

В.П. СУГАК, В.Ф. ВОЛКОВ, В.И. САЛУХОВ, А.С. КАРАЙЧЕВ  
**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАНОВ ПРИМЕНЕНИЯ  
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНЫМИ ПОДВИЖНЫМИ  
ОБЪЕКТАМИ**

---

*Сугак В.П., Волков В.Ф., Салухов В.И., Карайчев А.С. Исследование устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами.*

**Аннотация.** Рассматривается задача исследования устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами (АПО) — материальными объектами, перемещающимися в пространстве и осуществляющими информационное, вещественное и энергетическое взаимодействие с объектами и пунктами управления, другими АПО. Применение АПО по назначению обычно регламентируется жесткими требованиями, поэтому любая временная задержка или неполное достижение целевого эффекта недопустимы. Причиной срыва выполнения целевой задачи может быть разработка некорректного плана применения средств управления, процесс реализации которого оказывается неустойчивым вследствие влияния случайных факторов либо целенаправленных воздействий среды и других систем. Рассматриваются проблемные вопросы комплексного исследования устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами. Предлагаются качественные и количественные методы оценивания устойчивости планов, пути и способы обеспечения требуемых уровней устойчивости. При этом задача планирования рассматривается как динамическая, предусматривающая корректировку плана за счет организационных, структурных, функциональных и программно-алгоритмических путей и способов обеспечения устойчивости. Наиболее адекватной моделью реализации плана является соответствующая система дифференциальных уравнений, что дает возможность применить качественные методы исследования устойчивости. С целью учета стохастического характера возмущающих воздействий введено понятие устойчивости по вероятности. Получено выражение для критерия устойчивости, позволяющее на основе анализа свойств специально построенной функции Ляпунова и характеристик возмущений установить факт устойчивости или неустойчивости процесса. Разработанная методика количественного оценивания устойчивости планов основывается на прогнозе возможного числа невыполненных операций управления АПО и дополнительно затрачиваемого времени на выполнение технологических циклов управления. При решении задачи выбора рациональных способов обеспечения устойчивости используется гибкая нечеткая свертка, что обусловлено отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. Приводится пример конструирования критерия устойчивости плана применения многофункциональных станций управления АПО. Получены количественные оценки устойчивости планов в условиях возмущающих воздействий. Рассмотрен пример определения приоритетности способов обеспечения устойчивости.

**Ключевые слова:** устойчивость планов, метод функций Ляпунова, устойчивость по вероятности, перераспределение ресурсов, активный подвижный объект, момент первого выхода, оптимальное управление.

---

**1. Введение.** Процессы управления активными подвижными объектами (АПО) [1] базируются на реализации заранее составленного

плана их функционирования. При разработке таких планов задействуют имеющийся ограниченный ресурс аппаратно-программных средств (АПС). Однако в реальных условиях даже в самом детальном и тщательно разработанном плане нельзя учесть многочисленные факторы и действующие в процессе его реализации возмущения, вследствие которых неизбежны отклонения от составленного плана. Согласно известному из кибернетики закону необходимого разнообразия У. Р. Эшби, для того, чтобы успешно противостоять действующим возмущениям и устранить отклонения в процессе реализации плана, последний должен обладать требуемым уровнем устойчивости. Представляется, что устойчивость плана (plan stability) [2] может поддерживаться в ходе его непосредственной реализации, например введением в план определенной избыточности ресурсов для выполнения комплексов операций в условиях возможных возмущений. Перераспределением таких ресурсов можно поддерживать выполнение первоначально составленного плана, то есть тем самым обеспечить его устойчивость. В дальнейшем в статье ресурс АПС понимается в широком смысле и включает в себя как средства, так и собственно ресурсы (материальные, энергетические, информационные), обеспечивающие их функционирование.

**2. Анализ работ по исследованию моделей планирования применения АПО.** Вопросы устойчивости планов в настоящее время рассмотрены в основном только применительно к их простейшим моделям, описываемым аппаратом линейного программирования [3, 4]. При этом анализ устойчивости решений задач линейного программирования в этом случае сводится к исследованию влияния изменений коэффициентов ограничений, их правых частей и коэффициентов целевой функции на оптимальное решение.

В условиях стохастической среды возникает более сложная задача выбора планов, устойчивых к воздействию случайных возмущающих факторов. Такие задачи исследуются методами стохастического программирования.

Отличительными особенностями представленных в настоящей статье результатов являются: формализованное описание задачи планирования в виде динамической модели; учет влияния возмущающих воздействий в процессе реализации плана и использование функций Ляпунова [5, 6] и соответствующего метода для качественного оценивания устойчивости.

В статье [7] была сформулирована задача распределения ограниченных ресурсов как задача оптимального управления динамической системой. Эта идея получила дальнейшее развитие в работах [8-10], в которых с помощью динамической интерпретации

процесса выполнения соответствующих технологических операций вводятся такие понятия теории систем, как система, процесс, состояние, управление, ограничения на состояние и управление, критерии и показатели оптимальности программного управления АПО.

При этом под состоянием технологической операции (ТехО) принято понимать общий объем выполненной к заданному моменту времени операции, а в качестве управления выбирается интенсивность расхода ресурса (ресурсов), необходимого для выполнения рассматриваемой операции.

Подобная динамическая интерпретация комплекса взаимосвязанных работ позволяет формально описать и сформулировать целый ряд задач оптимального планирования и управления, интерпретируя их в терминах классической теории оптимального управления динамическими объектами.

В работах [1, 10-13] указанный подход нашел применение при планировании комплекса технических операций управления (ОУ) активными подвижными объектами. При этом АПО представляют класс подвижных объектов, процесс функционирования которых помимо перемещения в пространстве включает также операции по энергетическому, материальному и информационному обмену с окружающей средой и другими АПО.

В соответствии с работами [1, 10, 11] динамическая модель процесса программного управления операциями АПО записывается следующим образом:

$$\dot{x}_{ik} = \sum_{j=1}^m \varepsilon_{ij}(t) \cdot \Theta_{ikj} \cdot u_{ikj}(t), \quad (1)$$

$i = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, \dots, S_i$ ;  $j = 1, \dots, m$  включает в себя следующие элементы:

$x_{ik}$  — переменная, характеризующая состояние выполнения ТехО  $D_k^i$  в ходе реализации процесса управления АПО  $A_i$ ;  $u_{ikj}$  — управляющее воздействие, при этом  $u_{ikj}(t) = 1$ , если операция  $D_k^i$  выполняется при управлении АПО  $A_i$  с использованием соответствующего ресурса  $B_j$ ,  $u_{ikj}(t) = 0$  — в противоположном случае;  $\varepsilon_{ij}(t)$  — матричная временная функция, которая задает пространственно-временные ограничения, связанные с взаимодействием АПО  $A_i$  со средством  $B_j$ , входящим в состав соответствующей системы управления (СУ);  $\Theta_{ikj}$  — матричная временная функция, которая характеризует технические

возможности реализации задач и соответствующих операций взаимодействия; данная функция принимает значения 1, если на средстве  $B_j$  в момент времени  $t \in T$  есть ресурсы, с помощью которых можно выполнить ТехО  $D_k^i$ , 0 — в противоположном случае.

Следуя основным идеям работ [10, 14], наряду с ограничениями пространственно-временного, технического и технологического характера, учитывающими логическую последовательность выполнения операций управления АПО, факт завершения выполнения ТехО, а также возможную конфликтность при распределении ресурса, дополнительно введем множество  $\Xi$  сценариев реализации возмущающих воздействий, оказывающих влияние на устойчивость планов применения системы управления АПО:  $\Xi = \{\Xi_g \mid g \in G = \{1, \dots, \Gamma\}\}$ , где  $G$  — множество номеров сценариев,  $\vec{\xi}(t)$  — вектор возмущающих воздействий, имеющих как объективный, так и субъективный характеры и задаваемых извне в виде соответствующих сценариев  $\vec{\xi}(t) \in \Xi_g$ .

Исходя из содержательного анализа задач планирования и специфики выполняемых операций управления АПО, которые входят в технологические циклы управления (ТЦУ), в состав рассматриваемой динамической модели планирования, должны быть включены [1, 10, 12] соответствующие векторы показателей качества планирования операций управления АПО, а также соответствующие различные сценарии реализации возмущающих воздействий.

Показателями качества могут быть выбраны различные варианты задания функционалов в пространствах управляющих и возмущающих воздействий, представленных в следующем обобщенном виде:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \phi(\vec{X}(\tau), \vec{U}(\tau), \vec{\xi}(\tau), \tau) d\tau. \quad (2)$$

Функционал (2) может характеризовать, например, результаты выполнения ТехО АПО на интервале планирования  $T = (t_0, t_f]$ , расход ресурсов, информационные и материальные потоки, возникающие в ходе выполнения операций управления, и так далее. Исходя из содержательной постановки задачи вводятся соответствующие критерии оптимальности, а также показатели качества и эффективности.

Базируясь на необходимых и достаточных условиях оптимальности принципа максимума Л. С. Понтрягина, к настоящему

времени удалось построить эффективные алгоритмы численного поиска программного управления (планов функционирования) АПО.

Формулировка задачи в виде динамической модели планирования открывает определенные перспективы не только в решении задач планирования (программного управления), но и задач управления с обратной связью, задач адаптации, оценивания и обеспечения устойчивости.

В отечественных и зарубежных работах по системному анализу [15-20] показано, что при решении как прямых, так и обратных задач исследования операций наиболее конструктивной моделью, описывающей функционирование СУ АПО на разных стадиях ее жизненного цикла, является соответствующая динамическая модель, которая задается в дифференциальной форме.

