



# **Analyse et conception d'un palonnier à six degrés de liberté**

**Mémoire**

**Charles-Etienne Bienvenu**

**Maîtrise en génie mécanique - avec mémoire**  
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

# Résumé

L'apprentissage manuel d'un mouvement à un robot est déjà chose faite de nos jours. Cependant, les équipements utilisés afin de détecter le mouvement souhaité sont actuellement des capteurs de force. Ceux-ci sont réputés pour être compacts et robustes, mais demandent d'appliquer une certaine force sur le robot avant qu'il se déplace ce qui donne l'impression qu'il y a un délai de réponse.

L'objectif principal du projet de recherche consiste à développer un capteur de déplacement sous la forme d'un mini manipulateur parallèle passif pouvant être monté au poignet d'un robot sériel afin de le contrôler par déplacement. Le capteur servira d'interface dynamique pour la manipulation du robot par un humain. Le but est de rendre le contrôle le plus intuitif possible pour l'utilisateur.

Le concept est de forme circulaire et est conçu pour être monté autour du poignet du robot de sorte que l'utilisateur a l'impression de déplacer directement le robot. Le résultat de ce projet permettra de faciliter le contrôle manuel d'un robot sériel et de le rendre plus intuitif. Ceci pourra être mis en application pour l'apprentissage de trajectoires à un robot ou encore pour faciliter le déplacement, non répétitif, de charges lourdes.

# Abstract

Teaching a prescribed trajectory to a robot manually is possible using current technology. However, to accomplish this, the robot needs to have load sensors. This type of sensor is robust and compact but creates a lag time caused by the time to apply the load on the sensor and the processing time.

The main goal of this research project is to develop a displacement sensor. This sensor consists of a miniature passive parallel robot and is designed to be mounted on the wrist of a serial robot. The user will be able to move the parallel robot to control the serial one. The sensor will be used as a dynamic interface when manipulated by the user.

Since the effector is circular and mounted around the wrist of the robot, the user will have the impression to directly control the robot. The goal of using this type of sensor is to give the user a more intuitive feeling and a minimum lag time. The prototype can be used to teach a prescribed trajectory to a robot or to move a heavy loads along non-repetitive paths.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
État de l'art et concepts utiles . . . . .	2
Problématique actuelle et objectif du projet . . . . .	8
Organisation du mémoire . . . . .	10
<b>1 Sélection du type de mécanisme</b>	<b>12</b>
1.1 Élaboration des critères et contraintes de conception . . . . .	12
1.2 Présentation des mécanismes envisagés . . . . .	16
1.2.1 Mécanisme 1 : concept Série . . . . .	16
1.2.2 Mécanisme 2 : concept Multi-3 . . . . .	18
1.2.3 Mécanisme 3 : Concept Multi-6 . . . . .	19
1.3 Comparaison et choix du mécanisme . . . . .	20
1.3.1 Matrice de décision . . . . .	21
1.4 Présentation du mécanisme retenu . . . . .	23
<b>2 Développement des équations cinématiques</b>	<b>28</b>
2.1 Développement du problème géométrique inverse . . . . .	29
2.2 Présentation des matrices jacobiniennes . . . . .	31
2.3 Développement du problème géométrique direct . . . . .	35
2.3.1 Problème géométrique direct numérique . . . . .	35
2.4 Présentation des outils de validation . . . . .	38
<b>3 Conception et optimisation du mécanisme</b>	<b>42</b>
3.1 Dimensionnement du mécanisme . . . . .	42
3.1.1 Retour sur les critères et contraintes de conception . . . . .	43
3.1.2 Dimensionnement des jambes et des plateformes . . . . .	44
3.2 Étude des singularités . . . . .	45

3.2.1	Singularité aux capteurs angulaires . . . . .	45
3.2.2	Singularité du système de rappel . . . . .	47
3.2.3	Singularité des angles d'Euler . . . . .	50
3.3	Conception du système de rappel . . . . .	51
3.4	Évaluation de la sensibilité cinématique et choix des capteurs . . . . .	55
3.4.1	Sensibilité cinématique du mécanisme . . . . .	56
3.4.2	Définition de la résolution nécessaire . . . . .	59
3.5	Présentation des prototypes . . . . .	62
3.6	Présentation du concept final . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Essais expérimentaux</b>	<b>69</b>
4.1	Mise en fonction du prototype . . . . .	69
4.2	Présentation des essais effectués . . . . .	71
4.2.1	Essais et résultats des tests linéaires . . . . .	71
4.2.2	Essais et résultats des tests angulaires . . . . .	76
4.3	Mesure et analyse de la sensibilité . . . . .	79
4.3.1	Méthodologie des essais avec le Vicon . . . . .	81
4.3.2	Résultat et analyse de sensibilité . . . . .	83
4.4	Validation des trajectoires aléatoires . . . . .	85
4.5	Analyse et discussion des résultats . . . . .	87
4.5.1	Erreurs de mesure des encodeurs . . . . .	87
4.5.2	Comportement des réactions articulaires à l'effecteur . . . . .	89
4.5.3	Discussion générale des résultats . . . . .	91
	<b>Conclusion</b>	<b>93</b>
	Continuité possible du projet . . . . .	96
<b>A</b>	<b>Fiche technique</b>	<b>97</b>
A.1	Fiche technique des ressorts . . . . .	98
A.2	Fiche technique des encodeurs . . . . .	99
A.3	Fiche technique des joints de cardan . . . . .	105
A.4	Fiche technique des borniers . . . . .	106
<b>B</b>	<b>Figures complémentaires</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>114</b>

# Liste des tableaux

1.1	Cahier des charges quantitatif. . . . .	14
1.2	Cahier des charges qualitatif. . . . .	15
1.3	Résumé des caractéristiques du concept Série. . . . .	18
1.4	Résumé des caractéristiques du concept Multi-3. . . . .	19
1.5	Résumé des caractéristiques du concept Multi-6. . . . .	21
1.6	Matrice de décision. . . . .	22
3.1	Cas de singularité obtenus par l'analyse des droites de Plücker. [13] . . . . .	47
3.2	Résultats quantitatifs de la sensibilité théorique du mécanisme CM3. . . . .	62
3.3	Tableau résumé des informations techniques du capteur de déplacement CM3. . . . .	65
4.1	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests linéaires en X. . . . .	74
4.2	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests linéaires en Y. . . . .	75
4.3	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests linéaires en Z. . . . .	76
4.4	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests angulaires en X. . . . .	79
4.5	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests angulaires en Y. . . . .	80
4.6	Tableau des résultats d'orientation et de position des cinq tests angulaires en Z. . . . .	81
4.7	Tableau des résultats de sensibilité réelle et numérique. . . . .	84
4.8	Résumé des erreurs moyennes des essais unidirectionnel. . . . .	95

# Liste des figures

0.1	Robot sériel Kuka LWR du laboratoire de robotique de l'Université Laval. [1]	3
0.2	Concept de capteur de force à 6 ddls basé du la géométrie de la plateforme de Gough-Stewart proposé par Kang. [4]	4
0.3	Concept de capteur de force à 3 ddls utilisé pour la manutention de panneaux proposé par Yu et Gil. [6]	5
0.4	Mécanisme parallèle 3-RRPS à 6 ddls proposé par Chen, Heyne et Jackson. [8]	6
0.5	Mécanisme parallèle 3-PRS à 6 ddls proposé par Li et Xu. [9]	7
0.6	Mécanisme parallèle 6-URS à 6 ddls proposé par Sabater et Azorin. [10]	7
1.1	Représentation schématique du concept Série.	17
1.2	Représentation schématique du concept Multi-3.	19
1.3	Représentation schématique du concept Multi-6.	20
1.4	Présentation des principaux vecteurs du concept Multi-3.	24
1.5	Présentation des paramètres DH utilisé pour les jambes.	25
1.6	Présentation des vecteurs de la base (à gauche) et de la plateforme (à droite).	26
2.1	Présentation des points connus lors de la résolution du PGI.	29
2.2	Configurations possibles des jambes du mécanisme.	31
2.3	Présentation des vecteurs des équations de contraintes sur le mécanisme.	33
2.4	Présentation d'une trajectoire d'itération du PGD pour trois méthodes de convergence.	37
2.5	Présentation d'un simulateur de trajectoire du mécanisme fait sur Matlab. Vue de dessus à gauche et vue isométrique à droite.	38
2.6	Comparaison d'une trajectoire demandée et d'un calcul à l'aide du PGD.	39
2.7	Erreur mesurée entre les deux trajectoires présentée à la Figure 2.6.	40
2.8	Présentation des graphiques de convergence du PGD pour une trajectoire donnée. Le nombre d'itérations est présenté sur le graphique du haut suivi de l'inverse du conditionnement de $J$ à gauche et de $K$ à droite.	41
2.9	Schéma des principaux éléments du cycle de validation des algorithmes.	41
3.1	Présentation des dimensions importantes du CM3.	44
3.2	Présentation des droites de Plücker d'une jambe pour l'étude des singularité des capteurs angulaires.	46
3.3	Présentation des droites de Plücker d'une jambe pour l'étude des singularité du système de rappel.	50
3.4	Position critique pour le système de rappel.	52
3.5	Schéma des forces pour une jambe du prototype en position critique pour le système de rappel.	53

3.6	Vue en coupe du système de rappel sur une articulation au centre de la jambe.	54
3.7	Vue isométrique du système de rappel sur une articulation au centre de la jambe.	54
3.8	Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe X.	57
3.9	Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe Y.	57
3.10	Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe Z.	58
3.11	Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l'axe X.	58
3.12	Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l'axe Y.	59
3.13	Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l'axe Z.	59
3.14	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en X.	61
3.15	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en Y.	61
3.16	Vue isométrique du premier prototype envisagé.	63
3.17	Vue isométrique du deuxième prototype envisagé.	64
3.18	Vue de dessus du deuxième prototype envisagé.	65
3.19	Vue isométrique d'une des jambes du prototype final.	66
3.20	Vue de dessus du prototype final.	67
3.21	Vue isométrique du prototype final fabriqué par prototypage rapide.	68
4.1	Présentation de l'installation des encodeurs sur le mécanisme.	70
4.2	Montage utilisé afin de guider le mécanisme sur une trajectoire rectiligne plane selon les axes X ou Y.	72
4.3	Montage utilisé afin de guider le mécanisme pour une trajectoire rectiligne selon l'axe Z.	73
4.4	Graphique des résultats de cinq tests linéaires en X superposés sur un même graphique.	74
4.5	Graphique des résultats de cinq tests linéaires en Y superposés sur un même graphique.	75
4.6	Graphique des résultats de cinq tests linéaires en Z superposés sur un même graphique.	76
4.7	Montage utilisé afin de guider le mécanisme sur une trajectoire rectiligne plane.	77
4.8	Montage utilisé afin de guider le mécanisme pour une trajectoire angulaire selon l'axe Z.	78
4.9	Graphique des résultats de cinq tests angulaires en X superposés sur un même graphique.	78
4.10	Graphique des résultats de cinq tests angulaires en Y superposés sur un même graphique.	79
4.11	Graphique des résultats de cinq tests angulaires en Z superposés sur un même graphique.	80
4.12	Montage du Vicon dans la salle de tests.	81
4.13	Définition de l'origine du Vicon à l'aide de l'outil de calibration.	82
4.14	Capture d'écran du logiciel du Vicon présentant les cinq caméras et l'objet à l'étude.	83
4.15	Superposition des tracés de la position de l'effecteur pour une trajectoire aléatoire mesurée par le prototype et par le Vicon.	86
4.16	Superposition des tracés de l'orientation de l'effecteur pour une trajectoire aléatoire mesurée par le prototype et par le Vicon.	86

4.17	Présentation des mouvements angulaires pour une trajectoire linéaire en X. Le mouvement théorique à gauche et le mouvement réel enregistré à droite. . . . .	88
4.18	Présentation des mouvements angulaires pour une trajectoire linéaire en Z. Le mouvement théorique à gauche et le mouvement réel enregistré à droite. . . . .	88
4.19	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire linéaire en X avec des couples articulaires unitaires. . . . .	90
4.20	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire linéaire en Z avec des couples articulaires unitaires. . . . .	90
B.1	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en Y. . . . .	108
B.2	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en Z. . . . .	108
B.3	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en X. . . . .	109
B.4	Comparaison d'une mesure continue et d'une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en Z. . . . .	109
B.5	Grille de branchement des six encodeurs du mécanisme sur les borniers. . . . .	110
B.6	Légende pour le branchement et l'acquisition des six encodeurs. . . . .	110
B.7	Présentation du schéma de contrôle du prototype dans le logiciel Simulink. . . . .	111
B.8	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire linéaire en Y avec des couples articulaires unitaires. . . . .	112
B.9	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire angulaire en X avec des couples articulaires unitaires. . . . .	112
B.10	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire angulaire en Y avec des couples articulaires unitaires. . . . .	113
B.11	Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire angulaire en Z avec des couples articulaires unitaires. . . . .	113

Tout obstacle renforce la  
détermination. Celui qui s'est fixé  
un but n'en change pas.

---

Léonard De Vinci

# Remerciements

Pour commencer, je tiens à sincèrement remercier mon directeur de recherche, M. Clément Gosselin, pour l'opportunité qu'il m'a offerte. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour son temps investi, sa patience et pour les connaissances partagées. Je me considère choyé d'avoir eu la chance d'accomplir ce projet sous sa supervision. Cette maîtrise n'aurait pu être une aussi grande réussite sans l'appui et l'aide de M. Gosselin.

Je présente également mes remerciements à tous les membres du laboratoire de robotique pour l'aide apportée et plus spécialement à Thierry Laliberté, à Simon Foucault et à Denis Ouellet pour leurs judicieux conseils et pour le temps investi. Leurs implications ont été significatives dans l'avancement de ce projet.

Je tiens à remercier tous les gens qui m'ont supporté et appuyé durant ces dernières années principalement mes parents et ma copine Stéphanie qui ont su m'encourager et me motiver à toujours continuer.

Je vais terminer en remerciant Robin Belley, pour avoir su être patient et compréhensif en plus de m'avoir appuyé dans l'atteinte de cet objectif.

Charles-Étienne Bienvenu

# Introduction

Le domaine de la robotique est actuellement présent dans la majorité des sphères de notre vie. La plupart des gens côtoient quotidiennement des robots. Que ce soit des robots complexes tel que des humanoïdes ou simplement des articles ménagers, l'ensemble de ces objets existe grâce à la robotique. Les avancées technologiques permettent aujourd'hui d'utiliser la robotique afin de simplifier, d'accélérer ou d'améliorer une panoplie de tâches qui auparavant étaient faites manuellement. Afin de répondre au besoin d'efficacité, les robots sont également de plus en plus présents dans les industries avec le nouveau concept d'industrie 4.0. Ces robots industriels sont généralement des bras robotisés qui servent à effectuer des tâches répétitives.

Le concept d'industrie 4.0 est un mouvement qui dirige les entreprises vers une robotisation complète des usines. Ce mouvement permet entre autres d'améliorer l'efficacité des usines, de réduire les risques de blessure liés aux tâches plus dangereuses ou répétitives et, dans certains cas, de pallier au manque de main d'œuvre. Afin d'obtenir le titre d'industrie 4.0, il est nécessaire que l'ensemble des tâches de l'usine soit robotisées. Certaines tâches répétitives sont plus évidentes à robotiser tandis que d'autres sont beaucoup plus difficiles et demandent une interaction humaine. Ceci s'explique par la complexité des systèmes de contrôle utilisés.

Les robots industriels sont normalement contrôlés par un programme prédéfini. Autrement dit, un employé programme une trajectoire pour laquelle le robot sera en mesure d'accomplir la tâche qui lui est demandée. Il exécute ensuite ce programme en boucle de façon autonome. Cependant, cette méthode de programmation demande énormément de temps de mise en fonction afin d'obtenir un résultat efficace, surtout pour une usine possédant des centaines de robots qui doivent collaborer. De plus, si la tâche n'est pas répétitive, il devient beaucoup plus difficile de la robotiser puisque cela demanderait une reprogrammation pour chaque tâche à effectuer, ce qui n'est pas possible. Il serait beaucoup plus simple d'être en mesure d'apprendre la trajectoire au robot en le déplaçant manuellement ou simplement le contrôler en le déplaçant manuellement. Cette méthode permettrait d'aisément apprendre une trajectoire sans grande précision en quelques minutes. Aujourd'hui, certains dispositifs sont disponibles afin d'accomplir cette tâche, mais ils ne sont pas aussi intuitifs à utiliser que souhaité. C'est pourquoi l'apprentissage manuel d'une tâche à un robot reste un sujet d'actualité pour les chercheurs du domaine de la robotique.

Le projet de recherche présenté dans ce mémoire se penche sur ce problème soit, le contrôle manuel des robots sériels. Ce dernier présente le développement d'un nouveau système qui permet de rendre le contrôle manuel des robots sériels plus intuitif. Ce système est un capteur de déplacement pouvant être monté au poignet du robot afin de le contrôler par déplacement. Le capteur servira d'interface dynamique pour la manipulation du robot par un humain. Afin de s'assurer qu'il n'y a pas d'ambiguïtés pour la suite du rapport, le terme capteur angulaire fera référence à un équipement acheté, tel un encodeur, tandis que le capteur de déplacement ou capteur fera référence à l'ensemble du prototype conçu dans ce projet. Également, le terme mécanisme fera référence seulement à l'architecture du capteur de déplacement et non à l'ensemble de ce dernier.

La section suivante présente une revue de la littérature afin de situer ce projet parmi les avancements déjà faits dans ce domaine. Quelques concepts utiles seront également présentés. Cette section permettra de mieux définir la problématique et les objectifs du projet qui seront présentés ultérieurement.

## État de l'art et concepts utiles

Tel que préalablement présenté, l'apprentissage manuel d'un mouvement à un robot est chose faite de nos jours. Cependant, les équipements utilisés afin de détecter le mouvement souhaité sont actuellement des capteurs de force. Ceux-ci sont réputés pour être compacts et robustes, mais demandent d'appliquer une certaine force sur le robot avant qu'il se déplace, ce qui induit un délai dans la réponse du système. Ce type de système se divise en deux catégories, soit les robots possédant des capteurs de couple aux articulations et les robots possédant un appareil de mesure à l'effecteur.

Le premier est le plus répandu. Une grande variété de robots sériels peuvent être obtenus avec des capteurs de couple aux articulations afin de permettre aux robots d'interagir avec des humains. Ce système fonctionne en mesurant les efforts articulaires causés par des forces externes seulement. Donc, lorsque le robot est appuyé sur quelque chose, il capte l'effort et arrête ou compense le mouvement. Dans le même ordre d'idées, il est possible d'appliquer volontairement une force sur le robot afin de le déplacer. Ceci permet donc un certain contrôle manuel du robot.

Ce type de système très répandu est sécuritaire pour une interaction entre un humain et un robot, mais n'est pas très intuitif au niveau du contrôle. Ceci s'explique par le fait que le robot se contrôle par les articulations de façon indépendante puisque chaque capteur de couple contrôle l'articulation associée. Il ne possède pas un système de contrôle global capable de contrôler toutes les articulations à la fois afin de produire le déplacement souhaité. Un de ces robots est le Kuka LWR tel que présenté à la Figure 0.1.



FIGURE 0.1 – Robot sériel Kuka LWR du laboratoire de robotique de l’Université Laval. [1]

Le laboratoire de robotique de l’Université Laval possède un robot Kuka LWR. Il est donc possible de le contrôler manuellement afin de voir le comportement du robot. Après quelques essais, le contrôle demande beaucoup d’effort et il est très difficile de produire un mouvement cartésien fluide. Ces grands efforts induisent également un temps de réponse plutôt lent dû au temps d’application de la force sur le robot.

Tel que présenté dans l’article de Nemeč, Gams, Denisa et Ude [2], il est possible d’utiliser le Kuka LWR afin d’effectuer des tâches collaboratives en plus de contrôler manuellement le robot sériel. L’article porte sur la faisabilité d’utiliser deux robots Kuka LWR afin de travailler en collaboration avec un humain pour une tâche de mise en place d’un couvercle lourd. Il est également démontré que l’utilisateur doit appliquer une certaine force afin d’activer le mouvement des robots, ce qui peut causer un certain délai.

Deuxièmement, un autre type de système utilisant des capteurs de force est un appareil de mesure indépendant installé à l’effecteur. Seul, ce type de système ne permet pas la collaboration humain robot, mais produit un bien meilleur système de contrôle. Afin d’utiliser ce système, l’utilisateur doit contrôler le robot à partir de l’effecteur puisque ce dernier capte les forces induites entre l’organe terminal et la dernière membrure du robot. En analysant les forces captées, il est possible de déduire la direction que l’utilisateur souhaite donner au robot ainsi que son amplitude, ce qui permet de contrôler le robot. Ce type de capteur est plus efficace que le premier présenté en offrant une méthode de contrôle beaucoup plus intuitive.

Un concept proposé par Zhenlin, Feng et Xiaohui [3] présente ce type de système. Le concept est un petit dispositif qui utilise six capteurs de force positionnés de sorte à obtenir un outil de mesure isotrope. Le capteur proposé n'est pas mis à l'essai dans cet article, mais le concept offre une grande opportunité d'application et devrait fournir un contrôle fluide à l'utilisateur. En contrepartie, un concept similaire basé sur la géométrie de la plateforme de Gough-Stewart est présenté dans l'article de Kang [4]. Ce second concept présente de très bons résultats expérimentaux avec une précision de moins de 7.5 % d'erreur. La Figure 0.2 présente le concept où la géométrie de Gough-Stewart est clairement visible.

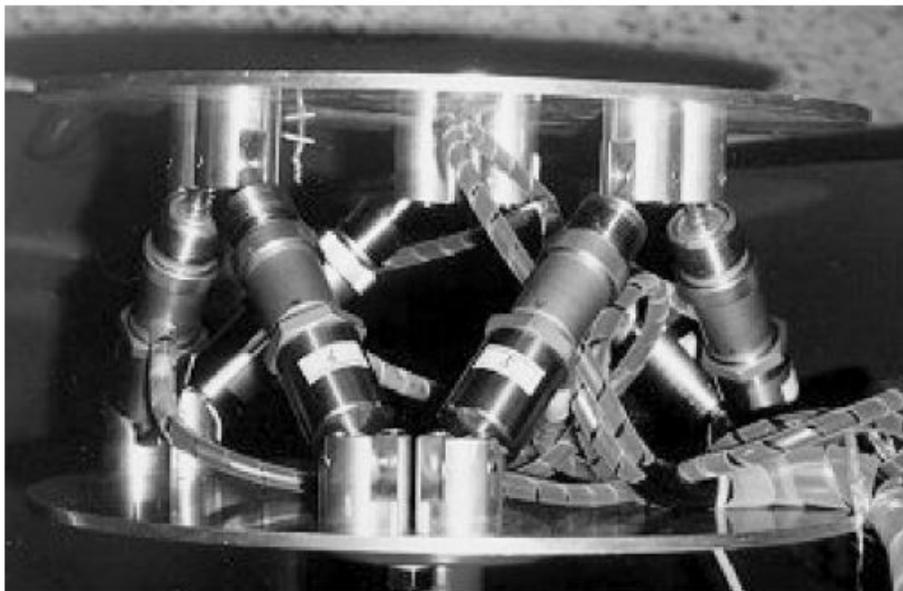


FIGURE 0.2 – Concept de capteur de force à 6 ddls basé du la géométrie de la plateforme de Gough-Stewart proposé par Kang. [4]

Le contrôle manuel des robots sériels est actuellement une méthode utilisée en industrie tel que le démontrent Winkler et Suchy [5]. Cet article démontre la possibilité d'utiliser l'un des systèmes de contrôle préalablement présentés afin d'effectuer des tâches industrielles tel que d'assembler un écrou et un raccord boulonné. Cependant, les expériences effectuées ne sont pas basées sur le contrôle manuel par un humain, mais plutôt sur l'interaction du robot avec son environnement. Ceci permet de démontrer l'utilisation des capteurs de force sans toutefois présenter l'intuitivité du contrôle.

Un autre article intéressant au sujet du contrôle manuel des manipulateurs est celui présenté par Yu et Gil [6]. Cet article présente la conception d'un système de contrôle basé sur un capteur de force à trois degrés de liberté pouvant être directement fixé sur un panneau à assembler par un disque de succion. Le concept capte l'intention de l'utilisateur par le capteur de force et envoie le signal au manipulateur afin de le contrôler. Le système, nommé IMD, est présenté à la Figure 0.3 tirée de l'article en question.

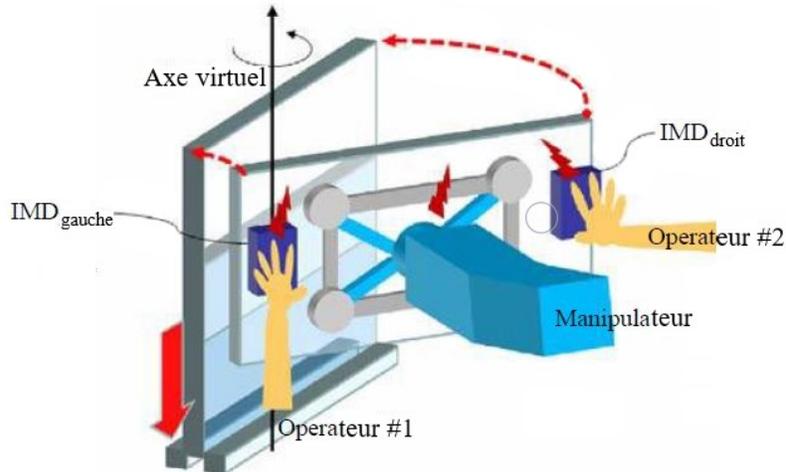


FIGURE 0.3 – Concept de capteur de force à 3 ddlS utilisé pour la manutention de panneaux proposé par Yu et Gil. [6]

Ce concept utilise deux systèmes IMD. Le premier est utilisé à titre de référence pour les axes ce qui permet de contrôler les rotations à l'aide du second capteur. Selon l'article, ce genre de système permet un très bon contrôle du panneau et les expériences effectuées prouvent la viabilité du concept.

Ces articles présentent une bonne vue d'ensemble de l'avancement fait dans le domaine du contrôle manuel des robots sériels basé sur les capteurs de force. Le concept présenté dans ce mémoire est sous la forme d'un manipulateur parallèle, il est donc intéressant de regarder différentes architectures qu'il est possible de retrouver dans la littérature, ce qui fait objet de la section qui suit.

### Architectures connues

La documentation disponible concernant le domaine de la robotique offre une très grande variété d'architectures développées au fil des années. Plusieurs d'entre elles pourraient être utilisées comme capteur de déplacement. C'est pourquoi cette section présentera les plus intéressantes pour ce projet. Les mécanismes trouvés dans la littérature seront brièvement présentés afin de soulever les avantages des différents types offerts et de démontrer la variété d'architectures disponibles.

Le premier mécanisme présenté est un mécanisme parallèle de type 3-PRPS. Cet acronyme indique que le mécanisme est composé de trois jambes avec des articulations prismatiques, rotoides, prismatiques et sphériques. Ce mécanisme étudié par Shim, Kwon et Cho [7] utilise un arrangement intéressant. Le concept est compact et il offre un espace atteignable suffisant en plus d'offrir des configurations pour lesquelles il est possible d'obtenir seulement des singularités loin de la zone neutre selon les paramètres de conception.

Le second mécanisme tiré de la littérature est un mécanisme 3-RRPS. Ce mécanisme, qui est également composé de trois jambes, est présenté dans un article de Chen, Heyne et Jackson [8]. Ce concept présenté à la Figure 0.4 est un bon candidat pour des applications haptiques tel que présenté dans l'article. Ce dernier offre la possibilité d'installer tous les moteurs au sol afin d'obtenir une structure légère et compacte. La résolution des équations cinématiques de ce mécanisme est également relativement simple en comparaison aux autres mécanismes du genre.

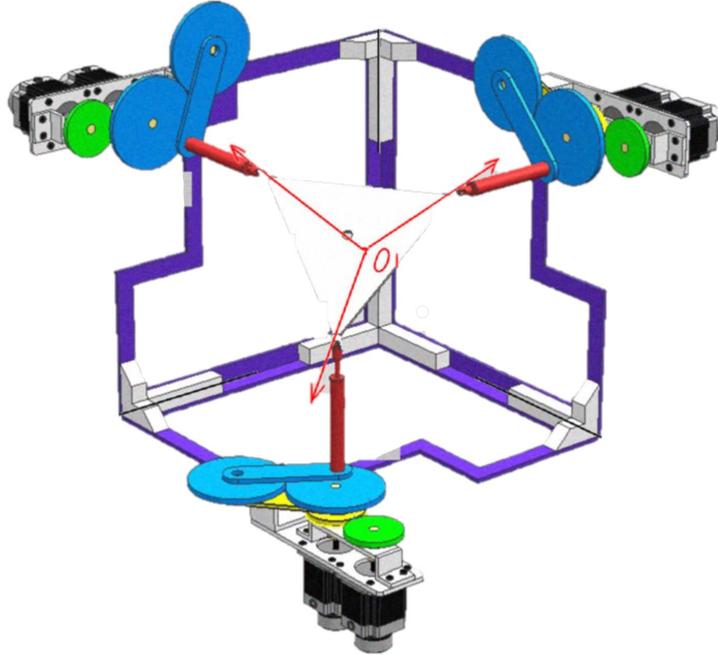


FIGURE 0.4 – Mécanisme parallèle 3-RRPS à 6 ddls proposé par Chen, Heyne et Jackson. [8]

Par la suite, un mécanisme plus simple possédant trois jambes de type PRS est analysé dans l'article de Li et Xu [9]. Tel que présenté à la Figure 0.5, cette architecture est plus simple que celles des derniers mécanismes présentés. Comme indiqué dans cet article, il est possible pour le mécanisme d'avoir une bonne dextérité selon l'angle donné aux articulations prismatiques. Le mécanisme est compact et pourrait facilement être monté au poignet d'un robot sériel dans le but d'être utilisé comme capteur de déplacement.

Un dernier concept est présenté dans cette section. Ce concept est basé sur une architecture à six jambes de type URS. Sans articulation prismatique, ce mécanisme offre un mouvement plus fluide dû à la friction plus faible des articulations rotoïdes. Étudié par Sabater et Azorin [10], ce mécanisme est présenté en tant qu'équipement haptique. Illustré à la Figure 0.6, ce dernier semble plus complexe dû au nombre de chaînes cinématiques, mais ce révèle cinématiquement plus simple.



FIGURE 0.5 – Mécanisme parallèle 3-PRS à 6 ddls proposé par Li et Xu. [9]

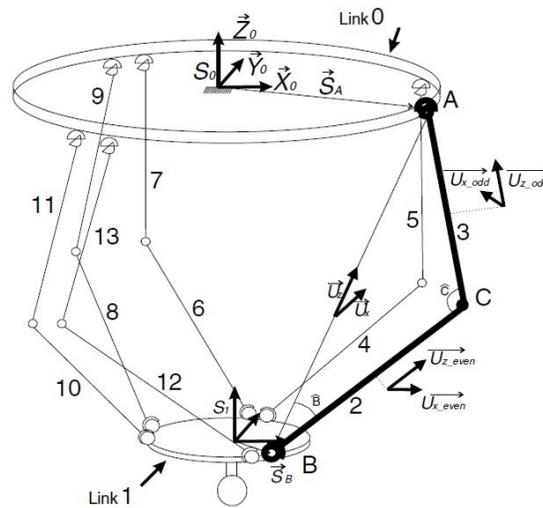


FIGURE 0.6 – Mécanisme parallèle 6-URS à 6 ddls proposé par Sabater et Azorin. [10]

Ces brèves présentations des différents mécanismes démontrent bien la diversité d'architectures disponibles. Un point important en robotique, principalement en conception de mécanisme, est les singularités reliées au concept. Chacun des articles préalablement cités présente une analyse sur ce sujet. La section suivante présente une sélection d'articles basés sur l'analyse des singularités et sur la cinématique des mécanismes afin de cibler certains concepts qui seront étudiés pour la suite du projet.

## Concepts cinématiques et analyse des singularités

L'étude des singularités d'un mécanisme permet de déterminer les positions pour lesquelles le mécanisme ne peut fonctionner normalement. Différents types de singularités existent. Par exemple, une singularité se produit lorsque les actionneurs ne peuvent produire une certaine vitesse cartésienne ou encore lorsque l'organe terminal peut avoir une vitesse non nulle alors que les actionneurs ont tous une vitesse nulle. Cette section présente les articles utilisés pour ce projet lors des analyses des singularités et certains concepts théoriques également utilisés.

Pour commencer, l'étude des singularités est faite à partir des matrices jacobiniennes, qui seront définies au Chapitre 2. La méthode la plus répandue est de déterminer l'ensemble des cas pour lesquels les matrices jacobiniennes possèdent un déterminant nul. Celle-ci est cependant très fastidieuse et c'est pourquoi des méthodes géométriques existent également. La méthode utilisée sera de type géométrique en utilisant les droites de Plücker [11] définies à partir des matrices jacobiniennes.

Trois articles ont été sélectionnés pour cette étude. Le premier, présenté par Monsarrat et Gosselin [12], explique chacun des cas de singularités qu'il est possible d'obtenir en utilisant les droites de Plücker, également nommées droites de Grassmann. Pour un mécanisme similaire à celui étudié, l'article présente une analyse détaillée sur l'évaluation de chacun des cas singuliers que le mécanisme peut rencontrer. Cette étude peut facilement être reproduite sur d'autres architectures similaires pour lesquelles les droites de Plücker sont déjà définies.

Le second et le troisième article sur ce sujet présente le même type d'analyse mais, en utilisant une méthode de présentation différente. L'article de Dash, Chen, Yeo et Yang [13] présente l'analyse des droites de Plücker sous forme de tableau indiquant le résultat géométrique que formera les droites pour qu'une singularité survienne, et ce pour l'ensemble des singularités possibles. Ensuite, le dernier article publié par Ben-Horin et Shoham [14], présente en image les configurations singulières du mécanisme pour une architecture de même type. En utilisant ces articles, il est possible de bien effectuer une analyse des singularités et de comparer les résultats obtenus ultérieurement à ceux présentés dans ces articles.

La présentation de l'état de l'art faite dans cette section permet de mieux situer le sujet de recherche parmi les avancements déjà faits. À partir de cette recherche, il est possible de clairement établir la problématique ainsi que les objectifs du projet qui seront détaillés à la section suivante.

## Problématique actuelle et objectif du projet

Les différents outils actuellement utilisés pour contrôler manuellement un robot sériel ont été présentés à la section précédente. La littérature démontre bien qu'un système de

contrôle composé d'un capteur à six degrés de liberté situé à l'effecteur offre un contrôle fluide et précis. Toutefois, ces systèmes utilisent tous des capteurs de force qui induisent un délai principalement dû au temps d'application de la force par l'utilisateur. Ceci mène donc à la problématique suivante, qui est que les méthodes actuelles de contrôle manuel d'un robot ne sont pas assez intuitives. Autrement dit, les systèmes ont des délais de réponse ou ne permettent pas à l'utilisateur de contrôler, de façon fluide, le robot sériel.

Afin de pallier ce problème, il serait beaucoup plus naturel pour l'utilisateur, afin d'indiquer le déplacement désiré au robot, d'être capable de directement déplacer l'effecteur d'un capteur dans la direction souhaitée et que le robot suive le mouvement en assurant un équilibre dynamique. Autrement dit, l'utilisation d'un capteur de déplacement serait plus intuitif qu'un capteur de force afin de contrôler manuellement un robot.

Découlant de cette problématique, l'objectif principal de la recherche consiste alors à développer un capteur de déplacement sous la forme d'un mini manipulateur parallèle passif pouvant être monté au poignet d'un robot sériel afin de le contrôler par déplacement. Le capteur, monté parallèlement au poignet, servira d'interface dynamique pour la manipulation du robot par un humain tel que mentionné préalablement. La manipulation du robot devra être aussi intuitive que possible pour l'utilisateur alors que le déplacement de l'effecteur du capteur rendra imperceptible à l'utilisateur le délai de réponse. Cependant, le projet actuel se limitera seulement au développement d'un capteur de déplacement et à démontrer son fonctionnement sans toutefois tester son comportement sur un robot sériel. Le projet consiste alors à démontrer la possibilité d'utiliser une architecture parallèle sans articulation prismatique afin de capter un mouvement dans l'espace.

Il est ensuite possible de diviser cet objectif afin de mieux le définir. Ce dernier sera divisé en deux catégories, soit une première au niveau de l'architecture et une seconde axée sur le comportement du concept. Pour commencer, le mécanisme à développer devra être sans articulation prismatique afin de réduire la friction dans le système. De plus, parallèlement à ce projet, la conception d'un capteur de déplacement basé sur la géométrie de la plateforme de Gough-Stewart, composée d'articulations prismatiques, fait déjà l'objet d'un projet de recherche à l'Université Laval [15]. Le concept devra également être assez compact pour être monté au poignet d'un robot sériel et léger de sorte à ne pas gêner son comportement. De plus, le mécanisme devra posséder un effecteur convivial et manipulable d'une seule main, c'est-à-dire que la force applicable par l'utilisateur devra être très faible et pratiquement imperceptible.

Au niveau du comportement, le mécanisme devra être en mesure de fournir la position relative de son organe terminal par rapport à sa base qui est fixe sur le robot sériel. De la sorte, il sera possible de traiter ce déplacement capté afin d'indiquer au robot le mouvement souhaité par l'utilisateur. Ceci devra être fait avec une précision convenable afin que l'utilisateur puisse

effectuer une tâche de positionnement simple sans difficulté. Il est également nécessaire de conserver la possibilité d'utiliser le robot sans le capteur de déplacement. Ce dernier doit donc être assez rigide en position neutre de sorte à ne pas générer de commande lorsque le robot sériel se déplace. Autrement dit, le mécanisme devra avoir un système de rappel capable de supporter une accélération à déterminer. Pour terminer, le capteur de déplacement devra conserver la même précision sur toute sa plage d'utilisation de sorte à ne pas être contre-intuitif pour l'utilisateur.

Suite à la présentation de la problématique et à l'élaboration des objectifs, la dernière section de ce chapitre présente l'organisation du mémoire en détaillant le contenu de chacun des chapitres.

## Organisation du mémoire

Ce mémoire est divisé selon quatre grands thèmes. Ces derniers ne sont cependant pas présentés en ordre chronologique puisque la majorité d'entre eux ont été faits conjointement. La présentation du projet suit plutôt un ordre logique afin de rendre la lecture fluide. L'analyse et la conception d'un capteur de déplacement à six degrés de liberté sont divisées de la manière suivante.

Le premier chapitre présente la sélection du type de mécanisme et les méthodes utilisées. La sélection de ce dernier est une étape primordiale du projet. Plusieurs types de mécanismes parallèles peuvent être en mesure d'accomplir la tâche demandée. C'est pourquoi il est important de bien évaluer ces mécanismes selon des critères et des contraintes soigneusement définies. Cette section présentera trois types de mécanismes qui ont été envisagés suivi d'une comparaison des trois choix et se terminera par la présentation du mécanisme retenu.

Le second chapitre, porte sur le développement des équations cinématique et des algorithmes associés. Une fois le mécanisme utilisé bien défini, il est possible de se pencher sur les équations cinématiques qui le régit ainsi que sur les algorithmes de contrôle. Les équations cinématiques se regrouperont en trois principaux algorithmes : le problème géométrique inverse, les matrices jacobiniennes et le problème géométrique direct.

Le troisième chapitre présente la conception et l'optimisation du prototype. Dû au fait que le mécanisme doit être monté au poignet d'un robot, l'espace nécessaire doit être minimal d'où l'importance d'optimiser l'espace utile. Par la suite, le système de rappel spécialement adapté à ce mécanisme sera présenté ainsi que le choix des capteurs. L'étude des singularités et l'analyse de sensibilité théorique feront également partie de ce chapitre. Cette section se conclura par la présentation de certains prototypes menant au concept final.

Le dernier chapitre porte sur les essais expérimentaux et l'analyse des résultats. Le prototype étant conçu et fabriqué, il est alors le temps d'effectuer les essais nécessaires afin de

valider les performances de ce capteur. Ces essais se diviseront en quatre grandes étapes, soit la validation des trajectoires unidirectionnelles, une étude de sensibilité réelle suivi de l'analyse de trajectoires aléatoires avant de terminer par la discussion des résultats.

