引文格式:曾添,隋立芬,阮仁桂,等.卫星精密定轨的三频观测量 IF 组合法[J].测绘学报,2020,49(10):1275-1284. DOI:10.11947/j. AGCS.2020.20190325.

ZENG Tian, SUI Lifen, RUAN Rengui, et al. Satellite precise orbit determination with ionospheric-free strategy using triple-frequency observations[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2020, 49(10):1275-1284. DOI:10.11947/j.AGCS.2020.20190325.

卫星精密定轨的三频观测量 IF 组合法

曾 添^{1,2,3},隋立芬¹,阮仁桂^{3,4},贾小林^{3,4},冯来平^{3,4}

1. 信息工程大学,河南 郑州 450001; 2. 93216 部队,北京 100085; 3. 地理信息工程国家重点实验室, 陕西 西安 710054; 4. 西安测绘研究所,陕西 西安 710054

Satellite precise orbit determination with ionospheric-free strategy using triple-frequency observations

ZENG Tian^{1,2,3}, SUI Lifen¹, RUAN Rengui^{3,4}, JIA Xiaolin^{3,4}, FENG Laiping^{3,4}

1. Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China; 2. Troops 93216, Beijing 100085, China; 3. State Key Laboratory of Geo-Information Engineering, Xi'an 710054, China; 4. Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

Abstract: As the development of global navigation satellite system (GNSS), GNSS satellites transmitting multi-frequency signals has become a prevailing trend. However, recently the international GNSS service (IGS) analysis centers still use dual-frequency (DF) observations to derive the orbits, clocks and other products. The additional observations from the third frequency are not considered. We use two DF ionospheric-free (IF) combinations as the observation model, the improvements from the third frequency on orbits, clocks and station positions are assessed. In the carrier phase observation model, the satellitedependent time-invariant and time-variant components are introduced. The two DF IF observation equations are re-parameterized to make the clock parameter aligned to the IGS clock products, and then the full-rank TF observation model is derived. Based on the strategy of building up extra wide lane, wide lane and narrow lane double-differenced ambiguities, the TF ambiguity resolution (AR) method is deduced. First taking 12 GPS Block IIF satellites as example, three precise orbit determination (POD) schemes, the L1/L2DF IF POD (denoting as S1), the L1/L5 DF IF POD (denoting as S2), the L1/L2 and L1/L5 TF IF POD (denoting as S3), are processed in two station layouts. Results show that the S3 scheme in two station layouts can obtain the optimal precision. The orbit improvements of S3 with respect to S1 in cases of even and uneven distribution are within 10% and about 10%, respectively. The improvement of clocks RMS is slight, while STD is improved by 6.4% and 10.0%. The improved percentages of S3 vs. S2 are about less one times than that of S3 vs. S1, with the improved percentage of about 5%. Then the BDS-only POD test is processed and the orbits are validated by satellite laser ranging residuals. Results show that comparing with B1/B3 POD, the orbit and clock accuracy of TF POD can be improved. However, the improvement of TF POD comparing to B1/B2 POD is slight or even worse. The possible reason is the inaccuracy antenna phase values.

Key words: precise orbit determination; triple-frequency; ambiguity resolution; ionospheric-free combination Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 41674016; 41704035; 41874041; 41904039); The State Key Laboratory of Geo-Information Engineering (No. SKLGIE2018-M-2-1)

摘 要:随着全球卫星导航系统的发展,GNSS 卫星发播多频观测量已成必然趋势。然而,目前 IGS 分析中心依然使用双频观测量的策略进行轨道、钟差等产品的解算,并没有顾及额外频点观测量对定轨产品带来的效益。本文使用两个双频无电离层组合(IF)作为观测模型,研究第三频点观测量对轨道、钟差 及测站位置精度的改善。在观测方程中将卫星端的相位偏差分成时变和时不变分量,通过对两个 IF 组 合的观测方程进行参数重组,推导了与 IGS 钟差产品基准一致的满秩观测模型。基于超宽巷、宽巷和窄巷双差模糊度构建策略,给出了三频观测量的模糊度固定方法。首先以 12 颗 GPS Block IIF 卫星为例, 在两种测站布局情况下进行 L1/L2 IF 双频定轨(S1)、L1/L5 IF 双频定轨(S2)、L1/L2 和 L1/L5 两个 IF 组合的三频定轨(S3)试验。结果表明 S3 方案最优,测站均匀、不均匀情况下轨道结果 S3 相较 S1 分别 改善 10%以内、10%左右,钟差的 RMS 略有改善,STD 分别改善 6.4%、10.0%,而 S3 相较 S2 的改善幅 度更小,改善百分比基本在 5%以内。随后进行了 BDS 单系统定轨,并使用激光检核轨道,表明三频定 轨较 B1/B3 定轨结果改善显著,但是较 B1/B2 方案结果改善微弱,可能的原因是天线相位中心误差改 正值不准确。

关键词:精密轨道确定;三频;模糊度固定;无电离层组合

文献标识码:A

中图分类号:P228

文章编号:1001-1595(2020)10-1275-10

基金项目:国家自然科学基金(41674016; 41704035; 41874041; 41904039);地理信息工程国家重点实 验室基金(SKLGIE2018-M-2-1)

近年来,随着各大卫星导航系统均计划发播 三频以上的信号,如 BDS-3^[1],地面测站能够接收 越来越多卫星的三频以上观测数据,这为 GNSS 数据的精密处理带来了新的机遇和挑战。由于早 期的 GNSS 仅发播双频信号,传统的精密定位和 定轨观测模型均使用双频伪距和载波的消电离层 组合(ionospheric-free,IF)策略。在多频情况下, 尽管新增加的频点并未改变测站与卫星之间的几 何结构,但第三频点的加入可额外增加约三分之 一的观测量。许多学者在精密定位领域对多频观 测量带来的收益进行了研究。文献[2]使用3种 三频精密单点定位(precise point positioning, PPP) 模型评定了北斗三频观测量对定位浮点解带来的 收益,表明新增的频点对定位精度改善微弱,但在 观测条件较差时可显著改善精度。文献[3]则对 GPS 的三频 PPP 浮点解进行了分析。多位学者研 究了三频 PPP 模糊度固定解的方法^[4-7]。文献[8] 分析了北斗三频观测量对 PPP AR 带来的收益,表 明相比双频定位结果最大提升达 30%。

在多频情况下,一个重要问题是偏差项的处理,尤其对于第三频点的观测方程。在码偏差方面,文献[9]使用非组合策略研究了第三频点的偏差项,并用于差分码偏差的估计。文献[10]分析了 BDS-2 和 BDS-3 三频观测量的码偏差估计。 文献[11]则详细给出了满秩的多系统多频码偏差估计。 文献[11]则详细给出了满秩的多系统多频码偏差估计策略。在相位偏差方面,文献[12]基于载波相位的无几何无电离层(geometry-free and ionospheric-free,GFIF)组合观测量发现 GPS 的L1/L5 组合与L1/L2 组合之间存在时变偏差,随后指出在 BDS-2 中也存在该偏差项^[13]。该偏差项可直接使用 GFIF 组合观测量进行参数估计解 算得到^[14]。文献[15]系统比较了 GPS、BDS 和 Galileo 卫星的结果,表明在 Galileo 和 BDS-3 卫 星中不存在该偏差项。文献「16]指出对于 GPS 系统使用 L5 频点观测量进行精密定位时需要顾 及卫星端的相位时变偏差。事实上,对于 GNSS 观测方程,卫星钟差除了吸收来自伪距的常数硬 件时延外,还吸收了相位的时变偏差[17]。基于该 假设,有学者使用非组合或者 IF 组合模型对卫星 端第三频点相位偏差项进行直接估计,并分析对 定位精度的影响^[18-19]。也有学者使用两个 IF 组 合的观测模型分析了该偏差项对钟差估计的影 响,并进一步研究了接收机端的时变特性,指出在 接收机端该偏差项并不显著[20]。文献[21]对北 斗观测量进行了分析,表明部分测站存在厘米量 级的变化。总结三频观测模型中第三频点的相位 时变偏差处理策略可知,对于接收机端的时变偏 差项,在所有 GNSS 卫星的大部分测站中该偏差 项并不显著,可不予顾及;对于卫星端的时变偏差 项,GPS Block IF 卫星必须考虑,部分 BDS-2 卫 星(如 C06)也应当考虑,对 Galileo 卫星和其他 BDS 卫星该偏差项可以忽略。

模糊度固定(ambiguity resolution, AR)是三 频数据处理的一个重要问题。非组合方面,文 献[5]基于北斗三频精密定位的非组合观测模型, 使用两个宽巷(wide-lane, WL)组合和一个窄巷 (narrow-lane, NL)组合进行模糊度固定。文 献[22]则使用改进的观测模型研究了北斗和 Galileo卫星的 PPP AR。IF 组合方面,文献[6] 使用两个双频 IF 组合的 PPP 模型对北斗和 Galileo卫星进行了三频 PPP AR 研究,同时指出 对于 Galileo卫星在 E5a 和 E5b 观测量间卫星端

(1)

的 UPD 值为 0。文献[23]研究了三频 GPS 模糊 度固定方法,首先对 GPS 卫星端的时变偏差进行 估计,然后使用 L1/L2、L2/L5 两个宽巷组合实 现模糊度固定。以上方法均是针对精密定位领 域,在精密定轨方面三频模糊度的固定尚未见相 关报道。

本文使用两个 IF 组合的观测模型,对未知参数进行参数重组,获得满秩统一的观测方程,并使用"超宽巷-宽巷-窄巷"策略进行模糊度固定,研究三频观测量的精密定轨方法。将得到的轨道、钟差及测站位置的产品与分析中心发布的产品进行比较,评定第三频点的观测量对轨道、钟差和测站位置带来的收益。

1 观测模型及参数重组

顾及卫星端的相位时变偏差,且考虑伪距的 权值较小,忽略伪距观测量的时变偏差,卫星 *s* 与 测站 *r* 之间的伪距 *P* 和载波相位 *L* 观测方程为 $P_{r,i}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c \, \delta t_{r} - c \, \delta t^{s} + \gamma_{i} I_{r,1}^{s} + B_{r,i} - B_{i}^{s}$ $L_{r,i}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c \, \delta t_{r} - c \, \delta t^{s} - \gamma_{i} I_{r,1}^{s} + \lambda_{i} N_{r,i}^{s} + b_{r,i} - b_{i}^{s} - \delta b_{i}^{s}$

式中,*i* 表示频点,*i*=1,2,3; ρ_{r}^{s} 为站-星几何距 离; λ 为波长; $\delta t_{r}, \delta t^{s}$ 为接收机钟差、卫星钟差 (单位为 s);*c* 为光速; $T_{r}, I_{r,1}^{s}$ 为对流层延迟、第 一频点只顾及一阶项的电离层延迟(单位为 m); m_{r}^{s}, γ_{i} 为测站天顶至站星方向的对流层延迟映射 函数、*i* 频点电离层延迟系数,其中 $\gamma_{i} = f_{1}^{2}/f_{i}^{2}$; $B_{r,i}, B_{i}^{s}$ 为接收机端、卫星端伪距时不变硬件延迟(单位为 m); $b_{r,i}, b_{i}^{s}$ 为接收机端、卫星端载波 相位时不变硬件延迟(单位为 m); δb_{i}^{s} 表示卫星 端相位时变偏差; $N_{r,i}^{s}$ 为整周模糊度(单位为周)。

卫星精密定轨一般使用 IF 组合的观测方程。因此,偏差项会包含两个频点的组合。可得转换 公式

 $B_{i}^{s} = (\alpha_{12}B_{1}^{s} + \beta_{12}B_{2}^{s}) + \gamma_{i}\beta_{12}(B_{1}^{s} - B_{2}^{s}) \quad i = 1, 2$ (2)

式中, $\alpha_{12} = f_1^2 / (f_1^2 - f_2^2), \beta_{12} = -f_2^2 / (f_1^2 - f_2^2).$ 经过式(2)转换后,偏差项可分成两类,其中 $\gamma_i\beta$ ($B_1^i - B_2^i$)可吸收至电离层延迟参数中,($\alpha B_1^i + \beta B_2^i$)则吸收至钟差参数中。同理,其他偏差项也 可进行式(2)的转换。因此在三频观测量情况下, 对 1/2 和 1/3 频点分别进行 IF 组合,得到观测 方程

$$P_{r,12}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c\,\overline{\delta}t_{r} - c\,\overline{\delta}t^{s}$$

$$L_{r,12}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c\,\overline{\delta}t_{r} - c\,\overline{\delta}t^{s} + n_{r,12}^{s}$$

$$P_{r,13}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c\,\overline{\delta}t_{r} - c\,\overline{\delta}t^{s} + H_{r} - \overline{H}^{s}$$

$$L_{r,13}^{s} = \rho_{r}^{s} + m_{r}^{s}T_{r} + c\,\overline{\delta}t_{r} - c\,\overline{\delta}t^{s} + H_{r} - \overline{H}^{s} + n_{r,13}^{s}$$

$$(3)$$

式中

$$c \overline{\delta}t_r = c \,\delta t_r + \alpha_{12} B_{r,1} + \beta_{12} B_{r,2}$$

