



# **Problème de déploiement de ressources dans le cas des feux de forêts majeurs : Opérations aériennes**

**Mémoire**

**Amal Driouich**

**Maîtrise en génie mécanique**  
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

© Amal Driouich, 2016



# Résumé

Chaque année le feu brûle quelques dizaines de milliers d'hectares de forêts québécoises. Le coût annuel de prévention et de lutte contre les feux de forêts au Québec est de l'ordre de plusieurs dizaines de millions de dollars. Le présent travail contribue à la réduction de ces coûts à travers l'automatisation du processus de planification des opérations de suppression des feux de forêts majeurs.

Pour ce faire, un modèle mathématique linéaire en nombres entiers a été élaboré, résolu et testé; introduisant un nouveau cas particulier à la littérature des Problèmes de Tournées de Véhicules (VRP). Ce modèle mathématique concerne le déploiement aérien des ressources disponibles pour l'extinction des incendies.

Le modèle élaboré a été testé avec CPLEX sur des cas tirés de données réelles. Il a permis de réduire le temps de planification des opérations d'extinction des feux de forêts majeurs de 75% dans les situations courantes.



## **Abstract**

Each year, the fire burns large areas of forests in the province of Quebec. The annual costs of prevention and firefighting in Quebec may attain tens of millions of dollars. This project contributes to the decreasing of those costs through the computerization of the transportation planning process of material and human resources during major forest fires extinguishing.

In order to achieve that, the resource transportation process was mathematically modeled. The integer linear mathematical model developed in this project has been resolved and tested; it introduces a new case to the literature of Vehicle Routing Problem (VRP).

The model developed was tested with CPLEX based on data from real cases. It has reduced the planning time of extinguishing operations by 75%.



# Table des matières

Résumé.....	iii
Abstract.....	v
Table des matières.....	vii
Liste des Tableaux.....	xi
Liste des Figures.....	xiii
Remerciement.....	xv
1. Introduction.....	1
1.1. Les zones de végétation du Québec.....	1
1.1.1. La zone arctique et la zone tempérée nordique.....	1
1.1.2. La zone boréale.....	3
1.2. Les feux de forêt.....	4
1.2.1. La société de protection des forêts contre le feu.....	5
Les objectifs de la SOPFEU :.....	5
Les bases d'opération :.....	6
La flotte aérienne et terrestre.....	7
1.2.2. Les zones de protection.....	8
La zone de protection intensive.....	8
La zone de protection restreinte et la zone tampon.....	8
1.2.3. Quelques chiffres sur les feux de forêts au Québec.....	9
Les causes.....	9
Le nombre d'incendies par année.....	10
Les coûts de prévention, de détection et de lutte contre les feux.....	11
1.2.4. Contexte du travail : les Feux majeurs.....	12
1.3. Description du problème et objectifs du travail.....	12
1.3.1. Les nœuds.....	13
Les bases.....	13
Les points d'attaque.....	14
Les points de rencontre.....	14
Les points de ravitaillement en carburant.....	14
1.3.2. Les ressources.....	15
Les aéronefs.....	15

Les véhicules terrestres.....	15
Les pompiers .....	15
Les équipements .....	15
Les secteurs .....	16
1.3.3. Problématique et objectifs .....	16
Problématique.....	16
Objectifs du travail .....	18
Décomposition du problème et délimitation du présent travail.....	18
Structure du rapport.....	20
2. Revue de littérature .....	21
2.1. Le problème de tournées de véhicules .....	21
2.1.1. Définition et historique.....	21
2.1.2. Représentation mathématique .....	21
2.1.3. Classification des problèmes VRP .....	22
2.2. Quelques variantes du problème de tournée de véhicules .....	23
2.2.1. Le problème de tournée de véhicules avec contraintes de capacité (CVRP).....	24
2.2.2. Le problème de tournée de véhicules multi-dépôts (MDVRP) .....	24
2.2.3. Le problème de tournée de véhicules avec routes multiples (VRPM).....	24
2.2.4. Le problème de tournée de véhicules avec flotte hétérogène.....	25
2.2.5. Le problème de tournée de véhicules avec fenêtre de temps (VRPTW).....	25
2.2.6. Le problème de tournée de véhicules avec collectes au retour (VRPB) .....	26
2.2.7. Le problème de collecte et de livraison (PDP) .....	26
2.2.8. Le problème de tournée de véhicules avec livraisons fractionnées (SDVRP).....	28
2.2.9. Autres variantes du VRP .....	28
2.3. Positionnement et particularités du problème à l'étude.....	29
2.3.1. Positionnement de notre problème de recherche.....	29
2.3.2. Le problème de ravitaillement en carburant .....	30
2.4. La modélisation du problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre .....	32
2.4.1. Le problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre .....	32
2.4.2. Les différentes approches de modélisation .....	33
2.4.3. Choix d'une approche de modélisation .....	33
2.4.4. Analyse de l'approche de modélisation choisie adoptée par Barbarosoğlu et al. (2002) .....	34
2.4.5. Comparaison entre les deux problèmes :.....	35

2.5.	Résumé des particularités du présent problème et hypothèses de recherche .....	36
3.	Modèle mathématique .....	37
3.1.	Le nombre maximal de tournées $maxT$ .....	37
3.1.1.	Le nombre effectif optimal de tournées et le nombre maximal de tournées.....	37
3.2.	Définition d'une tournée .....	38
3.3.	Définition des ensembles.....	39
3.4.	Les variables de décision .....	40
3.4.1.	Les variables binaires .....	40
3.4.2.	Les variables entières .....	40
3.5.	Les paramètres.....	41
3.6.	Le modèle mathématique .....	42
3.6.1.	Présentation du modèle .....	42
3.6.2.	Interprétation des contraintes.....	45
4.	Validation et vérification du modèle .....	53
4.1.	Situation type.....	54
4.1.1.	Les nœuds constitutifs .....	54
4.1.2.	Les ressources disponibles aux bases .....	55
4.1.3.	Les demandes aux points d'attaque .....	56
4.2.	Solution optimale de la situation type relative au secteur 1 .....	57
4.2.1.	Constitution des tournées .....	57
4.2.2.	Ressources disponibles aux points de rencontres.....	58
4.2.3.	Ressources transportées et déposées aux points d'attaque.....	59
4.3.	Étude de la variation du temps de résolution.....	62
4.3.1.	Influence des tournées fictives sur le temps de résolution.....	62
4.3.2.	Influence des secteurs pris en charge par le modèle : Comparaison entre le modèle à un secteur et le modèle à plusieurs secteurs .....	64
4.3.3.	Influence du domaine de solutions réalisables sur le temps de résolution.....	67
4.3.4.	Efficacité du modèle mathématique .....	71
4.4.	Recommandations et perspectives d'avancement .....	71
4.4.1.	Recommandations .....	71
4.4.2.	Perspectives d'avancement .....	72
	Conclusion .....	75
	Bibliographie .....	77

Annexe A.....	85
Superficies brûlées et nombre de feux par année et par cause.....	85
Annexe B :.....	87
Distances entre les points constituant la situation type.....	87
Annexe C.....	89
Solution optimale détaillée de la situation type relative au secteur 2.....	89
Constitution des tournées.....	89
Ressources disponibles aux points de rencontre.....	90
Ressources transportées et déposées aux points d'attaque.....	91

# Liste des Tableaux

Tableau 1: Nombre annuel d'incendies en fonction des causes .....	10
Tableau 2: Superficie annuelle brûlée (hectares) en fonction des causes .....	11
Tableau 3: Coûts de prévention et de lutte contre les feux de forêts en millions de dollars (Millions \$).....	11
Tableau 4 : Exemple de cédule devant être remise à un pilote d'aéronef.....	17
Tableau 5: Positionnement du problème à l'étude par rapport à la littérature du VRP .....	30
Tableau 6: Variation de la capacité de chargement (charge utile) en fonction du carburant chargé.....	31
Tableau 7: Principales différences entre le présent problème et le problème traité par Barbarosoğlu et al. (2002).....	35
Tableau 8: Modèle mathématique.....	43
Tableau 9: Quelques scénarios testés lors de l'évaluation du modèle .....	54
Tableau 10 : Nombre de coffrets d'équipement, par type, disponibles aux bases .....	55
Tableau 11: Bases de départ des équipes et nombre de pompiers constituant chaque équipe .....	56
Tableau 12: Nombre de coffrets d'équipement et assignation des équipes pour chaque point d'attaque.....	56
Tableau 13: Nombre et catégories de coffrets d'équipement à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 1 – Solution optimale de la situation type.....	59
Tableau 14: Nombre de pompiers à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 1 – Solution optimale de la situation type .....	59
Tableau 15 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type.....	59
Tableau 16: Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FAHM – Solution optimale de la situation type.....	60
Tableau 17 : Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type.....	61
Tableau 18: Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type.....	62
Tableau 19 : Influence des tournées fictives sur le temps de résolution .....	63
Tableau 20 : Composition des scénarios pour étudier les temps de résolution des modèles à un secteur et à deux secteurs.....	65
Tableau 21 : Nombre de variables et temps de résolution des scénarios pour le modèle à un secteur.....	66
Tableau 22: Nombre de variables et temps de résolution pour le modèle à deux secteurs .....	66
Tableau 23: Tableau récapitulatif des temps de résolutions des deux modèles pour chaque scénario.....	67
Tableau 24: Reprise des scénarios VI et VII du Tableau 22 .....	68
Tableau 25: Définition des scénarios pour tester l'influence de la taille du domaine des solutions réalisables sur le temps de résolution .....	70
Tableau 26: Temps de résolution pour des scénarios définis au Tableau 24 et ayant le même nombre de variables.....	70
Tableau 27: Nombre et catégories de coffrets d'équipement à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 2 .....	90
Tableau 28: Nombre et équipe de pompiers à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 2 – Solution optimale de la situation type .....	91
Tableau 29 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type.....	91

Tableau 30 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FGJ – Solution optimale de la situation type .....91

Tableau 31 : Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type .....93

Tableau 32: Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FGJ – Solution optimale de la situation type .....93

# Liste des Figures

Figure 1: Les zones et les sous-zones de végétation du Québec.....	2
Figure 2: Répartition de la forêt boréale sur le globe terrestre.....	3
Figure 3: Répartition de la forêt boréale au Canada.....	4
Figure 4 : Logo de la SOPFEU.....	5
Figure 5: Emplacement des bases d'opération de la SOPFEU et les limites des zones de protection au Québec.....	7
Figure 6: Répartition, causes et ampleurs des feux de forêts en 2011.....	9
Figure 7: Répartition, causes et ampleurs des feux de forêts en 2012.....	10
Figure 8: Exemple de disposition et de transport entre les bases, les points de rencontre, les points d'attaque et les points de ravitaillement en carburant.....	13
Figure 9: Décomposition du problème de déploiement des ressources.....	19
Figure 10: Nombre d'articles traitant du VRP publiés entre 1954 et 2006 dans des journaux scientifiques avec comités de lecture.....	23
Figure 11: Structure de la chaîne de secours humanitaire.....	32
Figure 12: Exemple de deux tournées réalisables.....	39
Figure 13: Exemple de trois autres tournées réalisables.....	39
Figure 14: Exemple d'un point de rencontre $PR_2$ visité deux fois durant une même tournée $r$ .....	47
Figure 15 : Exemple de fin de la tournée $r - 1$ et de début de la tournée $r$ .....	50
Figure 16 : Schéma explicatif de calcul et de minimisation des temps de vol $T_k$ .....	52
Figure 17: L'ensemble des points constituant la situation type.....	55
Figure 18: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type.....	57
Figure 19: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FAHM – Solution optimale de la situation type.....	58
Figure 20 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FOKY entre les points – Solution optimale de la situation type.....	60
Figure 21 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FAHM entre les points – Solution optimale de la situation type.....	61
Figure 22: Variation du temps de résolution en fonction du nombre total des variables pour les secteurs 1 et 2.....	68
Figure 23: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type.....	89
Figure 24: Tournées effectuées par l'hélicoptère FGJH – Solution optimale de la situation type.....	90
Figure 25 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FFFF entre les points – Solution optimale de la situation type.....	92
Figure 26 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FGJH entre les points – Solution optimale de la situation type.....	92



# Remerciement

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais exprimer toute ma reconnaissance.

Je voudrais tout d'abord témoigner ma profonde gratitude au directeur de ce projet, M. Daniel Beaudoin qui m'a accompagnée tout le long de ce travail en même temps stimulant et exténuant. Merci M. Daniel de votre implication, votre patience, votre support moral et intellectuel, votre disponibilité et vos judicieux conseils qui ont été essentiels à l'achèvement de ce projet de recherche.

Je tiens également à adresser mes remerciements les plus sincères au co-directeur de ce travail, M. Mustapha Nourelfath qui m'a orientée vers le choix de cette maîtrise et qui m'a aidée à surmonter ses obstacles. Merci M. Mustapha de votre aide, votre soutien moral et intellectuel, et vos précieuses directives qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Ma grande reconnaissance va aussi à M. Vincent Demers, directeur de développement et des services spécialisés à la SOPFEU, lieu de naissance de ce projet; M. Demers m'a fourni toutes les données réelles et toutes les informations nécessaires au bon déroulement de mn travail de maîtrise.

J'adresse mes sincères remerciements à M. Pascal Lang et M. Jacques Renaud professeurs à la faculté des sciences de l'administration, à M. Jean-Philippe Gagliardi de CIRRELT et à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.

Un grand merci à mes parents pour leur soutien inconditionnel. Je remercie spécialement mon époux Tayeb qui m'a toujours encouragé et cru en moi. Merci à mes chers poussins Maria, Imrane et Haroun qui est venu au monde en plein milieu de ce projet de maîtrise. Une pensée toute spéciale va à ma grand-mère qui nous a quittés il y a longtemps et que je n'oublierai jamais. À tous mes amis, merci de votre support et vos encouragements.



# 1. Introduction

Les forêts forment une partie importante du paysage québécois, elles occupent près de la moitié du territoire de la province, soit 761 100 km<sup>2</sup> qui est l'équivalent de la Norvège et de la Suède réunies (Ministère de l'Énergie et des Ressources Naturelles du Québec 2013). Elles constituent une source de richesse environnementale, culturelle et économique. Le secteur forestier du Québec, avec ses trois sous-secteurs : la fabrication des produits du bois, l'exploitation forestière et l'industrie des pâtes et papiers, génère près de 90 000 emplois et plus de huit milliards de dollars au PIB de la province (Boulay 2013).

## 1.1. Les zones de végétation du Québec

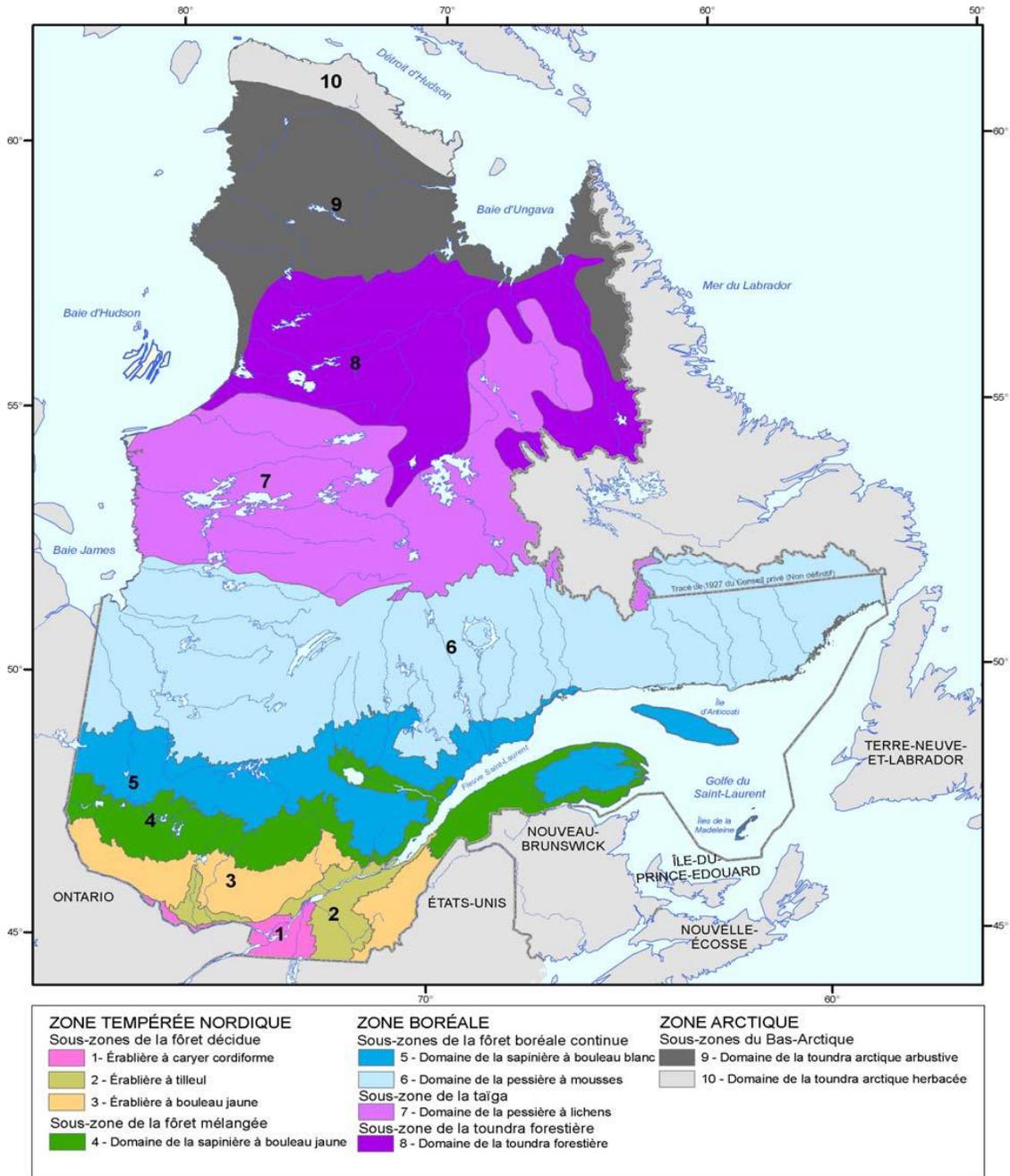
Sous l'effet des conditions climatiques, trois zones de végétation traversent le Québec : la zone arctique, la zone boréale et la zone tempérée nordique (Ministère des Forêts 2003).

### 1.1.1. La zone arctique et la zone tempérée nordique

Dans la zone arctique, on trouve des plantes herbacées et quelques arbustes. Le climat est si rude que toute la végétation de cette zone ne dépasse pas deux mètres de hauteur (Ministère des Forêts 2003).

La forêt tempérée nordique est composée de feuillus nordiques tel que l'érable à sucre, et de forêts mixtes dominées par le sapin baumier, les épinettes et le bouleau jaune (Ministère des Forêts 2003).

L'ensemble des forêts arctique et tempérée nordique constitue le tiers de la superficie forestière du Québec; les deux autres tiers sont occupés par la forêt boréale. Les proportions de chacune de ces zones de végétation ainsi que les sous-zones qui y sont rattachées sont représentées sur la carte géographique de la Figure 1. Cette carte illustre la classification des zones de végétation québécoises selon le ministère de l'Énergie et des Ressources naturelles du Québec.



Source : Ministère de la Forêt, de la Faune et des Parcs du Québec

Figure 1: Les zones et les sous-zones de végétation du Québec

### 1.1.2. La zone boréale

La zone boréale est la zone polaire qui entoure l'hémisphère nord de la planète, elle est constituée principalement de forêts, de lacs, de rivières et de terres humides; et elle est habitée par des humains et par des milliers d'espèces d'oiseaux, d'animaux, de poissons et d'insectes. C'est un véritable moyen de purification d'air et d'eau et une importante réserve de carbone naturel, elle contribue également à la régularisation du climat de la planète.

Plus de la moitié de la zone boréale du globe terrestre se trouve en Russie (environ 60%), alors que le Canada en renferme 29%, le reste de la zone boréale traverse l'Alaska (4%), la Scandinavie (5%), la Chine, le Kazakhstan, la Mongolie, l'Islande, le Groenland et les îles françaises de Saint-Pierre-et-Miquelon (Ressources naturelles Canada 2013). Les Figures 2 et 3 montrent respectivement la répartition de la zone boréale à travers le monde et au Canada.



Source : Ressources naturelles Canada

Figure 2: Répartition de la forêt boréale sur le globe terrestre



Source : Société pour la Nature et les Parcs du Canada (SNAP)

Figure 3: Répartition de la forêt boréale au Canada

Au Canada, près des trois quarts des forêts se situent dans la zone boréale. Les forêts boréales canadiennes jouent un rôle primordial dans l'économie du pays vus leur potentiel hydroélectrique et énergétique, leurs ressources minérales et leurs possibilités touristiques. Elles se composent d'arbres et d'autres plantes. Les arbres sont principalement des conifères comme les pins, les sapins, les épinettes et les mélèzes; mais on y trouve aussi les feuillus (peupliers, bouleaux et autres). Toute la végétation de la forêt boréale est résistante au froid (Ressources naturelles Canada 2013).

La forêt boréale québécoise représente 21% de la forêt boréale canadienne (Initiative Boréale Canadienne 2014). Elle traverse la province de l'est à l'ouest et couvre un peu plus que le tiers de la superficie de la province tel qu'illustré aux Figures 1 et 3.

## 1.2. Les feux de forêt

Comme tout écosystème, les forêts sont sujettes à plusieurs perturbations naturelles telles que les tempêtes de vents ou de verglas, le feu et les ravageurs forestiers (insectes et pathogènes). Bien que d'apparence dévastatrice, ces perturbations naturelles sont loin d'être complètement offensives. En effet, elles demeurent nécessaires au renouvellement et à la biodiversité de la forêt. Les incendies par exemple, principale perturbation de la forêt boréale, permettent l'ouverture du sol, le recyclage des nutriments et l'arrivée de

nouvelles espèces pionnières. Le feu joue ainsi un rôle écologique important dans le maintien en santé de la forêt boréale (Ressources naturelles Canada 2014). Par conséquent, tout feu détecté n'est systématiquement éteint que s'il menace des vies humaines, des infrastructures ou des exploitations industrielles importantes.

### **1.2.1. La société de protection des forêts contre le feu**

La Société de protection des forêts contre le feu (SOPFEU) (Figure 4) est l'organisme chargé de la protection des forêts contre les incendies au Québec. Elle réalise ses activités selon les orientations, les exigences et les directives du ministère des Forêts, de la Faune et des Parcs du Québec.



Figure 4 : Logo de la SOPFEU

La SOPFEU est un organisme à but non lucratif dont la mission est d' « Optimiser la protection des forêts contre les incendies en vue d'assurer la pérennité du milieu forestier au bénéfice de toute la collectivité et cela, au meilleur coût possible » (Plan d'organisation de la SOPFEU 2011, p7).

#### **Les objectifs de la SOPFEU :**

- Dans son plan d'organisation, la SOPFEU s'est fixée plusieurs objectifs visant la prévention, la détection et l'extinction des feux de forêts. Parmi ces objectifs, on peut citer (Société de protection des forêts contre le feu 2011):
- Au niveau de la prévention : diminuer constamment la moyenne mobile des dix dernières années du nombre des feux causés par l'activité humaine,
- Au niveau de la détection : détecter l'incendie avant qu'il ne couvre plus d'un demi-hectare,
- Au niveau de l'extinction : faire arriver les ressources d'attaque initiale sur le feu au plus une heure après que la SOPFEU ait été informée de l'incendie, et avant que la superficie du feu ne dépasse trois hectares.

## Les bases d'opération :

En plus de son siège social qui abrite le centre de coordination provincial à Québec, la SOPFEU dispose de plusieurs établissements (Société de protection des forêts contre le feu 2011):

- quatre bases principales situées à : Baie-Comeau, Roberval, Maniwaki et Val-d'Or. Ces bases regroupent la partie la plus importante des ressources humaines et matérielles,
- onze bases secondaires d'opérations permanentes ou saisonnières situées à : Sept-Îles, Havre-Saint-Pierre, Bonaventure, Rimouski, Chibougamau, La Tuque, Duchesnay, Sherbrooke, St-Georges de Beauce, Mont-Tremblant et Matagami ;
- onze bases d'appoint où des effectifs sont mobilisés au besoin : Manic V, Chute-des-Passes, Parent, Lebel-sur-Quévillon, St-Jean-Port-Joli, Hibou, Cap-Chat, Lac Joncas, Saint-Bruno-de-Guigues, Rivière-Bonard, Kilomètre 105. De plus, à Rivière-Bonard et Manic V, la société dispose de facilités pour le déploiement d'avions-citernes.

Ces bases sont situées, le plus souvent, dans des aéroports en raison de l'utilisation fréquente des aéronefs. Chaque base principale représente un noyau à partir duquel rayonne un certain nombre de bases secondaires ou d'appoint. Une base principale comprend, entre autres, un centre régional de lutte chargé de la planification, de la coordination et du contrôle des opérations réalisées par les autres bases qui y sont rattachées (Société de protection des forêts contre le feu 2011).

La carte géographique de la Figure 5 identifie les principales bases d'opérations de la SOPFEU ainsi que les différentes zones de protection au Québec.



Source : Société de protection des forêts contre le feu

Figure 5: Emplacement des bases d'opération de la SOPFEU et les limites des zones de protection au Québec

### La flotte aérienne et terrestre

Durant toute la saison de protection, des avions de détection survolent la forêt à la recherche de fumées suspectes. Leur itinéraire est établi en fonction du danger d'incendie, la foudre et les conditions météorologiques. Pour les opérations de détection, la SOPFEU utilise les avions Cessna 182 RG et le Cessna 337 qui volent à une vitesse de 260 km/h environ.

Lors des opérations d'extinction, l'aéropointage est l'action de planifier, organiser et diriger les opérations d'arrosage aérien et de coordonner les mouvements d'aéronefs effectués sur les incendies de forêt, à partir d'un aéronef. En général, les avions de type Cessna 310 sont utilisés pour l'aéropointage. Ils peuvent également servir pour le transport rapide du personnel de la SOPFEU.

La SOPFEU dispose également d'avions citernes utilisés lors d'opérations d'arrosage. Les avions sont affectés aux bases de la SOPFEU selon les besoins.

Enfin, pour le transport des effectifs aux incendies, ce sont principalement les hélicoptères, les hydravions ainsi qu'une flotte de véhicules terrestres de types variés (camionnettes, fourgonnettes, automobiles et camions) qui sont utilisés. Au besoin, la SOPFEU peut en louer d'autres selon les besoins des opérations d'extinction.

### **1.2.2. Les zones de protection**

Comme présenté sur la carte géographique de la Figure 5, le territoire du Québec est divisé en trois zones de protection : la zone de protection intensive, la zone de protection restreinte et la zone tampon.

#### **La zone de protection intensive**

Pour les raisons écologiques soulevées préalablement, un feu de végétation peut être supprimé complètement, éteint partiellement ou laissé brûler naturellement. Mais quand le feu menace des vies humaines, des infrastructures ou des exploitations industrielles importantes, sa suppression devient obligatoire, voire urgente.

C'est pourquoi, dans chaque province, on détermine les zones de première priorité qui comprennent les zones résidentielles, les forêts commerciales de grande valeur et les sites récréatifs (Ressources naturelles Canada 2014). Au Québec, cette zone est appelée « zone de protection intensive » où tout feu détecté est systématiquement supprimé : C'est le principe d'exclusion du feu (Société de protection des forêts contre le feu 2011).

#### **La zone de protection restreinte et la zone tampon**

Une deuxième zone de protection est déterminée au Québec, c'est la zone de protection restreinte où la forêt a peu de valeur économique, ce qui justifie que tout feu dans cette zone n'est pas systématiquement éteint sauf dans le cas où il menace des populations ou des infrastructures importantes (Société de protection des forêts contre le feu 2011).