Ceci conclut la présentation et la mise en contexte du présent projet de recherche. L'ensemble des informations nécessaires à la bonne compréhension du mémoire qui suit ont été présentées, ce qui permet d'entrer plus concrètement dans le vif du sujet, soit la conception du capteur de déplacement à six degrés de liberté en débutant avec la sélection du type de mécanisme.

# Chapitre 1

## Sélection du type de mécanisme

L'architecture d'un mécanisme peut être très variée. Une panoplie d'architectures de mécanismes existe et chacune de ces dernières comporte des avantages et des inconvénients. La première étape de ce projet est alors de définir l'architecture la plus appropriée pour l'utilisation prévue en se basant sur les différents concepts déjà existants dans la littérature. Pour ce faire, le type d'utilisation sera clairement défini, ensuite, une série de mécanismes seront présélectionnés et comparés afin de déterminer le meilleur d'entre eux.

Dans le cadre de ce projet, un mécanisme de type parallèle et sans articulation prismatique est nécessaire puisqu'il peut offrir une structure circulaire pouvant être montée de façon coaxiale au poignet d'un robot sériel. Les articulations non prismatiques peuvent être optimisées afin de générer des forces de friction plus faibles.

Le présent chapitre commence par la présentation des critères de conception, suivi d'une série de trois mécanismes présélectionnés. Ensuite, ces mécanismes seront comparés à l'aide d'une matrice de décision élaborée à partir des critères de conception. Ce chapitre se terminera par la présentation générale du concept retenu.

### 1.1 Élaboration des critères et contraintes de conception

Ce type de projet commence généralement par la mise en place de critères de conception qui baliseront l'évolution du concept tout au long du projet afin de s'assurer que les objectifs soient atteints. Dans le cas présent, cette liste est élaborée à partir de la problématique et des objectifs définis à la section précédente.

Tel que mentionné dans l'introduction, l'objectif du projet est de concevoir un mécanisme à six degrés de liberté pouvant être utilisé comme capteur de déplacement afin de contrôler manuellement et de façon intuitive un robot sériel. La problématique soulevée se situe dans la méthode de contrôle actuellement utilisée. Les critères qui seront présentés sont donc étroitement liés à l'utilisation intuitive du prototype.

L'intuitivité d'un système de contrôle est difficilement mesurable. Il n'est donc pas possible d'utiliser directement ce critère à des fins de comparaison. Elle peut toutefois se diviser en deux thèmes tels que la simplicité et la réactivité. L'être humain est naturellement poussé vers la tâche la plus simple. C'est pourquoi ce projet se penche vers un capteur de déplacement plutôt qu'un capteur de force. La réactivité du prototype joue un rôle clé puisqu'un délai de réponse entre le capteur et le robot peut grandement nuire à l'impression de fluidité dans le système perçus par l'utilisateur. Ces thèmes doivent donc être prédominants lors de la sélection des critères.

Ces derniers seront présentés sous forme de tableau de type cahier des charges. Ils sont répartis en deux tableaux, le premier pour les critères quantitatifs et le second pour les qualitatifs. Chacun d'eux est suivi d'une description des critères importants en commençant avec les critères quantitatifs présentés au Tableau 1.1.

L'ensemble des critères du Tableau 1.1 se divise en quatre grandes catégories. Pour commencer, les dimensions du prototype ne doivent pas être trop encombrantes sachant qu'il sera monté au poignet d'un robot sériel. Les critères 1.1 à 1.3 sont définis afin de régir l'espace utile du mécanisme. Ces dimensions ne tiennent pas compte des équipements de protection qui pourraient être ajoutés.

Par la suite, le débattement requis pour le mécanisme présenté aux critères 1.4 et 1.5 qui définissent le débattement linéaire et angulaire requis. Ces deux critères sont importants au niveau de l'intuitivité puisqu'ils ont un rôle clé dans la réactivité du mécanisme. Si la plage de déplacement est trop faible, le prototype réagira trop brusquement et il sera plus difficile pour l'utilisateur de gérer le taux d'amplitude du déplacement. D'un autre côté, si la plage est trop grande, l'utilisateur aura la sensation que le robot ne réagit pas assez rapidement ou qu'il y a un délai de réponse. Il a été défini qu'une plage de plus ou moins 15 *mm* est visée comme valeur linéaire et plus ou moins 15° pour les déplacements angulaires.

La catégorie suivante porte sur la sensibilité du mécanisme. De même que pour les critères précédents, la sensibilité joue un rôle important dans la réactivité du système. Celle-ci se divise en quatre critères qui sont la sensibilité linéaire, la sensibilité angulaire, la plage neutre linéaire et la plage neutre angulaire présentés aux critères 1.6 à 1.9. Cette sensibilité sera principalement définie par la géométrie du mécanisme, les tolérances de fabrication et la résolution des outils de mesure choisis. L'importance de cette catégorie est principalement au niveau de la répétabilité des mouvements et de la précision du prototype. Les valeurs, définies approximativement, sont assujetties à se préciser par la suite ou même d'être corrigées après l'analyse des résultats obtenus à la fin de ce projet.

La dernière catégorie de critères quantitatifs porte sur la simplicité du mécanisme. Un mécanisme plus simple est, en général, plus efficace et offre de meilleurs résultats. Dans cette catégorie, se retrouvent quatre critères qui sont le nombre de degrés de liberté couplés, le

Tableau 1.1 – Cahier des charges quantitatif.

No.		Critères	Valeurs visées	Valeurs minimales	Valeurs maximales
1.1	Dimension	Volume du capteur	1 500 cm <sup>3</sup>	-	3 500 cm <sup>3</sup>
1.2		Dimension de la base	12 cm x 12 cm	-	20 cm x 20 cm
1.3		Hauteur du capteur	8 cm	-	15 cm
1.4	Débattement	Débattement linéaire	1.5 cm	1 cm	2 cm
1.5		Débattement angulaire	15°	10°	20°
1.6	Sensibilité	Sensibilité linéaire	0.1 mm	-	0.5 mm
1.7		Sensibilité angulaire	0.5°	-	1.5°
1.8		Plage neutre linéaire	1 mm	-	3 mm
1.9		Plage neutre angulaire	2°	-	4°
1.10	Simplicité	Nombre de degrés de liberté couplés	moins que 3	1	6
1.11		Nombre d'articulations standards	moins que 15	6	-
1.12		Nombre d'articulations flexibles	au moins 3	0	-
1.13		Nombre de composantes	Le moins possible	1	-

nombre d'articulations standards, le nombre d'articulations flexibles et le nombre total de composantes. Pour commencer, le nombre de degrés de liberté couplés, indiqué au critère 1.10, se décrit par le nombre d'outils de mesure nécessaire à la lecture d'un des degrés de liberté. Moins les degrés de liberté sont couplés, plus il est facile de résoudre les algorithmes de contrôle et moins il y a de risque d'erreur dû aux méthodes de résolution numérique.

Les critères 1.11 et 1.12, indiquent le nombre d'articulations standards et le nombre d'articulations flexibles et présentent un bon aperçu de la complexité du mécanisme. Chaque articulation du mécanisme introduit de la friction et nuit à la sensibilité du prototype. C'est pourquoi il est important de se limiter au minimum possible. Pour ce qui est des articulations flexibles, elles permettent souvent de ne pas avoir de friction en plus de servir de système de rappel. Ce type d'articulation ne produit pas de friction puisqu'il n'y a pas de composantes

en contact qui glissent l'une par rapport à l'autre. Toutefois, ces articulations peuvent nuire à la sensibilité et augmenter la plage neutre. C'est pourquoi un minimum nul est défini à ce critère.

Certains critères ne peuvent être définis par des quantités dû à la difficulté d'évaluation de ces derniers. C'est pourquoi un second tableau regroupe les critères qualitatifs qui sont présentés au Tableau 1.2. Contrairement au tableau précédent, les critères n'ont pas été regroupés en catégories puisqu'ils sont moins nombreux.

Tableau 1.2 – Cahier des charges qualitatif.

No.	Critères	Valeurs visées	Valeurs mini- males	Valeurs maxi- males
2.1	Possibilité de bloquer le capteur afin de ne pas l'utiliser	Oui	Oui	-
2.2	Possibilité de bloquer certains degrés de liberté	Oui	Non	-
2.3	Rigidité du mécanisme en flexion	Imperceptible par l'utilisateur	Difficilement perceptible par l'utilisateur	-
2.4	Rigidité du mécanisme en torsion	Imperceptible par l'utilisateur	Difficilement perceptible par l'utilisateur	-

Premièrement, il est important d'avoir la possibilité de bloquer le prototype afin d'être en mesure d'utiliser le robot sériel à d'autres fins, ce qui est précisé par le critère 2.1. Le système de blocage peut aussi bien être mécanique que électronique. Le second critère, 2.2, présente la possibilité de bloquer seulement certains degrés de liberté permettant à l'utilisateur de conserver une orientation et modifier la position ou vice versa.

Pour terminer, les deux derniers critères, 2.3 et 2.4, précisent la rigidité du mécanisme en flexion et en torsion. La rigidité en flexion peut être observée lorsque celui-ci est bloqué et qu'une force est appliquée sur l'effecteur, tandis que la rigidité du mécanisme en torsion peut être observée lorsque ce dernier est bloqué et qu'un couple est appliqué sur l'effecteur. Ces deux derniers critères n'ont pas été quantifiés puisqu'il est difficile de prévoir une valeur utilisable pour toutes les architectures de mécanismes possibles. Il est cependant important que le mécanisme soit assez rigide pour ne pas que l'utilisateur puisse percevoir une déformation des composantes. De plus, une trop faible rigidité du mécanisme peut nuire de façon importante au bon fonctionnement du robot. Si le mécanisme est en mesure de se déformer, cela introduira une erreur de mesure et diminuera la sensibilité du prototype.

L'ensemble des critères nécessaires à la conception d'un mécanisme qui respectera l'objectif du projet ont été définis. Il est maintenant possible d'entamer l'étude des différentes architectures possibles. La prochaine étape présentera donc une présélection de trois mécanismes respectant les critères de conception définis.

## 1.2 Présentation des mécanismes envisagés

Tel qu'énoncé, une présélection est faite afin de présenter quelques concepts qui sont en mesure de répondre au mandat du projet. Il a été présenté dans les objectifs que le mécanisme ne devait pas comporter d'articulation prismatique afin de réduire la friction dans le système. De plus, une architecture de type parallèle est priorisée puisqu'elle doit être montée autour d'une membrure de robot.

En respectant ces critères, trois concepts ont été retenus et seront étudiés afin de déterminer le meilleur mécanisme à utiliser pour le capteur de déplacement. Les trois mécanismes retenus sont nommés : *concept Série*, *concept Multi-3* et *concept Multi-6*.

Le concept Série est composé de trois mécanismes en série. Son principal avantage est que les degrés de liberté sont mieux découplés. Ensuite, le concept Multi-3 est un mécanisme parallèle composé de trois jambes sérielles, ce qui produit un mécanisme très simple. Finalement, le concept Multi-6 est un mécanisme parallèle composé de six jambes sérielles. Cette dernière architecture permet d'obtenir un comportement près de celui de la plateforme de Gough-Stewart [16]. Les trois sections suivantes présente en détail chacun de ces concepts en commençant par le concept Série.

### 1.2.1 Mécanisme 1 : concept Série

Le concept Série est composé d'un assemblage de trois mécanismes différents montés en série. Ceux-ci ont été sélectionnés de sorte à découpler l'orientation de la position afin de simplifier les algorithmes nécessaires. Un mécanisme parallèle de type 3-URS-S, présenté à la Figure 1.1, servira de base et produira seulement les mouvements d'orientation du capteur. Ensuite, pour la position, un mécanisme de Sarrus, au centre, surmonté d'un mécanisme parallèle plan à cinq barres sera utilisé. La Figure 1.1 présente un schéma du mécanisme complet.

Le choix de cet assemblage permet de produire un manipulateur à six degrés de liberté dont les trois degrés de liberté en orientation sont découplés de la position. Chacun de ces mécanismes doit être conçu de façon à créer un capteur qui respecte les critères du cahier des charges préalablement présenté.

Pour commencer, le mécanisme parallèle plan à cinq barres, un mécanisme très répandu, formera la section supérieure du concept. Ce mécanisme plan possède deux degrés de liberté

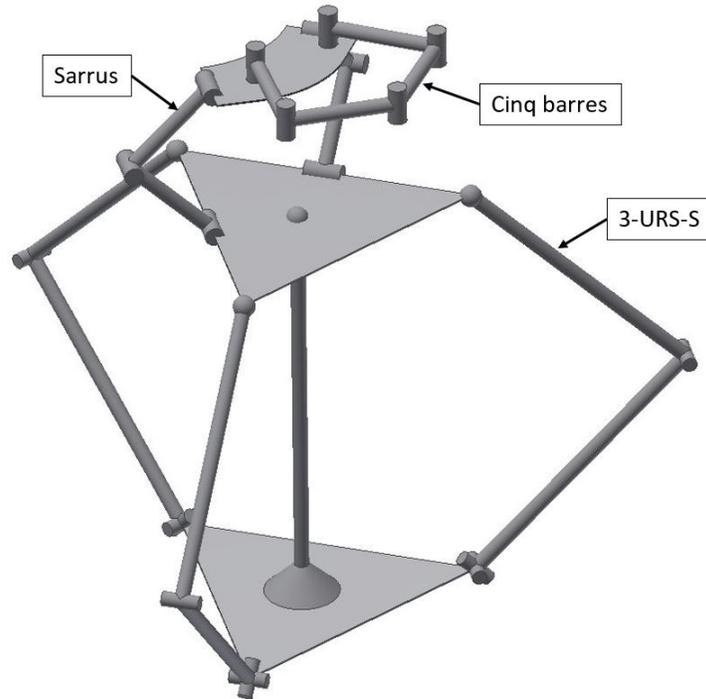


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du concept Série.

et est utilisé dans ce concept afin de produire les déplacements en X et Y par rapport à la base. La résolution cinématique de ce mécanisme se fait en utilisant les équations de fermeture de boucle. Cette méthode est relativement simple et très bien définie dans la littérature [17].

Ensuite, le déplacement selon l'axe Z sera guidé par le mécanisme de Sarrus [18] situé au centre du concept. Ce dernier, également très répandu, est reconnu pour produire un mouvement linéaire unidirectionnel. Les deux premières sections régiront donc les trois degrés de liberté linéaires du concept. Il sera possible d'inclure deux outils de mesure au mécanisme à cinq barres et un au mécanisme de Sarrus afin de mesurer la position de l'effecteur. Cette section supérieure qui gère les mouvements linéaires est déjà très découplée et simple à résoudre.

Pour l'orientation, le mécanisme 3-URS-S produira les trois degrés de liberté en rotation. Ce mécanisme d'orientation formera la base du concept. Il est composé d'une base et d'un effecteur dont le centre est relié à la base par une liaison sphérique et de trois jambes sérielles qui gèrent l'orientation de la plateforme. Ces jambes composées d'une articulation de cardan à la base, une rotoïde au centre et une articulation sphérique à l'effecteur comprennent chacun un outil de mesure afin de déterminer l'orientation de la plateforme.

La résolution de ce mécanisme est relativement simple, il est possible d'obtenir un polynôme de degré seize qui se résout numériquement. Celui-ci s'obtient en utilisant les équations de fermeture de boucle [19].

Cette brève description du mécanisme définit assez bien le concept Série. Il sera alors possible de le comparer aux autres. Avant d’entamer la description du prochain concept, un résumé des éléments clés de ce mécanisme est présenté au Tableau 1.3.

Tableau 1.3 – Résumé des caractéristiques du concept Série.

Critères	Résultat pour le concept
Nombre total d’articulations	18
Nombre total de composantes	17
Complexité de la résolution algorithmique	Simple
Possibilité de bloquer tout le mécanisme	Oui
Possibilité de bloquer l’orientation ou la position indépendamment	Oui
Estimation du volume total du mécanisme	3 400 cm <sup>3</sup>
Nombre d’outil de mesure ou éléments de rappel	6

Ce tableau sera par la suite utilisé afin de comparer les mécanismes entre eux. Cette comparaison sera présentée ultérieurement dans ce chapitre. La présentation du prochain concept, le Concept Multi-3, formera la section suivante.

### 1.2.2 Mécanisme 2 : concept Multi-3

Le concept Multi-3 est un mécanisme parallèle composé de trois chaînes sérielles qui relient la plateforme à la base tel que présenté à la Figure 1.2. Ce dernier est de même type que le mécanisme 3-URS-S utilisé à la base du concept précédent, mais sans la liaison sphérique entre la base et la plateforme. Il est très simple et compact, il offre plusieurs configurations des jambes ainsi que différentes positions possibles pour les outils de mesure articulaire. C’est pour ces raisons qu’il compte parmi les concepts étudiés dans ce rapport.

Les jambes du mécanisme sont composées de deux membrures reliées par une articulation rotoïde. La jambe est fixée à la base par une articulation de cardan et à la plateforme par une articulation sphérique. Cet arrangement d’articulations offre un grand débattement et permet de conserver les capteurs articulaires à la base.

Les algorithmes à développer pour ce concept sont plus complexes que pour le premier. Ils demandent l’utilisation de méthodes numériques puisque les six capteurs angulaires sont tous couplés. Autrement dit, il est nécessaire d’avoir les six outils de mesure afin de déterminer la position de l’effecteur, peu importe le mouvement du mécanisme, contrairement au premier concept pour lequel un seul outil de mesure est utilisé pour un mouvement selon l’axe Z. Le Tableau 1.4 résume l’ensemble des informations nécessaires à la comparaison des concepts.

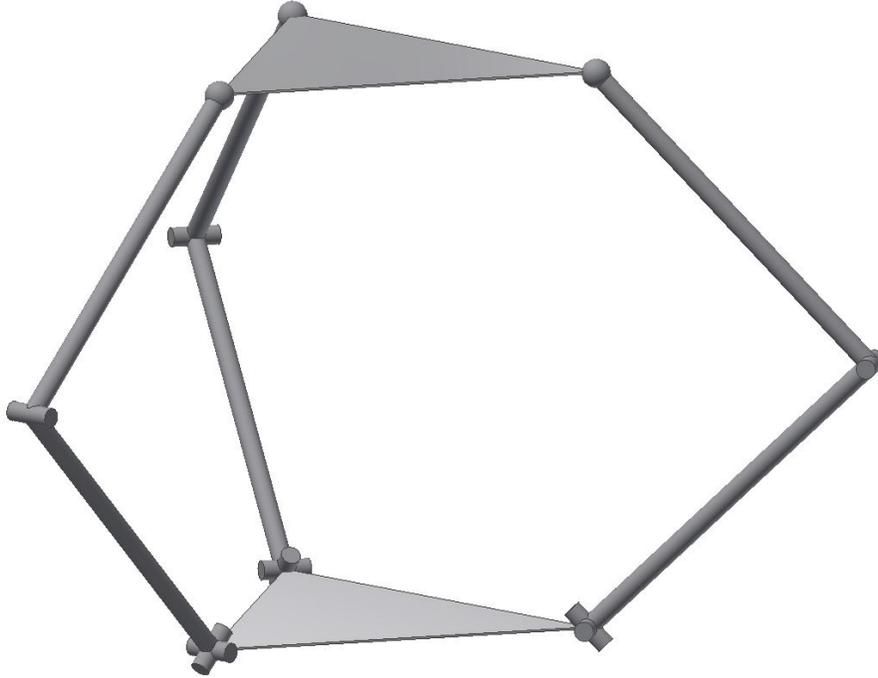


FIGURE 1.2 – Représentation schématique du concept Multi-3.

Tableau 1.4 – Résumé des caractéristiques du concept Multi-3.

Critères	Résultat pour le concept
Nombre total d'articulations	9
Nombre total de composantes	8
Complexité de la résolution algorithmique	Complexe
Possibilité de bloquer tout le mécanisme	Oui
Possibilité de bloquer l'orientation ou la position indépendamment	Non
Estimation du volume total du mécanisme	4 400 cm <sup>3</sup>
Nombre d'outil de mesure ou éléments de rappel	6

De même que pour le premier concept, ce tableau sera par la suite utilisé à des fins de comparaison. Le dernier concept retenu, le Concept Multi-6, est présenté à la section suivante.

### 1.2.3 Mécanisme 3 : Concept Multi-6

Le dernier concept présélectionné est le concept Multi-6. Ce dernier, semblable au concept Multi-3, est composé d'une base et d'une plateforme reliées par six jambes. La Figure 1.3 met en image ce dernier concept.

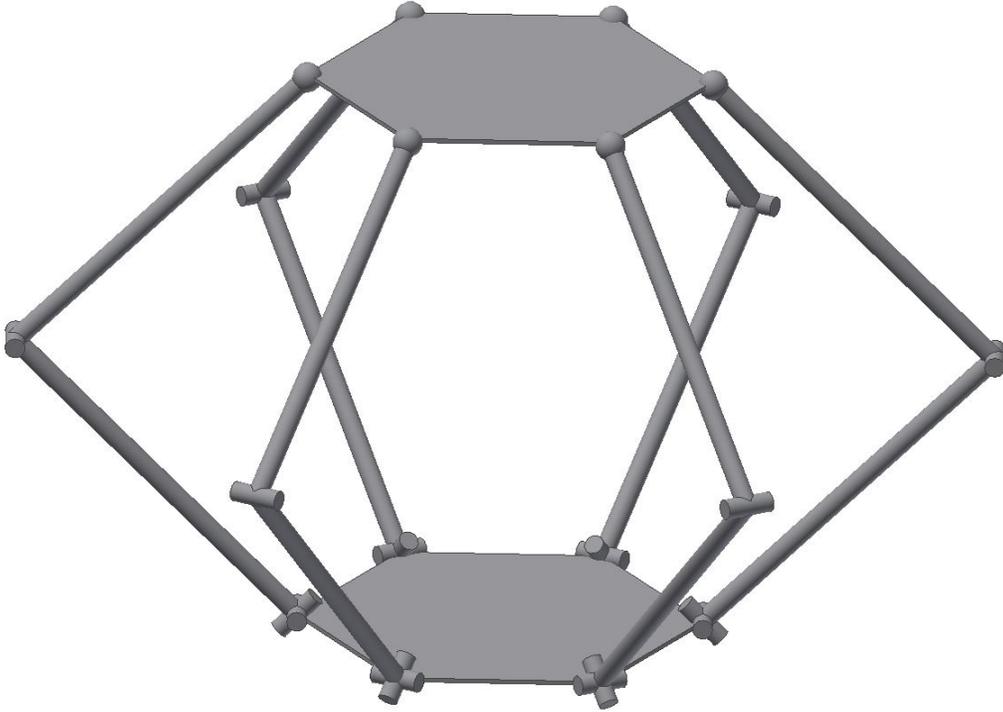


FIGURE 1.3 – Représentation schématique du concept Multi-6.

Chacune des jambes, identiques à celles du concept précédent, est reliée à la base par un joint de cardan suivi d'une seconde articulation rotoïde au centre et s'attache à la plateforme par une liaison sphérique. Ce type d'architecture est très similaire à une plateforme de type Gough-Stewart, mis à part que les jambes ont une articulation rotoïde plutôt que prismatique. La résolution des algorithmes est également complexe pour ce type d'architecture. Cependant, puisqu'elle est similaire à une plateforme de Gough-Stewart, plusieurs recherches ont déjà été faites sur le sujet ce qui simplifie grandement la résolution.

Ce dernier tableau résumé met fin à la présentation des trois concepts envisagés. Chacune de ces architectures est en mesure de remplir les requis de ce projet. La section suivante, comparaison et choix du mécanisme, fera ressortir les avantages et inconvénients de chacun d'eux afin de choisir le concept qui sera utilisé.

### 1.3 Comparaison et choix du mécanisme

L'étape de comparaison des mécanismes permet de bien fonder la décision du choix du concept afin de s'assurer que le bon mécanisme sera développé par la suite. Afin de s'en assurer, la comparaison des mécanismes proposés est faite à l'aide d'une matrice de décision détaillée à la section suivante. Ce choix sera basé sur différents critères élaborés à partir des cahiers des charges précédemment détaillés.

Tableau 1.5 – Résumé des caractéristiques du concept Multi-6.

Critères	Résultat pour le concept
Nombre total d'articulations	18
Nombre total de composantes	14
Complexité de la résolution algorithmique	Complexe, mais connues
Possibilité de bloquer tout le mécanisme	Oui
Possibilité de bloquer l'orientation ou la position indépendamment	Non
Estimation du volume total du mécanisme	4 400 cm <sup>3</sup>
Nombre d'outil de mesure ou éléments de rappel	6

### 1.3.1 Matrice de décision

La matrice de décision est un outil d'analyse servant à déterminer le meilleur concept proposé selon certains critères bien définis. Ceux-ci sont élaborés de sorte à obtenir un concept final qui répond le mieux aux attentes. Une pondération est associée à chacun de ces critères afin que les plus importants aient la plus grande influence sur le résultat. Chacun des concepts proposés est alors évalué et obtient un pourcentage de respect des critères. Ce dernier permet alors de comparer les concepts entre eux.

Les critères de sélection de ce projet ont été choisis afin que le capteur de mouvement ait un contrôle le plus intuitif possible, qu'il soit robuste et polyvalent. Le Tableau 1.6 présente ces critères, leur pondération respective ainsi que les résultats d'évaluation des trois concepts. Pour chaque critère, le résultat sera indiqué suivi de la note obtenue entre parenthèses. L'explication de ces derniers sera présentée sous forme de liste afin de préciser la méthode de pointage associée à chaque critère.

1. Permet de quantifier l'hystérésis du mécanisme causé par la friction des articulations. Un total de 15 articulations ou moins accorde tous les points et 2 points par articulation supplémentaire sont soustraits.
2. Permet de quantifier la stabilité et la validité du contrôle. Une seule solution accorde tous les points et 1 point est soustrait par solution supplémentaire.
3. Bloquer certains degrés de liberté peut permettre un meilleur contrôle en plus d'améliorer le rendu haptique du manipulateur. Les points sont accordés de façon équivalente pour le blocage des rotations et des translations.

Tableau 1.6 – Matrice de décision.

Classes	Critères	Pondération	Concept Série	Concept Multi-3	Concept Multi-6
Utilisation	1. Nombre d'articulations	12%	18 (6/12)	9 (12/12)	18 (6/12)
	2. Nombre de solutions réelles du PGD	15%	4 (12/15)	8 (8/15)	8 (8/15)
	3. Possibilité de bloquer les rotations ou les déplacements	18%	Les deux (18/18)	linéaire (9/18)	linéaire (9/18)
Robustesse	4. Volume total du mécanisme	20%	3400 cm <sup>3</sup> (20/20)	4400 cm <sup>3</sup> (14/20)	4400 cm <sup>3</sup> (14/20)
Coûts	5. Nombre de composantes	15%	17 (4/20)	8 (20/20)	14 (8/20)
	6. Volume d'usinage	10%	9600 cm <sup>3</sup> (4/10)	8500 cm <sup>3</sup> (10/10)	9000 cm <sup>3</sup> (7/10)
Complexité	7. Nombre d'éléments de rappel nécessaires	10%	6 (10/10)	6 (10/10)	6 (10/10)
Totaux :		100%	70/100	83/100	62/100

4. Le volume total du mécanisme correspond au volume minimale d'une boîte hors tout. Autrement dit, le volume du plus petit prisme dans lequel le mécanisme peut être contenu.
5. Permet d'estimer grossièrement les coûts du mécanisme ainsi que sa complexité. Le mécanisme ayant le moins de composantes aura tous les points et 2 points par composante supplémentaire sont soustraits.
6. Le calcul du volume d'usinage est un critère qui permet d'estimer la quantité de travail nécessaire à la fabrication. Il est convenu que le volume de matière à enlever lors de la fabrication correspond environ au volume final de la pièce. La valeur attribuée au concept correspond donc à la somme du volume des pièces du mécanisme. Le mécanisme ayant le plus petit volume obtiendra tous les points. Pour les autres concepts, une réduction proportionnelle au volume supplémentaire sera appliquée.
7. Permet de quantifier la complexité du mécanisme. Six éléments accordent tous les points et 3 points sont soustraits par élément supplémentaire.

Suite à l'analyse effectuée à l'aide de la matrice de décision, le mécanisme retenu est le Concept Multi-3. Les raisons principales de ce choix sont le résultat obtenu à l'aide la matrice de décision, la simplicité du mécanisme et également la possibilité d'ajouter facilement des capteurs afin de réduire la complexité des équations cinématiques. La suite du mémoire sera donc axée sur les détails de la conception de ce mécanisme en commençant par la section suivante qui présentera plus en profondeur le concept retenu.

## 1.4 Présentation du mécanisme retenu

Tel que mentionné, le mécanisme retenu est le concept Multi-3. Pour la suite du document, l'abréviation CM3 sera utilisée afin de lui faire référence. Ce concept simple répond entièrement au besoin du projet. Cette dernière partie du chapitre présentera plus en détail le concept afin de mettre en place tous les éléments nécessaires à l'élaboration de la cinématique du mécanisme qui sera présentée au chapitre suivant.

Pour résumer, le CM3 est composé d'une plateforme triangulaire reliée à la base par trois jambes sérielles présentées à la Figure 1.2. Les jambes possèdent des joints de cardan à la base, une articulation rotoïde au centre et une liaison sphérique au sommet. Cet arrangement offre un minimum de composantes et permet de positionner l'ensemble des capteurs articulaires à la base. Deux capteurs sont utilisés pour mesurer chacun des axes du joint de cardan de chaque jambe pour un total de six capteurs articulaires.

Afin de bien présenter le concept, les vecteurs nécessaires pour la suite du projet doivent être définis. Pour commencer, la Figure 1.4 présente une vue isométrique du mécanisme avec ses principaux vecteurs.

Pour commencer, les vecteurs  $\vec{a}_i$ ,  $\vec{b}_i$  et  $\vec{c}_i$  sont les trois vecteurs qui définissent une jambe du mécanisme. Le vecteur  $\vec{a}_i$  relie le point  $A_i$  au point  $C_i$ . Ensuite, ce dernier point est relié au point  $B_i$  par le vecteur  $\vec{b}_i$ . Finalement, le vecteur  $\vec{c}_i$  relie le point  $A_i$  au point  $B_i$  afin de compléter le triangle qui forme une jambe du mécanisme. Ces vecteurs sont toujours dans un même plan qui tourne autour de l'axe représenté par le vecteur  $\vec{e}_{bi}$ . Les vecteur  $\vec{e}_{bi}$  et  $\vec{e}_{ti}$  sont deux vecteurs unitaires représentant les axes de rotation du joint de cardan de chacune des jambes où les encodeurs sont installés. Ces deux derniers sont défini comme suit :

$$\vec{e}_{ti} = \mathbf{Q}_{ai} \frac{(\vec{e}_z \times \vec{g}_i)}{\|\vec{g}_i\|} \quad (1.1)$$

$$\vec{e}_{bi} = \frac{\vec{e}_{ti} \times \vec{a}_i}{\|\vec{a}_i\|} \quad (1.2)$$

où  $\vec{e}_z$  est un vecteur unitaire en Z positif, qui est perpendiculaire à la base, et  $\mathbf{Q}_{ai}$  est la matrice de rotation en Z qui définit l'angle de la jambe par rapport au vecteur radial  $\vec{g}_i$ . Les

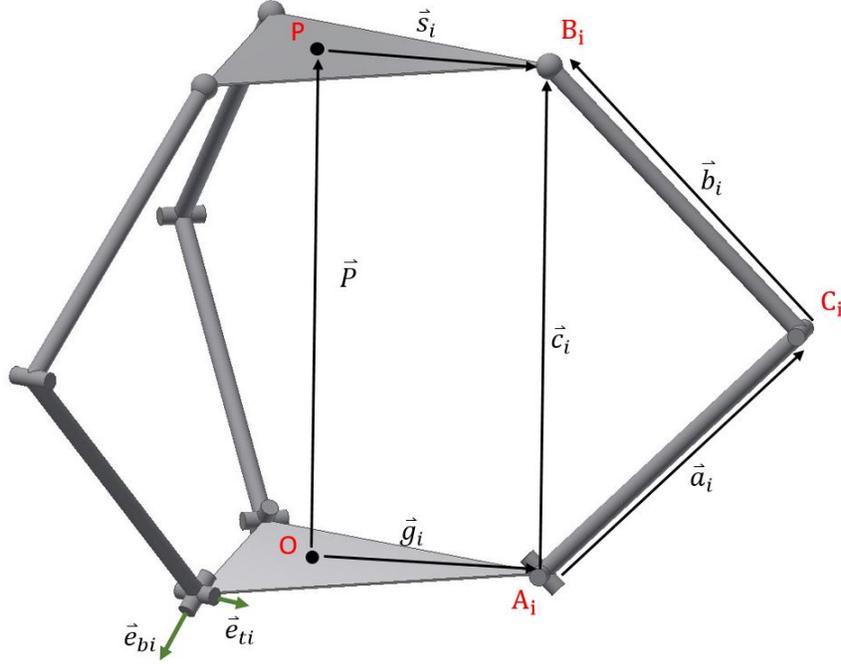


FIGURE 1.4 – Présentation des principaux vecteurs du concept Multi-3.

vecteurs  $\vec{g}_i$  et  $\vec{s}_i$ , quant à eux, relient respectivement le centre de la base aux points  $A_i$  et le centre de la plateforme aux points  $B_i$ .

Le vecteur  $\vec{a}_i$ , dont la longueur est fixe et présenté au Chapitre 3, est défini en utilisant les paramètres de Denavit-Hartenberg selon la configuration présenté à la Figure 1.5.

En utilisant ces paramètres il est possible d'obtenir le vecteur  $\vec{a}_i$  qui suit :

$$\vec{a}_i = \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_{1i} \vec{a}_{2i} \quad (1.3)$$

où

$$\vec{a}_{2i} = \begin{bmatrix} L_1 \cos \beta_i \\ L_1 \sin \beta_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{Q}_{1i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & 0 & -\cos \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

et où la matrice  $\mathbf{Q}_{ri}$  est la matrice de rotation autour de l'axe Z qui définit l'angle de chaque jambe par rapport au référentiel fixe du mécanisme tel que

$$\mathbf{Q}_{ri} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_i & -\sin \lambda_i & 0 \\ \sin \lambda_i & \cos \lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

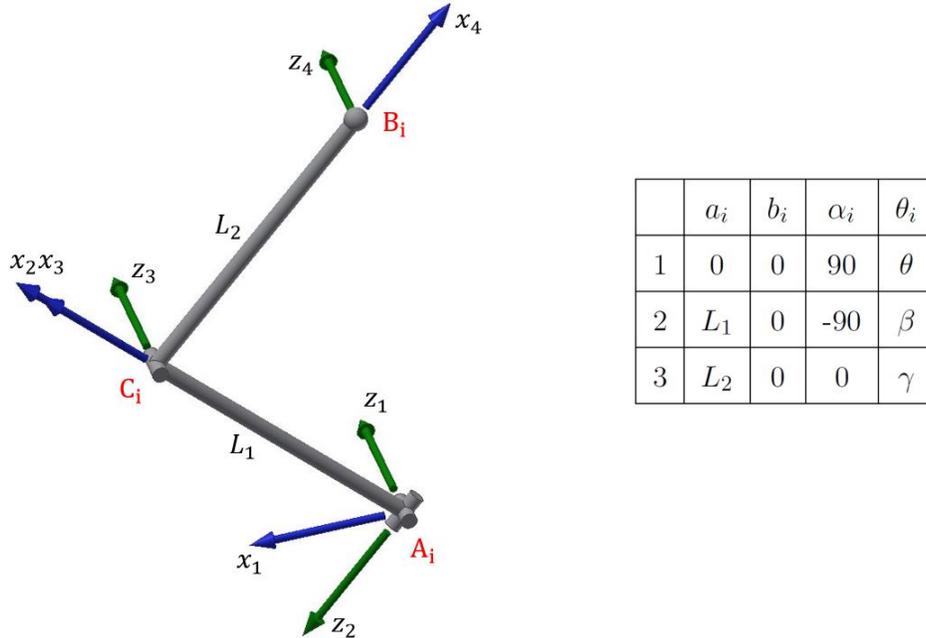


FIGURE 1.5 – Présentation des paramètres DH utilisé pour les jambes.

La matrice  $\mathbf{Q}_0$  est la matrice de rotation entre le repère fixe et celui de la jambe. Il est alors possible d'écrire

$$\vec{a}_i = \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \begin{bmatrix} L_1 \sin \beta_i \\ L_1 \cos \beta_i \sin \theta_i \\ L_1 \cos \beta_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

où

$$\mathbf{Q}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

La matrice  $\mathbf{Q}_{ri}$  applique une rotation de  $120^\circ$  autour de Z afin de positionner chacune des jambes sur la base. La jambe 1 est directement sur l'axe Y, la jambe 2 subit une rotation de  $-120^\circ$  et la jambe 3 une rotation de  $120^\circ$  toujours à partir de l'axe Y. Ceci mène alors à la définition des vecteurs de la base et de la plateforme qui sont présentés à la Figure 1.6. L'angle de de  $120^\circ$  peut également être modifié afin de positionner les jambes à un angle quelconque des vecteur  $\vec{g}_i$ .

Les vecteurs de la base sont fixes et dépendent seulement de la conception du mécanisme.

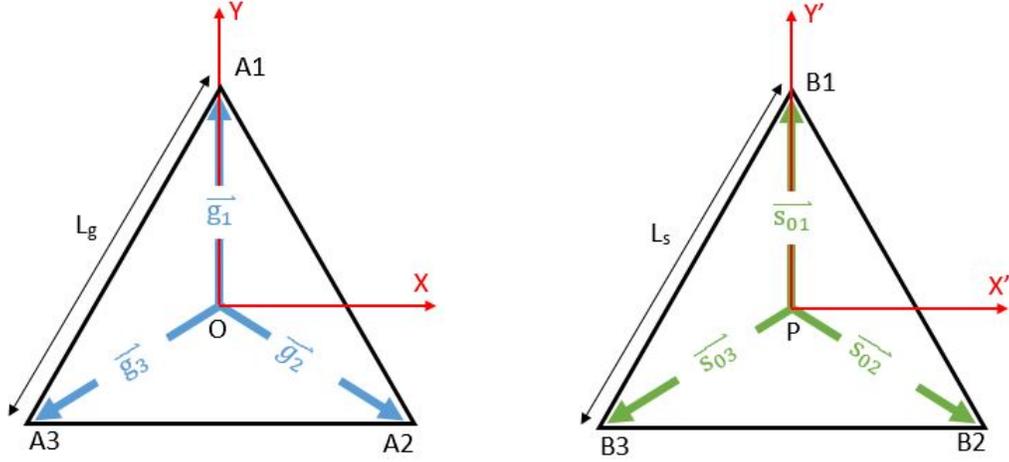


FIGURE 1.6 – Présentation des vecteurs de la base (à gauche) et de la plateforme (à droite).

Ceux-ci sont définis comme suit :

$$\vec{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}L_g}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{g}_2 = \begin{bmatrix} \frac{L_g}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L_g}{6} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{g}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{L_g}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L_g}{6} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

Les vecteurs de la plateforme,  $\vec{s}_{0i}$ , quant à eux ne sont pas fixes dans l'espace. Ils sont définis dans le repère  $X'Y'Z'$  tel que présenté à la Figure 1.6. Les vecteurs  $\vec{s}_i$  sont donc définis comme étant les vecteurs  $\vec{s}_{0i}$  amenés dans le repère du mécanisme selon la relation suivante.

$$\vec{s}_i = \mathbf{Q}_p \vec{s}_{0i} \quad (1.10)$$

où la matrice  $\mathbf{Q}_p$  est la matrice de rotation de la plateforme obtenue à l'aide des angles d'Euler [20] avec la convention XYZ, tel que présenté ci-dessous

$$\mathbf{Q}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_y = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) & 0 & \sin(\alpha_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha_2) & 0 & \cos(\alpha_2) \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

$$\mathbf{Q}_z = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_3) & -\sin(\alpha_3) & 0 \\ \sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{Q}_p = \mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_z \quad (1.13)$$

$$= \begin{bmatrix} c(\alpha_2)c(\alpha_3) & -c(\alpha_2)s(\alpha_3) & s(\alpha_2) \\ s(\alpha_1)s(\alpha_2)c(\alpha_3) + c(\alpha_1)s(\alpha_3) & -s(\alpha_1)s(\alpha_2)s(\alpha_3) + c(\alpha_1)c(\alpha_3) & -s(\alpha_1)c(\alpha_2) \\ -c(\alpha_1)s(\alpha_2)c(\alpha_3) + s(\alpha_1)s(\alpha_3) & c(\alpha_1)s(\alpha_2)s(\alpha_3) + s(\alpha_1)c(\alpha_3) & c(\alpha_1)c(\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

et les vecteurs  $\vec{s}_{0i}$  sont définis comme suit :

$$\vec{s}_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}L_s}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{s}_{02} = \begin{bmatrix} \frac{L_s}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L_s}{6} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{s}_{03} = \begin{bmatrix} \frac{-L_s}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L_s}{6} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Finalement, les vecteur  $\vec{b}_i$ , sont de longueur fixe. Leur longueur sera présentés au Chapitre 3 lors de la conception du mécanisme. Ces derniers sont définis de la façon suivante :

$$\vec{b}_i = \vec{c}_i - \vec{a}_i \quad (1.16)$$

où

$$\vec{c}_i = -\vec{g}_i + \vec{p} + \vec{s}_i \quad (1.17)$$

et  $\vec{p}$  est le vecteur de position de la plateforme. Ce vecteur relis l'origine du système d'axe général, XYZ, et et celui de la plateforme, X'Y'Z'. Ces vecteurs possèdent une norme,  $L_2$ , connue et opèrent toujours dans le plan de la jambe qui comprend les points  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  et qui passe par l'axe  $e_{bi}$ .

