



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООТДАЧИ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ОБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

Т.М. Фарахов<sup>1</sup>, А.Г. Лаптев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИВЦ «Инжехим», г. Казань, Россия

<sup>2</sup>Казанский государственный энергетический университет,

г. Казань, Россия

tvt\_kgeu@mail.ru

**Резюме:** Рассмотрена двухслойная модель турбулентного пограничного слоя Прандтля и применение полученного на ее основе выражения для расчета коэффициента теплоотдачи, результаты которого хорошо согласуются с экспериментальными данными по средним значениям коэффициентов для различных тел. Показано определение параметров данного выражения для случая расчета локальных коэффициентов теплоотдачи на начальных участках каналов. Основными параметрами являются динамическая скорость, безразмерная толщина пограничного слоя и безразмерная толщина вязкого подслоя. На основе степенного и логарифмического профилей скорости получены выражения для расчета безразмерных параметров турбулентного пограничного слоя. Показано удовлетворительное согласование результатов расчетов локальных коэффициентов теплоотдачи для пластины и трубы. Представленный подход является теоретической основой для моделирования локальной теплоотдачи для тел более сложной формы, если известны коэффициенты трения.

**Ключевые слова:** локальная теплоотдача, пограничный слой, турбулентность, входной участок.

**Благодарности:** Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности (№13.6384.2017/БЧ).

## DETERMINATION OF LOCAL HEAT TRANSFER COEFFICIENTS AT THE ENTRANCE REGION OF STREAMLINED BODIES

T.M. Farakhov<sup>1</sup>, A.G. Laptev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Engineering-Promotional Center "Inzhekhim", Kazan, Russia

<sup>2</sup>Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

tvt\_kgeu@mail.ru

**Summary:** Prandtl's two-layer model of the turbulent boundary layer is considered and the expression obtained through the use of the model is applied to calculate the heat transfer coefficient, calculations for which agree well with experimental data on mean values of the coefficients for various bodies. Determination of parameters of this expression is shown for the case of calculating local heat transfer coefficients in the entrance regions of the channels. The main parameters are dynamic velocity, dimensionless thickness of the boundary layer and dimensionless thickness of the viscous sublayer. Based on the power-law and logarithmic velocity profiles, expressions are obtained for calculating the dimensionless parameters of the

turbulent boundary layer. A satisfactory agreement of the results of calculations of local heat transfer coefficients for the flow over a flat plate and the pipe flow is shown. The presented approach represents a theoretical basis for modeling the local heat transfer for bodies of more complex shapes, if the friction coefficients are known.

**Keywords:** local heat transfer, boundary layer, turbulence, entry region.

**Acknowledgments:** The work was performed within the framework of the basic part of the state task in the field of scientific activity (№13.6384.2017/BCH).

**For citation:** Farakhov T.M., Laptev A.G. Determination of local heat transfer coefficients at the entrance region of streamlined bodies. *Proceedings of the higher educational institutions. ENERGY SECTOR PROBLEMS*. 2019; 21(3-4):22-26. (In Russ). DOI:10.30724/1998-9903-2019-21-3-4-22-26.

### Введение

Решение задач математического моделирования и повышения эффективности теплообменных процессов является важным и актуальным практически для всех отраслей промышленности и энергетики [1–4]. За последние годы опубликовано несколько монографий и учебных пособий [5–7].

При решении задач математического моделирования теплообменных процессов кроме средних коэффициентов теплоотдачи при обтекании различных тел относительно небольших разливов (например, на входных участках коротких каналов) необходим расчет локальных коэффициентов теплоотдачи. На входном участке происходит гидродинамическая стабилизация пограничного слоя в каналах, длина которых составляет от 20 до 50 диаметров трубы, в зависимости от числа Рейнольдса.

Целью данной работы является показать примеры расчетов локальных коэффициентов теплоотдачи на пластине и в трубе на основе применения модели пограничного слоя Прандтля.

Двухслойная модель турбулентного пограничного слоя Прандтля является наиболее простой в математическом описании, однако дает результаты по расчетам коэффициентов переноса незначительно отличающиеся от более сложных моделей (Кармана, Дайслера, Левича, Ханрати, Овена, Ван-Дрифта и др.).