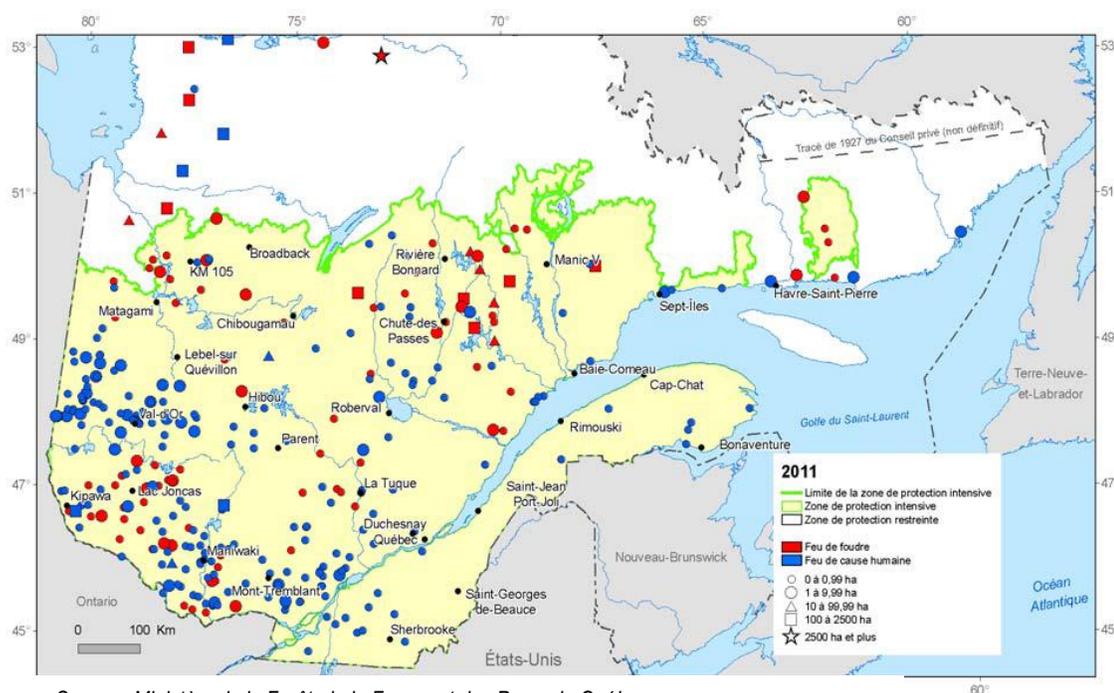
Dans le but de permettre une attaque rapide et efficace des feux débutant dans la zone de protection restreinte et menaçant des parties de la zone de protection intensive, une bande de 10 kilomètres de largeur (Figure 5) s'étale tout le long de l'extrême sud de la zone de protection restreinte : C'est « la zone tampon » (Société de protection des forêts contre le feu 2011).

### 1.2.3. Quelques chiffres sur les feux de forêts au Québec

#### Les causes

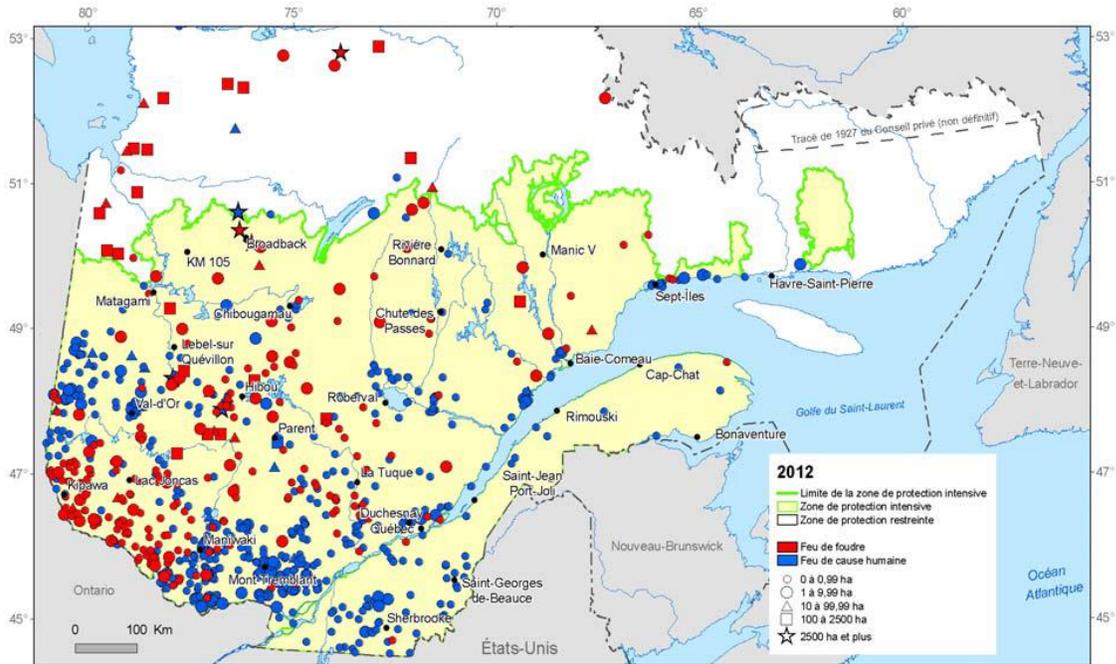
Dans la zone de protection intensive du Québec, environ 75% des feux de forêts sont causés par l'activité humaine (récréation, opérations forestières ou industrielles, chemin de fer et autres), la foudre allume les 25% restants (Ministère des Forêts 2013). Par ailleurs, les incendies causés par la foudre entraînent 85% des superficies brûlées, ils sont impossibles à prévenir et sont déclenchés généralement dans des zones difficiles d'accès (Société de protection des forêts contre le feu 2011).

Les Figures 6 et 7 montrent le nombre, l'ampleur et la répartition des feux de forêts au Québec en 2011 et en 2012 respectivement. Elles distinguent clairement les feux causés par la foudre des feux causés par l'activité humaine. Remarquons que la grande majorité des feux survient dans la zone de protection intensive, zone principalement boréale avec une petite partie au sud et au sud-est de forêt tempérée nordique.



Source : Ministère de la Forêt, de la Faune et des Parcs du Québec

Figure 6: Répartition, causes et ampleurs des feux de forêts en 2011.



Source : Ministère de la Forêt, de la Faune et des Parcs du Québec

Figure 7: Répartition, causes et ampleurs des feux de forêts en 2012.

### Le nombre d'incendies par année

Le nombre des feux est très variable d'une année à l'autre, il dépend particulièrement des conditions climatiques et du degré d'humidité. Durant les 20 dernières années, le pic a été atteint en 2005 avec 1258 incendies. La moyenne annuelle entre 2004 et 2013 des incendies est d'environ 593 incendies et la superficie annuelle moyenne brûlée est de 101 150 hectares, l'équivalent de deux fois l'île de Montréal.

Les Tableaux 1 et 2 fournissent respectivement le nombre annuel des feux allumés par la foudre et par les activités humaines et la superficie annuelle brûlée (Société de protection des forêts contre le feu 2014).

Tableau 1: Nombre annuel d'incendies en fonction des causes

	Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Total
Nombre d'incendies	Foudre	35	722	252	404	10	111	223	87	250	84	2 178
	Activités humaines	265	536	371	488	179	330	484	224	512	355	3 744
	Total	300	1 258	623	892	189	441	707	311	762	439	5 922

Tableau 2: Superficie annuelle brûlée (hectares) en fonction des causes

	Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Total
Hectares brûlés	Foudre	33	371 939	13 252	193 585	19	17 451	215 448	1 984	11 661	46 370	871 741
	Activités humaines	226	14 732	517	84 448	114	497	7 910	600	18 802	11 912	139 758
	Total	258	386 671	13 768	278 033	133	17 948	223 358	2 584	30 463	58 282	1 011 499

Un tableau plus détaillé est présenté dans l'annexe A, il montre le nombre annuel de feux et les superficies annuelles brûlées par type d'activités humaines: chemins de fer, opérations forestières, opérations industrielles, incendiaires, résidants, récréations et autres.

### Les coûts de prévention, de détection et de lutte contre les feux

Afin d'abaisser le nombre annuel des feux causés par l'activité humaine, la SOPFEU prend plusieurs mesures de prévention comme l'information et l'éducation au public, l'inspection de la machinerie forestière, la délivrance (ou la suspension) de permis pour les brûlages industriels, etc. (Ministère des Forêts 2013).

D'autre part, des moyens technologiques et informatiques sophistiqués sont exploités par la SOPFEU. Notons par exemple, le système d'information sur les incendies de forêts (SIIF) qui permet le suivi en temps réel de toutes les informations (météorologie, feux de forêts, allocation des ressources...) nécessaires à la prise de décision (Ministère des Forêts 2013).

Les activités de détection et d'extinction ont largement recours à des aéronefs dont les coûts d'utilisation s'élèvent à plusieurs milliers de dollars de l'heure.

Ainsi, les opérations de prévention et de suppression des incendies de forêts engendrent des dépenses très élevées. En 2012, ces opérations ont coûté 88 200 000 \$. Le Tableau 3 présente les coûts annuels de prévention et de lutte en millions de dollars pour chaque zone de protection.

Tableau 3: Coûts de prévention et de lutte contre les feux de forêts en millions de dollars (Millions \$).

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
<b>Zone de protection intensive</b>	108.8	50.8	74	123.9	57.1	87.7
<b>Zone de protection restreinte</b>	1.3	0.8	1	0.8	0.3	0.5
<b>Total (G\$)</b>	110.1	51.6	75	124.7	57.4	88.2

Source : Ministère de la Forêt, de la Faune et des Parcs du Québec

#### **1.2.4. Contexte du travail : les Feux majeurs**

La SOPFEU peut combattre adéquatement entre 30 et 50 incendies simultanés s'ils sont de superficies réduites (Société de protection des forêts contre le feu 2011), ce nombre varie selon la distribution dans le temps et dans l'espace, l'accessibilité et le comportement des feux.

Un seul incendie de superficie importante, généralement supérieure à 200 hectares (2 km<sup>2</sup>), mobilise une grande partie de ressources humaines et matérielles, ce qui limite la capacité d'intervention sur d'autres feux, même de dimension réduite. Dans certains cas, la situation devient hors contrôle, et le ou les feux sont déclarés majeurs.

Dans le cas d'un feu majeur, des ressources supplémentaires, en provenance d'autres bases, sont généralement ajoutées à celles déjà en place et des équipes spéciales sont mobilisées aux niveaux décisionnel et opérationnel. Aussi, d'autres ressources de renfort sont sollicitées auprès des autres provinces canadiennes et parfois d'États américains.

Pour des raisons de sécurité, les équipes ne travaillant que de jour, il est important de maximiser le temps d'extinction dans une journée en faisant entrer les ressources sur les sites de lutte le plus rapidement possible le matin.

Le présent travail s'intéresse au niveau opérationnel de suppression des feux majeurs. Il s'intéresse plus particulièrement au problème de déploiement des ressources (pompiers et équipements de lutte) à l'aide d'aéronefs et de véhicules terrestres à divers sites de lutte des incendies de forêt.

### **1.3. Description du problème et objectifs du travail**

Chaque matin, plusieurs pompiers et des équipements de lutte doivent être transportés des *bases* aux *points d'attaque*.

Le transport est assuré par une flotte d'aéronefs et de véhicules routiers. Durant le déploiement, les aéronefs peuvent se ravitailler en carburant à des *points de ravitaillement* avant de poursuivre le transport de pompiers et des équipements. En fin de journée, les pompiers sont retournés à leurs bases d'origine pour être redéployés le lendemain à des points d'attaque en fonction de l'évolution des besoins.

La Figure 8 illustre l'exemple d'un feu qui doit être combattu à partir de deux *points d'attaque* **PA<sub>1</sub>** et **PA<sub>2</sub>**. Au début, les pompiers, les équipements, les véhicules routiers et les aéronefs se trouvent dans des bases de départ **B<sub>1</sub>** et **B<sub>2</sub>**. Ensuite, selon la situation, les pompiers et les équipements sont transportés des bases **B<sub>1</sub>** et **B<sub>2</sub>** par voie terrestre ou par voie aérienne directement aux points d'attaque, ou bien ils sont transportés d'abord par les véhicules routiers vers les *points de rencontre* **PR<sub>1</sub>**, **PR<sub>2</sub>**, **PR<sub>3</sub>** et **PR<sub>4</sub>** où la correspondance est assurée par des aéronefs (hélicoptères et hydravions).

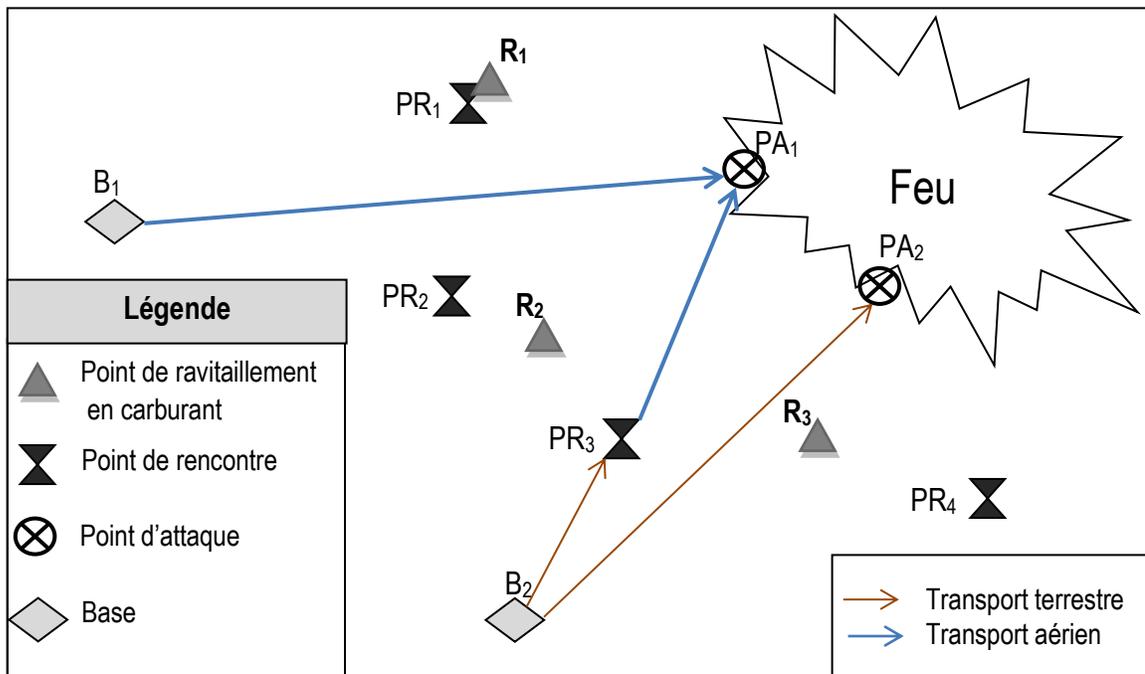


Figure 8: Exemple de disposition et de transport entre les bases, les points de rencontre, les points d'attaque et les points de ravitaillement en carburant.

### 1.3.1. Les nœuds

Le problème étudié au cours de ce travail, peut être représenté par un graphe orienté composé de divers types de nœuds : les bases, les points d'attaque, les points de rencontre et les points de ravitaillement. Chaque arc représente le temps de déplacement entre deux nœuds.

#### Les bases

Les bases de départ ou tout simplement les **bases** représentent les points de début et de fin de toutes les opérations d'extinction. C'est dans les bases où logent les pompiers durant la période de suppression du feu. Et c'est également dans les bases que stationnent les aéronefs et les véhicules terrestres pour la nuit.

## **Les points d'attaque**

Le feu majeur, dont la superficie peut atteindre quelques milliers d'hectares, est attaqué par les pompiers à partir d'emplacements bien précis et déterminés à l'avance, appelés **points d'attaque**. Le nombre de points d'attaque ainsi que leurs coordonnées géographiques sont connus avec exactitude et peuvent varier d'un jour à l'autre mais pas durant une même journée.

Les points d'attaque accessibles par route et à moins d'une heure trente de transport sont en général accédés au moyen de véhicules terrestres. Les points d'attaque non-accessibles par route ou qui sont à plus d'une heure trente de transport terrestre nécessitent l'usage d'un aéronef.

Les pompiers sont divisés en équipes. La destination de chacune des équipes et le besoin en équipements de lutte de chaque point d'attaque sont connus.

## **Les points de rencontre**

L'utilisation des aéronefs étant très coûteuse, des lieux de correspondance entre le transport terrestre et le transport aérien sont identifiés afin de permettre de réduire le temps de vol. Ces lieux sont appelés **points de rencontre** ou « *pick-up points* ». À partir des bases, les pompiers et les équipements peuvent être transportés par voie terrestre jusqu'aux points de rencontre où la correspondance est ensuite assurée par les aéronefs. Tout comme les points d'attaque, le nombre de points de rencontre ainsi que leurs coordonnées géographiques sont connus avec exactitude et peuvent varier d'un jour à l'autre mais pas durant une même journée.

## **Les points de ravitaillement en carburant**

Vus le nombre et la charge utile limités des aéronefs, ceux-ci peuvent avoir à effectuer plusieurs voyages pour pouvoir transporter les équipes de pompiers et le matériel nécessaire. En cours de déploiement, ils s'arrêtent alors à des emplacements bien connus pour se ravitailler en carburant à chaque fois que nécessaire; ces emplacements sont appelés **points de ravitaillement en carburant** (Figure 8).

Un point de ravitaillement peut être un camion-citerne chargé de carburant placé à un endroit donné sur une route. Il peut également être une station d'essence située à une base ou à un point de rencontre. Tout comme les points d'attaque et les points de rencontre, le nombre de points de ravitaillement en carburant ainsi que leurs coordonnées géographiques sont connus avec exactitude et peuvent varier d'un jour à l'autre mais pas durant une même journée.

## **1.3.2. Les ressources**

### **Les aéronefs**

Plusieurs catégories d'aéronefs sont utilisées pour le transport des pompiers et des équipements de lutte: hélicoptère moyen porteur, hélicoptère intermédiaire, hélicoptère léger, hydravion Beaver, et autres. Toutes les caractéristiques des aéronefs sont connues telles que le nombre de places assises, la charge utile, la vitesse de déplacement, la consommation de carburant, le temps d'embarquement, le temps de débarquement, le temps de tournoiement (avant l'atterrissage) et le temps de ravitaillement en carburant.

### **Les véhicules terrestres**

Les véhicules terrestres sont principalement utilisés pour transporter les pompiers et leurs équipements des bases aux points de rencontre. Dans des cas particuliers, le transport terrestre peut être effectué jusqu'aux points d'attaque (c'est le cas des points d'attaque accessibles par route et à moins d'une heure trente de transport, mentionnés au paragraphe 1.3.2). La flotte de véhicules terrestres est très variée (camionnettes, fourgonnettes, voitures, camions d'une tonne et plus...). Toutes les caractéristiques des véhicules sont connues.

Aux points de rencontre, il est possible de faire attendre le personnel et les équipements à être transportés aux points d'attaque. Par contre, un aéronef ne doit jamais être laissé en attente, et ceci est à cause des coûts trop élevés de son utilisation.

### **Les pompiers**

Les pompiers sont regroupés par équipes. Les points de départ (bases) et d'arrivée (point d'attaque) de chaque équipe sont connus. Tous les pompiers d'une même équipe doivent aboutir au point d'attaque leur étant désigné, cependant ils peuvent être séparés durant le transport.

### **Les équipements**

Plusieurs types d'équipements sont nécessaires pour la lutte contre les feux de forêt : les motopompes, les boyaux d'arrosage, les douilles, les réservoirs à dos avec gicleur, le matériel manuel (pelles, haches, pulaskis),... etc.

Ces outils ne sont pas gérés individuellement, mais plutôt sous forme de coffrets d'équipement classés par catégorie. Chaque catégorie de coffrets est caractérisée par son poids et la place qu'il occupe. La localisation initiale de chaque coffret ainsi que les besoins en nombre de coffrets de chaque catégorie en chaque point d'attaque sont connus.

On ne peut jamais transporter des coffrets d'équipements sans avoir au moins un pompier qui les accompagne pour assurer leur chargement ou déchargement.

## Les secteurs

Les bases, les points de rencontre, les points d'attaques et les points de ravitaillement sont regroupés par secteurs de vol ou **secteurs**. Un secteur contient au moins une base, un point de rencontre, un point d'attaque et un point de ravitaillement. Tout aéronef ne peut se déplacer que dans le secteur lui étant attribué.

### 1.3.3. Problématique et objectifs

#### Problématique

La planification du déploiement des pompiers et des équipements des bases aux points d'attaque est complexe. Cette planification doit permettre de trouver le plan de déploiement qui permette de « livrer » les ressources le plus rapidement possible pour maximiser le temps de lutte de la journée. Chaque matin, les pilotes d'aéronefs ainsi que les conducteurs de véhicules terrestres doivent recevoir une cédule détaillant les transports à effectuer. Le Tableau 4 illustre un exemple de cédule devant être remise à un pilote d'aéronef. On y retrouve les informations telles les points à visiter, l'heure d'arrivée et de départ en chaque nœud, le nombre de chaque catégorie de coffrets d'équipements et le nombre de pompiers de chaque équipe, qui doivent être débarqués ou embarqués en ce point. On y retrouve également les informations concernant les moments et les localisations des ravitaillements pour les aéronefs ainsi que la quantité de carburant à se ravitailler (colonne 1 : Autonomie).

Selon les données du Tableau 4, le premier décollage de l'hélicoptère FOKY est prévu à 6 :00 de la base  $B_1$  où il se ravitaille en carburant pour 2 heures d'autonomie de vol. FOKY quitte la base  $B_1$  en ayant à son bord 7 pompiers (4 de l'équipe  $E_1$  et 3 de l'équipe  $E_3$ ) et 5 coffrets d'équipements (2 coffrets de type  $M_1$ , 2 coffrets de type  $M_2$  et un coffret de type  $M_3$ ). L'hélico arrivera à 6 :27 au point d'attaque  $PA_2$  où il déposera tous les pompiers et tous les équipements à bord. Ensuite, il quittera le point d'attaque  $PA_2$  à vide à 6 :32 pour arriver à 6 :50 au point de rencontre  $PR_1$  où il embarquera 13 pompiers (4 de l'équipe  $E_2$ , 3 de l'équipe  $E_4$  et 6 de l'équipe  $E_5$ ) et 7 coffrets d'équipements (3 de type  $M_1$  et 4 de type  $M_2$ ). Les pompiers et les équipements embarqués seront débarqués au point d'attaque  $PA_1$  auquel l'hélico FOKY devra arriver à 7 :15. L'hélico retournera à vide à la base  $B_1$  à 7 :48 où il se ravitaillera de nouveau en carburant pour 1.5 heures d'autonomie de vol. Cette fois FOKY embarquera vers le point d'attaque  $PA_1$ , 2 pompiers de l'équipe  $E_4$  et 2 coffrets  $M_3$ . Enfin, l'hélico FOKY retournera à la base  $B_1$  à 9 :25.

Tableau 4 : Exemple de cédule devant être remise à un pilote d'aéronef

Hélicoptère: FOKY					Transport			
Carburant	Déplacement		Heure		Personnel		Équipement	
Autonomie	de	À	Départ	Arrivée	Équipe	Nb pompiers	Type	Nb
Charge 2 heures	B <sub>1</sub>	PA <sub>2</sub>	06:00	06:27	E <sub>1</sub>	4	M <sub>1</sub>	2
					E <sub>3</sub>	3	M <sub>2</sub>	2
					–	–	M <sub>3</sub>	1
–	PA <sub>2</sub>	PR <sub>1</sub>	06:32	06:50	–	–	–	–
–	PR <sub>1</sub>	PA <sub>1</sub>	07:00	07:15	E <sub>2</sub>	4	M <sub>1</sub>	3
–					E <sub>4</sub>	3	M <sub>3</sub>	4
–					E <sub>5</sub>	6	–	–
–	PA <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	07:25	07:48	–	–	–	–
Charge 1.5 heures	B <sub>1</sub>	PA <sub>1</sub>	08:27	08:51	E <sub>4</sub>	2	M <sub>3</sub>	2
–	PA <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	09:02	09:25	–	–	–	–

Comme mentionné auparavant, tous les membres d'une équipe de pompier ont la même destination finale, par contre l'équipe peut être divisée lors du transport. Les chefs d'équipes doivent connaître la cédule que va suivre chaque membre de leur équipe et chaque coffret d'équipements leur appartenant.

Actuellement, la planification du déploiement des ressources pour une journée donnée s'effectue la veille sur la base des informations disponibles à ce moment. Malgré la complexité de la tâche, celle-ci s'effectue manuellement sans aucun outil d'aide à la décision et sans aucun support mathématique autre qu'un chiffrier, afin de respecter les contraintes de capacité des divers véhicules. Les principaux problèmes liés à cette méthode sont : le temps prohibitif pour développer un plan, des solutions incomplètes ou incohérentes et le manque d'information sur l'optimalité de la solution obtenue.

Ce travail de planification se fait quotidiennement en fin de journée et prend entre deux et trois heures, dépendamment de l'ampleur de la situation. Le planificateur se base sur son intuition et sur son expérience pour programmer le déroulement des opérations de transport des pompiers et de leurs équipements. D'autre part, les facteurs de fatigue et de stress augmentent les possibilités d'erreurs. C'est pourquoi, lors du déploiement des ressources, il arrive que la planification soit incomplète, incohérente ou non réalisable.

Finalement, lors de la planification, d'autres ressources (aéronefs, pompiers et équipements) peuvent être promises (d'autres régions ou provinces) en vue du déploiement du lendemain matin. Compte tenu de l'incertitude quant à la disponibilité de ces ressources au matin et de l'incapacité de développer des plans de contingence ou de replanifier rapidement le matin venu, les ressources promises ne sont jamais prises en

considération lors de la planification. Par conséquent, si les ressources promises s'avèrent disponibles tel que promis, elles ne sont pas utilisées judicieusement le premier matin.

### Objectifs du travail

Ce projet vise à pallier à certaines des difficultés précédemment discutées à travers le développement d'un modèle d'optimisation mathématique pour :

- Automatiser la procédure de planification;
- Assurer des solutions complètes;
- Réduire le temps de planification;
- Améliorer la qualité des solutions obtenues afin qu'elles soient optimales ou proches le plus possible de l'optimum pour accroître le temps de lutte.

Sans être un objectif spécifique, la SOPFEU évalue qu'un temps de résolution d'environ 30 minutes lui permettrait de développer des plans de contingences en fonction des ressources promises.

### Décomposition du problème et délimitation du présent travail

Le problème tel que dressé par la SOPFEU se compose de plusieurs éléments qui font de lui un problème complexe. Parmi ces éléments, il y a l'existence de deux modes de transport (aérien et terrestre) et l'hétérogénéité des véhicules constituant chaque mode. De plus, les nœuds de départ et d'arrivée ne sont pas les mêmes pour ces deux modes de transport: Les véhicules terrestres accomplissent leurs missions en se déplaçant le plus souvent entre les bases et les points de rencontre, tandis que les trajectoires des aéronefs se concentrent principalement entre les points de rencontre et les points d'attaque. Le transbordement des pompiers et des équipements entre les deux modes de transport complexifie davantage le problème de planification.