**3. Содержательная постановка задачи.** Остановимся на рассмотрении возможных путей исследования такого важнейшего свойства процесса реализации планов применения системы управления АПО, как их устойчивость.

Задача исследования устойчивости возникает, когда целенаправленные воздействия других систем в рамках непредусмотренных схем и сценариев существенно снижают эффективность функционирования СУ АПО [10, 11, 14, 21].

Приведенные в работах [10-12, 22, 23] модели планирования позволяют получить оптимальные планы, которые, однако, в процессе их реализации в различных условиях обстановки могут оказаться неустойчивыми. Это связано с тем, что воздействующие на сформированный план возмущения, которые вызваны различными нарушениями в функционировании технических средств, деградацией структуры системы управления, необходимостью решения новой задачи планирования и так далее, приведут к срыву или снижению качества и объема выполняемых ТехО. Другими словами, если не предпринято специальных мер, разработанные планы при их реализации оказываются неустойчивыми.

При этом, выбирая направления комплексного исследования устойчивости планов функционирования СУ АПО, целесообразно учитывать уже полученные ранее результаты в области классической теории устойчивости [24-31] и качественных методов анализа случайных процессов [32].

Следует отметить, что исследование устойчивости процессов функционирования сложных систем в большинстве практических случаев затрудняется в связи с невозможностью построения в явной аналитической форме достаточно адекватных моделей таких систем. Выход из этого положения обычно находят в применении

имитационного моделирования или в использовании методов управленческой экономики. Однако результаты имитационного моделирования несут, к сожалению, частный характер и поэтому не позволяют достаточно полно выявить все закономерности функционирования исследуемых систем. Кроме того, проведение имитационного моделирования сопряжено с большими затратами машинных и временных ресурсов [33-39]. Применение описанных в работах [20, 22, 29, 40-44] алгоритмов управленческой экономики, которые направлены на решение задач параметрического, структурного и алгоритмического синтеза, также затруднено вследствие необходимости проведения трудоемких формально-аналитических описаний и исследований. Достоверность их результатов зависит от следующих факторов:

- точности прогноза условий обстановки, в которых будет осуществляться функционирование СУ АПО;

- специфики функционирования СУ АПО (в зависимости от типа внешней возмущающей среды);

- необходимости учета различных вариантов формального описания зависимостей между показателями результативности, оперативности и ресурсоемкости, с помощью которых оцениваются различные аспекты функционирования СУ АПО [45];

- сложности определения зависимости между средним целевым эффектом и величиной рассеяния значений целевого эффекта операции применения АПО (эта зависимость обусловлена [21, 45] наличием «физической» связи между техническими характеристиками АПО и параметрами процесса применения АПО).

Конструктивной альтернативой имитационным и аналитическим многокомпонентным подходам к оцениванию устойчивости планов функционирования СУ АПО могут служить качественные подходы к оцениванию устойчивости, базирующиеся на методе, который был разработан профессором А. М. Ляпуновым — метод функций Ляпунова [24]. Данный метод позволяет на предварительном этапе исследования свойства устойчивости конкретно заданного объекта (процесса) обойтись более агрегированными аналитическими моделями и тем самым устранить отмеченные выше трудности. Покажем возможность применения данного метода для качественного исследования устойчивости процесса выполнения ТехО, входящих в технологический цикл управления (ТЦУ) АПО

**4. Математическая постановка задачи.** В данном разделе статьи будем рассматривать задачи планирования агрегированных (укрупненных) ТехО АПО [10], для которых можно

отвлечься от их конкретного содержания и планировать только время работы соответствующих технических средств управления (ресурсов). Другими словами, перейдем от конкретных ТехО к агрегированной ТехО (АГО) [46, 47].

Рассмотрим математическую модель процесса выполнения АГО  $j$ -го типа ( $j=1,2,\dots,m$ ). Неотрицательную величину  $x_{ij}(t)$  будем называть состоянием указанной операции и оценивать ее текущим объемом ее выполнения к моменту времени  $t \in (t_0, t_f] = T$ . Таким образом,  $x_{ij}(t)$  является монотонной неубывающей функцией времени на интервале  $T$ .

Выполнение АГО осуществляется за счет расхода ресурсов средств, входящих в состав СУ и выделяемых при планировании указанных операций. Следовательно, в роли управляющих воздействий (управлений) в модели выступает функция времени вида  $u_{ij}(t)$ , которая принимает значение  $c_{ij} \cdot u_{ij}^+(t)$ , если планируется АГО  $i$ -го типа, 0 — в противоположном случае.

Переменная  $u_{ij}^+(t)$  характеризует текущую интенсивность расхода средств СУ, выделенных по плану для выполнения АГО  $i$ -го типа, коэффициент  $c_{ij}$  задает соответствующее значение избыточности средств.

Ограничение  $u_{ij}(t) \in \{0, c_{ij}u_{ij}^+(t)\}$  имеет следующий смысл: соответствующая АГО  $i$ -го типа либо включена в план (реализуется при его выполнении) и поэтому для нее выделен некоторый объем соответствующих средств СУ АПО, в том числе и резервных, либо она не планируется (не реализуется).

Считается, что возможна различная интенсивность выполнения ОУ, которая меняется в зависимости от особенностей разработанного плана, характера возмущающих воздействий, выбранного значения резерва ресурса, различных запросов на расход ресурса при реализации плана и нейтрализации возмущений и так далее.

Как уже отмечалось, детерминированная динамическая модель реализации плана выполнения операции АПО в общем виде описывается системой дифференциальных уравнений типа (1).

Под выполнением (завершением) АГО понимается достижение величиной  $x_{ij}(t)$  некоторого запланированного значения  $x_{ij}^{\Pi}(t)$ , которое определяется целевыми задачами, стоящими перед СУ АПО, а также особенностями реализации плана.

Предполагается, что перевыполнение операции не допускается, то есть после достижения значения  $x_{ij}^{\Pi}(t)$  интенсивность выполнения этой операции будет равна нулю.

Как было отмечено, следствием нарушения свойства устойчивости процесса реализации плана выполнения АГО является тот факт, что к некоторому моменту времени  $t \in (t_0, t_f]$  будет выполнен не требуемый (запланированный) объем  $x_{ij}^{\Pi}(t)$  АГО  $i$ -го типа, а другой меньший объем  $x_{ij}(t) \leq x_{ij}^{\Pi}(t)$ .

На этапе планирования предполагается задействовать определенное ограниченное значение ресурса технических средств СУ АПО, который будет расходоваться в процессе реализации плана для компенсации возмущающих воздействий. Влияние возмущающих воздействий  $\xi_{ij}(t) \in [0, 1]$  при выполнении АГО в реальных условиях приводит к уменьшению интенсивности расхода ресурса, например, по следующему закону:

$$u_{ij}(t) = (1 - \xi_{ij}(t)) c_{ij} u_{ij}^+(t). \quad (3)$$

Существующие модели и алгоритмы планирования не в полной мере позволяют на конструктивном уровне учитывать возможные варианты сценариев воздействия возмущений на процессы реализации разработанных планов применения системы управления АПО.

В этой связи постановка основной задачи, исследуемой в данной статье, заключается в определении критериев устойчивости планов применения системы управления АПО при наличии возмущающих воздействий. При этом необходимо учитывать тот факт, что с учетом особенностей разработанного плана и предусматриваемых мер (организационных, технических, структурных, программно-алгоритмических и др.) по обеспечению устойчивости его реализации, некоторые невыполненные в момент времени  $t$  АГО могут быть завершены (повторно проведены) до завершения интервала планирования, то есть к моменту  $t_f$ , за счет, например, выделенного заранее ресурса и его перераспределения, что, в свою очередь, позволит АПО выполнить поставленные перед ними целевые задачи.

**5. Исследование устойчивости реализации плана применения средств управления АПО при наличии возмущающих воздействий.** При решении задачи исследования устойчивости реализации плана применения средств СУ АПО необходимо знать в

каждый момент времени фактическое значение  $x_{ij}(t)$  выполненных ОУ  $j$ -го типа, которое в общем случае из-за действия возмущений будет отличаться от планируемого. Имея в своем распоряжении заранее подготовленные взаимосвязанные сценарии [14], задающие характер и «величину» возмущающих воздействий, можно получить прогнозные значения  $x_{ij}(t)$ .

Введенное понятие состояния процесса выполнения АГО  $i$ -го типа АПО позволяет решать задачу исследования устойчивости реализации плана применения системы управления АПО, так как в полученной модели уже становится известным «движение» —  $x_{ij}(t)$ , порожденное управлением  $u_{ij}(t)$  в каждый момент времени. Сравнивая полученное фактическое значение  $x_{ij}(t)$  состояния с тем значением  $x_{ij}^{\Pi}(t)$ , которое планировалось при условии отсутствия возмущающих воздействий в процессе реализации плана, можно определить, нарушено ли свойство устойчивости в рассматриваемый момент времени.

Будем предполагать, что согласно разработанному плану выполнения АГО, на интервале  $T = (t_0, t_f]$  должны быть выполнены соответствующие АГО  $i$ -го типа. Для анализа представляет интерес множество  $\{t_{\kappa}\}$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, s$  моментов времени  $t_{\kappa}$  окончания выполнения отдельных АГО  $i$ -го типа. Если  $x_{ij}^{\Pi}(t_{\kappa})$  — объем запланированных к выполнению на момент  $t_{\kappa}$  АГО  $i$ -го типа, то для системы множеств  $\{\Omega_{\kappa}\}$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, s$  справедливо  $\Omega_{\nu} = \{x_{ij}^{\Pi}(t_{\nu})\}$  и  $\Omega_s = \{x_{ij}^{\Pi}(t_f)\}$ .

Введем в рассмотрение множество  $\Omega_{\mu}^+ \subset \Omega_{\mu}$ . Элементами данного множества являются те допустимые значения  $x_{ij}^+(t_{\mu}) \leq x_{ij}^{\Pi}(t_{\mu})$  объема АГО  $i$ -го типа, для которых имеется возможность быть выполненными к концу интервала планирования. Дадим следующее определение устойчивости.

*Определение.* Процесс выполнения АГО  $i$ -го типа называется устойчивым относительно множества  $\Omega_s^+$  при действии возмущений  $\xi_{ij}(t_{\mu})$ ,  $t_{\mu} \in T$ , если для любого  $\mu = 0, 1, \dots, s-1$  имеет место условие:

$$x_{ij}(t_{\mu+1}, \xi_{ij}(t_{\mu+1}), u_{ij}(t_{\mu+1})) \in \Omega_{\mu+1}^+; \quad x_{ij}^+(t_f) = x_{ij}^{\Pi}(t_f). \quad (4)$$

Докажем, что введенное определение устойчивости согласуется с известным определением устойчивости по Ляпунову.

*Утверждение.* Если справедливы соотношения (4), то процесс выполнения АгО  $i$ -го типа АПО устойчив в смысле определения Ляпунова.

*Доказательство.* Динамическая модель, описывающая процесс изменения состояния  $x_{ij}^+(t)$  выполнения АгО  $i$ -го типа АПО, можно представить в следующем виде:

$$\dot{x}_{ij}^+(t) = \varepsilon_{ij}(t)\Theta_{ij}(t)u_{ij}(t). \quad (5)$$

Известно [24], что если для системы дифференциальных уравнений, на основе которых была построена рассматриваемая в статье агрегированная динамическая модель функционирования СУ АПО, можно задать знакоопределенную функцию, производная которой по времени является знакопостоянной функцией противоположного знака, то решение будет устойчивым в смысле Ляпунова.

Необходимо заметить, что каких-либо универсальных приемов построения функций Ляпунова в настоящее время не существует.

Наиболее употребительные приемы и удачные конструкции функций Ляпунова рассматриваются в работах [48, 49], в которых предлагается вполне определенная физическая (механическая, энергетическая) аналогия модели с исследуемым процессом. В работе [50] Р. Беллмана доказано, что для устойчивых процессов функция Ляпунова может совпадать с функцией Беллмана. В настоящей статье в соответствии с построенным заранее множеством сценариев, описывающим возможные варианты выполнения АгО в ходе функционирования СУАПО для различных вариантов изменения внешних условий, в качестве функции Ляпунова можно задать соотношение следующего вида:

$$V = \sum_{j=1}^n [x_{ij}(t) - x_{ij}^+(t)]^2,$$

которое одновременно можно использовать при задании показателя качества исследуемого процесса (см. формулу (2)) [51, 52].

Анализ показывает, что это выпуклая, неотрицательная, непрерывная и ограниченная функция класса  $C^1[t_0, t_f]$ .

Известно, что если  $V \in C^1[t_0, t_f]$ , то данная функция дифференцируема в любой точке  $t \in [t_0, t_f]$ . Определим производную функции  $V$  в силу дифференциального уравнения (5):

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_{ij}^+(t)} \varepsilon_{ij}(t) \Theta_{ij}(t) u_{ij}(t) = \\ &= -4 \sum_{j=1}^n [x_{ij}(t) - x_{ij}^+(t)] \varepsilon_{ij}(t) \Theta_{ij}(t) u_{ij}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Неравенство  $dV/dt < 0$  справедливо в том случае, когда  $x_{ij}(t) > x_{ij}^+(t)$ , то есть  $x_{ij}(t) \in \Omega^+(t)$ , что соответствует выполнению условия устойчивости.

Изменение в выражении (6) знака на противоположный может произойти, когда окажется, что  $x_{ij}(t) \leq x_{ij}^+(t)$ , ( $x_{ij}(t) \notin \Omega^+(t)$ ), то есть условие устойчивости нарушается. Следовательно, можно сделать вывод, что функция  $V$  является функцией Ляпунова, и, согласно прямому методу, процесс реализации плана применения системы управления АПО устойчив. Это и требовалось доказать.

Предложенная авторами для исследования модель соответствует определению устойчивости движения по А. М. Ляпунову — создателю современной теории устойчивости равновесия и движения механической системы с конечным числом параметров. Математически этот подход для равновесного состояния системы можно объяснить следующим образом. Пусть  $\varepsilon$  — область допустимых отклонений системы от состояния равновесия. Тогда это состояние является устойчивым, если можно указать такую область  $\delta$  (включающую точку равновесия), что траектория любого движения, начавшегося в области  $\delta$ , никогда не достигнет границы области  $\varepsilon$ . Иными словами, в процессе движения системы ее траектория, отправляясь от точки равновесия, обязательно будет находиться в заданных пределах по отношению к этой точке.

Геометрически устойчивость по Ляпунову решения  $x^+(t)$  можно интерпретировать следующим образом: все решения  $x(t)$ , близкие в начальный момент  $t_0$  к решению  $x^+(t_0)$ , то есть удовлетворяющие условию  $\|x(t_0) - x^+(t_0)\| < \delta$  (начинающиеся в

пределах  $\delta$  — трубки), не выходят за пределы  $\varepsilon$  — трубки при всех значениях  $[t_0, t_f]$ , то есть  $\|x(t) - x^+(t)\| < \varepsilon$  при  $t_0 \leq t \leq t_f$ . Иными словами, решение устойчиво, если достаточно близкие к нему в любой начальный момент времени  $t_0$  решения  $x(t)$  целиком погружаются в сколь угодно узкую  $\varepsilon$  — трубку, построенную вокруг решения  $x^+(t)$ . Элементами введенного авторами в рассмотрение множества  $\Omega_i^+$  (аналог  $\varepsilon$  — трубки) являются те допустимые значения объема ОУ, для которых имеется возможность быть выполненными к концу интервала планирования.

Представляет интерес исследование устойчивости процесса реализации плана выполнения ОУ АПО, когда возмущающие воздействия носят случайный характер.

Конструктивные результаты, связанные с устойчивостью систем, которые содержат случайные параметры, были получены в работах [26, 30, 49, 53].

Устойчивость по вероятности значительно сильнее устойчивости в малом и означает, что траектории процесса, который начинается в момент  $t_0$ , всегда остаются в любой наперед заданной окрестности тривиального решения с вероятностью, стремящейся к единице. При рассмотрении работы реальных систем в условиях неопределенности можно использовать разные классы случайных величин и процессов для моделирования различных источников неполноты информации. Вопрос о выборе адекватной модели весьма существен и крайне непрост. В каждом конкретном случае он должен специально исследоваться. В разделе 6 будут получены характеристики, связанные с устойчивостью при воздействии случайных возмущений.

Рассмотрим пример применения метода функций Ляпунова к исследованию устойчивости процесса управления АПО.

*Пример.* Применим метод функций Ляпунова к задаче оценивания устойчивости программ управления положением центра масс геостационарного космического аппарата (ГСКА). Из теории полета космических аппаратов (КА) известно [4, 20, 40], что движение КА описывается системой дифференциальных уравнений, в правые части которых, в зависимости от требуемой точности расчетов, включают силу притяжения и различные возмущающие силы. Наблюдения за первыми выведенными на геостационарную орбиту КА показали, что название «геостационарные КА» достаточно условно, так как имеют место либо периодические колебания ГСКА

относительно расчетных точек «стояния», либо одностороннее смещение ГСКА под воздействием гравитационных лунно-солнечных возмущений, влияния неоднородности гравитационного поля Земли, эллиптичности экватора, полярного сжатия и тому подобное. Применение метода функций Ляпунова позволяет выработать предложения по удержанию ГСКА в допустимом диапазоне, который установлен требованиями потребителей спутниковой информации и международными договорами. Для решения этой задачи строится фазовая плоскость и определяются особые точки на ней. В работах по исследованию динамических систем [19, 33, 41] показано, что всякому периодическому движению консервативной системы соответствует движение изображающей точки по некоторой фиксированной замкнутой траектории в фазовой плоскости, при этом период колебаний амплитуды отклонений зависит от начальных условий. Анализ системы уравнений движения ГСКА показывает, что на геостационарной орбите должны существовать точки как устойчивого, так и неустойчивого равновесия, при этом факт устойчивости определяется знаком производной обобщенной функции Ляпунова. Этот вывод подтверждается конкретными расчетами и данными внешнетраекторных измерений: установлено, что точки с долготами  $75^\circ$  в.д. и  $104,9^\circ$  з.д. являются устойчивыми, а точки с долготами  $14^\circ$  з.д. и  $165,5^\circ$  в.д. являются точками неустойчивого положения. Для разработки оптимальной (по минимуму энергозатрат) программы удержания ГСКА необходимо проведение детальных вычислений, однако «качественные» выводы могут быть сделаны в результате реализации метода Ляпунова, в частности путем составления фазовых портретов дрейфа долготы и дрейфа широты ГСКА на заданном интервале планирования. Анализируя эволюцию движения ГСКА, можно обосновать следующую последовательность корректирующих импульсов:

– на витке, когда наклонение станет равным допустимому в районе восходящего или нисходящего узлов, проводится коррекция по уменьшению наклонения до  $0^\circ$  (с течением времени ГСКА «скатывается» к  $\Omega \approx 90^\circ + \Delta$ ; величина  $\Delta$  зависит от расположения Луны и Солнца);

– в районе диаметрально противоположной точки полученной экваториальной орбиты наклонение опять увеличивают до допустимого.