На основе применения модели Прандтля получено выражения коэффициента теплоотдачи [8, 9]:

$$\alpha = \frac{\rho c_p u_*}{Pr^m \left[ R_1 + \frac{1}{\chi} \ln(R_\delta / R_1) \right]}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>К;  $Pr$  – число Прандтля;  $u_*$  – динамическая скорость, м/с;  $R_1$  – безразмерная толщина вязкого подслоя (на пластине при стабилизированном течении  $R_1=11,6$ );  $R_\delta = u_* \delta / \nu$  – безразмерная толщина пограничного слоя;  $\delta$  – толщина пограничного слоя, м;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, м<sup>2</sup>/с;  $\chi=0,4$  – константа турбулентности;  $\rho$  – плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $c_p$  – удельная теплоемкость среды, Дж/кг К.

Выражение (1) дает удовлетворительные результаты расчетов средних коэффициентов теплоотдачи при различных условиях движения потоков в каналах [8, 9].

Ниже рассмотрено применение выражения (1) для расчетов локальных коэффициентов теплоотдачи.

### Локальная теплоотдача от пластины

Первоначально рассмотрен пример обтекания пластины потоком при турбулентном стационарном режиме. Для этого необходимо определить основные параметры выражения (1) в зависимости от расстояния набегающего потока в продольном направлении пластины. Тогда запишем для пластины ( $m=0,57$ )

$$\alpha_x = \frac{\rho c_p u_{*x}}{\text{Pr}^{0,57} \left[ R_{1x} + \frac{1}{\chi} \ln(R_{\delta x} / R_{1x}) \right]}. \quad (2)$$

Динамическую скорость выразим с применением локального коэффициента трения  $C_{fx}$  пластины:

$$u_{*x} = u_\infty \sqrt{C_{fx} / 2}, \quad (3)$$

где  $u_\infty$  – скорость внешнего потока, м/с.

Для пластины при  $\text{Re}_x = u_\infty x / \nu$  от  $10^5$  до  $10^6$   $C_{fx} = 0,058 / \text{Re}_x^{0,2}$ ; где  $\text{Re}_x$  – число Рейнольдса;  $x$  – продольная координата, м.

Локальное значение толщины турбулентного пограничного слоя на пластине, как известно, имеет вид

$$\delta = \frac{0,37x}{\text{Re}_x^{0,2}}. \quad (4)$$

Тогда значение  $R_{\delta x}$  из (3) и (4) запишется в форме

$$R_{\delta x} = 0,37 \text{Re}_x^{0,8} \sqrt{C_{fx} / 2}. \quad (5)$$

Безмерную толщину вязкого подслоя  $R_{1x}$ , как функцию координаты, найдем из степенного профиля скорости на пластине:

$$\frac{u}{u_*} = C(n) \left( \frac{yu_*}{\nu} \right)^{1/n} = C(n) (y^+)^{1/n}, \quad (6)$$

где при  $40 < y^+ < 700$   $C(n) = 8,74$ ;  $n = 7$ .

В вязком подслое профиль скорости описывается линейной функцией

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu}. \quad (7)$$

На границе вязкого подслоя функции (6) и (7) имеют одинаковое значение:

$$R_1 = \frac{u_* \delta_1}{\nu} = C(n) \left( \frac{u_* \delta_1}{\nu} \right)^{1/n}. \quad (8)$$

Значение  $C(n)$  можно определить из профиля скорости (6) при  $y = \delta$  и  $u = u_\infty$ , имеем

$$\frac{u_\infty}{u_*} = C(n) R_\delta^{-1/n}. \quad (9)$$

Тогда

$$C(n) = \frac{u_\infty}{u_*} R_\delta^{-1/n}. \quad (10)$$

В результате из (8)–(10) получим при  $n=7$  локальное значение, где  $u_{*x} = u_\infty \sqrt{C_{fx} / 2}$  (3), тогда имеем

$$R_{1x} = \left( \frac{2}{C_{fx}} \right)^{7/12} R_{\delta x}^{-1/6}. \quad (11)$$

Расчеты показывают, что значение (11) практически не меняется и равно  $R_{1x} = 12,4$ , что близко к значению  $R_1 = 11,6$  в теории пограничного слоя. Вероятно, что небольшое расхождение связано с погрешностью аппроксимации профиля скорости степенной функцией. Следовательно, можно принять  $R_{1x} = R_1 = 11,6$ .

Профиль скорости в турбулентной области пограничного слоя также описывается логарифмической функцией:

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \frac{u_* y}{\nu} + 5,5. \quad (12)$$

На границе вязкого подслоя линейный профиль скорости и логарифмический принимают одинаковое значение, т.е. при  $y = \delta_1$ :  $u_1 / u_* = R_1$  и

$$R_1 = 2,5 \ln R_1 + 5,5. \quad (13)$$

Из данного выражения следует постоянное значение  $R_1 = 11,63$ .

Локальный коэффициент теплоотдачи на пластине вычисляется по известному критериальному выражению [1]

$$Nu_x = 0,03 Re_x^{0,8} Pr^{0,43}, \quad (14)$$

где  $Nu_x = \alpha_x x / \lambda$  – локальное число Нуссельта;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности среды, Вт/м К.

Выражение (2) запишем в безразмерной форме с  $u_{*x}$  (3)

$$Nu_x = \frac{Re_x \sqrt{C_{fx} / 2} Pr^{0,43}}{11,6 + 2,5 \ln(R_{\delta x} / 11,6)}. \quad (15)$$

Из расчетов по выражениям (14) и (15) при  $Re_x = 2 \cdot 10^5$  имеем по выражению (14)  $Nu_x = 513,6$ , по (15)  $Nu_x = 502,5$  (при  $Pr = 1$ ).

Расхождение около 3%. При  $Re_x = 10^6$ , соответственно, получаем  $Nu_x = 1861$  и  $Nu_x = 1882$ , расхождение около 2%.

Таким образом, доказана адекватность выражения  $Nu_x$  (15) с параметрами (5) и  $R_1 = 11,6$  при моделировании локальной теплоотдачи на пластине при турбулентном движении потока.

#### Теплоотдача на начальном участке трубы

При турбулентном движении однофазного потока в трубе длина участка гидродинамической стабилизации составляет  $l_{CT} < 50d$ , где  $d$  – диаметр трубы [1, 10]. На входном участке скорость потока на оси канала изменяется от среднего значения  $u_{cp}$  на входе до значения  $u_{max}$  за участком гидродинамической стабилизации. Учитывая, что толщина турбулентного пограничного слоя (4) зависит от продольной координаты в степени  $\delta \sim x^{4/5}$  приближенно скорость потока на оси найдем из выражения

$$u_{max(x)} = u_{cp} + u_m(x) (x / l_{CT})^{4/5}, \quad (x \leq l_{CT}), \quad (16)$$

где при  $x=0$  имеем  $u_{max} = u_{cp}$  (вход в трубу); при  $x = l_{CT}$ ,  $u_{max} = u_{cp} + u_m$ , где  $u_m = 4u_*$ ; при  $0 < x < l_{CT}$ ,  $u_m = 4u_*(x)$  – скорость на оси, м/с.

В литературе отсутствует функция для коэффициента трения на начальном участке трубы, поэтому в первом приближении при  $x < l_{CT}$  используем выражение для пластины  $C_{fx}$  и динамическую скорость в формуле (3).

Значение  $R_{\delta x}$  вычислим по формуле (5), где число Рейнольдса будет скоростью  $u_{\infty} = u_{\max}(x)$  (16), аналогично при вычислении  $C_{fx}$ .

Также и логарифмического профиля (12) можно получить локальное значение  $R_{\delta x}$  на начальном участке трубы, при  $u = u_{\infty}$  и  $y = \delta$  имеем

$$R_{\delta x} = \exp \left[ 0,4 \left( \frac{u_{cp} + 4u_{*x}}{u_{*x}} \right) - 5,5 \right]. \quad (17)$$

Длину участка гидродинамической стабилизации в круглой трубе можно приближенно оценить из выражения (4) при  $\delta \approx R$  и  $u_{\infty} \approx 1,15u_{cp}$ . Получим

$$l_{CT} = \left( \frac{R}{0,37} \right)^{5/4} \left( \frac{1,15u_{cp}}{\nu} \right)^{1/4}, \quad (18)$$

где  $R$  – радиус трубы, м.

Расчет показывает, что отношение локального коэффициента теплоотдачи  $\alpha_x$  (2) к среднему  $\alpha$  при  $x/d = 1,0$  равно  $\alpha_x/\alpha = 1,35 (\text{Re}_d = 5 \cdot 10^4)$ . В монографиях [1, 7, 10] приведено значение  $\alpha_x/\alpha = 1,34$ . Расчеты  $\alpha_x/\alpha$  удовлетворительно согласуются с известными поправками, учитывающими начальный участок в трубе при различных числах Рейнольдса и, соответственно, длины начального участка (18).

### Выводы

Рассмотрено применение выражения для коэффициента теплоотдачи, полученного ранее авторами по модели Прандтля, на случай локальной теплоотдачи на входных участках каналов. Определены локальные параметры пограничного слоя для пластины и трубы. Показано согласование результатов расчетов локальных коэффициентов теплоотдачи с известными результатами. Представленный подход является теоретической основой для моделирования локальной теплоотдачи для тел с различной геометрией обтекаемых поверхностей.

### Литература

1. Хрусталеv Б.М. и [др.] Тепло и массообмен. Ч.1.; под ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007. 606 с.
2. Молчанов А.М., Быков Л.В., Янышев Д.С. Трехпараметрическая модель турбулентности для высокоскоростных течений // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91, №3. С. 720–727.
3. Minakov A.V., Guzei D.V., Meshkov K.N., Popov I.A. Experimental study of turbulent forced convection of nanofluid in channels with cylindrical and spherical hollows // International journal of heat and mass transfer. 2017. Т. 115. С. 915–925.
4. Leont'ev A.L., Kuzma-Kichta Y.A., Popov I.A. Heat and mass transfer and hydrodynamics in swirling flows (review) // Thermal Engineering. 2017. Т.64, № 2. С. 111–126.
5. Кудинов И.В. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в движущихся жидкостях. СПб.: Лань, 2015. 208 с.
6. Маринюк Б. Расчеты теплообмена в аппаратах и системах низкотемпературной техники. М.: Машиностроение, 2015. 272 с.
7. Рудской А.И. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в движущихся жидкостях. СПб.: Лань, 2015. 208 с.

8. Лаптев А.Г., Башаров М.М., Фарахов Т.М. Тепло- и массоотдача в возмущенных турбулентных пограничных слоях // Труды Академэнерго. 2016. №1. С. 53–71.

9. Лаптев А.Г., Башаров М.М. Математическая модель и расчет коэффициентов теплоотдачи в шероховатых каналах при турбулентном режиме // Инженерно-физический журнал. 2015. Т.88, №3. С. 656–662.

10. Михеев М.А., Михеев И.М. Основы теплопередачи. М.: «Энергия», 1977. 344 с.

#### **Авторы публикации**

**Фарахов Тимур Мансурович** – канд. техн. наук, ведущий инженер ООО ИВЦ «Инжехим».

**Лаптев Анатолий Григорьевич** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Технология воды и топлива» (ТВТ) Казанского государственного энергетического университета (КГЭУ).

#### **Reference**

1. Khrustalev B.M. and [et al.] Heat and mass transfer. Minsk: BNTU, 2007. 606 с.
2. Molchanov A. M., Bykov L. V., Yanyshv D. S. Three-parameter turbulence model for high-speed flows // Engineering-physical journal. 2018. Vol.91. №. 3. P. 720–727.
3. Minakov A.V., Guzei D.V., Meshkov K.N., Popov I.A. Experimental study of turbulent forced convection of nanofluid in channels with cylindrical and spherical hollows // International journal of heat and mass transfer. 2017. Vol. 115. P. 915–925.
4. Leont`ev A.L., Kuzma-Kichta Y.A., Popov I.A. Heat and mass transfer and hydrodynamics in swirling flows (review) // Thermal Engineering. 2017. Vol.64. № 2. P. 111–126.
5. Kudinov I.V. