



ブランド非購買に対する，家庭内在庫変数の影響と ブランドスイッチングの効果の分離と推定

その他のタイトル	Separation and Estimation of the Effects of Household Inventory Variables and Brand Switching Behaviors on Brand No-purchases
著者	宮? 慧, 星野 崇宏
雑誌名	関西大学商學論集
巻	66
号	1
ページ	1-20
発行年	2021-06-25
URL	http://doi.org/10.32286/00024710

ブランド非購買に対する，家庭内在庫変数の影響 とブランドスイッチングの効果の分離と推定

宮 崎 慧
星 野 崇 宏

要約

本研究の目的は商品の非購買に対する家庭内在庫の効果と，ブランドスイッチングの効果を分離し推定する手法を提案することである。商品の非購買行動の主な原因として家庭内在庫と他ブランドへのスイッチングが考えられるが，両者には消費者行動の点においても，また経営上の示唆を考える上においても大きな違いがある。従って両者の商品非購買への影響度を分離し推定することは重要な課題となる。

本研究ではブランドの効用間に時系列関係を仮定することでブランドスイッチングを探索可能にし，加えて家庭内在庫変数が強く影響すると考えられているカテゴリー購買行動を同時にモデル化する。これにより，通常の動的ブランド選択モデルでは不可能であった家庭内在庫変数の効果の分離を行い，正確にブランドスイッチングの効果を推定できるようにする。

1 はじめに

消費者は店舗内購買行動の際，多肢選択の意思決定を行う。購買行動の中には複数ブランドの選択行動も含まれる。ブランド選択については非集計の消費者別データを扱った研究が多く報告されている (Gonul & Srinivasan, 1993; Guadagni & Little, 1983; Rossi & Allenby, 1993)。これらの研究ではブランドごとで最適なプロモーション活動を消費者別に判定するために，消費者別に各商品の購買行動の時系列変化を記録したデータ，つまりスキャンパネルデータの解析を通して各商品・ブランドの購買行動間の因果関係が探索される。

通常ブランドが購買されない場合，その原因として主に当該製品カテゴリーの家庭内在庫の残存の効果か (Ailawadi & Neslin, 1998) もしくは他の競合ブランドへのスイッチングの効果が考えられるが，この2つは消費者行動の観点からも経営上の示唆においても大きな違いがある。前者は CRM (Customer Relationship Management) がより重要視され，後者は他ブランドにはない特色をアピールする販促戦略が重要視される。従って両者のブランド非購買への効果を分離し推定することは実務上重要なテーマとなる。

消費者行動理論では商品カテゴリー購買行動が家庭内在庫量に強く影響される行動と考えられている (Bucklin & Gupta 1992; Bucklin, Gupta, & Siddarth 1998)。Bucklin and Lattin (1991) では，購買が計画的か非計画的かを潜在変数に設定し，それぞれの状態のもとで商品カテゴリー購買発生とブランド選択を考え (競合ブランドのマーケティング変数の影響は考えていない)，購買発生に対する説明変数として家庭内在庫変数を用いている。Ailawadi and Neslin (1998) は Bucklin and Lattin (1991) と同様の家庭内在庫の定義式を用い，購買発生と購買量のモデル化を行っている。Ailawadi, Gedenk, Lutzky and Neslin (2007) ではプロモーションによる買いだめ (stockpiling) を，将来買わ

れるはずのブランドがプロモーションされ、購買が前倒しになる場合 (loyal acceleration) , 将来購買されるはずの競合ブランド購買を先取する場合 (preemptive switching) , 及び家庭内在庫がプロモーション後のブランド選択に与える影響 (repeat purchase effect) の3つに分け、それぞれの効果を測定している。しかし、家庭内在庫の効果と当期のブランドスイッチングの効果を分離することを目的とはしておらず、競合ブランド間のスイッチングの強さを潜在効用から直接推定することはできない。

そこで本研究では、ブランドの効用間に動的な構造を仮定することでブランドスイッチングを探索可能にし、さらに現在最も一般的な定義に基づく家庭内在庫変数を用いて商品カテゴリー購買行動をモデル化する。つまりカテゴリー購買が発生した場合にブランド購買モデルが適用される、いわゆるネスティッドモデルを設定する。これによりカテゴリー購買が起きた場合に限りブランド購買を考慮できるようにし、その上でブランド購買の潜在効用の間の自己回帰関係を見ることで、ブランドスイッチングによる非購買の効果も測定可能にする。本提案モデルはカテゴリー購買、ブランド購買のそれぞれに対するマーケティング変数の影響力を見ることができ、またブランド購買に影響するマーケティング変数の回帰係数がブランドごとで異なった上でカテゴリー購買でのマーケティング変数の回帰係数との比較が可能である。従って、例えば既にロイヤルティが確立されている有名ブランドは、実際に競合ブランドの価格プロモーションに対抗して値下げをする必要はあるか、また逆にロイヤルティの弱いブランドは競合ブランドのセールプロモーションに強く影響を受けるのか、といったことを実際に確認することができる。また競合ブランドのマーケティング変数が自ブランドに対して与える影響も測定しているため、他社の価格プロモーションが自社ブランドに与える影響や、競合ブランドが自社のセールプロモーションに便乗して費用を負担することなく売上をのぼしてしまう、いわゆるフリーライディング現象なども測定可能である。Chib, Seetharaman and Strijnev (2004) はカテゴリー購買とブランド購買のネスティッドモデルを考え、注目ブランドを一つも買っていないデータをも解析できるモデルを提案している。しかし、ブランド購買の潜在効用間に動的な関係は仮定されていないため、マーケティングミックスの影響を除外した上でのブランドスイッチングやブランドロイヤルティを測定することは不可能である。また競合ブランドのマーケティングミックスが特定ブランドに与える影響を直接的に測定することも不可能である。カテゴリー購買とブランド購買を同時に扱った他の先行研究として、Song and Chintagunta (2007) では購買量もモデル化している。ミクロ経済学の理論を応用し、複数カテゴリー選択行動において予算制約式のもとで効用を最大化するモデルを提案している。カテゴリー購買やブランド購買にはネスティッドロジットモデルを使用している。Andrews and Currim (2009) ではロジットモデルを用いてカテゴリー購買とブランド購買をモデル化し、さらに0トランケートポアソンモデルを使って購買量も考慮している。しかし、これらの研究はブランドスイッチングと家庭内在庫による商品非購買への効果を同時に求めることは不可能である。また近年のスキャンパネルデータの分析研究として、無差別曲線を用いた構造モデリングに基づく離散選択モデルが提案されている (Kim, Allenby & Rossi 2002; Chintagunta & Nair 2011) 。Lee and Allenby (2014) ではある商品の組について、両者が消費されて効用が生まれるが、片方の商品がもう一方の商品により依存している商品 (非対称補完財, asymmetric complements) の購買行動に対する構造モデルを提案している。Howell, Lee and Allenby (2016) は価格プロモーションの効果を予算制約式に組み込んだ直接効用モデルを提案し、実データ解析によって、価格プロモーションの効果は効用関数の変化ではなく予算集合による効果であ

ることを明らかにしている。ただし、これらの方法は既存の動的離散選択モデルとは関係が無いため、効用関数を用いて動的な構造を表現し、ブランドスイッチングを調べることはできない。また価格以外のマーケティング活動に関する情報（チラシ広告、店頭陳列など）を組み込めない。