L'architecture choisie et les principaux vecteurs qui régissent le mécanisme défini permettent d'accéder à l'étape suivante qui porte sur l'élaboration des équations cinématiques. Avant cette étape, il est important de mentionner que les encodeurs sont installés sur les axes représentés par les vecteurs  $\vec{e}_{bi}$  et  $\vec{e}_{ti}$ . Également, les ressorts sont installés sur les articulations rotoïdes aux points  $C_i$ . Le chapitre suivant présente le développement de ces équations ainsi que les algorithmes de contrôle et les différents outils de validation utilisés.

## Chapitre 2

# Développement des équations cinématiques

Les équations cinématiques d'un mécanisme régissent les mouvements dans l'espace de ce dernier sans prendre en compte les effets dynamiques. Ceux-ci permettent entre autres de faire le lien entre les mouvements articulaires et les mouvements cartésiens. Ces équations se divisent en deux principaux types, soit le problème géométrique direct noté PGD et le problème géométrique inverse noté PGI.

De façon générale, un robot sériel est commandé par des moteurs situés aux articulations. C'est pourquoi le problème géométrique direct permet de définir la pose de l'effecteur en fonction de la position de chacune des articulations. Pour ce qui est du problème géométrique inverse, il permet de définir la position des articulations en fonction de la pose de l'effecteur. La résolution de ces deux problèmes permet donc de définir entièrement la cinématique d'un robot quelconque, d'où leur grande importance.

L'architecture du mécanisme étant définie au chapitre précédent, il est maintenant possible de débiter le développement des équations cinématiques. Un des deux problèmes géométriques est toujours plus complexe à résoudre. Dans le cas présent, pour un robot parallèle, le problème géométrique direct est le plus complexe puisqu'il demande la résolution d'équations polynomiales de degrés élevés. Ce chapitre présente la résolution analytique du PGI suivie de l'élaboration des matrices jacobiniennes qui serviront dans la résolution du PGD ainsi que la démarche de résolution numérique du PGD. Il se terminera par la présentation d'un simulateur de trajectoires, qui est utilisé afin de tester les algorithmes qui régissent la cinématique du mécanisme et certains outils de validation.

## 2.1 Développement du problème géométrique inverse

Tel que mentionné précédemment, le problème géométrique inverse permet de définir les variables articulaires en fonction de la pose de l'effecteur. Pour le mécanisme retenu, la pose de l'effecteur permet de définir les trois points  $B_i$  dans l'espace, où chacune des jambes s'attache, tel que présenté sur la Figure 2.1. Ces points étant définis, le problème géométrique revient à solutionner trois PGI pour un robot sériel à trois degrés de liberté, ce qui explique pourquoi il est plus simple à résoudre que le PGD.

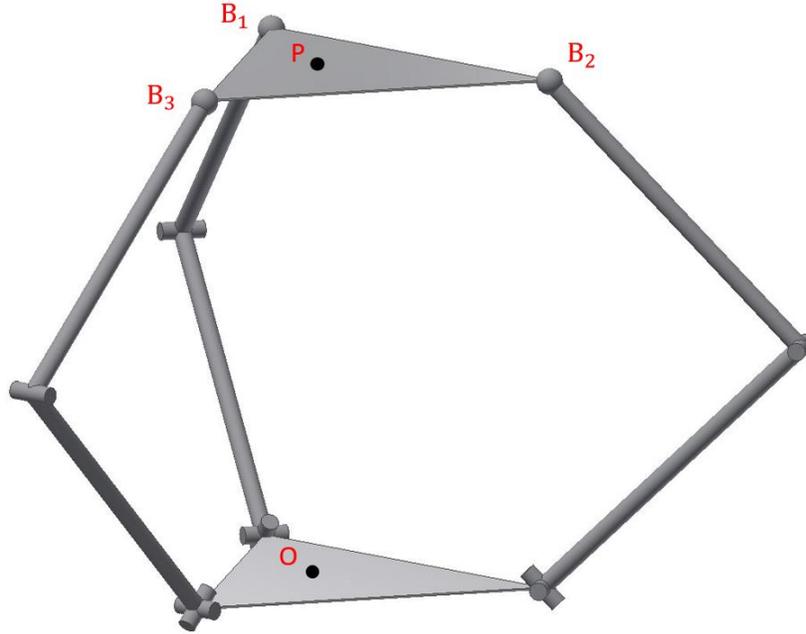


FIGURE 2.1 – Présentation des points connus lors de la résolution du PGI.

Il a été mentionné dans la présentation du concept retenu que les jambes du mécanisme sont de forme sérielle à trois degrés de liberté de type URS. Basés sur cette configuration, les paramètres de Denavit-Hartenberg ont été définis à la Figure 1.5 du chapitre précédent. À partir de ces derniers, il est possible d'élaborer les équations cinématiques d'une jambe selon la relation suivante :

$$\mathbf{Q}_{1i}^T \vec{a}_i = a_{1i} + \mathbf{Q}_{2i} a_{2i} \quad (2.1)$$

où les variables  $\mathbf{Q}_{1i}$ ,  $\vec{a}_i$  et  $a_{2i}$  sont respectivement présentées aux équations (1.6), (1.17) et (1.4). Les variables  $a_{2i}$  et  $\mathbf{Q}_{2i}$  sont définies comme suit :

$$\vec{a}_i = \begin{bmatrix} L_2 \cos \theta_i \\ L_2 \sin \theta_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{Q}_{2i} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & -\sin \beta_i \\ \sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

En utilisant l'équation (2.1), il est possible d'écrire les trois équations suivantes qui permettent de résoudre le PGI

$$B_{ix} \cos \theta_i + B_{iy} \sin \theta_i = L_1 \cos \theta_i + L_2 \cos \theta_i \cos \gamma_i \quad (2.4)$$

$$B_{iz} = L_1 \sin \theta_i + L_2 \sin \theta_i \cos \gamma_i \quad (2.5)$$

$$B_{ix} \sin \theta_i - B_{iy} \cos \theta_i = -L_2 \sin \gamma_i. \quad (2.6)$$

Il est important de mentionner que les constantes  $B_{ij}$  correspondent aux composantes des points  $B_i$  qui sont connus. De plus, l'angle  $\gamma_i$ , présenté sur la Figure 1.5, peut facilement être obtenu en utilisant la loi des cosinus tel que présenté ci-dessous :

$$\gamma_i = \pi - \arccos\left(\frac{(L_2^2 + L_1^2 - \|\vec{a}_i\|^2)}{2L_1L_2}\right). \quad (2.7)$$

Il est maintenant possible d'utiliser l'équation (2.6) afin de déterminer la variable  $\theta_i$  qui correspond au premier inconnu du PGI. Pour ce faire, la substitution par la tangente des demi-angles est utilisée. Cette méthode consiste à substituer les cosinus et les sinus d'une équation par les expressions suivantes :

$$\cos \theta_i = \frac{1 - t_i^2}{1 + t_i^2}, \quad \sin \theta_i = \frac{2t_i}{1 + t_i^2} \quad (2.8)$$

afin de résoudre pour  $t_i$ , qui par la suite permet de calculer l'angle souhaité comme suit :

$$t_i = \tan \frac{\theta_i}{2}. \quad (2.9)$$

En utilisant ces substitutions dans l'équation (2.6) il est possible de résoudre pour  $t_i$  et de produire l'expression suivante :

$$t_i = -\frac{B_{ix} \pm \sqrt{B_{ix}^2 + B_{iy}^2 - (L_2 \sin \gamma_i)^2}}{B_{iz} + L_2 \sin \gamma_i}. \quad (2.10)$$

Les deux solutions de l'angle  $\theta_i$  correspondent aux deux configurations de la jambe qui sont présentées à la Figure 2.2.

Il est alors possible de choisir la configuration désirée de la jambe afin de calculer la valeur de  $t_i$  qui permet de déterminer  $\theta_i$  en utilisant l'équation (2.9). Les deux premiers

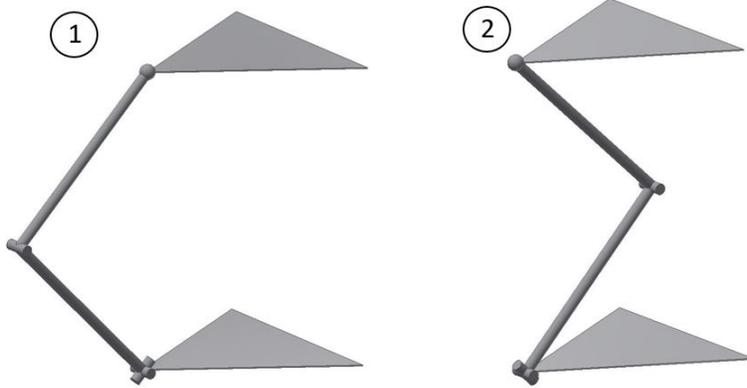


FIGURE 2.2 – Configurations possibles des jambes du mécanisme.

inconnus du PGI,  $\theta_i$  et  $\gamma_i$ , sont maintenant déterminés. Le dernier est calculé en utilisant les équations (2.4) et (2.5). Pour ce faire, il est possible d'isoler  $\cos \beta_i$  dans l'équation (2.4) et  $\sin \beta_i$  dans l'équation (2.5). Ce qui permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$\cos \beta_i = \frac{B_{ix} \cos \theta_i + B_{iy} \sin \theta_i}{L_2 + L_1 \cos \gamma_i} \quad (2.11)$$

$$\sin \beta_i = \frac{B_{ix}}{L_2 + L_1 \cos \gamma_i} \quad (2.12)$$

Il est alors possible de calculer un angle de  $\beta_i$  pour l'angle  $\theta_i$  obtenu. Ceci conclut la résolution d'une des jambes du PGI. Cette même méthode est utilisée pour les deux autres jambes en appliquant  $(\mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0)^T$  aux vecteurs  $\vec{a}_i$  afin de les écrire dans le repère défini par les paramètres Denavit-Hartenberg.

Une fois les angles  $\theta_i$  et  $\beta_i$  calculés pour chacune des jambes, il est possible de calculer la position du point  $C_i$  dans l'espace. Par le fait même, les trois points  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  formant une jambe du mécanisme sont complètement définis. La méthode de résolution du PGI maintenant définie, la résolution du PGD peut débuter. Avant d'entamer la seconde résolution, il est nécessaire de définir les matrices jacobiennes qui sont présentées à la section suivante.

## 2.2 Présentation des matrices jacobiennes

Une matrice jacobienne est une matrice de transformation qui permet de lier les vitesses cartésiennes aux vitesses articulaires et vice versa. Dans le cas des robots sériels, une seule matrice jacobienne est nécessaire puisque le robot comprend une seule chaîne cinématique. Pour les robots parallèles, puisqu'ils comportent plusieurs chaînes cinématiques, deux matrices jacobiennes sont nécessaires. Celles-ci se définissent par le système d'équations suivant :

$$\mathbf{J}\vec{t} = \mathbf{K}\dot{\vec{\rho}}. \quad (2.13)$$

Les vecteurs  $\vec{t}$  et  $\dot{\vec{\rho}}$  se définissent comme suit :

$$\vec{t} = [\dot{P}, \vec{\omega}]^T = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \quad (2.14)$$

$$\dot{\vec{\rho}} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\beta}_3]^T \quad (2.15)$$

où le vecteur  $\vec{t}$  comprend la vitesse du point  $P$  et la vitesse angulaire,  $\vec{\omega}$ , de la plate-forme et  $\dot{\vec{\rho}}$  comprend les vitesses articulaires. Le vecteur  $\vec{\omega}$  quant à lui est défini par l'utilisation de la matrice  $S$  qui relie les dérivées temporelles des angles d'Euler et les vitesses angulaires selon l'expression suivante :

$$\vec{\omega} = \mathbf{S}\dot{\vec{\alpha}} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{S} = [e_x^{\vec{e}}, Q_1 e_y^{\vec{e}}, Q_1 Q_2 e_z^{\vec{e}}], \quad \text{et} \quad \dot{\vec{\alpha}} = [\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3]^T \quad (2.17)$$

où les vecteurs  $e_j^{\vec{e}}$  sont les vecteurs unitaires décrivant les trois axes du repère fixe. Ceux-ci définissent également les axes de rotation de la matrice  $\mathbf{Q}_i$  correspondant aux angles d'Euler choisis.

L'élaboration des matrices jacobienues découle d'une bonne sélection des équations de contraintes du mécanisme. Dans le cas présent, deux équations sont définies pour chaque jambe. La première permet de contraindre la géométrie triangulaire des jambes. La seconde permet de contraindre la jambe dans un plan d'opération. Cette contrainte est imposée par l'utilisation d'une articulation rotoïde au centre de la jambe. Les vecteurs nécessaires à ces deux équations sont présentés sur la Figure 2.3.

La représentation des vecteurs sur la figure est faite sur deux jambes différentes afin d'améliorer la compréhension. En réalité, chacune des équations est appliquée à chaque jambe. Les équations obtenues sont donc les suivantes pour  $i = 1$  à 3 :

$$(\vec{c}_i - \vec{a}_i)^T (\vec{c}_i - \vec{a}_i) = L_2^2 \quad (2.18)$$

$$(\vec{a}_i \times \vec{c}_i) \cdot \vec{e}_{bi} = 0. \quad (2.19)$$

Avant de poursuivre la démarche, les vecteurs des équations de contrainte suivis de leur dérivée par rapport au temps doivent être définis. Certaines déjà définies sont rappelées afin de regrouper les équations nécessaires au même endroit.

$$\vec{c}_i = \vec{p} + \mathbf{Q}_p s \vec{0}_i - \vec{g}_i \quad (2.20)$$

$$\vec{a}_i = \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_{1i} \vec{a}_{2i} \quad (2.21)$$

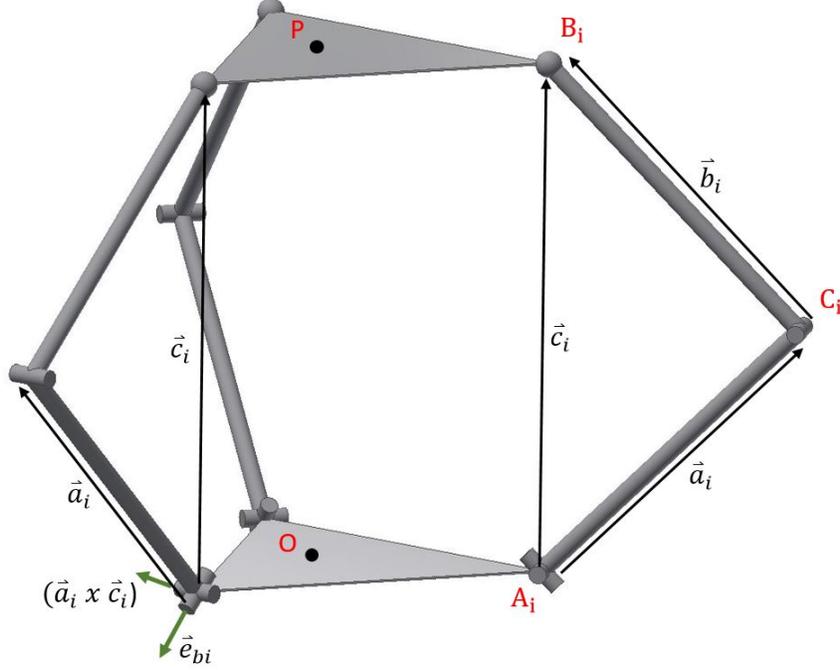


FIGURE 2.3 – Présentation des vecteurs des équations de contraintes sur le mécanisme.

$$\dot{\vec{c}}_i = \dot{\vec{p}} + (\vec{\omega}_p \times \mathbf{Q}_p \vec{s}_{0i}) \quad (2.22)$$

$$\dot{\vec{a}}_i = \dot{\theta}_i \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{E}_1 \mathbf{Q}_{1i} \vec{a}_{2i} + \dot{\beta}_i \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_{J_i} \mathbf{E}_2 \vec{a}_{2i} \quad (2.23)$$

$$\dot{\vec{e}}_{bi} = \dot{\vec{a}}_i \times \vec{e}_{ti} \quad (2.24)$$

où la matrice  $\mathbf{E}_1 \mathbf{Q}_{1i}$  correspond à la dérivée de la matrice  $\mathbf{Q}_{1i}$  par rapport à  $\theta_i$  et le vecteur  $\mathbf{E}_2 \vec{a}_{2i}$  est la dérivée du vecteur  $\vec{a}_{2i}$  par rapport à  $\beta_i$ . Les matrices  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont définies comme suit :

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Les matrices  $\mathbf{Q}_p$  et  $\mathbf{Q}_{1i}$ , utilisées dans les expressions précédentes, sont respectivement la matrice de rotation de la plateforme formée à l'aide des angles d'Euler, présenté à l'équation (1.14), ainsi que les matrices de rotation de la jambe dans son plan contenant l'angle  $\theta_i$ , tel que présentées à l'équation (1.6).

Tel que mentionné, les matrices jacobiennes permettent de relier les vitesses cartésiennes aux vitesses articulaires. Les équations de contrainte présentées préalablement relient les po-

sitions cartésiennes et articulaires. Il est donc possible d'obtenir les matrices jacobiennes en dérivant ces équations. La dérivée de l'équation (2.18) est faite selon les étapes suivantes :

$$2(\vec{c}_i - \vec{a}_i)^T (\dot{\vec{c}}_i - \dot{\vec{a}}_i) = \dot{L}_2^2 \quad (2.26)$$

$$(\vec{c}_i - \vec{a}_i)^T \dot{\vec{c}}_i - (\vec{c}_i - \vec{a}_i)^T \dot{\vec{a}}_i = 0. \quad (2.27)$$

En utilisant les dérivées établies ci-haut, il est possible d'écrire l'équation (2.28) directement en fonction des variables articulaires et cartésiennes. Afin de simplifier la lecture, les vecteurs suivants sont posés :  $\vec{n}_i = \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_{J_i} \mathbf{E}_2 \vec{a}_{2i}$ ,  $\vec{o}_i = \mathbf{Q}_{ri} \mathbf{Q}_0 \mathbf{E}_1 \mathbf{Q}_{1i} \vec{a}_{2i}$ , ce qui permet d'écrire l'expression suivante :

$$\vec{b}_i^T \dot{\vec{p}} + (\vec{s}_i \times \vec{b}_i)^T \vec{\omega}_p - \dot{\beta}_i \vec{b}_i^T \vec{n}_i + \dot{\theta}_i \vec{b}_i^T \vec{o}_i = 0. \quad (2.28)$$

Ensuite, la même méthode doit être appliquée à la seconde équation de contrainte afin d'obtenir les six équations qui formeront les matrices jacobiennes. Cette équation est alors dérivée comme suit :

$$\frac{d}{dt} (\vec{a}_i \times \vec{c}_i)^T \vec{e}_{bi} + (\vec{a}_i \times \vec{c}_i)^T \dot{\vec{e}}_{bi} = 0 \quad (2.29)$$

$$[(\dot{\vec{a}}_i \times \vec{c}_i) + \vec{a}_i \times \dot{\vec{c}}_i]^T \vec{e}_{bi} + (\vec{a}_i \times \vec{c}_i)^T (\dot{\vec{a}}_i \times \vec{e}_{ti}) = 0 \quad (2.30)$$

$$\dot{\vec{c}}_i^T (\vec{a}_i \times \vec{e}_{bi}) + \vec{a}_i^T [(\vec{e}_{bi} \times \vec{c}_i) + \vec{e}_{ti} \times (\vec{a}_i \times \vec{c}_i)] = 0. \quad (2.31)$$

Il est également possible d'écrire l'expression en fonction des variables cartésiennes et articulaires en utilisant les mêmes vecteurs,  $\vec{o}_i$  et  $\vec{n}_i$ , préalablement définis, mais en ajoutant les deux vecteurs suivants :  $\vec{v}_i = \vec{a}_i \times \vec{e}_{bi}$  et  $\vec{r}_i = (\vec{e}_{bi} \times \vec{c}_i) + \vec{e}_{ti} \times (\vec{a}_i \times \vec{c}_i)$ . Ce qui permet d'obtenir l'équation suivante :

$$\vec{v}_i^T \dot{\vec{p}} + (\vec{s}_i \times \vec{v}_i)^T \vec{\omega}_p - \dot{\beta}_i \vec{n}_i^T \vec{r}_i + \dot{\theta}_i \vec{o}_i^T \vec{r}_i = 0. \quad (2.32)$$

Il est maintenant possible d'utiliser les expressions dérivées (2.28) et (2.32) pour  $i = 1$  à 3 afin de déterminer les matrices  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{K}$  qui résolvent l'équation (2.13). Les matrices  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{K}$  obtenues sont respectivement les matrices suivantes :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \vec{b}_1^T \vec{o}_1 & 0 & 0 & \vec{b}_1^T \vec{n}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{b}_2^T \vec{o}_2 & 0 & 0 & \vec{b}_2^T \vec{n}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \vec{b}_3^T \vec{o}_3 & 0 & 0 & \vec{b}_3^T \vec{n}_3 \\ \vec{o}_1^T \vec{r}_1 & 0 & 0 & \vec{n}_1^T \vec{r}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{o}_2^T \vec{r}_2 & 0 & 0 & \vec{n}_2^T \vec{r}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \vec{o}_3^T \vec{r}_3 & 0 & 0 & \vec{n}_3^T \vec{r}_3 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \vec{b}_1^T & (\vec{s}_1 \times \vec{b}_1)^T \\ \vec{b}_2^T & (\vec{s}_2 \times \vec{b}_2)^T \\ \vec{b}_3^T & (\vec{s}_3 \times \vec{b}_3)^T \\ \vec{v}_1^T & (\vec{s}_1 \times \vec{v}_1)^T \\ \vec{v}_2^T & (\vec{s}_2 \times \vec{v}_2)^T \\ \vec{v}_3^T & (\vec{s}_3 \times \vec{v}_3)^T \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

Il est maintenant possible d'utiliser les matrices Jacobiennes définies ci-haut afin de calculer les variables cartésiennes en fonction des variables articulaires. Ce qui mène à la section suivante qui présentera la résolution du problème géométrique direct.

## 2.3 Développement du problème géométrique direct

Le problème géométrique direct PGD permet de résoudre les équations cinématiques pour les variables cartésiennes en fonction des variables articulaires. Tel qu'indiqué au début de ce chapitre, la résolution de ce problème peut s'avérer plutôt complexe. C'est pourquoi cette section présente une résolution numérique du problème.

La résolution analytique de ce dernier consiste à élaborer le polynôme multivarié de degré 16 dont les racines forment l'ensemble des configurations possibles du robot pour la pose donnée. Cette méthode étant très laborieuse, la démarche de résolution n'est pas élaborée et ne serait pas utile puisque le temps de calcul des seize solutions est très long sans compter les algorithmes de sélection nécessaires à déterminer les bonnes solutions parmi celles trouvées.

La méthode numérique sera donc la seule méthode de résolution présentée dans ce chapitre et figure à la section qui suit.

### 2.3.1 Problème géométrique direct numérique

La résolution des problèmes géométriques par l'utilisation d'une méthode numérique est pratique courante dans le domaine de la robotique dû à la grande complexité de ces problèmes. Cette méthode de résolution est utilisée afin d'améliorer le temps de réponse des algorithmes

en réduisant le temps de calcul. La méthode numérique utilisée, la méthode de Newton [21], consiste à définir un système d'équations à partir duquel il est possible de générer, itérativement, des vecteurs qui convergent vers la solution demandée.

La méthode est basée sur le développement d'une série de Taylor qui stipule la relation suivante, si seulement les éléments linéaires sont conservés.

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x_n \quad (2.35)$$

Il est possible d'appliquer cette méthode au problème géométrique direct à résoudre selon l'équation suivante :

$$f(x_{n+1}) = f(x_n + \Delta x_n) \simeq f(x_n) + \mathbf{K}^{-1} \mathbf{J}(x_n) \Delta x_n = 0 \quad (2.36)$$

qui peut être redéfini comme suit :

$$\mathbf{J}(x_n) \Delta x_n = -\mathbf{K}(x_n) f(x_n) \quad (2.37)$$

où  $\Delta x_n$  est l'erreur dans le domaine cartésien et  $f(x_n)$  est l'erreur dans le domaine articulaire, qui est la différence entre la position articulaire souhaitée et la position estimée par l'itération précédente. Ensuite,  $\mathbf{J}(x_n)$  et  $\mathbf{K}(x_n)$  sont les matrices jacobiennes définies précédemment évaluées aux valeurs cartésiennes  $x_n$ .

L'algorithme du PGD numérique itérera donc sur l'équation (2.37). Afin de converger, il est nécessaire de minimiser la norme du vecteur  $\Delta x_n$  qui est calculé à chaque itération. Puisque le système est surdéterminé, il est possible de diminuer cette erreur en utilisant la solution des moindres carrées, qui est la solution qui minimise la norme de l'erreur. En appliquant cette solution, l'équation (2.37) devient alors la suivante :

$$\Delta x_n = -\mathbf{J}^I(x_n) \mathbf{K}(x_n) f(x_n) \quad (2.38)$$

où  $\mathbf{J}^I(x_n)$  est l'inverse généralisé de la matrice jacobienne  $\mathbf{J}$ .

L'algorithme du problème géométrique direct est basé sur cette dernière équation. À chaque itération, l'incrément  $\Delta x_n$  est ajouté à la position cartésienne  $x_n$  afin d'avancer vers la solution souhaitée. Il est également nécessaire de définir un critère d'arrêt  $\epsilon$ , ainsi qu'un nombre d'itérations maximal  $N$ . Il est alors possible d'itérer l'équation (2.38) jusqu'à ce qu'elle valide le critère ci-dessous ou que le nombre d'itérations maximal soit atteint.

$$|\Delta x_n| < \epsilon \quad (2.39)$$

Une dernière étape importante est nécessaire au bon fonctionnement de l'algorithme. Cette étape consiste à utiliser l'algorithme du PGI défini à la section précédente afin de s'assurer que le PGD converge. C'est-à-dire que le PGI est utilisé afin de calculer, pour chaque itération, la nouvelle position articulaire à partir de la dernière position cartésienne. De la sorte, on s'assure que pour chaque itération, l'algorithme se réoriente vers la position souhaitée telle que présenté à la Figure 2.4. Autrement dit, l'erreur de chaque itération ne s'additionne pas, ce qui permet de faciliter la convergence de l'algorithme. La Figure 2.4 illustre cette procédure en présentant trois courbes : la trajectoire demandée, la trajectoire calculée en utilisant le PGI et celle sans l'utilisation du PGI.

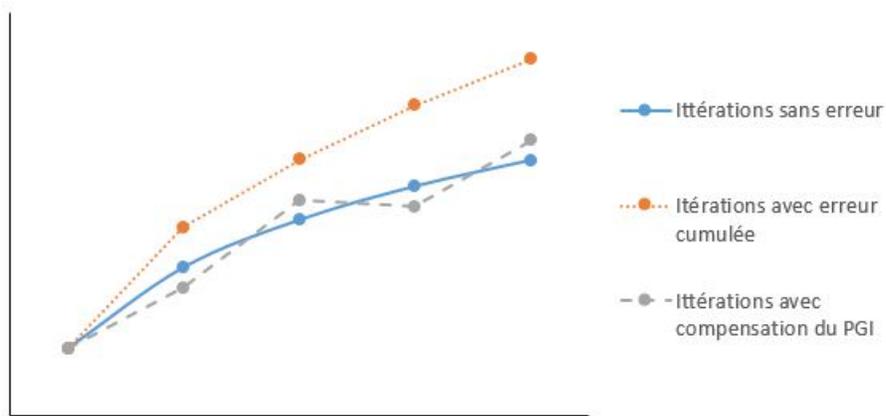


FIGURE 2.4 – Présentation d'une trajectoire d'itération du PGD pour trois méthodes de convergence.

Ceci présente l'ensemble des algorithmes utilisés pour la résolution du problème géométrique direct du prototype. Lors des essais effectués, un critère d'arrêt de 0.0001 et un nombre d'itérations maximales de 500 sont utilisés afin de valider la stabilité de la méthode. Pour ces conditions, l'algorithme converge en moins de quatre itérations. En utilisation normale, un critère de 0.032 est utilisé et un nombre d'itérations maximal de 10. De la sorte, l'algorithme converge généralement en une seule itération et fournit une précision largement suffisante. Pour la suite du projet, les critères d'utilisation normale seront appliqués.

Il est important de valider le bon fonctionnement des algorithmes afin de s'assurer qu'ils sont stables et précis. Pour ce faire, la section suivante présente une série d'outils de validation utilisés afin de mettre les algorithmes à l'épreuve et également de calculer leur incertitude.

## 2.4 Présentation des outils de validation

L'ensemble des algorithmes présentés dans ce chapitre est nécessaire au bon fonctionnement du prototype. Ils serviront à calculer le mouvement que l'utilisateur impose à l'effecteur en utilisant le signal des capteurs angulaires installés sur le prototype. Ce mouvement calculé sera éventuellement transmis au robot à contrôler afin qu'il effectue les mouvements demandés.

Les algorithmes ont donc un rôle crucial dans le bon fonctionnement du système. C'est pourquoi il est important d'effectuer une série de tests qui permettent de s'assurer que les valeurs calculées par les algorithmes sont exactes et précises. Cette section présentera l'ensemble des outils utilisés afin de valider le bon fonctionnement des algorithmes durant leur développement.

Pour commencer, un simulateur de trajectoires a été programmé dans le logiciel Matlab afin de valider les résultats de PGI. Ce simulateur permet de tracer le mécanisme complet en lui donnant les données de construction et en prescrivant une pose à l'effecteur. Il est alors possible d'inclure cet outil dans une boucle itérative afin de simuler le mouvement du mécanisme pour une trajectoire donnée. La Figure 2.5 présente une simulation où il est possible de voir le mécanisme en position finale et la trajectoire suivie sur l'image de droite.

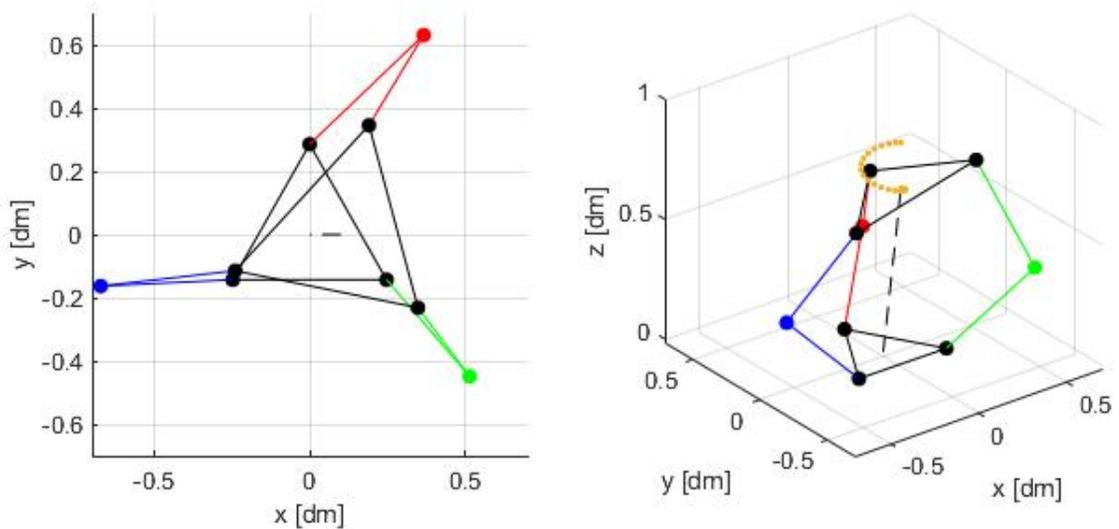


FIGURE 2.5 – Présentation d'un simulateur de trajectoire du mécanisme fait sur Matlab. Vue de dessus à gauche et vue isométrique à droite.

L'image de gauche présente une vue de dessus du mécanisme. Ceci permet de bien suivre le mouvement des jambes et de s'assurer qu'il n'y a aucun risque de collision entre les composantes. Cette vue permet aussi de voir l'espace requis par le mécanisme pour une trajectoire donnée. Ensuite, l'image de droite présente une vue isométrique du mécanisme et inclut la trajectoire suivie. Cette image permet de comprendre le mouvement général du mécanisme et

de s'assurer que les jambes suivent les mouvements attendus.

La programmation de cet outil est faite de sorte que la longueur de la membrure supérieure des jambes est calculée par l'algorithme et non prescrite. Ceci permet de comparer la longueur calculée à la longueur réelle de la jambe, définie par la variable  $L_2$ , et ainsi de valider si les algorithmes prescrivent les bonnes valeurs d'angles à la première membrure de la jambe.

Il est ensuite possible d'utiliser les valeurs des variables articulaires calculées afin de valider le bon fonctionnement du PGD. Pour ce faire, les valeurs calculées par le PGI sont utilisées par le PGD afin de calculer la pose de l'effecteur associée. Ceci est également implanté dans une boucle itérative afin de générer la trajectoire initialement prescrite. Il est alors possible de tracer sur un graphique, tel que présenté à la Figure 2.6, la trajectoire prescrite et la trajectoire calculée numériquement.

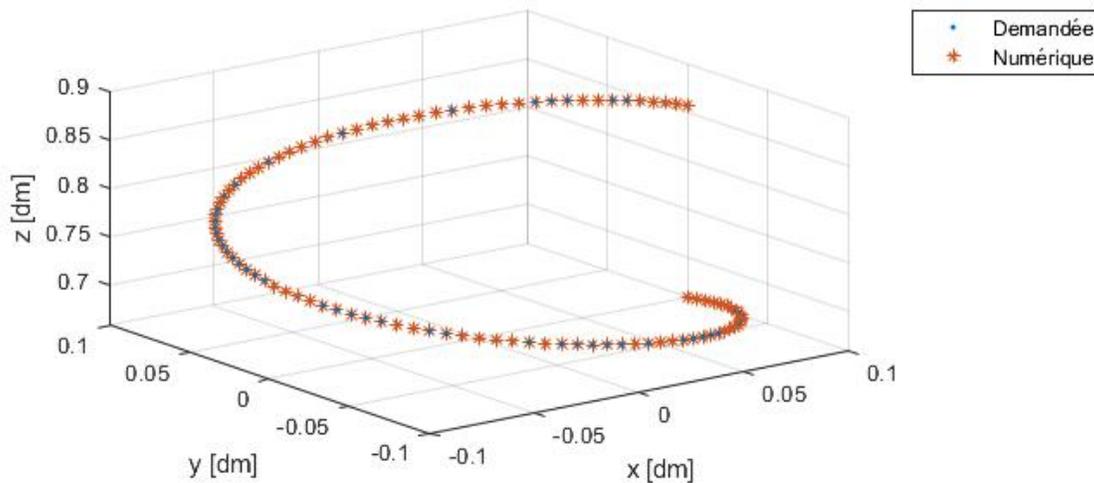


FIGURE 2.6 – Comparaison d'une trajectoire demandée et d'un calcul à l'aide du PGD.

À partir de ces deux trajectoires, il est possible de mesurer l'erreur numérique induite par le PGD en comparant les deux courbes. La Figure 2.7 présente cette erreur pour la trajectoire de la Figure 2.6.

Ces deux figures permettent alors de mettre en évidence la précision du PGD. Il est possible de voir si la trajectoire calculée numériquement suit la trajectoire initiale et l'amplitude de l'erreur engendrée. Il est également possible d'utiliser ces outils afin de valider la stabilité et la précision des algorithmes.

Le PGD est l'algorithme le plus important du projet puisqu'il est numérique et utilise l'ensemble des autres algorithmes. Le fait que ce dernier soit numérique introduit une certaine erreur dans le système qui peut être contrôlée. Cependant, le PGD peut diverger. En cas de divergence, le prototype ne fonctionnerait pas. Il est donc important de s'assurer que le PGD

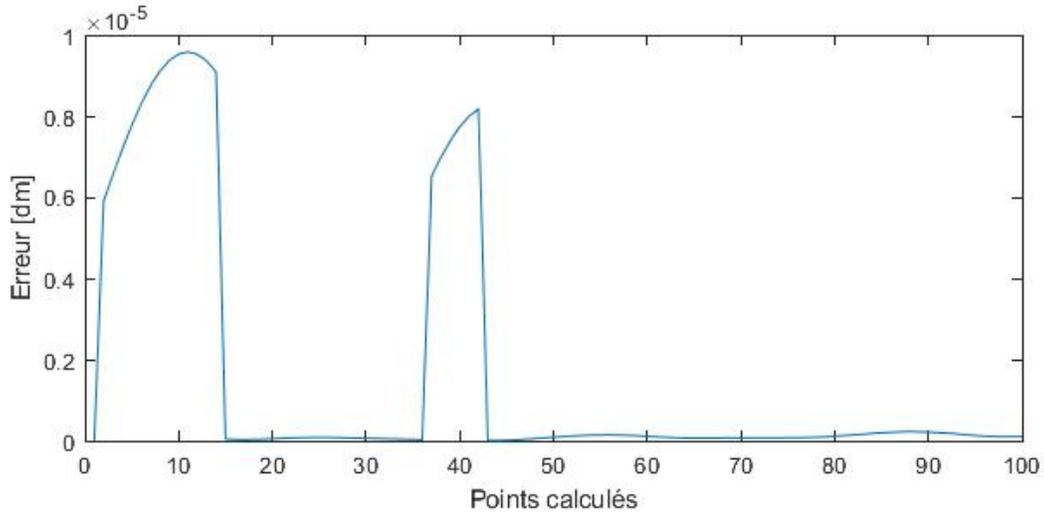


FIGURE 2.7 – Erreur mesurée entre les deux trajectoires présentée à la Figure 2.6.

numérique converge toujours, et ce avec une erreur minimale sur la plage d'utilisation. Pour ce faire, un dernier outil est utilisé. Celui-ci est en fait une série de graphiques qui permettent de lire le comportement du PGD pour la même trajectoire que les graphiques précédents, tel que présenté à la Figure 2.8.

Le premier graphique de la figure indique le nombre d'itérations nécessaires à la convergence de l'algorithme. Il est possible de voir que ce graphique est plutôt stable et qu'il ne dépasse pas trois itérations. Les deux graphiques du bas indiquent l'inverse du conditionnement des matrices Jacobiennes. Le conditionnement d'une matrice donne de l'information sur la stabilité de cette dernière. Il est alors possible, avec l'ensemble de ces graphiques, de déterminer si le PGD numérique est précis et stable.

Pour la trajectoire choisie, le conditionnement des matrices semble légèrement bas. Toutefois, les valeurs sont suffisantes pour assurer une bonne convergence de l'algorithme ce qui concorde avec le faible nombre d'itérations obtenu. Ce type d'essai est répété pour une panoplie de trajectoires mélangeant les mouvements linéaires et angulaires afin de valider l'ensemble de la plage d'utilisation du mécanisme.

Il est possible de résumer l'utilisation de l'ensemble de ces outils de validation à l'aide du réseau présenté à la Figure 2.9 ci-dessous. Il est possible de voir dans les encadrés rectangles l'endroit où les indicateurs sont utilisés afin de valider les performances des algorithmes.

