1$;

- distance entre le centre de masse châssis et le tampon 2 dans la direction des x : $r_{bx_2} = b_2$;
- raideur de la suspension 1 : $ks_{y_1} = s_1$;
- raideur de la suspension 2 : $ks_{y_2} = s_2$;
- distance entre le centre de masse du châssis et la suspension 1 dans la direction des x :
 $r_{dx_1} = d_1$;
- distance entre le centre de masse du châssis et la suspension 2 dans la direction des x :
 $r_{dx_2} = d_2$.

Par modélisation, on peut démontrer que les équations différentielles du mouvement de ce système sont les suivantes.

$$\begin{bmatrix} M_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_m \\ \ddot{\theta}_m \\ \ddot{y}_c \\ \ddot{\theta}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 a_2 - k_1 a_1 & -k_1 - k_2 & k_1 b_1 - k_2 b_2 \\ k_2 a_2 - k_1 a_1 & k_2 a_2^2 + k_1 a_1^2 & k_1 b_1 - k_2 b_2 & k_1 a_1 b_1 - k_2 a_2 b_2 \\ -k_1 - k_2 & k_1 b_1 - k_2 b_2 & k_1 + s_1 + k_2 + s_2 & k_2 b_2 - k_1 b_1 + s_2 d_2 - s_1 d_1 \\ k_1 b_1 - k_2 b_2 & k_1 a_1 b_1 - k_2 a_2 b_2 & k_2 b_2 - k_1 b_1 + s_2 d_2 - s_1 d_1 & k_2 b_2^2 + k_1 b_1^2 + s_2 d_2^2 + s_1 d_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m \\ \theta_m \\ y_c \\ \theta_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m \\ T_m \\ F_c \\ T_c \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Comme pour le modèle du TRA, dans le domaine modal, ce système est découplé peu importe les valeurs des paramètres physiques choisis. Cependant, pour les coordonnées de modélisation, le système n'est pas découplé physiquement pour toutes valeurs des paramètres physiques.

Puisque la matrice de masse est diagonale, il n'y a pas de couplage dynamique des coordonnées physiques ce qui signifie dans ce cas que l'accélération d'une coordonnée n'excite pas l'autre coordonnée de façon directe. La présence de couplage statique des coordonnées physiques dépend de la valeur des raideurs k_1 , k_2 , s_1 et s_2 et des positions a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , d_1 et d_2 .

Contrairement au modèle de la section 2.2.3, il est impossible de découpler physiquement toutes les coordonnées de modélisation. En effet, les éléments de la matrice de raideur(1,3) et raideur(3,1), i.e. $-k_1 - k_2$, pour des valeurs non-nulles de raideur, donc les deux translations y_m et y_c ne peuvent être découplées. Si k_1 et k_2 étaient nuls, les deux systèmes ne seraient pas liés mécaniquement, ce qui est contraire à la réalité du problème.

Dans le cas d'un châssis rigide et mobile, l'objectif est alors différent par rapport à la méthode du TRA parce que le découplage complet du châssis et du moteur est impossible. Dans ce cas, on se concentre sur les excitations les plus importantes, soit le couple moteur suivant l'axe des x dans le repère du TRA [7]. L'idéal serait de ne pas solliciter de coordonnées au châssis pour une

excitation en couple suivant l'axe du vilebrequin. Ce faisant, le couple d'excitation n'aurait pas d'influence sur les coordonnées de modélisation du châssis. Physiquement, ceci équivaldrait à un moteur qui oscille dans un châssis, mais un châssis qui ne se déplace pas, ce qui représente le système parfait tel que décrit par Singh [1]. En résumé, le découplage dynamique et statique des coordonnées physiques est impossible à réaliser pour toutes les coordonnées physiques. Par contre, l'objectif de la méthode est de ne pas influencer les coordonnées physiques du châssis avec un couple moteur. Ce faisant, la coordonnée physique à découpler dans ce cas est le mouvement θ du moteur. Cependant, les différentes contraintes mécaniques imposées telles que les déplacements maximaux et le positionnement des ancrages moteur empêchent souvent de trouver la solution optimale.

2.3.3 Effet du châssis rigide et mobile sur un cas qui respecte la méthode du TRA à 6DDL

Cette section a comme objectif de montrer qu'un système à 6DDL qui respecte la méthode du TRA, lorsqu'assemblé avec un châssis et une suspension, ne présente plus le même comportement dynamique. En observant ce changement de comportement dynamique, il devient évident que le comportement du châssis doit être considéré en phase de conception.

Dans cet exemple spécifiquement, le mot châssis réfère au poids total du véhicule sans le moteur. Ce choix est fait parce que le véhicule de production n'est pas seulement composé d'un châssis, mais aussi de toutes les composantes qui sont fixées sur celui-ci.

Le tableau 2.3 présente les paramètres du châssis et des suspensions utilisées pour l'exemple. L'exemple présenté dans cette section utilise le même moteur et les mêmes tampons que le système 1 présenté à la section 2.2.3 (respecte la méthode du TRA). Les paramètres ont été choisis approximativement pour respecter le rapport entre la masse du moteur et le châssis du véhicule récréatif. Pour ce qui est de l'inertie, aucune donnée n'est disponible, donc elle a été choisie arbitrairement. Par contre, le châssis reste une composante massique importante et moins concentrée que le moteur, l'inertie du châssis a été fixée à une valeur supérieure à celle du moteur.

TABLEAU 2.3 – Données techniques pour le moteur et les tampons qui restent les mêmes pour les deux systèmes à l'étude.

Variables	Unité	Système 1	
M_m	kg	299.5	
M_c	kg	966.2	
$\mathcal{R}\mathbf{J}_m$	J_{xx_m}	kgm ²	25
	J_{yy_m}		12
	J_{zz_m}		18
$\mathcal{R}\mathbf{J}_c$	J_{xx_c}	kgm ²	75
	J_{yy_c}		30
	J_{zz_c}		90
$\mathcal{R}\mathbf{a}_i$	a_{x_1}	mm	-500
	a_{y_1}		0
	a_{z_1}		-50
	a_{x_2}		500
	a_{y_2}		0
	a_{z_2}		50
	a_{x_3}		0
	a_{y_3}		-500
	a_{z_3}		-50
	a_{x_4}		0
	a_{y_4}		500
	a_{z_4}		-50
$\mathcal{R}\mathbf{b}_i$	b_{x_1}	mm	1000
	b_{y_1}		250
	b_{z_1}		0
	b_{x_2}		1000
	b_{y_2}		-250
	b_{z_2}		0
	b_{x_3}		-500
	b_{y_3}		200
	b_{z_3}		0
	b_{x_4}		-500
	b_{y_4}		-200
	b_{z_4}		0

Le tableau 2.4 regroupe les valeurs des raideurs et d'amortissements pour chacun des tampons et pour chacune des suspensions. Les angles α_{mi} , β_{mi} et γ_{mi} entre les repères \mathcal{P}_i et le repère \mathcal{R} ainsi que les angles α_{si} , β_{si} et γ_{si} entre les repères \mathcal{S}_i et le repère \mathcal{V} sont fixés à zéro degré.

TABLEAU 2.4 – Raideur et amortissement des tampons et des suspensions pour les deux systèmes à l'étude.

Variables		Unité	Valeur
$\mathcal{P}_i \mathbf{P}_i$	k_{x_i}	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	100
	k_{y_i}		130
	k_{z_i}		150
$\mathcal{P}_i \mathbf{C}_{\mathcal{P}_i}$	C_{x_i}	$\frac{\text{Ns}^{-1}}{\text{m}}$	0.1
	C_{y_i}		0.1
	C_{z_i}		0.1
$\mathcal{S}_i \mathbf{S}_i$	k_{x_i}	$\frac{\text{kN}}{\text{m}}$	60
	k_{y_i}		50
	k_{z_i}		75
$\mathcal{S}_i \mathbf{C}_{\mathcal{S}_i}$	C_{x_i}	$\frac{\text{Ns}^{-1}}{\text{m}}$	1
	C_{y_i}		1
	C_{z_i}		1

Afin de retrouver le déplacement du centre de masse du moteur et celui du châssis, on suppose que les forces d'excitation et les couples d'excitation de l'équation 2.51 sont de type harmonique complexe :

$$\begin{aligned}
 {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m &= {}^{\mathcal{O}}\vec{F}_m^0 e^{i\omega t} \\
 {}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m &= {}^{\mathcal{O}}\vec{T}_m^0 e^{i\omega t} \\
 {}^{\mathcal{G}}\vec{F}_c &= {}^{\mathcal{G}}\vec{F}_c^0 e^{i\omega t} \\
 {}^{\mathcal{G}}\vec{T}_c &= {}^{\mathcal{G}}\vec{T}_c^0 e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

où ${}^{\mathcal{O}}F_m^0$ et ${}^{\mathcal{O}}T_m^0$ sont les vecteurs d'amplitude complexe des efforts appliqués au centre de masse du moteur et où ${}^{\mathcal{G}}F_c^0$ et ${}^{\mathcal{G}}T_c^0$ sont les vecteurs d'amplitude complexe des efforts appliqués au centre de masse du châssis. On pose alors que le déplacement est aussi de type harmonique complexe :

$$\begin{bmatrix} \vec{q}_{tm} \\ \vec{q}_{\theta m} \\ \vec{q}_{tc} \\ \vec{q}_{\theta c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{Q}_{tm} \\ \vec{Q}_{\theta m} \\ \vec{Q}_{tc} \\ \vec{Q}_{\theta c} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \tag{2.64}$$

et on injecte ces deux dernières équations dans l'équation 2.51. On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} \vec{Q}_{tm} \\ \vec{Q}_{\theta m} \\ \vec{Q}_{tc} \\ \vec{Q}_{\theta c} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \left[\begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{m,c} \\ -\mathbf{K}_{c,m} & \mathbf{K}_c \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & -\mathbf{C}_{m,c} \\ -\mathbf{C}_{c,m} & \mathbf{C}_c \end{bmatrix} - w^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_m & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{M}_c \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \vec{F}_m^0 \\ \vec{T}_m^0 \\ \vec{F}_c^0 \\ \vec{T}_c^0 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Pour ce mémoire, on s'intéresse uniquement à l'excitation en couple du moteur suivant l'axe du vilebrequin. Les deux systèmes sont soumis à un couple d'excitation suivant l'axe de roulis dans le repère du TRA \mathcal{R} , soit :

$${}^{\mathcal{O}}F_m^0 = {}^{\mathcal{G}}F_c^0 = {}^{\mathcal{G}}T_c^0 = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (2.66)$$

$${}^{\mathcal{O}}T_m^0 = [60 \ 0 \ 0]^T \quad (2.67)$$

En solutionnant le tout avec Matlab, la figure 2.9 présente les résultats du système avec et sans châssis. La figure 2.9a est une reprise de la figure 2.4a. Elle présente le déplacement du centre de masse du moteur du système 1 lorsqu'il est fixé à un châssis rigide et fixe (sans suspension). La figure 2.9b présente le déplacement du centre de masse du moteur du système 1 lorsqu'il est fixé sur le châssis rigide et mobile (avec suspension). On constate deux choses lorsque le système 1 est fixé sur le châssis rigide et mobile :

- il n'est plus découplé parce qu'une rotation en lacet d'amplitude maximale de 4mrad apparaît à 12Hz ;
- l'amplitude maximale en roulis reste sensiblement la même à 10mrad, mais elle se déplace de 7Hz (châssis fixe) vers 13Hz (châssis mobile), ce qui se rapproche dangereusement de la fréquence au ralenti d'un moteur (1000RPM est 16.6Hz).

Si la fréquence naturelle du mode en roulis se trouve proche de la fréquence au ralenti du moteur, soit 16.6Hz, le mode en roulis est excité par l'excitation du moteur. Cela produit de grandes amplitudes de déplacement, donc de grandes amplitudes de force qui sont transmises au châssis, ce qui détériore le confort vibratoire.