 $c \overline{\delta}t^s = c \,\delta t^s + \alpha_{12} B_1^s + \beta_{12} B_2^s + \alpha_{12} \,\delta b_1^s + \beta_{12} \,\delta b_2^s$
 $H_r = -(\alpha_{12} B_{r,1} + \beta_{12} B_{r,2}) + (\alpha_{13} B_{r,1} + \beta_{13} B_{r,2})$
 $\overline{H}^s = H^s - (\alpha_{12} \,\delta b_1^s + \beta_{12} \,\delta b_2^s) + (\alpha_{13} \,\delta b_1^s + \beta_{13} \,\delta b_3^s)$
(4)

 $H^{s} = -(\alpha_{12}B_{1}^{s} + \beta_{12}B_{2}^{s}) + (\alpha_{13}B_{1}^{s} + \beta_{13}B_{3}^{s}) \quad (5)$

通过进行 IF 组合及参数重整,卫星钟差的基 准保持与 IGS 产品一致。伪距时不变偏差被钟 差和模糊度参数吸收,在1/3组合中还被H,和 \overline{H}^{s} 吸收;相位时变偏差被钟差参数吸收,余下的 时变偏差组合只存在于 1/3 组合的 \overline{H}^{s} 参数中。 虽然伪距的残差观测量中仍然包含相位时变偏差 组合,但该影响基本可以忽略[18]。因此,经过参 数重组后,1/2 组合和 1/3 组合的卫星钟差和接 收机钟差保持一致,都是基于 1/2 频点 IF 组合的 钟差基准,而模糊度参数则被伪距时不变偏差污 染,但是在连续一个弧段内仍然是一个常量,因此 可进行模糊度的浮点解算。由式(3)可知,参数重 组的观测方程在双频 IF 组合情况下不存在额外 的卫星端或接收机端偏差。同理,当使用 1/3 组 合观测量时,也不需要估计额外的偏差项。另外, 如果忽略相位的时变偏差,则待估的时变偏差项 \overline{H}^{s} 变成仅包含伪距时不变偏差组合的 H^{s} 参数。

需要注意的是,当使用两个 IF 组合组建观测 方程时,需要考虑观测量之间的相关性。假定 3 个频点的伪距噪声均为 $\sigma_P = 0.6$ m,相位噪声均 为 $\sigma_L = 0.003$ m。使用截止高度角 θ 加权的策略, 假定 $\Sigma_{\sigma} = \text{diag} \{\sigma_P^2/\sin^2(\theta), \sigma_P^2/\sin^2(\theta), \sigma_P^2/\sin^2(\theta)\}$ 。对于 1/2 和 1/3 两个 IF 组合,伪距观 测量的随机模型为

$$\boldsymbol{\Sigma}_{P} = \begin{bmatrix} \alpha_{12} & \beta_{12} & 0 \\ \alpha_{13} & 0 & \beta_{13} \end{bmatrix} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\Sigma}_{\sigma} \begin{bmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \beta_{12} & 0 \\ 0 & \beta_{13} \end{bmatrix} =$$

$$\frac{\sigma_P^2}{\sin^2\theta} \begin{bmatrix} \alpha_{12}^2 + \beta_{12}^2 & \alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{12}\alpha_{13} & \alpha_{13}^2 + \beta_{13}^2 \end{bmatrix}$$
(6)

同理可得载波相位的随机模型 Σ_L 。

对于 1/3 频点的精密定轨模型,如果要将卫 星钟差基准校准到 1/2 频点时,由于卫星端存在 时变偏差,因此需要借助卫星端时变偏差产品以 实现钟差基准的变换。假定 1/3 频点 IF 定轨的 观测模型得到的 1/3 频点基准下的卫星钟差产品 δt_{13}^{*} ,则变换到 1/2 频点钟差基准的公式为

$$(\overline{\delta}t_{13}^s)' = \overline{\delta}t_{13}^s - \overline{H}^s \tag{7}$$

式中,(dt13)'为校准后的钟差产品。

2 模糊度固定

由于 IF 组合的模糊度参数包含卫星端和接 收机端偏差,导致参数估计时得到浮点解结果,精 密定轨通常借助双差策略实现模糊度固定。对于 两个卫星和两个测站,在一个通道(组合)中包含 4 个非差模糊度参数,可形成双差模糊度,此时模 糊度中包含的卫星端和接收机端偏差项被消除。 此外,借助 MW 组合的双差观测量,除了能够获 得波长较长的宽巷模糊度外,MW 组合可消去非 弥散误差(几何距离、钟差、对流层延迟等)和电离 层误差。因此模糊度固定方法的步骤为:首先由 MW 组合的观测量得到整数宽巷双差模糊度,然 后基于 WL 和 IF 浮点模糊度得到整数窄巷双差 模糊度^[24],三频情况下处理流程类似。对于 GPS 卫星,首先使用 L2/L5 频点进行 MW 组合

$$MW_{r,e}^{s} = \frac{1}{f_{2} - f_{3}} (f_{2}L_{r,2}^{s} - f_{3}L_{r,3}^{s}) - \frac{1}{f_{2} + f_{3}} (f_{2}P_{r,2}^{s} + f_{3}P_{r,3}^{s}) = \lambda_{e}N_{r,e}^{s} + \text{bias}$$

$$(8)$$

在一个连续弧段内取平均,得到超宽巷(EWL)模 糊度 $N_{r,e}^{s}$ 及其方差 $\sigma_{r,e}^{s}$ 。然后对共视条件下的模 糊度进行基线组网,获得超宽巷双差模糊度 $N_{rq,e}^{d}$ 及其标准差 $\sigma_{rq,e}^{d}$ 。使用概率判定函数计算 $N_{rq,e}^{d}$ 的取整成功率 f_{e} 。如果取整成功,则进行下一步 运算。同理,使用 L1/L2 的 MW 组合观测量得 到宽巷双差模糊度 $N_{rq,w}^{s}$ 及其标准差 $\sigma_{rq,w}^{d}$,取整成 功率记为 f_{w} 。如果取整成功,进行窄巷模糊度的 固定。由宽巷双差模糊度和 IF 双差模糊度,有

$$N_{rq,n}^{sl} = \frac{f_1 + f_2}{c} N_{rq,12}^{sl} - \frac{f_1}{f_1 - f_2} \hat{N}_{rq,w}^{sl} \\ \sigma_{rq,n}^{sl} = \frac{f_1 + f_2}{c} \sigma_{rq,12}^{sl}$$
(9)

式中, $N_{rq,12}^{d}$, $\sigma_{rq,12}^{d}$ 为 IF 组合的双差模糊度及其标 准差。即使消电离层组合的非差模糊度包含了卫 星端和接收机端的偏差项组合,经过双差运算后 可将其消去。因此式(3)未给出 IF 模糊度的具体 表达形式。基于式(8)可得到窄巷双差模糊度取 整成功率 f_n 。由 EWL、WL、NL 的模糊度可以 得到具有整数特性的 IF 组合的模糊度为

$$\hat{N}_{rq,12}^{sl} = \frac{c}{f_1 + f_2} \left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} \hat{N}_{rq,w}^{sl} + \hat{N}_{rq,n}^{sl} \right) \\
\hat{N}_{rq,13}^{sl} = \frac{c}{f_1 + f_3} \left(\frac{f_1}{f_1 - f_3} (\hat{N}_{rq,w}^{sl} + \hat{N}_{rq,n}^{sl}) - \frac{f_3}{f_1 - f_3} (\hat{N}_{rq,n}^{sl} - \hat{N}_{rq,e}^{sl}) \right)$$
(10)

依据得到的综合模糊度固定成功率 $f_e \times f_w \times f_n$,对所有候选的双差模糊度进行排序,使用文献[25]给出的模糊度更新方法,可获得恢复了整数性质的消电离层组合模糊度参数和其他参数,即模糊度固定解结果。

3 试验与分析

3.1 GPS 卫星结果

考虑到 GPS 卫星各项误差模型精化完善,轨 道等精密产品精度较高,选取 12 颗 GPS Block ⅡF卫星的 L1/L2/L5 三频观测数据进行精密定 轨试验。数据时段为 2019 年 4 月 4 日-2019 年 4月18日共15d,测站来自IGS MGEX 地面网, 数据采样间隔 30 s。试验选取两种测站布局进行 分析,评定三频观测量带来的收益。图1绘制了 两种测站分布图,测站数量分别为104和48个, 其中五角形为不均匀测站布局,在欧洲和亚太区域 较为密集。定轨弧长为1d,数据使用间隔 300 s。 力模型信息包括:地球重力场模型为 EGM2008, 太阳光压模型为 ECOM 5 参数模型,N 体引力模 型为 JPL DE405,并顾及地球辐射压、潮汐力等。 卫星和测站的天线相位中心误差使用 igs14.atx 文件改正,其中由于 L5 频点没有对应的天线相 位中心偏差(phase center offset, PCO)和变化 (phase center variation, PCV)值,使用 L2 频点数 值代替。卫星钟差和接收机钟差当作历元参数, 随机模型为白噪声。电离层延迟使用双频组合消 去一阶项误差,二阶及以上误差不予考虑。地球 自转参数使用 IERS C04 产品。精密定轨试验共 包含3个方案,方案1为L1/L2 IF 组合双频定轨 (S1),方案 2 为 L1/L5 IF 组合双频定轨(S2),方

案 3 为 L1/L2 和 L1/L5 两个 IF 组合的三频定轨 (S3)。每个方案均得到模糊度浮点解和固定解 结果。精密定轨软件是在西安测绘研究所研制的 卫星精密定位与定轨系统 SPODS 下改编的^[26]。





需要指出,对于 S2 定轨方案,由于 L1/L5 组 合的钟差基准与 IGS 产品得到的钟差基准不一 致,需要进行基准统一。由于 S3 定轨的方案可以 生成卫星端的相位时变偏差产品,利用该产品对 S2 方案得到的钟差校准到 IGS 钟差基准中。但 该策略得到的 S2 钟差产品精度同时受到相位时 变偏差产品精度的影响。

每个定轨弧段获得卫星轨道、钟差和测站位 置等产品。轨道和钟差与 IGS 最终产品进行比 较,对差值的时间序列计算得到每个定轨弧段轨 道在径向(R)、切向(T)、法向(N)、三维(3D)方向 上的均方根误差(RMS),钟差可得到每个定轨弧 段的 RMS 和标准差(STD)。对 15 个弧段得到 的结果取均值,统计于表 1 和表 2,对应两种测站 布局的结果。测站位置与 IGS 的周解文件进行 比较,统计每个定轨弧段每个测站与 IGS 产品的 差值,所有测站的差值序列得到每个定轨弧段测 站位置在北(N)、东(E)、天(U)、三维(3D)方向上 的 RMS。对 15 个弧段测站 RMS 取均值,统计于 表 1 和表 2。表中给出了定轨浮点解和固定解结 果,并计算了 S3 方案相对于 S1、S2 方案的改善 百分比。

表 1 轨道、钟差和测站位置的平均精度(全球均匀) Tab.1 Averaged precision of orbits, clocks and station positions (global even)

| 测站均匀分布 | | | 轨道/mm | | | | 钟差/ns | | 测站位置/mm | | | |
|--------|-------|------|-------|------|------|---------|---------|-------|---------|------|------|--|
| | | R | Т | Ν | 3D | RMS | STD | N | Е | U | 3D | |
| | S1 | 21.5 | 50.6 | 59.5 | 81.9 | 0.214 3 | 0.101 0 | 5.7 | 10.1 | 16.1 | 19.9 | |
| | S2 | 19.7 | 48.7 | 55.7 | 77.6 | 0.209 2 | 0.096 8 | 5.2 | 9.3 | 15.8 | 19.1 | |
| 浮点解 | S3 | 19.6 | 48.1 | 55.5 | 77.0 | 0.209 7 | 0.095 9 | 4.9 | 9.0 | 15.3 | 18.4 | |
| | S1/S3 | 8.8% | 4.8% | 6.7% | 6.1% | 2.1% | 5.1% | 13.6% | 10.5% | 5.0% | 7.3% | |
| | S2/S3 | 0.7% | 1.1% | 0.5% | 0.8% | -0.3% | 0.9% | 5.6% | 2.9% | 3.6% | 3.7% | |
| | S1 | 10.7 | 15.2 | 17.1 | 25.7 | 0.187 9 | 0.039 5 | 4.7 | 4.6 | 14.2 | 15.7 | |
| | S2 | 10.3 | 14.9 | 17.2 | 25.4 | 0.182 0 | 0.0377 | 4.2 | 4.6 | 14.7 | 16.0 | |
| 固定解 | S3 | 10.3 | 13.9 | 16.0 | 24.0 | 0.184 2 | 0.037 0 | 4.2 | 4.4 | 13.5 | 14.9 | |
| | S1/S3 | 4.3% | 8.5% | 6.2% | 6.7% | 1.9% | 6.4% | 10.2% | 4.3% | 5.0% | 5.5% | |
| | S2/S3 | 0.6% | 6.7% | 6.8% | 5.6% | -1.2% | 1.8% | 1.1% | 4.5% | 7.7% | 6.9% | |

表 2 轨道、钟差和测站位置的平均精度(全球不均匀)

| Tab.2 A | Averaged] | precision | of o | rbits , | clocks | and | station | positions | (global | uneven |) |
|---------|------------|-----------|------|---------|--------|-----|---------|-----------|---------|--------|---|
|---------|------------|-----------|------|---------|--------|-----|---------|-----------|---------|--------|---|

| 测站不均匀分布 | | | 轨道/mm | | | | 钟差/ns | | 测站位置/mm | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|---------|-------|---------|------|-------|--|
| | | R | Т | Ν | 3D | RMS | STD | N | Е | U | 3D | |
| | S1 | 50.7 | 110.8 | 129.3 | 179.5 | 0.322 2 | 0.224 3 | 7.5 | 11.8 | 16.0 | 21.5 | |
| | S2 | 48.8 | 105.0 | 123.7 | 171.1 | 0.315 9 | 0.218 8 | 6.3 | 10.3 | 15.3 | 19.7 | |
| 浮点解 | S3 | 47.9 | 103.3 | 121.1 | 167.8 | 0.308 8 | 0.207 9 | 6.3 | 10.3 | 15.3 | 19.8 | |
| | S1/S3 | 5.4% | 6.8% | 6.3% | 6.5% | 4.1% | 7.3% | 15.9% | 12.0% | 4.5% | 8.0% | |
| | S2/S3 | 1.8% | 1.7% | 2.1% | 1.9% | 2.2% | 5.0% | 0.6% | -0.9% | 0.4% | -0.2% | |
| | S1 | 32.0 | 53.6 | 62.5 | 89.2 | 0.264 5 | 0.1516 | 5.9 | 7.4 | 15.1 | 18.2 | |
| | S2 | 28.9 | 48.5 | 56.5 | 80.9 | 0.254 5 | 0.143 9 | 5.8 | 6.3 | 13.8 | 16.5 | |
| 固定解 | S3 | 27.5 | 46.0 | 53.7 | 76.8 | 0.252 4 | 0.136 5 | 5.4 | 5.7 | 13.6 | 15.9 | |
| | S1/S3 | 14.0% | 14.2% | 14.0% | 13.9% | 4.6% | 10.0% | 8.8% | 23.4% | 9.7% | 12.5% | |
| | S2/S3 | 4.6% | 5.2% | 4.8% | 5.0% | 0.8% | 5.1% | 7.3% | 10.3% | 1.7% | 3.8% | |

图 2-图 3 绘制了两种测站布局每个定轨弧 段所有卫星在 3 个方向上的平均 RMS。结合 表1和表2,加入额外频点的观测量之后,两种测 站布局的轨道精度均得到改善。相较于 S1 方案, S3 方案固定解结果在全球均匀分布中,R、T、N、 3D方向分别改善 0.5、1.3、1.1、1.7 mm, 改善百分比 分别为 4.3%、8.5%、6.2%、6.7%;在全球不均匀分 布中则分别改善 4.5、7.6、8.7、12.4 mm,改善百分比 分别为14.0%、14.2%、14.0%、13.9%。两种测站 布局3个轨道方向的改善基本相当,且在全球不均 匀测站布局下改善幅度更大,约大了1倍。但相较 于 S2 方案,S3 的定轨精度改善幅度更小,平均下 降了一半左右,表明 L1/L5 组合得到的轨道产品 较 L1/L2 策略精度更优。文献「27]指出,与 L1 和 L2 频点相比,L5 频点具有更高的码片速率和功 率,且L1/L5组合较其他组合的噪声放大因子更 小。因此,S2比 S1 定轨方案取得了更优的结果。 总体而言,加入额外的观测量后,S3 方案相较 S1 和 S2 的轨道精度均有不同程度的改善,全球均匀 测站下 3D RMS 改善幅度分别为 6.7%、5.6%,全 球不均匀测站下改善幅度分别为13.9%、5.0%。



图 2 每个弧段轨道 RMS(全球均匀)









图 4-图 5 分别为两种测站布局下每个定轨 弧段钟差比较结果的 RMS 和 STD。结合表1和 表 2 可知,加入额外频点的观测量后,钟差的 RMS 和 STD 均有提升,固定解下测站均匀分布 时,S3 方案钟差的 RMS 和 STD 相较 S1 提升 3.7、2.5 ps,提升百分比分别为 1.9%、6.4%,测站 不均匀情况则提升分别为12.2、15.1 ps,提升百分 比分别为1.3%、8.6%, STD 较 RMS 提升更为显 著。S3 方案相比 S2 的结果在全球均匀分布时基 本相当,全球不均匀情况钟差 STD 改善了 5.1%。 需要注意 S2 方案的钟差结果进行了基准转换。 图中可见有部分弧段 S3 的结果稍微更差的情况, 如测站不均匀分布的 DOY 103。有可能的原因 是使用三频观测量组建观测模型时的误差没有较 好模型化,如部分测站可能存在较大量级的时变 偏差,而本文忽略了测站时变偏差影响。由上文 分析知,当使用三频观测量定轨时,如果测站或卫 星端的时变偏差量级较大,观测模型需顾及该偏 差项的影响,而对于双频观测量的定轨该偏差项 会被其他参数吸收,不会对定轨结果产生影 响^[29]。另外一个原因可能是在 L5 频点中缺少对 应的 PCO 和 PCV 产品,使用 L2 频点的 PCO 与 PCV产品代替,从而导致部分结果更差。