Pour terminer, l'utilisation de ces outils permet entre autres de s'assurer que les algorithmes offrent une bonne précision, mais principalement de s'assurer qu'il n'y ait pas de problème de convergence. Maintenant que le bon fonctionnement des algorithmes est assuré, il est possible de poursuivre le projet avec la conception du mécanisme.

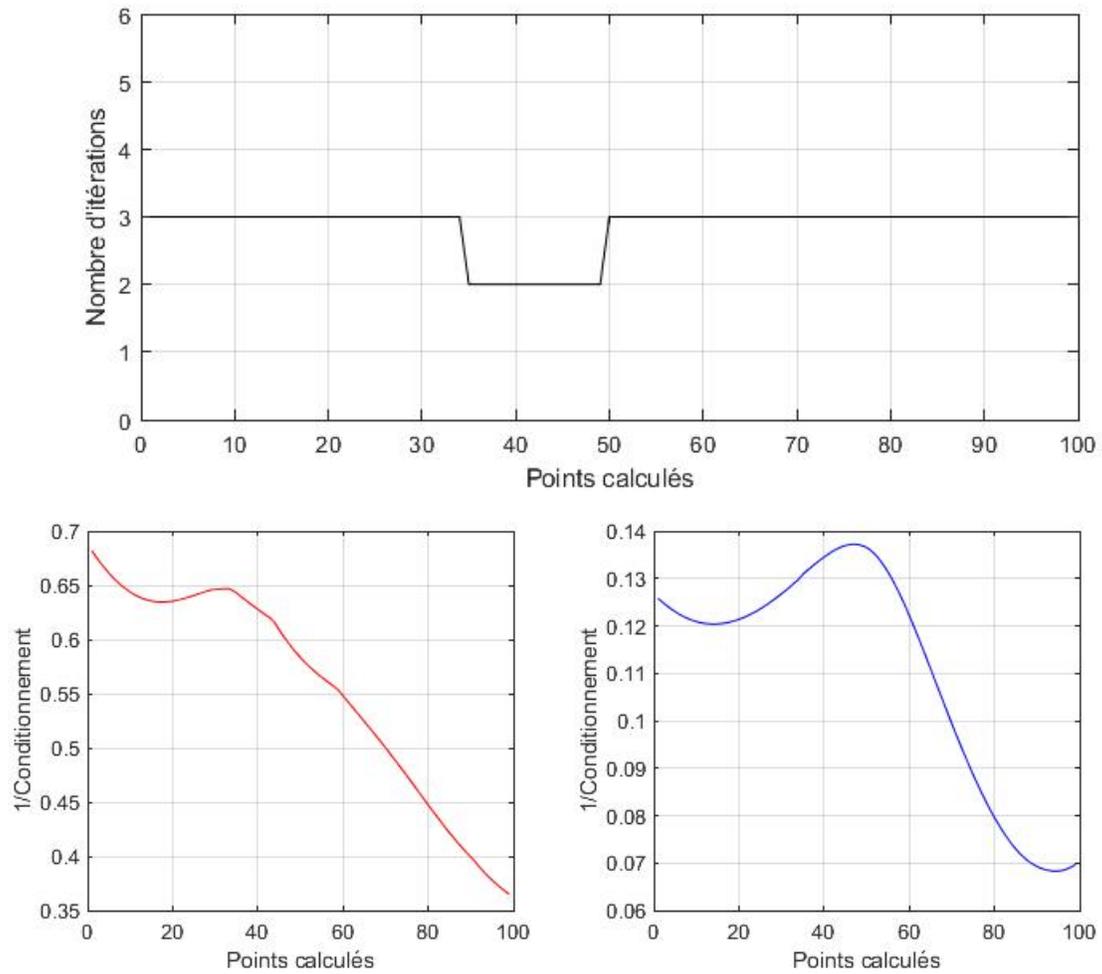


FIGURE 2.8 – Présentation des graphiques de convergence du PGD pour une trajectoire donnée. Le nombre d'itérations est présenté sur le graphique du haut suivi de l'inverse du conditionnement de  $J$  à gauche et de  $K$  à droite.

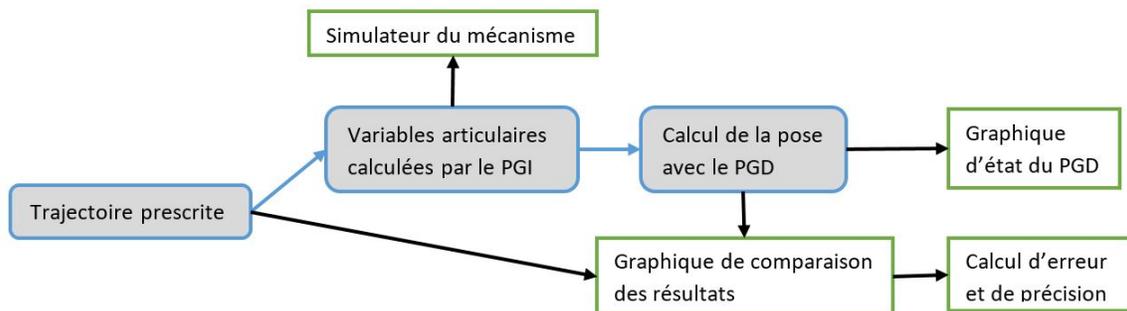


FIGURE 2.9 – Schéma des principaux éléments du cycle de validation des algorithmes.

## Chapitre 3

# Conception et optimisation du mécanisme

La prochaine étape consiste à entrer dans les détails de la conception du prototype basée sur le type de mécanisme et les équations cinématiques préalablement définies. Certaines sections de la conception du mécanisme ont été faites conjointement avec l'élaboration des équations cinématiques afin d'optimiser le concept et d'assurer une bonne cohésion entre le mécanisme et les algorithmes. Principalement au niveau des dimensions des membrures qui jouent un grand rôle dans la convergence du PGD et de la sensibilité du prototype.

Ce chapitre a pour but de présenter les éléments de conception au niveau de la cinématique et de la dynamique du mécanisme. La résistance des composantes et l'optimisation de ces dernières n'ont pas été un point important de conception puisque le but principal de ce projet est de concevoir un prototype fonctionnel et rapide à fabriquer. La conception est donc axée sur la méthode de fabrication du prototypage rapide.

Ce chapitre est divisé en six sections qui présentent, pour commencer, le dimensionnement général du mécanisme suivi de l'étude des singularités. Ensuite, le système de rappel et l'implantation de ce système sur le prototype formeront la troisième section, ce qui mènera vers l'évaluation de la sensibilité et le choix des capteurs angulaires. Finalement, ce chapitre se terminera par la présentation des différents prototypes envisagés et du concept final.

### 3.1 Dimensionnement du mécanisme

Tel que présenté dans la problématique, le prototype est conçu de sorte à rendre le contrôle d'un robot sériel plus intuitif. C'est-à-dire que l'utilisateur doit avoir l'impression de contrôler manuellement le robot en le déplaçant avec une résistance mécanique minimale. Afin de respecter ce critère, il est nécessaire que le système soit installé autour du poignet du robot. Cet endroit est choisi puisqu'il est la dernière section de la chaîne cinématique du robot sériel.

Également, afin de donner l'impression à l'utilisateur qu'il déplace directement le robot, il est nécessaire que le prototype soit de forme circulaire et coaxial à la membrure du robot.

Dans le même ordre d'idée, il est nécessaire que le prototype de contrôle ne gêne pas les mouvements du robot et soit relativement compact afin que le prototype se confonde avec le robot sériel. Il est alors important de minimiser les dimensions du capteur de déplacement. Ceci se divise en trois principales sections. Premièrement, il est nécessaire de déterminer la dimension du mécanisme afin qu'il soit en mesure d'effectuer les déplacements souhaités. Ensuite, la plage d'angles que couvrent les membrures doit être maximale afin d'avoir une résolution convenable pour les capteurs angulaires. Finalement, il est nécessaire de s'assurer que le mécanisme possède assez d'espace pour que les jambes puissent bouger sans problème. Ce qui se regroupe en deux catégories qui sont le dimensionnement des jambes et des plateformes et l'orientation des jambes qui sera présentée à la section suivante avec l'étude des singularités. Avant d'entamer la première partie du dimensionnement, un retour rapide des critères de conception est présenté.

### 3.1.1 Retour sur les critères et contraintes de conception

Avant d'aller plus loin dans la conception du mécanisme, il est important de rappeler les critères de conception qui seront utilisés afin de concevoir le mécanisme présenté dans ce chapitre. L'ensemble des critères nécessaires au projet ont été présentés à la section 2.1. Toutefois, ces critères ne sont pas tous nécessaires à la conception du mécanisme. Certains d'entre eux ont servi au choix d'architecture ou au développement des algorithmes. Cette section a donc pour but de faire un rappel sur les critères utiles à la conception du mécanisme.

Pour commencer, les critères de dimensions sont importants. Les critères 1.1 à 1.3 indiquent que le mécanisme doit avoir au maximum une base de 20 *cm* par 20 *cm*, une hauteur maximale de 15 *cm* ainsi qu'un volume inférieur à 3500 *cm*<sup>3</sup>. Pour la question de débattement, ceux-ci seront gérés plus tard par l'ajout de butées. Par exemple, il est important de s'assurer que le mécanisme soit en mesure d'atteindre au minimum plus ou moins un centimètre pour les trois directions linéaires et plus ou moins dix degrés pour les trois directions angulaires ce qui fait référence aux critères 1.4 et 1.5.

Ensuite, deux autres critères sont importants lors de la conception et ce sont les critères 2.3 et 2.4, soit la rigidité en flexion et en torsion du mécanisme. Ces deux critères n'ont pas de quantités définies, cependant toute déformation doit être imperceptible par l'utilisateur. Le dimensionnement des membrures et le choix des matériaux devront donc être faits de sorte à minimiser les déformations. Un surdimensionnement des composantes augmentera inutilement le poids du mécanisme et nécessitera un système de rappel plus fort. Le dimensionnement devra alors être fait de sorte à optimiser la rigidité en minimisant le poids du mécanisme. Cependant, tel que mentionné, ceci est seulement un objectif secondaire de la phase de conception.

La prochaine section entamera la première phase de conception qui consiste à dimensionner le mécanisme basé sur les critères préalablement définis.

### 3.1.2 Dimensionnement des jambes et des plateformes

La longueur des jambes et la dimension des plateformes jouent un rôle important dans le comportement du mécanisme. Ces longueurs permettent entre autres de définir les bras de levier entre le mouvement cartésien et le mouvement articulaire. Ils ont donc un impact important au niveau de la sensibilité. En contrepartie, la dimension du mécanisme est limitée par le cahier des charges qui assure une dimension convenable du prototype. Cette section présentera les méthodes utilisées afin de définir ces dimensions.

Pour commencer, la dimension de la base est définie par la distance entre les points formés par le croisement des axes des joints de cardan. Ces points, nommés  $A_i$  et présentés à la Figure 3.1, forment un triangle équilatéral dont la mesure d'un côté est utilisée afin de définir la dimension de cette composante. Pour la plateforme, la dimension correspond à la même distance, mais en se référant aux axes des articulations sphériques. La Figure 3.1 ci-dessous présente les principales dimensions du prototype. Ces dimensions sont la longueur de la base, de la plateforme, des membrures du bas des jambes suivi de celle des membrures supérieures qui sont respectivement  $L_g$ ,  $L_s$ ,  $L_1$  et  $L_2$ .

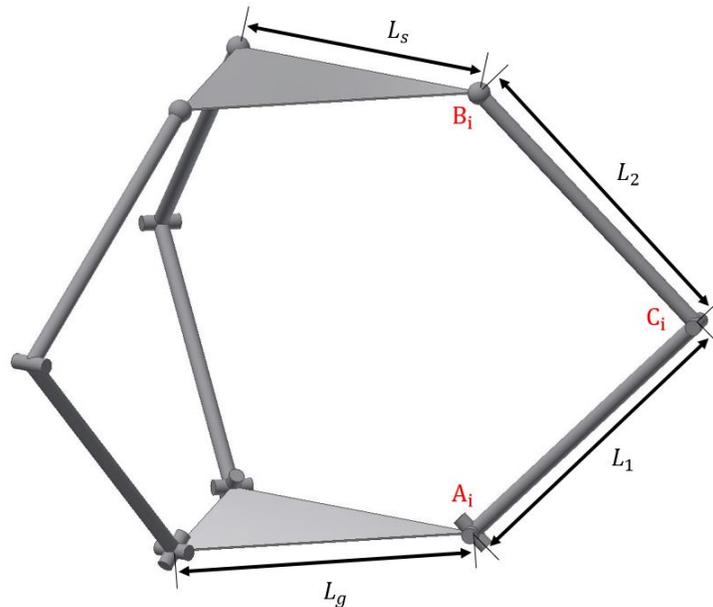


FIGURE 3.1 – Présentation des dimensions importantes du CM3.

Afin de respecter le cahier des charges, la dimension de la base,  $L_g$ , doit être la plus petite possible. Considérant qu'un tube de  $20\text{ mm}$  doit passer au centre et que les joints de cardan nécessitent un certain espace, la dimension minimale possible est de  $49.5\text{ mm}$ . Ensuite,

pour l'effecteur, puisque cette composante sera directement manipulée par l'utilisateur, il est important que sa dimension soit ergonomique. Il a été convenu qu'un diamètre de 70 *mm* forme une prise confortable. Afin de maximiser le bras de levier des jambes, la position des articulations sphériques doit être maximisée. Compte tenu du diamètre de l'effecteur, la dimension maximale possible pour la variable  $L_s$  est de 63 *mm*.

Pour terminer, la dimension des membrures des jambes doit être définie. De même que pour les plateformes, les bras de levier doivent être maximisés afin d'augmenter au maximum le déplacement angulaire de sorte à améliorer la sensibilité du concept. Pour ce faire, la hauteur de la position neutre, dictée par la longueur des jambes, doit être la plus grande possible. La position neutre du mécanisme est lorsque les deux membrures d'une jambe sont à  $90^\circ$ . Toutefois, le mécanisme ne doit pas dépasser une hauteur de 15 *cm* et une base de rayon de 20 *mm*. La membrure du bas est donc dimensionnée à 55 *mm* et celle du haut à 50 *mm* afin de compenser la différence de diamètre des deux plateformes.

Avant d'aller plus loin dans les phases de conception, il est important de valider la géométrie qui a été définie. Pour ce faire, une étude des singularités est présentée à la section qui suit et elle permettra de s'assurer que le mécanisme n'entre pas en singularité dans la plage d'utilisation demandée.

## 3.2 Étude des singularités

L'étude des singularités est une étape importante dans la conception d'un mécanisme puisque souvent, pour un mécanisme donné, certaines singularités sont excessivement difficiles à prévoir. Une étude approfondie sur ce sujet permet donc de s'assurer qu'elles sont toutes gérées.

Cette section se divisera en trois parties. Pour commencer, deux analyses distinctes doivent être faites sur le mécanisme puisque les ressorts ne sont pas sur les mêmes articulations que les capteurs angulaires. Il est donc nécessaire d'effectuer une analyse complète pour chacun des deux cas. Ensuite, il est nécessaire de valider que la convention des angles d'Euler choisie, mentionnée dans la présentation du mécanisme au Chapitre 1, ne possède également pas de singularité dans la zone prescrite. Cette section commencera donc par l'analyse des singularités liées aux capteurs angulaires.

### 3.2.1 Singularité aux capteurs angulaires

Cette première étude des singularités est au niveau des capteurs angulaires. Tel que mentionné au début de ce mémoire, une analyse du genre se fait à partir des matrices jacobiniennes d'où il est possible de déterminer les droites de Plücker. Dans le cas présent, la matrice jacobienne nécessaire est la matrice  $\mathbf{K}$  qui est définie à l'équation (2.34).

Les droites de Plücker se définissent dans l'espace par une direction, dictée par un vecteur, et un point [11]. Ces informations se traduisent par six composantes qui sont définies par une ligne de la matrice jacobienne. Les trois premiers termes de la ligne forment le vecteur d'orientation tandis que les trois derniers, le moment du vecteur par rapport au point de référence. Il y a alors six droites pour une matrice, soit une pour chacune des coordonnées articulaires, ce qui correspond à deux droites par jambes. Pour le cas à l'étude, les droites sont définies au point  $C_i$  dont une dans la direction du vecteur  $\vec{b}_i$  et la seconde perpendiculaire au plan de la jambe, tel que présenté à la Figure 3.2.

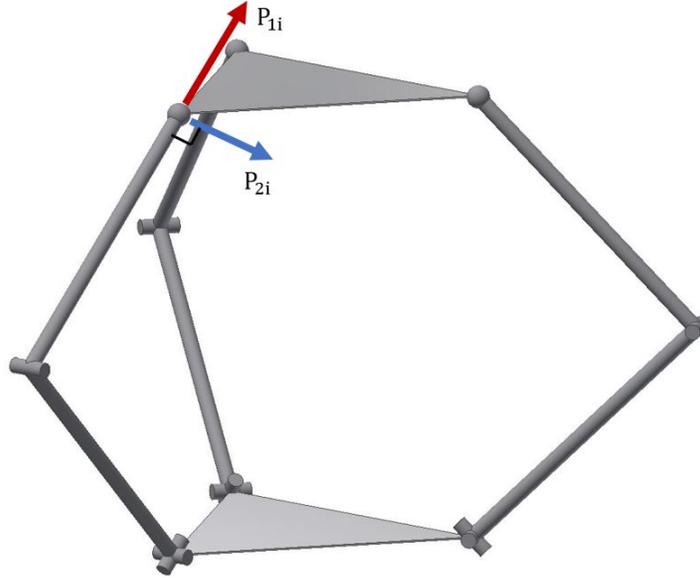
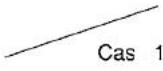
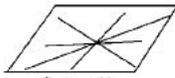
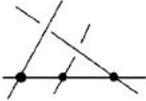
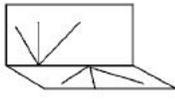
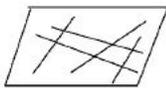
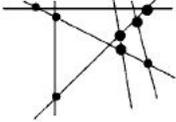
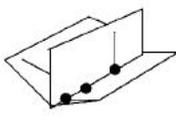
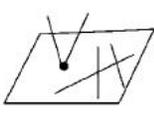
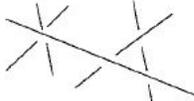
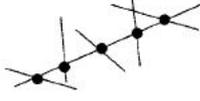


FIGURE 3.2 – Présentation des droites de Plücker d'une jambe pour l'étude des singularité des capteurs angulaires.

Le plan de singularité, formé par les deux droites appartenant à une jambe, contient le vecteur  $\vec{b}_i$  et perpendiculaire au plan de la jambe. Il est alors possible, à partir de ces six droites et des trois plans, d'évaluer les singularités du mécanisme en se référant aux articles présentés dans l'introduction [12; 13; 14]. En référence à ces derniers, treize types de configuration des droites de Plücker mènent à des cas de singularité. Les cas ne seront pas tous détaillés dans ce mémoire, seulement résumés dans le Tableau 3.1 tiré de l'article de Dash, Chen, Yeo et Yang [13].

À partir de ces informations, il est possible de valider si les droites de Plücker obtenues peuvent rencontrer un des treize cas. Cette analyse est faite sur toute la plage d'opération du capteur de déplacement et non seulement en position neutre telle que présentée sur la Figure 3.2. En analysant les cas un à un, la conclusion est qu'une seule singularité est possible. Celle-ci survient lorsque la membrure, définie par le vecteur  $\vec{b}_i$ , se retrouve dans le plan de l'effecteur ce qui correspond à une forme du cas 2a. Dans ce cas-ci, la droite d'une des jambes

Tableau 3.1 – Cas de singularité obtenus par l’analyse des droites de Plücker. [13]

Rang	Arrangements singuliers	Singularité correspondante
1	 Cas 1	Dépendance linéaire de deux droites
2	 Cas 2a  Cas 2b	Dépendance linéaire de trois droites
3	 Cas 3a  Cas 3b  Cas 3c  Cas 3d	Dépendance linéaire de quatre droites
4	 Cas 4a  Cas 4b  Cas 4c  Cas 4d	Dépendance linéaire de cinq droites
5	 Cas 5a  Cas 5b	Dépendance linéaire de six droites

devient colinéaire au plan de l’effecteur et passe par le point  $C_i$  d’une autre jambe. Ce résultat peut également être validé par l’article de Angeles, Yand et Chen [22] qui analysent les singularités du même mécanisme et obtiennent les mêmes cas de singularités.

Pour conclure, cette singularité se trouve à l’extérieur de la plage d’angle atteignable de la plateforme puisqu’elle survient à un angle de  $24^\circ$  d’inclinaison de la plateforme alors que la limite est de  $10^\circ$ . Le même type d’analyse doit maintenant être faite au niveau des ressorts et sera présentée à la section suivante.

### 3.2.2 Singularité du système de rappel

La seconde analyse des singularités à effectuer est au niveau du système de rappel. Cette dernière, de même que pour la précédente, a pour but de s’assurer qu’aucune singularité ne figure sur la plage d’utilisation. La détection d’une singularité dans cette analyse démontrerait, par exemple, que le mécanisme pourrait se trouver coincé dans une autre position que la position neutre. La même démarche que pour la section précédente sera utilisée, mis à part que la matrice jacobienne ne sera pas la même puisque les ressorts ne sont pas sur les mêmes articulations que les encodeurs. Dans ce cas, une nouvelle matrice sera définie en utilisant les

articulations où sont montés les ressorts comme variables articulaires plutôt que les capteurs angulaires.

Pour ce faire, l'élaboration des matrices jacobiennes telles que présentées au Chapitre 2 devra être refaite. Les équations de contrainte préalablement utilisées devront être redéfinies selon les nouvelles variables articulaires. Les nouvelles matrices jacobiennes se définissent comme suit :

$$\mathbf{J}_{res}\vec{t} = \mathbf{K}_{res}\dot{\rho}_{res}. \quad (3.1)$$

Le vecteur  $\vec{t}$  est déjà défini à l'équation 2.14 et  $\dot{\rho}_{res}$  se définit par l'expression suivante :

$$\dot{\rho}_{res} = [\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3, \dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\beta}_3]^T \quad (3.2)$$

où  $\gamma_i$  est l'angle entre les vecteurs  $\vec{a}_i$  et  $\vec{b}_i$  représentant les deux membrures d'une jambe. Les nouvelles équations de contrainte sont alors définies comme suit pour  $i = 1$  à 3

$$\cos \gamma_i = \frac{L_1^2 + L_2^2 - (\vec{c}_i^T \vec{c}_i)^2}{2L_1L_2} \quad (3.3)$$

$$(\vec{c}_i \times \vec{a}_i) \cdot \vec{e}_{ti} = \cos \beta_i \quad (3.4)$$

où les vecteurs  $\vec{c}_i$ ,  $\vec{a}_i$  et  $\vec{e}_{ti}$  sont respectivement définis aux équations (1.17), (1.3) et (1.1).

En utilisant la même démarche qu'au Chapitre 2, les équations de contrainte sont dérivées afin d'obtenir les relations entre les vitesses angulaires et cartésiennes qui définiront les nouvelles matrices jacobiennes. Une fois la dérivation appliquée, les équations de vitesse obtenues sont les suivantes :

$$\frac{-\vec{c}_i^T \dot{\vec{c}}_i}{L_1L_2} = \dot{\gamma}_i \sin \gamma_i \quad (3.5)$$

$$\dot{\vec{c}}_i \cdot (\vec{a}_i \times \vec{e}_{ti}) = -\dot{\beta}_i \sin \beta_i. \quad (3.6)$$

Celles-ci peuvent être réécrites en posant  $\vec{x}_i = -\vec{c}_i/(L_1L_2)$  et  $\vec{z}_i = \vec{a}_i \times \vec{e}_{ti}$  tel que

$$\vec{x}_i^T \dot{\vec{p}} + (\vec{s}_i \times \vec{x}_i)^T \vec{\omega}_p - \dot{\gamma}_i \sin \gamma_i = 0 \quad (3.7)$$

$$\vec{z}_i^T \dot{\vec{p}} + (\vec{s}_i \times \vec{z}_i)^T \vec{\omega}_p + \dot{\beta}_i \sin \beta_i = 0. \quad (3.8)$$

Finalement, il est possible à l'aide de ces dernières équations d'écrire les nouvelles matrices jacobiniennes en fonction des variables articulaires liées à la position des ressorts. Ces matrices sont définies ci-dessous.

$$\mathbf{J}_{res} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \gamma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \beta_3 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{K}_{res} = \begin{bmatrix} \vec{x}_1^T & (\vec{s}_1 \times \vec{x}_1)^T \\ \vec{x}_2^T & (\vec{s}_2 \times \vec{x}_2)^T \\ \vec{x}_3^T & (\vec{s}_3 \times \vec{x}_3)^T \\ \vec{z}_1^T & (\vec{s}_1 \times \vec{z}_1)^T \\ \vec{z}_2^T & (\vec{s}_2 \times \vec{z}_2)^T \\ \vec{z}_3^T & (\vec{s}_3 \times \vec{z}_3)^T \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Avant d'entamer l'analyse avec les droites de Plücker, il est possible de déterminer rapidement quelques positions de singularité en regardant les cas pour lesquels le déterminant de la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_{res}$  est égale à 0. Puisque cette matrice est diagonale, il est beaucoup plus simple d'évaluer un cas où le déterminant est nul. Ceci se produit donc lorsque les angles  $\gamma_i$  et  $\beta_i$  sont égaux à  $0^\circ$  ou à  $180^\circ$  pour  $i = 1$  à  $3$ . Autrement dit, le mécanisme est en position de singularité lorsqu'une jambe est complètement étirée ou complètement refermée. Un autre cas serait lorsque le plan d'une jambe devient coplanaire au plan de la base. Ces deux premières singularités sont de type 1, qui correspond aux limites articulaires. L'analyse avec les droites de Plücker qui suit présentera les singularités de type 2.

En se basant sur la matrice jacobienne  $\mathbf{K}_{res}$ , il est possible d'établir les droites de Plücker telles que faites à la section précédente. La Figure 3.3 présente les deux droites obtenues pour une des jambes du capteur de déplacement.

La première droite, dictée par le vecteur  $\vec{x}_i$ , est dans la même direction que le vecteur  $\vec{c}_i$ . Ensuite, la seconde droite définie par le vecteur  $\vec{z}_i$  qui est colinéaire au vecteur  $\vec{e}_{bi}$ , mais de sens inverse. De même que pour le cas précédent, ces deux droites sont positionnées dans l'espace par le point  $B_i$ .

En se référant au Tableau 3.1, présenté dans l'analyse précédente, il est possible d'évaluer si les droites obtenues peuvent se retrouver dans un des cas de singularité sur la plage utilisée. Après analyse, aucune singularité ne figure dans la plage d'opération. Ceci conclut alors

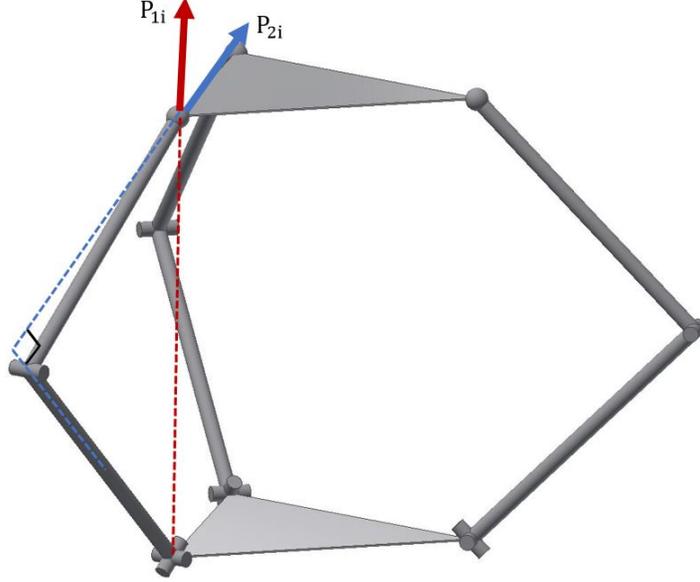


FIGURE 3.3 – Présentation des droites de Plücker d’une jambe pour l’étude des singularité du système de rappel.

les analyses des singularités reliées des matrices jacobiennes aux capteurs angulaires et aux ressorts. Une dernière analyse doit être faite et celle-ci se trouve au niveau des angles d’Euler tels que présentés à la section suivante.

### 3.2.3 Singularité des angles d’Euler

L’analyse des singularités relatives aux angles d’Euler est beaucoup plus simple que les dernières. Celle-ci permet de s’assurer qu’il n’y ait pas de singularité dans la matrice utilisée afin de définir la relation entre les dérivées temporelles de l’orientation de la plateforme et les angles d’Euler. Une singularité dans cette matrice pourrait entraîner la divergence de l’algorithme du PGD d’où l’importance de cette validation.

Pour commencer, cette matrice nommée  $\mathbf{S}$  est définie à l’équation (3.11) dans la présentation des matrices jacobiennes. La convention des angles d’Euler est XYZ telle que définie au Chapitre 1. Il est possible de calculer la matrice  $\mathbf{S}$  et de valider les cas où son déterminant sera nul.

$$\mathbf{S} = [\vec{e}_1, \mathbf{Q}_1 \vec{e}_2, \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2 \vec{e}_3], \quad \text{avec} \quad \vec{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T \quad (3.11)$$

$$\vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & \sin \alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_2 & 0 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Ce qui permet de calculer la matrice  $\mathbf{S}$ .

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin \alpha_2 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Cette matrice sera en singularité si son déterminant est nul. Ce dernier se calcule comme suit

$$\det(\mathbf{S}) = \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 = \cos \alpha_2 = 0 \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) permet de conclure que la matrice  $\mathbf{S}$  sera singulière seulement lorsque  $\alpha_2$  sera à  $\pm 90^\circ$ . Cette valeur étant loin de la plage d'angle utilisée, il est possible de conclure qu'il n'y aura pas de singularité avec cette matrice. Ceci conclut alors la section d'étude des singularités qui permet de s'assurer que le mécanisme fonctionnera tel que prévu. Ce qui mène alors à la prochaine étape du processus de conception, le développement du système de rappel.

### 3.3 Conception du système de rappel

Une fois l'architecture du robot bien définie et les singularités étudiées, le prototype est assez complet pour commencer à concevoir un système de rappel. Ce système a un rôle clé dans l'obtention d'un mécanisme facile à utiliser qui produira un contrôle intuitif. Si le système de rappel est trop rigide, il sera difficile pour l'utilisateur de le contrôler avec précision et les forces des ressorts demanderont des membrures plus rigides que nécessaire. Tandis que si le système de rappel est trop souple, le mécanisme pourrait se déplacer sous son propre poids ce qui implique d'augmenter la zone neutre et par le fait même réduire la précision du capteur.

Afin de bien concevoir ce système, il est nécessaire d'avoir un modèle en trois dimensions le plus près possible du produit final et de connaître les matériaux qui seront utilisés pour le concept. En utilisant le modèle 3D, il est possible d'estimer la masse des composantes et de calculer le couple que les articulations doivent reprendre afin de contrer la gravité. Les ressorts sont installés sur les articulations rotoïdes au centre des jambes et sur un des axes des joints de cardan, qui représente l'axe de rotation du plan de la jambe. Les six systèmes de rappel étant identique, seulement ceux montés sur l'articulation rotoïde seront présentés.

Pour commencer, il est à noter que le prototype sera monté au poignet d'un robot sériel à six degrés de liberté. C'est-à-dire, que le mécanisme peut se retrouver dans n'importe quelle orientation en plus de subir une certaine accélération. Les orientations critiques seront donc étudiées. Il a été conclu que le prototype devra également être en mesure de résister à une accélération d'un G en plus de support la masse du système. La force appliquée sera alors la masse multipliée par deux fois l'accélération gravitationnelle.

La masse utilisée correspond à la masse flottante du prototype, ce qui est estimé par la masse de la plateforme et de la partie supérieure de chaque jambe. Cette masse, dans un cas où le mécanisme est fabriqué en plastique, est d'environ  $0.06 \text{ kg}$ . Ce qui permet de calculer une force totale,  $F$ , appliquée sur l'effecteur de  $1.18 \text{ N}$ .

Une fois que la force appliquée est définie, il est alors nécessaire de déterminer l'orientation critique. Après évaluation, les cas critiques sont dans l'orientation présentée à la Figure 3.4. Puisque dans ce cas-ci, la jambe parallèle à la force n'applique aucune résistance, les deux autres doivent donc reprendre la charge. De plus, dans cette direction, le levier d'application de la jambe est maximal, ce qui augmente le moment.

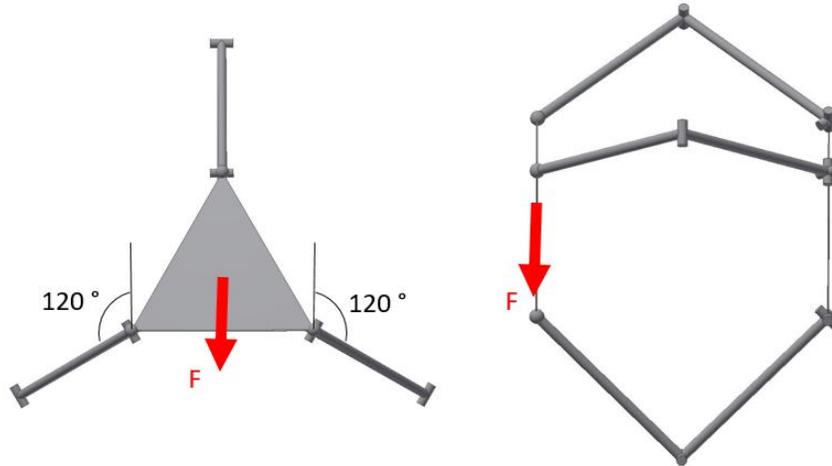


FIGURE 3.4 – Position critique pour le système de rappel.

En utilisant la position présentée à la figure précédente, il est possible d'effectuer une somme des moments sur les jambes afin de déterminer le couple que les ressorts devront reprendre. Pour ce faire, un schéma des forces est présenté à la Figure 3.5.

Le couple nécessaire pour un ressort se calcule par la suite en utilisant la démarche ci-dessous.

$$\sum M = 0 : 0.078F_r - M_{ressort} = 0 \quad (3.16)$$

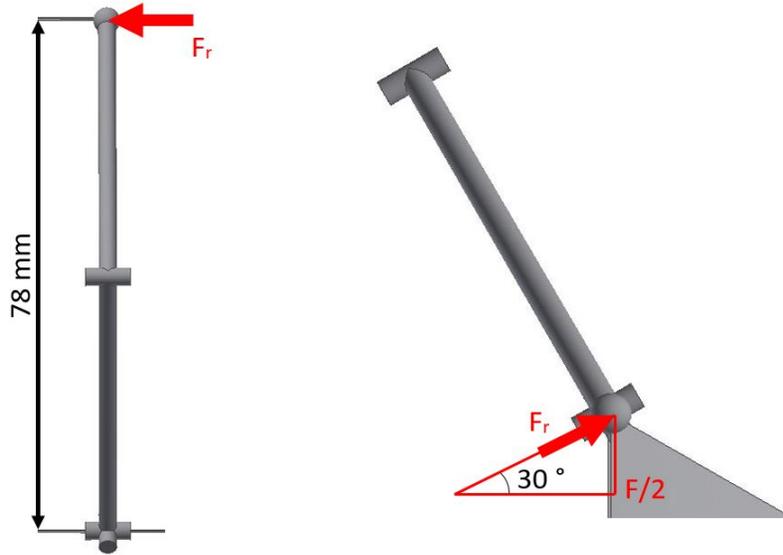


FIGURE 3.5 – Schéma des forces pour une jambe du prototype en position critique pour le système de rappel.

$$F_r = \frac{F}{2 \sin(30^\circ)} \quad (3.17)$$

$$M_{ressort} = 0.078 \left( \frac{F}{2 \sin(30^\circ)} \right) \quad (3.18)$$

Les données présentées à la Figure 3.5 permettent, en utilisant l'équation (3.18), d'obtenir un couple de  $0.09 \text{ Nm}$  par ressort. Cette valeur est ensuite utilisée comme valeur minimale dans le choix du ressort.

Les articulations du mécanisme où les ressorts sont installés sont de type rotoïde, un ressort en torsion est donc l'option la plus simple et la plus compacte. Cependant, il est nécessaire que ce ressort soit en mesure d'appliquer une résistance pour un mouvement angulaire dans les deux directions. Autrement dit, la membrure peut effectuer une rotation positive ou négative autour de son axe. De plus, afin que le mécanisme soit stable en position neutre, les membrures doivent être appuyées sur des butées. De la sorte, le mécanisme reviendra toujours à la même position et ne sera pas dépendant de la friction ou de la fatigue des ressorts.

Le concept de système de rappel développé repose sur l'utilisation de deux butées flottantes afin de contraindre la membrure supérieure de la jambe. Celles-ci sont elles-mêmes contraintes par deux butées fixes installées sur la membrure du bas et le ressort en torsion. La Figure 3.6 présente une vue en coupe du concept qui met en évidence le fonctionnement d'une butée et du ressort.

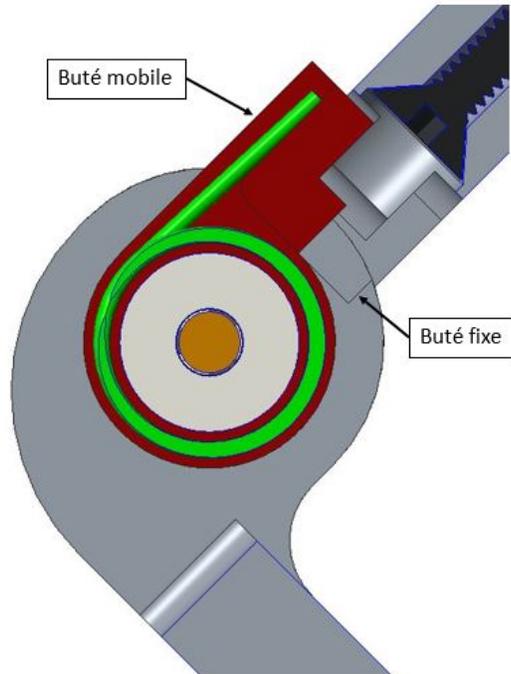


FIGURE 3.6 – Vue en coupe du système de rappel sur une articulation au centre de la jambe.

Le principe d'action réaction des forces du ressort est donc utilisé afin de contraindre les butées flottante sur les butées fixe de la membrure inférieure. La membrure supérieure, lorsqu'elle se déplace, vient faire pivoter une des deux butées flottantes avant de revenir en position neutre sous le moment de torsion du ressort. Une vue isométrique du concept est présentée à la Figure 3.7.

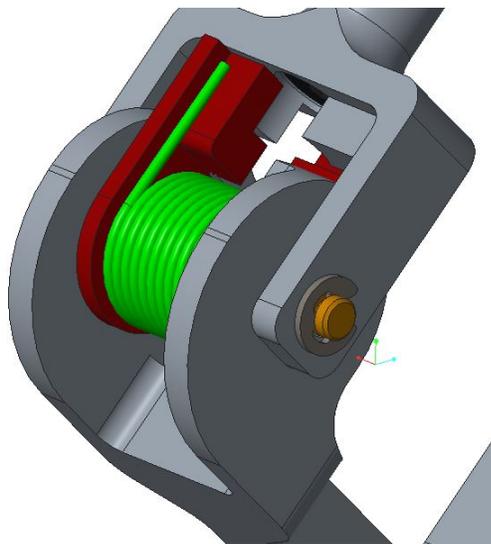


FIGURE 3.7 – Vue isométrique du système de rappel sur une articulation au centre de la jambe.

Ce concept très simple permet d'utiliser un seul ressort par articulation tout en assurant une position neutre en butées. Ceci permet de respecter le critère de simplicité du cahier des charges en utilisant un minimum de ressorts. Le dimensionnement du concept est fait selon le ressort choisi. Ce dernier a été choisi en fonction de la charge préalablement calculée sur le site internet de McMaster-Carr. Le ressort possède un couple maximal de  $1.20 \text{ lb.in.}$  et une plage d'angles de  $225^\circ$ . Il est à un angle de  $135^\circ$  lorsque le mécanisme est en position neutre ce qui offre une résistance de  $0.11 \text{ Nm}$ . Ce couple permet de conserver une marge entre la valeur de  $0.09 \text{ Nm}$  calculée et la résistance du ressort. Le numéro du ressort est 9271K195 et la fiche technique est présentée à l'Annexe A.1.