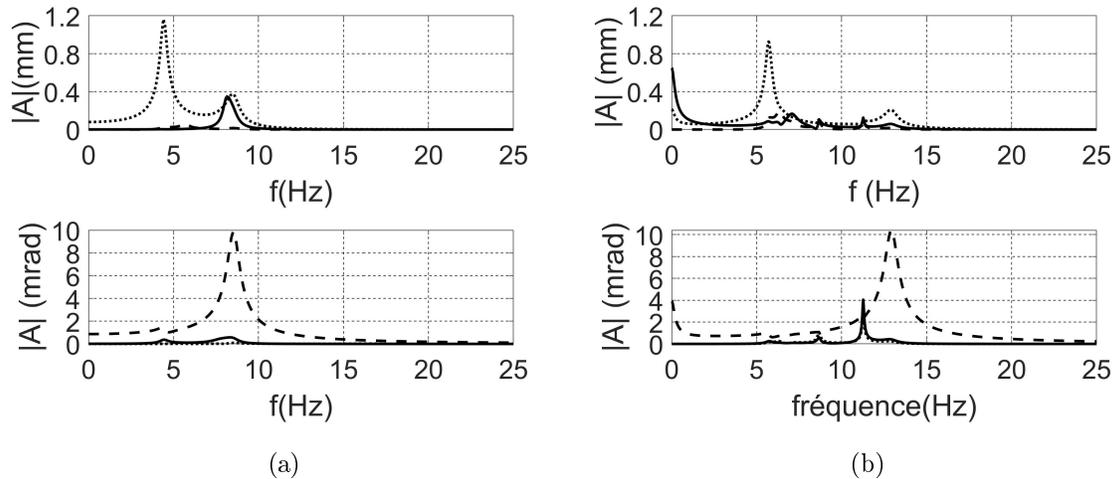


FIGURE 2.9 – Déplacements linéaires (graphique supérieur) et déplacements angulaires (graphique inférieur) du centre de masse du moteur du système 1 (a) sur châssis rigide et fixe et (b) sur châssis rigide et mobile. X : (---), Y : (.....), Z : (—), Roulis : (-.-.-), Tangage (.....), Lacet : (—).

2.4 Méthode de la contribution énergétique

Le rapport de raideur entre les tampons et le châssis soulève des interrogations face à l'applicabilité des méthodes précédentes à un châssis de véhicule récréatif. En effet, les méthodes sont utilisées avec l'hypothèse que le châssis est rigide, ou plutôt lorsque les tampons sont très mous par rapport au châssis. Par contre, ce n'est souvent pas le cas dans le contexte d'un véhicule récréatif. Afin d'étudier les effets de la flexibilité du châssis sur un système dynamique, la section 2.4.1 présente un modèle plan simplifié d'un moteur supporté par un châssis flexible. La section 2.4.2 présente ensuite comment calculer la matrice de distribution d'énergie cinétique modale, autant pour des systèmes rigides que pour des systèmes flexibles. Ensuite, la section 2.4.3 présente un exemple d'amélioration du comportement dynamique d'un châssis flexible et fixe avec la méthode de la contribution énergétique. Finalement, l'effet sur la contribution de la flexibilité du châssis de l'ajout d'une suspension au modèle fixe sur son comportement dynamique est investigué à la section 2.4.4.

Finalement, l'effet de l'ajout d'une suspension au modèle fixe sur la contribution de la flexibilité du châssis sur son comportement dynamique est investigué à la section 2.4.4.

2.4.1 Modélisation simplifiée d'un moteur rigide sur un châssis flexible

La figure 2.10 présente un cas plan simplifié d'un moteur de masse M_m et d'inertie J_m fixé sur un châssis flexible. Le moteur est lié au châssis via deux tampons moteur P_1 et P_2 de raideur k_{P_1} et k_{P_2} aux points a_1 et a_2 qui se situent à une distance \vec{a}_1 et \vec{a}_2 du centre de masse m du moteur. Contrairement aux modèles des sections 2.2.1 et 2.3.1, la référence pour mesurer

la distance des tampons et de la suspension n'est pas la même. En effet, la référence n'est pas le centre de masse du châssis, mais plutôt l'extrémité gauche de la poutre qui représente le châssis flexible. De cette façon, x_1 et x_2 représente la distance entre l'extrémité gauche de la poutre et les points d'attache des tampons b_1 et b_2 tandis que x_3 et x_4 représentent la distance entre l'extrémité gauche de la poutre et les points d'attache de la suspension d_1 et d_2 . Le déplacement dynamique en tout point et en tout temps de la poutre est représenté par $w(x, t)$. Pour ce qui est de la suspension, elle est fixée aux points e_1 et e_2 au sol. Les deux suspensions ont une raideur linéaire respective de k_{S1} et k_{S2} et une raideur en torsion respective k_{SR1} et k_{SR2}

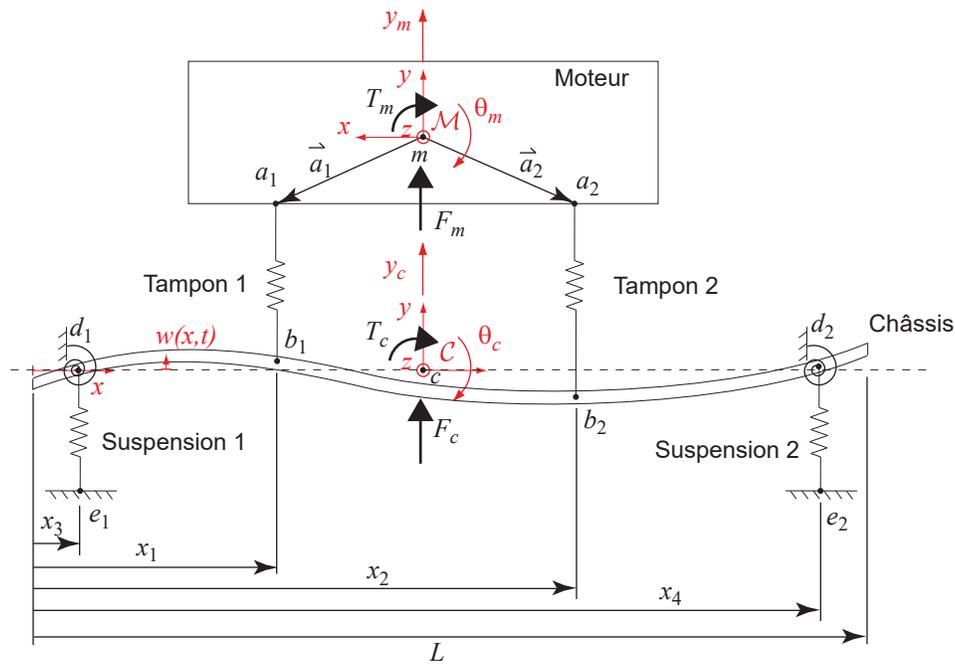


FIGURE 2.10 – Modèle plan d'un moteur monté sur châssis flexible.

La modélisation proposée est basée sur la méthode semi-analytique de Rayleigh-Ritz. Une approche énergétique est utilisée plutôt qu'une approche de Newton. La modélisation approxime la déformée de la poutre par une base de décomposition. La base de décomposition utilisée est la suivante :

$$\begin{aligned}
w(x, t) &= \eta_0(t) + \eta_1(t)x + \sum_{n=1}^{N-1} \eta_{n+1}(t) \left(1 - \cos \left(\frac{(2n-1)\pi x}{2L} \right) \right) \\
&= \begin{bmatrix} \eta_0(t) & \eta_1(t) & \eta_2(t) & \dots & \eta_N(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \dots \\ f_N(x) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

avec N , l'ordre de la base de décomposition. La base de décomposition admet un mouvement rigide de la poutre via les termes $\eta_0(t)$ et $\eta_1(t)$ et un comportement flexible avec les termes $\eta_2(t)$ à $\eta_N(t)$. Cette modélisation n'est valide que pour de petits déplacements.

L'équation de l'énergie cinétique du système est :

$$E_k = \frac{1}{2} \int_{x=0}^{x=L} \rho_s \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_m \left(\frac{dy_m(t)}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} J_m \left(\frac{d\theta_m(t)}{dt} \right)^2 \tag{2.69}$$

et l'équation de l'énergie potentielle élastique est :

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2} EI \int_{x=0}^{x=L} \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} k_{P1} (y_{a1}(t) - y_{b1}(t))^2 + \frac{1}{2} k_{P2} (y_{a2}(t) - y_{b2}(t))^2 \\
&+ \frac{1}{2} k_{S1} w(x_3, t)^2 + \frac{1}{2} k_{S2} w(x_4, t)^2 + \frac{1}{2} k_{SR1} \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_3} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{SR2} \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_4} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.70}$$

où $y_{a1}(t) = y_m(t) + \theta_m(t)a_{1x}(t)$, $y_{a2}(t) = y_m(t) - \theta_m(t)a_{2x}(t)$, $y_{b1}(t) = w(x_3, t)$, $y_{b2}(t) = w(x_4, t)$ et I est l'inertie géométrique de la section transversale de la poutre, i.e. :

$$I = \frac{L_a h^3}{12} \tag{2.71}$$

où L_a est la largeur de la poutre et h est l'épaisseur de la poutre. On peut regrouper les différents termes de l'énergie potentielle selon trois termes principaux, soit l'énergie de déformation de la poutre E_d , l'énergie de déformation des tampons E_T et l'énergie de déformation

aux conditions limites E_{CL} (de la suspension) :

$$E_d = \frac{1}{2}EI \int_{x=0}^{x=L} \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.72)$$

$$E_T = \frac{1}{2}k_{P1} (y_m(t) + \theta_m(t)a_{1x} - w(x_3,t))^2 + \frac{1}{2}k_{P2} (y_m(t) - \theta_m(t)a_{2x} - w(x_4,t))^2 \quad (2.73)$$

$$E_{CL} = \frac{1}{2}k_{S1}w(x_3,t)^2 + \frac{1}{2}k_{S2}w(x_4,t)^2 + \frac{1}{2}k_{SR1} \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_3} \right)^2 + \frac{1}{2}k_{SR2} \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_4} \right)^2 \quad (2.74)$$

Il est possible de bâtir le système dynamique suivant à l'aide de l'équation de Lagrange, soit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.75)$$

où q_i représente les variables de modélisation (η_k pour $k = 1$ à N , y_m et θ_m) et Q_i les forces généralisées.

Après quelques opérations mathématiques, on obtient le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & \dots & M_{1,N} & 0 & 0 \\ M_{2,1} & M_{2,2} & \dots & M_{2,N} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{N,1} & M_{N,2} & \dots & M_{N,N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & M_m & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \dots \\ \ddot{\eta}_N \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\theta}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & \dots & K_{1,N} & K_{1,N+1} & K_{1,N+2} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & \dots & K_{2,N} & K_{2,N+1} & K_{2,N+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{N,1} & K_{N,2} & \dots & K_{N,N} & K_{N,N+1} & K_{N,N+2} \\ K_{N+1,1} & K_{N+1,2} & \dots & K_{N+1,N} & k_{P1} + k_{P2} & k_{P1}a_1 - k_{P2}a_2 \\ K_{N+2,1} & K_{N+2,2} & \dots & K_{N+2,N} & k_{P1}a_1 - k_{P2}a_2 & k_{P1}a_1^2 + k_{P2}a_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_N \\ y_m \\ \theta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ T_m \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

où T_m est le moment principal d'excitation autour de l'axe du vilebrequin et qui est le seul effort considéré dans ce mémoire. Les éléments de la matrice de masse et de raideur sont décrits dans les équations suivantes :

$$M_{i,j} = \int_{x=0}^{x=L} \rho s f_i(x) f_j(x) dx \text{ pour } i = 0 \text{ à } N \text{ et pour } j = 0 \text{ à } N \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned}
K_{i,j} = & \int_{x=0}^{x=L} EI f_i''(x) f_j''(x) dx + k_{S1} f_i(x_3) f_j(x_3) + k_{S2} f_i(x_4) f_j(x_4) + \\
& k_{P1} f_i(x_1) f_j(x_1) + k_{P2} f_i(x_2) f_j(x_2) + k_{SR1} f_i'(x_3) f_j'(x_3) + k_{SR2} f_i'(x_4) f_j'(x_4) \\
& \text{pour } i = 0 \text{ à } N \text{ et pour } j = 0 \text{ à } N
\end{aligned} \tag{2.78}$$

$$K_{i,N+1} = -k_{P1} f_i(x_1) - k_{P2} f_i(x_2) \text{ pour } i = 0 \text{ à } N \tag{2.79}$$

$$K_{i,N+2} = -k_{P1} f_i(x_1) a_1 + k_{P2} f_i(x_2) a_2 \text{ pour } i = 0 \text{ à } N \tag{2.80}$$

$$K_{N+1,j} = -k_{P1} f_j(x_1) - k_{P2} f_j(x_2) \text{ et pour } j = 0 \text{ à } N \tag{2.81}$$

$$K_{N+2,j} = -k_{P1} f_j(x_1) a_1 + k_{P2} f_j(x_2) a_2 \text{ et pour } j = 0 \text{ à } N \tag{2.82}$$

2.4.2 Calcul de la matrice de contribution énergétique

Cette section présente comment se répartit l'énergie cinétique de chacun des modes du système pour chacune des variables de modélisation physique. L'évaluation de la matrice de contribution énergétique nécessite deux intrants, soit la matrice de masse (équation 2.76) et les vecteurs propres.

Afin de trouver les vecteurs propres, on fait une analyse modale à l'aide de Matlab avec la fonction `eig(K,M)` où `K` et `M` sont respectivement la matrice de raideur et de masse. L'extrait de la fonction est une matrice `V` qui contient les vecteurs propres et une matrice `D` qui contient les fréquences naturelles. Basé sur les travaux de El Hafidi [6], on peut définir l'énergie cinétique modale pour un système à 6DDL (voir figure 2.1 à la section 2.2) à chaque mode p comme suit :

$$E_p = \{V_p\}^T [M] \{V_p\} \quad (2.83)$$

$$E_p = \{V_p\}^T \begin{bmatrix} M_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx_m} & J_{xy_m} & J_{xz_m} \\ 0 & 0 & 0 & J_{yx_m} & J_{yy_m} & J_{yz_m} \\ 0 & 0 & 0 & J_{zx_m} & J_{zy_m} & J_{zz_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,p} \\ V_{2,p} \\ V_{3,p} \\ V_{4,p} \\ V_{5,p} \\ V_{6,p} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$E_p = \begin{bmatrix} V_{1,p} & V_{2,p} & V_{3,p} & V_{4,p} & V_{5,p} & V_{6,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_m V_{1,p} & 0 & 0 \\ M_m V_{2,p} & 0 & 0 \\ M_m V_{3,p} & 0 & 0 \\ J_{xx_m} V_{4,p} & J_{xy_m} V_{5,p} & J_{xz_m} V_{6,p} \\ J_{yx_m} V_{4,p} & J_{yy_m} V_{5,p} & J_{yz_m} V_{6,p} \\ J_{zx_m} V_{4,p} & J_{zy_m} V_{5,p} & J_{zz_m} V_{6,p} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$E_p = \begin{aligned} & V_{1,p} M_m V_{1,p} \\ & + V_{2,p} M_m V_{2,p} \\ & + V_{3,p} M_m V_{3,p} \\ & + V_{4,p} J_{xx_m} V_{4,p} + V_{4,p} J_{xy_m} V_{5,p} + V_{4,p} J_{xz_m} V_{6,p} \\ & + V_{5,p} J_{yx_m} V_{4,p} + V_{5,p} J_{yy_m} V_{5,p} + V_{5,p} J_{yz_m} V_{6,p} \\ & + V_{6,p} J_{zx_m} V_{4,p} + V_{6,p} J_{zy_m} V_{5,p} + V_{6,p} J_{zz_m} V_{6,p} \end{aligned} \quad (2.86)$$

L'énergie cinétique modale du système est exprimée comme une sommation de l'énergie suivant chacune des coordonnées physiques de modélisation, soit :

$$E_p = E_{x_p} + E_{y_p} + E_{z_p} + E_{\theta_p} + E_{\phi_p} + E_{\psi_p} \quad (2.87)$$

où

$$E_{x_p} = V_{1,p} M_m V_{1,p} \quad (2.88)$$

$$E_{y_p} = V_{2,p} M_m V_{2,p} \quad (2.89)$$

$$E_{z_p} = V_{3,p} M_m V_{3,p} \quad (2.90)$$

$$E_{\theta_p} = V_{4,p} J_{xx} V_{4,p} + V_{4,p} J_{xy} V_{5,p} + V_{4,p} J_{xz} V_{6,p} \quad (2.91)$$

$$E_{\phi_p} = V_{5,p} J_{yx} V_{4,p} + V_{5,p} J_{yy} V_{5,p} + V_{5,p} J_{yz} V_{6,p} \quad (2.92)$$

$$E_{\psi_p} = V_{6,p} J_{zx} V_{4,p} + V_{6,p} J_{zy} V_{5,p} + V_{6,p} J_{zz} V_{6,p} \quad (2.93)$$

Ce qui permet de définir la contribution d'énergie cinétique modale en pourcentage selon chacune des coordonnées avec :

$$\%Ex_p = Ex_p/E_p \quad (2.94)$$

$$\%Ey_p = Ey_p/E_p \quad (2.95)$$

$$\%Ez_p = Ez_p/E_p \quad (2.96)$$

$$\%E\theta_p = E\theta_p/E_p \quad (2.97)$$

$$\%E\phi_p = E\phi_p/E_p \quad (2.98)$$

$$\%E\psi_p = E\psi_p/E_p \quad (2.99)$$

On peut généraliser ce calcul pour un système à plus de 6 DDL, ce qui permet d'écrire la forme générale de l'équation de la matrice de contribution d'énergie cinétique modale suivante :

$$\%E_{i,p} = \frac{\sum_{k=1}^{N_r} \mathbf{V}_{i,p} \mathbf{M}_{i,k} \mathbf{V}_{k,p}}{\sum_{l=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} \mathbf{V}_{l,p} \mathbf{M}_{l,k} \mathbf{V}_{k,p}} \quad (2.100)$$

où N_r est le nombre de coordonnées de modélisation. On peut alors former une matrice de contribution d'énergie cinétique modale en plaçant les pourcentages d'énergie associés à chaque coordonnée pour un mode donné dans une colonne. Le tableau 2.5 représente à quoi ressemblerait la matrice de contribution d'énergie cinétique modale du système représenté à la figure 2.10.

TABLEAU 2.5 – Matrice de contribution d'énergie cinétique modale du système représenté à la figure 2.10 avec le pourcentage d'énergie cinétique modale du châssis dans une seule colonne

Mode	Châssis (η_k)	y_m	θ_m
1			
2			
...
n			

2.4.3 Amélioration du comportement du châssis en découplant physiquement le moteur du châssis flexible et fixe

Cette section présente un exemple basé sur le modèle flexible (voir section 2.4.1) qui montre que de tenir compte de la flexibilité du châssis permet de réduire de façon significative l'amplitude maximale de la vitesse quadratique moyenne du châssis flexible aux fréquences naturelles en régime forcé.

Pour cet exemple, le châssis (voir figure 2.10) repose sur deux appuis simples. Les raideurs du système non-optimisé ont été déterminées afin que le système soit mathématiquement découplé selon la méthode du TRA (voir section 2.2.2).

Les raideurs du système optimisé ont été obtenues en optimisant le découplage des coordonnées physiques du châssis et du moteur avec la matrice de contribution énergétique présentée à la section 2.4.2. La méthode d'optimisation utilisée est l'approche de force brute.

Le tableau 2.6 présente les paramètres du châssis, de la suspension, des tampons moteur et du moteur utilisé pour l'exemple.

TABLEAU 2.6 – Données techniques pour le moteur, les tampons, le châssis et les suspensions du système non-optimisé et du système final pour évaluer l'effet de la flexibilité du châssis sur le comportement dynamique du châssis flexible.

Variabes	Unités	Système non-optimisé	Système optimisé
M_m	kg	9	
J_m	kgm ²	0.8	
a_1	m	0.5	
a_2	m	0.6	
x_1	m	1.4	
x_2	m	2.5	
x_3	m	0	
x_4	m	4	
La	m	0.005	
L	m	4	
h	m	0.05	
E	Pa	209e ⁹	
ρ	kg/m ³	8600	
P_1	N/m	6000	6624
P_2	N/m	5000	5000
S_1	N/m	∞	
S_2	N/m	∞	
R_1	N/rad	0	
R_2	N/rad	0	
N	–	20	

Les tableaux 2.7 et 2.8 présentent les répartitions d'énergie cinétique modale flexible entre le châssis flexible et le moteur pour le système non-optimisé et le système optimisé respectivement. Pour le système non-optimisé, on observe un partage de l'énergie entre le châssis et le moteur au deuxième mode (9.9Hz) et au troisième mode (11.0Hz). En effet, au deuxième mode, 4.4% de l'énergie est dans le châssis, 1% est en y_m et 94.7% en θ_m . Pour ce qui est du troisième mode, il y a 79.2% de l'énergie dans le châssis, 16% en y_m et 4.6% en θ_m . Physiquement, cela veut dire que le châssis et le moteur se déplacent ensemble. Idéalement, un système flexible découplé permet de ne pas solliciter la flexibilité du châssis. C'est ce que le système optimisé représente. Bien que les fréquences naturelles du deuxième (10.2Hz) et du troisième mode (11.1Hz) ont augmenté, la répartition d'énergie cinétique est beaucoup plus favorable au niveau du châssis parce que l'on considère que le moteur est excité selon la coordonnée

θ_m . En effet, au deuxième mode, 0.7% de l'énergie se retrouve dans le châssis, 0.1% en y_m et 99.1% en θ_m et au troisième mode l'énergie dans le châssis est de 82.3%, 17.6% en y_m et 0.1% en θ_m .

TABLEAU 2.7 – Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le système non-optimisé.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)		
	Châssis	y_m	θ_m
3.6	16.9	83	0
9.9	4.4	1	94.7
11.0	79.2	16	4.6
28.8	99.3	0	0.7
63.1	100	0	0
112.3	100	0	0
175.2	100	0	0
252.3	100	0	0

TABLEAU 2.8 – Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le système optimisé.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)		
	Châssis	y_m	θ_m
3.6	17.6	82.2	0.2
10.2	0.7	0.1	99.1
11.1	82.3	17.6	0.1
28.8	99.2	0	0.8
63.1	100	0	0
112.3	100	0	0
175.2	100	0	0
252.3	100	0	0

On constate que le système optimisé présente beaucoup moins de couplage entre la variable θ_m et le châssis. Avec ce résultat, on peut s'attendre à une réduction de la vitesse quadratique moyenne du châssis aux fréquences où le couplage a été réduit selon les directions réduites. C'est-à-dire que si une excitation en couple suivant θ_m est injectée au centre de masse du moteur, le système optimisé transmettra moins d'énergie au châssis que le système non-optimisé. À l'inverse, on peut s'attendre à ce que l'augmentation du couplage d'un mode provoque une augmentation de la vitesse quadratique moyenne au châssis. La figure 2.11 compare donc la vitesse quadratique moyenne du châssis pour le système non-optimisé et le système optimisé avec (a) une échelle linéaire et (b) une échelle logarithmique. On observe que l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne pour le système optimisé est nettement inférieure à celle des

résultats initiaux aux fréquences du deuxième et troisième mode. En effet, les amplitudes au deuxième mode (10Hz) sont passées de 6.5m/s (non-optimisé) à 2.7m/s (optimisé) et les amplitudes au troisième mode (11Hz) sont passées de 5m/s (non-optimisé) à 0.7m/s (optimisé). Par contre, pour le premier mode (3.5Hz), comme le couplage entre les coordonnées physiques du châssis et θ_m du premier mode a augmenté, l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne pour la première fréquence naturelle est aussi augmentée. En effet, les amplitudes au premier mode (3.5Hz) sont passées de 1m/s (non-optimisé) à 2.5m/s (optimisé).

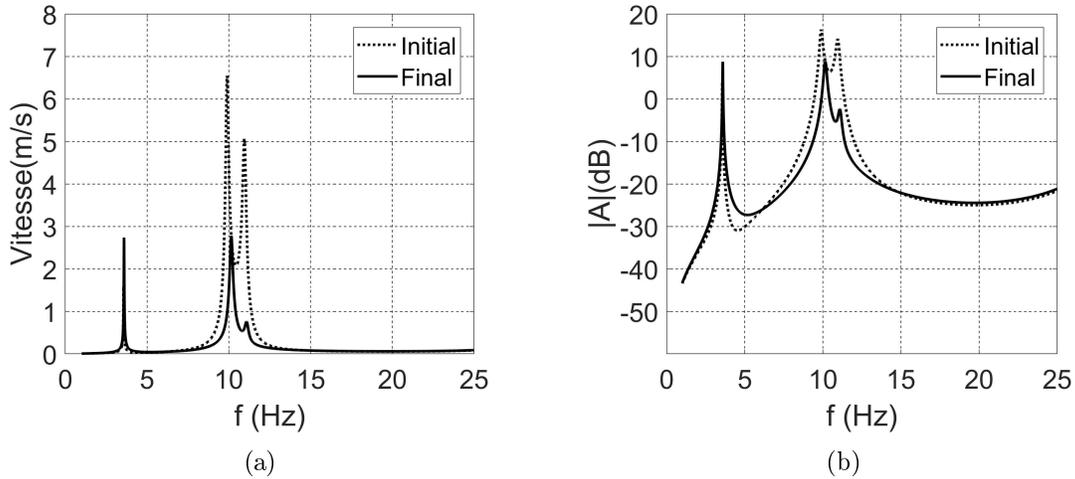


FIGURE 2.11 – Vitesse quadratique moyenne du système non-optimisé et du système optimisé : (a) échelle linéaire et (b) échelle en décibel.

Ceci montre à l'aide d'un système simple que la méthode de la matrice de contribution énergétique semble être en mesure de représenter l'effet de la flexibilité du châssis. De plus, dans le cas présent, la méthode du TRA s'est avérée une méthode moins efficace que celle de la matrice de contribution énergétique.

2.4.4 Influence des conditions limites du châssis sur la répartition d'énergie et le comportement modal

Lorsqu'on est en présence d'un châssis qui possède des conditions limites mobiles (avec suspension), l'énergie cinétique du châssis n'est pas uniquement causée par sa déformation, mais aussi par son mouvement global (translation et rotation du centre de masse). Lorsque l'on considère seulement le châssis flexible aux conditions limites mobiles, ses deux premiers modes sont des modes rigides (modes de translation et de rotation). Par contre, puisque le système est couplé avec un moteur, on ne peut assumer que les deux premiers modes sont rigides et les autres flexibles.

Afin de quantifier la contribution flexible du châssis à un mode, on utilise l'énergie potentielle modale du système. Les termes dans l'équation 2.70 de l'énergie potentielle du système de la

section 2.4.1 se divisent en trois catégories, soit l'énergie de déformation du châssis (E_d) décrite à l'équation 2.72, l'énergie de déformation des tampons moteur (E_T) décrite à l'équation 2.73 et l'énergie de déformation des conditions limites (énergie de la suspension (E_{CL})) décrite à l'équation 2.74.

Le pourcentage d'énergie de déformation modale est défini à l'équation suivante :

$$\%E_d = \left(\frac{E_d}{E_d + E_T + E_{CL}} \right) \times 100 \quad (2.101)$$

et quantifie la contribution de la flexibilité du châssis.

L'exemple suivant compare deux systèmes :

- un châssis sur appui simple (le système final de la section 2.4.3), nommé ci-après le système fixe ;
- le même châssis sur des suspensions, nommé ci-après le système suspension.

Pour cet exemple, on veut observer le changement de contribution de la flexibilité aux modes en changeant les conditions limites. Les paramètres des deux systèmes sont les mêmes que ceux décrits au tableau 2.6, à l'exception des raideurs de la suspension qui sont définies au tableau 2.9.

TABLEAU 2.9 – Raideur des suspensions pour les deux systèmes à l'étude.

Variables	Unités	Système fixe	Système suspension
S_1	N/m	∞	400
S_2	N/m	∞	400

La raideur de la suspension est très faible pour représenter une situation similaire à celle d'un véhicule automobile.

Les tableaux 2.10 et 2.11 présentent les matrices de distribution de l'énergie cinétique modale flexible ainsi que la contribution flexible pour le système fixe et le système suspension. On constate que :

- pour le système fixe, la contribution en énergie cinétique est égale à la contribution flexible, parce que les conditions limites sont fixes ;
- pour le système suspension, la contribution en énergie cinétique n'est pas égale à la contribution flexible, car le châssis possède des conditions limites mobiles ;
- pour le système suspension, l'apparition de deux nouveaux modes (1.0Hz et 7.8Hz) à basses fréquences permet d'expliquer une bonne partie du comportement du châssis sans nécessité l'ajout de la flexibilité du châssis. En effet, la contribution de l'énergie de

déformation est faible pour les quatre premiers modes du système suspension, sauf pour le mode à 7.8Hz qui est de 11.8%, ce qui veut dire que la flexibilité ne contribue pas beaucoup pour décrire le comportement dynamique de ces modes ;

- le système fixe sollicite davantage la flexibilité du châssis que le système flexible, donc il est important de considérer les bonnes conditions limites afin d'évaluer s'il est nécessaire de considérer la flexibilité du châssis.

TABLEAU 2.10 – Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur et contribution flexible pour le système fixe.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergie cinétique(%)			Contribution flexible(%)
	Châssis	y_m	θ_m	
3.6	17.6	82.2	0.2	17.6
10.2	0.7	0.1	99.1	0.7
11.1	82.3	17.6	0.1	82.3
28.8	99.2	0	0.8	99.2
63.1	100	0	0	100
112.3	100	0	0	100
175.2	100	0	0	100
252.3	100	0	0	100

TABLEAU 2.11 – Distribution de l'énergie cinétique modale entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur et contribution flexible pour le système suspension.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)			Contribution flexible(%)
	Châssis	y_m	θ_m	
1.0	46.2	53.8	0	5.5
2.6	92.5	0	7.5	0.7
7.8	55.2	44.5	0.3	11.8
10.7	7.9	0.1	91.9	3.4
17.2	98.3	1.6	0.13	82.6
44.4	99.9	0	0.15	96.8
85.9	100	0	0	99.8
142.0	100	0	0	99.7

En résumé, il est primordial de considérer les bonnes conditions limites, car le couplage entre le châssis et le moteur en est dépendant. Pour un châssis flexible aux conditions limites mobiles, on doit calculer la proportion d'énergie de déformation qui provient du châssis afin d'évaluer si la modélisation flexible est absolument nécessaire ou si la modélisation rigide peut simuler correctement le comportement du système.

2.5 Proposition d'une méthodologie en fonction des différentes phases de conception

En regard des sections précédentes, la figure 2.12 présente la méthodologie proposée. Elle propose deux outils basés sur les analyses faites dans les sections précédentes (TRA 6DDL et TRA 12DDL) et ci-après. La méthode proposée permet de définir les valeurs de raideur, d'orientation et d'emplacement tout au long de la phase de conception du prototype jusqu'au véhicule de production. La méthodologie se sépare en trois étapes.

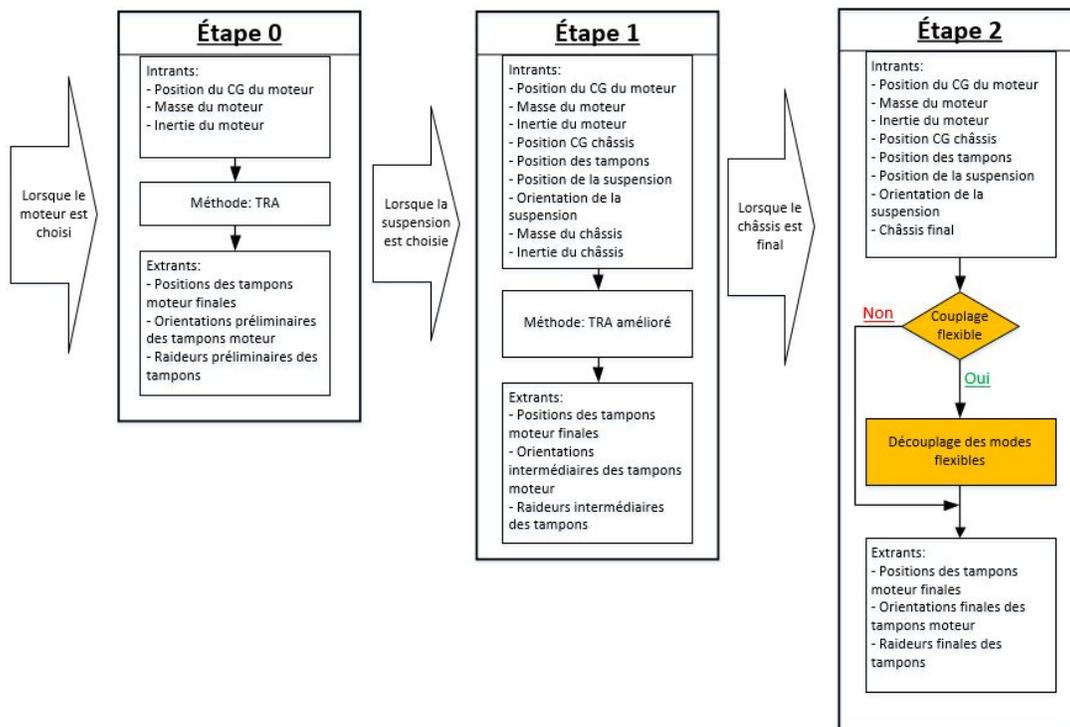


FIGURE 2.12 – Structure de la méthodologie proposée afin d'optimiser l'orientation, l'emplacement et les raideurs des tampons moteur d'un prototype à un véhicule de production.

2.5.1 Étape 0 : phase prototype

L'étape 0 s'applique au début de la conception d'un nouveau véhicule. Dès qu'un moteur est choisi, cette phase permet de déterminer la position finale des tampons ainsi que leurs raideurs et orientations initiales. La méthode utilisée est la méthode du TRA. Tel qu'énoncé dans la documentation scientifique, un avantage de cette méthode est que la caractérisation des efforts moteur n'est pas nécessaire [2].

2.5.2 Étape 1 : phase de conception

Lorsque les informations du châssis et de la suspension sont disponibles, la méthode du TRA 12 DDL est utilisée pour faire la modification de l'orientation et de la raideur des tampons moteur. La méthode du TRA 12DDL permet d'optimiser les paramètres des tampons moteur sans avoir à caractériser les efforts moteur [1]. Il est possible d'utiliser la méthode du TRA 12DDL pour optimiser les valeurs de raideur des tampons au fur et à mesure que les propriétés du châssis se précisent. À ce stade de la conception, aucune information n'est finale parce qu'il reste encore à vérifier la validité des résultats en considérant la flexibilité du châssis.

2.5.3 Étape 2 : phase finale

Lors du processus de conception, lorsque le châssis est très proche de sa version finale, il est possible de **vérifier** si le comportement flexible du châssis influence le comportement du véhicule à l'aide de l'outil de vérification proposé.

Si le comportement flexible du châssis n'impacte pas le comportement du moteur, les résultats obtenus avec la méthode du TRA 12DDL et le châssis final sont alors les résultats finaux.

Cependant, si le comportement flexible du châssis joue un rôle important, l'outil d'**optimisation** est utilisé pour déterminer les valeurs optimales de raideur et d'orientation en tenant compte de la flexibilité.

L'outil de **vérification** proposé est décrit à la section 3.1.1 et l'outil d'**optimisation** est décrit à la section 3.1.2.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode du TRA et la méthode du TRA 12DDL ont été étudiées, ce qui a amené la définition de la matrice de contribution d'énergie cinétique modale pour un système flexible. Pour un châssis aux conditions limites fixes (sans suspension), cette méthode permet d'évaluer la contribution flexible du châssis et d'améliorer le niveau de confort vibratoire du châssis flexible. Pour le châssis flexible et mobile (avec suspension), il est nécessaire de considérer l'énergie de déformation modale pour évaluer l'effet de la flexibilité du châssis. Tous ces éléments permettent de proposer une méthodologie qui requiert un outil pour vérifier la contribution de la flexibilité du châssis et un outil pour optimiser les paramètres des tampons moteur en considérant la flexibilité du châssis.

Chapitre 3

Développement des outils pour l'application sur un modèle par éléments finis et exemple d'application

Ce chapitre présente la mise en application de l'outil de vérification et d'optimisation pour un châssis de véhicule récréatif simplifié. La section 3.1 présente la structure de l'outil de vérification pour des conditions limites fixes et mobiles et propose une structure pour l'outil d'optimisation afin de l'utiliser avec un modèle par éléments finis. La section 3.2 présente une vérification du fonctionnement des outils proposés pour un modèle par éléments finis d'un moteur monté sur châssis flexible et fixe. Ensuite, la section 3.3 présente deux châssis modélisés à l'aide du logiciel par éléments finis Altair qui sont utilisés afin de comparer le résultat optimisé avec la méthode du TRA aux résultats optimisés avec la méthode flexible pour chacun des châssis.

3.1 Structure des outils pour l'application sur un modèle par éléments finis

Les outils développés pour les modèles par éléments finis sont l'outil de validation, soit celui qui vérifie si la flexibilité du châssis impacte le comportement dynamique, et l'outil d'optimisation, soit celui qui vise à améliorer le comportement dynamique du système en tenant compte de la flexibilité du châssis.

3.1.1 Outil de vérification

Cette section présente les étapes de réalisation nécessaires pour vérifier si la flexibilité du châssis a un impact sur le comportement dynamique du système en fonction des différentes conditions limites.

- Pour des **conditions limites fixes**, seulement la matrice de contribution énergétique est nécessaire, parce que l'échange d'énergie cinétique entre le moteur et le châssis est nécessairement dû à la flexibilité du châssis.
- Pour des **conditions limites mobiles**, l'outil de vérification doit se baser sur la répartition de l'énergie de déformation dans le châssis afin d'évaluer la contribution de la flexibilité du châssis.

Dans ces deux cas, les outils sont développés dans Matlab et la partie éléments finis se fait à l'aide du logiciel Altair Hypermesh avec le solveur Optistruct.

Modèle par éléments finis ayant des conditions limites fixes

La figure 3.1 présente la structure de l'outil de vérification pour des conditions limites fixes. Une analyse modale donne un fichier en sortie de type .pch (Punch). Ce type de fichier utilise une mise en forme constante peu importe le modèle ou les unités du modèle, cela simplifie donc sa lecture. L'analyse modale permet d'obtenir les déformées modales en terme de déplacement, soient les vecteurs propres. En parallèle de l'analyse modale, une analyse de synthèse dynamique des composantes permet d'obtenir la matrice de masse et la matrice de raideur du système. Elles sont aussi obtenues dans un format de type .pch. Une fois les deux analyses complétées, la lecture des deux fichiers de type .pch et la reconstruction des vecteurs et matrices est effectuée avec le logiciel Matlab. Lorsque les informations sont obtenues dans Matlab, la matrice de contribution énergétique est calculée à partir de l'équation 2.100 .

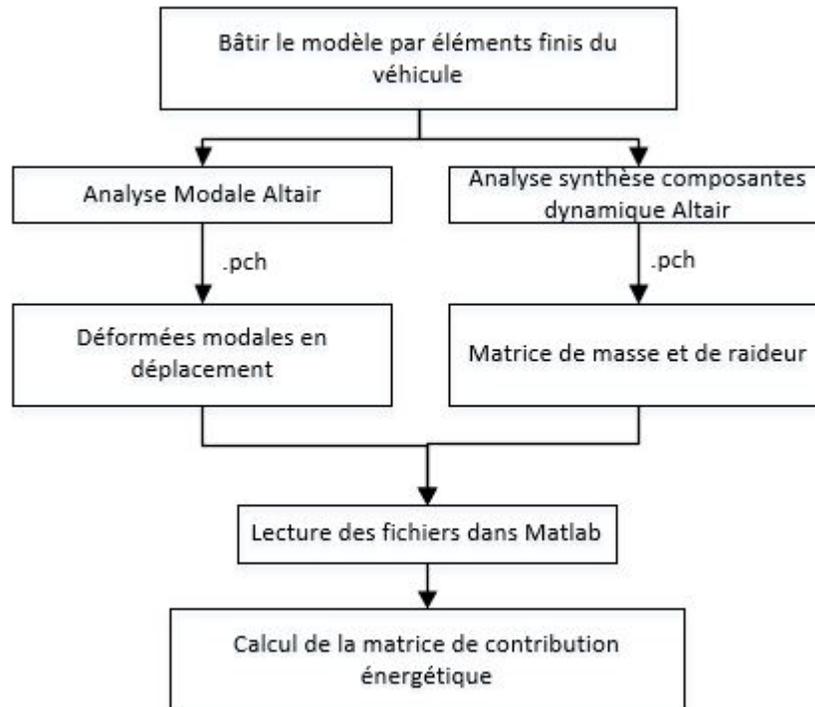


FIGURE 3.1 – Structure de l’outil de vérification pour des conditions limites fixes.

Modèle par éléments finis ayant des conditions limites mobiles

La figure 3.2 présente la structure de l’outil de vérification pour des conditions limites mobiles. Il s’agit d’une structure similaire à celle utilisée pour les conditions aux limites fixes où les ajouts sont encadrés en rouge. La proportion d’énergie de déformation dans le châssis doit être calculée avec l’équation 2.101. Les intrants de cette équation sont l’énergie de déformation des tampons, l’énergie de déformation dans le châssis et l’énergie de déformation aux conditions limites. Afin d’obtenir ces informations, une analyse d’énergie de déformation modale permet d’obtenir l’énergie à chacun des éléments pour chacun des modes dans un fichier de type .pch. Il est alors possible de classer l’énergie de chacun des éléments dans ces trois catégories parce qu’on connaît le numéro des éléments qui appartiennent à chacune des catégories. De cette façon, lors de la lecture du fichier de type .pch dans Matlab, l’énergie des éléments se catégorisera automatiquement et il sera alors possible de calculer la proportion d’énergie de déformation comprise dans le châssis.

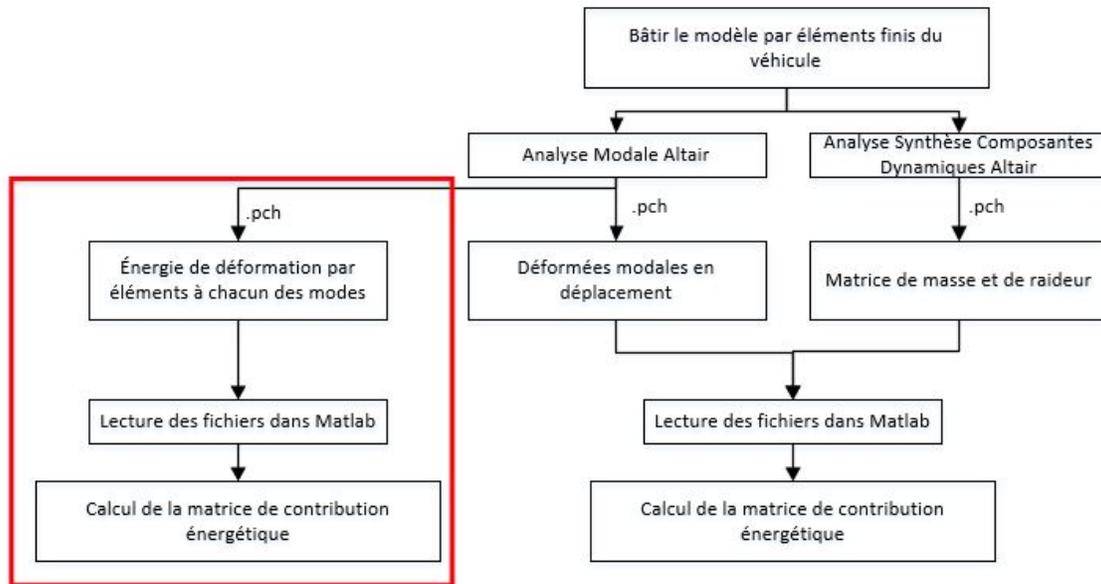


FIGURE 3.2 – Structure de l’outil de vérification pour des conditions limites mobiles.

3.1.2 Outils d’optimisation

La définition d’une fonction objectif pour minimiser les vibrations au châssis s’avère très complexe [18] et ne fait pas partie des objectifs de ce mémoire. Puisqu’aucune fonction objectif n’a été définie, ce mémoire n’a donc pas pour objectif de développer l’outil d’optimisation en tant que tel. L’outil développé se limite plutôt à générer les résultats de la section 3.3 et les matrices de contribution énergétique. La sélection de la solution dite optimale est donc faite manuellement. Cette section définit par contre la structure proposée pour l’outil d’optimisation.

La figure 3.3 présente donc la structure proposée de l’outil d’optimisation. À partir d’une modélisation d’un véhicule récréatif, les analyses modales et de synthèse de composantes dynamiques permettent d’obtenir les fichiers de type .fem. Ces fichiers sont les intrants du solveur Optistruct. Ces fichiers ne sont pas complexes, mais nécessitent beaucoup de développement s’ils sont faits manuellement, donc avoir un fichier de base simplifie grandement la tâche. Ces fichiers sont récupérés avec Matlab et les valeurs des tampons moteur sont modifiées. Matlab exécute ensuite Optistruct avec ce fichier de type .fem pour générer les résultats dans un fichier de sortie de type .pch qui contient la matrice de masse et la matrice de raideur ainsi que les déformées modales en déplacement. La matrice de contribution énergétique est ensuite calculée à l’aide de Matlab. Une fonction objectif est évaluée et les valeurs de raideur sont optimisées avec un algorithme d’optimisation. Un nouveau fichier de type .fem est généré pour une nouvelle simulation. Ces étapes sont répétées jusqu’à l’atteinte d’un critère de convergence.

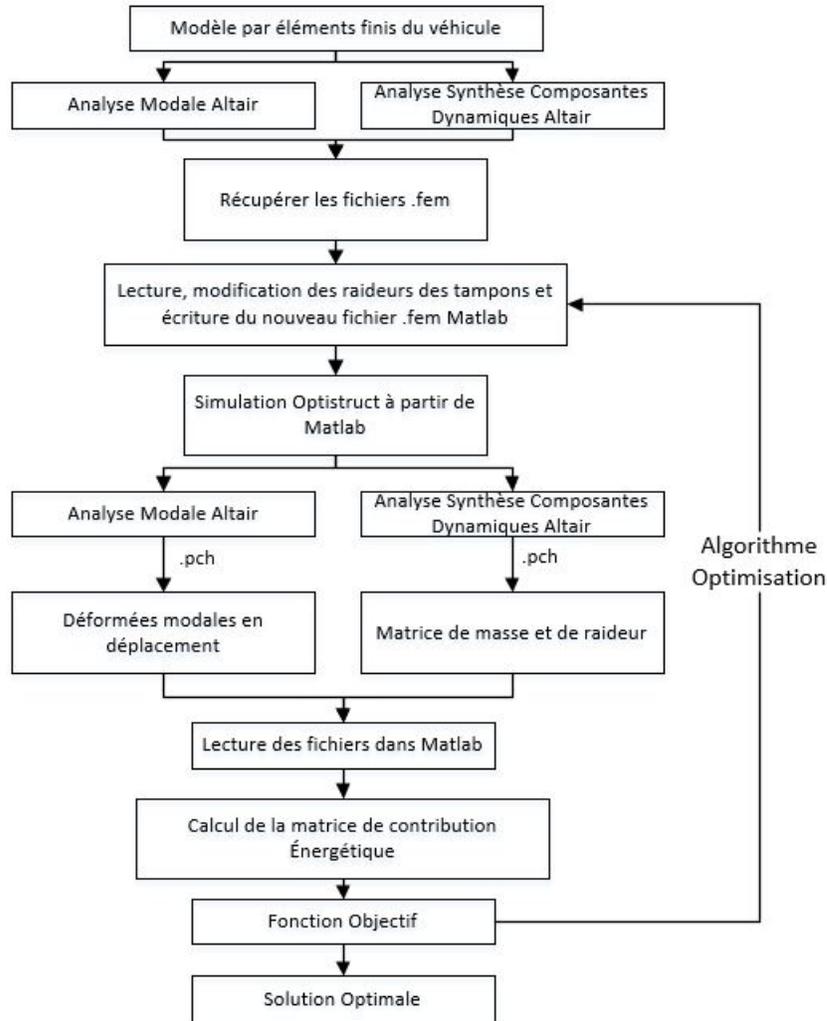


FIGURE 3.3 – Structure de l’outil d’optimisation proposé afin d’optimiser les valeurs de raideur en fonction de la fonction objectif.

3.2 Validation des outils développés

Les outils développés font intervenir plusieurs échanges entre les logiciels Altair et Matlab. Cette section présente donc une brève vérification du bon fonctionnement des outils développés. Pour ce faire, le calcul de l’énergie cinétique modale est effectué pour un moteur supporté par une poutre flexible tel que défini à la figure 2.10 de la section 2.4.1. Les conditions limites de la poutre qui simule un châssis sont supportées supportées. Les valeurs des paramètres physiques pour la modélisation sont les mêmes que ceux du systèmes flexible présentés à la section 2.4.3 (voir tableau 2.6).

La contribution énergétique modale flexible est calculée en utilisant :

1. la modélisation semi-analytique de la section 2.4.1 ;
2. une modélisation Altair en prenant bien soin d'utiliser des éléments plaques pour être dans les mêmes conditions de simulation.

Dans les deux cas, l'énergie cinétique modale est calculée avec Matlab. Le tableau 3.1 compare les résultats obtenus dans chacun des cas pour les quatre premières fréquences naturelles. L'erreur maximale est inférieure à 0.2% et confirme le bon fonctionnement de l'interaction entre Altair et Matlab pour les modèles par éléments finis.

TABLEAU 3.1 – Contribution de l'énergie cinétique modale du châssis et du moteur pour le système semi-analytique et le système Altair.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique(%)			
	Semi-analytique		Altair	
	Châssis	Moteur	Châssis	Moteur
5.5	54.8	44.9	55	45
11.6	1.9	98.2	1.9	98.1
15.5	44.7	55.2	44.7	55.3
29.2	98.4	1.6	98.4	1.6

3.3 Exemple d'application à un châssis simplifié de véhicule récréatif

Cette section présente deux analyses exécutées avec les outils développés pour montrer qu'il est possible d'obtenir un meilleur comportement avec la méthode flexible qu'avec la méthode du TRA et que, dans certains cas, la méthode flexible ne donne pas les résultats escomptés. La section 3.3.1 présente les deux châssis de véhicule récréatif simplifiés utilisés dans ce chapitre. Ensuite, la section 3.3.2 présente les résultats obtenus avec la méthode du TRA qui seront utilisés pour les deux châssis. Comme la méthode du TRA ne considère pas le châssis, les résultats ne changent pas. Une plage de raideur entre 90 000N/m et 200 000N/m a été permise pour tous les tampons de toutes les solutions données dans ce chapitre afin de restreindre les solutions possibles. La section 3.3.3 compare les résultats de la méthode flexible avec celle du TRA pour un châssis uniforme et la section 3.3.4 compare les résultats de la méthode flexible avec celle du TRA pour un châssis non uniforme.

3.3.1 Modèle par éléments finis simplifié d'un moteur dans un châssis de véhicule récréatif

La figure 3.4 présente le châssis simplifié de véhicule récréatif dans Altair. Deux variantes de ce châssis sont étudiées dans les sections suivantes :

- châssis uniforme (section 3.3.3) : tous les tubes sont de la même dimension ;

- châssis non uniforme (section 3.3.4) : la section des tubes varie et chacune des couleurs et chaque forme représentent différentes propriétés.

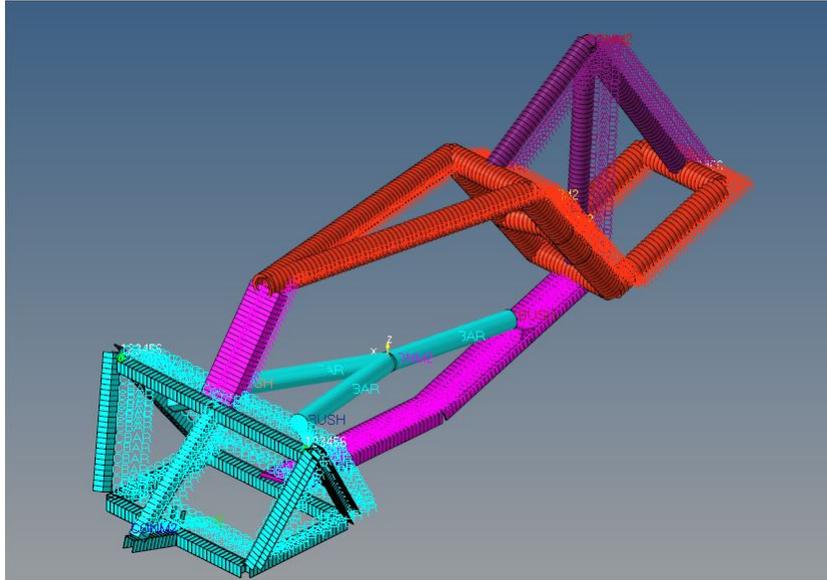


FIGURE 3.4 – Modèle par éléments finis du châssis flexible et fixe simplifié du véhicule récréatif.

À noter, qu’aucune donnée technique n’est divulguée pour des raisons de confidentialité. La figure 3.5 est une représentation filaire du châssis illustrant l’emplacement de toutes les masses ponctuelles du modèle. Les masses ponctuelles des deux châssis sont représentées par le nom CONM2 et sont les suivantes :

- masse ponctuelle bleu foncé : radiateur ;
- masse ponctuelle verte : batterie ;
- masse ponctuelle fuchsia : moteur ;
- masse ponctuelle jaune : réservoir à essence et essence ;
- masse ponctuelle rouge : conducteur.

Les conditions limites supportées du châssis sont représentées par des triangles verts nommés 123 à proximité. Cela signifie que les translations sont bloquées, mais que les rotations sont libres.

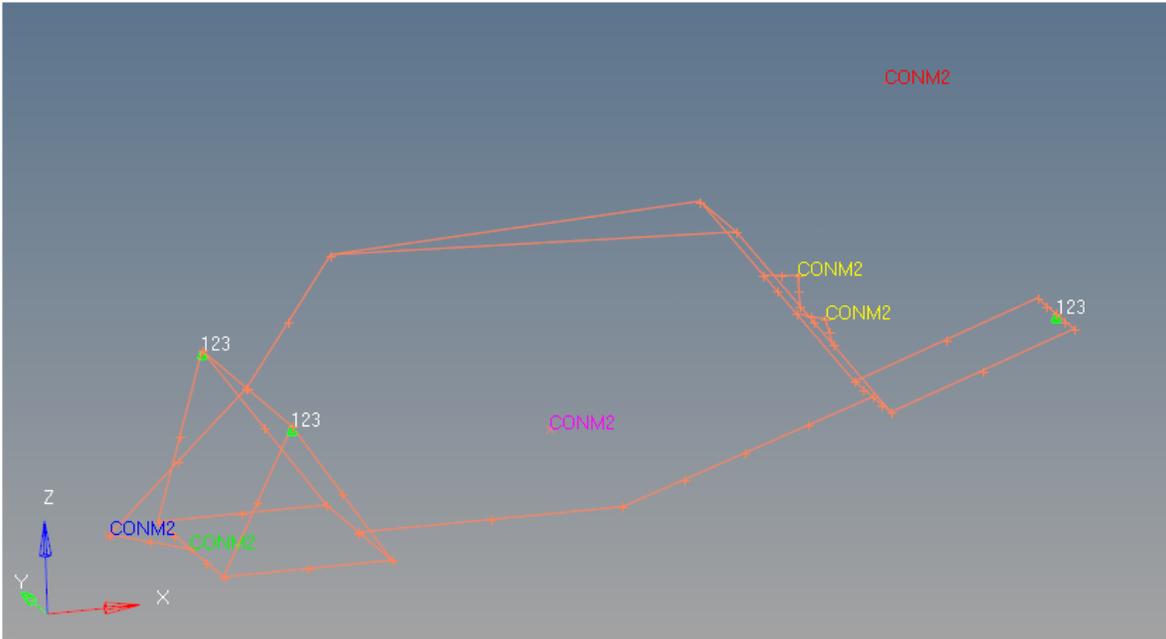


FIGURE 3.5 – Représentation filaire du châssis flexible et fixe du véhicule récréatif avec les masses ponctuelles et les conditions aux limites.

3.3.2 Cas étudié avec la méthode du TRA

Comme le résultat optimisé avec la méthode du TRA, soit le système TRA, ne dépend pas du châssis, il sera le même pour la section 3.3.3 et pour la section 3.3.4 qui comparent le système TRA aux résultats de la méthode flexible pour les deux châssis. Pour cet exemple, seules les valeurs de raideur sont à l'étude, soit trois raideurs par tampon et trois tampons, donc neuf raideurs. Les repères de chacun des tampons \mathcal{P}_i sont alors fixés arbitrairement dans la même orientation que le repère du TRA \mathcal{R} . Un algorithme génétique est utilisé pour trouver la solution optimale de la méthode TRA pour cet exemple. La fonction objectif est de maximiser les termes sur la diagonale, donc de maximiser le découplage de chacune des coordonnées physiques. Le tableau 3.2 présente les raideurs des tampons optimisées avec la méthode du TRA et le tableau 3.3 présente la matrice de contribution énergétique rigide du système TRA. On constate que les contributions sur la diagonale ne sont pas toutes de 100%, ce qui veut dire que le découplage n'est pas complet dans toutes les directions. Par contre, le découplage dans la direction du roulis est pratiquement complet, ce qui respecte l'objectif de la méthode TRA. En effet, le pourcentage de découplage dans cette direction est de 99.6%.

TABLEAU 3.2 – Raideurs des tampons du système TRA.

Variables		Unité	Système TRA
$\mathcal{P}_i \mathbf{P}_i$	k_{x1}	$\frac{kN}{m}$	91
	k_{y1}		90
	k_{z1}		197
	k_{x2}		114
	k_{y2}		90
	k_{z2}		198
	k_{x3}		196
	k_{y3}		93
	k_{z3}		200

TABLEAU 3.3 – Distribution de l'énergie cinétique modale rigide et fixe du système TRA.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)					
	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
7.1	60.2	34.6	0.1	-0.4	2.9	2.5
9.2	31.3	50.1	18.5	0.0	0.0	0.0
10.4	3.4	14.8	74.2	1.9	1.5	4.2
52.9	0.00	0.1	0.3	99.6	-5.7	5.6
4.9	0.0	0.1	0.1	-0.5	66.9	33.4
14.0	5.0	0.2	6.7	-0.7	34.4	54.4

3.3.3 Châssis uniforme aux conditions limites fixes

Dans un premier temps, on applique l'**outil de vérification** afin de déterminer si la flexibilité du châssis a un impact significatif sur le comportement dynamique de ce dernier. Le tableau 3.4 présente donc la matrice de contribution énergétique flexible pour le système TRA. On constate que la flexibilité du châssis joue un rôle important au niveau du comportement dynamique de l'ensemble moteur châssis. En effet, le moteur et le châssis sont couplés de façon plus ou moins importante à huit modes sur douze, soient les modes de 8.4Hz, 8.9Hz, 12.5 Hz, 12.8 Hz, 24.5 Hz, 30.8 Hz, 50.2 Hz et 63.6 Hz. La première colonne du tableau est la fréquence naturelle en Hz de chacun des modes. Les autres colonnes du tableau représentent la distribution d'énergie cinétique modale dans le système. Par exemple, si l'on regarde la colonne où la fréquence naturelle est de 50.0 Hz, on voit que 10.6% de l'énergie cinétique de ce mode est due au mouvement du châssis. Le reste de l'énergie (89.4%) se situe au moteur et l'énergie au moteur se situe majoritairement dans les degrés de liberté en rotation.