图 4 每个弧段钟差结果(全球均匀)





图 5 每个弧段钟差结果(全球不均匀) Fig.5 Clocks RMS of each POD arc (global uneven)

图 6、图 7 分别绘制了两种测站布局的模糊 度固定率结果。两种测站布局下 S3 方案的宽巷 和窄巷模糊度固定率均略优于 S1 和 S2 方案。测 站均匀分布下,S1、S2、S3 方案的平均宽巷固定率 分别为 92.1%、92.7%、92.1%,S3 相较 S1、S2 分 别提升 0、-0.7%;类似的窄巷固定率分别为 83.0%、84.3%、83.9%,S3 分别提升 1.1%、 -0.5%。在全球不均匀分布情况下 S3 相较 S1、 S2 宽巷分别提升-0.2%、2.1%,窄巷分别提升 1.5%、1.6%。对于 S3 方案,超宽巷的平均固定 率在两种测站布局中分别为 98.7%、98.1%。需 要指出,对于 S2 方案,其宽巷模糊度为 L1、L5 频 点的 MW 组合得到,这与 S1 和 S3 方案使用 L1、 L2 频点的 MW 组合是不一致的。总体上 3 种定 轨方案的模糊度固定率基本相当,这是由于窄巷 模糊度的波长是相当的。



表1和表2还给出了测站位置的平均精度。 相较于S1方案,S3方案在测站均匀分布时N、E、 U、3D方向上分别提升0.5、0.2、0.7、0.9 mm,改 善百分比分别为10.2%、4.3%、5%、5.5%,在测 站不均匀分布时分别提升0.5、1.7、1.5、2.3 mm, 改善百分比8.8%、23.4%、9.7%、12.5%。S3相 较 S2 的改善与 S3 相较 S1 的改善更小,3 个方向 的改善幅度基本相当。

3.2 BDS 卫星结果

以上试验的12颗ⅡF类型卫星无法使用卫 星激光测距(SLR)的观测量检核结果。为进一步 验证算法,以 BDS-2 星座为算例进行试验。选取 62个能够跟踪北斗三频以上信号的 MGEX 测站 为观测数据,测站分布如图 8 所示,进行 BDS 单 系统 精密 定轨, 定轨 时段为 2019 DOY 096-DOY 109 共两周。由于 GEO 卫星轨道精度较 差,因此 C01-C05 卫星不参与定轨。定轨弧长为 1d,具体的定轨策略与 GPS 基本一致,其中卫星 天线相位中心误差采用 ESA 发布的产品,便于与 GBM 精密星历进行比较,接收机天线相位中心 产品使用 GPS 数值。C08、C10、C11 和 C13 这 4颗卫星参与了国际激光测距服务组织(ILRS) 的观测任务,因此可进行 SLR 检核。类似的进行 3种方案精密定轨,S1、S2、S3分别表示 B1/B2、 B1/B3、B1/B2 与 B1/B3 频点精密定轨方案。



表3给出了所有定轨弧段得到的轨道、钟差与 GBM 精密产品的整体比较结果。图9 绘制了模糊 度固定解 C08、C10、C11 和 C13 共4 颗卫星的每天 SLR 残差,坐标轴右侧为太阳高度角。表4 给出了 这4颗卫星轨道径向、三维 RMS,钟差的 RMS 和 STD,SLR 的残差均值、STD 和 RMS,所有结果均 为整个处理时段模糊度固定解的平均值。

(1) SLR 残差图表明加入第三频点的观测数据 后,激光检核结果整体有略微提升,尽管这4颗卫 星有部分天的结果 S3 残差值大于另外两种方案。 结合表4可知,除 C08和 C10卫星 SLR 的 RMS, S3较 S1方案分别较差1.6%和0.8%外,4颗卫星 的 SLR RMS 均为 S3方案最优,尤其是与 S2 方案 相比,精度提高了3%~10%。由表3可看出轨道 径向精度与 SLR 的 RMS 量级基本上是一致的。

| | | Tab.3 Ave | raged precision of | f orbits and clock | s for BDS-only P | OD results | | | | |
|-----|------------|-----------|--------------------|--------------------|------------------|------------|---------|--|--|--|
| | | | 轨道/mm | l | | 钟差/ns | | | | |
| | _ | R | Т | Ν | 3D | RMS | STD | | | |
| | S1 | 90.0 | 158.7 | 162.2 | 250.6 | 1.635 7 | 0.297 6 | | | |
| 浮点解 | S2 | 97.2 | 162.8 | 169.1 | 261.0 | 1.6448 | 0.322 0 | | | |
| | S 3 | 91.8 | 160.9 | 164.7 | 254.4 | 1.638 7 | 0.302 1 | | | |
| | S1/S3 | -2.0% | -1.4% | -1.5% | -1.5% | -0.2% | -1.5% | | | |
| | S2/S3 | 5.6% | 1.2% | 2.6% | 2.5% | 0.4% | 6.2% | | | |
| | S1 | 84.7 | 80.2 | 79.5 | 145.3 | $1.596\ 1$ | 0.244 8 | | | |
| | S2 | 94.0 | 89.8 | 87.4 | 161.2 | 1.605 6 | 0.267 6 | | | |
| 固定解 | S 3 | 85.0 | 80.7 | 79.2 | 145.3 | 1.597 8 | 0.246 7 | | | |
| | S1/S3 | -0.3% | -0.6% | 0.4% | 0.0% | -0.1% | -0.8% | | | |
| | S2/S3 | 9.6% | 10.1% | 9.4% | 9.9% | 0.5% | 7.8% | | | |

表 3 BDS 单系统定轨的轨道、钟差平均精度 .3 Averaged precision of orbits and clocks for BDS-only POD resu