Ceci conclut donc la conception du système de rappel, ce qui permet de poursuivre avec la section suivante qui portera sur la sensibilité du mécanisme et le choix des capteurs angulaires, l'une des dernières étapes de la conception du prototype.

### 3.4 Évaluation de la sensibilité cinématique et choix des capteurs

Le choix des capteurs est un élément crucial au projet. Un mauvais choix de capteur peut directement nuire aux performances du prototype. La tâche à accomplir par les capteurs angulaires est de mesurer l'angle d'une membrure par rapport à une référence fixe. Possédant six degrés de liberté, il est nécessaire d'avoir six mesures d'angle, donc six capteurs angulaires, afin de connaître la position et l'orientation de l'effecteur du mécanisme. Le choix de ces derniers est basé sur deux points qui sont la précision et la résolution.

L'étude de la sensibilité cinématique du mécanisme permettra de définir la résolution nécessaire pour les capteurs. Pour ce qui est de la précision, il n'est pas nécessaire d'avoir un capteur angulaire très précis puisque le prototype est actionné par un humain ce qui induit une grande imprécision dans le mouvement. Il est donc plus important d'avoir une bonne résolution qu'une bonne précision.

Avant de définir la résolution nécessaire, le type de capteur qui sera utilisé doit être choisi. Le marché actuel offre une panoplie d'outils permettant de mesurer des angles tel que des inclinomètres, des capteurs optiques, des encodeurs et plusieurs autres. Dans le cas présent, l'encodeur est le type de capteur retenu puisqu'il permet facilement de mesurer la rotation autour d'un axe tout en étant compact et simple à utiliser. Ce choix fut relativement trivial puisque les encodeurs sont utilisés de façon générale dans le domaine de la robotique vu leurs nombreux avantages. Cependant, les encodeurs se divisent en plusieurs types et il est également nécessaire de le définir. Les deux principaux types sont les encodeurs absolus et les encodeurs incrémentaux. La différence est que les encodeurs absolus ont une référence fixe et mesurent toujours l'angle selon cette référence tandis que les encodeurs incrémentaux

mesurent l'angle du mouvement, c'est-à-dire à partir de la position dans laquelle ils étaient avant de se déplacer. Dans le cas présent, le mécanisme revient toujours en position neutre grâce au système de rappel. L'encodeur incrémental est alors le type de capteur qui sera utilisé puisqu'ils sont beaucoup moins coûteux. Il est maintenant possible de poursuivre la démarche avec l'étude de la sensibilité cinématique.

### 3.4.1 Sensibilité cinématique du mécanisme

La sensibilité cinématique se définit par l'impact d'un mouvement articulaire sur le mouvement cartésien pour un mécanisme et une pose donnés. Autrement dit, la sensibilité indique quel sera l'ordre de grandeur du mouvement de l'effecteur si un déplacement quelconque est appliqué aux articulations. Le mécanisme actuel est un mécanisme passif, c'est-à-dire qu'il est actionné manuellement par l'effecteur. Il sera alors plus intéressant de présenter la sensibilité comme étant l'impact d'un mouvement cartésien sur le mouvement articulaire.

Pour ce faire, l'équation (2.13), utilisée afin de définir les matrices jacobiennes, sera utilisée. Il est possible d'appliquer une petite variation de position à l'effecteur, c'est-à-dire à la variable  $\vec{x}$ , qui calcule la variation articulaire à l'aide de l'équation (3.20) qui suit :

$$\mathbf{K}\vec{\delta\rho} = \mathbf{J}\vec{\delta x} \quad (3.19)$$

où  $\vec{\delta x}$  et  $\vec{\delta\rho}$  sont respectivement le vecteur de variation de la pose de l'effecteur et la variation des variables articulaires. Les matrices jacobiennes  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{K}$  sont présentées aux équations (2.33) et (2.34). En isolant la variation articulaire la relation suivante est obtenue

$$\vec{\delta\rho} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{J}\vec{\delta x}. \quad (3.20)$$

Cette équation permet alors de calculer la sensibilité du mécanisme pour une position donnée. Puisque le mécanisme est conçu dans le but d'être un capteur de déplacement actionné manuellement, les mouvements les plus souvent utilisés seront principalement des mouvements unidirectionnels soit linéaires ou angulaires. Pour cette raison, les principaux points d'intérêt pour l'étude de la sensibilité seront la plage linéaire et angulaire de chacun des trois axes du mécanisme. Les analyses seront alors divisées en deux types : la sensibilité sur la plage linéaire et en ensuite sur la plage angulaire.

Premièrement, la sensibilité est évaluée à l'aide de l'équation (3.20) sur toute la plage linéaire d'utilisation du mécanisme. La zone étudiée est discrétisée en 35 points afin de ne pas laisser trop de place à l'interpolation, mais sans surcharger les graphiques. Pour chacun des points, l'équation de sensibilité est utilisée pour calculer le déplacement angulaire que chacun

des encodeurs percevra lorsqu'un mouvement de un millimètre est appliqué dans la direction positive de l'axe à l'étude.

La série de trois graphiques qui suit présente les résultats de sensibilité obtenus. L'ordonnée des graphiques est divisée par bon de  $0.3^\circ$  puisque ceci représente approximativement un incrément pour un encodeur possédant une résolution de 1024 incréments par tour. À partir cette référence, il sera possible d'évaluer si la résolution doit être supérieure ou pas.

Les résultats linéaires sont répartis sur trois graphiques, soit la sensibilité en X, en Y et en Z présentée respectivement aux figures 3.8, 3.9 et 3.10.

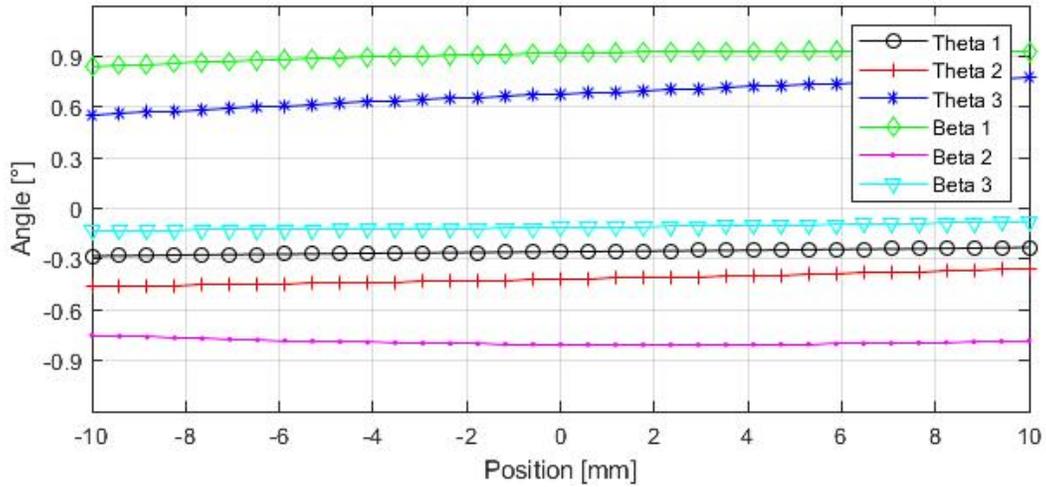


FIGURE 3.8 – Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe X.

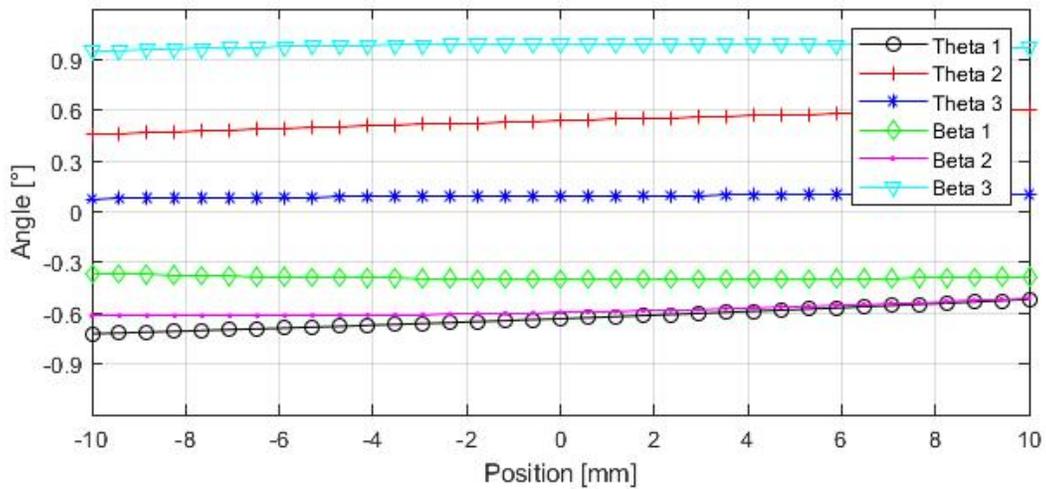


FIGURE 3.9 – Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe Y.

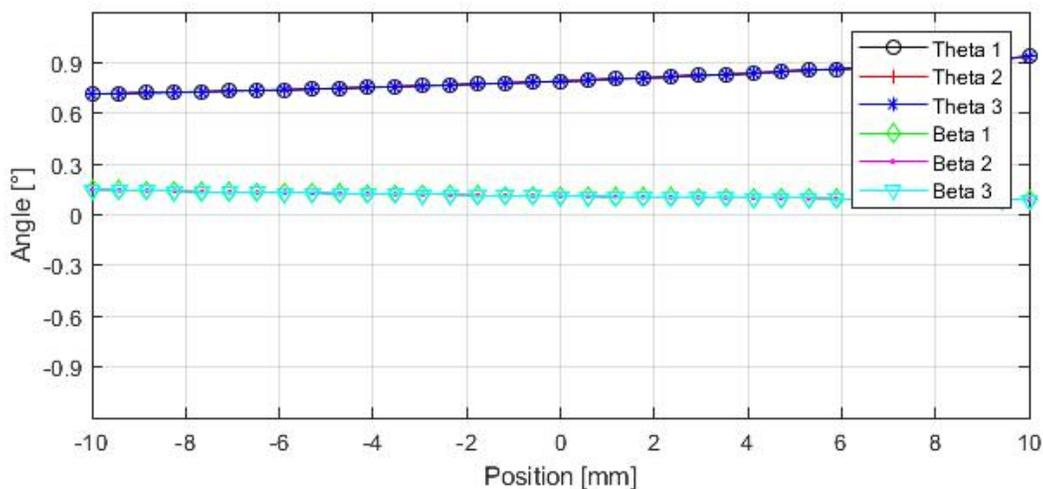


FIGURE 3.10 – Sensibilité linéaire du mécanisme selon l'axe Z.

Ensuite, la même étude est faite pour la sensibilité angulaire. La plage angulaire est également discrétisée en 35 points. La sensibilité est évaluée à chacun de ces points pour un déplacement angulaire positif de un degré. L'axe des ordonnées est divisé de la même façon que pour l'étude linéaire afin de bien pouvoir comparer le comportement des encodeurs pour chacun des six mouvements étudiés.

Les résultats également répartis sur trois graphiques sont présentés aux figures 3.11, 3.12 et 3.13 dans le même ordre que les précédentes soit pour les déplacements angulaires autour de l'axe X, Y et Z.

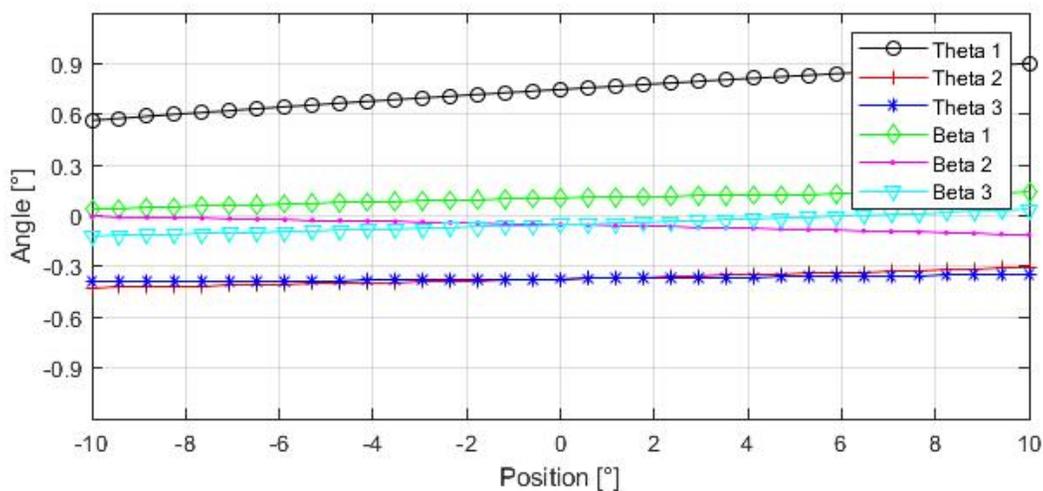


FIGURE 3.11 – Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l'axe X.

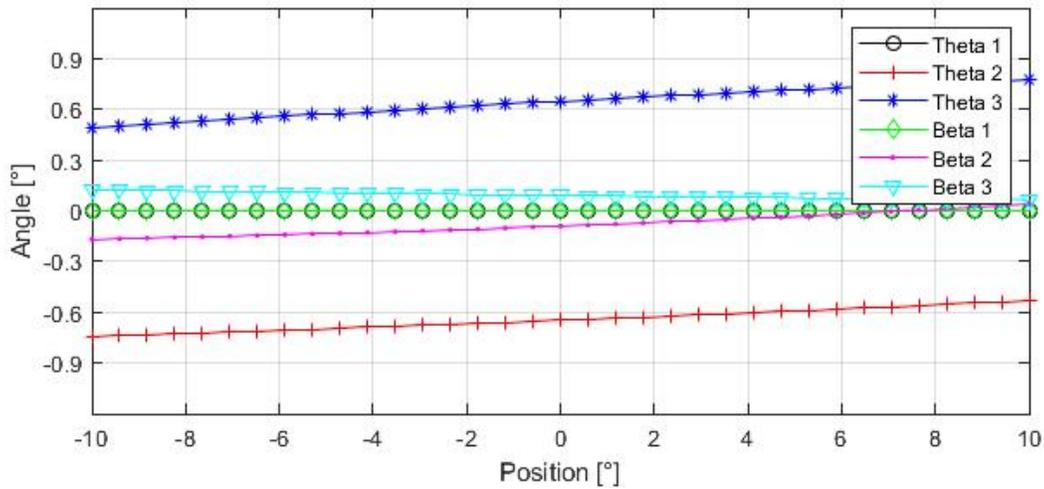


FIGURE 3.12 – Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l’axe Y.

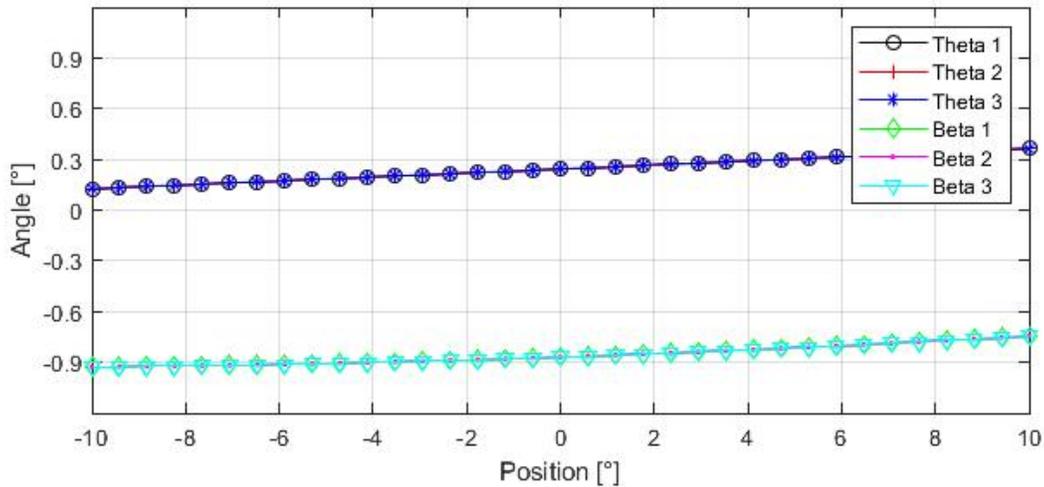


FIGURE 3.13 – Sensibilité angulaire du mécanisme autour de l’axe Z.

Ces résultats de sensibilité mettent en évidence la rotation des encodeurs pour l’ensemble des mouvements unitaires. Il sera alors aisé de déterminer la résolution nécessaire aux capteurs sachant que les résultats obtenus sont directement proportionnels au mouvement appliqué à l’effecteur. Ceci mène donc à la section suivante qui est la définition de la résolution nécessaire aux choix des encodeurs.

### 3.4.2 Définition de la résolution nécessaire

La résolution d’un capteur se définit par le nombre d’incréments qu’il est possible de capter sur la plage d’utilisation définie. Dans le cas présent, la plage des encodeurs est de

360 degrés. La résolution est alors le nombre d'incrémentes captés sur une rotation complète. La résolution peut également être convertie en angle lorsque nécessaire. Ceci se calcule en divisant la plage par la résolution. L'angle minimal que la membrure doit tourner afin que son mouvement soit capté est alors obtenue.

Il est très difficile de déterminer théoriquement la résolution nécessaire pour que les encodeurs doivent avoir puisqu'il n'est pas évident de prédire quelle résolution permettra d'obtenir un mouvement fluide. En utilisant la sensibilité cinématique présentée à la section précédente, il est possible de faire le lien entre la résolution de l'encodeur et la résolution à l'effecteur. Ceci permet de mieux visualiser l'effet de la résolution sur le mouvement. Cependant, il est tout de même ardu de définir quel incrément minimal de déplacement à l'effecteur produira une sensation de fluidité à l'utilisateur.

Il a été possible d'effectuer des essais pratiques dans le but d'estimer la résolution minimale à utiliser afin de conserver un mouvement fluide en utilisant un autre projet effectué au Laboratoire de robotique de l'Université Laval. Pour ce faire, un robot sériel muni d'un dispositif de contrôle à six degrés de liberté qui utilise une architecture de Gough-Stewart a été utilisé [15]. Ce dispositif est conçu, contrairement à celui présenté dans ce mémoire, avec des articulations prismatiques munies de capteurs optiques qui permettent de capter le mouvement linéairement, c'est-à-dire sans incrément. En utilisant ce mécanisme, il est donc possible d'émuler l'effet de la résolution en convertissant le signal capté sous forme de palier correspondant à une résolution préalablement définie. De la sorte, il est possible d'émuler plusieurs résolutions jusqu'à l'atteinte de la limite de fluidité.

Les essais effectués étaient simplement déplacer l'effecteur du robot sur une trajectoire aléatoire, toutes directions confondues, et d'évaluer la fluidité du contrôle en augmentant les incréments jusqu'à ce que l'utilisateur ressente un changement. Lors des essais, la discrétisation a commencé à être ressentie par l'utilisateur lorsque les incréments étaient d'un millimètre ou d'un degré. Le dispositif que déplace l'utilisateur génère six commandes, soit une par degrés de liberté, afin de commander un mouvement au robot. La Figure 3.14 présente les résultats obtenus pour la commande de déplacement selon l'axe X suivi à la figure suivante de la commande angulaire autour de Y. Les quatre autres graphiques obtenus sont présentés aux figures B.1 à B.4 de l'Annexe B. Il est possible de voir sur les figures le tracé de la commande continue envoyée par le capteur de déplacement ainsi que la commande discrétisée qui est envoyée au robot.

La résolution peut maintenant être définie sachant qu'un incrément d'un millimètre et d'un degré est la limite acceptable afin que le mouvement soit fluide. Pour s'assurer d'avoir une fluidité dans le mouvement, il est préférable d'avoir des incréments inférieurs à ces valeurs. Il est alors possible de calculer le déplacement articulaire induit en utilisant l'équation (3.20). À l'aide de cette équation et en imposant le déplacement unitaire obtenu, le résultat est le

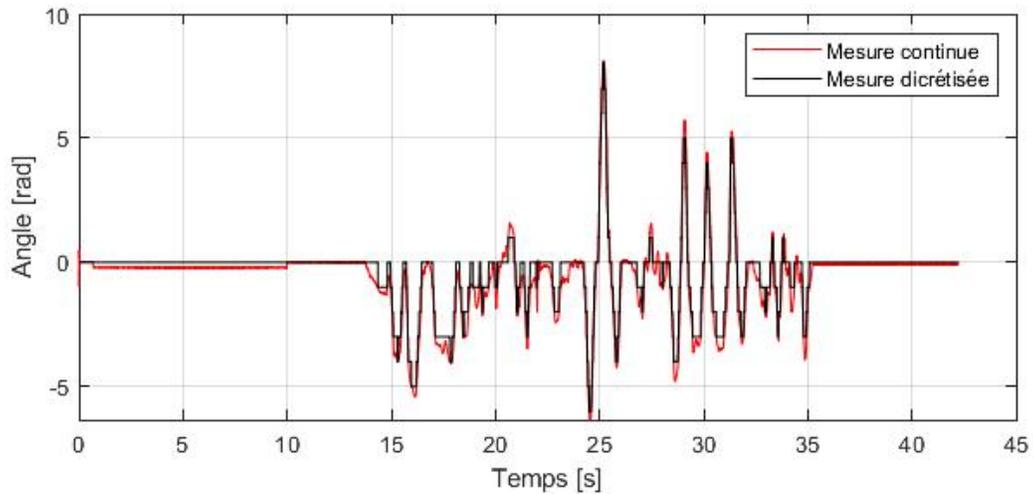


FIGURE 3.14 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en X.

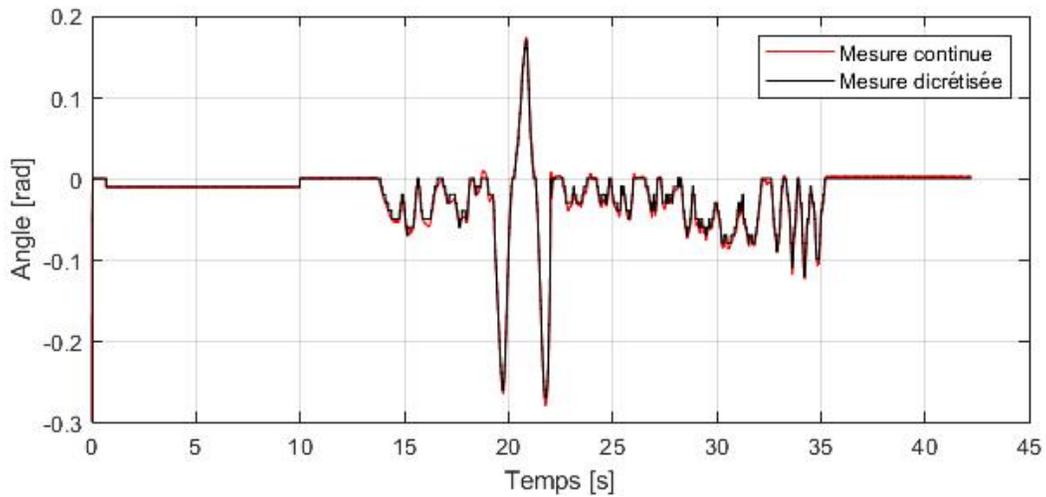


FIGURE 3.15 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en Y.

suivant pour le mécanisme en position neutre

$$\begin{bmatrix} 0.7021 \\ 0.7302 \\ 0.7902 \\ 0.7477 \\ 0.6475 \\ 0.6813 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{J}_0$  et  $\mathbf{K}_0$  sont les matrices jacobiennes évaluées en position neutre.

La sensibilité moyenne selon les valeurs présentées ci-dessus est de 0.7165 pour le déplacement maximum qui permet de conserver un mouvement fluide. Autrement dit, il est nécessaire d'utiliser un encodeur avec une résolution supérieure à 502 incréments par tour selon les essais effectués.

L'hypothèse d'une résolution de 1024 incréments par tour peut donc être validée puisqu'elle permet d'obtenir une meilleure sensibilité. Il est alors possible d'évaluer plus concrètement la sensibilité du mécanisme afin de s'assurer que cette hypothèse est bel et bien confirmée pour les six degrés de liberté du prototype. En utilisant les données des graphiques de sensibilité de la section précédente, il est possible de calculer les résultats présentés dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 – Résultats quantitatifs de la sensibilité théorique du mécanisme CM3.

Mouvement	Sensibilité moyenne	Sensibilité minimale	Sensibilité en position neutre
Linéaire X	0.4893 mm	0.4587 mm	0.4882 mm
Linéaire Y	0.4793 mm	0.4671 mm	0.4815 mm
Linéaire Z	0.4384 mm	0.3753 mm	0.4449 mm
Angulaire X	0.4734 °	0.3889 °	0.4702 °
Angulaire Y	0.4962 °	0.4524 °	0.5430 °
Angulaire Z	0.5194 °	0.4860 °	0.5160 °

Les résultats du Tableau 3.2 sont tous inférieurs à la limite de fluidité du mouvement calculée à l'équation (3.21), le choix du capteur est alors confirmé. Les encodeurs sélectionnés sont de marque Bourns vendus sur le site Mouser. Le numéro de modèle de ces encodeurs est EMS22Q51-D28-LT4 dont la fiche technique est présentée à l'Annexe A.2.

Cette dernière étape complétée, il est possible d'obtenir une première vue d'ensemble du concept. La section suivante présentera les premiers prototypes évalués qui ont permis de développer le concept final.

### 3.5 Présentation des prototypes

La conception d'un équipement est un processus itératif. Le tout commence par une idée de concept qui évolue au travers d'une série d'itérations afin d'obtenir un produit final fonctionnel. Dans ce mémoire, seulement le produit final est présenté afin d'éviter la répétition. Cependant, cette section présentera rapidement les prototypes obtenus aux principales itéra-

tions du processus afin de présenter les mécanismes envisagés et détailler pourquoi ils ont dû être abandonnés.

Pour commencer, le premier prototype envisagé était configuré avec les jambes positionnées radialement à l'axe central telles que présentées à la Figure 3.16.

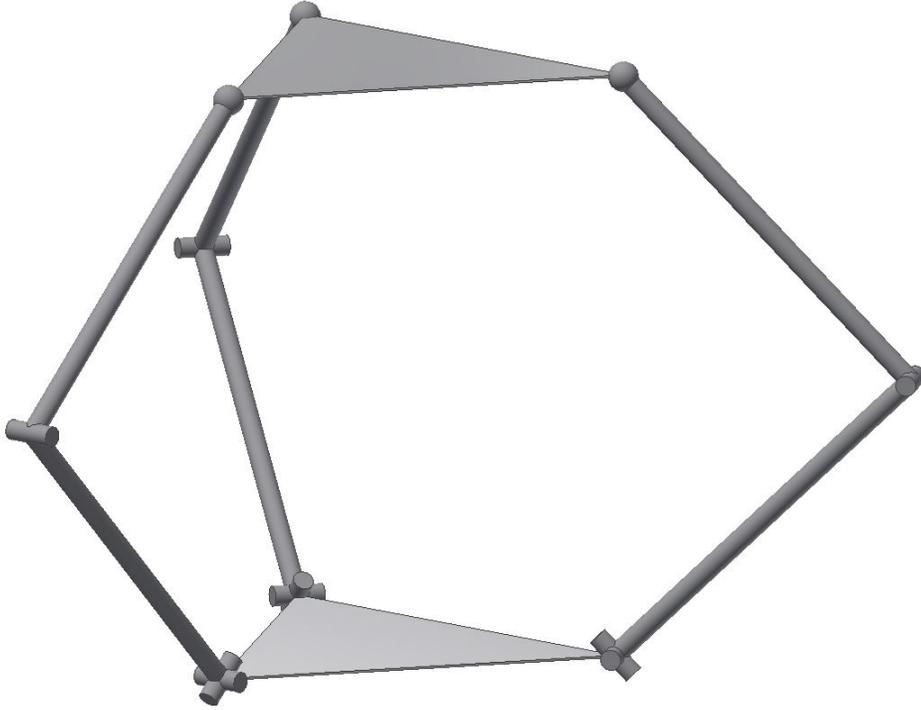


FIGURE 3.16 – Vue isométrique du premier prototype envisagé.

Cette configuration fut la plus primitive de toutes. Elle fut rejetée pour deux raisons. Premièrement pour une configuration singulière et deuxièmement pour un manque d'optimisation de l'espace utile du mécanisme. Pour commencer, l'analyse des droites de Plücker de ce mécanisme indique que les plans singuliers, définis par les deux droites de Plücker propres à une jambe, sont coplanaires à la jambe elle-même. De la sorte, en position neutre, les trois plans singuliers se croisent sur l'axe central du mécanisme. Une des conditions de singularité étant lorsque les trois lignes formées entre les plans singuliers et le plan de la base se croisent en un seul point. Cette singularité correspond au cas 5a. Ceci dit, cette configuration d'architecture possède une singularité en position neutre.

Ensuite, en ce qui concerne l'espace utile, tel que mentionné préalablement, la maximisation de la longueur des jambes favorise la résolution du mécanisme. Dans ce cas, la longueur des jambes influence directement l'espace utilisé qui dépasse rapidement la limite du cahier des charges. C'est pour ces deux raisons que cette première itération n'a pas été développée davantage. Ce qui mène donc au second prototype.

Par la suite, il a été déterminé que le mécanisme serait plus compact en positionnant les jambes le plus près possible des arêtes du triangle formé par la base. Ce qui a produit le second prototype présenté à la Figure 3.17.

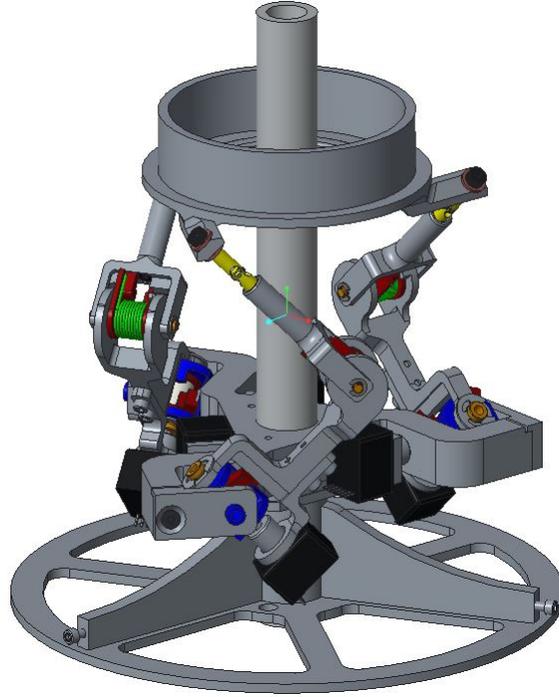


FIGURE 3.17 – Vue isométrique du deuxième prototype envisagé.

Cette configuration cause également une singularité dite de condition 3a pour laquelle les six droites de Plücker se croisent en un point et forme ainsi trois paires de lignes non parallèles qui ne s’intersectent jamais. Cet arrangement de droite forme un hyperboloïde nommé “Regulus” qui est présenté par Merlet [23] et par Mouly et Merlet [24]. Cette singularité est visible à la Figure 3.18 en remarquant que les jambes sont pratiquement tangentes à la circonférence de l’effecteur. Il faut considérer que les droites de Plücker sont réparties par paires sur le plan de chaque jambe.

Cette seconde configuration est également rejetée dû à une singularité ce qui mène alors au concept final. La section suivante, qui est la dernière section de ce chapitre, présentera le résultat final du concept ainsi que le prototype fabriqué.

### 3.6 Présentation du concept final

Le concept final de ce projet, obtenu par une série d’itérations, sera détaillé dans cette section. En premier lieu, un tableau présentera les informations techniques du concept suivi de quelques images du modèle en trois dimensions avant de terminer par une photo du concept

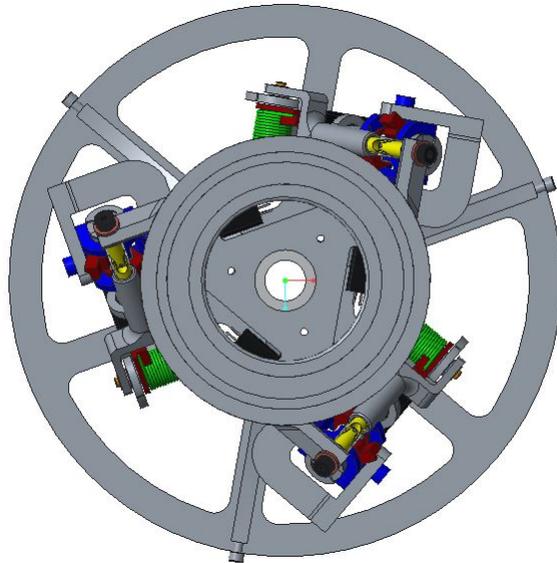


FIGURE 3.18 – Vue de dessus du deuxième prototype envisagé.

fabriqué par prototypage rapide.

Pour commencer, l'ensemble des étapes de conception présentées précédemment est basé sur les critères du cahier des charges. Afin de valider que le projet atteigne les objectifs, les données techniques du capteur de déplacement sont regroupées dans un tableau dans le but de les comparer aux objectifs initiaux. Le Tableau 3.3 résume ces informations techniques. Seules les spécifications dimensionnelles sont présentées puisque les résultats comportementaux du concept seront analysés au chapitre suivant.

Tableau 3.3 – Tableau résumé des informations techniques du capteur de déplacement CM3.

Critères	Valeurs du concept final	Valeur limite	Atteinte de l'objectif
Volume du capteur	3 223 cm <sup>3</sup>	3 500 cm <sup>3</sup>	Oui
Dimensions de la base	$\phi$ 17 cm	20 cm x 20 cm	Oui
Hauteur du capteur	14.2 cm	15 cm	Oui
Débatement linéaire	$\pm$ 10 mm	$\pm$ 10 mm	Oui
Débatement angulaire	$\pm$ 10°	$\pm$ 10°	Oui

Tel que résumé dans le Tableau 3.3, le prototype atteint de façon générale l'ensemble des objectifs initialement fixés. Le capteur de déplacement possède l'ensemble de ses encodeurs près de sa base et capte les deux angles du joint de cardan de chacune des jambes. Trois d'entre eux sont fixes et les trois autres ne subissent qu'un faible déplacement angulaire. Ceci permet de conserver la masse flottante au minimum. La Figure 3.19 présente une des jambes.

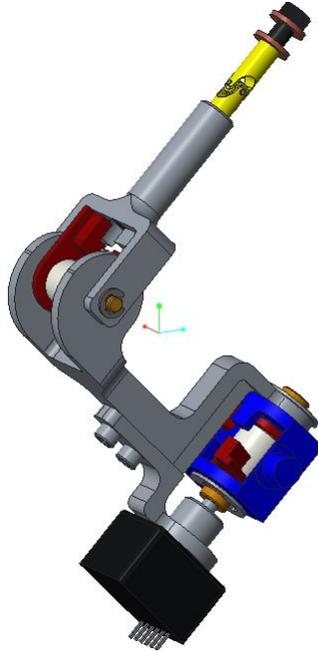


FIGURE 3.19 – Vue isométrique d’une des jambes du prototype final.

Tel que présenté sur la Figure 3.19, l’articulation de la base est un joint de cardan où un des encodeurs est visible ainsi que le système de rappel. Ensuite le second système de rappel sur l’articulation rotoïde centrale avant de terminer par l’articulation sphérique composé d’une articulation rotoïde et d’un joint de cardan. Afin d’éviter les problèmes liés aux singularités tel que pour les itérations précédentes, les jambes ont été positionnées à  $20^\circ$  des axes radiaux également distribués. De la sorte, l’architecture obtenu se situe exactement au centre des deux singularités préalablement présentées, ce qui permet de s’en éloigner au maximum. La Figure 3.20 présente une vue de dessus du mécanisme afin de présenter la position et l’orientation des jambes en position neutre.

L’ensemble de la conception et des analyses terminées, le concept final peut être fabriqué. La fabrication est faite par prototypage rapide afin de pouvoir rapidement et à faible coût tester le mécanisme et démontrer son fonctionnement. Une fois cette démonstration faite, il serait possible de fabriquer un prototype en aluminium afin de pousser davantage l’étude du concept. Les arbres des articulation ont quant à eux été usinés en acier et les joints de cardan utilisés dans les articulations sphériques sont également en acier. Ces derniers ont été achetés sur McMaster-Carr et possèdent le numéro de composante suivant : 60075K74. La fiche technique est présentée à l’Annexe A.3. Finalement, la Figure 3.21 présente le mécanisme assemblé.

Le mécanisme assemblé est ensuite manuellement testé afin de s’assurer qu’il fonctionne tel que prévu. Les principaux tests effectués ont permis de valider le retour en position neutre,

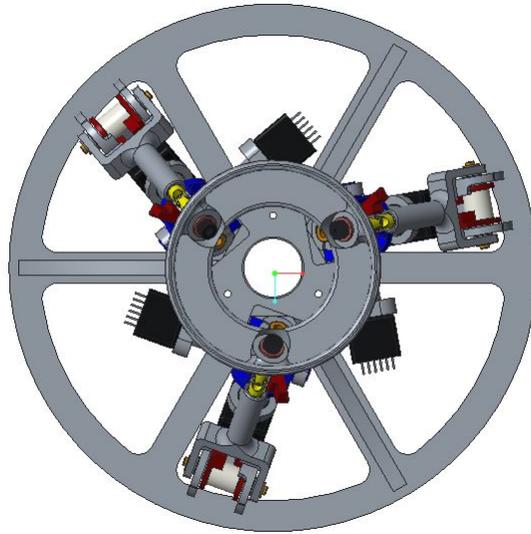


FIGURE 3.20 – Vue de dessus du prototype final.

de s'assurer que le mécanisme ne subit pas de déplacements lorsqu'il est changé d'orientation et de valider qu'il n'y ait pas de singularité apparente sur la plage de déplacement utilisée. Suite à ces validations, il sera possible de débiter les essais qui seront présentés au Chapitre 4 en commençant par la mise en fonction des algorithmes et du mécanisme.

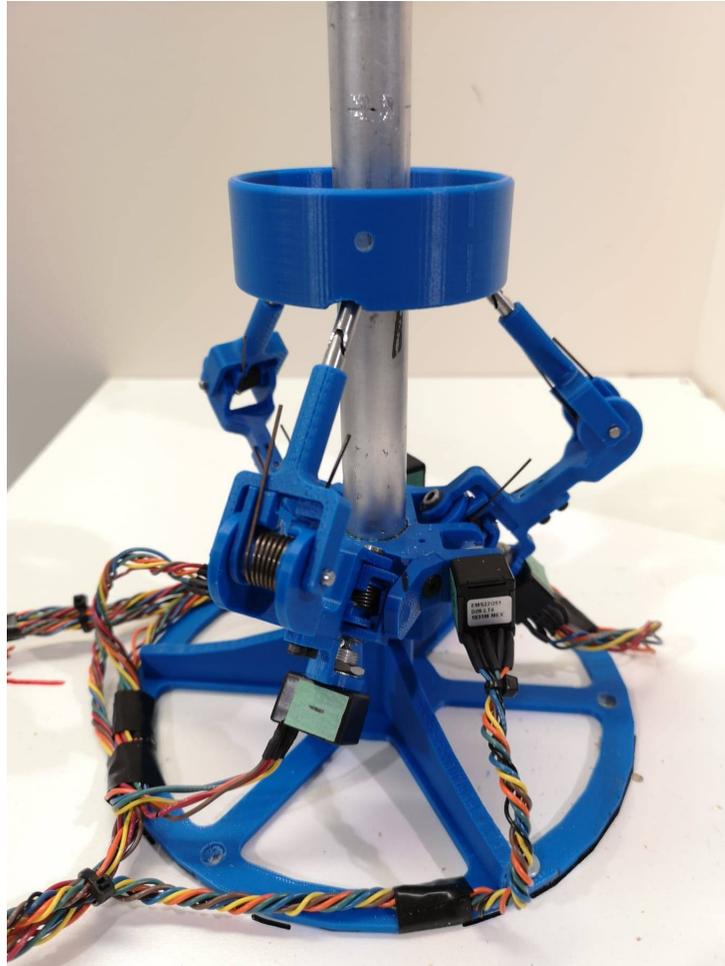


FIGURE 3.21 – Vue isométrique du prototype final fabriqué par prototypage rapide.