TABLEAU 3.4 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour le châssis uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)						
	Châssis	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
2.4	98.7	0.6	0.4	0.0	0.0	0.0	0.3
4.4	0.4	1.1	0.9	0.0	14.1	47.6	35.9
5.7	2.1	53.2	32.4	0.1	8.0	1.9	2.3
8.4	17.0	0.5	10.9	59.9	10.4	0.6	0.7
8.9	4.9	40.6	48.3	2.4	3.2	0.1	0.4
12.5	4.6	1.3	6.6	28.6	33.4	-1.9	27.4
12.8	74.3	2.0	0.1	8.7	8.7	-0.6	7.7
24.5	97.8	0.5	0.3	0.1	1.2	0.8	-0.6
30.8	94.7	0.	0.2	0.1	-0.7	1.8	3.9
33.6	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00	0.0
50.2	10.6	0.1	0.0	0.4	20.6	47.0	21.2
63.6	96.1	0.0	0.0	0.0	1.2	2.1	0.5

Comme les conditions limites de ce châssis sont fixes et que l'on constate que la flexibilité du châssis joue un rôle significatif à plusieurs modes, on applique donc l'**outil d'optimisation**. Dans cet exemple, la solution est choisie manuellement (voir section 3.1.2) afin de réduire la contribution énergétique du châssis à 50Hz. Cette fréquence est l'équivalent de 3000RPM, soit un régime moteur fréquemment utilisé dans un véhicule récréatif. La fréquence de 50.2Hz du système TRA correspond au onzième mode du système, donc les raideurs optimisées à l'aide de la matrice de contribution énergétique flexible présentées au tableau 3.5 ont été choisies manuellement afin de réduire la contribution d'énergie cinétique modale du onzième mode. Le système flexible est le système composé des valeurs de raideur optimisées avec la matrice de contribution énergétique flexible. Le tableau 3.6 et le tableau 3.7 présentent respectivement la matrice de contribution flexible pour le système TRA et le système flexible entre 16.6Hz (1000RPM), qui est la fréquence au ralenti du moteur, et 70Hz (4200RPM).

TABLEAU 3.5 – Raideurs des tampons pour le système TRA et le système flexible.

Variables	Unité	Système TRA	Système flexible	
$\mathcal{P}_i \mathbf{P}_i$	k_{x_1}	$\frac{kN}{m}$	91	98
	k_{y_1}		90	96
	k_{z_1}		197	148
	k_{x_2}		114	176
	k_{y_2}		90	193
	k_{z_2}		198	104
	k_{x_3}		196	153
	k_{y_3}		93	142
	k_{z_3}		200	91

Puisque le système flexible a été choisi manuellement afin de réduire l'énergie cinétique modale au onzième mode et non spécifiquement à la fréquence de 50Hz, la fréquence naturelle du système TRA (50.2Hz) n'est pas la même que la fréquence naturelle du système flexible (47.6Hz) au onzième mode. Le pourcentage de contribution d'énergie cinétique modale pour le châssis au onzième mode est passé de 10.6% pour le système TRA à 5.4% pour le système flexible. Puisque la contribution énergétique au châssis a diminué pour le système flexible, on s'attend à une vitesse quadratique moyenne du châssis plus faible. C'est effectivement ce que l'on observe à la figure 3.6 qui présente les courbes de la vitesse quadratique moyenne pour les deux systèmes. L'amplitude de la vitesse quadratique moyenne pour ce mode est passée de 4.5×10^{-3} m/s pour le système TRA à 3.5×10^{-3} m/s pour le système flexible.

TABLEAU 3.6 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le moteur et les coordonnées physiques du moteurs pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)						
	Châssis	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
24.5	97.8	0.5	0.3	0.1	1.2	0.8	-0.6
30.8	94.7	0.0	0.2	0.1	-0.7	1.8	3.9
33.6	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50.2	10.6	0.1	0.0	0.4	20.6	47.0	21.2
63.6	96.1	0.0	0.0	0.0	1.2	2.1	0.5

TABLEAU 3.7 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système flexible entre le châssis et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)						
	Châssis	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
25.1	96.7	1.1	0.6	0.1	1.0	1.0	-0.4
31.0	97.1	0.0	0.2	0.0	-0.7	0.6	2.8
33.6	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47.6	5.4	0.4	0.1	0.3	9.8	44.5	39.6
63.1	99.2	0.0	0.0	0.0	0.3	0.4	0.1

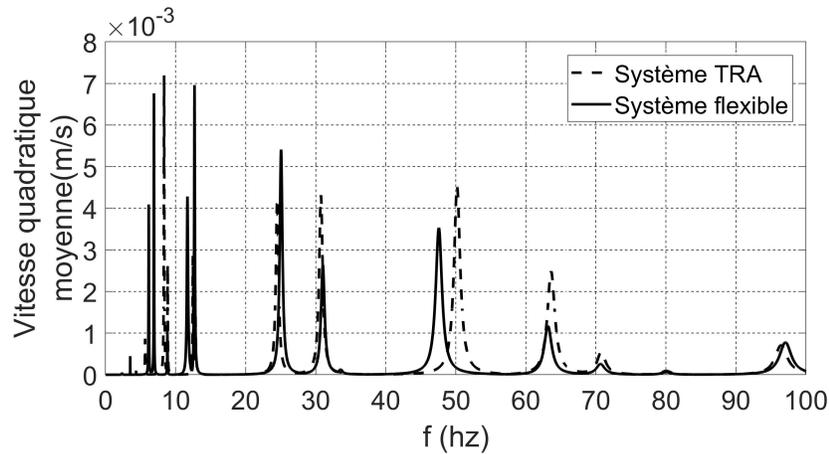


FIGURE 3.6 – Vitesse quadratique moyenne du système TRA et du système flexible en fonction de la fréquence suite à une excitation en couple suivant l’axe du vilebrequin du moteur.

Le tableau 3.8 résume les valeurs de contribution énergétique au châssis et la vitesse quadratique moyenne de chaque système à chacune des fréquences considérées pour cet exemple, sauf pour le neuvième mode, soit celui à environ 33.6Hz parce que son amplitude est négligeable. Puisque la matrice de contribution énergétique n’évalue pas l’énergie cinétique en régime forcé de chaque mode, il est impossible de connaître l’amplitude de la vitesse quadratique moyenne qu’aura le châssis à chacun des modes. On constate que pour cet exemple, toutes les fréquences qui présentent un couplage plus faible entre le châssis et le moteur que le système TRA semblent réduire l’amplitude de la vitesse quadratique moyenne du châssis. Un couplage faible entre le moteur et le châssis est représenté par un pourcentage d’énergie cinétique au châssis très faible ou très haut, soit 0% ou 100% de l’énergie au châssis. De cette façon, il n’y a aucun partage d’énergie, donc aucun couplage.

TABLEAU 3.8 – Résumé du pourcentage d’énergie cinétique au châssis et de l’amplitude de la vitesse quadratique moyenne aux fréquences de résonance pour le système TRA et le système flexible.

Fréquences naturelles(Hz)	Systèmes	Pourcentage d’énergie cinétique au châssis (%)	Vitesse quadratique moyenne (10^{-3} m/s)
25	Système flexible	96.7	5.5
	Système TRA	97.8	4
30	Système TRA	94.7	4.2
	Système flexible	97.1	2.9
50	Système TRA	10.6	4.5
	Système flexible	5.4	3.5
63	Système TRA	96.1	2.5
	Système flexible	99.2	1.2

Les résultats obtenus dans cette section suggère qu’une augmentation du découplage avec

une méthode flexible permet de réduire la vitesse quadratique moyenne du châssis flexible à plusieurs fréquences.

3.3.4 Châssis non uniforme aux conditions limites fixes

La section suivante présente les résultats des deux outils pour le châssis non uniforme. Dans cette section, le système flexible réfère au système optimisé de la même façon qu'à la section précédente, mais avec le châssis flexible et non uniforme. Le tableau 3.9 présente la matrice de contribution énergétique obtenue avec l'outil de vérification pour le système TRA et le tableau 3.10 présente les raideurs du système TRA et du système flexible. Le châssis flexible et le moteur sont couplés pour le système TRA aux fréquences 8.3 Hz, 10.6 Hz et 53.1 Hz.

TABLEAU 3.9 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le châssis et le moteur pour le châssis non uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)	
	Châssis	Moteur
4.0	0.1	99.9
8.3	28.5	71.5
8.9	0.1	99.9
9.4	0.1	99.8
10.6	69.1	30.9
13.6	2.4	97.6
27.0	99.2	0.8
35.4	99.9	0.1
42.9	96.5	3.5
53.1	4.4	95.6

Puisque le système TRA possède du couplage entre le châssis flexible et le moteur, on applique donc l'**outil d'optimisation**. Le tableau 3.10 présente les raideurs du système TRA et les raideurs du système flexible.

TABLEAU 3.10 – Raideurs des tampons pour le système TRA et le système flexible du châssis non uniforme.

Variables		Unité	Système TRA	Système flexible
$\mathcal{P}_i \mathbf{P}_i$	k_{x_1}	$\frac{kN}{m}$	110.7	98.3
	k_{y_1}		133.0	160.3
	k_{z_1}		123.5	144.7
	k_{x_2}		160.0	188.6
	k_{y_2}		95.2	166.3
	k_{z_2}		199.5	131.5
	k_{x_3}		147.8	122.6
	k_{y_3}		188.7	171.5
	k_{z_3}		169.0	100.9

Les tableaux 3.11 et 3.12 présentent les matrices de contribution énergétique flexible du système TRA et du système flexible pour les fréquences de 27.0Hz à 53.1Hz. Dans cet exemple, on se concentre sur le onzième mode, soit celui à 53.1Hz pour le système TRA et celui à 52.2Hz pour le système flexible. Le pourcentage de contribution d'énergie cinétique modal au châssis est passé de 4.4% pour le système TRA (53.1Hz) à 3.8% pour le système flexible (52.2Hz). Puisque la contribution énergétique au châssis a diminuée pour le système flexible, on s'attend à une vitesse quadratique moyenne du châssis plus faible. Par contre, ce n'est pas ce que l'on observe à la figure 3.7. L'amplitude de la vitesse quadratique moyenne est la même pour le système TRA et le système flexible, soit de $1.7 \times 10^{-3} \text{m/s}$.

TABLEAU 3.11 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système TRA entre le moteur et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis non uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)						
	Châssis	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
27.0	99.2	0.0	0.0	0.12	-0.14	0.05	0.8
35.4	99.9	0.0	0.0	0.0	0.06	0.08	-0.03
42.9	96.5	0.01	0.02	0.0	-0.08	1.5	2.0
53.1	4.4	0.02	0.0	0.18	12.5	49.5	33.4

TABLEAU 3.12 – Distribution de l'énergie cinétique modale flexible du système flexible entre le moteur et les coordonnées physiques du moteur pour les fréquences entre 16.6Hz et 70Hz du châssis non uniforme.