В дальнейшем под действием возмущений наклонение сначала будет уменьшаться, а затем снова увеличиваться до очередной коррекции (рисунк 1).

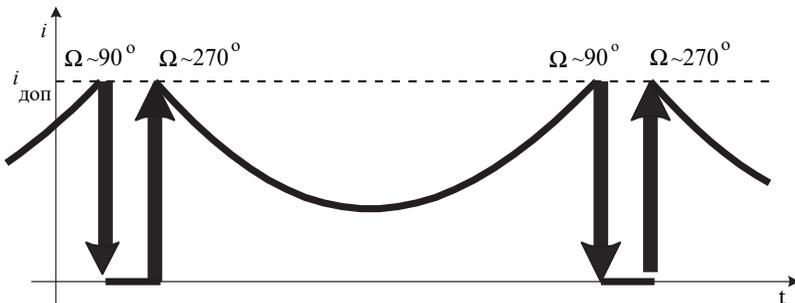


Рис. 1. Качественное представление управляющих воздействий при поддержании заданного значения наклона орбиты

Таким образом, построив обобщенную функцию Ляпунова и проанализировав ее свойства, можно определить моменты нарушения устойчивости.

**6. Количественные методы оценивания устойчивости планов.** В теории устойчивости Ляпунова и в стохастической теории устойчивости анализ устойчивости заканчивается, если получен ответ на вопрос, сохраняет или не сохраняет при определенных условиях система некоторое свойство процесса функционирования. Однако для практических целей этого недостаточно, необходимо уметь количественно оценить устойчивость. В работах [2, 5, 6, 24, 26, 30, 31, 44] предлагаются характеристики (оценки) устойчивости, позволяющие определить уровень исследуемого свойства и принять конкретные меры по обеспечению устойчивости. Для конкретных условий функционирования системы и типов возмущающих воздействий с помощью выбранных характеристик определяются момент времени, в течение которого впервые после возникновения возмущения нарушается условие устойчивости, уровень или значение воздействий, «выдерживаемых» системой или ее элементами до полной утраты свойства устойчивости; величина резерва ресурсов, выделяемых для нейтрализации возмущающих воздействий, множество значений невозмущаемых параметров, при которых соблюдается свойство устойчивости и другое.

Оценки объективно характеризуют особенность плана быть чувствительным к изменению основных параметров, от которых они зависят, должны иметь простой физический смысл, быть достаточно простыми и удобными при вычислении и анализе.

Оценки устойчивости плана можно получить сразу после его составления, а также на этапе непосредственной реализации.

Знание оценок устойчивости плана позволяет оценить качество плана с точки зрения его нечувствительности к определенному классу возмущающих воздействий, заранее спланировать мероприятия по привлечению персонала, средств автоматизации для нейтрализации возмущающих воздействий в процессе реализации плана.

Имея в своем распоряжении указанные оценки, можно обосновать требования и на этапе планирования осуществлять специальные мероприятия по обеспечению устойчивости.

Для оценивания устойчивости уже реализованного плана можно применять частный и общий коэффициенты устойчивости.

Так, например, частный коэффициент устойчивости плана имеет вид:

$$K_j^y = \frac{N_j^H - N_j^H}{N_j^H},$$

где  $N_j^H$  — число операций управления  $j$ -го типа, запланированных для выполнения на интервале  $T$ ;  $N_j^H$  — число нарушенных и дозаказанных ОУ  $j$ -го типа.

Общий коэффициент устойчивости вычисляется по формуле:

$$K_y = \frac{\sum_{j=1}^n C_j K_j^y}{\sum_{j=1}^n C_j},$$

где  $n$  — число типов ОУ (средств, выполняющих ОУ);  $C_j$  — весовой коэффициент, определяющий ценность частного коэффициента устойчивости  $K_j^y$ ,  $C_j \in [0,1]$ .

Полученные апостериорные оценки устойчивости плана хоть и дают представление об устойчивости, однако не позволяют предпринять меры по ее обеспечению.

В связи с этим существенный интерес представляет получение априорных оценок устойчивости на основе указанных характеристик. При этом необходимо учитывать характер возмущающих воздействий, приводящих к нарушению устойчивости планов, а также резерв ресурсов на нейтрализацию возмущающих воздействий.

Введем следующие обозначения:  $R_j^n$  — резерв ресурса  $j$ -го типа, предназначенного для нейтрализации возмущающих воздействий;  $\lambda_j = \{\lambda_j^1, \lambda_j^2\}$  — интенсивность отмененных (нарушенных) ( $\lambda_j^1$ ) или доказанных ( $\lambda_j^2$ ) ОУ  $j$ -го типа.

Пусть возмущающие воздействия, вызывающие нарушение устойчивости плана, распределены по закону Пуассона.

Пуассоновский закон выбран по причине, что такой закон является наиболее «жестким» с точки зрения требований к возможностям системы. Свойство потока отказов быть пуассоновским инвариантно в некоторых преобразованиях. Например, операция суммирования конечного числа потоков не меняет природы пуассоновского потока. Если  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  — взаимно независимые пуассоновские потоки с интенсивностью отказов  $\lambda_j^1$  и  $\lambda_j^2$ , то суммарный поток отказов также является пуассоновским, причем интенсивность определяется простым суммированием  $\lambda_j = \lambda_j^1 + \lambda_j^2$ . Таким образом, выражение для  $N_j^H$  запишется:

$$N_j^H = \sum_{i=R_j^n+1}^{\infty} i \frac{(\lambda_j T)^i}{i!} e^{-\lambda_j T}.$$

Следовательно, частный коэффициент устойчивости примет вид:

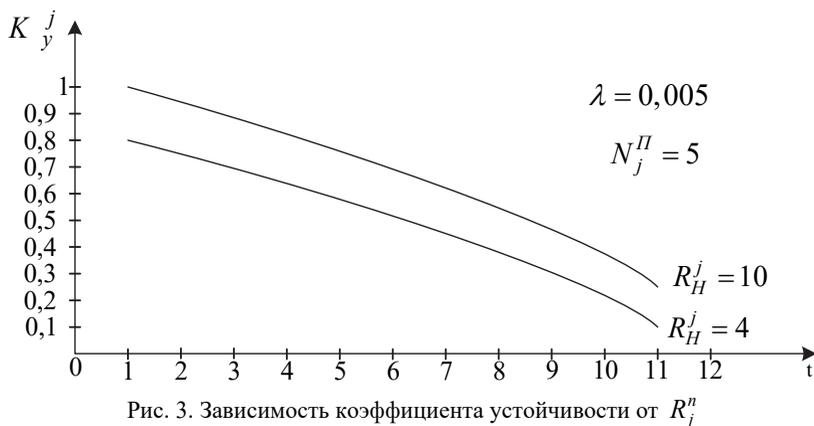
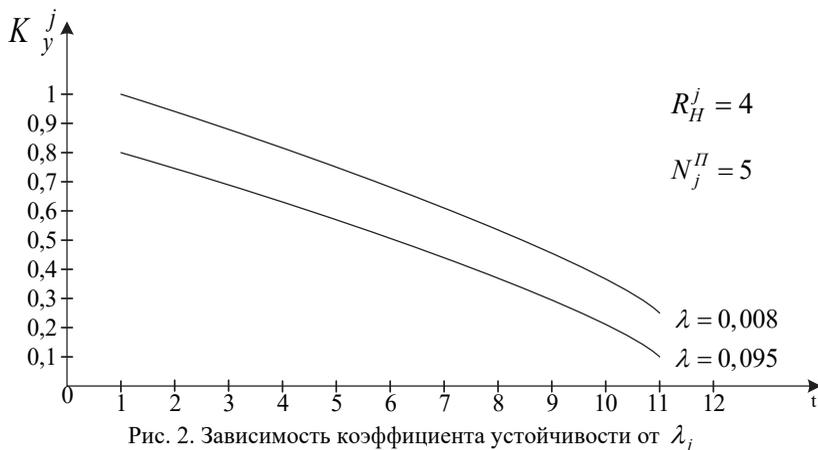
$$K_j^y = 1 - \frac{1}{N_j^H} \sum_{i=R_j^n+1}^{\infty} i \frac{(\lambda_j T)^i}{i!} e^{-\lambda_j T}.$$

На рисунках 2 и 3 показана зависимость  $K_j^y$ , от значений  $R_j^n$ ,  $\lambda_j$  и  $T$ .

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- с ростом интенсивности поступления возмущающих воздействий значение  $K_j^y$ , уменьшается;
- с увеличением резерва ресурса значение  $K_j^y$ , растет.

Таким образом, на этапе априорного оценивания устойчивости плана с помощью рассмотренных характеристик можно судить о качестве разработанного плана и предъявить требования по выбору необходимых значений резерва ресурса.



Рассмотрим пример определения момента нарушения свойства устойчивости реализации плана управления АПО в условиях возмущающих воздействий.

Пусть следствием возмущений является изменение (увеличение) на величину  $\delta_k$  запланированной длительности и порядка выполнения

операций управления АПО. Изменение суммарной длительности выполнения операций управления АПО окажется равным:

$$J(t_r) = \sum_{k \in A(t_r)} |\delta_k|, \quad r = 1, 2, \dots,$$

где  $A(t_r) \in G$  — множество типов операций управления, для которых в момент  $t_r$  произошло изменение длительности. Полная случайная ошибка длительности времени в момент  $t$  может быть представлена следующей суммой:

$$\psi(t) = \sum_{t_r < t} J(t_r).$$

Обозначим функцию распределения величины  $\psi(t)$  через  $F(t, y)$ .