Lors de la planification du déploiement, le personnel de la SOPFEU cherche à faire entrer les pompiers et leurs équipements le plus rapidement possible aux points d'attaque afin de maximiser le temps de lutte durant la journée. Dans ce contexte, les hélicoptères jouent un rôle important vue leur rapidité. De plus, le coût d'utilisation des aéronefs et le coût d'utilisation des véhicules terrestres sont très différents l'un de l'autre. Le premier peut atteindre quelques milliers de dollars par heure et par aéronef, alors que le deuxième ne dépasse pas une centaine de dollars par heure et par véhicule. Par conséquent, un gain d'efficacité dans l'utilisation des aéronefs a le potentiel de réduire les coûts d'extinction de façon plus significative que celle des véhicules terrestres. D'ailleurs, le problème terrestre ne bénéficierait pas nécessairement de l'optimisation. Compte tenu

de la structure en arborescence du réseau routier forestier, les véhicules n'effectuent pas de réelle tournée, ils quittent leur base pour se rendre en un point unique pour déposer les pompiers et les équipements. Le problème terrestre est par conséquent un problème d'assignation des véhicules aux besoins de transport sur des arcs.

C'est pour toutes ces raisons qu'une approche de décomposition a été retenue pour adresser le problème d'origine en deux sous problèmes : aérien et terrestre. La Figure 9 illustre cette décomposition ainsi que les interactions entre les deux sous problèmes.

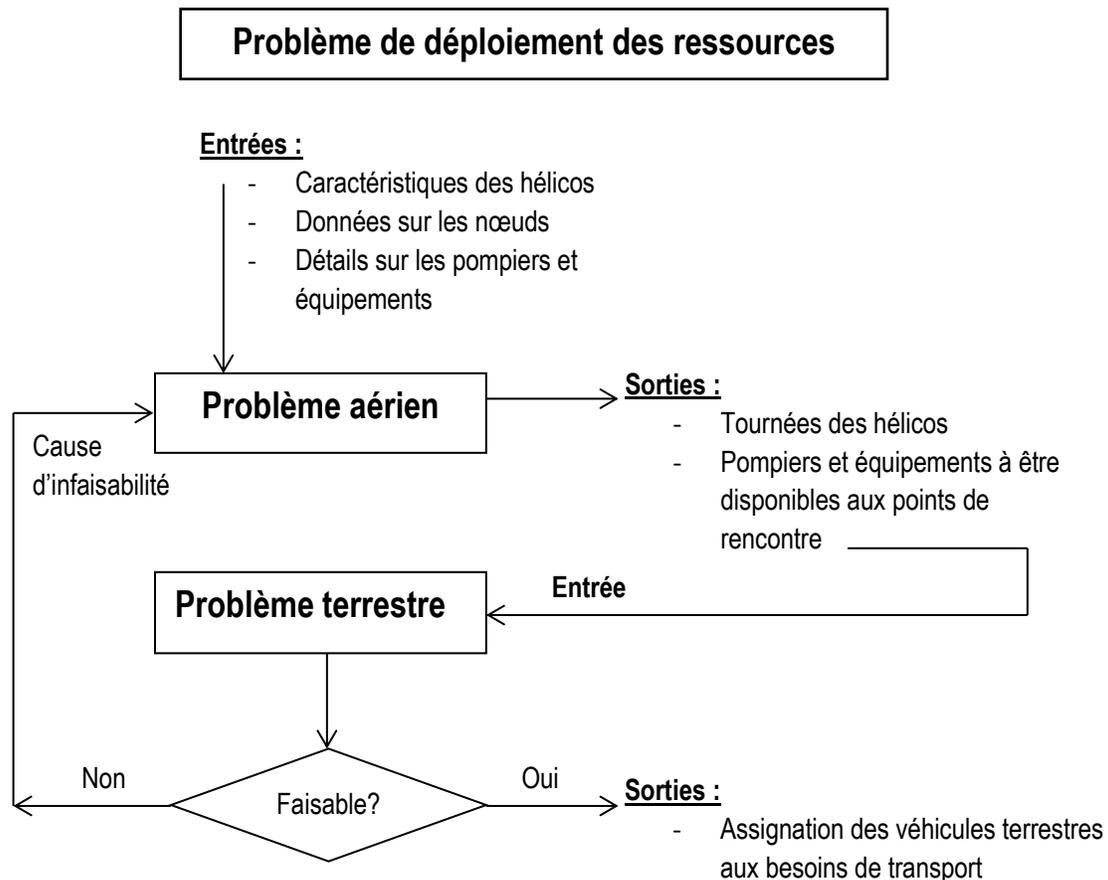


Figure 9: Décomposition du problème de déploiement des ressources

L'approche de résolution préconisée consiste à résoudre le problème de déploiement aérien dans un premier temps par la modélisation mathématique. Parmi les sorties qui devront être déterminées par le modèle mathématique aérien, il y a le nombre de coffrets d'équipement de chaque catégorie et le nombre de pompiers de chaque équipe à être déplacés dans chaque point de rencontre ainsi que les heures prévues de leurs embarquement par les aéronefs.

Ces données de sortie font par la suite partie des paramètres d'entrée imposés au modèle mathématique terrestre dont l'objet sera de trouver la meilleure solution répondant, entre autres, aux exigences du problème aérien. C'est donc le modèle aérien qui sera le modèle « directeur » des opérations d'extinction des feux.

Dans le cas où aucune solution possible n'existe pour le problème terrestre, le problème aérien devra proposer une autre solution. La recherche d'une nouvelle solution au problème aérien est alors orientée en fonction de la cause de l'infaisabilité : (1) manque de capacité de transport; ou (2) dépassement du temps prescrit. La boucle de rétroaction de la Figure 9 représente l'imposition de nouvelles contraintes au modèle aérien. Dans les deux cas, la nouvelle solution proposera de transporter davantage de pompiers et/ou de coffrets d'équipement par hélicoptère.

***Le présent mémoire adresse seulement le problème aérien. La revue de littérature traite le problème aérien avec toutes ses caractéristiques et le positionne par rapport aux travaux de recherches. Tandis que le modèle mathématique proposé n'inclut pas les décisions de ravitaillement en carburant mais il reflète la pratique actuelle de la SOPFEU. Tous les hélicoptères quittent leurs bases le matin avec deux heures d'autonomie de vol.***

## Structure du rapport

Le chapitre 2 présente une revue de littérature portant d'abord sur le problème de tournée de véhicule (en anglais *Vehicle Routing Problem* ou VRP) et ses principales variantes, permettant de positionner le problème par rapport à la littérature des VRP. Ensuite, elle présente les différentes approches de modélisation du problème de distribution et de collecte dit du dernier kilomètre et finit par le choix d'une approche de modélisation de notre problème.

Le chapitre 3 présente la stratégie de décomposition adoptée pour résoudre le problème global, ainsi que le modèle linéaire mixte développé pour le problème aérien.

Le chapitre 4 présente et discute les résultats des expérimentations effectuées. Plusieurs instances de problèmes sont testées afin de déterminer l'impact de la taille du problème sur le temps de résolution du modèle linéaire développé.

En conclusion, des pistes d'avancement du projet sont proposées afin de résoudre le problème de déploiement de ressources dans sa totalité.

## 2. Revue de littérature

Le problème aérien étudié dans le présent travail est un problème de tournée de véhicules avec des caractéristiques particulières. Le problème de tournée de véhicules constitue une classe importante et qui ne cesse de se développer, des problèmes de la recherche opérationnelle.

Afin de pouvoir bien positionner notre problème, nous présentons d'abord une revue de littérature du problème de tournée de véhicules et de quelques-unes de ses variantes. Ensuite, nous décrivons quelques travaux similaires à notre problème, et qui traitent des opérations de secours humanitaire.

### 2.1. Le problème de tournées de véhicules

#### 2.1.1. Définition et historique

Le problème de tournée de véhicules, *Vehicle Routing Problem* (VRP), consiste en la recherche de l'ensemble des routes les moins coûteuses (en termes de distances parcourues, de temps ou de coût de transport), qui débutent et se terminent en un même dépôt, pour une flotte de véhicules qui dessert un ensemble de clients géographiquement dispersés. Chaque client est servi exactement une fois.

Selon Eksioglu et al. (2009), les recherches sur les VRP remontent au XIXème siècle, mais la première référence documentée revient à Dantzig et al. (1954) qui ont proposé une solution au problème du voyageur de commerce (TSP), *Traveling Salesman Problem*. Le TSP consiste en la détermination du chemin le plus court d'un seul voyageur (véhicule) partant d'un point, visitant plusieurs clients situés à des localités différentes et revenant à son point de départ. Le TSP est un cas particulier du VRP.

Le VRP est également connu dans la littérature sous d'autres noms tels le « *Vehicle Scheduling* » (Clarke et al. 1964, Gaskell 1967), ou le « *Vehicle Dispatching* » (Dantzig et al. 1959, Gillett et al. 1974), ou le « *Delivery Problem* » (Balinski et al. 1964, Tillman et al. 1968, Christofides et al. 1981). Selon Eksioglu et al. (2009), l'expression « *Vehicle Routing* » a été utilisée la première fois par Golden et al. (1975).

#### 2.1.2. Représentation mathématique

Dans sa formulation basique, le VRP peut être représenté comme suit :

Soit  $G = (A, V)$  un graphe où  $V = \{0, \dots, n\}$  est un ensemble de nœuds représentant des villes ou des clients, le nœud 0 correspond à l'entrepôt et  $A$  est un ensemble d'arcs  $(i, j)$ , auxquels est associée la matrice des distances  $C = (c_{ij})$ .  $c_{ij}$  peut également représenter le coût ou le temps de transport entre les nœuds  $i$  et  $j$ .

Dépendamment de la matrice  $C$ , deux grandes catégories de problèmes VRP sont distinguées : Les VRP symétriques, quand  $C$  est symétrique ( $c_{ij} = c_{ji}$ , pour tout  $i$  et  $j$ ), et les VRP asymétriques, quand  $C$  est non symétrique. Dans le cas des VRP symétriques,  $A$  est remplacé par un ensemble d'arêtes non orientées.

Dans la formulation la plus simple du VRP, tous les véhicules sont considérés identiques et ayant la même capacité de chargement  $Q$ .

Selon la situation,  $c_{ij}$  peut être nul, égal à l'infini ou simplement indéfini (Laporte et al. 1987).

L'objectif du VRP est de déterminer le parcours de coût minimal de l'ensemble de la flotte des véhicules de façon que (Laporte 1992):

- Chaque client de  $V - \{0\}$  est visité exactement une fois
- Chaque tournée de véhicule commence et se termine au dépôt
- Quelques contraintes latérales peuvent s'appliquer.

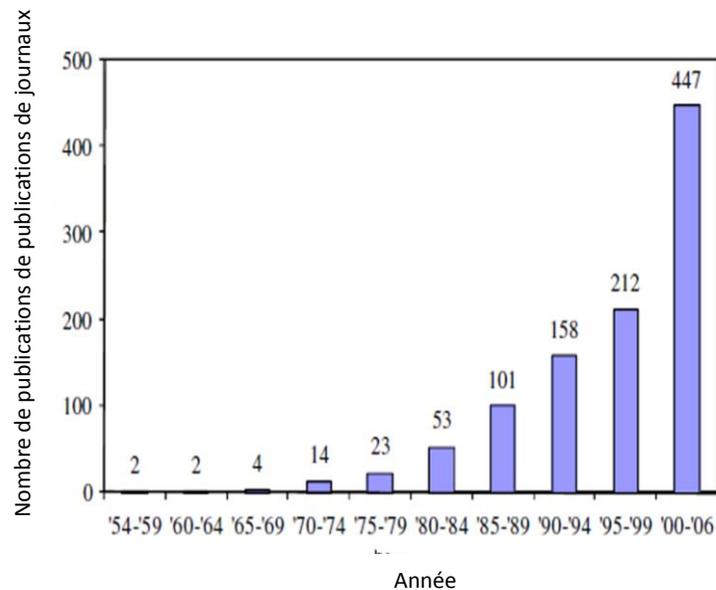
Ce sont ces contraintes latérales additionnelles qui sont à l'origine de la grande variété des problèmes VRP.

### 2.1.3. Classification des problèmes VRP

Plusieurs relaxations et modifications ont été apportées au problème du VRP basique pour résoudre des problématiques variées. Ainsi de nombreuses variantes du VRP sont apparues dans la littérature, à tel point que leur classification est devenue problématique. D'ailleurs, plusieurs études taxonomiques ont été faites sur ce sujet telles que celles de Bodin (1975), Bodin et al. (1981), Desrochers et al. (1990) et Eksioglu et al. (2009).

Parmi les études taxonomiques recensées traitant du VRP, celle proposée par Eksioglu et al. (2009) reste la plus complète. Les auteurs y définissent une méthode de classification permettant de couvrir toutes les variantes du problème VRP existant dans la littérature pour la période allant de 1954 à 2006. Les auteurs ont pu identifier et classer 1494 entités bibliographiques comprenant articles de journaux scientifiques, livres, chapitres dans des livres, rapports techniques et articles de conférences.

La Figure 10, tirée d'Eksioglu et al. (2009) illustre l'évolution du nombre d'articles traitant du VRP publiés dans les journaux scientifique avec comité de lecture, entre 1954 et 2006. Les auteurs en déduisent que la croissance du nombre d'articles dans ce domaine est presque parfaitement exponentielle avec un taux annuel de croissance de 6,09%.



Source : Eksioglu et al. (2009)

Figure 10: Nombre d'articles traitant du VRP publiés entre 1954 et 2006 dans des journaux scientifiques avec comités de lecture.

## 2.2. Quelques variantes du problème de tournée de véhicules

Les problèmes de VRP peuvent être séparés en quatre grandes catégories : stochastiques statiques, stochastiques dynamiques, déterministes statiques et déterministes dynamiques.

Un VRP est dit stochastique si un ou plusieurs élément du problème (demande d'un client, temps de service...) est aléatoire, il est déterministe dans le cas contraire.

Un VRP est dit statique si toutes les données d'entrée sont connues avant la construction des routes. Il est dit dynamique si quelques données d'entrée sont mises à jour ou connues au fur et à mesure que les opérations de transport se déroulent.

Le nombre de variantes des problèmes VRP étant très importants, nous présentons dans ce qui suit celles qui se rapprochent le plus de notre cas à l'étude qui correspond à **un VRP déterministe statique**.

### 2.2.1. Le problème de tournée de véhicules avec contraintes de capacité (CVRP)

Dans le cas du problème de tournée de véhicules avec contraintes de capacité (CVRP), *The Capacitated Vehicle Routing Problem*, un poids ou une demande non négative  $d_i$  est associée à chaque client  $i > 0$  et la somme des demandes des clients visités par un véhicule ne doit pas dépasser la capacité de celui-ci (Laporte 1992).

Le CVRP a été largement étudié à partir du début des années soixante. En cherchant à déterminer le circuit de coût minimal, et en visitant chaque ensemble de clients exactement une fois, le CVRP constitue une extension du problème du voyageur de commerce (TSP) (Toth et al. 2002).

Plusieurs articles récents traitent du CVRP comme par exemple: (Bramel et al. 2001, Naddef et al. 2002, Mester et al. 2007).

### 2.2.2. Le problème de tournée de véhicules multi-dépôts (MDVRP)

Comme son nom l'indique, le problème de tournée de véhicules multi-dépôts (MDVRP), *Multi-Depot Vehicle Routing Problem*, implique l'existence d'au moins deux dépôts. Dans sa version de base, chaque véhicule commence et termine sa route au même dépôt (Renaud et al. 1996, Ombuki-Berman et al. 2009).

Deux sous-variantes du MDVRP peuvent être trouvées dans la littérature. Dans la première, chaque véhicule peut partir d'un dépôt et arriver à un autre, c'est le MDVRP à destination non fixée, *Non-fixed destination MDVRP*, (Filipec et al. 1997, Skok et al. 2000). Cette variante a été peu étudiée dans la littérature.

La seconde sous-variante est le problème de tournée de véhicules multi-dépôts avec routes entre dépôts (MDVRPI), *Multi-Depot Vehicle Routing Problem with inter-depot route*, où tout véhicule peut se réapprovisionner, durant sa tournée, à des dépôts intermédiaires autres que celui auquel il a débuté sa tournée (Crevier et al. 2007).

### 2.2.3. Le problème de tournée de véhicules avec routes multiples (VRPM)

Dans le cas du problème de tournée de véhicules avec routes multiples (VRPM), *Vehicle Routing Problem with multiple trips*, chaque véhicule est autorisé à faire plusieurs tournées au lieu d'une seule imposée dans la version de base du VRP.

Le VRPM est connu dans la littérature sous différents noms, tels « L'utilisation multiple de véhicules », *Multiple use of vehicles* (Taillard et al. 1996), «VRP avec routes multiples », *Vehicle Routing*

*problem with multiple trips*, (Salhi et al. 2007), et le « VRP multi-routes », *Muti-Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP)*, (Brandao et al. 1998, Battarra et al. 2009).

#### 2.2.4. Le problème de tournée de véhicules avec flotte hétérogène

Le VRP avec flotte hétérogène, aussi appelé *Mixed Fleet VRP* ou *Heterogeneous Fleet VRP* implique l'utilisation de différents types de véhicules ayant des caractéristiques différentes (capacités et coûts). Ce problème a été traité d'une manière structurée pour la première fois par Golden et al. (1984) (Baldacci et al. 2008).

Baldacci et al. (2008) classe les problèmes de VRP avec flotte hétérogène, traités dans la littérature, en cinq sous-variantes. Cette classification tient compte de trois éléments : Le nombre de véhicules utilisés (fini ou infini), le coût fixe des véhicules (considéré ou pas) et les coûts de transport, *routing costs*, (dépendant du véhicule ou pas). Ces cinq sous-variantes sont:

- VRP avec flotte hétérogène, coûts fixes considérés et coûts de transport dépendant du véhicule, *Heterogeneous VRP with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs (HVRPFD)* (Li et al. 2007);
- VRP avec flotte hétérogène et coût de transport dépendant du véhicule, *Heterogeneous VRP with Vehicle Dependent Routing Costs (HVRPD)* (Taillard et al. 1999, Prins 2002);
- Fleet Size and Mix VRP with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing Costs (FSMFD) (Ferland et al. 1988, Choi et al. 2007);
- Fleet Size and Mix VRP with Vehicle Dependent Routing Costs (FSMD) (Wassan et al. 2002);
- Fleet Size and Mix VRP with Fixed Costs (FSMF) (Desrochers et al. 1991, Renaud et al. 2002).

#### 2.2.5. Le problème de tournée de véhicules avec fenêtre de temps (VRPTW)

Le VRP avec fenêtre de temps (VRPTW), *VRP with Time-Windows*, est la variante du VRP la plus étudiée dans la littérature (Vidal et al. 2011). Pour chaque client et/ou dépôt, un intervalle de temps de service est défini, c'est la fenêtre de temps. Chaque véhicule doit arriver au client à l'intérieur de la fenêtre de temps associée à ce client, et doit éventuellement y rester durant toute la durée de service. Chaque retard ou avance peut être toléré ou pas selon la variante du VRPTW.

Dans le cas du VRP avec contraintes étroites (VRPHTW), *VRP with Hard Time-Windows*, (Cordeau et al. 2001, Nagata et al. 2010) aucun retard n'est toléré, le service offert à un client doit absolument débuter à l'intérieur de sa tranche horaire, sinon le problème devient irréalisable. Par ailleurs, le véhicule peut arriver en avance, dans ce cas, il attend jusqu'au début de la fenêtre de temps (Desrochers et al. 1992, Bräysy et al. 2005), et le temps d'attente est pris en compte dans la durée maximum de tournée (Vidal et al. 2011). Dans la pratique, les VRPHTW s'appliquent, entre autres, aux livraisons bancaires et postales, à la collecte des déchets industriels et à la planification des tournées des autobus scolaires (Solomon et al. 1988).

Dans le cas du VRP avec contraintes souples (VRPSTW), *VRP with Soft Time-Windows*, les arrivées en retard aux clients sont tolérées, mais avec des pénalités (Taillard et al. 1997, Gambardella et al. 1999, Tavakkoli-Moghaddam et al. 2005) .

### 2.2.6. Le problème de tournée de véhicules avec collectes au retour (VRPB)

Le VRP avec collecte au retour (VRPB), *VRP with Backhauls* ou *VRP with Linehaul-Backhaul*, est une variante du VRP où les clients sont divisés en deux ensembles : l'ensemble des clients receveurs, *linehauls*, ayant des demandes à leur être livrées, et l'ensemble des clients livreurs, *backhauls*, ayant des entités à être ramassées par les véhicules. Toutes les entités livrées proviennent du dépôt et toutes les entités ramassées retournent au dépôt.

Le VRPB a été introduit dans la littérature par Deif et al. (1984). Il est très rencontré dans la pratique, par exemple dans la distribution des produits alimentaires où les épiceries et les supermarchés sont les clients *linehauls* et les fournisseurs sont les clients *backhauls* (Toth et al. 1997).

Selon l'ordre des collectes et des livraisons, il existe plusieurs classes du VRPB. Parmi ces classes, il y a celle où les collectes peuvent précéder les livraisons (Golden et al. 1985, Casco et al. 1988). La classe la plus étudiée du VRPB est celle où toutes les livraisons se font avant le premier ramassage et où chaque route doit contenir au moins un client receveur, *linehaul* (Brandao 2006, Ropke et al. 2006, Gajpal et al. 2009) (Mingozi et al. 1999).

### 2.2.7. Le problème de collecte et de livraison (PDP)

Le problème de collecte et de livraison (PDP), *Pickup and Delivery Problem*, constitue une variante du VRP où des personnes (ou des marchandises) doivent être transportées entre des nœuds origines et des nœuds destinations. Chaque nœud, y compris le dépôt, peut avoir une demande à satisfaire et/ou une quantité à livrer. Dans certains nœuds (appartenant à un ensemble habituellement appelé T), les véhicules peuvent déposer temporairement une partie de leur cargaison et revenir les chercher plus tard, il est possible que cette

cargaison soit récupérée par un autre véhicule (Berbeglia et al. 2007). Si le transbordement n'est pas autorisé, l'ensemble T sera vide. Il ne faut pas confondre entre un client *pickup* et un client *backhaul* défini en 2.2.6 dans le cas du VRPB. Un client *pickup* peut livrer aussi bien au dépôt qu'à des clients *delivery*, tandis qu'un client *backhaul* ne peut livrer qu'au dépôt (Anily 1996). Les PDP sont rencontrés en logistique, aux services ambulatoires et en robotique (Berbeglia et al. 2007).

Selon Berbeglia et al. (2007), Les PDPs sont classés selon le schème [Structure|Visites|Véhicules] :

- 1- La structure spécifie la nature du transport entre les nœuds et le nombre de nœuds d'origine et de destination des produits. À ce niveau, trois types de problèmes sont distingués :
  - *Many-to-many problems* : chaque sommet peut être une source ou une destination de n'importe quel produit (Anily et al. 1992)
  - *One-to-many-to-one problems* : les produits sont initialement disponibles au dépôt et sont ensuite transportés vers les nœuds clients, et les produits disponibles chez les clients sont transportés au dépôt (Privé et al. 2006).
  - *One-to-one problems* : chaque produit a un point d'origine et un point de destination déterminés.
2. Les « visites » réfèrent à la manière avec laquelle les opérations de collecte et de livraison se produisent aux nœuds clients. Si la visite à chaque nœud consiste en une collecte et une livraison simultanées, la notation PD est utilisée pour identifier le problème. Si les deux opérations peuvent se produire simultanément ou séparément, la visite est notée P-D. Finalement, lorsqu'à chaque nœud il y a soit une collecte, soit une livraison mais pas les deux, la visite est notée P/D.
3. L'élément « véhicules » correspond au nombre de véhicules utilisés.

Avec son schème ainsi défini, Berbeglia et al. (2007) distinguent au moins 15 variantes principales du PDP. Parmi ces variantes, il y a :

- le VRP avec collectes et livraisons, *VRP with Pickups and Deliveries* (VRPPD) (Ruland et al. 1997) et (Ropke et al. 2007), probablement la variante la plus populaire du PDP, *one-to-one problems*. Le VRPPD se distingue par le fait que le dépôt n'a pas de demande à satisfaire ni de quantité à livrer. Lorsque les véhicules sont autorisés à déposer temporairement leurs objets, le problème est appelé VRPPD avec transbordement (*Transshipment*), VRPPDT,

- le problème de transport à la demande, *The Dial-a-Ride problem*, (DARP) (Jaw et al. 1986). Le DARP concerne particulièrement le transport de personnes, tandis que le VRPPD concerne le transport d'objets,
- le *Stacker Crane Problem* (SCP), une autre classe des PDP one-to-one problems (Frederickson et al. 1978), où un seul véhicule doit transporter un seul produit à la fois d'un point de l'ensemble des origines à un autre point de l'ensemble des destinations. Le SCP est rencontré en pratique dans le cas de grue ou de chariot élévateur,
- le VRP avec collectes et livraisons simultanées, *VRP with simultaneous pickups and deliveries* (VRPSPD), (Min 1989, Chen et al. 2006, Goksal et al. 2013). Cette variante fait partie des PDP one-to-many-to-one,
- le VRP avec collecte au retour, *VRP with Backhauls*, (VRPB). Cette variante est déjà décrite au paragraphe 2.2.6,
- le problème de collecte et de livraison avec chargements fractionnés, *Pickup and Delivery with Split Loads*, (PDPSL) introduit par (Nowak 2005). Dans ce problème, les collectes et les livraisons peuvent être divisées en plusieurs chargements, et les visites multiples aux nœuds sont autorisées. Le PDPSL est une extension du SDVRP, VRP with Split Deliveries traité au paragraphe suivant.

### 2.2.8. Le problème de tournée de véhicules avec livraisons fractionnées (SDVRP)

Le VRP avec livraisons fractionnées, *VRP with Split Deliveries*, (SDVRP) est une classe du VRP où la demande de chaque client peut être fractionnée, le client peut-être ainsi servi par plusieurs véhicules, et sa demande peut dépasser la capacité de chargement d'un véhicule.

Le SDVRP a été introduit dans la littérature de manière officielle par Dror et al. (1989). Et, depuis, plusieurs études ont été réalisées sur le sujet, comme celles de Belenguer et al. (2000), Desaulniers (2010) et Archetti et al. (2011). Le SDVRP et ses variantes sont revues par Archetti et al. (2008), Gulczynski et al. (2008) et Archetti et al. (2012).

### 2.2.9. Autres variantes du VRP

D'autres variantes du VRP existent dans la littérature comme le *Site-Dependant Vehicle Routing Problem* (Chao et al. 1999, Cordeau et al. 2001), où l'on dispose d'une flotte hétérogène de véhicules avec des contraintes de compatibilité entre les clients et les véhicules.

Citons aussi le VRP multipériodique, *Periodic VRP*, (PVRP) où les visites aux clients sont planifiées à l'avance sur l'horizon de temps étudié (Mourgaya et al. 2006, Coene et al. 2010).

Le VRP ouvert, *Open VRP*, est une variante du VRP où le dernier retour au dépôt n'est pas comptabilisé dans le coût de transport sur les routes (Letchford et al. 2007, Li et al. 2007).

Dans le cas du VRP généralisé, *Generalized VRP*, les clients sont divisés en groupes et chaque véhicule doit visiter au moins un client par groupe (Baldacci et al. 2010, Bektas et al. 2011).

## **2.3. Positionnement et particularités du problème à l'étude**

### **2.3.1. Positionnement de notre problème de recherche**

Si l'on veut établir une correspondance entre notre problème de recherche et la terminologie du VRP, les bases de départ seront des dépôts, les points de rencontre seront des *pickup points* et les points d'attaque au(x) feu(x) correspondront aux clients. Les véhicules seront constitués par une flotte d'hélicoptères et d'hydravions. Le Tableau 5 relie chaque caractéristique particulière de notre problème à la variante du VRP lui correspondant et justifie ainsi le positionnement de notre problème par rapport à la littérature du VRP.