表 4 4 颗 BDS 卫星轨道钟差平均精度及 SLR 比较结果

Tab.4 Averaged precision of orbits and clocks, and SLR comparing results for 4 BDS satellites

| 口豆 | 士安 | 轨道 | /mm | 钟差 | E/ns | SLR 残差/mm | | | |
|-----|------------|-------|-------|---------|---------|-----------|-------|-------|--|
| 卫生 | 刀乘 - | R | 3D | RMS | STD | mean | STD | RMS | |
| | S1 | 98.8 | 157.9 | 1.055 1 | 0.252 3 | -57.0 | 87.8 | 104.4 | |
| | S2 | 107.0 | 166.7 | 1.053 4 | 0.274 0 | -72.5 | 87.0 | 112.9 | |
| C08 | S 3 | 100.1 | 158.5 | 1.063 6 | 0.256 7 | -58.3 | 89.0 | 106.1 | |
| | S1/S3 | -1.3% | -0.4% | -0.8% | -1.7% | -2.1% | -1.4% | -1.6% | |
| | S2/S3 | 6.4% | 4.9% | -1.0% | 6.3% | 19.6% | -2.3% | 6.1% | |
| | S1 | 75.8 | 129.9 | 1.312 3 | 0.205 8 | -53.6 | 54.4 | 76.0 | |
| | S2 | 80.9 | 138.2 | 1.307 2 | 0.221 1 | -61.0 | 60.4 | 85.4 | |
| C10 | S 3 | 74.5 | 128.9 | 1.302 7 | 0.203 4 | -57.0 | 51.6 | 76.5 | |
| | S1/S3 | 1.7% | 0.8% | 0.7% | 1.2% | -6.3% | 5.1% | -0.8% | |
| | S2/S3 | 7.9% | 6.7% | 0.3% | 8.0% | 6.5% | 14.6% | 10.4% | |
| | S1 | 53.5 | 120.9 | 0.877 3 | 0.248 3 | -13.3 | 53.2 | 54.7 | |
| | S2 | 69.7 | 150.4 | 0.928 8 | 0.269 6 | -15.1 | 52.5 | 54.5 | |
| C11 | S3 | 56.8 | 116.4 | 0.890 8 | 0.252 4 | -12.1 | 51.3 | 52.6 | |
| | S1/S3 | -6.2% | 3.7% | -1.5% | -1.7% | 9.3% | 3.6% | 3.9% | |
| | S2/S3 | 18.5% | 22.6% | 4.1% | 6.4% | 20.3% | 2.3% | 3.6% | |
| | S1 | 101.8 | 168.8 | 0.684 5 | 0.284 8 | -16.1 | 80.7 | 81.9 | |
| | S2 | 114.2 | 182.3 | 0.685 9 | 0.306 9 | -29.4 | 85.1 | 89.7 | |
| C13 | S3 | 102.0 | 169.0 | 0.6937 | 0.289 1 | -14.7 | 80.9 | 81.9 | |
| | S1/S3 | -0.2% | -0.1% | -1.3% | -1.5% | 8.8% | -0.2% | 0.1% | |
| | S2/S3 | 10.7% | 7.3% | -1.1% | 5.8% | 50.1% | 4.9% | 8.7% | |

(2) 从整体结果(表 3)知,加入第三频点的观测数据后,轨道和钟差精度略有提升。相比 S1 方案, S2 方案(即 B1/B3 频点定轨)的结果更差,而 GPS 的 结果中 S2 方案(L1/L5 频点定轨)整体上好于 S1 方 案。造成这一现象的可能原因是 BDS 卫星 B3 频点 的 PCO 不准确,反而降低了三频定轨精度。

3.3 卫星端时变偏差分析

三频精密定轨可获得卫星端的时变偏差产品。选取 2019 年 DOY 097 该天 GPS 全球均匀测站、BDS 的三频定轨结果进行时变偏差产品分

析。图 10 绘制了典型的几种卫星端偏差序列,其 中扣除了常量偏差值。GPS 结果中,G01 卫星的 波动幅度相对较小,RMS 约为 2 cm,共有 8 颗卫 星属于该情况,如图 11 所示。其余 4 颗 GPS 卫 星则类似 G09 的波动幅度,量级更大,RMS 约为 5 cm。BDS 的卫星结果与 GPS 的结果并不一致, 只有 C06 卫星波动幅度较大,RMS 约为 2 cm,其 次是 C12 卫星,但是其幅度已显著变小,其余卫 星均波动幅度较小,类似 C07 卫星。这一结果与 文献[13—15]的结论是一致的。





图 10 卫星端时变偏差时间序列







4 结 论

本文使用参数重组策略并顾及卫星端的相位 时变偏差分量,推导了三频情况下两个 IF 组合的 满秩观测方程。基于双差方法使用"超宽巷-宽 巷-窄巷"策略推导了卫星精密定轨三频模糊度固 定方法。以 GPS 和 BDS 卫星为例,评定三频观 测量对精密定轨得到的轨道、钟差和测站位置产 品带来的收益。结果表明:

(1) GPS 结果中,相较于 L1/L2 IF 定轨,三 频观测量在全球均匀、不均匀地面测站分布下轨道 的 3D RMS 分别改善 6.7%、13.9%,钟差的 RMS 分别改善 1.9%、4.6%, STD 分别改善 6.4%、 10.0%,测站位置 3D RMS 分别改善 5.5%、12.5%。

(2) L1/L5 IF 策略的轨道、钟差、测站位置 产品均优于 L1/L2 IF 定轨结果。三频定轨结果 相较 L1/L5 IF 定轨结果,轨道的 3D RMS、钟差 的 STD 和测站位置 3D RMS 改善基本在 5%以 内,钟差的 RMS 几乎没有改善。可能与 L5 频点 具有更高的信号质量有关。

(3) BDS 卫星 SLR 检核结果表明,三频观测 量定轨结果比 B1/B3 定轨结果略有提升,但与 B1/B2 结果基本相当,有可能是第三频点的天线 相位中心误差导致定轨精度提升不显著。

(4) 三频定轨得到的卫星端时变偏差产品可 用于钟差产品的基准转换。如对于 L1/L5(B1/B3) IF 定轨的钟差,联合该时变偏差后可将钟差产品 校准到 L1/L2(B1/B2) IF 组合的钟差基准中。

致谢:特别感谢 IGS 的 MGEX 项目为本文 提供数据。

参考文献:

- [1] YANG Yuanxi, MAO Yue, SUN Bijiao. Basic performance and future developments of BeiDou global navigation satellite system[J]. Satellite Navigation, 2020, 1: 1-8.
- [2] GUO Fei, ZHANG Xiaohong, WANG Jinling, et al. Modeling and assessment of triple-frequency BDS precise point positioning
 [J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(11): 1223-1235.
- [3] DEO M, EL-MOWAFY A. Triple-frequency GNSS models for PPP with float ambiguity estimation: performance comparison using GPS[J]. Survey Review, 2018, 50 (360): 249-261.
- [4] GU Shengfeng, LOU Yidong, SHI Chuang, et al. BeiDou phase bias estimation and its application in precise point positioning with triple-frequency observable[J]. Journal of Geodesy, 2015, 89(10): 979-992.
- [5] LI Pan, ZHANG Xiaohong, GE Maorong, et al. Threefrequency BDS precise point positioning ambiguity resolution based on raw observables [J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(12): 1357-1369.
- [6] LI Xingxing, LI Xin, LIU Gege, et al. Triple-frequency PPP ambiguity resolution with multi-constellation GNSS:

BDS and Galileo[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(8): 1105-1122.