Искомый момент времени  $\tau$  нарушения устойчивости управления может быть выбран из условия не превышения накопленной ошибки  $\psi(t)$  заданной допустимой величины  $\Delta$  с требуемой вероятностью  $p^*$ , то есть:

$$F(\tau, \Delta) = p^*. \quad (11)$$

По формуле полной вероятности имеем:

$$F(\tau, y) = P(\psi(t) < y) = \sum_{k=0}^{\infty} P\{\psi(t) < y \mid \nu(t) = k\} \times P\{\nu(t) = k\},$$

где  $\nu(t)$  — число возмущений, поступивших за время  $t$ .

Будем предполагать, что случайные величины  $J(t_i)$ ,  $I = 1, 2, \dots$  независимы и одинаково распределены по показательному закону с параметром  $\mu$ , а процесс поступления возмущений является пуассоновским с параметром  $\lambda$ .

Накопленная ошибка  $\psi(t)$  распределена по нормальному закону с функцией распределения:

$$F(t, y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{[\chi - \mu\psi(t)]^2}{2\sigma^2}\right) d\chi.$$

Условие (12) для определения момента нарушения устойчивости запишется в виде:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{m-\phi}{\sqrt{2\phi}}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi = 2p^* - 1.$$

где  $\phi = \lambda\tau$  — поступившие за время  $\tau$  возмущения;  $m = \mu\Delta$  — запас устойчивости.

Численным интегрированием получают значения  $m$ , характер зависимости которых от величины  $\lambda$  и  $p^*$  представлен на рисунке 4.

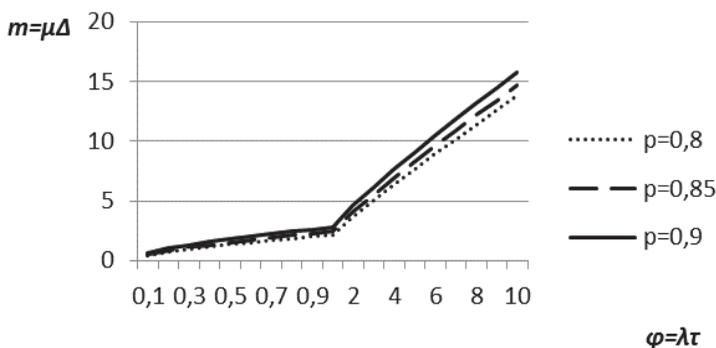


Рис. 4. Номограмма определения момента времени нарушения устойчивости

При известных значениях интенсивности  $\lambda$  поступающих возмущений, величины создаваемых ими частных отклонений времени выполнения операций управления АПО (параметра  $\mu$ ) и допустимой ошибке  $\Delta$  отклонения длительности, определяется необходимый момент  $\tau$  времени нарушения условия устойчивости. На практике удобно пользоваться вместо  $\tau$  и  $\Delta$  нормированными величинами  $\phi$  и  $m$  соответственно.

**7. Задача выбора способов обеспечения устойчивости планов применения средств управления АПО.** Наибольший эффект при обеспечении устойчивости может быть достигнут в результате комплексного применения различных мероприятий. При их планировании должны учитываться не только ожидаемый эффект, но и ресурсные и временные затраты. При решении подобных задач широко используются вероятностно-статистические методы. В последнее время возросла потребность в других подходах [56] к математическому описанию информации, характеризующейся

высоким уровнем неопределенности. Одним из возможных вариантов решения этой задачи является конструирование нечетких мер и использование нечеткой свертки.

Предположим, что имеется  $n$  возможных направлений обеспечения устойчивости. Каждое  $i$ -е направление, в свою очередь, предполагает наличие  $m_i$  способов, причем  $\sum_{i=1}^n m_i = M$ . Как правило, устойчивость характеризуется совокупностью различных частных показателей. Для количественного описания качества использования конкретного способа обеспечения устойчивости введем функции  $f_k(x)$ ,  $k = \overline{1, K}$ , представляющие собой соответствующие показатели устойчивости управления. Здесь  $x = \|x_{ij}\|_{n \times M}$  — матрица назначений, то есть  $x_{ij} = 1$ , если выбирается  $j$ -й способ в  $i$ -м направлении, и  $x_{ij} = 0$  — в противном случае. Каждый способ требует для своей реализации  $\alpha_{ij}$  количества ресурса  $l$ -го типа, где  $l = \overline{1, L}$ , причем  $B_l$  — суммарный запас ресурса  $l$ -го типа. Требуется выбрать такое сочетание способов обеспечения устойчивости, чтобы затраты ресурса на их реализацию удовлетворяли заданным ограничениям, а частные критериальные функции  $f_k(x)$  векторной целевой функции принимали наибольшее значение. Структура выбора для данного класса задач запишется в виде:

$$(\Delta_{sb}, \{f_k, k = \overline{1, K}\}, F);$$

$$\Delta_{s\beta} = \left\{ x \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M \alpha_{ij} x_{ij} \leq B_l, l = \overline{1, L}, x_{ij} \in \{0, 1\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, M} \right. \right\},$$

где  $F$  — правило построения обобщенного показателя устойчивости.

Предполагается, что для построения результирующего отношения предпочтения заранее создана имитационная система, позволяющая оценить выбранные варианты обеспечения устойчивости по множеству показателей  $\{f_k(x)\}_{k=\overline{1, K}}$ .

Пусть  $\Phi = \{f_k(x_q), k = \overline{1, K}, q = \overline{1, Q}\}$  — множество значений показателей устойчивости, на котором задана функция  $h: \Phi \rightarrow [0, 1]$  оценки вариантов обеспечения устойчивости. Анализ экспертных

данных относительно важности показателей устойчивости позволяет построить функцию  $g: B(\{f_k\}_{k=1, \overline{K}}) \rightarrow [0, 1]$ , где  $B(\{f_k\}_{k=1, \overline{K}})$  —  $\sigma$  — алгебра на множестве показателей устойчивости,  $g_k = g(\{f_k\}) \forall k = \overline{1, K}$  в общем случае является плотностью нечеткой меры на этом множестве. Правомерность рассмотрения нечеткой меры обусловлена отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. При этих предположениях результирующее отношение предпочтения можно записать в виде гибкой нечеткой свертки [57-63], имеющей вид:

$$\psi(x) = \max_{a \in [0, 1]} \min \{a, g, (H_a(x))\},$$

где  $H_a(x) = \{f_k | h(f_k) \geq a, k = \overline{1, K}\}$ .

Таким образом, математическая постановка задачи имеет следующую формальную запись:

$$\max_{a \in [0, 1]} \min \{a, g, (H_a(x))\} \rightarrow \max_{x \in \Delta_{S\beta}}.$$

Нечеткая мера  $g$  важности показателей устойчивости управления строится исходя из  $\lambda$  — правила Сугено:

$$g(H_a(x)) = \frac{1}{\lambda} (\Pi_{f_k \in H_a(x)} (1 + \lambda g(\{f_k\})) - 1),$$

с учетом условия нормировки  $\lambda$  — меры  $g$ :

$$\frac{1}{\lambda} \left( \prod_{k=1}^K (1 + \lambda g(\{f_k\})) - 1 \right) = 1, \quad -1 < \lambda < +\infty.$$

Следует отметить, что данная математическая модель относится к классу задач о многомерном ранце с нелинейной целевой функцией. Отличие рассматриваемой задачи от стандартной задачи о ранце состоит в построении нечеткой  $\lambda$  — меры  $g$  и нечеткого интеграла (нечеткой свертки) при построении целевой функции.

В качестве примера в таблице 2 приведены результаты расчетов, которые позволяют определить значения показателей, характеризующих приоритетность способов обеспечения устойчивости для этапа штатной эксплуатации системы управления АПО. Решаемая задача позволяет также получить целесообразные пропорции при распределении ресурса на обеспечение устойчивости.

Таблица. 2. Характеристики показателей приоритетности способов обеспечения устойчивости

№ показателя устойчивости	Мера важности показателя	Оценка способов обеспечения устойчивости					
		Способы обеспечения устойчивости					
		Организационные	Технические	Структурные	Эргономические	Программные	Алгоритмические
1.	0,15	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432
2.	0,357	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
3.	0,166	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
4.	0,298	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
5.	0,2	0,45	0,25	0,25	0,15	0,55	0,65
Приоритетность способов обеспечения устойчивости		0,45	0,432	0,43	0,3	0,5322	0,5322

**8. Заключение.** В статье разработана методика априорного исследования устойчивости планов применения средств управления активными подвижными объектами. Показано, что такое исследование целесообразно проводить последовательно, с применением качественных и количественных методов. Описаны особенности стохастических возмущающих воздействий, учет которых необходим при комплексном исследовании применения средств управления активными подвижными объектами. Разработанная методика количественного оценивания устойчивости планов основывается на прогнозе возможного числа сорванных операций управления АПО и дополнительно затрачиваемого времени выполнения технологических циклов управления. Предложен алгоритм выбора рациональных способов обеспечения устойчивости, базирующийся на использовании гибкой нечеткой свертки, что обусловлено отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. Рассмотрены примеры конструирования критерия устойчивости планов применения многофункциональных станций управления АПО и определения приоритетности способов обеспечения устойчивости. Полученные результаты должны позволить проводить своевременную адекватную корректировку первоначально запрограммированных алгоритмов расхода ресурсов АПО и средств управления, необходимость в которой может возникнуть вследствие изменения состояния среды, целенаправленных воздействий других систем и/или обнаружения ошибок оператора, разработчика, заказчика.