本論文の構成は以下の通りである。2節では家庭内在庫とブランドスイッチングを同時に推定する提案モデルを記述し、3節では本提案モデルの有用性を示すため、Information Resources inc. 提供の IRI market data を解析し、有意義な結果を得た。最後に今後の研究の方向性と課題について議論する。付録ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたパラメータ推定方法を記述する。

2 モデル設定

商品カテゴリー選択とブランド選択両方に潜在効用を仮定し、プロビットモデルを用いる。商品カテゴリー選択については Ailawadi and Neslin (1998) にて定義された家庭内在庫変数を入れ、ブランド選択については潜在効用間に直接自己回帰関係を仮定することでブランドスイッチングの探索を可能にする。

消費者 i の t 期におけるカテゴリー購買の有無を表す変数を y_{it} とする。 $y_{it} = 1$ が購買、 $y_{it} = 0$ が非購買を表す。購買機会は $t = 1, \dots, T_i$ と表す。カテゴリー購買に関する潜在効用 v_{it} を仮定する。 v_{it} には個人ごとのブランドシェアで重みづけされたマーケティング変数の平均値、および家庭内在庫変数が影響すると仮定する。

$$v_{it} = \mathbf{x}'_{it}\boldsymbol{\beta}_i + \epsilon_{it}, \epsilon_{it} \sim N(0, 1) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\beta}_i \sim N(\boldsymbol{\theta}, V_{\beta}) \quad (2)$$

\mathbf{x}'_{it} にブランドのマーケティング変数の個人内シェア平均と家庭内在庫変数が入る。 $\bar{p}_{it}, \bar{d}_{it}, \bar{f}_{it}$ を全ブランドの価格、ディスプレイ、チラシ広告の個人ごとのブランドシェアで重みづけされた平均値、 h_{it} を家庭内在庫変数とすると、 \mathbf{x}_{it} は以下ようになる。

$$\mathbf{x}_{it} = (\bar{p}_{it}, \bar{d}_{it}, \bar{f}_{it}, h_{it})' \quad (3)$$

家庭内在庫変数の定義は Ailawadi and Neslin (1998) に従うとする。家庭内在庫変数はカレンダー時間のもとで定義される。カレンダー時間の時期を表す変数を $\tau (= 1, \dots, T)$ とすると、以下のよう

$$h_{i\tau} = h_{i[\tau-1]} + q_{i[\tau-1]} - \kappa_{i[\tau-1]} \quad (4)$$

ここで $q_{i\tau}$ は世帯 i が τ 期に買った商品の購買量、 $\kappa_{i\tau}$ は世帯 i の τ 期の消費率であり、以下のよう

$$\kappa_{i\tau} = h_{i\tau} \left(\frac{C_i}{C_i + h_{i\tau}^f} \right) \quad (5)$$

C_i は世帯 i の単位期間中の購買量の平均であり、全注目期間から算出する。 f は flexibility parameter と呼ばれるものであり、より値が大きいくほど家庭内在庫は消費されにくくなる。

ブランド購買は多項プロビットモデルを用いる。カテゴリー購買が起こった時点

を最初から番号を振り直し、 $s = 1, \dots, S_i$ と置く。ブランド購買に関するデータを $\mathbf{y}_{i_s}^*$ と書く。ブランドは B 個あ

るとする。ブランド番号は $b = 1, \dots, B$ と表す。 $\mathbf{y}_{is}^* = (y_{is1}^*, \dots, y_{isB}^*)$ と書け、それぞれの成分は 0 か 1 の値を取る。ブランド選択の指示変数 \mathbf{y}_{is}^* の背後に潜在効用 \mathbf{u}_{is} を仮定する。そのブランド自身のマーケティング変数を $W_{is}^{(\text{own})}$ 、他ブランドのマーケティング変数を $W_{is}^{(\text{cross})}$ とおき、それぞれ偏回帰係数ベクトルを $\boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{own})}$ 、 $\boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{cross})}$ とする。係数はブランドごとで異なるよう設定する。つまり $\boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{own})} = (\gamma_{i1}^{(\text{own})}, \dots, \gamma_{iB}^{(\text{own})})'$ 、 $\boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{cross})} = (\gamma_{i1}^{(\text{cross})}, \dots, \gamma_{iB}^{(\text{cross})})'$ とする。また \mathbf{u}_{is} の自己回帰係数行列を Λ_i とおく。 \mathbf{u}_{is} の構造は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{is} &= W_{is}^{(\text{own})} \boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{own})} + W_{is}^{(\text{cross})} \boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{cross})} + \Lambda_i \mathbf{u}_{i[s-1]} + \boldsymbol{\delta}_{is}, \quad \boldsymbol{\delta}_{is} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma) \\ &= W_{is} \boldsymbol{\gamma}_i + \Lambda_i \mathbf{u}_{i[s-1]} + \boldsymbol{\delta}_{is} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $W_{is} = (W_{is}^{(\text{own})}, W_{is}^{(\text{cross})})$ 、 $\boldsymbol{\gamma}_i = (\boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{own})}, \boldsymbol{\gamma}_i^{(\text{cross})})'$ である。ただし多項プロビットモデルでは識別性を確保するためにベースラインとなる要素が必要である。ここでは最後の B 番目のブランドをベースラインとする。よって $\mathbf{u}_{is} = (u_{is1}, \dots, u_{is[B-1]})'$ となる。最初の期 $s = 1$ については、自己回帰関係を仮定しない、つまり $\mathbf{u}_{i0} = \mathbf{0}$ とする。ブランド間の組み合わせごとにマーケティング変数の潜在効用への影響を考慮すると組み合わせ爆発が生じ、推定パラメータ数が非常に多くなるため、推定が不安定になることが考えられる。従ってブランド間の組み合わせに関わらず、マーケティング変数の影響は共通とする。マーケティング変数に対する回帰係数は変量効果を仮定し、マーケティング変数に対する消費者の反応及びブランドに対する base preference の異質性をモデルする。仮に消費者異質性を無視してしまうと本モデルは動的な構造を仮定しているため、自己回帰項が過大に推定される危険がある。この過大推定は値下げなどのプロモーション活動をより過大に評価してしまう可能性があるため、本モデルにおいて消費者の異質性を仮定することは重要である (Paap & Franses, 2000)。また本研究では購買時間 s は購買機会であるため購買間隔は消費者ごとで異なる。従って前回の購買時の効用が当期の効用に与える影響は消費者ごとで異なると考え、自己回帰係数行列についても変量効果を仮定するのが自然である。具体的に変量効果 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 、 Λ_i について、以下の分布を仮定する。

$$\boldsymbol{\gamma}_i \sim N(\boldsymbol{\phi}, V_\gamma) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = \text{vec}(\Lambda_i') \sim N(\boldsymbol{\psi}, V_\eta) \quad (8)$$

カテゴリーおよびブランド購買と潜在効用との関係

カテゴリー購買 y_{it} は v_{it} によって以下のように決定されるとする。

$$y_{it} = \begin{cases} 1 & (v_{it} > 0) \\ 0 & (v_{it} \leq 0) \end{cases} \quad (9)$$

ブランド購買はカテゴリー購買が起こった場合、つまり $y_{it} = 1$ のときにのみ発生し、以下のように決定する。

$$y_{it} = 1 \text{ のとき}, \quad (10)$$

$$y_{is}^* = \begin{cases} b (\neq B) & (u_{isb} > \max(\mathbf{u}_{is, -b}, 0)) \\ B & (\max(\mathbf{u}_{is}) < 0) \end{cases} \quad (11)$$

ここで $u_{is,-b}$ は u_{is} から u_{isb} を除いたベクトルである。

モデルの全体的な構造は図1のようになる。本提案モデルは変量係数を仮定しているために階層構造を含み、また同時に離散選択モデル（プロビット・モデル）を仮定している。このような多次元の積分操作を要する複雑なモデルではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定法が有効である。ベイズ・モデルではパラメータの階層構造の表現が簡単であり、この利点を生かしたマーケティングデータ解析のためのベイズ・モデルが先行研究でも多く提案されている。詳しくは Rossi, Allenby and McCulloch (2012) を参照されたい。

事前分布、完全条件事後分布及び MCMC アルゴリズムの詳細は付録に記した。

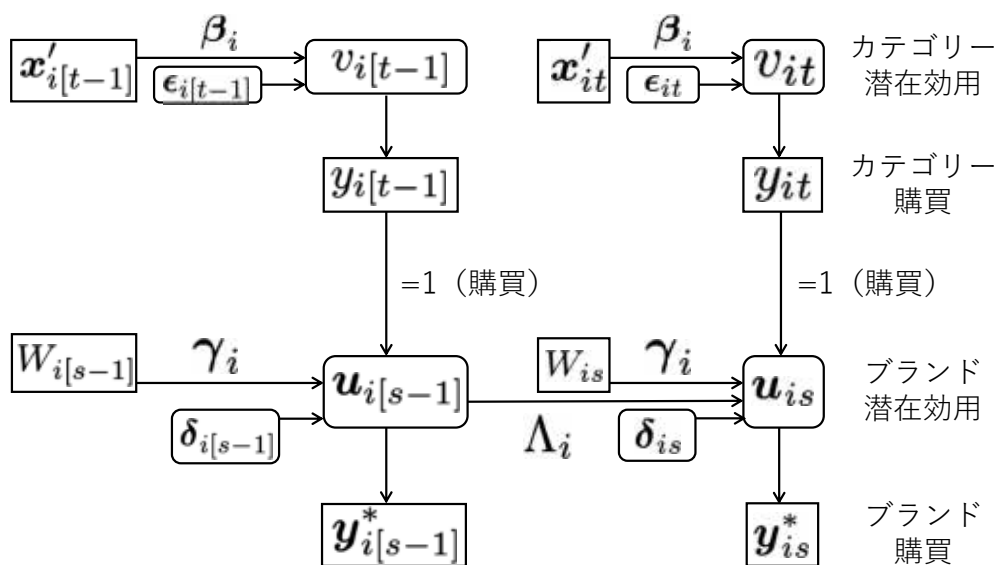


図 1: モデルの全体構造

モデル選択

ベイズ統計学におけるモデル選択法は、周辺尤度や情報量規準、ベイズファクターなどを用いたモデル間の相対評価と適合度による絶対評価に大別されるが、本研究では前者を採用し、周辺尤度によるモデル選択を行った。本研究では周辺尤度の計算に Newton and Raftery (1994) の方法を用いた。

3 実証分析：IRI マーケティングデータセット

本提案手法の有用性を記述するために、アメリカの Information Resources Inc. 社提供の IRI マーケティングデータセットを用いた (Bronnenberg, Kruger and Mela, 2008)。対象期間は 2002 年 1 月から 2003 年 12 月までであり、洗剤市場の消費者パネルデータを解析した。

洗剤市場データの解析

購買回数上位 3 ブランド (P & G, Church, Unilever) とこれら 3 ブランド以外のブランド群を 1

つにまとめて分析対象とした。これら主要4ブランドを解析対象期間である2002年1月から2003年12月までの2年間に少なくとも10回購入している1584世帯を抽出した。全13893世帯からこの1584世帯を除いた12309世帯のデモグラフィック情報を表1に掲載した。これを見ると解析対象世帯の方が世帯収入と世帯人数共に若干高い。また期間中の購買件数は67187件であった。価格については単位量あたりの値に変換するための数値 (Volume equivalent という) を用い、16オンスあたりの価格に換算した。洗剤の全ブランド購買履歴データのうち、P & G, Church, Unilever, Other brands の占める割合はそれぞれ32.12%, 21.59%, 16.97%, 29.32%である。4ブランドのマーケティング変数の平均、及びブランド遷移行列を表2に掲載した。表側が遷移元を、表頭が遷移先のブランドを表す。対角要素は各ブランドの反復購入確率を表す。例えば当期にChurchの商品を買った消費者のうち約60%は、次の購買機会に再び同じブランドを買う傾向にあるが、約25%の消費者はOther brandsに遷移し、P & Gを買った消費者はChurchやUnileverを買った消費者よりも、次の購買機会に同じブランドを買う傾向が強いといったことがわかる。しかしこれは表2にあるように各ブランドで程度の異なるマーケティングミックスの影響を含んだ結果であるため、直接ブランドロイヤルティと解釈することはできない (Paap & Franses, 2001)。

表1: 解析対象世帯と非対象世帯のデモグラフィック変数の平均

	世帯合計収入 ($\times 10^3$ \$/月)	世帯人数
対象世帯	5.021 (2.724)	2.810 (1.308)
非対象世帯	4.064 (2.654)	2.280 (1.257)

(括弧内は標準偏差)

表2: マーケティング変数の平均とブランド遷移行列

		P & G	Church	Unilever	Other brands
マーケティング変数 平均値	価格	1.324	0.6253	0.9908	0.7093
	チラシ広告	0.08194	0.06945	0.1086	0.07561
	ディスプレイ	0.04436	0.04608	0.07111	0.05246
ブランド遷移 行列	P & G	0.8045	0.04251	0.07486	0.07816
	Church	0.07341	0.5911	0.08472	0.2507
	Unilever	0.1637	0.08536	0.5675	0.1834
	Other brands	0.1041	0.2003	0.09345	0.6022

推定結果

上記1584世帯のうち、1400世帯をパラメータ推定用サンプル、残り184世帯をモデル検証用サンプルにランダムに分けた。競合ブランドのマーケティング変数の影響の有無、およびブランドの潜在効用に対する自己回帰関係の仮定の有無について $2 \times 2 = 4$ 通りのモデルを想定し、モデル比較を行った。競合ブランドの効果とブランドの潜在効用間の自己回帰関係ともに考慮しないモデルは Chib et al. (2004) のモデルに該当する。

Newton and Raftery (1994) の方法を用いて対数周辺尤度の計算を行った。結果は表3に記載し

た。自己回帰係数と競合ブランドの効果を共に含むモデルが最良であった。従って対立モデルと比較し、データへの当てはまりの良さは向上していることが分かる。採択されたモデルについて、MCMC サンプル列は最初の 10000 回を Burn-in とし、5000 回分をパラメータ推定に用いた。収束判定には Geweke (1992) の方法を用いた。パラメータ推定に用いた MCMC サンプルを前半 50% と後半 50% に分け Geweke の p 値を算出した。計算の結果、パラメータは全て収束していることが確認された。