Tableau 5: Positionnement du problème à l'étude par rapport à la littérature du VRP

<b>Problème à l'étude</b>	<b>Variante du VRP correspondante</b>
Tous les véhicules ont des capacités limitées, et la demande des points d'attaque est connue à l'avance.	<i>Capacitated VRP (CVRP)</i>
Il peut y avoir plus qu'une base de départ.	<i>Multi Depot VRP (MDVRP)</i>
Afin de pouvoir satisfaire les demandes des points d'attaque, les véhicules sont autorisés à faire plusieurs tournées.	<i>VRP with multiple trips (VRPM)</i>
Les aéronefs n'ont pas les mêmes caractéristiques.	<i>Heterogeneous Fleet VRP</i>
Le transport des équipements et des pompiers se fait depuis les bases et les points de rencontre jusqu'aux points d'attaque. Chaque équipement et chaque pompier ont une origine et une destination.	<i>Pickup and Delivery (PDP), one-to-one problem (1-1 P\ D n).</i>
La demande d'un point d'attaque n'est pas nécessairement satisfaite en une seule visite, les livraisons sont donc fractionnées.	<i>Pickup and delivery with split loads (PDPSL)</i>
Les emplacements exacts des équipements et des pompiers au niveau des points de rencontre sont inconnus. (C'est au modèle aérien de déterminer ces emplacements pour minimiser le temps total de vol. Une fois leurs emplacements déterminés, les équipements et les pompiers y seront acheminés par les véhicules terrestres)	À notre connaissance, c'est une variante non encore étudiée dans la littérature des VRP.
Chaque aéronef doit s'arrêter autant que nécessaire pour se ravitailler en carburant, avant de poursuivre son vol. Quand? Où ? et de combien se ravitailler?	À notre connaissance, c'est une variante non encore étudiée dans la littérature des VRP.

### 2.3.2. Le problème de ravitaillement en carburant

Lors de l'utilisation des hélicoptères, hydravions et autres aéronefs de taille équivalente, un des problèmes qui se posent est celui de la quantité de carburant à se ravitailler. Comme illustré dans le tableau 6, cette quantité affecte grandement la capacité de chargement (charge utile) de l'aéronef et par conséquent le temps et le coût de l'accomplissement de sa mission. Plus la quantité de carburant chargé est importante, plus la capacité de chargement diminue, et parallèlement, au fur et à mesure que le carburant se consomme, la capacité de

chargement augmente. D'autre part, le temps nécessaire à l'aéronef pour se rendre à un point de ravitaillement et le temps de ravitaillement en carburant sont des éléments à considérer dans le calcul du temps et du coût de l'accomplissement de la mission de l'aéronef. C'est pourquoi, il serait pertinent de choisir la meilleure quantité de carburant à se ravitailler, le meilleur moment et le meilleur lieu possibles qui permettent de minimiser le temps total de vol.

Tableau 6: Variation de la capacité de chargement (charge utile) en fonction du carburant chargé.

<b>Aéronef</b>	<b>Type</b>	<b>Charge utile théorique (lb)</b>	<b>Charge utile (lb) pour 1h d'autonomie de vol</b>	<b>Charge utile (lb) pour 1,5h d'autonomie de vol</b>	<b>Charge utile (lb) pour 2h d'autonomie de vol</b>
Astar 350 BA	Hélicoptère léger	2080	1461	1304	1146
Bell 212	Hélicoptère moyen	5203	4092	3750	3407

Source : Données de la SOPFEU.

Le problème de ravitaillement en carburant d'un aéronef durant sa mission est très peu traité dans la littérature. Certains articles, comme De Angelis et al. (2007), supposent que l'aéronef a suffisamment de carburant pour faire toutes ses tournées. D'autres, comme (Timlin et al. 1992, Menezes et al. 2010) ne tiennent pas compte de la question du carburant.

Ozdamar (2011) considère que les hélicoptères ne peuvent se ravitailler en carburant qu'aux bases ou hôpitaux qui constituent les points de début ou de fin de tournées; et qu'à chaque ravitaillement, l'hélicoptère a le réservoir plein. Dans le cas où l'hélicoptère n'a pas assez de carburant, il interrompt sa tournée pour aller se ravitailler, et revient pour poursuivre sa mission.

À notre connaissance, Barbarosoğlu et al. (2002) sont les seuls à avoir défini une fonction de variation de la capacité de chargement en fonction de la consommation du carburant. Leur approche sera analysée plus en détails dans les sections 2.4.4 et 2.4.5.

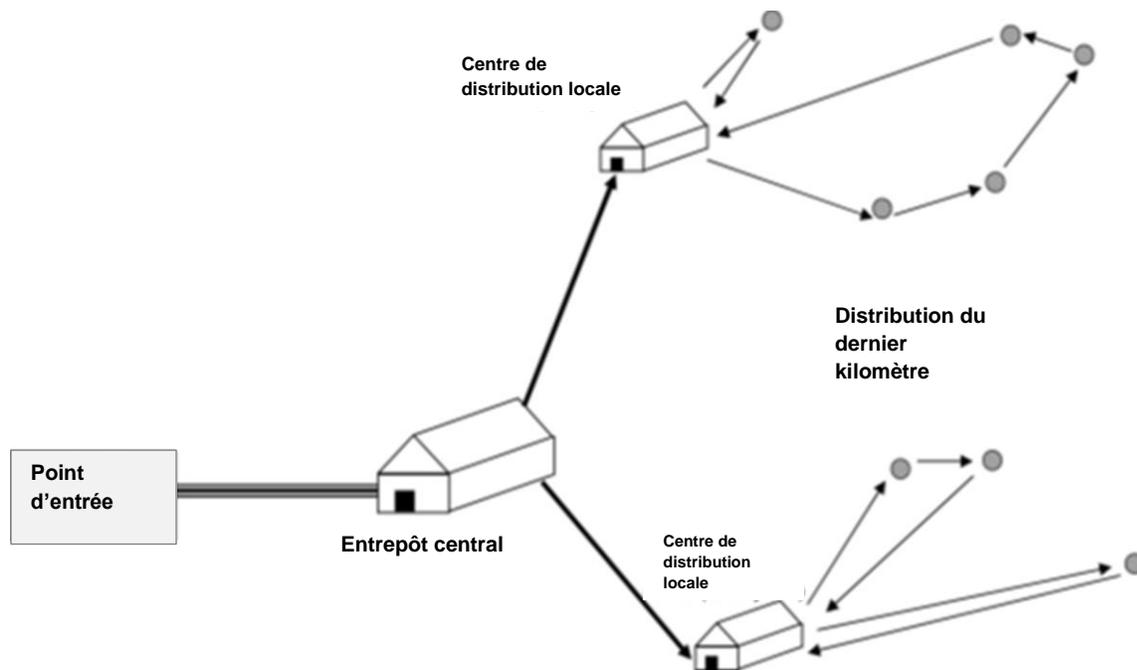
Par ailleurs, Il existe dans la littérature des travaux qui traitent les opérations de secours après catastrophe (tremblement de terre, cyclones,...). Ces opérations s'effectuent avec des hélicoptères ou d'autres types d'aéronefs et, comme notre cas, se distinguent par leur caractère d'urgence. Dans la suite nous présentons quelques-uns de ces travaux.

## 2.4. La modélisation du problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre

### 2.4.1. Le problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre

La chaîne de secours après sinistre, *the disaster relief chain*, ou la chaîne de secours humanitaire, *Humanitarian Relief Chain*, est une chaîne similaire à la chaîne d'approvisionnement usuelle. Elle comprend toutes les activités de celle-ci telles que la prévision, la planification, l'approvisionnement, le transport, l'entreposage et la livraison. À ces activités s'ajoutent d'autres comme l'évaluation des dommages d'infrastructures et des besoins des personnes sinistrées ainsi que la mobilisation des ressources (Russell 2005).

La dernière activité d'une chaîne de secours humanitaire est appelée **la distribution du dernier kilomètre**, *Last Mile Distribution*. Elle consiste en la livraison des fournitures de secours des centres locaux de distribution vers les points de demande situés dans les zones sinistrées (Balcik et al. 2008). Dans la Figure 11, des exemples de tournées relatives à la distribution du dernier kilomètre sont illustrés.



Source: UNDP Disaster Management Training Programme, *Logistics Module* (1st ed.), p.18. Available at <http://www.undmtp.org/english/logistics/logistics.pdf>.

Figure 11: Structure de la chaîne de secours humanitaire

Ozdamar (2011) élargit la définition de la distribution du dernier kilomètre pour qu'elle concerne non seulement la distribution mais aussi la collecte, il introduit ainsi la notion du **problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre**, *the last mile distribution and pickup problem*.

#### 2.4.2. Les différentes approches de modélisation

Selon Ozdamar (2011), il existe trois approches principales de modélisation du problème de distribution et de collecte du dernier kilomètre :

1. Dans la première approche, chaque déplacement de véhicule entre une paire de nœuds est modélisé par une variable binaire à indices multiples. Ces indices identifient le véhicule, le nœud de départ, le nœud d'arrivée et le numéro de la tournée. Barbarosoğlu et al. (2002) est l'un des travaux qui adoptent cette approche.
2. La deuxième approche de modélisation consiste à énumérer toutes les routes réalisables entre chaque pair de nœuds d'approvisionnement et de demande. La décision d'affecter une route à chaque véhicule est représentée par une variable binaire (Sierksma et al. 1998). Il s'agit ici d'un problème d'affectation avec contraintes de capacité, *A capacitated assignment problem*, plutôt que d'un problème de tournée de véhicules (VRP). Le problème d'affectation à capacité limitée a pour objectif de minimiser le coût d'affectation de  $n$  tâches à  $m$  agents de façon à ce que chaque tâche soit affectée exactement à un agent, sous contraintes de capacités des agents (Cattrysse et al. 1992).
3. La troisième approche de modélisation revient à construire un modèle dynamique de flux dans un réseau, *A dynamic network flow model*. Les sorties de ce modèle seront des flux de matériels et de véhicules; ces flux doivent être analysés par la suite afin de constituer les routes à emprunter et les charges à transporter par chaque véhicule (Yi et al. 2007).

#### 2.4.3. Choix d'une approche de modélisation

La deuxième approche de modélisation ne convient pas à notre cas puisque chaque route peut être empruntée par plusieurs aéronefs, ce qui est en contradiction avec le problème d'affectation où chaque route est empruntée par exactement un véhicule. La troisième approche nécessite la conception de deux modèles, le premier déterminant, pour chaque temps  $t$ , les charges à transporter et les véhicules devant passer entre chaque deux nœuds. Le deuxième modèle déterminant, pour chaque véhicule, la quantité à charger ou décharger à chaque nœud de sa trajectoire (Yi et al. 2007).

La première approche de modélisation semble être la plus adéquate à notre cas puisqu'elle fait preuve de plus de flexibilité, permettant ainsi de prendre en considération, toutes les variables et toutes les particularités de la situation à l'étude et de les représenter dans un seul modèle.

#### 2.4.4. Analyse de l'approche de modélisation choisie adoptée par Barbarosoğlu et al. (2002)

À notre connaissance, parmi tous les travaux de littérature, Barbarosoğlu et al. (2002) est le travail dont le sujet est le plus proche du problème à l'étude. Il analyse, modélise et résout un problème de tournée d'hélicoptères lors des opérations des premiers secours après sinistre. De plus, il adopte la première approche de modélisation présentée au paragraphe 2.4.2.

Barbarosoğlu et al. (2002) décompose le problème en deux niveaux selon la nature des décisions à prendre :

- Le haut niveau qui concerne les décisions d'ordre tactique, et qui sont la composition de la flotte d'hélicos, le choix des pilotes et le nombre maximum de tournées que peut effectuer un hélico;
- Le bas niveau qui concerne les décisions d'ordre opérationnel :
  - Les routes à emprunter par chaque hélico ainsi que les effectifs et les quantités à embarquer, débarquer et transporter entre chaque paire de points de la trajectoire;
  - Le programme de ravitaillement en carburant, en supposant que ce dernier peut se faire seulement à la base de départ et que le plein du réservoir est la seule quantité autorisée.

Dans le présent travail, il s'agit seulement du niveau opérationnel, la composition de la flotte des aéronefs et le choix des pilotes sont déjà déterminés. Par ailleurs, il n'y a pas de nombre maximum de tournées, les aéronefs doivent faire leurs tournées jusqu'à ce que toutes les équipes de pompiers et tous les équipements arrivent aux points d'attaque leur étant assignés.

Concernant la modélisation du niveau opérationnel, Barbarosoğlu et al. (2002) représentent le problème à l'aide de trois groupes de contraintes :

- Les contraintes de tournées, dont l'objectif est de déterminer pour chaque aéronef la séquence des points à visiter à chaque tour;
- Les contraintes de chargement et de déchargement qui visent à quantifier les effectifs et les équipements à embarquer ou à débarquer à chaque point visité;

- Les contraintes de ravitaillement en carburant qui tiennent compte de la variation de la capacité de chargement des hélicos en fonction de la consommation du carburant.

#### 2.4.5. Comparaison entre les deux problèmes :

Les principaux points en commun entre le présent problème de recherche et celui de Barbarosoğlu et al. (2002) sont l'hétérogénéité des aéronefs, la multiplicité des tournées et le caractère divisible des collectes et des livraisons. Concernant la question du carburant, Barbarosoğlu et al. (2002) tient compte de la variation de la capacité de chargement en fonction de la consommation du carburant. Mais, il considère que les hélicoptères ne peuvent se ravitailler en carburant qu'à la base de départ et qu'à chaque ravitaillement, elles ont le réservoir plein. Les principales différences entre les deux problèmes sont résumées dans le tableau 7.

Tableau 7: Principales différences entre le présent problème et le problème traité par Barbarosoğlu et al. (2002).

<b>Barbarosoğlu et al. (2002)</b>	<b>Le présent travail</b>
L'hélicoptère peut se ravitailler en carburant seulement dans la base de départ, avant le début d'une tournée.	L'aéronef peut se ravitailler à n'importe quel moment durant ses tournées.
L'hélicoptère ne peut charger que le plein du carburant.	L'aéronef a plusieurs choix de quantités de carburant à charger.
Il existe une seule base départ	Il existe plusieurs bases de départ.
Une tournée commence et se termine à la base départ.	Une tournée commence et se termine à l'une des bases ou à l'un des points de rencontre. Le point de début d'un tour et celui de sa fin ne sont pas forcément identiques.
Le nombre maximal de tournée est connu au préalable et il est le même pour tous les hélicoptères.	Le nombre maximal de tournées n'est pas connu au préalable, et il peut être différent d'un aéronef à l'autre.
Aux points autres que la base de départ, l'hélicoptère décharge des produits et embarque les personnes blessées (s'il y a lieu) pour les amener à la base de départ.	L'aéronef embarque des bases et points de rencontre les pompiers et équipements et les débarque aux points d'attaque.

## **2.5. Résumé des particularités du présent problème et hypothèses de recherche**

Le présent problème de recherche se distingue par rapport aux travaux de littérature des VRP et des opérations de secours après sinistres par trois éléments :

- 1- Les points d'origine ou d'embarquement des pompiers et équipements sont inconnus au préalable (C'est au modèle aérien de déterminer ces emplacements afin de minimiser le temps total de vol. Une fois leurs emplacements déterminés, les équipements et les pompiers y seront acheminés par les véhicules terrestres);
- 2- La quantité de carburant à se ravitailler, le lieu et le moment de ce ravitaillement, sont inconnus et doivent être déterminés par le modèle aérien;
- 3- Le nombre maximal de tournées est inconnu au préalable et n'est pas le même pour tous les aéronefs.

### *Hypothèse*

Comme mentionné au paragraphe 1.3.3, nous allons élaborer un modèle mathématique qui tient compte de toutes les particularités du problème aérien sauf la particularité du carburant correspondante à l'élément 2 énuméré ci-dessus. Le modèle ainsi défini reflète la pratique actuelle de la SOPFEU étant donné que tous les hélicoptères quittent leurs bases avec deux heures d'autonomie de vol.

## 3. Modèle mathématique

### 3.1. Le nombre maximal de tournées $maxT$

#### 3.1.1. Le nombre effectif optimal de tournées et le nombre maximal de tournées

Il est important dans ce travail de recherche de distinguer entre deux notions différentes : Le **nombre effectif optimal (maximal) de tournées** et le **nombre maximal de tournées**, noté  $maxT$ .

Le **nombre effectif optimal (maximal) de tournées** est défini par aéronef et il est égal au nombre optimal (maximal) de tournées que doit faire chaque aéronef pour accomplir sa mission. Ce nombre est inconnu au préalable et est différent d'un aéronef à l'autre.

Le **nombre maximal de tournées**, noté  $maxT$ , est défini par le planificateur (voir le paragraphe 4.3.1) est la borne supérieure de l'ensemble des Tournées (voir la définition des ensembles en 3.3.). Autrement dit, c'est le nombre maximal de tournées que tous les aéronefs doivent effectuer. Cette notion a été introduite pour permettre la résolution du modèle mathématique.

En effet, une condition nécessaire pour pouvoir résoudre le modèle mathématique est que l'ensemble des Tournées à effectuer ait une borne supérieure connue. Sinon, si cette borne supérieure est inconnue, la grande majorité des contraintes seront appliquées jusqu'à l'infini, le problème sera pris dans une boucle fermée et il ne pourra jamais trouver de solution réalisable.

##### 3.1.1.1. Introduction du point d'attaque fictif $PA_{fic}$

$MaxT$  est déterminé de façon à ce qu'il soit supérieur au nombre effectif optimal de tournées. Dans ce cas, un autre problème apparaît, c'est que les aéronefs vont devoir voler plus de tournées que l'optimum. C'est pourquoi nous avons, pour chaque secteur, introduit le point d'attaque fictif  $PA_{fic}$ .

$PA_{fic}$  est un point d'attaque ayant une demande nulle, la distance qui le sépare de tous les autres points est également nulle. Sauf la distance qui le sépare de la base à laquelle l'aéronef est affecté qui est égale à la distance entre le dernier point d'attaque réel visité et cette même base. Ceci permet de comptabiliser la distance de retour aux bases.

Ainsi, dès que l'aéronef aura accompli sa mission, il va faire des tournées fictives ou « à vide » vers le point d'attaque fictif. Et pour éviter que les tournées à vide ne soient faites avant ou au milieu des « vraies » tournées, nous avons ajouté la contrainte (30) au modèle mathématique du Tableau 8.

Afin d'éviter l'obtention des sous tours inutiles et pour une utilisation efficace du point d'attaque fictif, les restrictions suivantes sont appliquées :

- Un seul point d'attaque fictif par secteur est défini;
- Les seuls déplacements à sens unique autorisés vers le point d'attaque fictif se font à partir des points d'attaque réels;
- Les déplacements entre les points de rencontre et le point d'attaque fictif ne sont pas autorisés;
- Le seul déplacement à deux sens autorisé est celui entre une des bases du secteur (c'est la base à laquelle l'hélicoptère est affecté) et le point d'attaque fictif.

### **3.2. Définition d'une tournée**

Une tournée  $r$  est une trajectoire qui commence par une base ou un point de rencontre (chargement), passe par, au moins, un point d'attaque (déchargement) et se termine par une base ou un point de rencontre, pour un nouveau chargement. Il n'est pas obligatoire que le point de début et le point de fin d'une tournée soient identiques. Cependant, l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée le sont. Autrement dit, le point de début d'une tournée et le point de fin d'une tournée appartiennent tous les deux au même ensemble qui est l'ensemble des bases et des points de rencontre.

Une tournée peut passer par plusieurs bases et points de rencontres. Néanmoins, il faut passer d'abord par les points de chargement (bases et points de rencontre), et ensuite aller vers les points de déchargement (points d'attaque). Les Figures 12 et 13 montrent des exemples de tournées possibles.

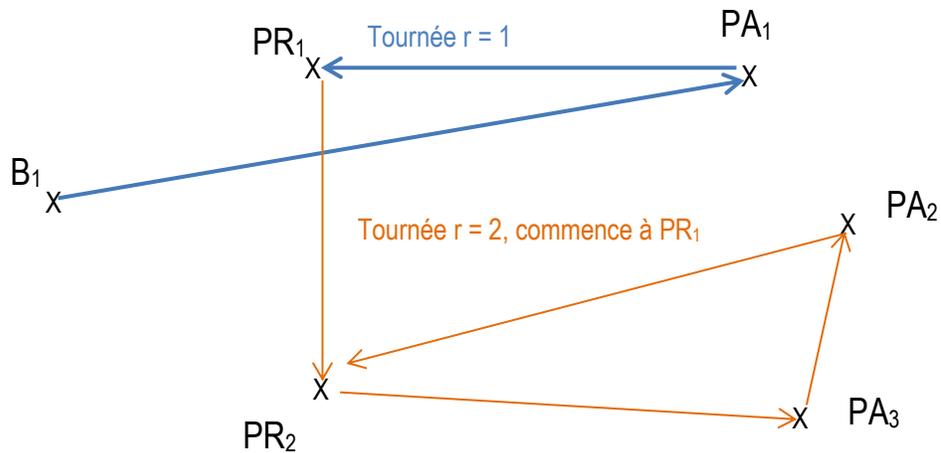


Figure 12: Exemple de deux tournées réalisables

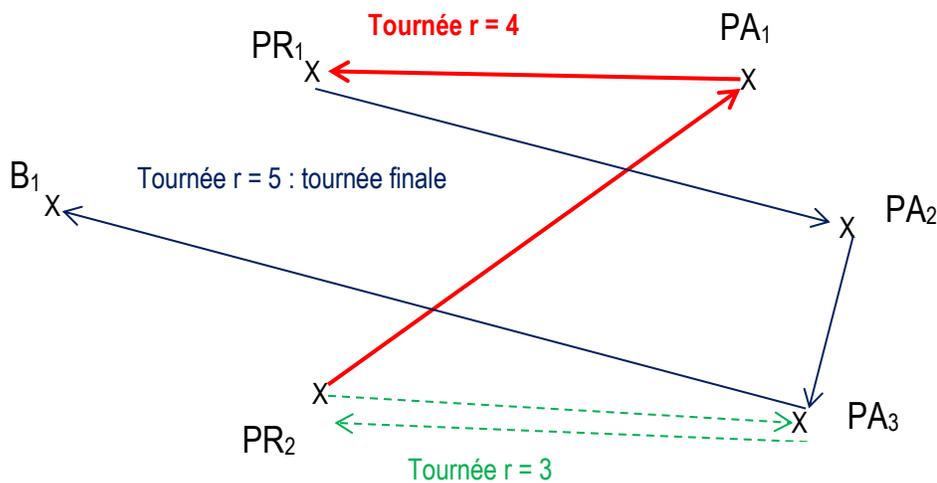


Figure 13: Exemple de trois autres tournées réalisables

### 3.3. Définition des ensembles

$S$  : Ensemble des secteurs  $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$

$PA_s$  : Ensemble des points d'attaque du secteur  $s$ ,  $s \in S$ ,  $PA_s = \{PA_1, PA_2, PA_3, \dots, PA_{fic_s}\}$ .  $PA_{fic_s}$  est un point d'attaque fictif n'ayant aucune demande, l'utilité de ce point est expliquée au paragraphe 3.5.3.

$PR_s$  : Ensemble des points de rencontre du secteur  $s$ ,  $s \in S$ ,  $PR_s = \{PR_1, PR_2, \dots\}$

$B_s$  : Ensemble des bases de départ du secteur  $s$ ,  $s \in S$   $B_s = \{B_1, B_2, \dots\}$

$Tours$  : Ensemble des tournées,  $Tours = \{1, 2, 3, \dots, maxT\}$

$H_s$  : Ensemble des aéronefs (principalement des hélicoptères) du secteur  $s$ ,  $s \in S$

$E$  : Ensemble des équipes de pompiers

$Mat$  : Ensemble des coffrets d'équipements

**Notation :**

$N_{0s} = PA_s \cup PR_s \cup B_s$ , ensemble des points d'attaque, bases et points de rencontre du secteur  $s$

$N_s = PA_s \cup PR_s$ , ensemble des points d'attaque et des points de rencontre du secteur  $s$

### 3.4. Les variables de décision

#### 3.4.1. Les variables binaires

$X_{ijk_r} = 1$  si l'aéronef  $k$  fait le voyage du point  $i$  vers le point  $j$  pendant la tournée  $r$ . La tournée  $r$  étant la  $r^{\text{ème}}$  tournée effectuée par les hélicos

#### 3.4.2. Les variables entières

$L_{ijk_r}^m$  : Nombre de coffrets d'équipements de type  $m$ , transportés par l'hélicoptère  $k$  de  $i$  vers  $j$  pendant la tournée  $r$  ( $i$  et  $j$  sont des points quelconques)

$L_{ijk_r}^e$  : Nombre de pompiers de l'équipe  $e$  transportés par l'aéronef  $k$  de  $i$  vers  $j$  pendant la tournée  $r$  ( $i$  et  $j$  sont des points quelconques)

$LC_{i1}^m$  : Nombre de coffrets d'équipements de type  $m$ , qui doivent être disponibles au point  $i$  ( $i$  est un point de rencontre ou une base) au début de la tournée 1

$LC_{i1}^e$  : Nombre de pompiers de l'équipe  $e$ , qui doivent être disponibles au point  $i$  ( $i$  est un point de rencontre ou une base) au début de la tournée 1

$N_{jkr}^m$  : Nombre de coffrets d'équipements de type  $m$  déposés par l'aéronef  $k$  au point  $j$  pendant la tournée  $r$  ( $j \in PA_s$ : point d'attaque)

$N_{jkr}^e$  : Nombre de pompiers de l'équipe  $e$  déposés par l'aéronef  $k$  au point  $j$  pendant la tournée  $r$  ( $j \in PA_s$ : point d'attaque)

$O_{ikr}^m$  : Nombre de coffrets d'équipements de type  $m$  chargés par l'aéronef  $k$  au point  $i$  pendant la tournée  $r$  ( $i$  est une base de départ ou point de rencontre),

$O_{ikr}^e$  : Nombre de pompiers de l'équipe  $e$  embarqués dans l'aéronef  $k$  au point  $i$  pendant la tournée  $r$  ( $i$  est une base de départ ou point de rencontre),

$T_k$  : Temps total d'entrée de l'aéronef  $k$ , c'est le temps nécessaire à l'aéronef pour accomplir sa mission (Déposer tous les pompiers et coffrets d'équipements qui lui sont assignés et retourner à sa base de départ),

$T$  : Temps d'entrée maximal.

### 3.5. Les paramètres

$CU_k$  : Charge utile de l'aéronef  $k$

$y_{bk}$  : Paramètre binaire, égal à un si l'aéronef  $k$  est assigné à la base  $b$

$NP^e$  : Nombre de pompiers de l'équipe  $e$

$d_j^e$  : Paramètre binaire, égal à un si l'équipe  $e$  est assignée au point d'attaque  $j$ . Notons que  $d_j^e = 0$  quelle que soit  $e$ , pour  $j = PA_{fic}$  (la demande en équipes de pompiers est nulle au point d'attaque fictif)

$ds_s^e$  : Paramètre binaire, égal à un si l'équipe  $e$  est assignée au secteur  $s$

$SE_k$  : Nombre de places assises dans l'aéronef  $k$

$TE_i$  : Temps d'embarquement au point  $i$ ,  $i \in PR \cup B$  ( $i$  est un point de rencontre ou une base)

$TD_j$  : Temps de débarquement au point  $j$ ,  $j \in PA$  ( $j$  est un point d'attaque)

$TT_j$  : Temps de tournage au point  $j$ ,  $j \in PA$  ( $j$  est un point d'attaque)

$D_j^m$  : Nombre de coffrets d'équipement de catégorie  $m$ , demandés au point  $j$ ,  $j \in PA$ . Notons que  $D_j^m = 0$  quelle que soit  $m$ , pour  $j = PA_{fic}$  (la demande en coffrets d'équipements au point d'attaque fictif est nulle)

$Q_s^m$  : Nombre total de coffrets d'équipement de catégorie  $m$  à transporter, disponible au secteur  $s$ .