**Литература**

1. *Калинин В.Н.* Теория управления космическим аппаратом (на основе концепции активного объекта) // СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского. 2014. 182 с.
2. *Елисеев А.С., Гитман М.Б.* Оценка устойчивости производственного плана с учетом стохастичности ресурсных ограничений // Управление большими системами: сборник трудов. 2013. Вып. 42. С. 252–272.
3. *Seck B. et al.* Stability Analysis and Regularization of Uncertain Linear Multi-Objective Integer Optimization Problems // Engineering Optimization. 2012. vol. 44. no. 11. pp. 1279–1302.
4. *Грешилов А.А.* Об устойчивости оптимального решения задачи линейного программирования при неопределенности параметров задачи // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Приборостроение». 2003. № 4. С. 54–63.
5. *Ivanov D., Sokolov B., Pavlov A.* Dual problem formulation and its application to optimal redesign of an integrated production–distribution network with structure dynamics and ripple effect considerations // International Journal of Production Research. 2013. vol. 51. no. 18. pp. 5386–5403
6. *Рахмонов Ф.Н., Хамзаев А.А., Истамов М.Ф.* Исследование статической устойчивости Навоийской ТЭС методом функций Ляпунова в квадратичной форме // Молодой ученый. 2017. № 43. С. 58–65.
7. *Бурков В.Н.* Оптимальное управление комплексами операций // М.: Наука. 1972.
8. *Зимин И.Н., Иванов Ю.П.* Решение задач сетевого планирования сведением их к задачам оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1971. Т. 11. № 3. С. 632–641.
9. *Павлов О.В.* Динамическая оптимизация производственной деятельности предприятия с учетом эффекта кривой обучения // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2015. Т. 3. № 125. С. 88–92.
10. *Кокорин С.В., Потрясаев С.А., Соколов Б.В.* Комбинированный метод планирования операций и распределения ресурсов системы управления активными подвижными объектами // Приборостроение. 2012. Т. 55. № 11. С. 17–22.
11. *Калинин В.Н.* О некоторых задачах оптимального управления информационным взаимодействием космического аппарата с поверхностью Земли // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 4(41). С. 34–56.
12. *Carvalho M., Syguy T.* Efficiency and Effectiveness Analysis of Public Transport of Brazilian Cities // Journal of Transport Literature. 2015. vol. 9(3). pp. 40–44.
13. *Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е.* Механизмы управления динамическими активными системами // М.: ИПУ РАН. 2002. 124 с.
14. *Троцкий Д.В., Городецкий В.И.* Сценарная модель знаний и язык описания процессов для оценки и прогнозирования ситуаций // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 8. С. 94–127.
15. *Matinheikki Y., Pesonen T., Arto K., Peltokorpi A.* New value creation in business networks: The role of collective action in constructing system-level goals // Industrial Marketing Management. 2017. vol. 67. pp.122–133.
16. *Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z.* Tracking control for UAV trajectory // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. 2014. pp. 1889–1894.
17. *Popovic Z.* Basic mathematical models in economic-ecological control. Series: Economics and Organization // Facta Universitatis. 2008. vol. 5. no. 3. pp. 251–262.
18. *Феоктистов В.В., Феоктистова О.П., Чернышева И.Н.* Александр Михайлович Ляпунов и его задача об устойчивости движения // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2015. № 7. С. 65–76.

19. *Belov A.A., Andrianova O.G.* Computation of anisotropic norm for descriptor systems using convex optimization // 2013 International Conference on Process Control (PC). 2013. pp. 173–178.
20. *Saati T.* Decision making with the analytic hierarchy process // International Journal of Services Sciences. 2008. vol. 1. no. 1. pp. 83–98.
21. *Ашмев А.А., Гейда А.С., Лысенко И.В., Юсупов Р.М.* Эффективность функционирования и другие операционные свойства систем: задачи и метод оценивания // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 5(60). С. 241–270.
22. *Mirjalili S., Mirjalili S. M., Lewis A.* Grey Wolf Optimizer // Advances in Engineering Software. 2014. vol. 69. pp. 46–61.
23. *Sheeba P.S., Ghose D.* Optimal Resource Allocation and Redistribution Strategy in Military Konflikts with Lanchester Squire Law Attrition // Naval Research Logistics (NRL). 2008. vol. 55. no. 6. pp. 581–591.
24. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения // М.: Гостехиздат. 1950. 472 с.
25. *Крамер Я.С., Орлик Л.К.* О расширении понятия устойчивости по Ляпунову // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2017. № 39. С. 1871–1875.
26. *Кушнер Г.Дж.* Стохастическая устойчивость и управление // М.: Мир. С. 1969–2000.
27. *Rantzer A.* A dual to Lyapunov's stability theorem // Systems & Control Letters. 2001. vol. 42. no. 3. pp. 161–168.
28. *Иванов А.К.* Оптимизация устойчивости иерархических систем управления // Автоматизация процессов управления. 2015. № 3. С. 23–33.
29. *Imkeller P., Milstein G.N.* Moment Lyapunov exponent for conservative systems with small periodic and random perturbations // Stochastic Dynamics. 2002. vol. 2. pp. 25–48.
30. *Kurek J.E.* Stability of nonlinear time-varying digital 2-D Fornasini-Marchesini system // Multidimensional Systems and Signal Processing. 2014. vol. 25. no. 1. pp. 235–244.
31. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний // М.: Наука. 1981. 918 с.
32. *Калашиников В.В.* Качественный анализ поведения сложных систем методом пробных функций // М.: Наука. 1978. 247 с.
33. *Кузькин А.А.* Методика обеспечения устойчивости стратегии развития информационных технологий в организациях // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 6(37). С. 95–115.
34. *Ядыкин И.Б.* Частотный метод анализа устойчивости слабоустойчивых линейных динамических систем // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2014. № 3. С. 3–9.
35. *Коваленко А.Ю.* Анализ структурной устойчивости разнородных систем космических аппаратов // Труды СПИИРАН. Вып. 4(35). 2014. С. 108–116.
36. *Соловьева И.В., Соколов Б.В.* Алгоритм коррекции планов работы корпоративной информационной системы на основе метода позиционной оптимизации // Труды СПИИРАН. Вып. 1(20). 2012. С. 153–164.
37. *Карсаев О.В.* Обзор традиционных инновационных систем планирования миссий космических аппаратов // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 5(48). С. 151–181.
38. *Арсеньев В.Н., Силантьев С.Б., Ядрёнкин А.А.* Использование априорной информации для коррекции модели потока событий в сложной системе // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2017. Т. 60. № 5. С. 391–397.
39. *Девятков В.В.* Развитие методологии и технологии имитационных исследований сложных систем // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 5(36). С. 44–58.
40. *Katagiri H. et al.* Transactions of engineering technologies // International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2017. Springer. 2018. 403 p.

41. *Yeganefar N., Yeganefar N., Ghangui M., Moulay A.* Lyapunov Theory for 2-D Nonlinear Noesser Models: Application to Asymptotic and Exponential Stability // IEEE Transactions on Automatic Control. 2012. vol. 58. no. 5. pp. 1299–1304.
42. *Gorban A.N.* Coping with Complexity: Model Reduction and Data Analysis // Springer. 2010. 390 p.
43. *Ivanov D., Pavlov A., Sokolov B.* Exact and heuristic methods for integrated supply chain design reliability analysis // International Journal of Integrated Supply Management. 2016. vol. 10. no. 2. pp. 206–224.
44. *Arhipov V.* et al. Development of Event-Driven Models for Operation Data of Some Systems of Small Satellites // Computer Science On-line Conference. 2016. pp. 403–413.
45. *Петухов Г.Б., Якунин В.И.* Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем // М.: АСТ. 2006. 504 с.
46. *Найденев В.Г., Першин Е.В.* Исследование интервального показателя точности траекторного измерительного комплекса // Вооружение и экономика. 2017. Вып. 3(40). С. 14–21.
47. *Мальцев Г.Н., Назаров А.В., Якимов В.Л.* Исследование процесса диагностирования бортовой аппаратуры автоматических космических аппаратов с использованием дискретно-событийной имитационной модели // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 1(56). С. 95–121.
48. *Кунцевич В.М., Лычак М.М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова // М.: Наука. 1977. 387 с.
49. *Матросов В.М.* Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем // М.: Физматлит. 2001. 381 с.
50. *Bellman P.* Vector Lyapunov Functions // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1962. pp. 32–34.
51. *Скобелев П.О. и др.* Новый подход к управлению жизненным циклом изделий аэрокосмической промышленности с использованием теории сложности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 4. С. 282–287.
52. *Reshmin S.A.* Properties of the time-optimal control for Lagrangian single-degree-of-freedom systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2015. vol. 60. no. 12. pp. 350–355.
53. *Кац И.Я., Красовский Н.Н.* Об устойчивости систем со случайными параметрами // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 24. № 5. С. 809–823.
54. *Полтавский, А.В., Бурба А.А.* Моделирование задач информационно-управляющих систем беспилотных летательных аппаратов // Двойные технологии. 2012. № 4. С. 65–70.
55. *Горянский А.С., Пророк В.Я.* Методика планирования применения оптико-электронных средств мониторинга околоземного космического пространства. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2018. № 5. С. 68–83.
56. *Борисенков И.Л., Кашинов М.И., Родинов В.А.* Отечественные космические системы радиолокационного и радиоэлектронного мониторинга земной поверхности // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2014. № 2(195). С. 18–25.
57. *Ivanov D. et al.* A dynamic model and an algorithm for short-term supply chain scheduling in the smart factory industry 4.0 // International Journal of Production Research. 2016. vol. 54. no. 2. pp. 386–402.
58. *Torkjazi M., Fazlollahabbar H.* A Fuzzy Probabilistic Maximum Technique to Optimize an Unconstrained Utility Based Multi Objective Model // Industrial Engineering and Management. 2015. vol. 4. no. 147. pp. 2169–0316.
59. *Arora N., Saini J.K.R.* A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction // International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2013. vol. 2. no. 9. pp. 4425–4432.