Fréquences naturelles(Hz)	Contribution énergétique (%)						
	Châssis	x_m	y_m	z_m	θ_m	ϕ_m	ψ_m
26.9	99.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4
35.4	99.8	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0
43.0	97.0	0.0	0.1	0.0	-0.3	1.18	2.1
52.2	3.8	0.2	0.0	0.2	7.3	45.6	43.0

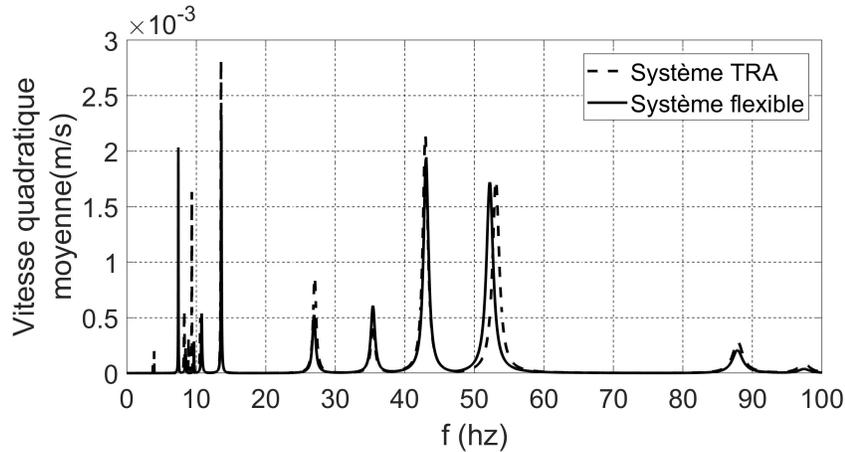


FIGURE 3.7 – Comparaison de la vitesse quadratique moyenne au châssis flexible et fixe du véhicule récréatif pour le système TRA et le système flexible.

Puisque les résultats ne concordent pas, le tableau 3.13 présente l'énergie contenue dans chaque système à chacun des modes. On constate alors :

- à 52.2 Hz, le système flexible contient plus d'énergie que le système TRA, alors que le système flexible est plus découplé. En effet, le système TRA possède 1.02mJ d'énergie de déformation alors que le système flexible possède 1.14mJ d'énergie de déformation. Ainsi, une réduction du pourcentage de couplage ne garantit pas de réduire l'énergie transmise au châssis ;
- l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne du mode à 35.4Hz est nettement inférieure à celle du mode à 52.2Hz, alors que l'énergie de déformation du châssis à 35.4Hz est nettement supérieure à celle à 52.2 Hz. L'énergie de déformation n'est donc pas proportionnelle à l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne du châssis.

TABLEAU 3.13 – Énergie de déformation présente au châssis non uniforme pour le système TRA et le système flexible aux fréquences naturelles entre 35Hz et 55Hz.

Fréquences naturelles(Hz)	Énergie de déformation au châssis (mJ)	
	Système TRA	Système flexible
35	9.1	8.9
42	0.6	0.5
53	1.0	1.2

En résumé, la méthode énergétique telle que présentée dans ce mémoire ne permet pas de réduire l'amplitude de la vitesse quadratique moyenne à l'aide de la matrice de contribution énergétique du système.

3.4 Conclusion

Ce chapitre présente le développement de l'outil de vérification et propose une structure pour l'outil d'optimisation avec l'aide des logiciels Matlab et Altair Hypermesh avec le solveur Optistruct. Ensuite, à l'aide de deux châssis, il montre qu'il est possible de réduire la vitesse quadratique moyenne du châssis par rapport à la solution optimisée avec la méthode du TRA pour le châssis uniforme. Par contre, il montre aussi que la méthode énergétique ne réduit pas nécessairement l'énergie injectée au châssis et que la vitesse quadratique moyenne n'est pas synonyme d'énergie au châssis. La méthode proposée semble fonctionner lorsque le découplage est amélioré de façon significative (châssis uniforme), mais elle ne semble pas donner de meilleurs résultats pour une légère amélioration (châssis non uniforme). Une légère amélioration peut être le résultat de plusieurs erreurs numériques additionnées ensemble.

Conclusion

Ce mémoire s'inscrit dans le contexte de recherche de méthodes pour le choix optimal des paramètres des tampons moteur dans le cadre des véhicules récréatifs. La problématique du châssis moins massique et des tampons plus rigides que dans le domaine de l'automobile est soulevée. Les méthodes TRA 6DDL et TRA 12DDL posent l'hypothèse que le châssis est rigide, ce qui n'est pas justifiable dans le cadre d'un véhicule récréatif. La méthode présentée dans ce mémoire se base sur la méthode de la contribution énergétique afin d'investiguer l'effet du couplage du châssis flexible sur le comportement dynamique du châssis.

L'**état de l'art** a permis de déterminer les trois meilleures méthodes selon la situation ,soit :

- la méthode TRA 6DDL lorsque le châssis est rigide et fixe ;
- la méthode TRA 12DDL lorsque le châssis est rigide et monté sur une suspension ;
- la méthode de sous-structuration lorsque le châssis est flexible.

D'une part, la méthode du TRA 6DDL et la méthode du TRA 12DDL n'ont pas besoin de connaître les forces d'excitation moteur, ce qui est un gros avantage. Par contre, elles considèrent le châssis rigide, ce qui n'est pas justifiable dans le cadre des véhicules récréatifs. D'autre part, la méthode de sous-structuration est la plus précise de toutes, mais son temps de calcul est très long, elle nécessite les forces d'excitation moteur et plusieurs caractérisations de sous-structures sont nécessaires à chaque fois qu'un emplacement est changé. La littérature expose donc deux manquements, soient :

- absence d'outil pour vérifier si l'hypothèse du châssis rigide est validée ou infirmée.
- absence de méthode d'optimisation rapide et facilement modifiable qui considère la flexibilité du châssis.

Les deux manquements de la littérature ont alors permis de proposer des outils au **chapitre 2**. On y présente d'abord un modèle à six degrés de liberté qui a permis de montrer que la méthode du TRA ne permet pas de réduire les forces absolues transmises au châssis. Ensuite, un modèle à douze degrés de liberté a permis de montrer qu'il faut considérer les bonnes conditions limites du châssis, soit fixe (supportée-supportée) ou mobile (suspension). En effet, les fréquences naturelles du système changent et le couplage entre les coordonnées physiques aussi, donc une solution optimale à 6DDL ne l'est plus lorsque la suspension est considérée.

Aussi, un modèle flexible simple nous a permis de montrer que la matrice de contribution énergétique peut être utilisée pour évaluer le couplage entre le châssis flexible et **fixe** et le moteur, ainsi qu'améliorer le niveau vibratoire du châssis flexible. L'ajout de l'énergie de déformation est cependant nécessaire pour évaluer le couplage entre le châssis flexible et **mobile** et le moteur parce que le déplacement du châssis est aussi responsable d'une partie de l'énergie cinétique modale comprise au châssis. Les conditions aux limites sont très importantes parce que la distribution d'énergie change en fonction de celles-ci. Les différents modèles ont permis de proposer une méthodologie en trois étapes. Chaque étape est dictée par la quantité d'information disponible au châssis. La dernière étape de la méthodologie répond aux deux manquements de la littérature avec deux outils, soit un outil de vérification qui permet de vérifier si l'hypothèse du châssis rigide est respectée et si non, un outil d'optimisation basé sur la matrice de contribution énergétique modale est proposé.

Au chapitre 3, les outils proposés dans la section précédente sont mis en application à l'aide des logiciels Altair Hypermesh et Matlab. D'abord, la validation de l'échange d'information entre Altair et Matlab via un exemple simple confirme le bon fonctionnement de l'outil. Ensuite, deux cas d'applications sont réalisés avec deux châssis de véhicule récréatif simplifié. Pour le premier cas d'application, le châssis est uniforme et permet de montrer qu'il est possible d'obtenir un meilleur niveau vibratoire avec une méthode qui considère la flexibilité du châssis que la méthode du TRA. Par contre, dans le deuxième cas, pour un châssis non uniforme, une amélioration du découplage mène à une plus grande quantité d'énergie transmise au châssis, ce qui veut dire que le découplage ne signifie pas moins d'énergie transmise au châssis. Le deuxième cas a aussi permis de comprendre qu'une plus grande énergie au châssis n'est pas non plus synonyme d'un niveau de confort plus faible.

Ce mémoire a permis de mettre en place les modèles nécessaires pour l'analyse de la flexibilité d'un châssis aux conditions limites fixes et mobiles à l'aide de la matrice de contribution d'énergie cinétique modale. Elle permet de comprendre rapidement comment le châssis et le moteur se comporte à chaque mode et d'évaluer si la flexibilité doit être considérée. Par contre, la méthode ne permet pas à l'heure actuelle d'optimiser la vitesse quadratique moyenne du châssis flexible.

Les conclusions de ce travail ont permis de soulever de nombreuses questions :

- Quel devrait être la fonction objectif lors de la conception et devrait-elle évoluer pour permettre d'obtenir le meilleur comportement au châssis tout au long de la phase de conception ?
- Quel effet l'emplacement au niveau du châssis a sur la vitesse quadratique moyenne au châssis ?
- Quel est la contrôlabilité des points d'entrée d'efforts sur le comportement en vitesse du châssis ?

Bibliographie

- [1] J. Hu and R. Singh. Improved torque roll axis decoupling axiom for a powertrain mounting system in the presence of a compliant base. *Journal of Sound and Vibration*, pages 1498–1518, 2012.
- [2] Taeseok Jeong and Rajendra Singh. Analytical methods of decoupling the automotive engine torque roll axis. *Journal of Sound and Vibration*, pages 85–114, 2000.
- [3] K. Boep-Jung. Three dimensional vibration isolation using elastic axes. *Msc thesis*, 1991.
- [4] W. S. Hwang and D. H. Lee. Substructure analysis of complex systems using rigid body information of components. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, pages 811–817, 2002.
- [5] C. Hoppe J. Sui and J. Hirshey. Powertrain Mounting Design Principles to Achieve Optimum Vibration Isolation with Demonstration Tools. *SAE Technical Paper Series*, 2010.
- [6] A. Loredo A. El Hafidi, B. Martin and E. Jego. Vibration reduction on city buses : Determination of optimal position of engine mounts. *Mechanical Systems and Signal Processing*, pages 2198–2209, 2010.
- [7] R. Bosch. Bosch automotive handbook. *Bosch Handbooks*, pages 726–740, 2004.
- [8] K. N. Gupta and M. R. Krishnamurthy Rao. Torque roll axis and its influence on automotive engine mountings. *Department of Internal Combustion Engineering, Indian Institute of Science*, 1962.
- [9] R. Patton P. Geek and F. Motor Company. Front wheel drive engine mount optimization. *Society of automotive engineers*, 1984.
- [10] A. Dhingra S. Kaul and T. Hunter. Two approaches for optimum design of motorcycle engine mount systems. *Engineering Optimization*, pages 307–324, 2005.
- [11] X.K. Wei Z.M. Wu R. Guo, J. Gao and S.K. Zhang. Full Vehicle Dynamic Modeling for Engine Shake with Hydraulic Engine Mount. *SAE Technical Papers*, 2017.

- [12] Y. Rasekhipour and A. Ohadi. A Study on Performance of Simplified Vehicle Models in Optimization of Hydraulic Engine Mounts in Comparison With Full Vehicle. *International Journal of Automotive Engineering*, 2011.
- [13] F. Mortier E. Courteille, L. Léotoing, E., and Ragneau. New analytical method to evaluate the powerplant and chassis coupling in the improvement vehicle NVH. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 2005.
- [14] O.V. Araghi. Vehicle Body Mount Optimization and Engine Inertia Identification From FRF-based Substructuring. *Msc thesis*, 2005.
- [15] H.J. Yim J.M. Lee and J.H. Kim. Flexible chassis effects on dynamic response of engine mount systems. *SAE Technical Papers*, 1995.
- [16] H. Ashrafiuon and C. Nataraj. Dynamic Analysis of Engine-Mount Systems. *Journal of Vibrations and Acoustics*, 1992.
- [17] D.H. Lee and W.S. Hwang. Parametric optimization of complex systems using a multi-domain FRF-based substructuring method. *Computers and Structures*, 2003.
- [18] A. Khajepour M.S. Foumani and M. Durali. Optimization of engine mount characteristics using experimental/numerical analysis. *JVC/Journal of Vibration and Control*, 2003.
- [19] C.Q. Liu. Engine mounting systems principles of vibration analysis. *Principles of vibration analysis*, pages 375–410, 2011.