$P_m$  : Poids d'un coffret d'équipement de type  $m$ ,

$PH$  : Poids d'un pompier

$maxT$  : Nombre maximal de tournées

$T_{ijk}$  : Temps de voyage de l'aéronef  $k$  entre les points  $i$  et  $j$  quelconques

$M$  : Un grand nombre

## **3.6. Le modèle mathématique**

### **3.6.1. Présentation du modèle**

$Min Z = T$  (La signification de  $T$  est exprimée aux contraintes (31) et (32))

Tableau 8: Modèle mathématique

$\sum_{\substack{i \in PA_s \\ i \neq PA_{fic}}} x_{bik1} = y_{bk} \quad \forall b \in B_s, \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S$	(1)
$\sum_{p \in N_{0s}} x_{pjkr} = \sum_{p \in N_{0s}} x_{jpkr} \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours, \forall j \in PA_s$	(2)
$\sum_{p \in N_{0s}} x_{ipkr+1} = \sum_{p \in PA_s} x_{pikr} + \sum_{p \in PR_s \cup B_s} x_{pikr+1}$ <p><math>\forall i \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours, \text{ tel que } 1 \leq r \leq \max T - 1</math></p>	(3)
$\sum_{i \in N_{0s}} x_{ijkr} \leq 1 \quad \forall j \in PA_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(4)
$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} x_{ijkr} \leq 1 \quad \forall j \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(5)
$\sum_{i \in PA_s} x_{ijkr} \leq 1 \quad \forall j \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(6)
$\sum_{j \in N_{0s}} x_{ijkr} \leq 1 \quad \forall i \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(7)
$\sum_{i \in N_s} x_{ibk\max T} = y_{bk} \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall b \in B_s$	(8)
$L_{ijkr}^m \leq Mx_{ijkr}, \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall m \in Mat, \forall s \in S$	(9)
$L_{ijkr}^e \leq Mx_{ijkr}, \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall e \in E, \forall r \in Tours, \forall s \in S$	(10)
$\sum_{e \in E} L_{ijkr}^e \geq x_{ijkr}$ <p><math>\forall i \in PR_s \cup B_s, \forall j \in N_{0s}, j \neq PA_{fic}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S</math></p>	(11)
$\sum_{e \in E} L_{ijkr}^e \geq x_{ijkr}$ <p><math>\forall i, j \in PA_s, i, j \neq PA_{fic}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S</math></p>	(12)
$\sum_m P_m L_{ijkr}^m + PH \sum_e L_{ijkr}^e \leq CU_k \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$	(13)
$\sum_e L_{ijkr}^e \leq SE_k \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$	(14)

$\sum_{p \in PA_s} L_{bpbk1}^m = O_{bk1}^m \quad \forall k \in H_s, \forall m \in mat, \forall b \in B_s, \forall s \in S$	(15)
$\sum_{p \in PA_s} L_{bpbk1}^e = O_{bk1}^e \quad \forall k \in H_s, \forall e \in E, \forall b \in B_s, \forall s \in S$	(16)
$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^m = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^m + O_{jkr}^m$ $\forall j \in B_s \cup PR_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \geq 2$	(17)
$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^e = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^e + O_{jkr}^e$ $\forall j \in B_s \cup PR_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \geq 2$	(18)
$L_{ijk}^m = 0$ $\forall i \in PA_s, \forall j \in B_s \cup PR_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(19)
$L_{ijk}^e = 0$ $\forall i \in PA_s, \forall j \in B_s \cup PR_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(20)
$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^m = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^m - N_{jkr}^m$ $\forall j \in PA_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S$	(21)
$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^e = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^e - N_{jkr}^e \quad \forall j \in PA_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S$	(22)
$N_{jkr}^e \leq M d_j^e \quad \forall j \in PA_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$	(23)
$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} LC_{i1}^m = Q_s^m \quad \forall s \in S, \forall m \in mat$	(24)
$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} LC_{i1}^e = ds_s^e NP^e \quad \forall s \in S, \forall e \in E$	(25)
$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} O_{ikr}^m = LC_{i1}^m \quad \forall i \in B_s \cup PR_s, \forall s \in S, \forall m \in mat$	(26)
$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} O_{ikr}^e = LC_{i1}^e \quad \forall i \in B_s \cup PR_s, \forall s \in S, \forall e \in E$	(27)
$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} N_{jkr}^m = D_j^m \quad \forall j \in PA_s, \forall s \in S, \forall m \in mat$	(28)
$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} N_{jkr}^e = NP^e d_j^e \quad \forall j \in PA_s, \forall s \in S, \forall e \in E$	(29)

$\sum_{m \in \text{Mat}} P_m \sum_{j \in \text{PA}_s} N_{jkr}^m + PH \sum_{e \in E} \sum_{j \in \text{PA}_s} N_{jkr}^e + \min(PH; \min_{m \in \text{Mat}} P_m)$ $\geq \sum_{m \in \text{Mat}} P_m \sum_{j \in \text{PA}_s} N_{jkr+1}^m + PH \sum_{e \in E} \sum_{j \in \text{PA}_s} N_{jkr+1}^e$ $\forall k \in H_s, \forall r \leq \max T - 1, \forall s \in S$	(30)
$T_k = \sum_{\substack{i \in \text{PR}_s \cup \text{B}_s \\ j \in \text{N}_{0s} \\ r \in \text{Tours}}} TE_i x_{ijkr} + \sum_{\substack{i \in \text{PA}_s \\ j \in \text{N}_{0s} \\ r \in \text{Tours}}} (TD_i + TT_i) x_{ijkr} + \sum_{\substack{i, j \in \text{N}_{0s} \\ r \in \text{Tours}}} T_{ijk} x_{ijkr}$ $\forall k \in H_s, \forall s \in S$	(31)
$T_k \leq T \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S \quad (\text{expression équivalente à } T = \max_{k \in H} (T_k))$	(32)

### 3.6.2. Interprétation des contraintes

#### 3.5.2.1. Les contraintes de tournées

Ce sont les contraintes de (1) à (8) qui définissent l'ensemble des exigences à respecter par les avions lors de leurs tournées.

- Remarque sur les secteurs :

Chaque ensemble d'avions se déplace à l'intérieur du secteur auquel il est attribué. Les déplacements inter-secteurs ne sont pas autorisés.

- La contrainte (1) :

$$\sum_{\substack{i \in \text{PA}_s \\ i \neq \text{PA}_{i1}}} x_{bik1} = y_{bk} \quad \forall b \in \text{B}_s, \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S$$

Le premier déplacement de chaque avion se fait nécessairement de la base à laquelle il est affecté, à un point d'attaque du même secteur : Initialisation des tournées.

- La contrainte (2) :

$$\sum_{p \in \text{N}_{0s}} x_{pjkr} = \sum_{p \in \text{N}_{0s}} x_{jpk} \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in \text{Tours}, \forall j \in \text{PA}_s$$

Chaque avion visitant un point d'attaque à partir de n'importe quel autre point du même secteur et durant une tournée quelconque r, doit absolument le quitter durant cette même tournée vers n'importe quel autre point du même secteur et vis-versas: C'est la conservation des flux au niveau des points d'attaque.

- La contrainte (3) :

$$\sum_{p \in N_{0s}} x_{ipkr+1} = \sum_{p \in PA_s} x_{pikr} + \sum_{p \in PR_s \cup B_s} x_{pikr+1} \quad \forall i \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s,$$

$$\forall r \in \text{Tours}, \text{tel que } 1 \leq r \leq \text{maxT} - 1$$

Une base ou un point de rencontre quelconque  $i$  est le début de la tournée  $r+1$  si et seulement s'il est visité à partir d'un point d'attaque  $p$  durant la tournée  $r$ . Sinon, il est visité à partir d'une base ou d'un autre point de rencontre durant la même tournée  $r+1$  : C'est la conservation des flux au niveau des points de rencontre et des bases.

- La contrainte (4) :

$$\sum_{i \in N_{0s}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in PA_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in \text{Tours}$$

Chaque point d'attaque  $j$  est visité au plus une fois à partir de n'importe quel autre point  $i$ , par l'aéronef  $k$  durant la tournée  $r$ .

- La contrainte(5) :

$$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in \text{Tours}$$

Chaque base ou point de rencontre  $j$  est visité au plus une fois à partir de n'importe quel autre base ou point de rencontre  $i$ , par l'aéronef  $k$  durant la tournée  $r$ .

- La contrainte(6) :

$$\sum_{i \in PA_s} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in PR_s \cup B_s, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in \text{Tours}$$

Chaque base ou point de rencontre  $j$  est visité au plus une fois à partir d'un point d'attaque quelconque, par l'aéronef  $k$  durant la tournée  $r$ .

Notons qu'une base ou un point de rencontre peut être visité deux fois durant une même tournée  $r$  par un même aéronef  $k$  : une première fois à partir d'une autre base ou point de rencontre et une deuxième fois à partir d'un point d'attaque à la fin de la tournée  $r$ . La Figure 14 illustre un exemple où le point de rencontre PR2 est visité deux fois durant la tournée  $r$ .

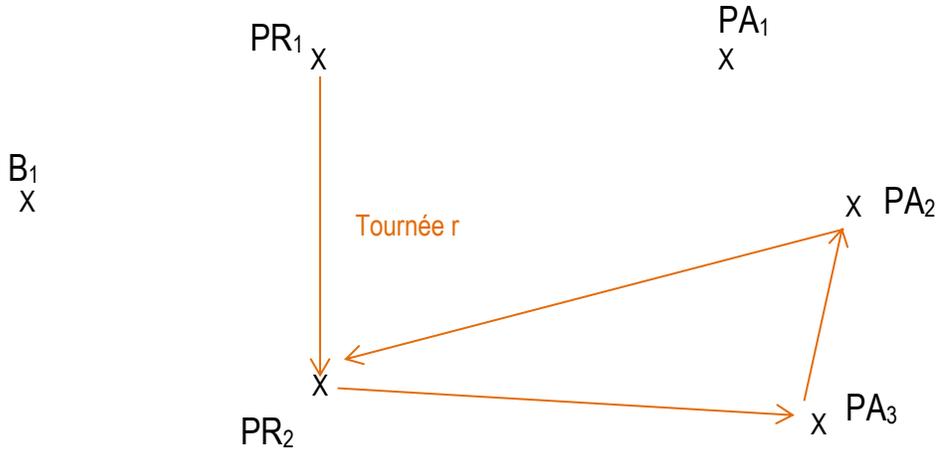


Figure 14: Exemple d'un point de rencontre PR<sub>2</sub> visité deux fois durant une même tournée r.

- La contrainte (7) :

$$\sum_{j \in N_{0s}} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$$

À partir d'un point quelconque i, un aéronef k ne peut visiter un autre point quelconque j qu'au plus une seule fois durant une tournée r.

- La contrainte (8) :

$$\sum_{i \in N_s} x_{ibk} \leq \max T \quad \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall b \in B_s$$

Chaque aéronef doit retourner à la base dès qu'il aura atteint le nombre maximal des tournées maxT.

### 3.5.2.2. Les contraintes de chargement et de déchargement

- Les contraintes (9) et (10) :

$$L_{ijk}^m \leq M x_{ijk}, \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall m \in Mat, \forall s \in S$$

$$L_{ijk}^e \leq M x_{ijk}, \quad \forall i, j \in N_0, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall e \in E$$

Les variables de chargement / déchargement ( $L_{ijk}$ ) dépendent des variables de déplacement ( $x_{ijk}$ ). Ainsi aucun chargement / déchargement en un point ne peut être fait que s'il y a un déplacement depuis, ou vers ce même point. La première contrainte concerne le transport des équipements et la deuxième concerne le transport des pompiers.

- Les contraintes (11) et (12) :

$$\sum_{e \in E} L_{ijk}^e \geq x_{ijk}$$

$$\forall i \in PR_s \cup B_s, \forall j \in N_{0s}, j \neq PA_{fic}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$$

$$\sum_{e \in E} L_{ijk}^e \geq x_{ijk}$$

$$\forall i, j \in PA_s, i, j \neq PA_{fic}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$$

Au moins un pompier doit être à bord durant les déplacements entre les différents points (autres que le point d'attaque fictif), Et cela, est pour assurer le chargement et le déchargement des coffrets d'équipements. Ces contraintes ne s'appliquent pas aux déplacements depuis les points d'attaque vers les points de rencontre ou bases.

- La contrainte (13) :

$$\sum_m P_m L_{ijk}^m + PH \sum_e L_{ijk}^e \leq CU_k \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$$

La charge transportée (équipements et pompiers) par un aéronef k, ne doit pas dépasser sa charge utile  $CU_k$ .

- La contrainte (14) :

$$\sum_e L_{ijk}^e \leq SE_k \quad \forall i, j \in N_{0s}, \forall k \in H_s, \forall r \in Tours, \forall s \in S$$

Le nombre de pompiers à bord d'un aéronef ne doit pas dépasser le nombre de ses places assises  $SE_k$ .

- Les contraintes (15) et (16):

$$\sum_{p \in PA} L_{bpk1}^m = O_{bk1}^m \quad \forall k \in H_s, \forall m \in mat, \forall b \in B_s, \forall s \in S$$

$$\sum_{p \in PA} L_{bpk1}^e = O_{bk1}^e \quad \forall k \in H_s, \forall e \in E, \forall b \in B_s, \forall s \in S$$

Ce qui est transporté de n'importe quelle base vers n'importe quel point d'attaque durant la tournée 1, est égal à ce qui est chargé de cette base. C'est l'initialisation de la variable de chargement  $O_{ikr}$ .

- Les contraintes (17) et (18) :

$$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^m = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^m + O_{jkr}^m$$

$$\forall j \in B_s \cup PR_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \geq 2$$

$$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk}^e = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk}^e + O_{jkr}^e$$

$$\forall j \in B_s \cup PR_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \geq 2$$

Ce qui est transporté d'une base ou d'un point de rencontre  $j$  vers n'importe quel point  $p$ , durant la tournée  $r \geq 2$ , est égal à ce qui a été transporté vers  $j$  à partir d'un point quelconque  $i$  durant la tournée  $r$ , plus ce qui a été chargé en  $j$ .

- Les contraintes (19) et (20) :

$$L_{ijk_r}^m = 0$$

$$\forall i \in PA_s, \forall j \in B_s \cup PR_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$$

$$L_{ijk_r}^e = 0$$

$$\forall i \in PA_s, \forall j \in B_s \cup PR_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$$

Rien, ni personne, ne peut être transporté d'un point d'attaque vers une base ou un point de rencontre. Malgré le fait que cette contrainte devrait être normalement déduite par le modèle, il demeure important de l'imposer. Cela est dû à l'une des particularités de notre problème : c'est le fait que le point de début de chaque tournée est inconnu et il est déterminé par le modèle lui-même.

Prenons l'exemple illustré dans la Figure 15 où le modèle choisit que le point de rencontre  $PR1 = j$  (visité depuis le point d'attaque  $PA1 = l$ ) soit la fin de la tournée  $r - 1$  et le début de la tournée  $r$ . Pour pouvoir déterminer la quantité  $\sum_{p \in N_0} L_{jpkr}^m$  de coffrets d'équipements de catégorie  $m$  à transporter depuis  $j$  vers n'importe quel autre point, le modèle a besoin d'appliquer la contrainte (15) suivante (qui est en réalité une boucle) :

$$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpkr}^m = \sum_{i \in N_0} L_{ijk_r}^m + O_{jkr}^m$$

$$\forall j \in B_s \cup PR_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \geq 2$$

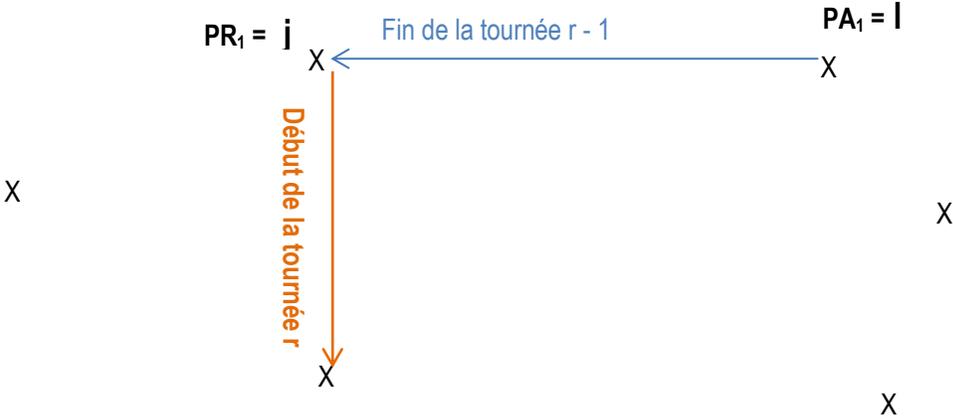


Figure 15 : Exemple de fin de la tournée  $r - 1$  et de début de la tournée  $r$

Or, pour appliquer la contrainte (15), le modèle a besoin de déterminer le nombre  $L_{ijk_r}^m$  de coffrets d'équipements de catégorie  $m$  qui a été transporté vers  $j$  depuis le point d'attaque  $i$  durant la tournée  $r$ . Mais à ce stade de résolution (début de la tournée  $r$ ), le modèle n'aura pas encore cette information, tout ce qu'il aura c'est le nombre  $\sum_{i \in N_0} L_{ijk_{r-1}}^m$  de coffrets de catégorie  $m$  transportés vers  $j$  **durant  $r - 1$** .

En imposant la contrainte (17),  $L_{ijk_r}^m = \mathbf{0}$ , ce problème ne se posera pas et la boucle (15) ne sera pas bloquée.

- Les contraintes (21) et (22) :

$$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk_r}^m = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk_r}^m - N_{jkr}^m$$

$$\forall j \in PA_s, \forall m \in mat, \forall k \in H_s, \forall s \in S$$

$$\sum_{p \in N_{0s}} L_{jpk_r}^e = \sum_{i \in N_{0s}} L_{ijk_r}^e - N_{jkr}^e$$

$$\forall j \in PA_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S$$

Ce qui est transporté d'un point d'attaque  $j$  vers n'importe quel point  $p$ , durant la tournée  $r$ , est égal à ce qui a été transporté vers  $j$  à partir d'un point quelconque  $i$  durant la tournée  $r$ , moins ce qui a été débarqué en  $j$  durant  $r$ .

- La contrainte (23) :

$$N_{jkr}^e \leq M d_j^e \quad \forall j \in PA_s, \forall e \in E, \forall k \in H_s, \forall s \in S, \forall r \in Tours$$

Toute équipe de pompiers doit être déposée au point d'attaque lui étant assigné.

- Les contraintes (24) et (25) :

$$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} LC_{i1}^m = Q_s^m \quad \forall s \in S, \forall m \in mat$$

$$\sum_{i \in PR_s \cup B_s} LC_{i1}^e = ds_s^e NP^e \quad \forall s \in S, \forall e \in E$$

Ces contraintes déterminent respectivement les quantités de chaque coffret d'équipement et le nombre de pompiers de chaque équipe à avoir dans les différentes bases et les différents points de rencontre d'un même secteur  $s$ , au début de la tournée 1. Rappelons que les membres d'une seule équipe peuvent être séparés durant le transport.

- Les contraintes (26) et (27) :

$$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} O_{ikr}^m = LC_{i1}^m \quad \forall i \in B_s \cup PR_s, \forall s \in S, \forall m \in mat$$

$$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} O_{ikr}^e = LC_{i1}^e \quad \forall i \in B_s \cup PR_s, \forall s \in S, \forall e \in E$$

Il s'agit de la conservation de la matière : La somme de tout ce qui est chargé depuis un point de rencontre ou une base est égal à ce qui est disponible en ce point.

- La contrainte (28) :

$$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} N_{jkr}^m = D_j^m \quad \forall j \in PA_s, \forall s \in S, \forall m \in mat$$

La demande en coffrets d'équipements de chaque point d'attaque doit être respectée.

- La contrainte (29) :

$$\sum_{k \in H_s} \sum_{r \in Tours} N_{jkr}^e = NP^e d_j^e \quad \forall j \in PA_s, \forall s \in S, \forall e \in E$$

La demande en équipe de pompiers de chaque point d'attaque doit être respectée. Le paramètre  $d_j^e$  assure l'assignation des équipes aux points d'attaques.

- La contrainte (30) :

$$\sum_{m \in Mat} P_m \sum_{j \in PA_s} N_{jkr}^m + PH \sum_{e \in E} \sum_{j \in PA_s} N_{jkr}^e + \min(PH; \min_{m \in Mat} P_m) \geq \sum_{m \in Mat} P_m \sum_{j \in PA_s} N_{jkr+1}^m + PH \sum_{e \in E} \sum_{j \in PA_s} N_{jkr+1}^e$$

$$\forall k \in H_s, \forall r \leq \max T - 1, \forall s \in S$$

Pour tout aéronef k, le poids total de ce qui est déposé aux points d'attaque durant la tournée r doit être, à une constante près, supérieur ou égal au poids total déposé aux points d'attaque durant la tournée r+1. La constante étant égale au poids minimum disponible (en considérant les pompiers et les coffrets d'équipement).

Cette contrainte aurait été non nécessaire au modèle si le nombre optimal de tournées à faire était connu à l'avance. Or, puisque les aéronefs doivent faire un nombre maxT de tournées, le modèle va leur attribuer des tournées « à vide » vers le point d'attaque fictif. Cette contrainte impose aux aéronefs de laisser ces tournées « à vide » à la fin lorsque tous les équipements et tous les pompiers seront arrivés à leurs destinations.

- La contrainte (31) :

$$T_k = \sum_{\substack{i \in PR_s \cup B_s \\ j \in N_{0s} \\ r \in Tours}} TE_i x_{ijkr} + \sum_{\substack{i \in PA_s \\ j \in N_{0s} \\ r \in Tours}} (TD_i + TT_i) x_{ijkr} + \sum_{\substack{i, j \in N_{0s} \\ r \in Tours}} T_{ijk} x_{ijkr}$$

$$\forall k \in H_s, \forall s \in S$$

Cette contrainte calcule, pour chaque aéronef k, le temps total nécessaire pour accomplir sa mission. Ce temps est égal au temps total d'embarquement plus le temps total de débarquement plus le temps total de tournoiement plus le temps parcouru entre chaque paire de points visités par l'aéronef k.

### 3.5.2.3. La fonction objectif et les contrainte (31) et (32)

Il s'agit dans ce problème, de plusieurs aéronefs k qui volent en même temps pour accomplir une même mission. Minimiser le temps total de cette mission revient à minimiser le temps total de vol  $T_k$  de chaque aéronef k. Et pour cela, il faut calculer chaque  $T_k$  (contrainte (31)); Ensuite, déterminer T (contrainte (32)), qui est égale au plus grand des  $T_k$ . La fonction objectif vise alors à minimiser T; Ce principe est illustré dans la Figure 16 suivante.

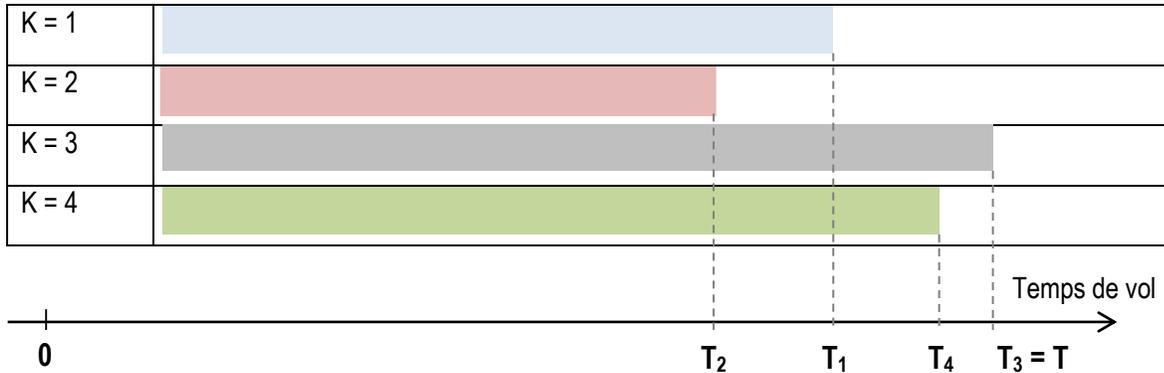


Figure 16 : Schéma explicatif de calcul et de minimisation des temps de vol  $T_k$

## 4. Validation et vérification du modèle

Le modèle mathématique élaboré au cours de ce travail a été vérifié et testé à l'aide d'ILOG Cplex Optimization Studio 12.6 sous Windows 7 Professionnel, 64 bits. Les entrées et les sorties du problème sont stockées dans une base de données MS Access 2010. L'ordinateur utilisé possède un processeur Intel Core i5, de vitesse 2,5 GHz et une mémoire RAM de capacité 4 Go.

La validation du modèle consiste à s'assurer qu'il satisfait les besoins attendus en termes de méthodes utilisées et de résultats obtenus. Le but ultime de la validation d'un modèle est de le rendre utile en adressant le bon problème, en procurant de l'information précise sur le système modelé et en rendant le modèle utilisable. La vérification du modèle vise à attester que le modèle accomplit ce pourquoi il a été conçu. Elle consiste à s'assurer que le modèle est programmé correctement, que les algorithmes ont été implantés adéquatement et que le modèle ne contient pas d'erreur ou n'a pas fait l'objet d'omissions.

La première étape de la validation consistait à faire réviser le modèle par le partenaire durant des rencontres de travail formelles. Le but consistait à évaluer si le modèle décrit le système de manière précise. Plusieurs tests ont été réalisés pour la validation. Nous avons utilisé une approche consistant à vérifier si les résultats obtenus correspondaient avec les résultats attendus pour une instance courante du problème, vécue par le partenaire du projet, et jugée par lui-même comme étant « assez compliquée ». Cette instance correspond à une situation type (paragraphes 4.1 et 4.2) tirée de données réelles, elle nous a permis de valider les concepts, paramètres et éléments du modèle avec notre partenaire de recherche.

Ensuite, les instances de problèmes ont été progressivement grossies tout en s'assurant de la précision des résultats à chaque étape. Le Tableau 9 présente quelques scénarios testés lors de l'évaluation du modèle.

Tableau 9: Quelques scénarios testés lors de l'évaluation du modèle

Scénario	Secteur	Nb d'hélicos	Nb d'équipes	Nb de pompiers	Nb de coffrets	Nb de PA	Nb de PR
I	1	2	4	4+5+5+5	4M1+9M1+9M2	3	2
	2	2	4	4+4+7+8	10M1+11M2+6M3	3	2
II	1	2	5	7+8+9+7+9	4M1+9M2+9M3	3	2
	2	2	6	8+9+7+8+7+8	10M1+11M2+6M3	3	3
III	1	3	5	7+7+7+7+7	6M1+7M2+8M3	4	2
	2	3	6	7+7+7+7+7+7	8M1+6M2+6M3	4	3

Finalement, la dernière étape d'évaluation du modèle consiste à étudier les facteurs influant le temps de résolution et de quantifier le degré de leur influence.

## 4.1. Situation type

### 4.1.1. Les nœuds constitutifs

La situation type illustrée à la Figure 17, est une situation réelle qui se compose de deux secteurs de vol. Chaque secteur est constitué d'une base de départ, de deux points de rencontre, de trois points d'attaque réels et d'un point d'attaque fictif. Les distances entre les différents points sont présentées dans l'annexe B.