- [7] DEO M, EL-MOWAFY A. A method for precise point positioning with integer ambiguity resolution using triplefrequency GNSS data[J]. Measurement Science and Technology, 2019, 30(6): 065009.
- [8] 张小红,柳根,郭斐,等.北斗三频精密单点定位模型比较及定位性能分析[J].武汉大学学报(信息科学版), 2018,43(12):2124-2130.

ZHANG Xiaohong, LIU Gen, GUO Fei, et al. Model and performance comparison of triple-frequency BDS precise point positioning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(12): 2124-2130.

- [9] FAN Lei, LI Min, WANG Cheng, et al. BeiDou satellite's differential code biases estimation based on uncombined precise point positioning with triple-frequency observable [J]. Advances in Space Research, 2017, 59(3): 804-814.
- [10] LI Xingxing, XIE Weiliang, HUANG Jiaxin, et al. Estimation and analysis of differential code biases for BDS3/ BDS2 using iGMAS and MGEX observations[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(3): 419-435.
- [11] LIU Teng, ZHANG Baocheng, YUAN Yunbin, et al. Multi-GNSS triple-frequency Differential Code Bias (DCB) determination with precise point positioning (PPP)[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(5): 765-784.
- [12] MONTENBRUCK O, HAUSCHILD A, STEIGENBERGER P, et al. Three's the challenge: a close look at GPS SVN62 triple-frequency signal combinations finds carrier-phase variations on the new L5[J]. GPS World, 2010, 21(8); 8-19.
- [13] MONTENBRUCK O, HAUSCHILD A, STEIGENBERGER P, et al. Initial assessment of the COMPASS/BeiDou-2 regional navigation satellite system [J]. GPS Solutions, 2013, 17(2): 211-222.
- [14] MONTENBRUCK O, HUGENTOBLER U, DACH R, et al. Apparent clock variations of the Block IIF-1 (SVN62) GPS satellite[J]. GPS solutions, 2012, 16(3): 303-313.
- [15] ZHANG Xiaohong, WU Mingkui, LIU Wanke, et al. Initial assessment of the COMPASS/BeiDou-3: new-generation navigation signals [J]. Journal of Geodesy, 2017, 91 (10): 1225-1240.
- [16] TEGEDOR J, ØVSTEDAL O. Triple carrier precise point positioning (PPP) using GPS L5 [J]. Survey Review, 2014, 46(337): 288-297.
- [17] GENG Jianghui, MENG Xiaolin, DODSON A H, et al. Integer ambiguity resolution in precise point positioning: method comparison [J]. Journal of Geodesy, 2010, 84 (9): 569-581.
- [18] GUO Jiang, GENG Jianghui. GPS satellite clock determination in case of inter-frequency clock biases for triple-frequency precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(10): 1133-1142.
- [19] PAN Lin, ZHANG Xiaohong, GUO Fei, et al. GPS interfrequency clock bias estimation for both uncombined and ionospheric-free combined triple-frequency precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(4): 473-487.
- [20] ZHAO Lewen, YE Shirong, CHEN Dezhong. Numerical investigation on the effects of third-frequency observable

on the network clock estimation model[J]. Advances in Space Research, 2019, 63(9): 2930-2937.

- [21] ZHANG Yize, KUBO N, CHEN Junping, et al. An improved method for BDS inter-frequency clock bias estimation [C] // SUN Jiadong, YANG Changfeng, YANG Yuanxi. China Satellite Navigation Conference. Singapore: Springer, 2019: 39-48.
- [22] XIAO Guorui, LI Pan, GAO Yang, et al. A unified model for multi-frequency PPP ambiguity resolution and test results with Galileo and BeiDou triple-frequency observations [J]. Remote Sensing, 2019, 11(2): 116.
- [23] LIU Fei, GAO Yang. Triple-frequency GPS precise point positioning ambiguity resolution using dual-frequency based IGS precise clock products[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2017, 2017, 7854323.
- [24] ZENG Tian, SUI Lifen, XIAO Guorui, et al. Computationally efficient dual-frequency uncombined precise orbit determination based on IGS clock datum [J]. GPS Solutions, 2019, 23(4): 105.
- [25] 阮仁桂. SPODS 软件 GPS/GNSS 网解的模糊度解算方法
 [J]. 测绘学报, 2015, 44(2): 128-134. DOI: 10.11947/j. AGCS.2015.20130461.
 RUAN Rengui. Ambiguity resolution for GPS/GNSS network solution implemented in SPODS[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(2): 128-134. DOI: 10. 11947/j.AGCS.2015.20130461.
- [26] RUAN Rengui, JIA Xiaolin, WU Xianbing, et al. SPODS software and its result of precise orbit determination for GNSS satellites [C] // SUN Jiadong, JIAO Wenhai, WU Haitao, et al. China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2014 Proceedings: Volume III. Berlin: Springer, 2014: 301-312.
- [27] BOLLA P, BORRE K. Performance analysis of dual-frequency receiver using combinations of GPS L1, L5, and L2 civil signals[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(3): 437-447.
- [28] ZENG Tian, SUI Lifen, JIA Xiaolin, et al. Results and analyses of BDS precise orbit determination with the enhancement of Fengyun-3C[J]. Journal of Geodesy and Geoinformation Science, 2019, 2(3): 68-78.DOI:10.11947/j.JGGS.2019.0307.
- [29] ZENG Tian, SUI Lifen, RUAN Rengui, et al. GPS triplefrequency undifferenced and uncombined precise orbit determination with the consideration of receiver time-variant bias[J]. Measurement, 2020: 108281.

(责任编辑:陈品馨)

收稿日期: 2019-08-15

修回日期: 2020-04-12

第一作者简介: 曾添(1992—),男,博士生,研究方向为卫 星精密定轨与定位。

First author: ZENG Tian(1992—), male, PhD, majors in satellite precise orbit determination and precise positioning.

E-mail: tattian@126.com 通信作者: 隋立芬 Corresponding author: SUI Lifen

E-mail: suilifen@163.com