60. *Laaksonen O., Peltoniemi M.* The essence of dynamic capabilities and their measurement // International Journal of Management Reviews. 2018. vol. 20(2). pp. 184–205.
61. *Pavlov A., Ivanov D., Dolgui A., Sokolov B.* Hybrid Fuzzy-Probabilistic Approach to Supply Chain Resilience Assessment // IEEE Transactions on Engineering Management. 2017. vol. 65. no. 2. pp. 303–315.
62. *Khuman A.S., Yang Y., John R.* Quantification of R-fuzzy sets // Expert Systems with Applications. 2016. vol. 55. pp. 374–387.
63. *Lertworaprachaya Y., Yang Y., John R.* Interval-valued fuzzy decision trees with optimal neighbourhood perimeter // Applied Soft Computing. 2014. vol. 24. pp. 851–866.

**Сугак Владимир Петрович** — д-р воен. наук, профессор, старший научный сотрудник, отдел комплексных исследований устойчивости автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: математическое моделирование, оптимизация процессов управления, устойчивость функционирования организационно-технических систем. Число научных публикаций — 280. vlsugak@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7 921 753 0629.

**Волков Валерий Федорович** — д-р воен. наук, профессор, профессор, кафедра системного анализа и математического обеспечения автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория эффективности, исследование операций, системный анализ. Число научных публикаций — 250. valfedvolkov@gmail.com; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7-(951)-652-32-63.

**Салухов Владимир Иванович** — канд. техн. наук, доцент, начальник отдела, отдел аспирантуры, информационно-образовательных технологий и услуг, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: информационные технологии в образовании, управление жизненным циклом инфотелекоммуникационных систем, анализ и разработка систем поддержки и принятия решений на базе современных информационных технологий. Число научных публикаций — 60. vsaluhov@bk.ru; 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)328-0103; факс: +7(812) 328-4450.

**Карайчев Алексей Сергеевич** — начальник лаборатории - старший научный сотрудник, отдел комплексных исследований устойчивости автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: математическое моделирование, анализ и разработка систем поддержки принятия решений. Число научных публикаций — 20. lsha83.05@mail.ru; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(921)-550-40-75.

**Поддержка исследований.** Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (№ 16-29-09482-офи-м, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073- офи-м, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), Госзадания Министерства образования и науки РФ № 2.1315.2017/4.6, в рамках бюджетной темы № 0073–2019–0004.

V.P. SUGAK, V.F. VOLKOV, V.I. SALUKHOV, A.S. KARAYCHEV  
**STUDY OF PLANS STABILITY OF ACTIVE MOVING OBJECTS  
CONTROL SYSTEMS APPLICATION**

---

*Sugak V.P., Volkov V.F., Salukhov V.I., Karaychev A.S. Study of Plans Stability of Active Moving Objects Control Systems Application.*

**Abstract:** The paper considers research of the plans stability of active moving objects (AMOs) control system application. AMOs are material objects moving in space and carrying out informational, material and energetic interaction with objects, control points and other AMOs.

Use of AMOs is usually regulated by strict requirements, so any time delay or incomplete target effect are unacceptable. The reason of failing to perform a purpose task can be the development of control using incorrect plans, so that realization of the plan is unstable due to random factors or targeted effects of the environment and other systems. The paper deals with problematic issues of complex research of active moving objects control application stability plans.

Quantitative and qualitative assessment methods of plans stability, ways and means of ensuring required levels of stability are proposed by the authors. In this case planning task is considered dynamic, which provides plan correction by means of organizational, structural and program-algorithmic methods to ensure stability. The most adequate model of plan implementation is appropriate system of differential equations. Notion of stability probability is defined to account stochastic character of disturbance effect. The expression for stability criterion is obtained. It allows to establish the fact of stability and instability based on analysis of properties of a purposefully built Lyapunov function and disturbances characteristics.

Developed technique of plans stability quantitative assessment is based on forecast of possible amount of AMOs frustrated control procedures and additionally duration of process control cycles. For solution of the problem of choosing stability rational ways, a flexible fuzzy convolution is applied. It's caused by the lack of additivity property of subjective experts assessments. An example of multifunctional AMOs control points plans stability criterion is provided. Quantitative assessments of stability plans in conditions of disturbance effects are obtained. An example of defining priority of ways of stability provision is considered.

**Keywords:** Stability Across Lyapunov, Stability on Probability, Lyapunov's Function, an Active Mobile Object, the Moment of the First Exit, Optimum Control.

---

**Sugak Vladimir Petrovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Senior researcher, Department of Comprehensive Sustainability Studies of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: mathematical modeling, optimization of management processes, stability of functioning of organizational and technical systems. The number of publications — 280. vlsugak@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7 921 753 0629.

**Volkov Valery Fedorovich** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of System Analysis and Mathematical Software of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: theory of effectiveness, operations research, system analysis. The number of publications — 250. valfedvolkov@gmail.com; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7-(951)-652-32-63.

**Salukhov Vladimir Ivanovich** — Ph.D., Associate Professor, Head of Department, Department of Post Graduate Studies, Information and Education Technologies and Services, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: information technologies in education, lifecycle management

infocommunication systems, analysis and development of support systems and decision-making on the basis of modern information technologies. The number of publications — 60. vsaluhov@bk.ru; 39, 14-th Line V.O., 199178, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)328-0103; fax: +7(812) 328-4450.

**Karaychev Aleksey Sergeevich** — Head of Laboratory - Senior Researcher, Department of Comprehensive Sustainability Studies of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: mathematical modeling, analysis and development of support systems and decision-making. The number of publications — 20. lesha83.05@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(921)-550-40-75.

**Acknowledgement.** The research described in this paper is partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 16-29-09482-ofi-m, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073-ofi-i, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), state order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation №2.3135.2017/4.6, state research 0073-2019-0004.

## References

1. Kalinin V.N. *Teoriya upravleniya kosmicheskim apparatom (na osnove koncepcii aktivnogo ob"ekta)* [The theory of control of the spacecraft (on the basis of the concept of an active object)]. SPb.: VKA imeni A.F. Mozhajskogo. 2014. 182 p. (In Russ.).
2. Yeliseyev A.S., Gitman M.B. [Estimating of the production plan taking stability into account stochasticity of resource restrictions]. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Large-Scale Systems Control*. 2013. vol. 42. pp. 252–272. (In Russ.).
3. Seck B. et al. Stability Analysis and Regularization of Uncertain Linear Multi-Objective Integer Optimization Problems. *Engineering Optimization*. 2012. vol. 44. no. 11. pp. 1279–1302.
4. Greshilov A.A. [On stability of the optimal solution of the linear programming problem under uncertainty of the problem parameters]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie" – Bauman Moscow State Technical University (BMSTU). Series "Instrument Engineering"*. 2003. vol. 4 pp. 54–63. (In Russ.).
5. Ivanov D., Sokolov B., Pavlov A. Dual problem formulation and its application to optimal redesign of an integrated production–distribution network with structure dynamics and ripple effect considerations. *International Journal of Production Research*. 2013. vol. 51. no. 18. pp. 5386–5403.
6. Rakhmonov F.N., Khamzayev A.A., Ismagilov M.F. [The Study of static stability of the Navoi thermal power plant by the method of Lyapunov functions in quadratic form]. *Molodoj uchenyj – Young scientist*. 2017. vol. 43. pp. 58–65. (In Russ.).
7. Burkov V.N. *Optimal'noe upravlenie kompleksami operacij* [Optimum control of complexes of operations]. M.: Nauka. 1972. (In Russ.).
8. Zimin I.N., Ivanilov Yu.P. [The solution of problems of network planning by their data to problems of optimum control]. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1971. Issue 11. vol. 3. pp. 632–641. (In Russ.).
9. Pavlov O.V. [Dynamic optimization of production activity of the enterprise taking into account effect of a curve of training]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo jekonomicheskogo universiteta – Vestnik of Samara State University of Economics*. 2015. Issue 3. vol. 125. pp. 88–92. (In Russ.).
10. Kokorin S.V., Potryasaev S.A., Sokolov B.V. [Complexed method of operations scheduling and distributing of active moving objects sources management system].

- Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2012. Issue 55. vol. 11. pp. 17–22. (In Russ.).
11. Kalinin V.N. [O some problems of optimum control of information exchange of the spacecraft with the Earth's surface]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 4(41). pp 34–56. (In Russ.).
  12. Carvalho M., Syguy T. Efficiency and Effectiveness Analysis of Public Transport of Brazilian Cities. *Journal of Transport Literature*. 2015. vol. 9(3). pp. 40–44.
  13. Novikov D.A., Smirnov I.M., Shokhina T. E. *Mekhanizmy upravleniya dinamicheskimi aktivnymi sistemami* [Mechanisms of management of dynamic active systems]. M.: IPU RAN. 2002. 124 p. (In Russ.).
  14. Trotsky D.V., Gorodetsky V.I. [Scenario-based knowledge model and language for situation assessment and prediction]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. vol. 8. pp. 94–127. (In Russ.).
  15. Matinheikki Y., Pesonen T., Artto K., Peltokorpi A. New value creation in business networks: The role of collective action in constructing system-level goals. *Industrial Marketing Management*. 2017. vol. 67. pp.122–133.
  16. Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. Tracking control for UAV trajectory. Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. 2014. pp. 1889–1894.
  17. Popovic Z. Basic mathematical models in economic-ecological control. Series: Economics and Organization. *Facta Universitatis*. 2008. vol. 5. no. 3. pp. 251–262.
  18. Feoktistov V.V., Feoktistova O.P., Chernishova I.N. [Aleksandr Mihaylovich Liapunov, the General Problem of the Stability of Motion]. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana – Science & education: Scientific Edition of Bauman MSTU*. 2015. vol. 7. pp. 65–76. (In Russ.).
  19. Belov A.A., Andrianova O.G. Computation of anisotropic norm for descriptor systems using convex optimization. 2013 International Conference on Process Control (PC). 2013. pp. 173–178.
  20. Saati T. Decision making with the analytic hierarchy process. *International Journal of Services Sciences*. 2008. vol. 1. no. 1. pp. 83–98.
  21. Ashimov A.A., Gejda A.S., Lusenko I.V., Yusupov R.M. [Performance and other operational properties of systems: objectives and method of evaluation]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 5(60). pp. 241–270. (In Russ.).
  22. Mirjalili S., Mirjalili S. M., Lewis A. Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*. 2014. vol. 69. pp. 46–61.
  23. Sheeba P.S., Ghose D. Optimal Resource Allocation and Redistribution Strategy in Military Konflikts with Lanchester Squire Law Attrition. *Naval Research Logistics (NRL)*. 2008. vol. 55. no. 6. pp. 581–591.
  24. Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustojchivosti dvizheniya* [The general task about stability of the movement]. M.: Gostekhizdat. 1950. 472 p. (In Russ.).
  25. Kramer J.S., Orlik L.K. [On the extension of the concept of Lyapunov stability]. *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal Koncept – Scientific and methodical electronic journal Concept*. 2017. vol. 39. pp. 1871–1875. (In Russ.).
  26. Kushner J. *Stochastic stability and management*. Academic Press. 1967. 176 p. (Russ. ed.: Kouchner G.Dzh. *Stokhasticheskaya ustojchivost' i upravlenie*. M.: Mir. 1969. 200 p.).
  27. Rantzer A. A dual to Lyapunov's stability theorem. *Systems & Control Letters*. 2001. vol. 42. no. 3. pp. 161–168.
  28. Ivanov A.K. [Optimization of stability of hierarchical control systems]. *Avtomatizacija processov upravlenija – Automation of control processes*. 2015. vol. 3. pp. 23–33. (In Russ.).

29. Imkeller P., Milstein G.N. Moment Lyapunov exponent for conservative systems with small periodic and random perturbations. *Stochastic Dynamics*. 2002. vol. 2. pp. 25–48.
30. Kurek J.E. Stability of nonlinear time-varying digital 2-D Fornasini-Marchesini system. *Multidimensional Systems and Signal Processing*. 2014. vol. 25. no. 1. pp. 235–244.
31. Andronov A.A., Vitt A.A., Hajkin S.E. *Teoriya kolebanij* [Theory of fluctuations]. M.: Nauka. 1981. 918 p. (In Russ.).
32. Kalashnikov V.V. *Kachestvennyj analiz povedeniya slozhnykh sistem metodom probnykh funktsij* [Qualitative analysis of behavior of difficult systems by method of trial functions]. M.: Nauka. 1978. 247 p. (In Russ.).
33. Kuz'kin A.A. [A technique of ensuring stability of the strategy of development for information technologies in the organizations]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 6(37). pp. 95–115. (In Russ.).
34. Yadykin I.B. [Frequency method of the analysis of stability slaboustoichivyykh of linear dynamic systems]. *Mehatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2014. vol. 3. pp. 3–9. (In Russ.).
35. Kovalenko A.Yu. [Analysis of structural stability of diverse systems of spacecrafts]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 4(35). pp. 108–116. (In Russ.).
36. Solovyova I.V., Sokolov B.V. [Algorithm of correction of plans of work of a corporate information system on the basis of a method of position optimization]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. vol. 1(20). pp. 153–164. (In Russ.).
37. Karsayev O.V. [Review of traditional innovative systems of planning of missions of spacecrafts]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 5(48). pp. 151–181. (In Russ.).
38. Arsenyev V.N., Silant'yev S.B., Yadryonkin A.A. [Use of aprioristic information for correction of model of a stream of events in the difficult system]. *Izvestija vysshih uchebnykh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2017. Issue 60. vol. 5. pp. 391–397. (In Russ.).
39. Devyatkov V.V. [Development of methodology and technology of imitating researches of the difficult systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 5(36). pp. 44–58. (In Russ.).
40. Katagiri H. et al. *Transactions of engineering technologies. International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2017*. Springer. 2018. 403 p.
41. Yeganefar N., Yeganefar N., Ghamgui M., Moulay A. Lyapunov Theory for 2-D Nonlinear Roesser Models: Application to Asymptotic and Exponential Stability. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012. vol. 58. no. 5. pp. 1299–1304.
42. Gorban A.N. *Coping with Complexity: Model Reduction and Data Analysis*. Springer. 2010. 390 p.
43. Ivanov D., Pavlov A., Sokolov B. Exact and heuristic methods for integrated supply chain design reliability analysis. *International Journal of Integrated Supply Management*. 2016. vol. 10. no. 2. pp. 206–224.
44. Arhipov V. et al. Development of Event-Driven Models for Operation Data of Some Systems of Small Satellites. *Computer Science On-line Conference*. 2016. pp. 403–413.
45. Petuhov G.B., Yakunin V.I. *Metodologicheskie osnovy vneshnego proektirovaniya celenapravlennykh processov i celeustremlyennykh sistem* [Methodological basis of external design of purposeful processes and purposeful systems]. M.: AST. 2006. 504 p. (In Russ.).
46. Najdenov V.G., Pershin E.V. [Study of interval measure of the accuracy of the trajectory measuring complex]. *Vooruzhenie i jekonomika – Armament and Economics*. 2017. vol. 3(40). pp. 14–21. (In Russ.).
47. Maltsev G.N., Nazarov V.A., Yakimov V.L. [Study of the process of diagnosing on-board equipment of automatic spacecraft with ispolzovaniya-event simulation model]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 1(56). pp. 95–121. (In Russ.).

48. Kuntsevich V.M., Lychak M.M. *Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya s pomoshch'yu funkciy Lyapunova* [Synthesis of automatic control systems using Lyapunov functions]. M.: Nauka. 1977. 387 p. (In Russ.).
49. Matrosov V.M. *Metod vektornykh funkciy Lyapunova: Analiz dinamicheskikh svoystv nelineinykh sistem* [The method of vector Lyapunov functions: analysis of dynamical properties of nonlinear systems]. M.: Fizzmatlit. 2001. 381 p. (In Russ.).
50. Bellman P. Vector Lyapunov Functions. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1962. pp. 32–34.
51. Skobelev P.O. et al. [A New Approach to Managing Life Cycle of Aerospace Products using Complexity Theory]. *Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2016. Issue 17. vol. 4. pp. 282–287. (In Russ.).
52. Reshmin S.A. Properties of the time-optimal control for Lagrangian single-degree-of-freedom systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2015. vol. 60. no. 12. pp. 350–355.
53. Katz I.Ya., Krasovskiy N.N. [About stability of systems with casual parameters]. *Prikladnaya matematika i mehanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1960. Issue 24. vol. 5. pp. 809–823. (In Russ.).
54. Poltavskiy A.V., Burba A.A. [Modeling of unmanned aircrafts information managing systems tasks]. *Dvojnye tehnologii – Doubled technologies*. 2012. vol. 4. pp. 65–70. (In Russ.).
55. Goryanskiy A.S., Prorok V.Y. [Technique of outer space optoelectronic monitoring devices application planning]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie" – Bauman Moscow State Technical University (BMSTU). Series "Instrument Engineering"*. 2018. vol. 5. pp. 68–83. (In Russ.).
56. Borisenkov I.L., Kalinov M.I., Rodinov V.A. [Blighty space systems of earth surface radar and radio electronic monitoring]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta – St. Petersburg State Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology*. 2014. vol. 2(195). pp. 18–25. (In Russ.).
57. Ivanov D. et al. A dynamic model and an algorithm for short-term supply chain scheduling in the smart factory industry 4.0. *International Journal of Production Research*. 2016. vol. 54. no. 2. pp. 386–402.
58. Torkjazi M, Fazlollahabari H. A Fuzzy Probabilistic Maximum Technique to Optimize an Unconstrained Utility Based Multi Objective Model. *Industrial Engineering and Management*. 2015. vol. 4. no. 147. pp. 2169–0316.
59. Arora N., Saini J.K.R. A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. 2013. vol. 2. no. 9. pp. 4425–4432.
60. Laaksonen O., Peltoniemi M. The essence of dynamic capabilities and their measurement. *International Journal of Management Reviews*. 2018. vol. 20(2). pp. 184–205.
61. Pavlov A., Ivanov D., Dolgui A., Sokolov B. Hybrid Fuzzy-Probabilistic Approach to Supply Chain Resilience Assessment. *IEEE Transactions on Engineering Management*. 2017. vol. 65. no. 2. pp. 303–315.
62. Khuman A.S., Yang Y., John R. Quantification of R-fuzzy sets. *Expert Systems with Applications*. 2016. vol. 55. pp. 374–387.
63. Lertworapachaya Y., Yang Y., John R. Interval-valued fuzzy decision trees with optimal neighbourhood perimeter. *Applied Soft Computing*. 2014. vol. 24. pp. 851–866.