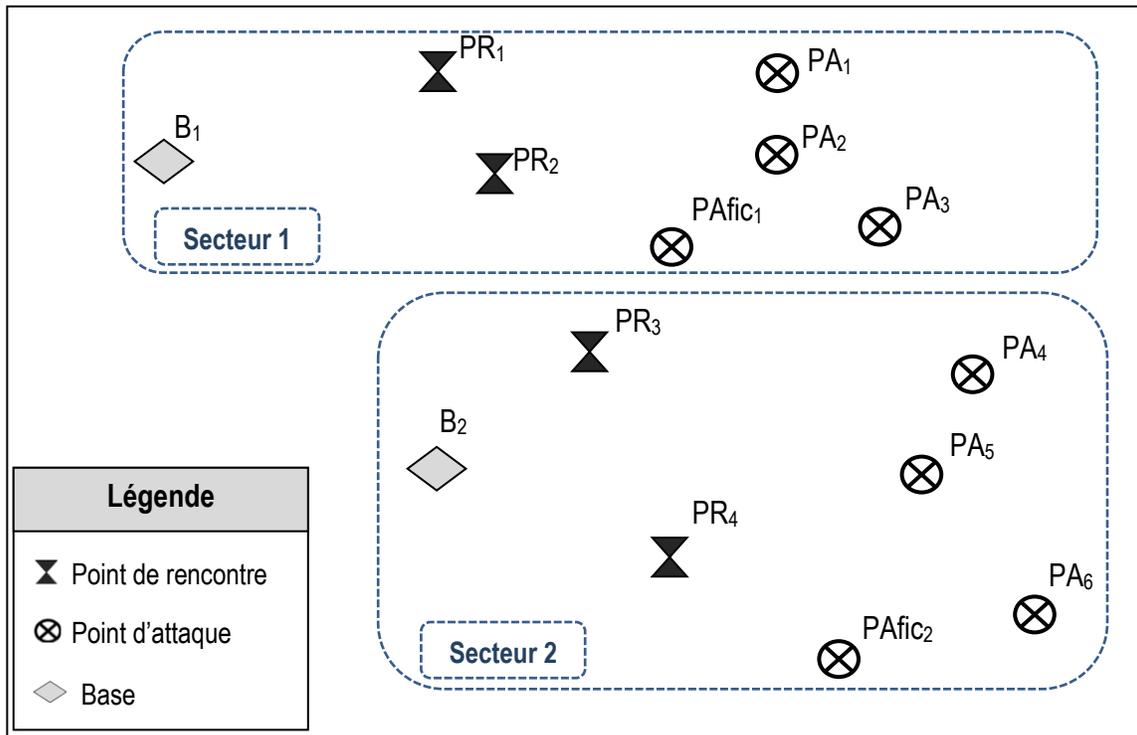


Figure 17: L'ensemble des points constituant la situation type

#### 4.1.2. Les ressources disponibles aux bases

Deux hélicoptères par secteur sont considérés. Ils sont tous de type moyen porteur ayant une charge utile de 3407 lbs, 14 places assises et une vitesse maintenue constante de 220 km/h.

Trois catégories de coffrets d'équipement M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> et M<sub>3</sub> sont utilisés dans les opérations d'extinction. Leur poids respectifs sont de 100 lbs, 350 lbs, et 700 lbs. Le Tableau 10 identifie le nombre de coffrets d'équipement, par type, disponibles à chaque base.

Tableau 10 : Nombre de coffrets d'équipement, par type, disponibles aux bases

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
B <sub>1</sub>	4	9	9
B <sub>2</sub>	10	11	6

Également, quatre équipes de pompiers sont disponibles à chaque base. Le Tableau 11 identifie les bases de départ des équipes ainsi que le nombre de pompiers pour chacune d'entre elles.

Tableau 11: Bases de départ des équipes et nombre de pompiers constituant chaque équipe

	Équipe	Nombre de pompiers
<b>B1</b>	E1	4
	E2	5
	E8	5
	E4	5
<b>B2</b>	E3	4
	E7	4
	E6	7
	E5	8

#### 4.1.3. Les demandes aux points d'attaque

La demande des points d'attaque en équipement et en pompiers est détaillée au Tableau 12. Sur la base des besoins en pompiers, les équipes sont pré assignées par le personnel de la SOPFEU. Le modèle n'effectue pas l'assignation des équipes aux points d'attaque, il vise plutôt à déterminer comment chacun des pompiers de chacune des équipes atteindra le point d'attaque lui ayant été assigné.

Tableau 12: Nombre de coffrets d'équipement et assignation des équipes pour chaque point d'attaque

	M1	M2	M3	Équipe
<b>PA1</b>	2	3	4	E1
<b>PA2</b>	1	4	2	E2 E8
<b>PA3</b>	1	2	3	E4
<b>Total secteur 1</b>	<b>4</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	-
<b>PA4</b>	3	2	1	E3 E7
<b>PA5</b>	2	4	3	E6
<b>PA6</b>	5	5	2	E5
<b>Total secteur 2</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>6</b>	-

## 4.2. Solution optimale de la situation type relative au secteur 1

La solution obtenue fournit les détails des chargements/ déchargements en quantités d'équipements et en nombre de pompiers par équipe pour chacun des quatre hélicoptères. Nous allons nous limiter à présenter le détail de la solution pour le secteur 1. La solution détaillée pour le secteur 2 est présentée à l'annexe C.

### 4.2.1. Constitution des tournées

Ce sont les variables de décision binaires  $x_{ijk}$  qui tracent les chemins optimaux à emprunter par chaque hélicoptère  $k$ . Ces chemins sont composés par un ensemble d'arcs, chaque arc est identifié par le point d'origine  $i$ , le point de destination  $j$  et le numéro de tournée  $r$ .

Les points qui composent les tournées optimales à effectuer par chaque hélicoptère sont représentés sur les Figures 18 et 19. Rappelons qu'une tournée commence et se termine par un point de rencontre ou une base et doit contenir au moins un point d'attaque. Le point de début et le point de fin d'une tournée ne sont pas nécessairement identiques.

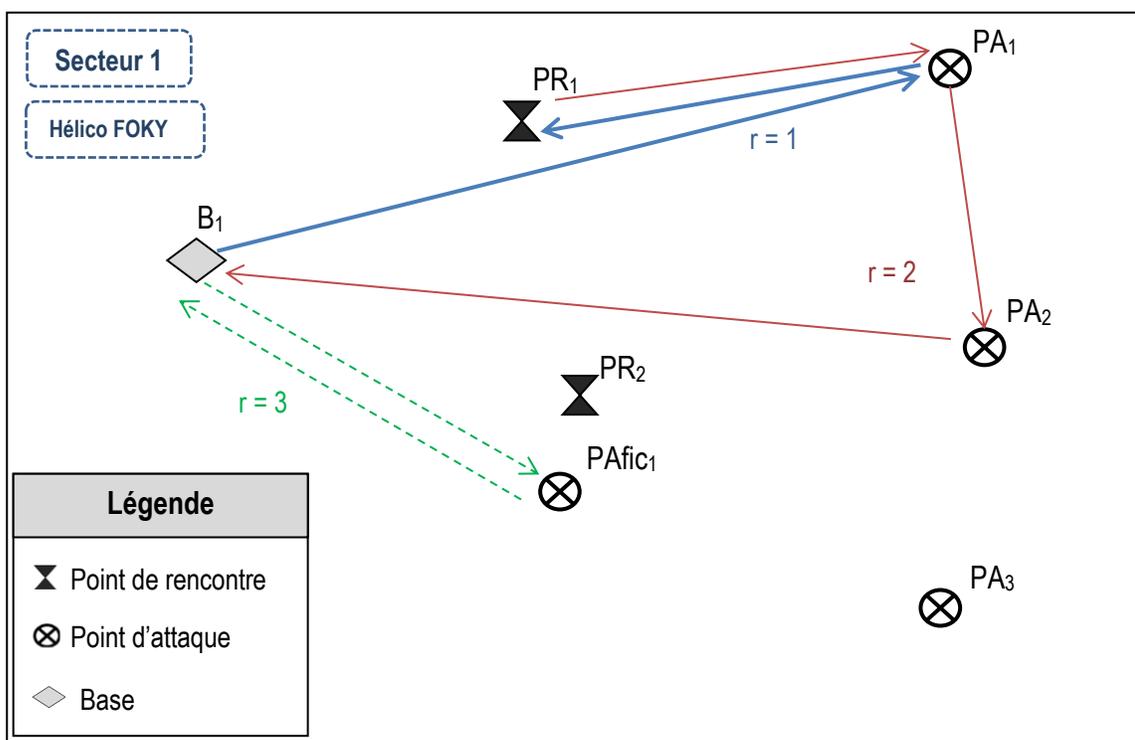


Figure 18: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type

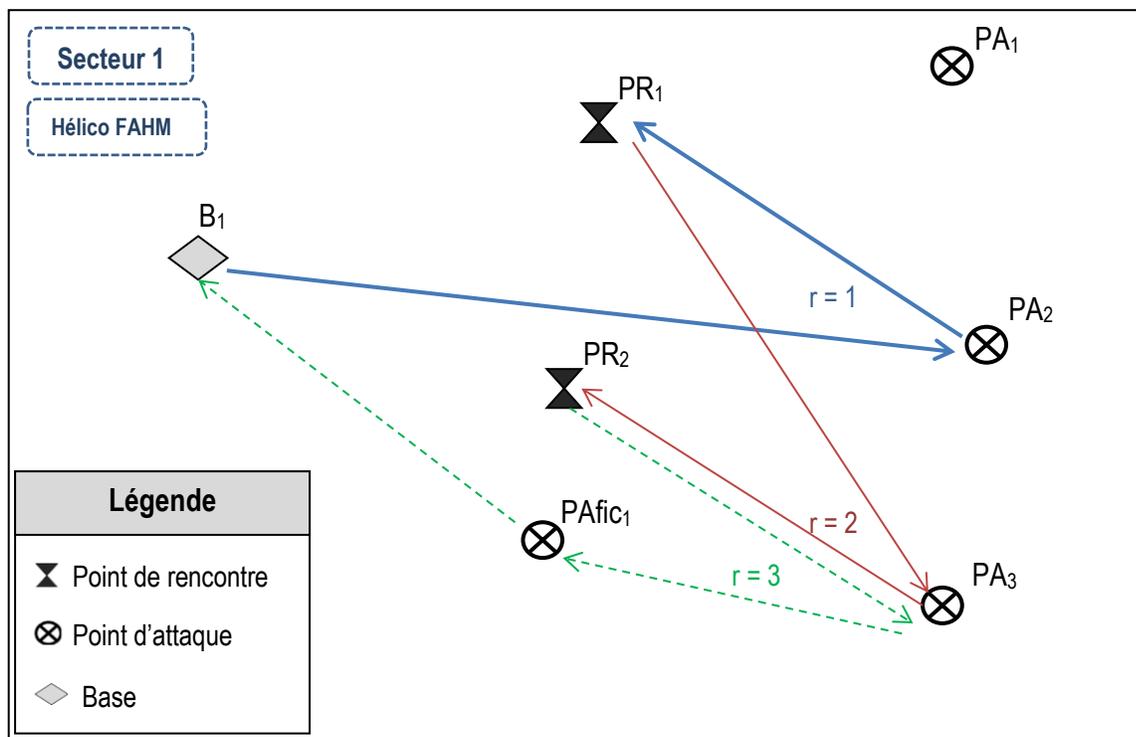


Figure 19: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FAHM – Solution optimale de la situation type

Pour l'hélicoptère FOKY de la Figure 18, la troisième tournée est une tournée fictive, ce qui veut dire que le nombre optimal effectif de tournées pour cet hélico est de 2. Alors que pour l'hélicoptère FAHM de la Figure 19, le nombre optimal effectif de tournées est égal au nombre maximal de tournées ( $\max T = 3$ ).

#### 4.2.2. Ressources disponibles aux points de rencontres

Les ressources qui doivent être disponibles aux points de rencontre et aux bases au début de la première tournée sont déterminées par les variables entières  $LC^{m_{i1}}$  et  $LC^{e_{i1}}$ . Ce sont ces variables qui assureront la liaison entre notre problème aérien et le problème terrestre qui n'est pas traité par le présent travail.  $LC^{m_{i1}}$  et  $LC^{e_{i1}}$  seront des paramètres d'entrée du problème terrestre (pour tout point  $i$  différent de la base de départ  $B_1$ ), cette liaison est expliquée au paragraphe 1.3.4.2. Les Tableaux 13 et 14 présentent le nombre de coffrets d'équipement et le nombre de pompiers par équipe respectivement à être disponibles à chaque base ou point de rencontre, pour être par la suite embarqués par les hélicoptères.

Tableau 13: Nombre et catégories de coffrets d'équipement à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 1 – Solution optimale de la situation type

Bases ou points de rencontre	Coffrets d'équipement		
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
B <sub>1</sub>	1	1	6
PR <sub>1</sub>	2	8	1
PR <sub>2</sub>	1	0	2

Tableau 14: Nombre de pompiers à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 1 – Solution optimale de la situation type

Bases ou points de rencontre	Équipes			
	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>8</sub>
B <sub>1</sub>	1	3	0	5
PR <sub>1</sub>	3	2	4	0
PR <sub>2</sub>	0	0	1	0

#### 4.2.3. Ressources transportées et déposées aux points d'attaque

Le transport des ressources est piloté par trois ensembles de variables entières de décision : les variables de chargement aux bases et points de rencontre  $O^{m_{ikr}}$  et  $O^{e_{ikr}}$ , les variables de transport entre chaque paire de points  $L^{m_{jkr}}$  et  $L^{e_{jkr}}$ , et les variables de déchargement aux points d'attaque  $N^{m_{jkr}}$  et  $N^{e_{jkr}}$ .

Les Tableaux 15 et 16 présentent les valeurs des variables  $O^{m_{ikr}}$  et  $O^{e_{ikr}}$ , à savoir le nombre de chaque catégorie de coffrets d'équipement et le nombre de pompiers par équipe respectivement, à embarquer par les hélicoptères, à partir des bases et des points de rencontre durant les tournées.

Tableau 15 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	B <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	1	E <sub>1</sub>	1
		M <sub>3</sub>	4		
2	PR <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	2	E <sub>1</sub>	3
		M <sub>2</sub>	6	E <sub>2</sub>	2

Tableau 16: Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FAHM – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	B <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	1	E <sub>2</sub>	3
		M <sub>3</sub>	2	E <sub>8</sub>	5
2	PR <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	2	E <sub>4</sub>	4
		M <sub>3</sub>	1		
3	PR <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	1	E <sub>4</sub>	1
		M <sub>3</sub>	2		

Les Figures 20 et 21 illustrent les valeurs des variables  $L^{m_{ijk}}$  et  $L^{e_{ijk}}$ , à savoir les nombres de coffrets d'équipement et le nombre de pompiers à transporter entre les points visités par les hélicoptères FOKY et FAHM respectivement. Pour ne pas trop charger les figures, les arcs sur lesquels les hélicos ne transportent rien, ne sont pas tracés.

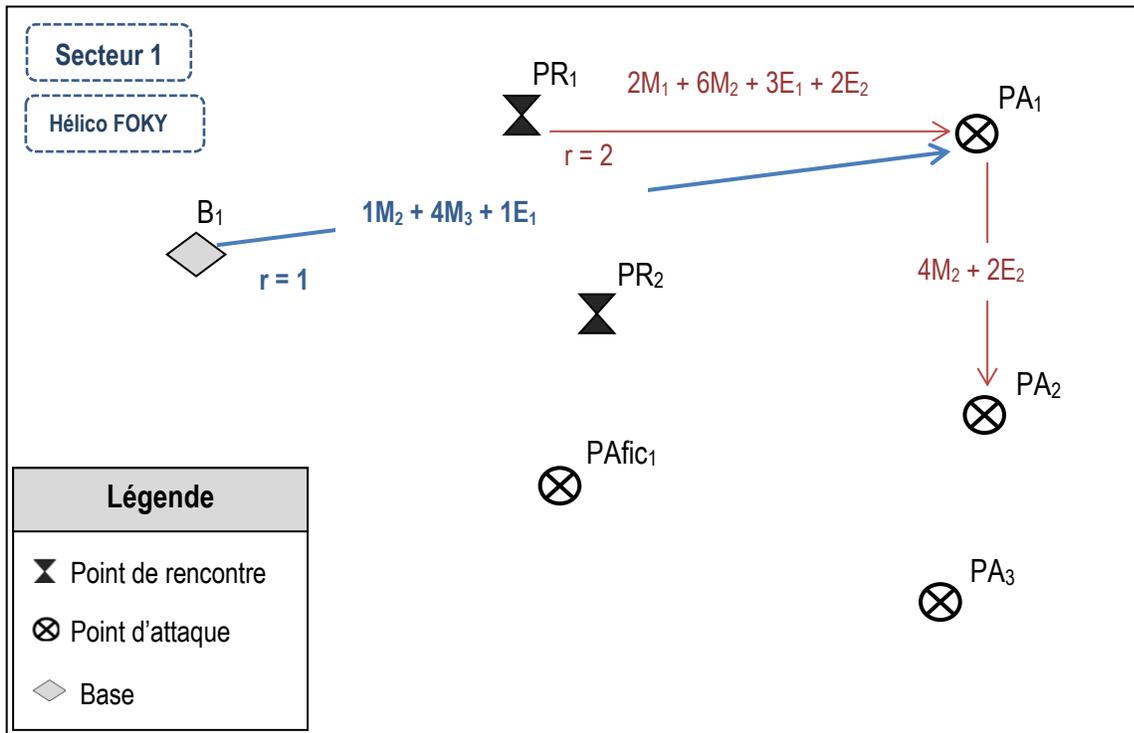


Figure 20 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FOKY entre les points – Solution optimale de la situation type.

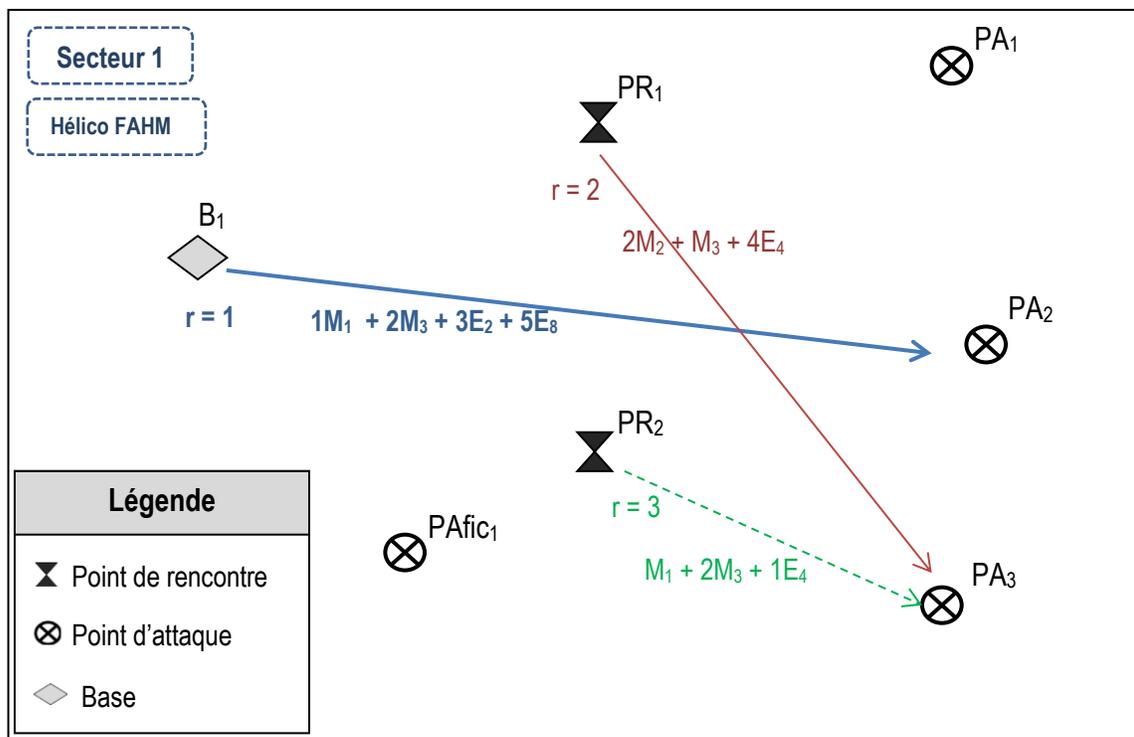


Figure 21 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FAHM entre les points – Solution optimale de la situation type.

Les Tableaux 17 et 18 représentent les valeurs des variables  $N_{jkr}^m$ ,  $N_{jkr}^e$ . Ils fournissent pour chacun des hélicoptères du secteur 1, le nombre et la catégorie de coffrets d'équipement et le nombre de pompiers par équipe respectivement, à déposer dans chaque point d'attaque et durant chaque tournée.

Tableau 17 : Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	PA <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	1	E <sub>1</sub>	1
		M <sub>3</sub>	4		
2	PA <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	2	E <sub>1</sub>	3
		M <sub>2</sub>	2		
	PA <sub>2</sub>	M <sub>2</sub>	4	E <sub>2</sub>	2

Tableau 18: Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FOKY – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	PA <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	1	E <sub>2</sub>	3
		M <sub>3</sub>	2	E <sub>8</sub>	5
2	PA <sub>3</sub>	M <sub>2</sub>	2	E <sub>4</sub>	4
		M <sub>3</sub>	1		
3	PA <sub>3</sub>	M <sub>1</sub>	1	E <sub>4</sub>	1
		M <sub>3</sub>	2		

La solution obtenue est une solution complète. Elle respecte toutes les contraintes du problème : les demandes aux points d'attaque sont satisfaites, les poids transportés ne dépassent pas les charges utiles des hélicoptères et la constitution des tournées est correcte. Cette solution a été obtenue en **1 minute et 6 secondes**.

### 4.3. Étude de la variation du temps de résolution

Une des principales raisons pour lesquelles le modèle mathématique a été élaboré est de permettre une planification plus rapide que celle de l'opérateur humain, de préférence en 30 minutes, et ce, quelle que soit la situation traitée. Parallèlement, plus cette situation est complexe, plus le modèle prendra du temps à la résoudre. C'est pourquoi, il s'avère important de définir les facteurs qui ont une influence sur le temps de résolution et d'étudier leur impact en testant le modèle sur plusieurs situations. Ces tests vont permettre d'avoir une idée plus claire sur les « limitations » du modèle mathématique et de la taille des problèmes pouvant être résolus dans le temps prescrit.

Les facteurs suivant ont été testés pour déterminer leur influence sur le temps de résolution du problème :

- 1- Le nombre des variables du problème : étudié en 4.3.1 à travers le nombre des tournées fictives et en 4.3.2 à travers le nombre de secteurs pris en charge;
- 2- La taille du domaine des solutions réalisables, étudié en 4.3.3

#### 4.3.1. Influence des tournées fictives sur le temps de résolution

Au moment de la planification, l'opérateur ne connaît pas le nombre exact de tournées nécessaires aux hélicos pour effectuer leur mission. Alors, il se base sur son expérience pour attribuer une première valeur

«quelconque » au nombre maximal de tournées, maxT (voir le paragraphe 3.1). Ensuite, à partir des résultats obtenus, il décide d'augmenter (en cas d'infaisabilité) la valeur de maxT, et il lance le modèle une autre fois. Il continue ainsi jusqu'à ce qu'il y ait dans la solution optimale au moins un hélico qui ne fait pas de tournée fictive. Le maxT dans ce cas correspond au nombre optimal de tournées (le paragraphe 3.6.3 fournit une définition des trois notions relatives au maxT).

C'est pour cette raison qu'il est important d'étudier l'influence du choix de la valeur de maxT sur le temps de résolution. À partir des données de la situation type définie en 4.1.1, nous avons attribué plusieurs valeurs à maxT et nous avons enregistré à chaque fois, le temps de résolution. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 19 suivant.

Tableau 19 : Influence des tournées fictives sur le temps de résolution

Valeur de maxT	Nombre de variables	Temps de résolution
2	1 412	Infaisable
<b>3*</b>	<b>2 086</b>	<b>1 min 6 s</b>
4	2 760	1 min 24 s
5	3 434	1 min 28 s
6	4 108	6 min 30 s
7	4 782	8 min 31 s
8	5 456	10 min 54 s
9	6 130	22 min 45 s
10	6 804	45 min 24 s

Comme mentionné auparavant, le nombre optimal de tournées dans ce cas est de 3. Les nombres effectifs optimaux de tournées sont 2 pour l'hélico FOKY et 3 pour l'hélico FAHM. Si on attribue à maxT la valeur 4, nous savons qu'il y aura au moins  $4 - 3 = 1$  tournée fictive effectuée par tous les hélicos. Nous constatons que plus la différence entre le nombre optimal de tournées et maxT est importante, plus le temps de résolution augmente. Ceci peut être expliqué par l'augmentation significative des nombres de variables du problème.

**Dans tous les tests qui vont suivre nous allons travailler avec le paramètre maxT qui coïncide avec le nombre optimal de tournées.**

#### 4.3.2. Influence des secteurs pris en charge par le modèle : Comparaison entre le modèle à un secteur et le modèle à plusieurs secteurs

Tel que demandé par le partenaire du projet, le modèle mathématique élaboré par ce travail est conçu pour pouvoir prendre en charge plusieurs secteurs de vol à la fois. En effet, il peut résoudre une situation quel que soit le nombre de secteurs qu'elle contient. Cela s'avère pratique dans la mesure où il facilite la saisie des données d'entrée et minimise les probabilités d'erreurs : un seul fichier de bases de données sera à définir par l'opérateur.

Néanmoins, quand plusieurs secteurs sont considérés à la fois, le nombre de variables du problème est multiplié par le nombre de secteurs, ce qui peut augmenter considérablement le temps de résolution. Une autre alternative qui pourra être vérifiée consiste à résoudre le problème secteur par secteur. C'est-à-dire utiliser le modèle mathématique qui ne tient compte que d'un seul secteur. Ceci est possible vue la nature du problème : Les opérations de transport dans les secteurs se déroulent en parallèle et il n'y a aucune interaction ni chevauchement entre elles. Dans ce cas, l'opérateur devra définir autant de fichiers de bases de données que de secteurs.

Malgré cette réalité, le partenaire du projet a souhaité tester les deux modèles mathématiques: le modèle à un secteur et le modèle à plusieurs secteurs. Dans le cas où la différence entre les temps de résolution n'est pas très grande, ce sera le modèle à plusieurs secteurs qui sera retenu.

Afin de pouvoir comparer les temps de résolution de ces deux modèles, huit scénarios sont définis. Le scénario 1 correspond à la situation type définie en 4.1.1; les scénarios suivants sont complexifiés progressivement en accroissant la taille du problème à résoudre. Le tableau 20 présente la composition des scénarios testés en nombre de nœuds, en effectifs et en nombres des autres ressources. Dans le but de faciliter la lecture du tableau, les éléments qui changent d'un scénario à l'autre sont mis en gras. Il est à noter que, chaque scénario est constitué de deux secteurs, et que chaque secteur dispose d'une seule base de départ.