前節で得られたパラメータから、ホールドアウトサンプルによるモデルの検証を行った。分析に用いなかった 184 のサンプルから検証を行った。本研究では、モデルの予測精度の検証手法としてカテゴリー購買生起と購買されたブランドの種類的中率を用いた。対立モデルは対数周辺尤度の比較を行った際のモデル群と同様である。計算結果は表 4 のようになった。また以下全ての表において、括弧内は 95 % ベイズ信用区間、太字は 95 % 区間に原点を含まなかったものを表す。

表 3: 対数周辺尤度の表

		競合ブランドの効果	
		あり	なし
自己回帰係数	あり	-96930.54	-98567.59
	なし	-97268.71	-101895.78

表 4: 各モデルにおける的中率の計算結果

		競合ブランドの効果	
		あり	なし
自己回帰係数	あり	0.7470	0.7439
	なし	0.7469	0.7454

表 5 を見ると、ディスプレイの回帰係数が最も高い。これより洗剤の販促にはチラシ広告よりもディスプレイの方が有効であることが分かる。表 6 を見ると、切片の高いブランドほど価格プロモーションに対する反応性が高いことが分かる。一般にブランド化された製品需要の特徴は、価格を引き下げても需要はそれほど減少しないが、価格を下げると大きく増加する点にある (田村, 2010) が、本解析でもこれが追認された。またブランド切片の値が高い、つまりロイヤルティの高いブランドであるほど、競合ブランドのチラシ広告とディスプレイの効果が正になる傾向が見て取られる。これはチラシ広告やディスプレイにより商品カテゴリー購買の必要性に気づくが、その上で普段買っているブランドを購買していると解釈できる。つまり競合ブランドが自社のセールスプロモーションに便乗して費用を負担することなく売上をのばしてしまう、フリーライディング現象が起きていると推察できる。

自己回帰係数行列を見ると、全ブランドについて前回の購買時の効用が当期に有意に正の効果を与えている。全ブランドについて習慣的購買傾向が見られるが、特にその傾向は Unilever, P & G, Church の順で強いことが分かる。またごく僅かであるが、Unilever を買った消費者は P & G から、Church を買った消費者は Unilever から離反する傾向にあることが読み取られる。

表 5: カテゴリー購買のパラメータの推定値と 95 % ベイズ信用区間

	price	feature	display	inventory
θ	-1.810 (-2.094,-1.529)	1.137 (0.969,1.297)	2.017 (1.854,2.178)	-1.126 (-1.181,-1.075)
V_{β}	price 25.97 (23.62,28.65)	feature 5.687 (4.700,6.713)	display 1.721 (1.165,2.267)	inventory 3.630 (2.947,4.506)
	price 2.166 (1.250,3.172)	feature 1.721 (1.165,2.267)	display 3.630 (2.947,4.506)	inventory 0.7863 (0.7069,0.8773)
	price -0.08106 (-0.3577,0.2038)	feature -0.1515 (-0.3147,0.01727)	display -0.06721 (-0.2245,0.09466)	inventory 0.7863 (0.7069,0.8773)

4 考察

本論文ではブランド非購買に対する家庭内在庫変数の効果とブランドスイッチングの効果を分離し同時に推定する方法を提案した。本提案手法はカテゴリー購買に注目することで家庭内在庫の効果を、ブランド購買の潜在効用間に動的関係を仮定することでブランドスイッチング、及び習慣的購買行動 (inertia purchase behavior) をそれぞれ分離して測定することが可能である。またブランド購買において、競合ブランドのプロモーションが及ぼす影響についても推定可能である。

提案手法を用いた洗剤データの解析例から、ブランド購買について、ロイヤルティの高いブランドほど競合ブランドのチラシ広告やディスプレイなどのプロモーション効果が正になることが分かった。前述のようにこれは他社のセールスプロモーションに便乗して自社ブランドが売上をのぼすフリーライディング現象と考察したが、フリーライディングに関連する先行研究は少ない。古くはChevalier (1975) では最寄品 8 カテゴリーで、特定ブランドの陳列が同一カテゴリー内の他ブランドに及ぼす影響を検証し、セールスプロモーション実施後は当該ブランドを含むカテゴリー全体の販売促進効果があることを指摘している。Kopalle, Mela and Lawrence Marsh (1999) は集計データを用いて特定ブランドのセールスプロモーションが他の競合ブランドの販売を促進する場合もあることを確認している。Van Heerde, Leeflang and Wittink (2004) はセールスプロモーションの効果をブランド間の効果、時系列間の効果、カテゴリー拡大の効果の 3 つに分解し、さらにブランド間の効果をカニバリゼーション効果とブランド間効果に分解している。これらの研究のようにブランドやカテゴリーレベルでのセールスプロモーションの効果に関して、カニバリゼーションについては報告されているが、フリーライディングについては殆ど報告されていない。そのため本研究のように、カテゴリー内でブランドごとにプロモーションの own effect, cross effect を検証し、フリーライディングを測定可能としたことの意義は大きいと考えられる。

今後の方向性としては、ブランド購買とカテゴリー購買、補完性と代替性との関連の探索が考えられる。複数の商品カテゴリーの補完性については、Manchanda, Ansari and Gupta (1999) の多変量

表 6: ブランド切片, own effect, cross effect の推定平均値, 及び自己回帰係数の推定値

	P & G	Church	Unilever
<i>Intercepts</i>	3.172 (2.890,3.478)	-1.047 (-1.321,-0.7969)	0.1596 (-0.05912,0.3712)
<i>own effect</i>			
Price	-7.501 (-8.273,-6.790)	-2.891 (-3.269,-2.546)	-6.238 (-7.153,-5.412)
Feature	0.8485 (0.6284,1.039)	0.5522 (0.3925,0.7594)	0.7000 (0.4817,0.9190)
Display	0.9467 (0.8055,1.050)	1.172 (1.012,1.319)	1.237 (1.095,1.424)
<i>cross effect</i>			
Price	2.693 (2.320,3.120)	0.1416 (0.03384,0.2156)	1.983 (1.582,2.455)
Feature	0.2981 (0.1923,0.4037)	-0.03613 (-0.1625,0.07685)	0.1525 (0.03999,0.3158)
Display	0.1590 (0.06918,0.2503)	-0.1364 (-0.2423,-0.03558)	0.1979 (0.09384,0.2991)
<i>Autoregression</i>			
P & G	0.1074 (0.06068,0.1588)	-0.01471 (-0.029917,0.001329)	-0.02154 (-0.03851,-0.003809)
Church	-0.01578 (-0.064392,0.02640)	0.08451 (0.05146,0.1140)	-0.01704 (-0.059752,0.02133)
Unilever	-0.02192 (-0.048674,0.007700)	-0.02339 (-0.04193,-0.003885)	0.1627 (0.1092,0.2089)

プロビットモデルを用いた研究が有名である。ブランド間の代替性に注目した研究は古くから盛んに研究されてきた (Guadagni & Little 1983; Mela, Gupta & Lehmann 1997; Chintagunta 1993)。商品カテゴリー間の代替性を考慮した研究には Park and Gupta (2011) の研究がある。この研究では商品カテゴリーの代替性の例としてヨーグルトと野菜ジュースを挙げ、習慣的に朝食にヨーグルトを採っていた消費者が栄養の偏りを心配し、ある時期から野菜ジュースに移行するといった現象を、レジームスイッチングモデルを用いて評価している。しかしブランド選択におけるブランド間の補完性を考慮した論文は殆どない。本研究で扱った IRI データにおいて、例えばトイレットティッシュの場合、2002 年から 2003 年の間に 10 回以上購買している消費者の内、複数ブランドを 1 回でも同時に購買している消費者は全体の 33.1 % にも上る。複数ブランドの同時購買と単一の購買を同時にモ

表 7: γ_i の推定分散共分散行列 (ブランド切片)

	P & G	Church	Unilever
P & G	3.141 (2.324,4.278)		
Church	-0.08855 (-0.3494,0.1433)	0.6704 (0.4377,0.9499)	
Unilever	2.378 (1.752,3.257)	0.03715 (-0.1795,0.2807)	1.875 (1.339,2.601)

表 8: γ_i の推定分散共分散行列 (P & G)

		Own effect		
		Price	Feature	Display
	Price	21.09 (14.77,27.01)		
Own effect	Feature	0.9267 (-0.1848,2.284)	0.5728 (0.3454,0.9535)	
	Display	-1.084 (-2.164,-0.4763)	-0.04228 (-0.1619,0.1029)	0.07532 (0.02591,0.1920)
Cross effect	Price	-8.995 (-12.18,-6.016)	-0.9913 (-1.576,-0.5264)	0.4624 (0.2215,0.9581)
	Feature	-1.127 (-2.189,-0.3563)	-0.3515 (-0.5777,-0.1994)	0.06008 (-0.01945,0.1225)
	Display	0.1866 (-0.2885,0.5228)	-0.05632 (-0.2129,0.02880)	-0.01310 (-0.04807,0.01082)
		Cross effect		
		Price	Feature	Display
	Price	4.585 (2.874,6.431)		
Cross effect	Feature	0.8330 (0.4289,1.469)	0.2515 (0.1132,0.4717)	
	Display	-0.001001 (-0.1955,0.2317)	0.02356 (-0.02811,0.08913)	0.02534 (0.006512,0.07680)

デル化する研究も今後の課題である。

他の研究の方向性としては、マーケティングミックスがブランドロイヤルティの構築にどの程度寄与しているか、チラシ広告についてはその種類によってフリーライディングの起こり具合の変化を探

表 9: γ_i の推定分散共分散行列 (Church)

		Own effect		
		Price	Feature	Display
	Price	3.739 (2.578,5.584)		
Own effect	Feature	0.3406 (0.05599,0.8520)	0.05258 (0.008526,0.1613)	
	Display	0.07036 (-0.3043,0.6724)	-0.007967 (-0.05149,0.02635)	0.02846 (0.004455,0.1076)
	Price	0.3919 (0.1811,0.5636)	0.03347 (0.002321,0.08027)	0.009401 (-0.02527,0.06767)
Cross effect	Feature	0.2045 (0.07603,0.4270)	0.01400 (-0.002359,0.03131)	0.009772 (-0.009428,0.05852)
	Display	0.01486 (-0.3190,0.2789)	0.005773 (-0.02205,0.03890)	-0.008228 (-0.04106,0.004709)
		Cross effect		
		Price	Feature	Display
	Price	0.05605 (0.01990,0.1007)		
Cross effect	Feature	0.02654 (0.007008,0.05533)	0.02477 (0.007648,0.05849)	
	Display	0.004438 (-0.02294,0.04501)	-0.001144 (-0.02001,0.01861)	0.01643 (0.003591,0.04345)

索することが考えられる。バスケットレベルのデータがあれば、カテゴリ購買とブランド購買決定における、複数カテゴリ間の関係を見ることも重要である。また購買量のモデル化も今後の研究として考えられる。近年では複数カテゴリ購買と購買量の同時モデルが提案されている。例えば van der Lans (2018) は複数カテゴリ購買、購買量および数量割引などの非線形な価格戦略を同時に捕捉する選択モデルを提案している。Kim, Jun and Park (2018) は同時購買と購買量および購入数量の一致傾向の3つのパターンを、コンピュータを用いて同時に組み込んだ統一的なアプローチを提案している。ただしブランド選択は扱っていない。本提案モデルの複数カテゴリやコンピュータを用いた拡張も今後の課題と言える。

また本研究ではチラシ広告等のプロモーション効果の時間変化や価格弾力性への影響を考慮していないが、広告には長期効果があり、広告によって価格弾力性が小さくなる一方で、長期的には価格プロモーションは価格弾力性を大きくすることが知られている (Mela et al., 1997)。従って、長期的にブランド間の推移関係が広告などのプロモーションによって変わる可能性がある。これを考えるにはプロモーションの回帰係数が時変するモデルを考える必要があり、今後検討したい。

表 10: γ_i の推定分散共分散行列 (Unilever)

		Own effect		
		Price	Feature	Display
	Price	35.01 (26.37,46.28)		
Own effect	Feature	6.641 (3.909,10.13)	1.528 (0.5995,2.731)	
	Display	1.576 (0.8318,3.313)	0.3336 (0.1318,0.7325)	0.09971 (0.03458,0.2662)
	Price	-12.85 (-17.57,-9.209)	-2.703 (-4.298,-1.400)	-0.6121 (-1.201,-0.2991)
Cross effect	Feature	-2.485 (-4.252,-1.244)	-0.6595 (-1.240,-0.2003)	-0.1327 (-0.3041,-0.04091)
	Display	-0.7588 (-1.436,0.03915)	-0.1149 (-0.2445,-0.008266)	-0.03296 (-0.1073,-0.0005870)
		Cross effect		
		Price	Feature	Display
	Price	5.026 (3.296,7.165)		
Cross effect	Feature	1.109 (0.4651,1.925)	0.3269 (0.07393,0.7029)	
	Display	0.2477 (0.007082,0.4427)	0.03383 (-0.009904,0.08682)	0.03444 (0.005849,0.07637)

付録：パラメータ推定方法

以下，表記の簡便のために， $A = B - 1$ とおく．

事前分布

パラメータの事前分布は以下のように設定する．

$$\boldsymbol{\theta} \sim N(\boldsymbol{\mu}_{0\theta}, \Sigma_{0\theta}), \quad \boldsymbol{\phi} \sim N(\boldsymbol{\mu}_{0\phi}, \Sigma_{0\phi}), \quad \boldsymbol{\psi} \sim N(\boldsymbol{\mu}_{0\psi}, \Sigma_{0\psi}), \quad (12)$$

$$f \sim N(\mu_f, \sigma_f^2), \quad V_\beta \sim IW(\nu_{0\beta}, \Psi_{0\beta}), \quad V_\gamma \sim IW(\nu_{0\gamma}, \Psi_{0\gamma}) \quad (13)$$

$$V_\eta \sim IW(\nu_{0\eta}, \Psi_{0\eta}), \quad \Sigma \sim IW(\nu_{0\Sigma}, \Psi_{0\Sigma}) \quad (14)$$

但し実質的に無情報となるように，正規分布の分散は十分大きくとる（1000程度）．また逆ウィッシュャート分布のシェイプ・パラメータは各々対応する回帰係数ベクトルの要素数，スケールパラメータはその対角成分がシェイプ・パラメータの値に等しい対角行列とする．