# Chapitre 4

## Essais expérimentaux

Les essais expérimentaux sont l'élément décisif afin de conclure sur la réussite du projet. Cette dernière étape permettra également de la quantifier. Ce chapitre se divise en cinq sections en commençant par la mise en fonction et les essais préliminaires du capteur de déplacement. Par la suite, les essais unidirectionnels seront présentés suivi des essais de sensibilité qui comprennent la comparaison entre la sensibilité numérique et la sensibilité réelle. Ceci sera suivi d'une validation du comportement du capteur pour une trajectoire aléatoire avant de se terminer par l'analyse et la discussion des résultats.

Pour commencer, la mise en fonction du prototype présentera en détail le cheminement nécessaire à la mise en commun des algorithmes et du mécanisme fabriqué.

### 4.1 Mise en fonction du prototype

La mise en fonction du mécanisme est le dernier pas avant les essais expérimentaux. Cette étape consiste à relier les algorithmes de contrôle au mécanisme par l'utilisation d'un logiciel de calcul en temps réel. Le logiciel utilisé, RT-Lab, permet de lire les valeurs qu'indiquent les encodeurs situés sur le mécanisme et d'introduire ces valeurs dans les algorithmes de contrôle préalablement programmés. Le tout est fait en temps réel et permet de calculer la pose de l'effecteur à une fréquence de 500 Hertz.

Jusqu'à maintenant, les algorithmes ont été testés numériquement à multiples reprises, mais chacun de ces essais reste théorique. C'est-à-dire, qu'ils ne tiennent pas en compte les perturbations externes telles que le bruit, la friction, les jeux dans le système ou les imprécisions de fabrication. Il a été envisagé d'inclure ces sources d'erreurs dans les outils de validation numérique. Cependant, il a été conclu qu'il serait plus simple de fabriquer un premier mécanisme par prototypage rapide afin de tester réellement l'effet de ces perturbations sur le système. Cette étape de mise en fonction permet d'effectuer ces tests et également d'ajuster le prototype et les algorithmes de sorte à réduire l'effet des perturbations sur le système.

La première étape de la mise en fonction est l'acquisition des données des encodeurs. Pour ce faire, un schéma de branchement doit être élaboré afin de s'assurer que chaque encodeur soit à la bonne position et que l'acquisition de ce dernier soit sur le bon canal lors des lectures sur l'ordinateur. Les encodeurs sont branchés sur deux borniers, dont la fiche technique est présentée à l'Annexe A.4, en respectant les grilles de branchement présentées à la Figure B.5 de l'Annexe B.

Ces grilles de branchement, dont le titre fait référence au numéro de bornier, indiquent quel fil de quel encodeur doit être branché sur quelle borne. En respectant cette grille, il est possible d'utiliser la légende présentée à la Figure B.6 de l'Annexe B, qui permet de déterminer la fonction de chaque fil et également de connaître le port à utiliser pour chaque encodeur lors de l'acquisition.

Lorsque les encodeurs sont bien branchés, l'utilisation du logiciel RT-Lab peut commencer. Avant toute chose, les encodeurs doivent être testés individuellement afin de s'assurer qu'ils fonctionnent correctement et que le signal est bien celui désiré. Il est ensuite possible d'installer les encodeurs sur le mécanisme tel que présenté à la Figure 4.1, et d'introduire les algorithmes dans le logiciel.

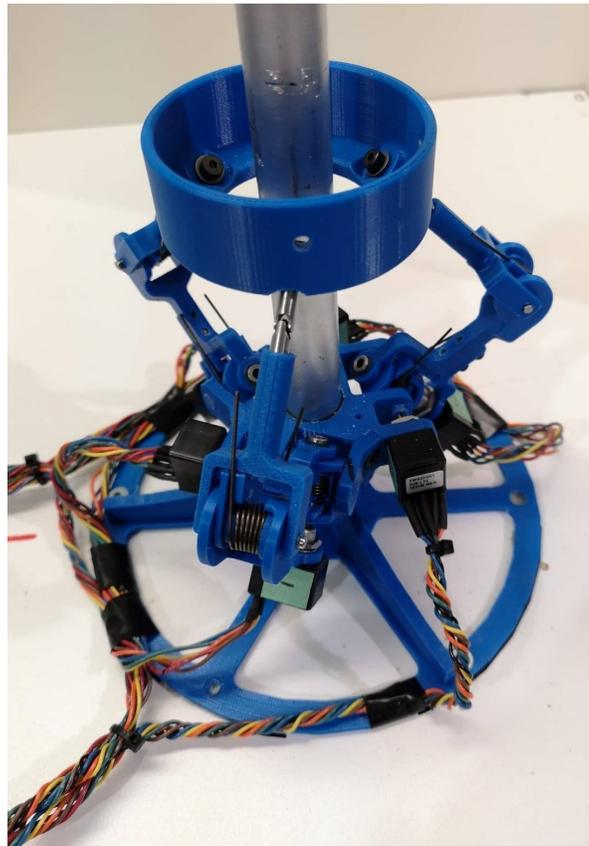


FIGURE 4.1 – Présentation de l'installation des encodeurs sur le mécanisme.

Les algorithmes étant déjà programmés et testés, l’implantation de ces derniers dans RT-Lab fut simple et rapide. Ce logiciel fonctionne en utilisant des schémas Simulink, qui est une extension du logiciel Matlab. Simulink est un logiciel de modélisation de systèmes dynamiques et permet rapidement de modéliser un système par un schéma bloc contenant les fonctions souhaitées. Le schéma de contrôle obtenu est présenté à la Figure B.7 de l’Annexe B.

Suite à plusieurs ajustements du modèle Simulink, les premières données de position et d’orientation du prototype peuvent être captées. Lors de l’activation du système dans RT-Lab, les valeurs en temps réel sont présentées ainsi qu’un graphique de la position de l’effecteur dans le plan. Les données d’orientation et de position sont également enregistrées dans un fichier texte et peuvent par la suite être retracées à l’aide du logiciel MatLab ou tout autre logiciel du genre.

Cette première validation terminée, il est possible de conclure que le prototype fonctionne tel que convenu. Les essais peuvent alors débuter afin de valider si le prototype répond bel et bien aux critères de conception. La section suivante présentera les premiers essais effectués suite à la mise en fonction. Ces derniers sont de type unidirectionnel afin de tester la précision et la répétabilité du prototype.

## 4.2 Présentation des essais effectués

L’étape précédente a permis de mettre en fonction le système et de s’assurer qu’il est prêt à être utilisé. La seconde étape est alors d’établir une série de tests à effectuer afin d’évaluer les performances du prototype. Pour ce faire, les essais commenceront par l’évaluation de la précision et de la répétabilité des mouvements pour chacun des degrés de liberté du mécanisme. Ceci se traduit par six tests pour lesquels un mouvement unidirectionnel sera répété cinq fois. Pour chaque test, le mécanisme est contraint dans un mouvement à un degré de liberté. Pour chaque mouvements, les mesures capté par les encodeurs du mécanisme durant ce dernier sont analysés.

Ces derniers seront divisés en deux catégories, soit les tests linéaires et les tests angulaires. Le but de cette section est de quantifier l’erreur de direction et d’amplitude pour un mouvement unidirectionnel répétable. Ce type de mouvement simple risque d’être celui qui sera le plus souvent appliqué par l’utilisateur sur le capteur de déplacement, c’est pourquoi il est important de bien connaître l’incertitude liée à ce dernier.

### 4.2.1 Essais et résultats des tests linéaires

Les premiers tests effectués sont de type linéaires. Ces derniers sont rectilignes selon les axes X, Y et Z, et d’une amplitude totale d’environ deux centimètres. Les essais débutent en position neutre, un mouvement manuel positionne ensuite l’effecteur à  $-1$  centimètre avant

d'aller à +1 centimètre pour terminer en position neutre. Les essais sont répétés cinq fois chacun et utilisent un montage qui assure la répétabilité du mouvement pour chacune des trajectoires.

Les mouvements captés lors des cinq essais seront ensuite superposés afin de valider la variation d'amplitude et l'écart en position. Les résultats obtenus permettront ensuite de calculer l'erreur maximale en amplitude et en direction, pour finalement quantifier l'erreur liée au mouvement directionnel étudié.

Pour les essais linéaires, deux types de montages sont utilisés. Soit, un montage pour guider le mécanisme selon l'axe Z et un autre pour guider le mécanisme selon l'axe X ou Y. Pour commencer, le montage utilisé pour X et Y, présenté à la Figure 4.2, permet de fixer l'effecteur du mécanisme dans une glissière située dans le plan XY. De la sorte, il est possible d'aligner cette glissière selon l'axe de son choix et d'effectuer les essais nécessaires. L'amplitude du mouvement est gérée par la distance entre l'effecteur et le tube d'aluminium central afin de s'assurer de la répétabilité de l'essai.

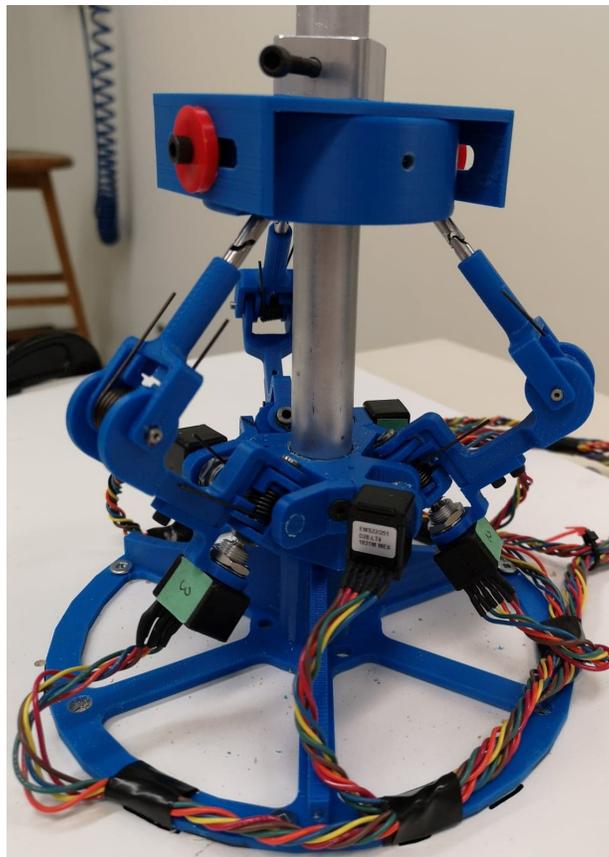


FIGURE 4.2 – Montage utilisé afin de guider le mécanisme sur une trajectoire rectiligne plane selon les axes X ou Y.

Le second montage est conçu de sorte à guider le mécanisme selon l'axe Z. Tel que présenté

à la Figure 4.3, ce dernier est composé d'un cylindre permettant de guider l'effecteur dans un mouvement coaxial au tube central. Celui-ci est limité par deux butées de fin de course, dont une est visible sur l'image.



FIGURE 4.3 – Montage utilisé afin de guider le mécanisme pour une trajectoire rectiligne selon l'axe Z.

Ces deux montages permettent alors d'effectuer les tests nécessaires. Ils ne présentent pas une très grande précision d'amplitude, mais assurent la répétabilité des tests, ce qui est important dans ce cas-ci. Les cinq résultats peuvent ensuite être compilés pour chacun des cas testés. Ces résultats sont présentés sous forme de graphique afin de mettre en évidence l'erreur d'orientation du mouvement et la répétabilité des essais.

Pour commencer, la Figure 4.4 présente cinq trajectoires rectilignes en X effectuées à l'aide du guide préalablement présenté. Cette figure est suivie d'un tableau qui présente l'erreur maximale d'orientation, l'erreur moyenne d'orientation et l'écart-type des moyennes pour les autres directions que celle étudiée. L'erreur maximale d'orientation est calculée comme la valeur maximale absolue des cinq essais. L'erreur moyenne est simplement la moyenne de l'ensemble des valeurs, en absolu, sans tenir compte des valeurs nulles afin de ne pas biaiser les résultats avec le temps d'attente au début et à la fin du test. Finalement, l'écart-type est

calculé entre les cinq moyennes positives obtenues.

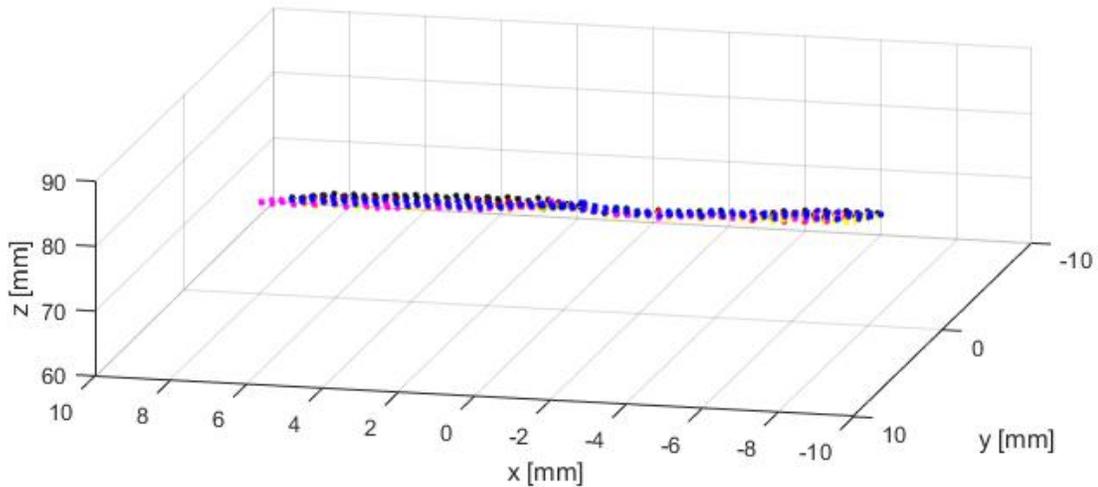


FIGURE 4.4 – Graphique des résultats de cinq tests linéaires en X superposés sur un même graphique.

Tableau 4.1 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests linéaires en X.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire Y	1.64 mm	0.37 mm	0.07 mm
Linéaire Z	0.99 mm	0.01 mm	0.12 mm
Angulaire X	3.68 °	0.96 °	0.20 °
Angulaire Y	6.70 °	2.08 °	0.41 °
Angulaire Z	2.35 °	0.42 °	0.10 °

Les résultats présentés au Tableau 4.1 mettent en évidence les erreurs d’orientation du mécanisme pour une trajectoire en X. Il est également possible d’obtenir, à partir des résultats, plusieurs informations importantes sur l’amplitude de la trajectoire évaluée. Pour commencer, l’erreur maximale d’amplitude en direction positive est de 0.61 mm et de 0.26 mm pour la direction négative. Ces valeurs ont respectivement un écart-type de 0.36 mm et de 0.22 mm. L’erreur maximale d’amplitude est calculée comme étant le plus grand écart entre les valeurs positives maximales et la moyenne. Ensuite, l’écart-type est calculé entre les cinq valeurs maximales obtenues. Ces résultats seront analysés ultérieurement dans ce chapitre afin d’obtenir une vision globale du comportement du prototype.

Ce qui mène alors aux résultats linéaires en direction de l’axe Y. Les résultats sont présentés sous le même format que les précédents, soit un graphique des cinq essais suivi d’un

tableau présentant les erreurs obtenues.

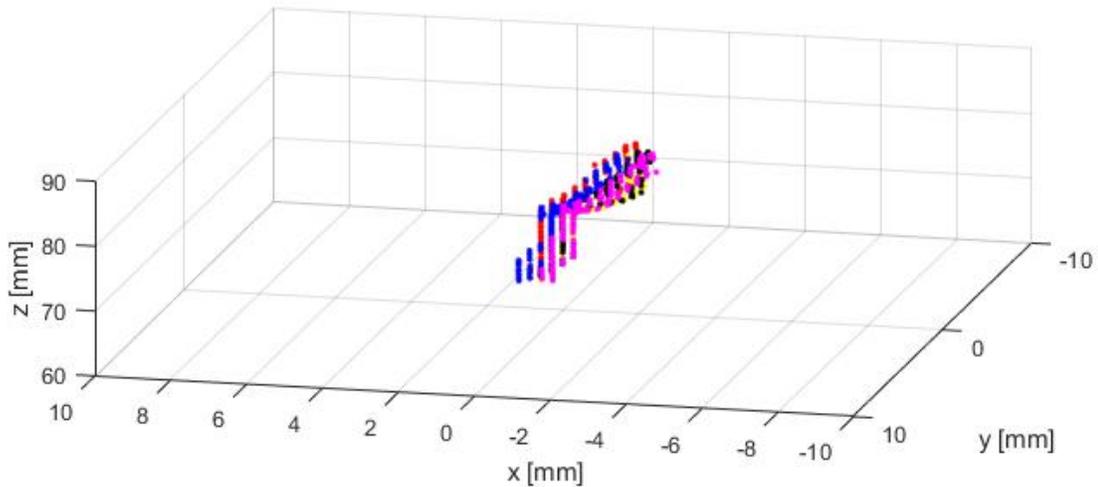


FIGURE 4.5 – Graphique des résultats de cinq tests linéaires en Y superposés sur un même graphique.

Tableau 4.2 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests linéaires en Y.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire X	1.71 mm	0.43 mm	0.09 mm
Linéaire Z	0.89 mm	0.04 mm	0.10 mm
Angulaire X	7.67 °	2.13 °	0.61 °
Angulaire Y	6.20 °	1.23 °	0.42 °
Angulaire Z	5.58 °	0.92°	0.23 °

Pour les essais en Y, il est également possible d’obtenir les erreurs et les écarts-types pour l’amplitude. Les résultats obtenus en amplitude positive sont de 0.15 mm avec un écart-type de 0.15 mm et en amplitude négative de 0.87 mm avec un écart-type de 0.51 mm.

De même que pour les deux premiers, les résultats pour les essais linéaires en Z sont présentés par un graphique des cinq essais superposés présenté à la Figure 4.6 suivi d’un tableau des erreurs obtenues.

Pour ce qui est des erreurs d’amplitudes, l’erreur maximale en direction positive est de 0.65 mm avec un écart-type de 0.59 mm et en amplitude négative de 0.93 mm avec un écart-type de 0.75 mm.

Ce dernier essai met fin aux résultats linéaires. Il est donc possible d’entamer la seconde

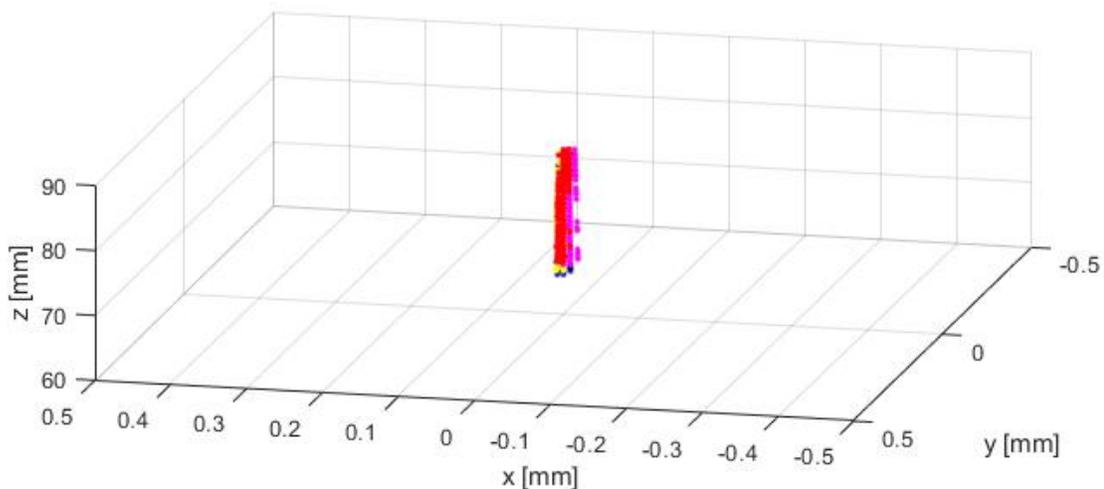


FIGURE 4.6 – Graphique des résultats de cinq tests linéaires en Z superposés sur un même graphique.

Tableau 4.3 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests linéaires en Z.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire X	0.019 mm	0.003 mm	0.002 mm
Linéaire Y	0.018 mm	0.004 mm	0.004 mm
Angulaire X	1.00 °	0.20 °	0.09 °
Angulaire Y	0.89 °	0.16 °	0.19 °
Angulaire Z	0.48 °	0.14 °	0.03 °

partie qui porte sur les mouvement angulaires. La section suivante, de même format que celle-ci, présente la méthodologie de la prise de mesures et les résultats obtenus pour les tests angulaires.

#### 4.2.2 Essais et résultats des tests angulaires

La première moitié des essais unidirectionnels répétables étant maintenant complétée, il est possible d’entamer les essais angulaires. Afin d’étudier la répétabilité et la précision de ces derniers, des méthodes très similaires à celle présentée à la section précédente seront utilisées. Pour commencer, deux montages additionnels sont utilisés afin de contraindre tous les degrés de liberté, sauf celui étudié. Les trois degrés analysés seront respectivement la rotation autour des axes X, Y suivi de Z. Les essais seront d’amplitude totale d’environ 20° soit de +10° à -10° et seront répétés cinq fois chaque.

Le premier montage permet de contraindre le mécanisme à des rotations pures autour de l'axe X ou Y selon la position du montage. Le système consiste à installer une pièce centrée sur l'axe du mécanisme sur lequel l'effecteur se bute en rotation. Deux boulons servent de pivot. Ceux-ci ne produisent aucune restriction au mouvement. La Figure 4.7 présente ce système.

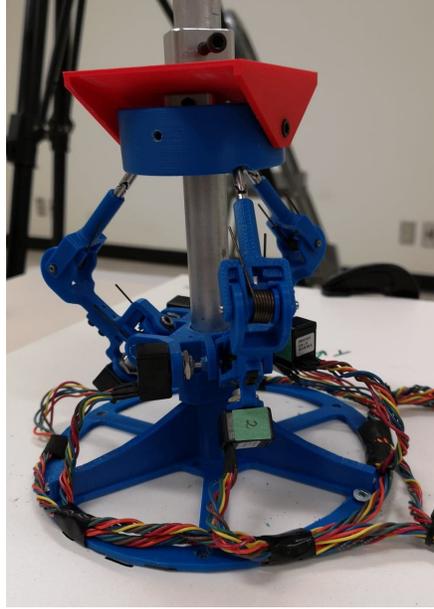


FIGURE 4.7 – Montage utilisé afin de guider le mécanisme sur une trajectoire rectiligne plane.

Le second montage, nécessaire à l'étude de la rotation en Z, possède le même gabarit que celui utilisé pour la translation en Z. Cependant, les butées sont rapprochées afin d'empêcher un déplacement linéaire et des boulons sont ajoutés, afin de limiter le mouvement angulaire tel que le présente la Figure 4.8.

Ces deux montages peuvent donc être utilisés afin d'effectuer les essais angulaires. Les résultats seront présentés sous le même format que les précédents, soit un graphique des essais superposés suivi d'un tableau des erreurs en orientation. Pour commencer, les résultats des tests angulaires autour de l'axe X sont présentés.

Ces résultats mettent en évidence la précision en orientation du système pour un mouvement angulaire autour de l'axe X. Les résultats de répétabilité ont également été mesurés. Ces derniers sont de  $0.78^\circ$  pour l'erreur d'amplitude maximale positive avec un écart-type de  $0.68^\circ$ . Pour la direction négative, l'erreur maximale est de  $1.00^\circ$  avec un écart-type de  $0.85^\circ$ . Le prochain essai est de même type, mais pour un mouvement angulaire autour de l'axe Y. Les résultats sont présentés suivant la même forme que les précédents à la Figure 4.10 et au Tableau 4.5.

De la même façon que pour les essais précédents, les erreurs maximales obtenues sont :

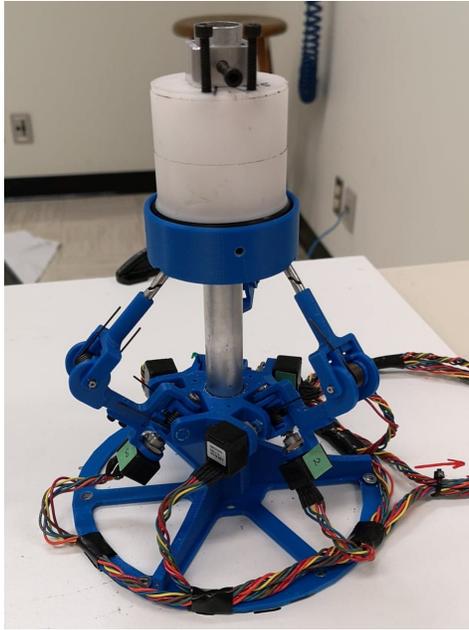


FIGURE 4.8 – Montage utilisé afin de guider le mécanisme pour une trajectoire angulaire selon l'axe Z.

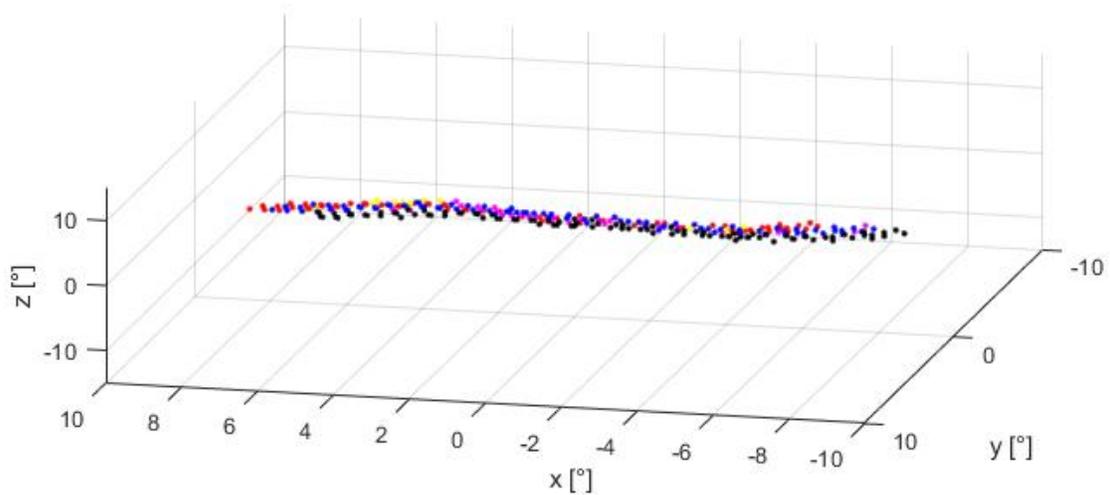


FIGURE 4.9 – Graphique des résultats de cinq tests angulaires en X superposés sur un même graphique.

en amplitude positive de  $0.52^\circ$  avec un écart-type de  $0.55^\circ$  et en amplitude négative de  $1.03^\circ$  avec un écart-type de  $0.77^\circ$ . Ces résultats mènent donc au dernier essai angulaire qui est fait autour de l'axe Z.

Pour terminer, l'erreur maximale d'amplitude positive obtenue pour la rotation en Z est de  $0.01^\circ$  avec un écart-type de  $0.01^\circ$ . Pour la rotation négative, l'erreur est de  $0.05^\circ$  avec un

Tableau 4.4 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests angulaires en X.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire X	0.81 mm	0.19 mm	0.04 mm
Linéaire Y	1.66 mm	0.44 mm	0.09 mm
Linéaire Z	1.46 mm	0.25 mm	0.03 mm
Angulaire X	1.24 °	0.30 °	0.06 °
Angulaire Y	1.42 °	0.33 °	0.07°

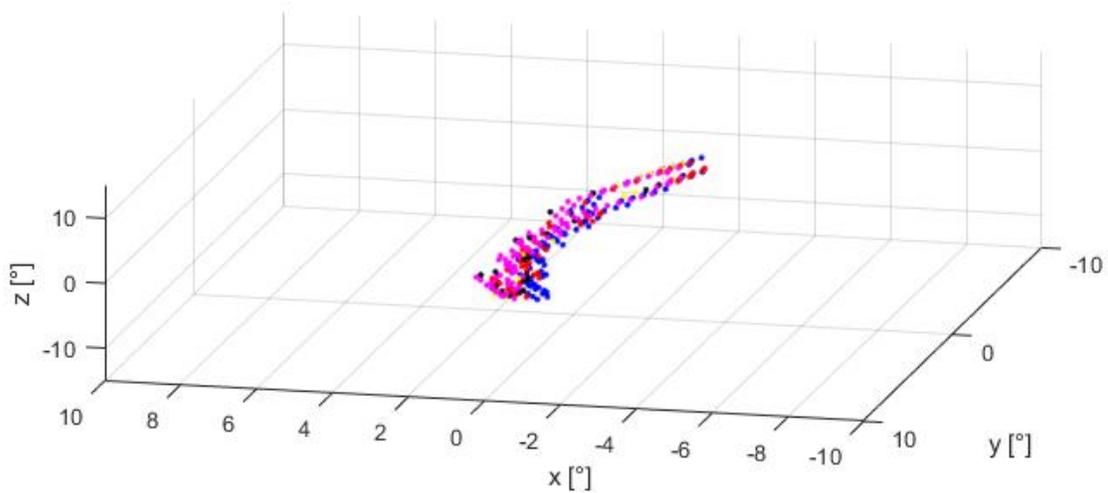


FIGURE 4.10 – Graphique des résultats de cinq tests angulaires en Y superposés sur un même graphique.

écart-type de  $0.12^\circ$ .

Les essais unidirectionnels linéaires et angulaires sont maintenant terminés et les résultats présentés permettent de bien évaluer la précision et la répétabilité du prototype. Avant d’effectuer l’analyse des résultats, une étude de la sensibilité réelle du mécanisme est nécessaire. Cette dernière est présentée à la section qui suit.

### 4.3 Mesure et analyse de la sensibilité

La sensibilité cinématique a déjà été présentée à la Section 3.4.1. Les résultats présentés ont été obtenus en simulant le mécanisme numériquement. Cependant, ces derniers ne prennent pas en compte le système réel. Autrement dit, ils ne tiennent pas compte des jeux du mécanisme, de la flexion des membrures ainsi que de la friction. La présente section a donc pour but

Tableau 4.5 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests angulaires en Y.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire X	3.13 mm	0.54 mm	0.06 mm
Linéaire Y	0.30 mm	0.05 mm	0.02 mm
Linéaire Z	1.69 mm	0.21 mm	0.09 mm
Angulaire Y	1.98 °	0.44 °	0.08 °
Angulaire Z	1.43 °	0.29 °	0.07°

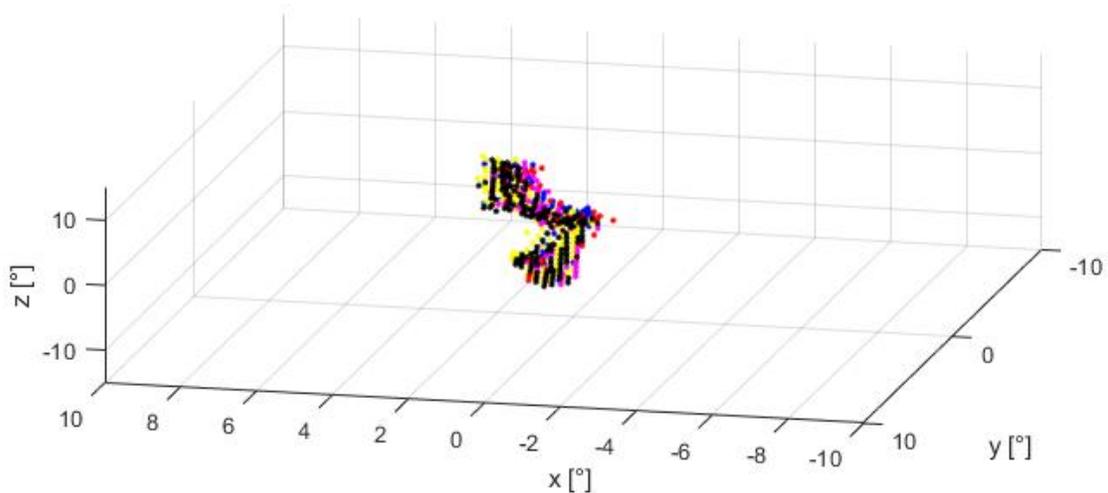


FIGURE 4.11 – Graphique des résultats de cinq tests angulaires en Z superposés sur un même graphique.

de présenter la sensibilité réelle du mécanisme, qui pourra ensuite être comparée aux résultats préalablement obtenus afin de déterminer l’erreur induite par le mécanisme sur les mesures de sensibilité.

Afin de mesurer les valeurs réelles de sensibilité du mécanisme, un équipement de mesure de mouvement, le Vicon, est utilisé. Cet outil permet d’obtenir des mesures précises de position et d’orientation d’un objet dans l’espace. Les données obtenues peuvent donc être combinées aux mesures captées par le prototype et ainsi obtenir la sensibilité réelle. La section suivante présente plus en détail la méthodologie des essais faits avec le Vicon. Cette section mènera ensuite aux résultats de sensibilité obtenus.

Tableau 4.6 – Tableau des résultats d’orientation et de position des cinq tests angulaires en Z.

Direction	Erreur maximale	Erreur moyenne	Écart-type
Linéaire X	1.05 mm	0.15 mm	0.03 mm
Linéaire Y	1.61 mm	0.32 mm	0.05 mm
Linéaire Z	0.68 mm	0.05 mm	0.06 mm
Angulaire X	2.42 °	0.49 °	0.05 °
Angulaire Y	2.27 °	0.58 °	0.05°

### 4.3.1 Méthodologie des essais avec le Vicon

Le Vicon est un outil de capture de mouvement spatial. Il est composé de plusieurs caméras situées à des endroits stratégiques dans l’environnement où se trouve l’objet. Ensuite, des marqueurs sont installés sur l’objet à analyser afin que les caméras puissent facilement le suivre. La Figure 4.12 présente une vue générale du montage et permet d’identifier les éléments importants.



FIGURE 4.12 – Montage du Vicon dans la salle de tests.

Sur cette figure, il est possible de voir dans la partie supérieure, les cinq caméras utilisées. Au centre gauche, le mécanisme à l’étude est installé sur une table et le poste de travail où l’acquisition est faite est situé à droite de la figure.

Avant d'entamer les essais, il est important de calibrer le système. Pour ce faire, un instrument de calibration, composé de deux tubes noirs en forme de T, présenté à la Figure 4.13, et comportant plusieurs marqueurs disposés de façon stratégique, est utilisé. L'outil de calibration est premièrement agité dans l'espace afin que chaque caméra puisse enregistrer son mouvement et ainsi déterminer leur position relative. Ensuite, l'outil est installé près de l'objet afin de définir l'origine et l'orientation du système d'axe. La Figure 4.13 présente la définition de l'origine pour les essais effectués avec le capteur. Cette dernière est positionnée sur le coin de la plaque sur laquelle est fixé le prototype. Les axes du Vicon sont ensuite orientés dans la même direction que ceux de mécanisme.

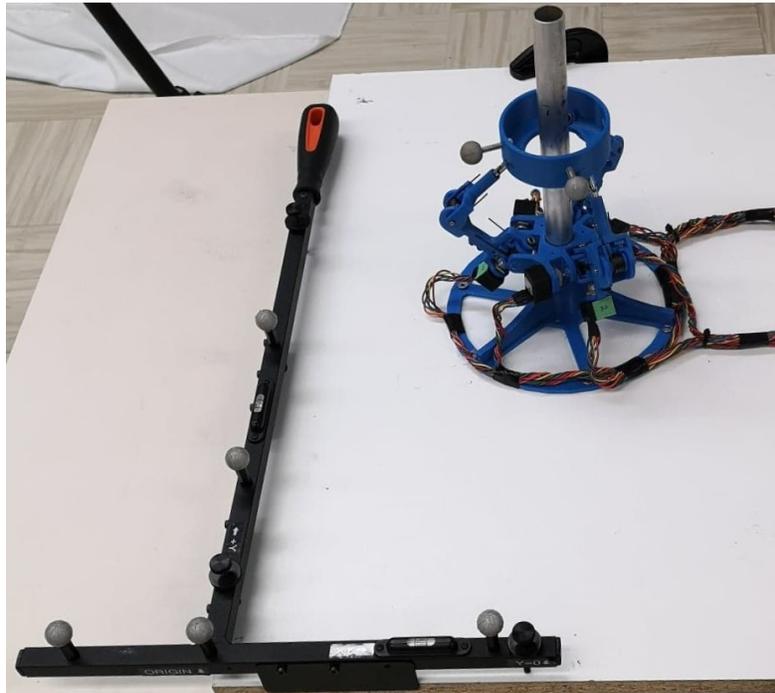


FIGURE 4.13 – Définition de l'origine du Vicon à l'aide de l'outil de calibration.

La dernière étape avant d'entamer les essais est de définir l'objet à l'étude. Dans ce cas, l'objet à l'étude est l'effecteur du mécanisme. Les marqueurs, installés sur l'effecteur, sont donc mesurés par le Vicon et ensuite convertis en un corps rigide dans le logiciel de traitement. Pour les essais, quatre marqueurs ont été utilisés. Il est alors possible de suivre la position du centre de ce corps rigide qui correspond au point  $P$  de l'effecteur tel que présenté à la Figure 1.4. Le logiciel sera alors en mesure de fournir une série de données indiquant la pose de l'objet. Les données, sous forme de tableau, présentent les six composantes nécessaires à la définition de la pose. Ces données, enregistrées à une fréquence de 500 Hz, permettent ensuite de suivre précisément le comportement de l'objet.

La Figure 4.14 présente la vision spatiale du logiciel utilisé avec le Vicon. Sur cette figure, il est possible de voir les cinq caméras utilisées ainsi que le corps rigide au centre.

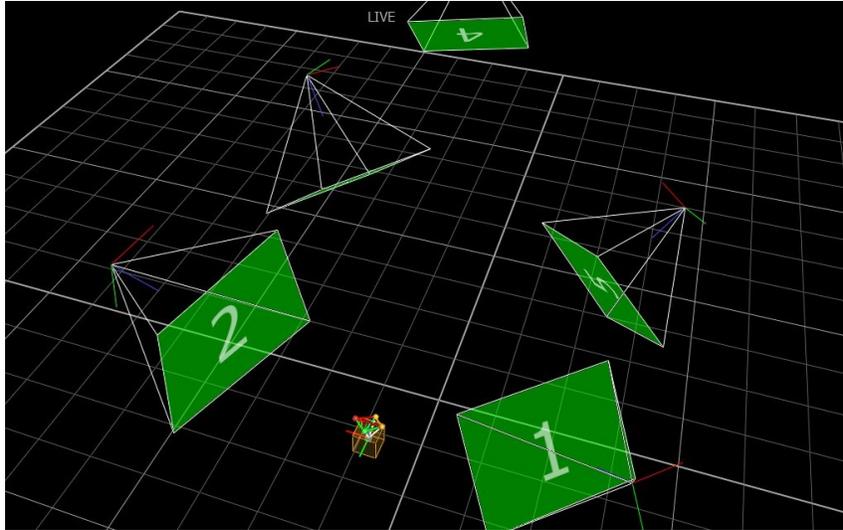


FIGURE 4.14 – Capture d’écran du logiciel du Vicon présentant les cinq caméras et l’objet à l’étude.

Pour terminer, la précision du Vicon est définie selon le étalonnage effectué et la stabilité de l’environnement de prise de mesure. Dans le cas présent, afin de tenir compte de ces effets, la précision est estimée en analysant l’erreur de mesure sur un échantillon statique. Un total de six échantillons de 4000 points ont été analysés soit un pour chaque degré de liberté. L’incertitude la plus grande en orientation et en position sont conservées. Pour la position, l’incertitude la plus grande obtenue est de  $\pm 0.026 \text{ mm}$  et de  $\pm 0.045^\circ$  en orientation. Sachant que le prototype a la capacité d’avoir une précision maximale de  $\pm 0.22 \text{ mm}$  et de  $\pm 0.24^\circ$  selon l’étude de sensibilité basée sur la résolution des capteurs, il est possible de poser l’hypothèse que les données obtenues avec le Vicon sont « vraies ». Ceci dit, les résultats subséquents ne tiendront pas compte des incertitudes du Vicon puisqu’elles sont au moins cinq fois plus petites que celles du prototype.