Tableau 20 : Composition des scénarios pour étudier les temps de résolution des modèles à un secteur et à deux secteurs

Scénario	Secteur	Nb hélicoptères	Nb équipes	Nb de pompiers	Nb de coffrets	Nb PA	Nb PR
I	1	2	4	4+5+5+5	$4M_1+9M_2+9M_3$	3	2
	2	2	4	4+4+7+8	$10M_1+11M_2+6M_3$	3	2
II	1	2	5	7+8+9+7+9	$4M_1+9M_2+9M_3$	3	2
	2	2	6	8+9+7+8+7+8	$10M_1+11M_2+6M_3$	3	3
III	1	3	5	7+7+7+7+7	$6M_1+7M_2+8M_3$	4	2
	2	3	6	7+7+7+7+7+7	$8M_1+6M_2+6M_3$	4	3
IV	1	3	5	7+8+9+7+9	$7M_1+9M_2+11M_3$	3	2
	2	3	6	8+9+7+8+7+8	$12M_1+13M_2+9M_3$	3	3
V	1	3	5	11+11+11+11+11	$15M_1+10M_2+15M_3$	4	3
	2	3	6	7+7+7+7+7+7	$8M_1+6M_2+6M_3$	4	3
VI	1	3	5	11+11+11+11+11	$15M_1+10M_2+15M_3$	4	4
	2	3	6	9+9+9+9+9+9	$10M_1+10M_2+8M_3$	4	4
VII	1	3	5	11+11+11+11+11	$10M_1+8M_2+11M_3+4M_4$	4	4
	2	3	6	9+9+9+9+9+9	$7M_1+8M_2+7M_3+4M_4$	4	4
VIII	1	3	5	11+11+11+11+11	$15M_1+10M_2+12M_3$	5	4
	2	3	6	9+9+9+9+9+9	$10M_1+10M_2+8M_3$	5	4

Dans un premier temps, les scénarios du Tableau 20 ont été testés avec le modèle à un secteur. Pour ce faire, deux bases de données ont été élaborées : une pour le secteur 1 et une pour le secteur 2, et ce pour chaque scénario. Le Tableau 21 illustre le temps de résolution, le MaxT optimal, ainsi que le nombre de variables continues, entières et binaires relatifs à chaque secteur.

Tableau 21 : Nombre de variables et temps de résolution des scénarios pour le modèle à un secteur

Scénario	Secteur	Nombre de variables			MaxT	Temps de résolution
		continues	entières	binaires		
I	1	3	1 862	221	3	1 min 6s
	2	3	1 862	221	3	1 min 6s
II	1	3	2 128	221	3	48s
	2	3	4 185	397	4	1min 56s
III	1	4	2 800	299	2	2min 59s
	2	4	5 994	581	3	1min 43s
IV	1	4	3 160	329	3	4min 24s
	2	4	4 698	446	3	2min 52s
V	1	4	5 328	581	3	1min 8s
	2	4	5 994	581	3	1min 43s
VI	1	4	6 632	734	3	18min 08s
	2	4	7 461	734	3	10min 12s
VII	1	4	7 461	734	3	1h 57min
	2	4	8 290	734	3	35min 38s
VIII	1	4	8 072	905	3	1h 18min
	2	4	9 081	905	3	2h 25min

Dans un deuxième temps, les scénarios du Tableau 20 ont été testés avec le modèle à deux secteurs. Pour ce faire, une seule base de données par scénario a été définie. Le temps de résolution, le MaxT optimal et le nombre de variables continues, entières et binaires relatifs à chaque scénario sont présentés au Tableau 22.

Tableau 22: Nombre de variables et temps de résolution pour le modèle à deux secteurs

Scénario	Nombre de variables			MaxT	Temps de résolution
	continues	entières	binaires		
I	5	3 724	442	3	2min 40s
II	6	7 001	690	4	21min 42s
III	8	10 162	1 067	3	21min 2s
IV	8	7 858	775	3	32min 3s
V	8	11 322	1 162	3	28min 55s
VI	8	14 093	1 468	3	18h 56min 29s
VII	8	15 751	1 468	3	Arrêt après 1h 44min
VIII	8	17 153	1 810	3	Arrêt après 1h 32min

Les temps de résolution du modèle à un secteur et du modèle à deux secteurs sont résumés dans le Tableau 23. Le temps de résolution du modèle à un secteur est obtenu en additionnant le temps de résolution pour le secteur 1 et le temps de résolution pour le secteur 2.

Tableau 23: Tableau récapitulatif des temps de résolutions des deux modèles pour chaque scénario

Scénario	Temps de résolution	
	Modèle à 1 secteur	Modèle à 2 secteurs
I	2min 12s	2 min 40s
II	2min 44s	21 min 42s
III	4min 42s	21min 2s
IV	7min 16s	32 min 3s
V	2min 51s	28 min 55s
VI	29min 20s	18h 56min
VII	2h 32min 38s	Arrêt
VIII	3h 43min	Arrêt

À première vue, Il est clair que les temps de résolution du modèle à un secteur sont plus petits que les temps de résolution du modèle à deux secteurs. La valeur de cette différence entre les temps de résolution des deux types de modèles augmente considérablement avec l'accroissement du nombre de variables du problème. Au scénario VI, le temps de résolution du modèle à deux secteurs devient si grand qu'il ne peut être accepté. Le modèle à deux secteurs devient incapable de fournir la solution optimale à partir du scénario VII. En effet, après environ deux heures du lancement du modèle, celui-ci s'arrête en affichant le message : « Out of memory » ce qui veut dire qu'il ne dispose plus d'espace mémoire où il peut stocker les solutions retenues en vue de les comparer pour fournir la solution optimale. Rappelons que l'on travaille avec les paramètres ajustés de Cplex et que toutes les mesures ont été prises afin de maximiser l'efficacité du processeur lors de l'exécution du programme.

Si l'on exclue le scénario 1 qui représente la situation type étudiée en 4.1, le modèle à un secteur est considérablement plus rapide que le modèle à deux secteurs. De plus, le modèle à un secteur peut être exécuté en parallèle sur deux machines, ce qui va réduire le temps de résolution par la moitié. C'est pour toutes ces raisons que nous recommandons l'utilisation du modèle à un secteur et de l'exécuter autant de fois que nécessaire.

**Dans tout ce qui suit nous allons travailler avec le modèle à un seul secteur.**

#### 4.3.3. Influence du domaine de solutions réalisables sur le temps de résolution

Les résultats du Tableau 22 montrent qu'il n'y a pas de corrélation exacte entre le temps de résolution et le nombre de variables du problème. En effet, pour deux situations différentes ayant le même nombre de variables, les temps de résolutions sont différents dans la plupart des cas. Par exemple, sur le Tableau 23 ci-dessous qui reprend une partie du Tableau 21, la situation correspondante au secteur 2 du scénario VI

contient le même nombre de variables que la situation correspondante au secteur 1 du scénario VII, tandis que les temps de résolution pour chacune des situations sont environ de 10 minutes et 2 minutes respectivement.

D'autre part, malgré que le temps de résolution tende généralement à croître en fonction du nombre des variables, comme le montre le graph de la Figure 22, il peut y avoir des situations où le temps de résolution décroît en fonction du nombre des variables. C'est le cas du scénario VI, où la résolution du modèle pour le

secteur 1 prend 19 minutes et la résolution du modèle pour le secteur 2 prend 10 minutes; alors que le nombre de variables du secteur 1 est inférieur au nombre de variables du secteur 2.

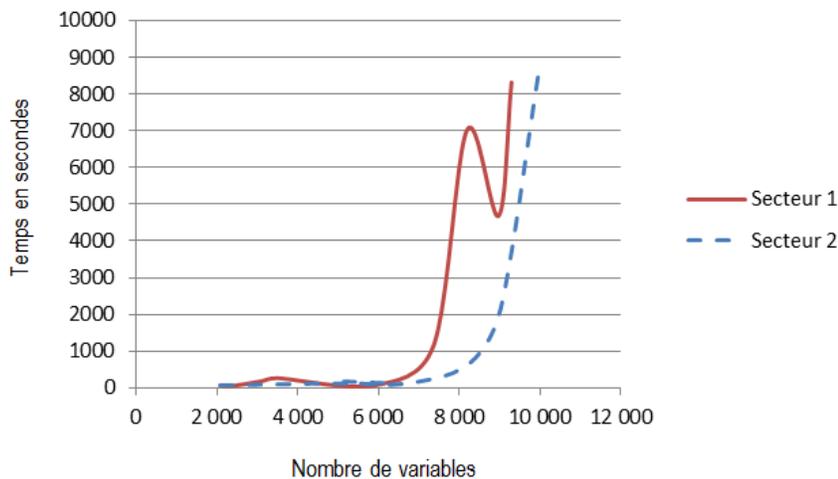


Figure 22: Variation du temps de résolution en fonction du nombre total des variables pour les secteurs 1 et 2

Tableau 24: Reprise des scénarios VI et VII du Tableau 22

Scénario	Secteur	Nombre de variables			MaxT	Temps de résolution
		continues	entières	binaires		
VI	1	4	6 632	734	3	19min 08s
	2	4	7 461	734	3	10min 12s
VII	1	4	7 461	734	3	1h 57min
	2	4	8 290	734	3	35min 38s

Ces particularités peuvent être expliquées par le fait qu'il y a un autre facteur (autre que le nombre de variables) qui influe le temps de résolution : *il s'agit de la taille du domaine des solutions réalisables*. Plus il y a de solutions réalisables, plus le modèle s'attarde sur l'analyse et la comparaison de ces solutions. Pour des

situations différentes ayant le même nombre de variables, la taille du domaine des solutions réalisables peut changer à cause des éléments suivants:

- Changement du nombre de coffrets d'équipements d'au moins un type,
- Modification de la destination d'au moins un coffret d'équipement,
- Changement du nombre de pompiers d'au moins une équipe,
- Modification de destination d'au moins une équipe de pompiers,
- Modification des distances entre au moins deux nœuds du problème,
- Modification de la charge utile d'au moins un hélicoptère.

Une des façons qui permettent d'étudier l'influence du nombre de solutions réalisables sur le temps de résolution consiste à fixer le nombre des nœuds, le nombre des types de coffrets d'équipements, le nombre d'équipes de pompiers, le nombre d'hélicoptères et le nombre maximal de tournées  $\max T$ , ce qui fixe le nombre de variables du problème. Et de modifier ensuite le nombre de coffrets d'équipements par type et le nombre de pompiers par équipe. Bien sûr il faut veiller à ce que ce transport soit faisable avec le nombre d'hélicos et le  $\max T$  définis.

À partir du scénario VI défini dans le Tableau 20, plusieurs autres scénarios sont définis en modifiant seulement le nombre de pompiers par équipe et le nombre de coffrets d'équipements par type. Le nombre d'hélicoptères et le  $\max T$  sont fixés tous les deux à 3. La composition de chaque scénario est présentée dans le Tableau 25. Les temps de résolution ainsi que le nombre de variables pour les scénarios sont présentés dans le Tableau 26.

Tableau 25: Définition des scénarios pour tester l'influence de la taille du domaine des solutions réalisables sur le temps de résolution

Scénario	Nb hélicos	Nb de pompiers	Nb de coffrets	Nb PA	Nb PR
VI	4	11+11+11+11+11	15M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +15M <sub>2</sub>	4	4
IX		12+12+11+11+11	15M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +15M <sub>2</sub>		
X		12+12+12+12+12	15M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +15M <sub>2</sub>		
XI		12+12+11+11+11	17M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +15M <sub>2</sub>		
XII		12+12+11+11+11	17M <sub>1</sub> +12M <sub>2</sub> +12M <sub>3</sub>		
XIII		12+12+12+12+12	17M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +12M <sub>3</sub>		
XIV		11+11+12+12+12	16M <sub>1</sub> +10M <sub>2</sub> +13M <sub>3</sub>		

Tableau 26: Temps de résolution pour des scénarios définis au Tableau 24 et ayant le même nombre de variables

Scénario	Nombre de variables			MaxT	Temps de résolution
	continues	entières	binaires		
VI	4	6 632	734	3	18min 8s
IX					16min 46s
X					8min 30s
XI					10min 25s
XII					14min 43s
XIII					13min 43s
XIV					14min 38s

D'après les résultats ci-dessus, les temps de résolution des scénarios composés chacun d'un total de 7370 variables (continues, entières et binaires combinées) et ayant un maxT égale à 3, peut varier entre 8 minutes et 18 minutes.

Ce que l'on peut déduire de cette expérimentation, c'est qu'il n'y a pas de correspondance exacte entre le nombre de variables du problème et le temps de résolution. Certes le temps de résolution tend généralement à croître en fonction du nombre de variables. Cependant, à cause de l'influence de la taille du domaine des solutions réalisables, on ne peut pas attribuer une valeur exacte de temps de résolution à un nombre donné de variables, mais plutôt un intervalle de valeurs.

#### 4.3.4. Efficacité du modèle mathématique

Selon les résultats illustrés dans le Tableau 21, le modèle mathématique élaboré au cours de ce travail et prenant en considération un seul secteur à la fois, est capable de résoudre une situation se constituant de 8000 variables entières et de 750 variables binaires en une vingtaine de minutes. Cette situation peut être, par exemple, l'équivalent d'un problème composé de 9 nœuds (bases de départ, points de rencontre et points d'attaque), 5 équipes de pompiers, 3 types de coffrets d'équipement et 3 hélicos. Le nombre total de pompiers et le nombre total de coffrets d'équipement étant limités par la charge utile des hélicos et par un nombre maximal de 3 tournées par hélico.

Les situations les plus susceptibles de survenir dans la réalité se composent de moins de paramètres que la situation précédemment décrite. Notons que, d'après les résultats du Tableau 21, le temps de résolution par Cplex des cinq premiers scénarios, qui représentent les scénarios les plus probables, se situe entre 48 secondes et 5 minutes. Cependant, pour garantir la prise en considération du maximum des scénarios possibles, nous considérons que le temps de résolution est de 20 minutes.

Comme mentionné au paragraphe 1.3.3, la planification, par un opérateur humain, des opérations d'extinction des feux, dure entre deux et trois heures. Avec le modèle mathématique développé, cette opération dure au plus une trentaine de minutes (une vingtaine de minutes pour la résolution par Cplex et une dizaine de minutes pour la saisie des données). Nous pouvons donc constater que le présent travail a permis une réduction de plus de 75% du temps de planification; Ce qui répond amplement aux attentes de la SOPFEU.

### 4.4. Recommandations et perspectives d'avancement

#### 4.4.1. Recommandations

Afin de garantir une meilleure utilisation du modèle mathématique élaboré et une planification plus efficace des opérations aériennes, nous recommandons les mesures suivantes :

1. Utiliser le modèle à un secteur et l'exécuter autant de fois qu'il y a de secteurs, notons que l'utilisation dans ce cas de plusieurs ordinateurs en parallèle diminuera considérablement le temps de résolution.
2. Commencer par attribuer au paramètre maxT la plus petite valeur estimée raisonnable, ensuite, en cas d'infaisabilité, passer à maxT+1, jusqu'à l'obtention d'une solution réalisable. Le temps que prend le modèle pour décider qu'une situation est infaisable, est de l'ordre de quelques dizaines de secondes. Alors que le temps de résolution d'une situation avec une grande valeur de maxT peut être important à cause de tournées fictives éventuelles.

3. Imposer au modèle de ne pas chercher la solution optimale exacte mais plutôt une solution à un pourcentage près de l'optimum. Nous avons constaté également qu'une grande partie du temps de résolution est gaspillée à cause des critères d'optimalité trop strictes. Le modèle identifie rapidement des solutions réalisables et cherche par la suite à l'améliorer. L'utilisateur pourrait utiliser un critère d'arrêt de la recherche comme par exemple 5% « optimality gap », ce qui signifie que dans le pire des cas, la solution obtenue se situe à 5% de l'optimal.

#### 4.4.2. Perspectives d'avancement

Un premier avancement du présent travail consistera en l'introduction des contraintes de carburant au modèle mathématique défini. Ce sont les contraintes qui exprimeront la variation de la charge utile des aéronefs en fonction de la variation de la quantité du carburant à bord, plus les contraintes qui exprimeront les conditions permettant le choix de l'autonomie de vol, et du point et moment de ravitaillement. Cette formulation pourra permettre d'évaluer la pertinence de la pratique actuelle de commencer la journée avec une autonomie de 2 heures de vol. La SOPFEU a un objectif de faire entrer le personnel et les équipements en moins d'une heure trente afin de maximiser le temps de lutte. Une autonomie de 2 heures signifie que moins de charge utile est disponible au départ des bases et que plus de voyages seront possiblement nécessaires.

Un second avancement consistera à élaborer et valider le modèle terrestre en réponse aux exigences du modèle aérien. Le problème de déploiement de ressources en cas de feux de forêts majeurs sera ainsi entièrement représenté de point de vue mathématique.

Enfin, pour résoudre le problème de déploiement de ressources qui sera composé de deux modèles mathématiques (aérien et terrestre), des approches faisant appel à des heuristiques ou méta-heuristiques permettraient de résoudre des problèmes de plus grande taille dans des délais raisonnables.

Comme le montre le graphe de la Figure 23 de la page 76, le temps de résolution croît de manière exponentielle en fonction du nombre de variables. Le problème aérien à l'étude, qui n'est qu'une partie du problème de déploiement de ressources, appartient donc à la classe des problèmes NP-Difficiles. C'est d'ailleurs le cas de tous les problèmes de tournées de véhicules (VRP). Par conséquent, il est certain que le temps de résolution du problème de déploiement de ressources, par un solveur comme CPLEX, qui utilise les méthodes déterministes d'optimisation, sera plus prohibitif.

En effet, bien que les méthodes exactes telles que les coupes et séparations (Branch and Cut) ou les coupes sécantes (Cutting-Plane) utilisées par CPLEX garantissent l'obtention de la solution optimale, ceci peut être effectué au détriment du temps de résolution, notamment quand le nombre de variables décisionnelles devient

grand. Les méthodes heuristiques, quant à elles, ne garantissent pas l'optimalité, mais utilisent des processus aléatoires pour fournir des solutions rapprochées de l'optimum dans des temps raisonnables.

Nous recommandons particulièrement l'utilisation des méta-heuristiques plutôt que les heuristiques simples. Les algorithmes méta-heuristiques tels que le recuit simulé (Simulated Annealing), la recherche Tabou (Tabu Search), les algorithmes génétiques (Genetic Algorithms) ou les algorithmes de colonies de fourmis (Ant Colony Optimization Algorithms) sont certes plus complexes mais plus approfondis et plus complets et permettent ainsi d'obtenir des solutions de meilleure qualité que les heuristiques simples telles que la méthode de trajectoire ou la méthode de descente (Cordeau et al. 2002).



# Conclusion

Le modèle mathématique développé au cours de ce projet de maîtrise reflète le déroulement réel du processus de déploiement des pompiers et de leurs équipements aux feux de forêts majeurs en utilisant les aéronefs. Il a permis d'obtenir des solutions fiables et complètes tout en réduisant le temps de planification de 75% dans les situations les plus susceptibles de survenir. Ce qui réduit considérablement les coûts de suppression des feux et les coûts engendrés par la sous-utilisation des ressources disponibles.

Les objectifs fixés au début de ce travail ont été atteints. En effet, le modèle mathématique permet particulièrement :

- d'automatiser la procédure de planification aérienne, ainsi la mission de l'opérateur humain se limite maintenant à saisir les données d'entrées et à lancer l'exécution du modèle mathématique qui s'occupe du reste. Une fois les résultats trouvés, l'opérateur humain est responsable de remettre les cédules aux pilotes d'aéronefs et aux chefs d'équipes de pompiers.
- d'assurer des solutions complètes : Le modèle mathématique tient compte de toutes les ressources disponibles. Il n'y a pas lieu d'avoir par exemple des pompiers ou des équipements abandonnés par erreur aux points de rencontre ou des hélicoptères inutilisés. Ce qui réduit considérablement le coût d'inutilisation des ressources disponibles estimé par la SOPFEU à plusieurs milliers de dollars par jour.
- de réduire le temps de planification des opérations aériennes: le temps de planification incluant le temps de saisie des données et le temps de résolution du modèle mathématique, est de l'ordre de 30 minutes pour les situations les plus courantes. Ce temps était entre deux et trois heures.
- d'améliorer la qualité des solutions obtenues en termes d'optimalité : Il est certain que le modèle mathématique est capable de trouver la solution optimale, ou, au pire, une solution à moins de 5% près de l'optimum, en moins d'une vingtaine de minutes. Tandis qu'auparavant, les solutions étaient obtenues manuellement sans aucune garantie de leur optimalité. Quand une solution est optimale ou proche de l'optimum, le temps d'entrée est minimal ce qui permet d'accroître le temps de lutte.

D'autre part, le présent travail contribue à l'introduction d'un nouveau cas particulier à la littérature des problèmes de tournées de véhicules. Néanmoins, plusieurs aspects de ce projet de maîtrise pourraient faire l'objet de davantage de développement. D'abord, le modèle mathématique pourrait être élargi pour tenir compte des particularités relatives au ravitaillement en carburant. Ainsi, les autonomies de vol ne seraient pas

fixes mais plutôt déterminées par le modèle pour garantir une solution optimale. Dans ce cas, des nouveaux extrants s'ajoutent, comme les points de ravitaillement en carburant et les quantités à s'en ravitailler.

Ensuite, un deuxième modèle mathématique représenterait les opérations de transport terrestre. Enfin, les deux modèles aériens et terrestre pourraient être reliés entre eux et résolus à l'aide de méta-heuristiques d'optimisation.

# Bibliographie

Anily, S. and R. Hassin (1992). "The swapping problem." Networks **22**(4): 419-433.

Archetti, C., N. Bianchessi and M. G. Speranza (2011). "A Column Generation Approach for the Split Delivery Vehicle Routing Problem." Networks **58**(4): 241-254.

Archetti, C. and M. Speranza (2012). "Vehicle routing problems with split deliveries." International transactions in operational research **19**(1-2): 3-22.

Archetti, C. and M. G. Speranza (2008). The split delivery vehicle routing problem: A survey. The vehicle routing problem: latest advances and new challenges, Springer: 103-122.

Balcik, B., B. M. Beamon and K. Smilowitz (2008). "Last Mile Distribution in Humanitarian Relief." Journal of Intelligent Transportation Systems **12**(2): 51-63.

Baldacci, R., E. Bartolini and G. Laporte (2010). "Some applications of the generalized vehicle routing problem." Journal of the Operational Research Society **61**(7): 1072-1077.

Baldacci, R., M. Battarra and D. Vigo (2008). Routing a heterogeneous fleet of vehicles. The vehicle routing problem: latest advances and new challenges, Springer: 3-27.

Balinski, M. L. and R. E. Quandt (1964). "On an integer program for a delivery problem." Operations research **12**(2): 300-304.

Barbarosoğlu, G., L. Özdamar and A. Cevik (2002). "An interactive approach for hierarchical analysis of helicopter logistics in disaster relief operations." European Journal of Operational Research **140**(1): 118-133.

Battarra, M., M. Monaci and D. Vigo (2009). "An adaptive guidance approach for the heuristic solution of a minimum multiple trip vehicle routing problem." Computers & Operations Research **36**(11): 3041-3050.

Bektas, T., G. Erdogan and S. Ropke (2011). "Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for the Generalized Vehicle Routing Problem." Transportation Science **45**(3): 299-316.

Belenguer, J., M. Martinez and E. Mota (2000). "A lower bound for the split delivery vehicle routing problem." Operations research **48**(5): 801-810.

Berbeglia, G., J.-F. Cordeau, I. Gribkovskaia and G. Laporte (2007). "Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey." Top **15**(1): 1-31.

Bodin, L. and B. Golden (1981). "Classification in vehicle routing and scheduling." Networks **11**(2): 97-108.

Bodin, L. D. (1975). "A taxonomic structure for vehicle routing and scheduling problems." Computers & Urban Society **1**(1): 11-29.

Boulay, É. (2013). Ressources et industries forestières, portrait statistique édition 2013. D. d. d. d. l. i. d. b. Ministère des Ressources Naturelles du Québec. Québec (QC): 104.

Bramel, J. and D. Simchi-Levi (2001). "Set-covering-based algorithms for the capacitated VRP." The vehicle routing problem **9**: 85-108.

- Brandao, J. (2006). "A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls." European Journal of Operational Research **173**(2): 540-555.
- Brandao, J. and A. Mercer (1998). "The multi-trip vehicle routing problem." Journal of the Operational Research Society: 799-805.
- Bräysy, O. and M. Gendreau (2005). "Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms." Transportation Science **39**(1): 104-118.
- Casco, D. O., B. L. Golden and E. A. Wasil (1988). "Vehicle routing with backhauls: models, algorithms and case studies." Vehicle routing: Methods and studies: 127-147.
- Cattrysse, D. G. and L. N. Van Wassenhove (1992). "A survey of algorithms for the generalized assignment problem." European Journal of Operational Research **60**(3): 260-272.
- Chao, I. M., B. Golden and E. Wasil (1999). "A computational study of a new heuristic for the site-dependent vehicle routing problem." Infor **37**(3): 319-336.
- Chen, J.-F. and T.-H. Wu (2006). "Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups." Journal of the Operational Research Society **57**(5): 579-587.
- Choi, E. and D. W. Tcha (2007). "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem." Computers & Operations Research **34**(7): 2080-2095.
- Christofides, N., A. Mingozzi and P. Toth (1981). "Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations." Mathematical programming **20**(1): 255-282.
- Clarke, G. u. and J. Wright (1964). "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points." Operations research **12**(4): 568-581.
- Coene, S., A. Arnout and F. C. Spiessma (2010). "On a periodic vehicle routing problem&star." Journal of the Operational Research Society **61**(12): 1719-1728.
- Cordeau, J.-F., G. Desaulniers, J. Desrosiers, M. M. Solomon and F. Soumis (2001). "VRP with time windows." The vehicle routing problem **9**: 157-193.
- Cordeau, J. F., M. Gendreau, G. Laporte, J. Y. Potvin and F. Semet (2002). "A guide to vehicle routing heuristics." Journal of the Operational Research Society **53**(5): 512-522.
- Cordeau, J. F. and G. Laporte (2001). "A tabu search algorithm for the site dependent vehicle routing problem with time windows." Infor **39**(3): 292-298.
- Crevier, B., J.-F. Cordeau and G. Laporte (2007). "The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes." European Journal of Operational Research **176**(2): 756-773.
- Dantzig, G., R. Fulkerson and S. Johnson (1954). "Solution of a large-scale traveling-salesman problem." Journal of the operations research society of America **2**(4): 393-410.
- Dantzig, G. B. and J. H. Ramser (1959). "The truck dispatching problem." Management science **6**(1): 80-91.

De Angelis, V., M. Mecoli, C. Nikoi and G. Storchi (2007). "Multiperiod integrated routing and scheduling of World Food Programme cargo planes in Angola." Computers & Operations Research **34**(6): 1601-1615.

Deif, I. and L. Bodin (1984). Extension of the Clarke and Wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. Proceedings of the Babson conference on software uses in transportation and logistics management, Babson Park, MA.

Desaulniers, G. (2010). "Branch-and-price-and-cut for the split-delivery vehicle routing problem with time windows." Operations research **58**(1): 179-192.

Desrochers, M., J. Desrosiers and M. Solomon (1992). "A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows." Operations research **40**(2): 342-354.

Desrochers, M., J. K. Lenstra and M. W. Savelsbergh (1990). "A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems." European Journal of Operational Research **46**(3): 322-332.

Desrochers, M. and T. Verhoog (1991). "A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem." Computers & Operations Research **18**(3): 263-274.

Dror, M. and P. Trudeau (1989). "SAVINGS BY SPLIT DELIVERY ROUTING." Transportation Science **23**(2): 141-145.

Eksioglu, B., A. V. Vural and A. Reisman (2009). "The vehicle routing problem: A taxonomic review." Computers & Industrial Engineering **57**(4): 1472-1483.

Ferland, J. A. and P. Michelon (1988). "The vehicle scheduling problem with multiple vehicle types." Journal of the Operational Research Society: 577-583.

Filipec, M., D. Skrllec and S. Krajcar (1997). Darwin meets computers: New approach to multiple depot capacitated vehicle routing problem. Systems, Man, and Cybernetics, 1997. Computational Cybernetics and Simulation., 1997 IEEE International Conference on, IEEE.

Frederickson, G. N., M. S. Hecht and C. E. Kim (1978). "APPROXIMATION ALGORITHMS FOR SOME ROUTING PROBLEMS." Siam Journal on Computing **7**(2): 178-193.

Gajpal, Y. and P. L. Abad (2009). "Multi-ant colony system (MACS) for a vehicle routing problem with backhauls." European Journal of Operational Research **196**(1): 102-117.

Gambardella, L. M., É. Taillard and G. Agazzi (1999). Macs-vrptw: A multiple colony system for vehicle routing problems with time windows. New ideas in optimization, Citeseer.

Gaskell, T. (1967). "Bases for vehicle fleet scheduling." OR: 281-295.

Gillett, B. E. and L. R. Miller (1974). "A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem." Operations research **22**(2): 340-349.

Goksal, F. P., I. Karaoglan and F. Altiparmak (2013). "A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery." Computers & Industrial Engineering **65**(1): 39-53.

Golden, B., A. Assad, L. Levy and F. Gheysens (1984). "The fleet size and mix vehicle routing problem." Computers & Operations Research **11**(1): 49-66.

Golden, B., E. Baker, J. Alfaro and J. Schaffer (1985). The vehicle routing problem with backhauling: two approaches. Proceedings of the twenty-first annual meeting of the SE TIMS, Myrtle Beach, SC, USA.

Golden, B. L., T. L. Magnanti and H. Q. Nguyen (1975). "IMPLEMENTING VEHICLE ROUTING ALGORITHMS." Operations research **23**: B400-B400.

Gulczynski, D. J., B. Golden and E. Wasil (2008). "Recent developments in modeling and solving the split delivery vehicle routing problem." Tutorials in Operations Research: State-of-the-art Decision-making Tools in the Information-intensive Age.

Initiative Boréale Canadienne (2014). "À propos de la forêt boréale canadienne." from <http://www.borealcanada.ca/Quebec-f.php>.

Jaw, J.-J., A. R. Odoni, H. N. Psaraftis and N. H. Wilson (1986). "A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows." Transportation Research Part B: Methodological **20**(3): 243-257.

Laporte, G. (1992). "The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms." European Journal of Operational Research **59**(3): 345-358.

Laporte, G. and Y. Nobert (1987). "Exact algorithms for the vehicle routing problem." Surveys in Combinatorial Optimization **31**: 147-184.

Letchford, A. N., J. Lygaard and R. W. Eglese (2007). "A branch-and-cut algorithm for the capacitated open vehicle routing problem." Journal of the Operational Research Society **58**(12): 1642-1651.

Li, F., B. Golden and E. Wasil (2007). "The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results." Computers & Operations Research **34**(10): 2918-2930.

Li, F., B. Golden and E. Wasil (2007). "A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem." Computers & Operations Research **34**(9): 2734-2742.

Menezes, F., O. Porto, M. L. Reis, L. Moreno, M. P. de Aragao, E. Uchoa, H. Abeledo and N. C. do Nascimento (2010). "Optimizing Helicopter Transport of Oil Rig Crews at Petrobras." Interfaces **40**(5): 408-416.

Mester, D. and O. Bräysy (2007). "Active-guided evolution strategies for large-scale capacitated vehicle routing problems." Computers & Operations Research **34**(10): 2964-2975.

Min, H. (1989). "The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points." Transportation Research Part A: General **23**(5): 377-386.

Mingozi, A., S. Giorgi and R. Baldacci (1999). "An exact method for the vehicle routing problem with backhauls." Transportation Science **33**(3): 315-329.

Ministère de l'Énergie et des Ressources Naturelles du Québec (2013, 2013). "Les forêts du Québec immenses et fascinantes." 2014, from <http://www.mern.gouv.qc.ca/publications/international/quebec-forets.pdf>.

Ministère des Forêts, d. I. F. e. d. P. d. Q., , (2003). Zones de végétation et domaines bioclimatiques du Québec. Québec.

- Ministère des Forêts, d. l. F. e. d. P. d. Q., , (2013). "Lutte contre le feu." 2014, from <https://www.mffp.gouv.qc.ca/forets/fimag/feu/fimag-feu-lutte.jsp>.
- Mourgaya, M. and F. Vanderbeck (2006). "The periodic vehicle routing problem: classification and heuristic." Rairo-Operations Research **40**(02): 169-194.
- Naddef, D. and G. Rinaldi (2002). "Branch-and-cut algorithms for the capacitated VRP." The vehicle routing problem **9**: 53-81.
- Nagata, Y., O. Bräysy and W. Dullaert (2010). "A penalty-based edge assembly memetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows." Computers & Operations Research **37**(4): 724-737.
- Nowak, M. A. (2005). "The pickup and delivery problem with split loads."
- Ombuki-Berman, B. and F. T. Hanshar (2009). Using genetic algorithms for multi-depot vehicle routing. Bio-inspired algorithms for the vehicle routing problem, Springer: 77-99.
- Ozdamar, L. (2011). "Planning helicopter logistics in disaster relief." OR spectrum **33**(3): 655-672.
- Prins, C. (2002). "Efficient heuristics for the heterogeneous fleet multitrip VRP with application to a large-scale real case." Journal of Mathematical Modelling and Algorithms **1**(2): 135-150.
- Privé, J., J. Renaud, F. Boctor and G. Laporte (2006). "Solving a vehicle-routing problem arising in soft-drink distribution." Journal of the Operational Research Society **57**(9): 1045-1052.
- Renaud, J. and F. F. Boctor (2002). "A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem." European Journal of Operational Research **140**(3): 618-628.
- Renaud, J., G. Laporte and F. F. Boctor (1996). "A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem." Computers & Operations Research **23**(3): 229-235.
- Ressources naturelles Canada (2013, 2013-12-12). "Forêt boréale." from <http://www.mnca.gc.ca/forets/boreale/13072>.
- Ressources naturelles Canada (2013). Zone boréale circumpolaire. R. N. Canada.
- Ressources naturelles Canada (2014, 2014-02-19). "Écologie des feux." from <http://www.mnca.gc.ca/forets/feux/13150>.
- Ressources naturelles Canada (2014, 2014-02-05). "Gestion des feux." from <http://www.mnca.gc.ca/forets/feux/13158>.
- Ropke, S., J. F. Cordeau and G. Laporte (2007). "Models and branch-and-cut algorithms for pickup and delivery problems with time windows." Networks **49**(4): 258-272.
- Ropke, S. and D. Pisinger (2006). "An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows." Transportation Science **40**(4): 455-472.
- Ruland, K. and E. Rodin (1997). "The pickup and delivery problem: Faces and branch-and-cut algorithm." Computers & mathematics with applications **33**(12): 1-13.

Russell, T. E. (2005). The humanitarian relief supply chain: analysis of the 2004 South East Asia earthquake and tsunami, Massachusetts Institute of Technology.

Salhi, S. and R. Petch (2007). "A GA based heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips." Journal of Mathematical Modelling and Algorithms **6**(4): 591-613.

Sierksma, G. and G. A. Tijssen (1998). "Routing helicopters for crew exchanges on off-shore locations." Annals of Operations Research **76**: 261-286.

Skok, M., D. Skrllec and S. Krajcar (2000). The non-fixed destination multiple depot capacitated vehicle routing problem and genetic algorithms. Information Technology Interfaces, 2000. ITI 2000. Proceedings of the 22nd International Conference on, IEEE.

Société de protection des forêts contre le feu (2011). Plan d'organisation 2011 de la SOPFEU. Québec: 46.

Société de protection des forêts contre le feu (2014). "Statistiques - Tableau par année et par cause." Retrieved 01-03-2014, 2014, from <http://www.sopfeu.qc.ca/fr/sopfeu/statistiques>.

Solomon, M. M. and J. Desrosiers (1988). "Survey Paper-Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems." Transportation Science **22**(1): 1-13.

Taillard, É., P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin and J.-Y. Potvin (1997). "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows." Transportation Science **31**(2): 170-186.

Taillard, E. D., G. Laporte and M. Gendreau (1996). "Vehicle routing with multiple use of vehicles." Journal of the Operational Research Society **47**(8): 1065-1070.

Taillard, É. D. and C. f. R. o. Transportation (1999). "A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP." Operations research **33**(1): 1-14.

Tavakkoli-Moghaddam, R., N. Safaei and M. Shariat (2005). "A multi-criteria vehicle routing problem with soft time windows by simulated annealing." Journal of Industrial Engineering-Int **1**(1): 28-36.

Tillman, F. A. and H. Cochran (1968). "A HEURISTIC APPROACH FOR SOLVING DELIVERY PROBLEM." Journal of Industrial Engineering **19**(7): 354-&.

Timlin, M. T. F. and W. R. Pulleyblank (1992). "PRECEDENCE CONSTRAINED ROUTING AND HELICOPTER SCHEDULING - HEURISTIC DESIGN." Interfaces **22**(3): 100-111.

Toth, P. and D. Vigo (1997). "An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls." Transportation Science **31**(4): 372-385.

Toth, P. and D. Vigo (2002). "Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem." Discrete Applied Mathematics **123**(1): 487-512.

Vidal, T., T. G. Crainic, M. Gendreau and C. Prins (2011). Heuristique pour les Problemes de Tournées de Véhicules multi-attributs, CIRRIELT-2011-12 [www.cirrelt.ca](http://www.cirrelt.ca).

Wassan, N. and I. Osman (2002). "Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem." Journal of the Operational Research Society: 768-782.

Yi, W. and L. Özdamar (2007). "A dynamic logistics coordination model for evacuation and support in disaster response activities." European Journal of Operational Research **179**(3): 1177-1193.



# Annexe A

## Superficies brûlées et nombre de feux par année et par cause

Année	Incendies et superficies affectées	Foudre	Chemin de fer	Opérations forestières	Opérations industrielles	Incendiaires	Résidants	Récréation	Diverses	Total
2004	Incendies	35	1	30	24	14	90	95	11	300
	Hectares	32,7	0,1	23,0	14,7	2,0	64,9	117,4	3,6	258,4
2005	Incendies	722	4	56	49	19	222	179	7	1258
	Hectares	371 939,0	0,3	5 504,3	48,7	1 293,2	199,8	7 685,4	0,6	386 671,3
2006	Incendies	252	10	40	36	23	132	123	7	623
	Hectares	13 251,6	1,8	230,4	39,9	42,3	115,0	86,6	0,5	13 768,1
2007	Incendies	404	11	45	33	12	195	184	8	892
	Hectares	193 585,0	1 825,3	4 975,9	59,4	0,6	260,4	77 323,4	3,4	278 033,4
2008	Incendies	10	1	13	21	21	63	54	6	189
	Hectares	19,1	0,0	4,4	9,4	16,9	67,8	14,4	0,7	132,7
2009	Incendies	111	2	26	22	14	127	103	36	441
	Hectares	17 450,6	0,7	7,5	92,6	120,2	115,6	117,6	43,2	17 948,0
2010	Incendies	223	0	50	29	30	164	205	6	707
	Hectares	215 447,9	0,0	23,4	32,1	24,2	130,4	7 699,5	0,3	223 357,8
2011	Incendies	87	0	17	21	12	62	110	2	311
	Hectares	1 983,9	0,0	2,8	15,1	5,2	48,2	527,3	1,7	2 584,2
2012	Incendies	250	1	28	25	27	204	219	8	762
	Hectares	11 661,4	0,0	3 001,6	8,9	21,7	156,5	15 612,8	0,1	30 463,0
2013	Incendies	84	4	22	22	34	159	111	3	439
	Hectares	46 369,6	0,5	11 642,9	4,1	23,7	94,0	147,1	0,1	58 282,0
Total	Incendies	2178	34	327	282	206	1418	1383	94	5922
	Hectares	871 740,8	1 828,7	25 416,2	324,9	1 550,0	1 252,6	109 331,5	54,2	1 011 498,9

Source : Société de protection des forêts contre le feu.



## Annexe B :

### Distances entre les points constituant la situation type

N°	origine	destination	distance en Km
1	B1	AP1	111
2	B1	AP2	100
3	B1	AP3	120
4	PP1	AP1	88
5	PP1	AP2	81
6	PP1	AP3	75
7	PP2	AP1	92
8	PP2	AP2	90
9	PP2	AP3	68
10	PP1	PP2	35
11	AP1	AP2	50
12	AP2	AP3	53
13	AP1	AP3	98
14	B2	AP4	139
15	B2	AP5	142
16	B2	AP6	122
17	PP3	AP4	92
18	PP3	AP5	67
19	PP3	AP6	86
20	PP4	AP4	102
21	PP4	AP5	84
22	PP4	AP6	59
23	PP3	PP4	28
24	AP4	AP5	37
25	AP5	AP6	32
26	AP4	AP6	66
27	B1	PP1	60
28	B1	PP2	82
29	PP1	B1	60
30	PP2	B1	82
31	AP1	B1	111
32	AP2	B1	100
33	AP3	B1	120
34	AP1	PP1	88
35	AP2	PP1	81
36	AP3	PP1	75
37	AP1	PP2	92

38	AP2	PP2	90
39	AP3	PP2	68
40	PP2	PP1	35
41	AP2	AP1	50
42	AP3	AP2	53
43	AP3	AP1	98
44	AP4	B2	139
45	AP5	B2	142
46	AP6	B2	122
47	AP4	PP3	92
48	AP5	PP3	67
49	AP6	PP3	86
50	AP4	PP4	102
51	AP5	PP4	84
52	AP6	PP4	59
53	PP4	PP3	28
54	AP5	AP4	37
55	AP6	AP5	32
56	AP6	AP4	66
57	B2	PP3	64
58	PP3	B2	64
59	B2	PP4	75
60	PP4	B2	75
61	B1	APfic1	0
64	AP1	APfic1	111*
65	AP2	APfic1	100*
66	AP3	APfic1	120*
67	APfic1	B1	0
68	B2	APfic2	0
71	AP4	APfic2	139*
72	AP5	APfic2	142*
73	AP6	APfic2	122*
74	APfic2	B2	0

# Annexe C

## Solution optimale détaillée de la situation type relative au secteur 2

Constitution des tournées

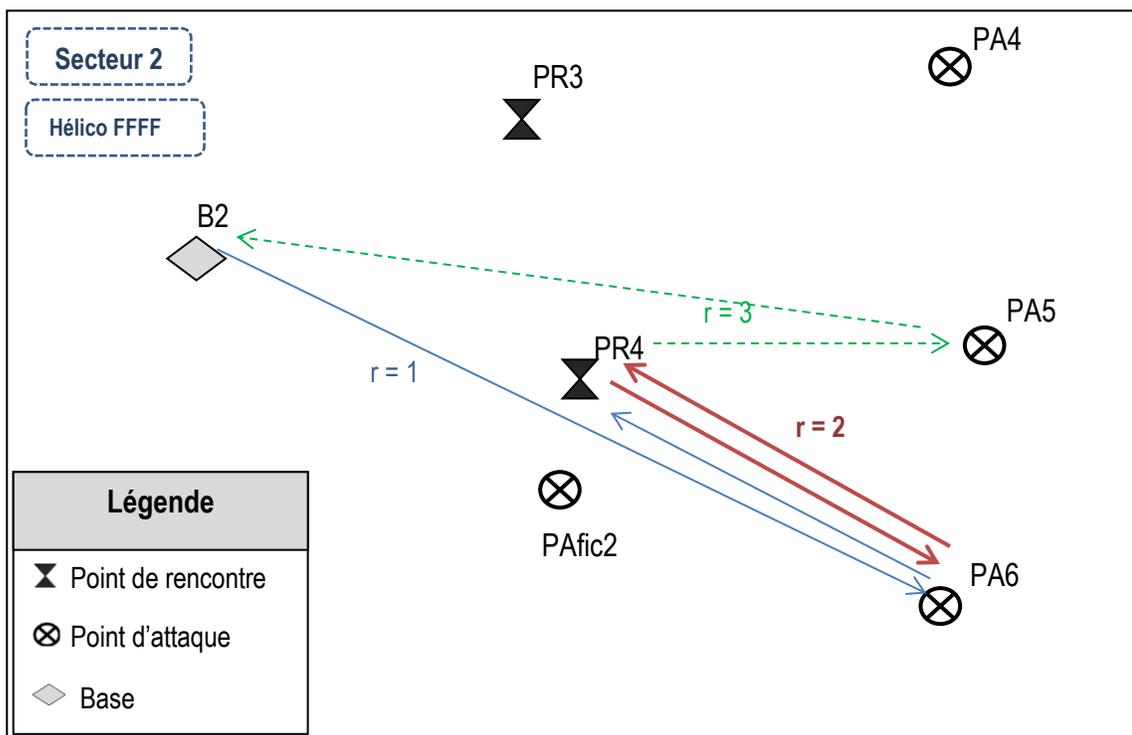


Figure 23: Les tournées effectuées par l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type

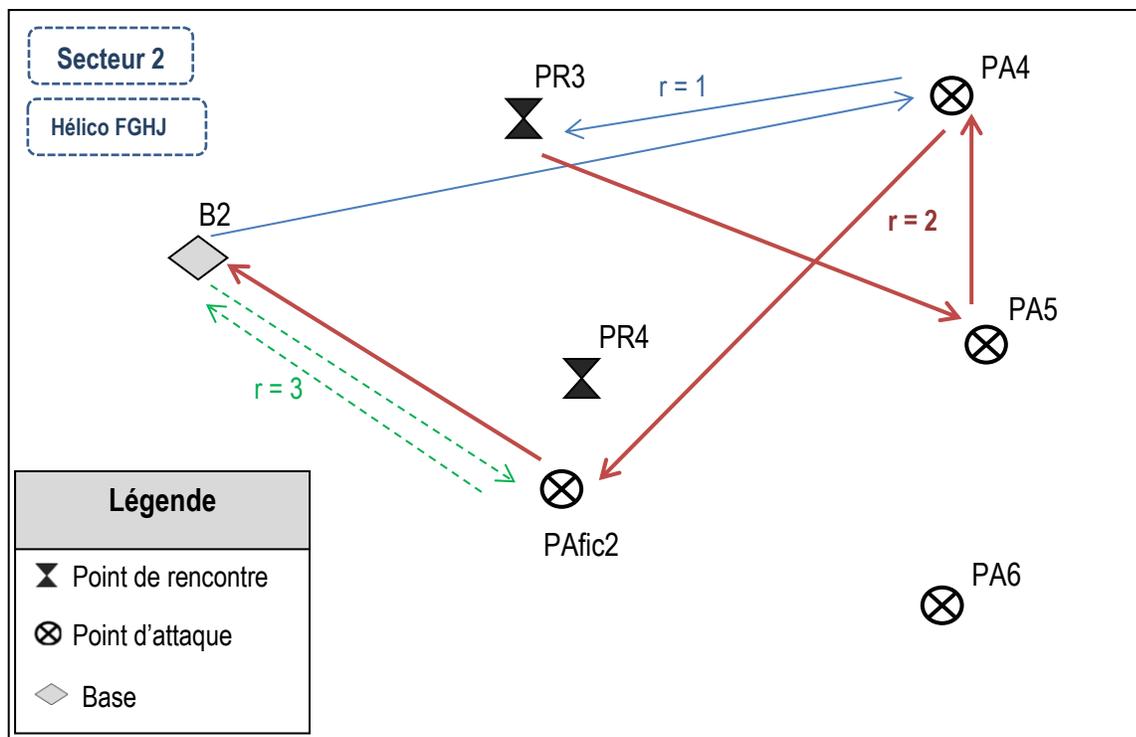


Figure 24: Tournées effectuées par l'hélicoptère FGJ – Solution optimale de la situation type

### Ressources disponibles aux points de rencontre

Tableau 27: Nombre et catégories de coffrets d'équipement à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 2

Bases ou points de rencontre	Coffrets d'équipement		
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
B <sub>2</sub>	8	4	1
PR <sub>3</sub>	2	4	0
PR <sub>4</sub>	0	3	5

Tableau 28: Nombre et équipe de pompiers à être disponibles aux bases et aux points de rencontre pour leur chargement par les hélicoptères du secteur 2 – Solution optimale de la situation type

Bases ou points de rencontre	Équipes			
	E <sub>3</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>7</sub>
B <sub>2</sub>	3	7	5	4
PR <sub>3</sub>	1	0	0	0
PR <sub>4</sub>	0	1	2	0

### Ressources transportées et déposées aux points d'attaque

Tableau 29 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	B <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	5	E <sub>5</sub>	7
		M <sub>2</sub>	2		
2	PR <sub>4</sub>	M <sub>2</sub>	3	E <sub>5</sub>	1
		M <sub>3</sub>	2		
3	PR <sub>4</sub>	M <sub>3</sub>	2	E <sub>6</sub>	2

Tableau 30 : Liste d'embarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FGJH – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	B <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	3	E <sub>3</sub>	3
		M <sub>2</sub>	2	E <sub>7</sub>	4
		M <sub>3</sub>	1		
2	PR <sub>3</sub>	M <sub>1</sub>	2	E <sub>6</sub>	5
		M <sub>2</sub>	4		

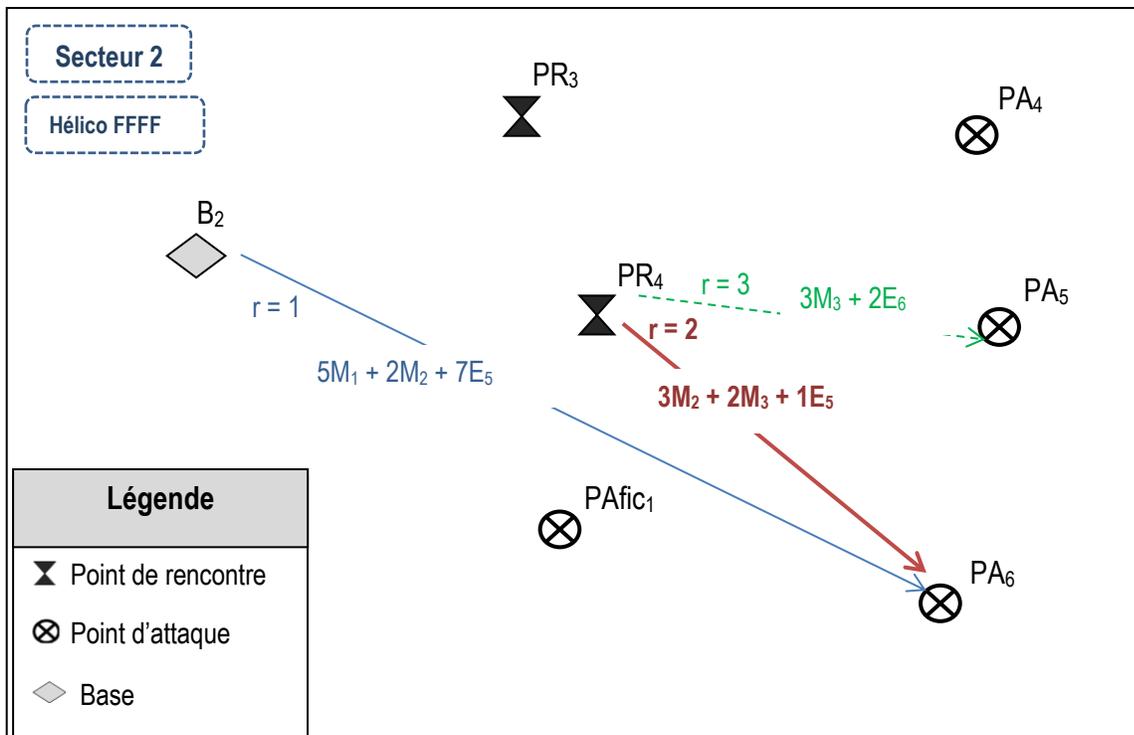


Figure 25 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FFFF entre les points – Solution optimale de la situation type.

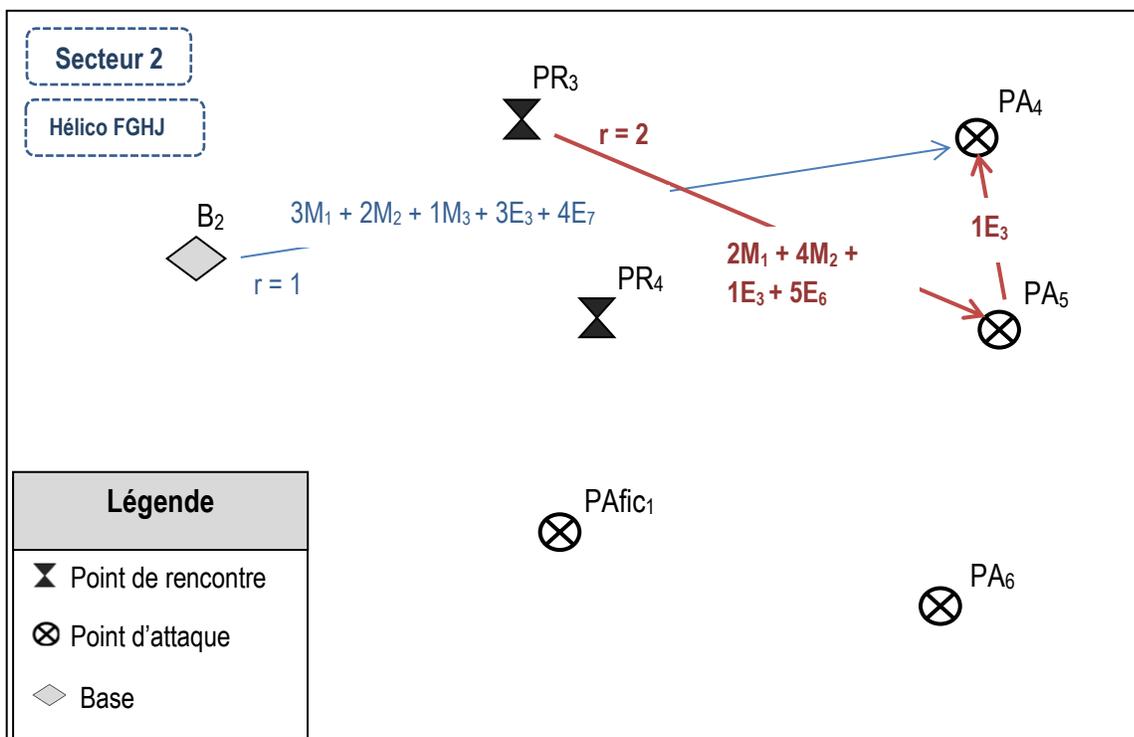


Figure 26 : Nombre de coffrets d'équipements et nombre de pompiers par équipe à transporter par l'hélicoptère FGJH entre les points – Solution optimale de la situation type.

Tableau 31 : Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FFFF – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	AP <sub>6</sub>	M <sub>1</sub>	5	E <sub>5</sub>	7
		M <sub>2</sub>	2		
2	AP <sub>6</sub>	M <sub>2</sub>	3	E <sub>5</sub>	1
		M <sub>3</sub>	2		
3	AP <sub>5</sub>	M <sub>3</sub>	3	E <sub>6</sub>	2

Tableau 32: Liste des débarquements d'équipements et de pompiers pour l'hélicoptère FGJH – Solution optimale de la situation type

Tournée	Point	Coffrets d'équipement		Pompiers	
		Type	Quantité	Équipe	Nb pompiers
1	AP <sub>4</sub>	M <sub>1</sub>	3	E <sub>3</sub>	3
		M <sub>2</sub>	2	E <sub>7</sub>	4
		M <sub>3</sub>	1		
2	AP <sub>4</sub>	-	-	E <sub>3</sub>	1
	AP <sub>5</sub>	M <sub>1</sub>	2	E <sub>6</sub>	5
M <sub>2</sub>		4			