同時事後分布

パラメータの同時事後分布は以下ようになる。以下、ブランド購買データとカテゴリー購買データをまとめて Y と書く。

$$\begin{aligned}
 & \pi(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, f, \boldsymbol{\eta}, \Sigma, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\psi}, V_\beta, V_\gamma, V_\eta | Y) \\
 & \propto f(Y | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, f, \boldsymbol{\eta}, \Sigma, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\psi}, V_\beta, V_\gamma, V_\eta) \pi(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, f, \boldsymbol{\eta}, \Sigma, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\psi}, V_\beta, V_\gamma, V_\eta) \\
 & = \pi(f) \pi(\Sigma) \pi(\boldsymbol{\theta}) \pi(\boldsymbol{\phi}) \pi(\boldsymbol{\psi}) \pi(V_\beta) \pi(V_\gamma) \pi(V_\eta) \\
 & \quad \left\{ \prod_{i=1}^N \pi(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \pi(\boldsymbol{\gamma}_i | \boldsymbol{\phi}, V_\gamma) \pi(\boldsymbol{\eta}_i | \boldsymbol{\psi}, V_\eta) \pi(\mathbf{v}_i | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_i) \pi(\mathbf{u}_i | W_i, \boldsymbol{\gamma}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \Sigma) f(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_i^* | \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) \right\} \\
 & = \pi(f) \pi(\Sigma) \pi(\boldsymbol{\theta}) \pi(\boldsymbol{\phi}) \pi(\boldsymbol{\psi}) \pi(V_\beta) \pi(V_\gamma) \pi(V_\eta) \left\{ \prod_{i=1}^N \pi(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \pi(\boldsymbol{\gamma}_i | \boldsymbol{\phi}, V_\gamma) \pi(\boldsymbol{\eta}_i | \boldsymbol{\psi}, V_\eta) \right. \\
 & \quad \left. \prod_{t=1}^{T_i} [I(v_{it} > 0) \pi(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{y_{it}} [I(v_{it} < 0) \pi(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{1-y_{it}} \right. \\
 & \quad \left. \prod_{s=1}^{S_i} [I(\mathbf{u}_{is} \in R_{is}) \pi(\mathbf{u}_{is} | \mathbf{u}_{i[s-1]}, \boldsymbol{\eta}_i, \boldsymbol{\gamma}_i, \Sigma, W_{is})] \right\} \tag{15}
 \end{aligned}$$

ここで、

$$R_{is} = \left\{ \mathbf{u}_{is} : \begin{cases} u_{isb} > \max(\mathbf{u}_{is, -b}, 0) & (y_{is}^* = b (\neq B) \text{ のとき}) \\ \max(\mathbf{u}_{is}) < 0 & (y_{is}^* = B \text{ のとき}) \end{cases} \right\} \tag{16}$$

である。

完全条件付事後分布

各パラメータの完全条件付き事後分布を以下に記載する。全てのパラメータが所与であることを... で表す。

$\langle \mathbf{v}_i \rangle$

t 期の効用関数は (2) 式で与えられる。 y_{it} の値に対応して、以下の分布から発生する。

$$v_{it} | \dots \sim N(\mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta}_i, 1) \times [I(y_{it} = 1) I(v_{it} > 0) + I(y_{it} = 0) I(v_{it} < 0)] \tag{17}$$

$\langle \mathbf{u}_i \rangle$

i 番目のサンプルについて、以下のベクトルおよび行列を定義する。 $\mathbf{u}_i = (\mathbf{u}'_{i1}, \dots, \mathbf{u}'_{iS_i})'$, $W_i = (W'_{i1}, \dots, W'_{iS_i})'$, $\boldsymbol{\delta}_i = (\boldsymbol{\delta}'_{i1}, \dots, \boldsymbol{\delta}'_{iS_i})'$ また以下の条件式を満たす部分行列 $A_{pq}(p, q = 1, \dots, S_i)$ を

用いて、行列 Ξ_i を以下の様に定義する.

$$\Xi_i = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1S_i} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2S_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{S_i1} & A_{S_i2} & \cdots & A_{S_iS_i} \end{pmatrix}, \quad A_{pq} = \begin{cases} O & (p-q \leq 0 \text{ or } 1 < p-q) \\ \Lambda_i & (p-q = 1) \end{cases} \quad (18)$$

これらのベクトルと行列を用いて、 \mathbf{u}_i は以下の様に表される.

$$\mathbf{u}_i = W_i \boldsymbol{\gamma}_i + \Xi_i \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\delta}_i, \quad \boldsymbol{\delta}_i \sim N(\mathbf{0}, I_{S_i} \otimes \Sigma) \quad (19)$$

\mathbf{u}_i について整理すると、以下のようになる.

$$\mathbf{u}_i = \Upsilon^{-1} W_i \boldsymbol{\gamma}_i + \Upsilon^{-1} \boldsymbol{\delta}_i \quad (20)$$

ここで、 $\Upsilon = I_{A \cdot T} - \Xi_i$ である. これより、 $\boldsymbol{\mu}_u = \Upsilon^{-1} W_i \boldsymbol{\gamma}_i$ 、 $\Sigma_u = \Upsilon^{-1} (I_{S_i} \otimes \Sigma) \Upsilon^{-1}$ とおくと、 \mathbf{u}_i は以下の切斷正規分布からサンプリングすればよい.

$$\mathbf{u}_i \sim I(\mathbf{u}_i \in R_i) N(\boldsymbol{\mu}_u, \Sigma_u) \quad (21)$$

< $\boldsymbol{\beta}_i$ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \times \prod_{t=1}^{T_i} [I(v_{it} > 0) p(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{y_{it}} [I(v_{it} < 0) p(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{1-y_{it}} \quad (22)$$

であり、 \mathbf{v}_i の完全条件付き分布から生成されたカテゴリー購買の効用ベクトル \mathbf{v}_i^a を使って、

$$p(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \times \prod_{t=1}^{T_i} p(v_{it}^a | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it}) \quad (23)$$

と書ける. これより、以下の分布から発生させればよい.

$$\boldsymbol{\beta}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}_\beta, \Sigma_\beta), \quad (24)$$

$$\Sigma_\beta = \left\{ V_\beta^{-1} + \sum_{t=1}^{T_i} \mathbf{x}_{it} \mathbf{x}'_{it} \right\}^{-1}, \quad \boldsymbol{\mu}_\beta = \Sigma_\beta \left\{ V_\beta^{-1} \boldsymbol{\theta} + \sum_{t=1}^{T_i} \mathbf{x}_{it} v_{it}^a \right\} \quad (25)$$

< $\boldsymbol{\gamma}_i$ >

同時事後分布のうち、 $\boldsymbol{\gamma}_i$ の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\gamma}_i | \phi, V_\gamma) \times \prod_{s=1}^{S_i} [I(\mathbf{u}_{is} \in R_{is}) p(\mathbf{u}_{is} | \mathbf{u}_{i[s-1]}, \boldsymbol{\eta}_i, \boldsymbol{\gamma}_i, \Sigma, W_{is})] \quad (26)$$

であり、 \mathbf{u}_i の完全条件付き分布から生成されたカテゴリー購買の効用ベクトル \mathbf{u}_i^a を使って、

$$p(\gamma_i | \phi, V_\gamma) \times \prod_{s=1}^{S_i} p(\mathbf{u}_{is}^a | \mathbf{u}_{i[s-1]}^a, \boldsymbol{\eta}_i, \gamma_i, \Sigma, W_{is}) \quad (27)$$