Cette présentation du Vicon et de la méthodologie utilisée pour effectuer les essais permet de poursuivre à la section suivante, qui portera sur l’analyse de la sensibilité réelle du mécanisme mesurée avec le Vicon.

### 4.3.2 Résultat et analyse de sensibilité

La sensibilité du capteur de mouvement conçu est directement dépendante des matériaux et des méthodes de fabrication. Tel que présenté à la Section 3.4.1, il est possible de calculer numériquement la sensibilité du mécanisme en utilisant l’équation (3.20). Cette dernière utilise les matrices Jacobiennes afin de calculer le déplacement angulaire engendré par un déplacement cartésien unitaire. Cette relation permet de déterminer la sensibilité minimale théorique du mécanisme. Cette section évaluera, à l’aide d’essais avec le Vicon la sensibilité réelle. Ces

résultats pourront ensuite être comparés à ceux du Chapitre 3, et ainsi quantifier la perte de sensibilité due aux méthodes de fabrication.

La sensibilité dite réelle, celle qui est mesurée expérimentalement, est calculée comme étant la moyenne sur cinq essais du déplacement capté par le Vicon pour un incrément d'encodeur. Autrement dit, le mécanisme est déplacé manuellement dans la direction étudiée jusqu'à ce qu'un encodeur capte un premier incrément. Ce test est répété cinq fois pour chacun des six degrés de liberté et les résultats sont moyennés afin de réduire les erreurs dues aux manipulations.

Le mouvement manuel de ces essais n'est pas guidé dans la direction de mesure puisque l'ajout d'un guide bloquerait le champ de vision des caméras du Vicon et aurait un impact important sur la précision de mesure. Puisque les essais ont des déplacements très faibles et que les résultats sont moyennés, l'hypothèse que l'erreur d'orientation induite est négligeable est posée. Ensuite, une méthode visuelle a été utilisée afin d'indiquer le moment où le premier encodeur capte un mouvement. Pour ce faire, les mouvements ont été appliqués très lentement afin de réduire l'impact du temps de réaction. Cette méthode peut être validée en comparant le graphique obtenu par le Vicon et celui du capteur de déplacement. Il est possible de déterminer l'amplitude du mouvement lorsque l'encodeur capte son premier incrément. Ceci permet alors de grandement réduire les erreurs dues au temps de réaction et produire ainsi une précision acceptable.

Ensuite, en soustrayant des résultats la sensibilité numérique, il est possible d'estimer les jeux du système qui représentent la perte de sensibilité causée par les méthodes de fabrication. Ces résultats sont présentés dans le Tableau 4.7.

Tableau 4.7 – Tableau des résultats de sensibilité réelle et numérique.

Direction	Sensibilité réelle	Sensibilité théorique	Jeux du mécanisme
Linéaire X	1.25 mm	0.50 mm	0.75 mm
Linéaire Y	1.37 mm	0.48 mm	0.89 mm
Linéaire Z	1.03 mm	0.44 mm	0.58 mm
Angulaire X	1.79 °	0.47 °	1.32 °
Angulaire Y	2.13 °	0.54 °	1.59 °
Angulaire Z	2.29 °	0.52 °	1.77 °

Les valeurs présentées semblent élevées à première vue, principalement en orientation. Cependant, en analysant la géométrie du mécanisme, il est possible de constater que les rotations demandent beaucoup plus de mouvements aux jambes du prototype et par le fait même induisent plus de flexion des membrures, ce qui cause une plus grande erreur de mesure. Étant

fabriqué par prototypage rapide, la flexion des composantes et le jeu dans les articulations sont très importants dans le mécanisme.

En analysant les résultats, la sensibilité linéaire en Z est la plus faible, ce qui concorde avec le fait que ce mouvement cartésien est celui qui produit le moins de flexion dans les membrures. En contrepartie, le mouvement angulaire en Z est celui avec la plus grande sensibilité mesurée et c'est aussi le mouvement qui produit le plus de flexion.

En théorie la sensibilité du mécanisme est très bonne pour la tâche à accomplir. Suite à l'analyse réelle de cette sensibilité, les valeurs augmentent considérablement dû aux jeux des articulations et à la flexion des membrures. Toutefois, les valeurs finales conservent une amplitude raisonnable et ne compromettent pas le fonctionnement du prototype. Ce qui mène à la dernière validation avant d'entamer l'analyse des résultats, qui est la validation des trajectoires aléatoires.

## 4.4 Validation des trajectoires aléatoires

La validation des trajectoires aléatoires est une analyse complémentaire au projet. L'utilisation normale de ce prototype sera plutôt de capter des mouvements à direction fixe et non un mouvement aléatoire dans l'espace. Tout de même, cette section présentera le comportement du prototype pour la mesure de ces mouvements et analysera la précision de ce dernier. Ceci permettra de mettre en évidence le comportement global du capteur de mouvement.

Pour commencer, le mouvement effectué sera mesuré par le prototype et par le Vicon afin de comparer les résultats. La présentation des résultats est faite avec deux figures, soit la première afin de présenter la position de l'effecteur dans l'espace et la seconde afin de présenter l'orientation. Le mouvement mesuré est présenté aux figures 4.15 et 4.16.

Ces deux figures présentent une bonne vue d'ensemble des écarts. Premièrement, le tracé mesuré par le Vicon est toujours d'amplitude plus importante que le tracé mesuré par le capteur de mouvement. Ceci s'explique par le fait que le prototype a un retard dans ses mesures dû à l'erreur de sensibilité présentée à la section précédente. Autrement dit, la sensibilité agit comme une plage neutre ce qui demande à l'effecteur de dépasser la limite de sensibilité avant que les encodeurs captent le mouvement. Selon les mesures du Tableau 4.7 une erreur d'environ 1 mm devrait figurer entre les deux courbes, ce qui concorde avec la Figure 4.15. L'allure générale des deux courbes est très similaire, ce qui démontre que le mouvement mesuré par le prototype est viable.

Le même genre d'observation peut être fait pour les courbes d'orientation. Ces dernières semblent avoir une erreur beaucoup plus grande. Ceci s'explique par la sensibilité angulaire présentée au Tableau 4.7 qui est d'environ 2°, ce qui correspond, en pourcentage de la plage d'utilisation, au double de celle en position. De plus, si l'on se réfère aux erreurs observées dans

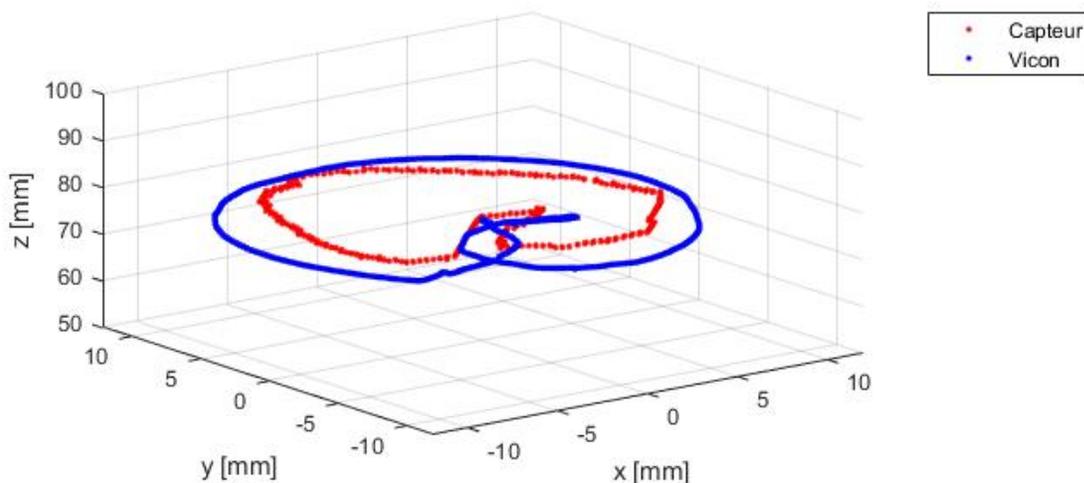


FIGURE 4.15 – Superposition des tracés de la position de l’effecteur pour une trajectoire aléatoire mesurée par le prototype et par le Vicon.

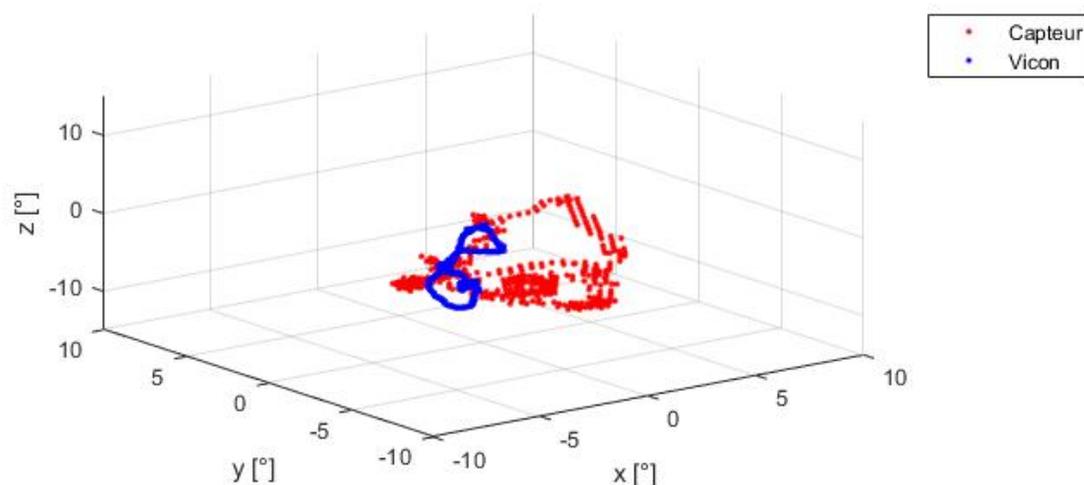


FIGURE 4.16 – Superposition des tracés de l’orientation de l’effecteur pour une trajectoire aléatoire mesurée par le prototype et par le Vicon.

les essais unidirectionnels, les mouvements linéaires selon les axes X et Y produisent des erreurs moyennes d’environ  $2^\circ$  et même des erreurs maximales pouvant atteindre  $7^\circ$ . Compte tenu de ces erreurs, les deux trajectoires présentées à la Figure 4.16 reflètent bien le comportement observé aux essais précédents.

Bien que ce dernier essai semble confirmer les observations faites lors des premiers tests une analyse détaillée expliquera le fondement de ces erreurs et conclura la validation de ces observations. Cette dernière est présentée à la section qui suit.

## 4.5 Analyse et discussion des résultats

L'analyse des résultats est partie intégrante de ce projet. Cette dernière section analysera en détail les résultats afin d'être en mesure de tirer une conclusion et ainsi discuter de l'atteinte des objectifs.

Les essais unidirectionnels linéaires et angulaires forment les résultats les plus importants de ce projet puisque ces derniers sont les principaux mouvements pour lesquels le prototype sera utilisé. Pour commencer, en observant l'allure générale des résultats, l'erreur moyenne se trouve autour de  $1\text{ mm}$  et  $2^\circ$ . Ce qui est très bien considérant que le mécanisme est fabriqué par prototypage rapide et qu'un jeu est présent dans les articulations. Cependant, en analysant les résultats un à un, il est possible de constater que le mouvement linéaire en Z est plus précis que les autres. De plus, les mouvements linéaires en X et en Y possèdent de très grandes erreurs d'orientation de même que pour le mouvement articulaire en X.

Les bons résultats du mouvement linéaire en Z s'expliquent facilement par le fait que le mécanisme bouge de façon isotrope, ce qui aide à la stabilité. Également, ce mouvement est celui qui produit le moins de flexion dans les membrures et qui produit le mouvement le plus direct aux articulations. Les essais dans cette direction sont donc très bons, tel qu'attendu. Toutefois, les erreurs des trois autres mouvements préalablement indiquées sont beaucoup plus importantes. Il est donc difficile de déterminer à première vue, ce qui peut causer ces grandes erreurs. Deux causes ont donc été soulevées, soit une erreur au niveau des encodeurs ou une forte anisotropie au niveau de la direction de la force des ressorts sur l'effecteur.

Ces deux pistes de solution seront donc analysées avant de présenter la discussion finale. Pour commencer, les erreurs de mesure des encodeurs sont évaluées.

### 4.5.1 Erreurs de mesure des encodeurs

Le premier point portant sur la validité des données captées par les encodeurs peut être confirmé en comparant les résultats du mouvement angulaire théorique au mouvement capté pour la même trajectoire. Ces résultats théoriques peuvent être obtenus à l'aide de l'algorithme du PGI. Pour ce faire, une trajectoire linéaire en X, qui débute en position neutre pour ensuite aller à  $10\text{ mm}$  et  $-10\text{ mm}$  avant de revenir en position neutre, est utilisée. Cette trajectoire est la même que celle des essais. En ajoutant quelques pauses afin de calquer au mieux les mouvements angulaires captés, il est possible d'obtenir les graphiques présentés à la Figure 4.17.

Il est possible de constater que les deux graphiques ne sont pas identiques, mais assez similaires. Il est difficile de tirer une conclusion sur le fait que ces différences mineures peuvent causer d'aussi grandes erreurs. Il est possible de regarder les mêmes informations pour le mouvement linéaire en Z. Ce mouvement étant celui qui possède les plus petites erreurs servira

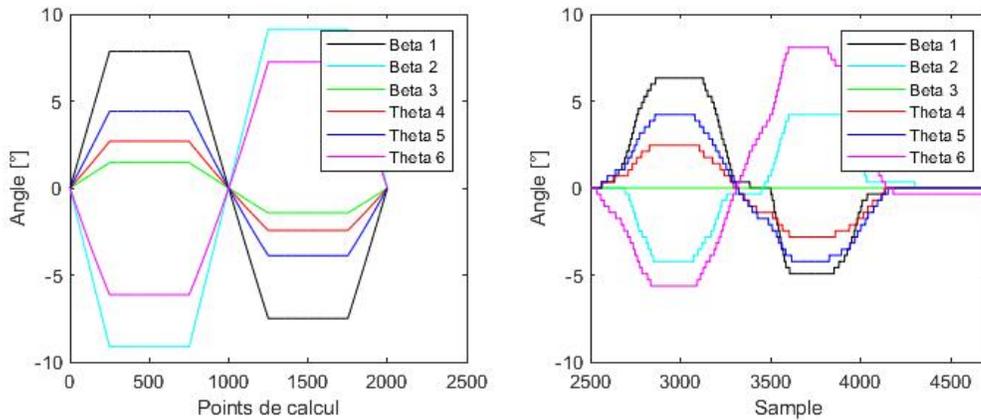


FIGURE 4.17 – Présentation des mouvements angulaires pour une trajectoire linéaire en X. Le mouvement théorique à gauche et le mouvement réel enregistré à droite.

de référence afin de discuter des résultats. La Figure 4.18 présente les mouvements angulaires pour une trajectoire le long de l'axe Z de même amplitude que le cas précédent.

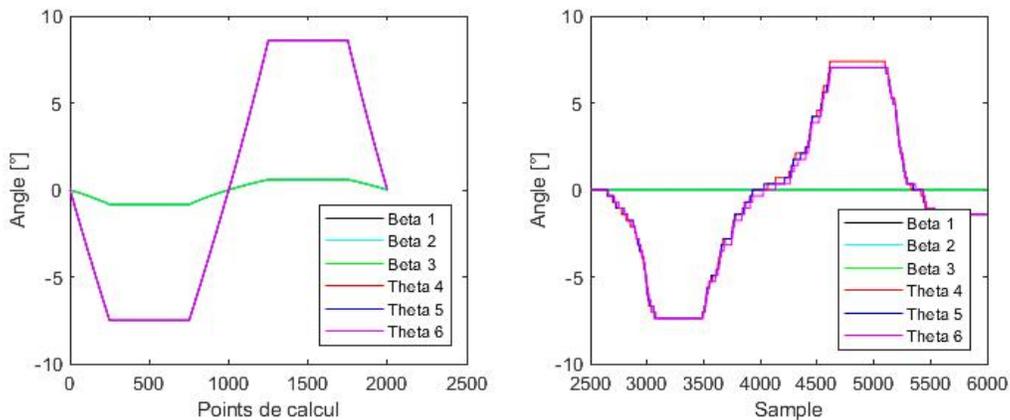


FIGURE 4.18 – Présentation des mouvements angulaires pour une trajectoire linéaire en Z. Le mouvement théorique à gauche et le mouvement réel enregistré à droite.

Les mouvements angulaires captés pour une trajectoire en Z semblent plus près des tracés théoriques. Considérant que le mouvement réel n'est pas parfaitement linéaire dans le temps, les tracés reflètent cette variation et ce, également pour la trajectoire précédente. Il est donc possible de conclure que l'erreur au niveau de l'acquisition, faite par les encodeurs, n'est pas la cause des erreurs mesurées. Il est possible que ceci affecte le résultat par contre, la différence entre les mouvements angulaires de la Figure 4.17 et 4.18 n'est pas aussi importante que la différence des erreurs présentées au Tableau 4.1 et 4.3 associées à ces trajectoires.

Il n'est donc pas possible d'expliquer complètement les erreurs pour les trajectoires pro-

blématiques. La prochaine section portera sur l'analyse du comportement de la réaction des couples articulaires à l'effecteur.

#### 4.5.2 Comportement des réactions articulaires à l'effecteur

Dû à l'asymétrie du mécanisme, il est normal que la résistance de mouvement de l'effecteur, causé par le système de rappel, ne soit pas constante dans l'espace. Une grande variation de cette résistance, dans les directions possédant de grandes erreurs, pourrait expliquer le problème. Puisque les contraintes internes du mécanisme sont plus grandes, la flexion des membrures augmente. Cette section de l'analyse portera sur le comportement de cette résistance dans l'espace.

Afin d'effectuer cette analyse, les matrices jacobiennes basées sur la position des ressorts développées à la Section 3.2.2 seront utilisées. En utilisant la même méthode que celle des calculs de sensibilité, il est possible, avec ces Jacobiennes, de déterminer les efforts cartésiens en fonction des couples articulaires. Ceci est possible en considérant la dualité cinématique statique qui permet d'assumer que la distribution des efforts dans le mécanisme pour un cas statique se comportera de façon similaire à la distribution des vitesses. Ceci dit, il est possible d'écrire

$$\mathbf{J}_{res}\delta\vec{\tau} = \mathbf{K}_{res}\delta\vec{W} \quad (4.1)$$

où  $\vec{W}$  et  $\vec{\tau}$  sont respectivement le vecteur des efforts appliqués par l'effecteur sur son environnement et le vecteur des couples articulaires. Les matrices jacobiennes  $\mathbf{J}_{res}$  et  $\mathbf{K}_{res}$  ont été présentées aux équations (3.9) et (3.10). En isolant la variation des efforts cartésiens, l'expression suivante est obtenue :

$$\delta\vec{W} = \mathbf{K}_{res}^{-1}\mathbf{J}_{res}\delta\vec{\tau}. \quad (4.2)$$

La résistance appliquée à l'effecteur, qui correspond aux efforts appliqués par l'effecteur sur son environnement, peut être calculée en posant le vecteur  $\delta\vec{\tau}$  comme unitaire puisque les ressorts ont tous la même raideur. Ensuite, en utilisant l'équation (4.2), il est possible de calculer les efforts cartésiens selon la position utilisée pour évaluer les matrices jacobiennes. En utilisant cette méthode, il est possible de tracer les graphiques des efforts cartésiens afin de voir leur évolution dans l'espace.

Le même principe qu'à l'étape précédente sera utilisé, soit comparer le comportement des efforts pour une trajectoire produisant de bons résultats versus une trajectoire produisant une erreur importante. Pour commencer, la Figure 4.19 présente la répartition des efforts pour une trajectoire linéaire en X.

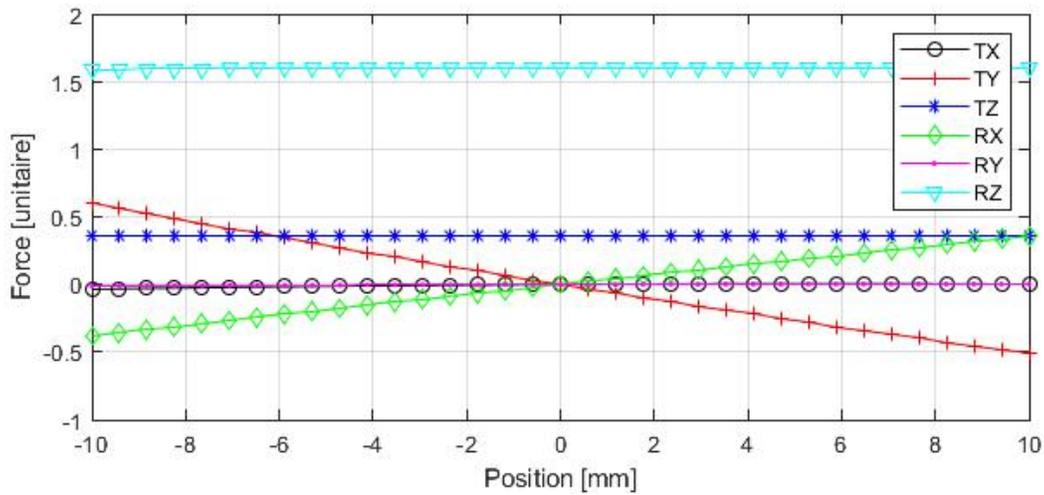


FIGURE 4.19 – Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire linéaire en X avec des couples articulaires unitaires.

Cette dernière permet de constater une réaction angulaire en Z plus importante. Ceci dit, l'allure générale du graphique semble bien représenter les efforts perçus en manipulant le mécanisme dans cette direction. Afin de comparer les résultats, le même graphique obtenu pour une trajectoire linéaire en Z est présenté à la Figure 4.20.

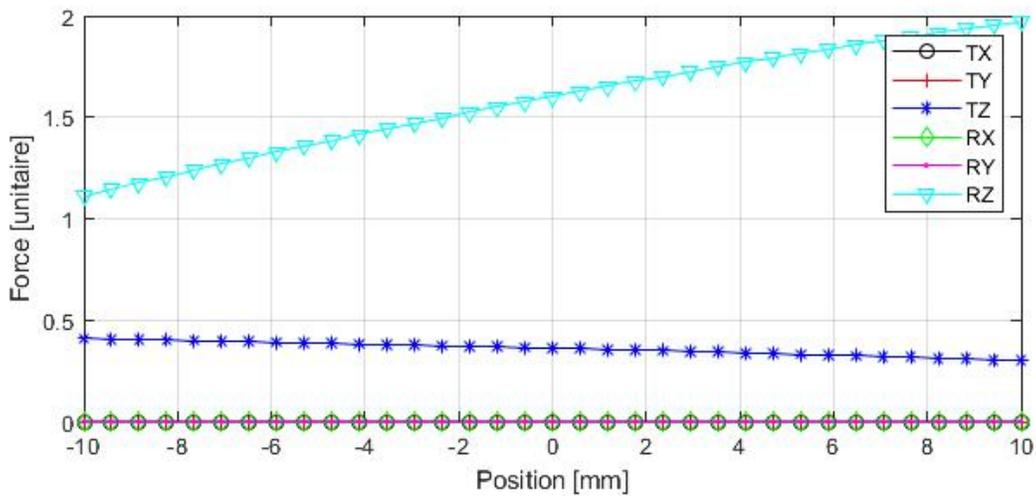


FIGURE 4.20 – Comportement des efforts résultants à l'effecteur pour une trajectoire linéaire en Z avec des couples articulaires unitaires.

De même que pour la trajectoire en X, les tracés des efforts à l'effecteur semblent calquer la réalité pour ce mouvement. L'amplitude maximale atteinte pour un mouvement selon l'axe Z est de deux unités, comparativement au premier graphique qui est d'environ 1.5 unités. En

comparant ces valeurs, la conclusion est que la flexion des membrures due à la résistance des ressorts n'est pas la cause d'erreur pour les trajectoires problématiques.

Les résultats des efforts appliqués à l'organe terminal pour les quatre autres trajectoires sont présentés aux figures B.8 à B.11 de l'Annexe B. Ces derniers appuient la conclusion préalablement mentionnée. Ce qui mène à la dernière section du chapitre qui présente la discussion générale des résultats.

### 4.5.3 Discussion générale des résultats

La discussion générale permet de faire un retour sur les résultats obtenus lors des essais expérimentaux et d'analyser les différentes causes envisagées. Il sera alors possible de conclure sur la réussite du projet et des sources d'erreurs possibles.

Pour commencer, les essais unidirectionnels présentent la précision et la répétabilité des mouvements principaux du capteur de déplacement. Ces derniers, moyennés sur cinq essais et effectués à l'aide de guides, permettent de clairement imaginer le comportement du mécanisme. Le guide utilisé assure la répétabilité des essais afin d'être en mesure de comparer les résultats entre eux et d'en tirer les erreurs d'orientation et d'amplitude.

Suite à l'analyse de ces erreurs, il a été observé que les valeurs moyennes pour chacune des six trajectoires sont relativement faibles compte tenu des méthodes de fabrication du prototype. Cependant, certaines trajectoires, tel que les trajectoires linéaires en X et Y, possèdent des erreurs plus importantes pouvant atteindre 70% de la plage d'utilisation. Ces écarts étant toujours en précision, plusieurs causes possibles ont été soulevées. Pour commencer, ces deux mouvements sont ceux qui demandent le plus grand déplacement des jambes, il est donc normal de s'attendre à des erreurs plus importantes. Cependant, le mouvement angulaire en Z demande également un grand déplacement des jambes et possède une erreur plus raisonnable.

Par la suite, la possibilité que les mouvements angulaires captés par les encodeurs introduisent une erreur de mesure a été étudiée. Pour valider ce point, les tracés des mouvements capturés et les tracés théoriques ont été comparés à la Figure 4.17. Ces tracés ont été mesurés pour la trajectoire linéaire en X, qui possède l'erreur la plus importante. Afin de conclure sur cette source d'erreur, ces derniers ont été comparés à ceux de la trajectoire linéaire en Z possédant la plus petite erreur. Il a été conclu que la différence entre les résultats n'est pas assez importante pour complètement expliquer l'erreur obtenue.

Pour terminer, une dernière validation a été faite au niveau de la force appliquée sur l'effecteur par les ressorts pour une trajectoire donnée. De même que pour la validation précédente, en comparant la trajectoire linéaire en X, présentée la Figure 4.19, à celle en Z, présentée la Figure 4.20, les différences d'amplitudes des efforts n'expliquent pas des erreurs de cette importance.

Somme toute, la majorité des validations accessibles dans le cadre du projet ont été faites sans toutefois expliquer la cause des erreurs obtenues pour les deux trajectoires problématiques. Chacune des validations effectuées présentent une possibilité d'erreur. Il est alors possible de poser l'hypothèse que les erreurs mesurées pour les trajectoires linéaires en X et Y sont causées par la somme de certains facteurs d'erreurs. Ces derniers étant les jeux dans les articulations, la flexion des membrures, les jeux dans le système de guidage ou les efforts plus importants causés par les ressorts.

Deux autres essais ont été faits, soit les mesures de sensibilité et l'analyse d'une trajectoire aléatoire. Les mesures de sensibilité démontrent clairement que les méthodes de fabrication utilisées introduisent une erreur d'environ 10% aux mesures. Ensuite, les trajectoires aléatoires concordent avec les résultats des premiers essais. L'erreur due à la sensibilité est clairement visible par l'écart entre les deux tracés de la Figure 4.15. Les tracés angulaires de cet essai, quant à eux, démontrent que l'erreur angulaire correspond aux directions linéaires X et Y présentées par les essais unidirectionnels. Ce dernier essai vient alors démontrer que les erreurs mesurées sont des erreurs de biais réelles.

Pour conclure cette analyse, il est possible de mentionner que le capteur de déplacement est en mesure d'accomplir la tâche demandée. Les résultats en position sont mieux qu'espérés tandis que ceux en orientation sont à améliorer en investiguant davantage les pistes proposées. Ce qui mène à la conclusion de ce projet présentée au chapitre suivant.

# Conclusion

Les systèmes de contrôle manuel d'un robot sont de plus en plus en demande dû à l'augmentation de l'utilisation de robots collaboratifs en industrie. Cette demande croissante pousse les chercheurs à développer des systèmes plus efficaces afin de rendre les tâches à accomplir plus faciles. C'est pourquoi ce projet de recherche s'est penché sur le développement d'un capteur de déplacement à six degrés de liberté pouvant être monté au poignet d'un robot sériel. Le capteur servira d'interface dynamique afin de contrôler un robot pour une tâche non répétitive ou pour lui apprendre un mouvement.

L'objectif de ce projet est de démontrer la possibilité d'utiliser un mécanisme parallèle afin de capter un déplacement imposé. Le capteur de déplacement devra être conçu sans articulation prismatique afin de réduire au maximum la friction. La différence entre ce qui se trouve sur le marché et ce capteur de déplacement est que celui développé n'utilise pas de capteurs de force. Ceci permet à l'utilisateur d'appliquer un effort minimal pour activer le système tout en augmentant l'intuitivité du contrôle.

Au niveau technique, le prototype doit être simple et compact afin d'être monté au poignet d'un robot sériel sans gêner ses mouvements. Le mécanisme doit être de type robot parallèle dont le choix d'architecture est basé sur la simplicité, les coûts de fabrication et la complexité cinématique. L'architecture choisie est de type 3-URS sur laquelle les encodeurs peuvent être situés pratiquement sur la base, de sorte à subir un mouvement minimal ce qui réduit l'inertie du mécanisme et augmente la fluidité du mouvement. Un système de rappel est intégré au mécanisme afin qu'il revienne toujours en position neutre. Ce système est installé sur six articulations, chacune d'elles est contrainte contre des butées par un ressort en torsion. Celles-ci permettent au système d'être indépendant de la friction, de l'hystérésis ou de la variation de la constante de rappel des ressorts.

Par la suite, la résolution des équations cinématiques du capteur est faite par un algorithme numérique afin de réduire au maximum le temps de calcul. Ces algorithmes introduisent une erreur relative d'environ 0.01% ce qui est négligeable comparativement à la résolution des encodeurs choisis. Ces derniers possédant une résolution de 1024 incréments par tour ont été choisis en effectuant des tests de fluidité du mouvement sur un prototype similaire qui utilise des capteurs optiques linéaires. Ces essais ont permis de discrétiser l'acquisition des capteurs

linéaires de sorte à reproduire un capteur incrémental. Suite à ces tests, il a été conclu que 502 incréments par tour étaient la limite inférieure de résolution avant que la discrétisation soit perceptible par l'utilisateur.

Une analyse approfondie des singularités a également été faite afin de s'assurer qu'il n'y en ait pas dans la zone atteignable du mécanisme. Pour ce faire, les droites de Plücker ont été utilisées. Une analyse de singularité a été faite en utilisant la position des encodeurs pour variables articulaires et une seconde en utilisant la position des ressorts. Ces deux analyses donnent chacun des résultats différents puisque les ressorts ne sont pas sur les mêmes articulations que les encodeurs. Ces deux résultats ont alors permis de s'assurer que l'ensemble des singularités du mécanisme est à l'extérieur de la plage utilisée. Suite à ceci, le mécanisme a pu être fabriqué par prototypage rapide afin d'effectuer des essais expérimentaux.

Les essais expérimentaux se divisent en trois catégories qui sont l'étude de sensibilité, l'analyse des mouvements unidirectionnels et la validation des trajectoires aléatoires. Pour commencer, la sensibilité du mécanisme est avant tout évaluée numériquement à l'aide des matrices jacobiniennes avant d'être mesurée réellement à l'aide du Vicon. Le Vicon étant un instrument de capture de mouvement spatial capable de mesurer avec précision les six degrés de liberté du prototype. Ces mesures expérimentales de sensibilité ont été faites cinq fois pour chacun des degrés de liberté. Une comparaison théorique et réelle a ensuite permis d'évaluer les jeux et la flexion du système. La valeur moyenne de sensibilité théorique se situe autour d'un demi-millimètre en position et d'un demi-degré en orientation. En contrepartie, des valeurs moyennes de  $1.2\text{ mm}$  et de  $2.1^\circ$  ont été mesurées expérimentalement. Ce qui permet de conclure que les méthodes de fabrication utilisées induisent une erreur de sensibilité de  $0.7\text{ mm}$  et de  $1.6^\circ$ . Ces mesures de sensibilité réelle présentent des résultats très bons considérant que le mécanisme est fabriqué par prototypage rapide et que les articulations possèdent un jeu apparent.

Le second type de validation est fait au niveau des trajectoires unidirectionnelles. Ces essais permettent entre autres d'évaluer la précision et la répétabilité du capteur de déplacement. Pour ce faire, des gabarits limitant les mouvements dans la direction à évaluer ont été fabriqués. De même que pour l'étude de sensibilité, les essais ont été répétés cinq fois pour chacun des six mouvements et ensuite moyennés. Il est possible, avec ces résultats de déterminer la précision directionnelle du mouvement ainsi que la répétabilité d'amplitude. Un résumé des résultats obtenus est présenté au Tableau 4.8.

La première colonne présente la moyenne d'erreur d'amplitude absolue pour les cinq essais. La seconde présente une moyenne, toutes directions confondues, des erreurs moyennes mesurées par direction. En analysant ce tableau, le comportement du mécanisme semble très bien. Considérant une plage d'utilisation de 10 unités, l'erreur générale se situe près de la barre des 10%. Toutefois, tel que présenté au chapitre 4, certaines directions possèdent d'importantes

Tableau 4.8 – Résumé des erreurs moyennes des essais unidirectionnel.

Direction évaluée	Erreur moyenne d'amplitude	Erreur moyenne directionnelle
Linéaire X	0.44 mm	0.19 mm / 1.15 °
Linéaire Y	0.51 mm	0.24 mm / 1.43 °
Linéaire Z	0.79 mm	0.004 mm / 0.17 °
Angulaire X	0.89 °	0.29 mm / 0.32°
Angulaire Y	0.78 °	0.27 mm / 0.37 °
Angulaire Z	0.03 °	0.17 mm / 0.54 °

erreurs qui sont atténuées par les moyennes appliquées. Principalement au niveau des directions linéaires X et Y, les erreurs peuvent atteindre un maximum de 70%.

Plusieurs validations ont été faites afin de déterminer la provenance de ces erreurs. Premièrement, les données captées par les encodeurs ont été comparées à des données théoriques obtenues par l'algorithme du PGI pour une même trajectoire. Cette validation permet de constater une légère déviation entre les mesures. Cependant, cette dernière semble normale considérant que le mouvement appliqué par l'utilisateur n'est pas parfaitement constant. Afin de le valider ces mesures, les données captées par les encodeurs ont été comparées à celles d'une trajectoire en Z pour laquelle l'erreur est la plus faible obtenue. Les deux résultats présentent le même genre de déviation ce qui ne permet pas de conclure que l'erreur est due au mouvement capté.

Dans le même ordre d'idées, les forces appliquées par le système de rappel sur l'effecteur ont également été analysées. Des forces plus grandes dans les directions problématiques pourraient expliquer une plus grande déformation des membrures qui amplifie les erreurs. Toutefois, cette validation ne présente pas de différences majeures. Cependant, ceci concorde avec la validation des encodeurs puisqu'une déformation des membrures engendrerait une erreur au niveau du signal des encodeurs. Ces deux validations laissent croire que l'erreur se trouve au niveau des algorithmes.

Ces derniers ont également été validés en recalculant les trajectoires obtenues manuellement à l'aide des matrices jacobiniennes. Les trajectoires obtenues manuellement concordent avec celles captées. De plus, les algorithmes convergent très rapidement sur l'ensemble de la plage, ce qui ne serait pas le cas s'il y avait une erreur dans les équations cinématiques.

Tel que présenté dans l'analyse des résultats du Chapitre 4, l'ensemble des validations pouvant être faites dans le cadre du projet a été évalué sans toutefois expliquer l'erreur de certaines trajectoires. Il est donc possible de supposer que l'erreur est due à la combinaison

de ces différents facteurs, principalement pour les directions de mouvement mentionnées.

À la vue de ces résultats, il est possible de conclure que le capteur de déplacement conçu est fonctionnel. Ce dernier répond au mandat qui était de démontrer le fonctionnement d'une architecture sans articulation prismatique afin de mesurer un mouvement imposé par un utilisateur. Il serait donc possible d'utiliser cette architecture afin de contrôler manuellement un robot sériel ce qui mène à la section suivante qui porte sur la continuité du projet.

## Continuité possible du projet

Il a été démontré, dans ce mémoire, qu'il est possible d'utiliser une architecture de type 3-URS afin de capter, de façon assez précise, un mouvement quelconque dans l'espace. L'application principale de ce système, tel que mentionné dans l'introduction, est de contrôler un robot sériel de façon plus intuitive sans utiliser de capteur de force. Puisque l'utilisateur doit déplacer l'effecteur afin que le robot suive le mouvement capté, il est possible de croire que l'utilisateur aura un meilleur contrôle et sera en mesure d'effectuer des trajectoires de façon plus fluide.

Ce type de contrôle pourra être utilisé dans plusieurs applications. Premièrement, pour des tâches d'apprentissage, il sera possible d'utiliser ce type de capteur afin de définir grossièrement la trajectoire que le robot devra suivre. Il serait également possible de contrôler un robot sériel afin de déplacer des lourdes charges selon des trajectoires non répétitives.

Avant d'arriver à une utilisation industrielle de ce capteur, plusieurs autres avancées devront être faites en ce sens. Pour commencer, il serait intéressant d'effectuer d'autres essais sur le capteur en variant la constante de rappel des ressorts afin de voir si ces derniers sont en cause dans les erreurs mesurées. Ensuite, la fabrication du mécanisme en aluminium pourrait grandement augmenter la rigidité des membrures en plus de réduire les jeux dans les articulations ce qui figure également parmi les sources d'erreurs soulevées.

Il serait également pertinent d'installer ce capteur sur un bras robotisé afin de réellement mesurer le gain au niveau de l'intuitivité du contrôle. Durant ce même essai, il serait possible de mieux évaluer le comportement du capteur et valider la précision nécessaire. Les données captées par le prototype pourraient être filtrées afin de stabiliser le contrôle si nécessaire. De plus, des bandes directionnelles pourraient être ajoutées afin de faciliter la tâche de l'utilisateur dans les mouvements unidirectionnels.

Pour terminer, le projet présenté dans ce mémoire démontre bien les possibilités d'applications de ce type de capteur afin de contrôler un robot sériel. Il serait intéressant de pousser d'avantage les essais et de fabriquer un prototype en aluminium afin de tester réellement ce type de capteur.

# Annexe A

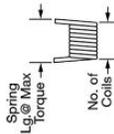
## Fiche technique

Cette annexe présente l'ensemble des fiches techniques des différentes composantes commerciales utilisées dans le cadre de la recherche.

# A.1 Fiche technique des ressorts

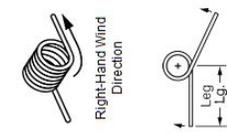
## Torsion Spring

225 Degree Angle, Right-Hand Wound, 0.461" OD



Packs of 6 In stock  
\$7.54 per pack of 6  
9271K195

**ADD TO ORDER**



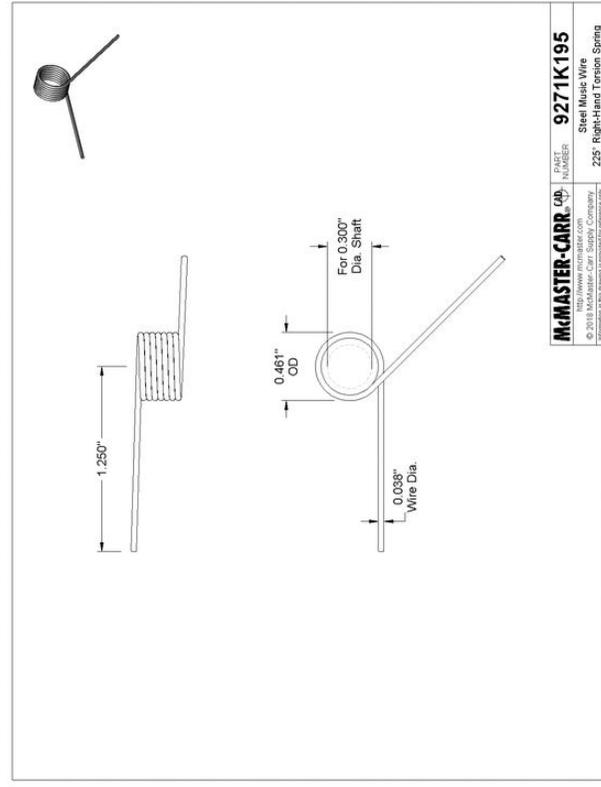
Spring Type	Torsion
Deflection Angle	225°
Wind Direction	Right-Hand
OD	0.461"
For Shaft Diameter	0.3"
Wire Diameter	0.038"
Leg Length	1.25"
Number of Coils	6.88
Spring Length @ Maximum Torque	0.354"
Maximum Torque	1.2 in.-lbs.
Material	Music-Wire Steel

Found in clothespins, spring clamps, and mousetraps, torsion springs wrap around a shaft or rod to maintain pressure on objects as they rotate.