と書ける。これより、以下の分布から発生させればよい。

$$\gamma_i \sim N(\boldsymbol{\mu}_\gamma, \Sigma_\gamma), \quad (28)$$

$$\Sigma_\gamma = \{V_\gamma^{-1} + W_i'(I_{S_i} \otimes \Sigma^{-1})W_i\}^{-1}, \boldsymbol{\mu}_\gamma = \Sigma_\gamma \{V_\gamma^{-1}\phi + W_i'(I_{S_i} \otimes \Sigma^{-1})\Upsilon \mathbf{u}_i^a\} \quad (29)$$

< $\boldsymbol{\eta}_i$ >

同時事後分布のうち、 $\boldsymbol{\eta}_i$ の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\eta}_i | \boldsymbol{\psi}, V_\eta) \times \prod_{s=1}^{S_i} [I(\mathbf{u}_{is} \in R_{is})p(\mathbf{u}_{is} | \mathbf{u}_{i[s-1]}, \boldsymbol{\eta}_i, \gamma_i, \Sigma, W_{is})] \quad (30)$$

である。完全条件付事後分布の記述のために、以下のベクトルおよび行列を定義する。

$$\boldsymbol{\omega}_{is} = \mathbf{u}_{is} - W_{is}\gamma_i \quad (31)$$

$$\Omega_i = (\boldsymbol{\omega}_{i1}, \dots, \boldsymbol{\omega}_{iS_i})' \quad (32)$$

$$\Pi_i = (\mathbf{u}_{i0}, \dots, \mathbf{u}_{i[S_i-1]}) \quad (33)$$

以上のベクトルおよび行列を用いて、完全条件付事後分布は以下のように書ける。

$$\boldsymbol{\eta}_i = \text{vec}(\Lambda_i') \sim N_{A \cdot A}(\boldsymbol{\mu}_\eta, \Sigma_\eta) \quad (34)$$

$$\Sigma_\eta = \{(\Sigma^{-1} \otimes \Pi_i \Pi_i' + V_\eta^{-1})\}^{-1}, \boldsymbol{\mu}_\eta = \Sigma_\eta \{(\Sigma^{-1} \otimes \Pi_i) \text{vec}(\Omega_i) + V_\eta^{-1}\boldsymbol{\psi}\} \quad (35)$$

< f >

同時事後分布のうち、 f の関連部分は

$$p(f) \times \prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^{T_i} [I(v_{it} > 0)p(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{y_{it}} [I(v_{it} < 0)p(v_{it} | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it})]^{1-y_{it}} \quad (36)$$

である。 \mathbf{v} の完全条件付き分布から生成されたカテゴリー購買の効用ベクトル \mathbf{v}^a を使って、

$$p(f) \times \prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^{T_i} p(v_{it}^a | \boldsymbol{\beta}_i, f, X_{it}) \quad (37)$$

と書けるが、事前分布と尤度関数が共役の関係ではないため、次のランダムウォークサンプリングを用いる。

1. $f^{(0)}$ を初期値とする

2. $k, k \geq 1; f$ の候補値 $f^{(c)}$ を以下のように発生する

$$f^{(c)} = f^{(k-1)} + z, \quad z \sim N(0, \sigma_z^2) \quad (38)$$

とする。採択確率は以下ようになる。

$$\alpha(f^{(k-1)}, f^{(c)} | \mathbf{v}) = \min \left[\frac{\pi(f^{(c)} | \mathbf{v}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, X)}{\pi(f^{(k-1)} | \mathbf{v}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, X)}, 1 \right] \quad (39)$$

$\pi(f | \mathbf{v}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, X)$ は f の事後分布である。

< $\boldsymbol{\theta}$ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\theta}) \times \prod_{i=1}^N p(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \quad (40)$$

であり、以下の分布から発生させる

$$\boldsymbol{\theta} \sim N(\boldsymbol{\mu}_\theta, \Sigma_\theta) \quad (41)$$

$$\Sigma_\theta = (nV_\beta^{-1} + \Sigma_{0\theta}^{-1})^{-1} \quad (42)$$

$$\boldsymbol{\mu}_\theta = \Sigma_\theta (nV_\beta^{-1} \bar{\boldsymbol{\beta}} + \Sigma_{0\theta}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{0\theta}) \quad (43)$$

ここで、 $\bar{\boldsymbol{\beta}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\beta}_i$ である。

< $\boldsymbol{\phi}$ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\phi}) \times \prod_{i=1}^N p(\boldsymbol{\gamma}_i | \boldsymbol{\phi}, V_\gamma) \quad (44)$$

であり、以下の分布から発生させる

$$\boldsymbol{\phi} \sim N(\boldsymbol{\mu}_\phi, \Sigma_\phi) \quad (45)$$

$$\Sigma_\phi = (nV_\gamma^{-1} + \Sigma_{0\phi}^{-1})^{-1} \quad (46)$$

$$\boldsymbol{\mu}_\phi = \Sigma_\phi (nV_\gamma^{-1} \bar{\boldsymbol{\gamma}} + \Sigma_{0\phi}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{0\phi}) \quad (47)$$

ここで、 $\bar{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\gamma}_i$ である。

< $\boldsymbol{\psi}$ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(\boldsymbol{\psi}) \times \prod_{i=1}^N p(\boldsymbol{\eta}_i | \boldsymbol{\psi}, V_\eta) \quad (48)$$

であり、以下の分布から発生させる

$$\boldsymbol{\psi} \sim N(\boldsymbol{\mu}_\psi, \Sigma_\psi) \quad (49)$$

$$\Sigma_\psi = (nV_\eta^{-1} + \Sigma_{0\psi}^{-1})^{-1} \quad (50)$$

$$\boldsymbol{\mu}_\psi = \Sigma_\psi(nV_\eta^{-1}\bar{\boldsymbol{\eta}} + \Sigma_{0\psi}^{-1}\boldsymbol{\mu}_{0\psi}) \quad (51)$$

ここで、 $\bar{\boldsymbol{\eta}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\eta}_i$ である。

< V_β >

同時事後分布の関連部分は

$$p(V_\beta) \times \prod_{i=1}^N p(\boldsymbol{\beta}_i | \boldsymbol{\theta}, V_\beta) \quad (52)$$

であり、以下の逆ウィッシュャート分布から発生させる。

$$V_\beta \sim IW(\nu_{0\beta} + n, \Psi_{0\beta} + \Psi_\beta) \quad (53)$$

ここで、 $\Psi_\beta = \sum_{i=1}^n (\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\theta})(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\theta})'$ である。

< V_γ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(V_\gamma) \times \prod_{i=1}^N p(\gamma_i | \boldsymbol{\phi}, V_\gamma) \quad (54)$$

であり、以下の逆ウィッシュャート分布から発生させる。

$$V_\gamma \sim IW(\nu_{0\gamma} + n, \Psi_{0\gamma} + \Psi_\gamma) \quad (55)$$

ここで、 $\Psi_\gamma = \sum_{i=1}^n (\gamma_i - \boldsymbol{\phi})(\gamma_i - \boldsymbol{\phi})'$ である。

< V_η >

同時事後分布の関連部分は

$$p(V_\eta) \times \prod_{i=1}^N p(\boldsymbol{\eta}_i | \boldsymbol{\psi}, V_\eta) \quad (56)$$

であり、以下の逆ウィッシュャート分布から発生させる。

$$V_\eta \sim IW(\nu_{0\eta} + n, \Psi_{0\eta} + \Psi_\eta) \quad (57)$$

ここで、 $\Psi_\eta = \sum_{i=1}^n (\boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\psi})'$ である。

< Σ >

同時事後分布の関連部分は

$$p(\Sigma) \times \prod_{i=1}^N \prod_{s=1}^{S_i} [I(\mathbf{u}_{is} \in R_{is}) p(\mathbf{u}_{is} | \mathbf{u}_{i[s-1]}, \boldsymbol{\eta}_i, \boldsymbol{\gamma}_i, \Sigma, W_{is})] \quad (58)$$

であり、以下の逆ウィッシュヤート分布から発生させる。

$$\Sigma \sim IW(\nu_{0\Sigma} + S, \Psi_{0\Sigma} + \Psi_{\Sigma}) \quad (59)$$

ここで、 $S = \sum_{i=1}^n S_i$, $\Psi_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{S_i} (\mathbf{u}_{is} - W_{is}\boldsymbol{\gamma}_i - \Lambda_i \mathbf{u}_{i[s-1]})(\mathbf{u}_{is} - W_{is}\boldsymbol{\gamma}_i - \Lambda_i \mathbf{u}_{i[s-1]})'$ である。

識別性について

式(6)について、パラメータ ϕ , V_{γ} , Σ から構成された尤度関数と定数 ξ を掛けたパラメータ $\xi\phi$, ξV_{γ} , $\xi\Sigma$ から構成された尤度関数は等しいので、識別性が確保されない。これを解決するために、McCulloch and Rossi (1994) に従い Σ の第 (1,1) 成分の σ_{11} を 1 に固定するという制約を置く。以下の操作を行う。

$$\Sigma \Leftarrow \Sigma / \sigma_{11}^2 \quad (60)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i \Leftarrow \boldsymbol{\gamma}_i / \sigma_{11} \quad (61)$$

参考文献

- Ailawadi, K. L., Gedenk, K., Lutzky, C., & Neslin, S. A. (2007). Decomposition of the sales impact of promotion-induced stockpiling. *Journal of Marketing Research*, 44(3), 450-467.
- Ailawadi, K. L., & Neslin, S. A. (1998). The effect of promotion on consumption: Buying more and consuming it faster. *Journal of Marketing Research*, 35(3), 390-398.
- Andrews, R. L., & Currim, I. S. (2009). Multi-stage purchase decision models: Accommodating response heterogeneity, common demand shocks, and endogeneity using disaggregate data. *International Journal of Research in Marketing*, 26(3), 197-206.
- Bronnenberg, B. J., Kruger, M. W., & Mela, C. F. (2008). Database paper—The IRI marketing data set. *Marketing science*, 27(4), 745-748.
- Bucklin, R. E., & Gupta, S. (1992). Brand choice, purchase incidence, and segmentation: An integrated modeling approach. *Journal of Marketing Research*, 29(2), 201-215.
- Bucklin, R. E., Gupta, S., & Siddarth, S. (1998). Determining segmentation in sales response across consumer purchase behaviors. *Journal of Marketing Research*, 35(2), 189-197.
- Bucklin, R. E., & Lattin, J. M. (1991). A two-state model of purchase incidence and brand choice. *Marketing Science*, 10(1), 24-39.

- Chevalier, M. (1975). Increase in sales due to in-store display. *Journal of Marketing Research*, 12(4), 426-431.
- Chib, S., Seetharaman, P. B., & Strijnev, A. (2004). Model of brand choice with a no-purchase option calibrated to scanner-panel data. *Journal of Marketing Research*, 41(2), 184-196.
- Chintagunta, P. K. (1993). Investigating purchase incidence, brand choice and purchase quantity decisions of households. *Marketing Science*, 12(2), 184-208.
- Chintagunta, P. K., & Nair, H. S. (2011). Structural workshop paper—Discrete-choice models of consumer demand in marketing. *Marketing Science*, 30(6), 977-996.
- Geweke, J. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculations of posterior moments. *Bayesian statistics*, 4, 641-649.
- Gonul, F., & Srinivasan, K. (1993). Modeling multiple sources of heterogeneity in multinomial logit models Methodological and managerial issues. *Marketing Science*, 213-229.
- Guadagni, P. M., & Little, J. D. (1983). A logit model of brand choice calibrated on scanner data. *Marketing science*, 2(3), 203-238.
- Howell, J. R., Lee, S., & Allenby, G. M. (2016). Price promotions in choice models. *Marketing Science*, 35(2), 319-334.
- Kim, J., Allenby, G. M., & Rossi, P. E. (2002). Modeling consumer demand for variety. *Marketing Science*, 21(3), 229-250.
- Kim, C., Jun, D. B., & Park, S. (2018). Capturing flexible correlations in multiple-discrete choice outcomes using copulas. *International Journal of Research in Marketing*, 35(1), 34-59.
- Kopalle, P. K., Mela, C. F., & Marsh, L. (1999). The dynamic effect of discounting on sales: Empirical analysis and normative pricing implications. *Marketing Science*, 18(3), 317-332.
- Lee, S., & Allenby, G. M. (2014). Modeling indivisible demand. *Marketing Science*, 33(3), 364-381.
- Manchanda, P., Ansari, A., & Gupta, S. (1999). The "shopping basket" A model for multicategory purchase incidence decisions. *Marketing Science*, 18(2), 95-114.
- McCulloch, R., & Rossi, P. E. (1994). An exact likelihood analysis of the multinomial probit model. *Journal of Econometrics*, 64(1-2), 207-240.
- Mela, C. F., Gupta, S., & Lehmann, D. R. (1997). The long-term impact of promotion and advertising on consumer brand choice. *Journal of Marketing research*, 34(2), 248-261.
- Newton, M. A., & Raftery, A. E. (1994). Approximate Bayesian inference with the weighted likelihood bootstrap. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 56(1), 3-26.

- Paap, R., & Franses, P. H. (2000). A dynamic multinomial probit model for brand choice with different long- run and short- run effects of marketing- mix variables. *Journal of Applied Econometrics*, 15(6), 717-744.
- Park, S., & Gupta, S. (2011). A regime-switching model of cyclical category buying. *Marketing Science*, 30(3), 469-480.
- Rossi, P. E., & Allenby, G. M. (1993). A Bayesian approach to estimating household parameters. *Journal of Marketing Research*, 30(2), 171-182.
- Rossi, P. E., Allenby, G. M., & McCulloch, R. (2012). *Bayesian statistics and marketing*. John Wiley & Sons.
- Song, I., & Chintagunta, P. K. (2007). A discrete–continuous model for multicategory purchase behavior of households. *Journal of Marketing Research*, 44(4), 595-612.
- 田村正紀. (2010). マーケティング・メトリクス: 市場創造のための生きた指標ガイド. 日本経済新聞出版社.
- van der Lans, R. (2018). A simultaneous model of multiple-discrete choices of variety and quantity. *International Journal of Research in Marketing*, 35(2), 242-257.
- Van Heerde, H. J., Leeflang, P. S., & Wittink, D. R. (2004). Decomposing the sales promotion bump with store data. *Marketing Science*, 23(3), 317-334.