Torsion springs should be used in the direction in which the coils are wound. Right-hand wound springs wind counterclockwise toward you.

Deflection angle represents the angle between the legs as well as the maximum spring rotation. All springs rotate until their legs are parallel. For example, a spring with a 90° deflection angle will rotate a maximum of 90°. Maximum torque is the torque required to rotate the spring legs to the parallel position.

Rotating a torsion spring tightens the spring around a shaft and increases the spring length. Using a shaft with a larger diameter than the values listed for maximum shaft diameter will interfere with the spring's motion.



**McMASTER-CARR** CD  
<http://www.mcmaster.com>  
 © 2010 McMaster-Carr  
 Information in this catalog is provided for reference only.

PAGE NUMBER: **9271K195**  
 Steel Music Wire  
 225° Right-Hand Torsion Spring

The information in this 3-D model is provided for reference only. Details

## A.2 Fiche technique des encodeurs

La fiche technique des encodeurs EMS22Q commence à la page suivante.



## Features

- 3.3 and 5 VDC voltage supply option
- Quadrature output
- Bushing or servo mount
- Non-contacting magnetic technology
- Small size
- CMOS and TTL compatible
- Resolution from 32-256 PPR
- Long life
- High operating speed
- Highly repeatable
- Sealed option
- Magnetic technology

## EMS22Q - Non-Contacting Incremental Encoder

### Electrical Characteristics

Resolution .....	32 to 256 PPR
Insulation Resistance (500 VDC) .....	1,000 megohms
Electrical Travel .....	Continuous
Supply Voltage .....	5.0 VDC $\pm 10\%$ , 3.3 VDC $\pm 10\%$
Supply Current .....	20 mA maximum
Output Voltage	
Low Output Level .....	V <sub>ss</sub> +0.4 V maximum
High Output Level .....	V <sub>dd</sub> -0.5 V minimum
Output Current	
With 4.5 VDC Supply Voltage .....	4 mA maximum
With 3.0 VDC Supply Voltage .....	2 mA maximum
Rise/Fall Time (Incremental Output) .....	500 ns maximum
Shaft RPM (Ball Bearing) .....	10,000 rpm maximum
Hysteresis .....	0.7 °
Accuracy	
Nominal .....	$\pm 0.7$ ° or better
Worst Case .....	$\pm 1.4$ °
Output Transition Noise .....	0.12 ° RMS max.

### Environmental Characteristics

Operating Temperature Range .....	-40 °C to +125 °C (-40 °F to +257 °F)
Storage Temperature Range .....	-55 °C to +125 °C (-67 °F to +257 °F)
Humidity .....	MIL-STD-202, Method 103B, Condition B
Vibration .....	15 G
Shock .....	50 G
Rotational Life	
S Bushing (@1,000 rpm) .....	100,000,000 revolutions
T & W Bushings (@1,000 rpm with 250 g side load) .....	50,000,000 revolutions
IP Rating .....	IP 65

### Mechanical Characteristics

Mechanical Angle .....	360 ° Continuous
Torque	
Starting .....	43 $\pm 21$ g-cm (0.6 $\pm 0.3$ oz-in.)
Running .....	29 $\pm 14$ g-cm (0.4 $\pm 0.2$ oz-in.)
Mounting Torque .....	203 N-cm (18 lb.-in.)
Shaft End Play .....	0.30 mm (0.012 ") T.I.R. maximum
Shaft Radial Play .....	0.12 mm (0.005 ") T.I.R. maximum
Weight .....	11 gms. (0.4 oz.)
Terminals .....	Axial, radial or ribbon cable
Soldering Condition	
Manual Soldering .....	96.5Sn/3.0Ag/0.5Cu solid wire or no-clean rosin cored wire 370 °C (700 °F) max. for 3 seconds
Wave Soldering .....	96.5Sn/3.0Ag/0.5Cu solder with no-clean flux 260 °C (500 °F) max. for 10 seconds
Wash processes .....	Not recommended
Marking .....	Manufacturer's trademark, name, part number, and date code.
Hardware .....	One lockwasher and one mounting nut supplied with each encoder, except on servo mount versions.

### Pin Configuration

Output Type	Pin 1	Pin 2	Pin 3	Pin 4	Pin 5	Pin 6
A/B Quadrature	A	B	GND	Index	VCC*	CS**

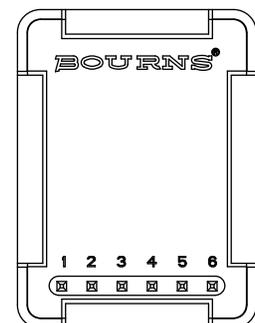
\* Can be 5 or 3.3 VDC depending on the version.

\*\* Active low chip select pin; if not used connect pin 6 to GND.



**WARNING Cancer and Reproductive Harm - [www.P65Warnings.ca.gov](http://www.P65Warnings.ca.gov)**

\* RoHS Directive 2002/95/EC Jan. 27, 2003 including annex and RoHS Recast 2011/65/EU June 8, 2011.  
Specifications are subject to change without notice. Users should verify actual device performance in their specific applications. The products described herein and this document are subject to specific legal disclaimers as set forth on the last page of this document, and at [www.bourns.com/docs/legal/disclaimer.pdf](http://www.bourns.com/docs/legal/disclaimer.pdf)



## Applications

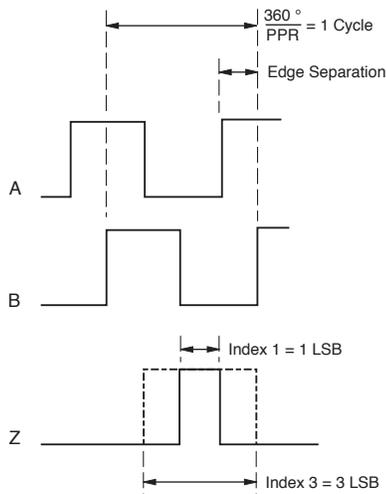
- Material handling equipment
- Brushless DC motor commutation
- Robotics
- Industrial automation
- Petroleum refinery
- Medical
- Office equipment
- Audio and broadcast equipment

# EMS22Q - Non-Contacting Incremental Encoder

**BOURNS®**

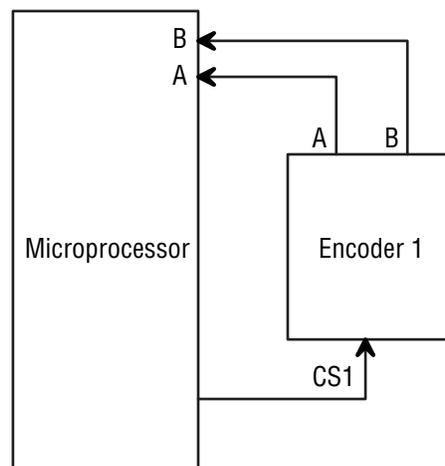
## Output Type Waveform and Variant Table

### Quadrature Output



PPR	3.3 Vcc	5.0 Vcc	Index 1	Index 3
256	X		X	
256	X			X
256		X	X	
256		X		X
128	X		X	
128	X			X
128		X	X	
128		X		X
64	X		X	
64	X			X
64		X	X	
64		X		X
32	X		X	
32	X			X
32		X	X	
32		X		X

Minimum edge separation =  $20 \times 256 / \text{PPR}$  (no missing pulses)



Chip Select Hardware Sample

Specifications are subject to change without notice.

Users should verify actual device performance in their specific applications.

The products described herein and this document are subject to specific legal disclaimers as set forth on the last page of this document, and at [www.bourns.com/docs/legal/disclaimer.pdf](http://www.bourns.com/docs/legal/disclaimer.pdf).

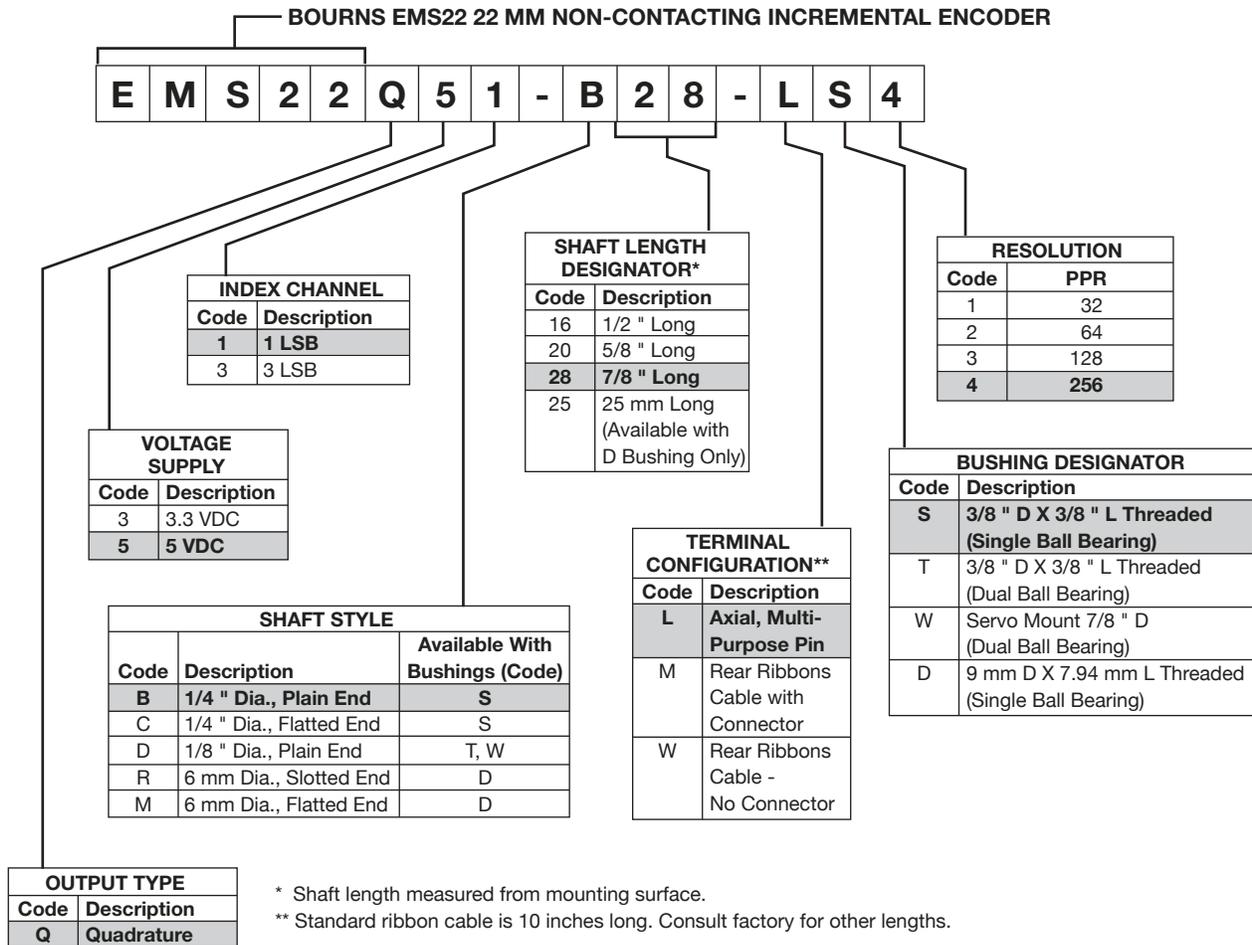




# EMS22Q - Non-Contacting Incremental Encoder

**BOURNS®**

## How To Order



## A.3 Fiche technique des joints de cardan

### Corrosion-Resistant Precision Single U-Joint for 3/32" Diameter x 11/32" Deep Shaft



Each

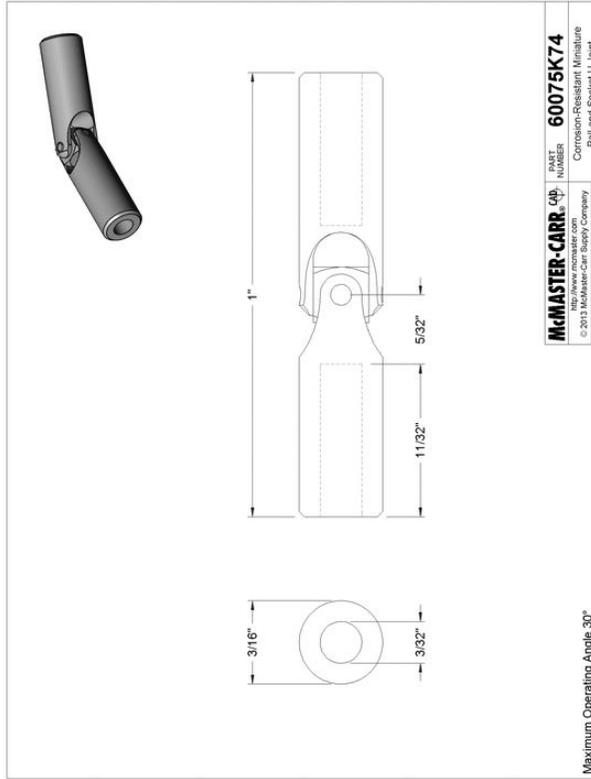
In stock  
\$49.79 Each  
60075K74

[ADD TO ORDER](#)

Material	440 Stainless Steel
For Shaft Diameter	3/32"
Depth	11/32"
Joint Diameter	3/16"
Overall Length	1"
Maximum Operating Angle	30°
Maximum Speed	Not Rated
Maximum Torque	1 in.-lbs.
Torque	
5° Operating Angle	0.9 in.-lbs. @ 1,500 rpm
10° Operating Angle	0.8 in.-lbs. @ 1,500 rpm
U-Joint Type	Single
For Shaft Type	Ball and Socket
For Shaft Misalignment Type	Round
Shaft Mount Type	Angular
Spring Pins Included	Spring Pin
RoHS	No
	Compliant

Stainless steel U-joints are more corrosion resistant than steel U-joints. They allow for zero backlash (no play) and are good for applications requiring consistent motion and precise control.

To connect spring-pin mount U-joints, drill a hole through the joint and shaft and insert a spring pin (not included).



**McMASTER-CARR** PART NUMBER **60075K74**

McMaster-Carr Corp.  
100 N. Lincoln Ave.  
Chicago, IL 60618-0001  
www.mcmaster.com

© 2013 McMaster-Carr Supply Company  
Information is the property of the provider for reference only.

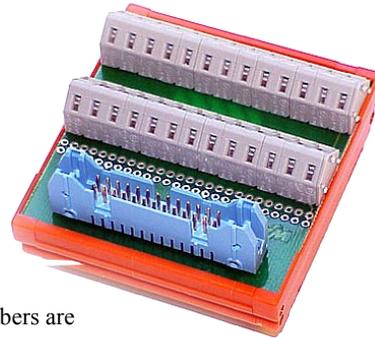
The information in this 3-D model is provided for reference only. Details

## A.4 Fiche technique des borniers

### Sensaray Model 7503TDIN Instructions

#### Introduction

Sensaray Model 7503TDIN is an industrial-grade termination board that breaks out a standard 26-pin header (with 100 mil pin spacing) onto robust wire terminals. The unit consists of a circuit board with a 26-pin header and 26 spring-operated wire terminals, secured in a DIN-rail-mountable open frame.



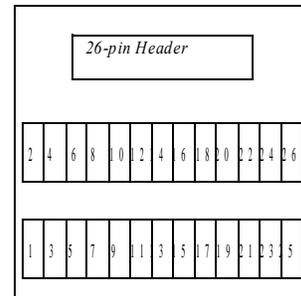
#### Pin Functions

Header pins and wire terminals have a one-to-one relationship (e.g., header pin 1 connects to spring terminal 1, etc.). Pin numbers are printed on the terminal blocks adjacent to the wire entries.

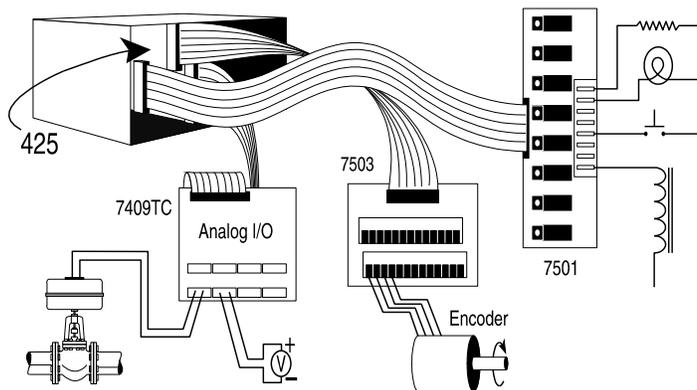
#### Operation

A small flat screwdriver (not included) is used to release a terminal's grip on its wire. This is done by inserting the blade of the screwdriver into the slot above the wire entry and prying.

Board Layout



#### Typical Application



## Annexe B

# Figures complémentaires

Cette annexe présente une série de figures qui accompagnent le mémoire.

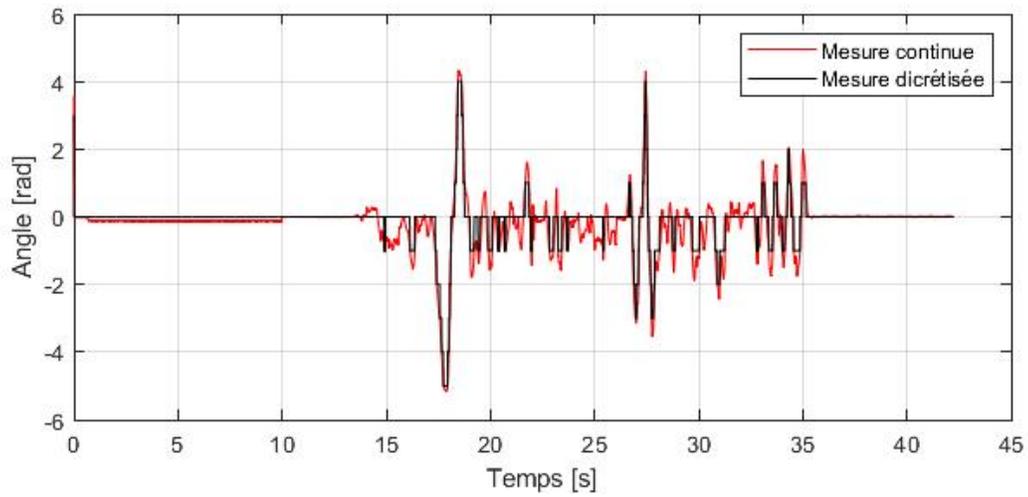


FIGURE B.1 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en Y.

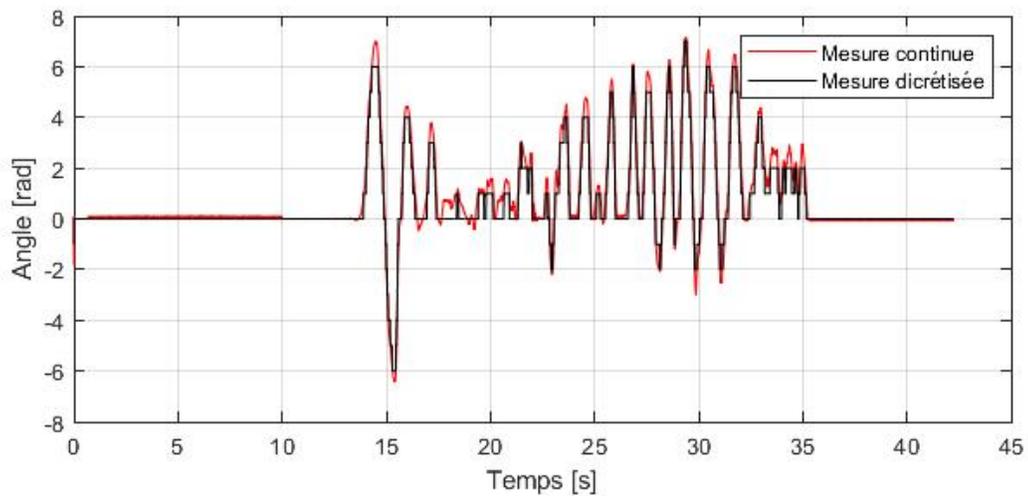


FIGURE B.2 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement linéaire en Z.

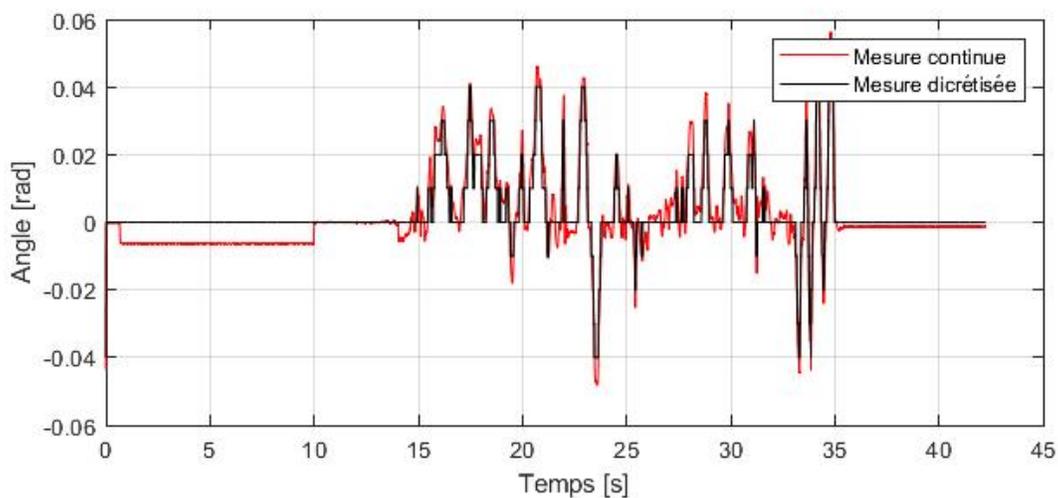


FIGURE B.3 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en X.

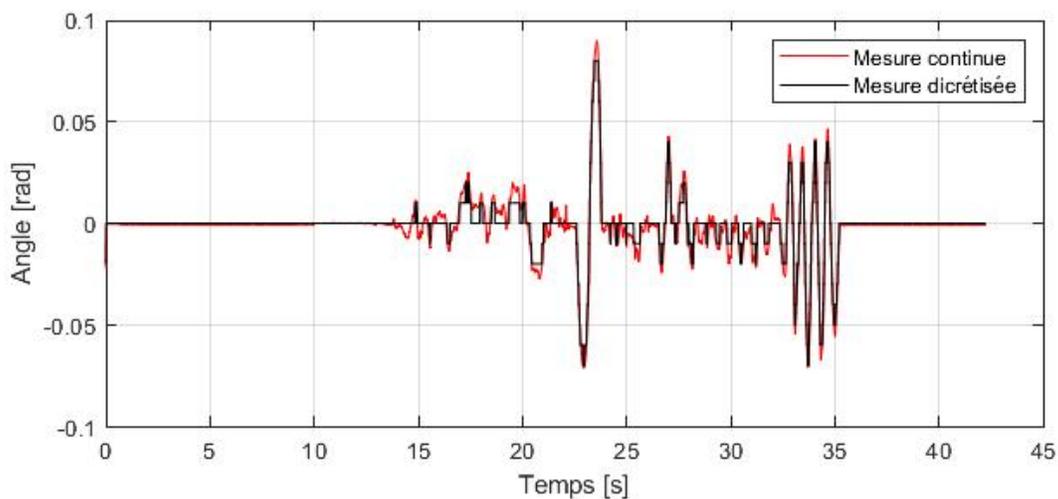


FIGURE B.4 – Comparaison d’une mesure continue et d’une mesure discrétisée pour un mouvement angulaire en Z.

J4												
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
1 Br		1 Ve	1 Ja		2 Ve	2 Ro			3 Br		3 Ve	3 Ja
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
	1 Or	1 Ro			2 Br		2 Or	2 Ja		3 Or	3 Ro	
	1Bl						2 Bl			3 Bl		

J5												
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
4 Br		4 Ve	4 Ja		5 Ve	5 Ro			6 Bl		6 Ja	6 Br
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
	4 Or	4 Ro			5 Br		5 Or	5 Ja		6 Ve	6 No	
	4Bl						5 Bl			6 Or		

FIGURE B.5 – Grille de branchement des six encodeurs du mécanisme sur les borniers.

Output	PIN 1	PIN2	PIN 3	PIN 4	PIN 5	PIN 6	Chanel	
	A+	B+	GND	Index	V	CS*		
Encoders :	1	Brun	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	1B
	2	Brun	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	2B
	3	Brun	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	3B
	4	Brun	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	1A
	5	Brun	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	2A
	6	Bleu	Noir	Vert	Brun	Jaune	Orange	3A

FIGURE B.6 – Légende pour le branchement et l'acquisition des six encodeurs.

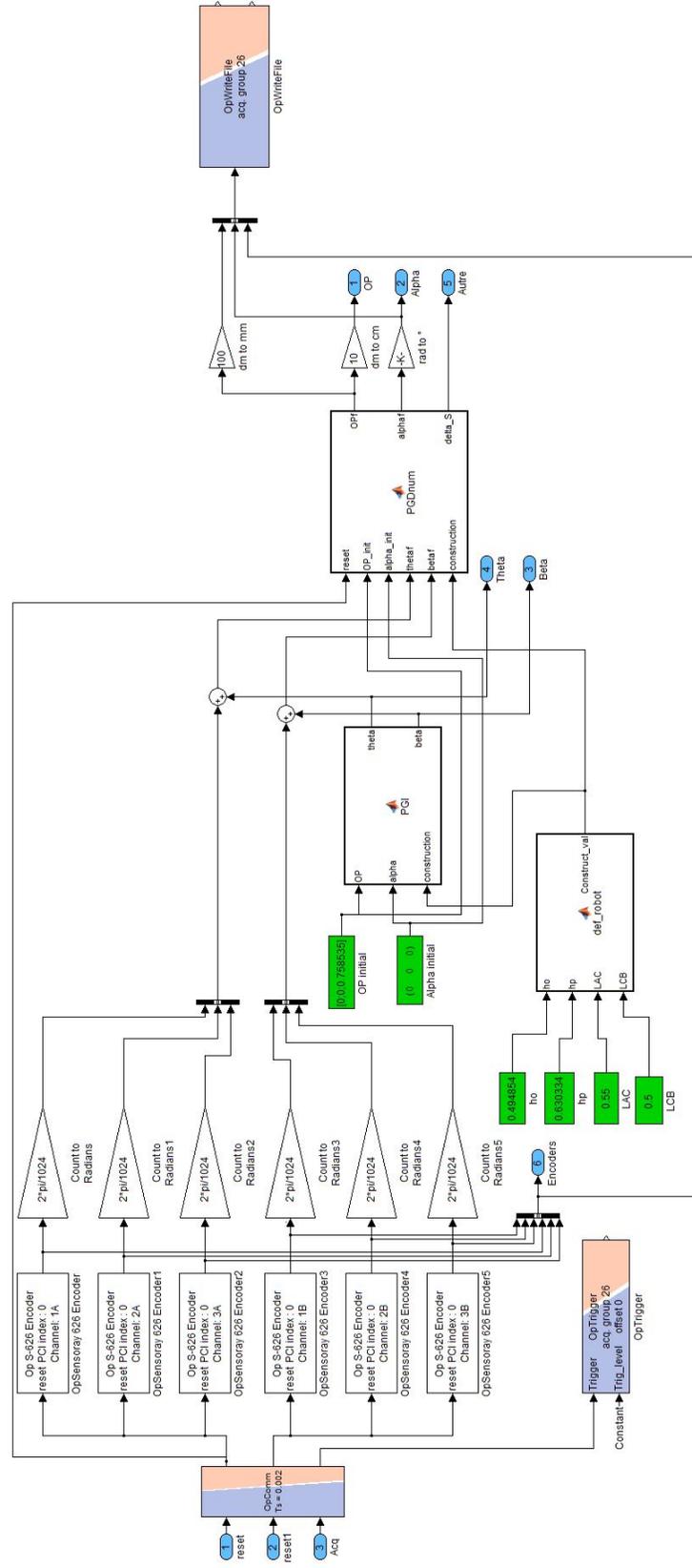


FIGURE B.7 – Présentation du schéma de contrôle du prototype dans le logiciel Simulink.

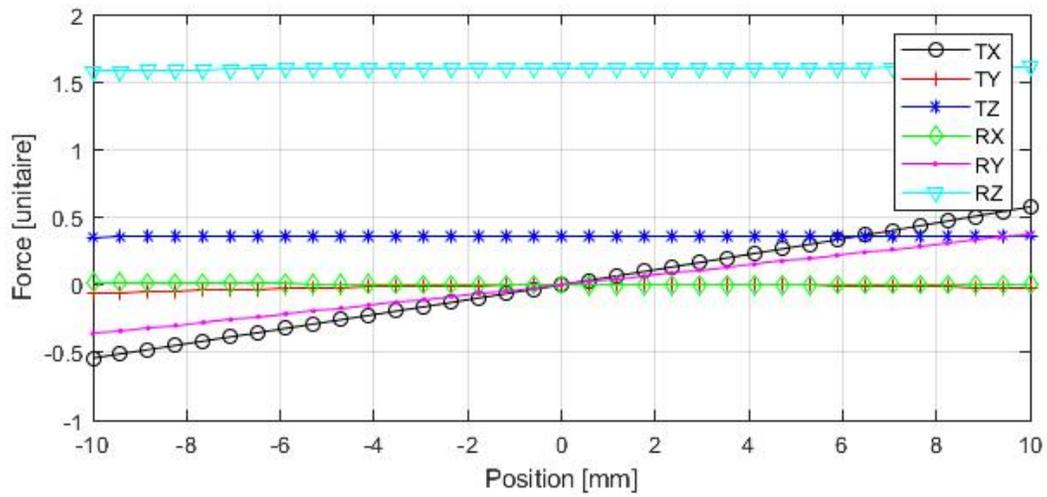


FIGURE B.8 – Comportement des efforts résultants à l’effecteur pour une trajectoire linéaire en Y avec des couples articulaires unitaires.

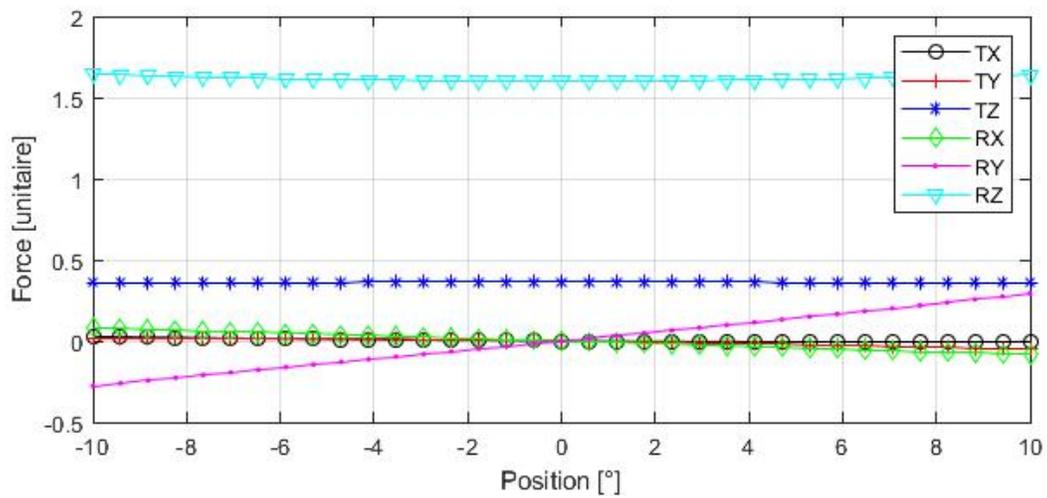


FIGURE B.9 – Comportement des efforts résultants à l’effecteur pour une trajectoire angulaire en X avec des couples articulaires unitaires.

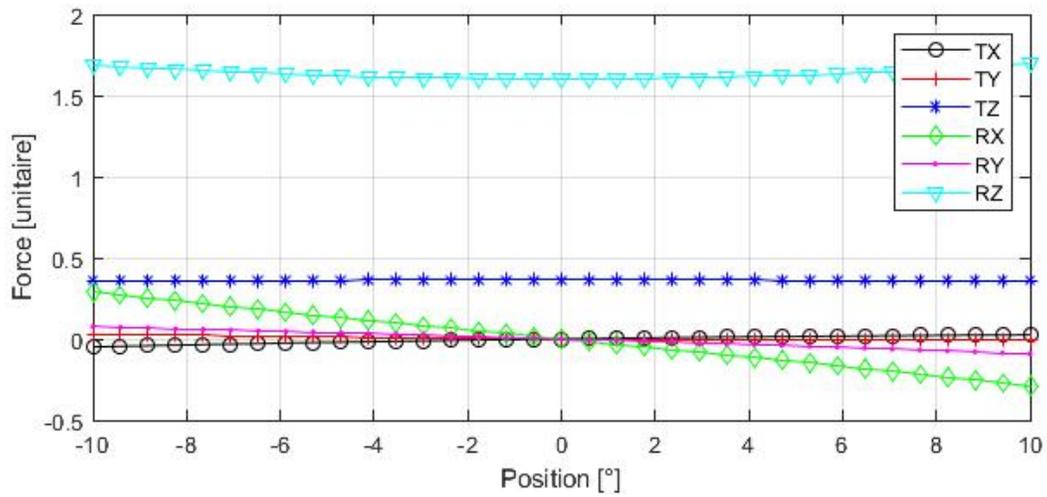


FIGURE B.10 – Comportement des efforts résultants à l’effecteur pour une trajectoire angulaire en Y avec des couples articulaires unitaires.

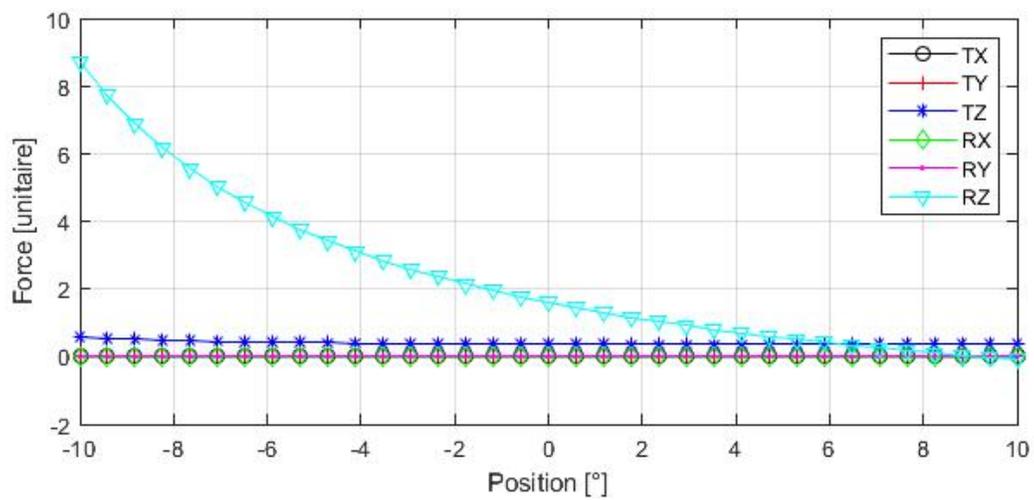


FIGURE B.11 – Comportement des efforts résultants à l’effecteur pour une trajectoire angulaire en Z avec des couples articulaires unitaires.

# Bibliographie

- [1] kukakore, “Kuka lwr. user-friendly, sensitive and flexible.,” 2012. [Online ; accessed mars 16, 2019].
- [2] B. Nemeč, A. Gams, M. Denisa, and A. Ude, “Human-robot cooperation through force adaptation using dynamic motion primitives and iterative learning,” (Piscataway, NJ, USA), pp. 1439 – 44, 2014.
- [3] J. Zhenlin, G. Feng, and Z. Xiaohui, “Design and analysis of a novel isotropic six-component force/torque sensor,” *Sensors and Actuators A (Physical)*, vol. A109, no. 1-2, pp. 17 – 20, 2003.
- [4] C.-G. Kang, “Closed-form force sensing of a 6-axis force transducer based on the stewart platform,” *Sensors and Actuators A (Physical)*, vol. A90, no. 1-2, pp. 31 – 7, 2001.
- [5] A. Winkler and J. Suchý, “Robot force/torque control in assembly tasks,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 46, no. 9, pp. 796–801, 2013.
- [6] S. Yu and M. Gil, “Manipulator handling device for assembly of large-size panels,” *Assembly Automation*, vol. 32, no. 4, pp. 361 – 72, 2012.
- [7] J. Shim, D. Kwon, and H. Cho, “Kinematic analysis and design of a six-dof 3-prps in-parallel manipulator,” *Robotica*, vol. 17, no. 3, pp. 269 – 81, 1999.
- [8] C. Chen, W. Heyne, and D. Jackson, “A new 6-dof 3-legged parallel mechanism for force-feedback interface,” (Piscataway, NJ, USA), pp. 539 – 44, 2010.
- [9] Y. Li and Q. Xu, “Kinematic analysis of a 3-prs parallel manipulator,” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 23, no. 4, pp. 395 – 408, 2007.
- [10] J. M. Sabater, J. M. Azorin, R. Aracil, and R. J. Saltaren, “Magister-p ; a 6-urs parallel haptic device with open control architecture,” *Robotica*, vol. 23, no. 2, pp. 177–187, 2005.
- [11] Y.-B. Jia, *Plücker Coordinates for Lines in the Space*. 2018. Com S 477/577 Notes.

- [12] B. Monsarrat and C. Gosselin, "Singularity analysis of a three-leg six-degree-of-freedom parallel platform mechanism based on grassmann line geometry," *International Journal of Robotics Research*, vol. 20, no. 4, pp. 312 – 26, 2001.
- [13] A. K. Dash, I.-M. Chen, S. H. Yeo, and G. Yang, "Instantaneous kinematics and singularity analysis of three-legged parallel manipulators," *Robotica*, vol. 22, no. 2, pp. 189 – 203, 2004.
- [14] P. Ben-Horin and M. Shoham, "Singularity condition of six-degree-of-freedom three-legged parallel robots based on grassmann - cayley algebra," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, no. 4, pp. 577 – 590, 2006.
- [15] T. L. Gabriel Boucher and C. Gosselin, "A parallel low-impedance sensing approach for highly responsive physical human-robot interaction," *à paraître dans les Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Montréal, Canada*, 2019.
- [16] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom.," *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, 180(1), 371-386, 1965.
- [17] K. J. Waldron, G. L. Kinzel, and S. K. Agrawal, *Kinematics, dynamics, and design of machinery*. John Wiley & Sons, 2016.
- [18] G. Chen, S. Zhang, and G. Li, "Multistable behaviors of compliant sarrus mechanisms," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 5, no. 2, p. 021005, 2013.
- [19] S. J. . R. M. J. Gosselin, C. M., "On the direct kinematics of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators with a coplanar platform.," *Journal of Mechanical Design*, 116(2), 587-593, 1994.
- [20] J. Angeles and J. Angeles, *Fundamentals of robotic mechanical systems*, vol. 2. Springer, 2002.
- [21] A. Fortin, *Analyse numérique pour ingénieurs*. [Montréal] : Presses internationales Polytechnique, 4e éd ed., 2011. Bibliogr. p. 471-472.
- [22] J. Angeles, G. Yang, and I.-M. Chen, "Singularity analysis of three-legged, six-dof platform manipulators with urs legs," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 8, no. 4, pp. 469 – 75, 2003.
- [23] J.-P. Merlet, "Singular configurations of parallel manipulators and grassmann geometry," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 8, no. 5, pp. 45–56, 1989.
- [24] N. Mouly and J.-P. Merlet, "Singular configurations and direct kinematics of a new parallel manipulator," (Los Alamitos, CA, USA), pp. 338 – 43, 1992//.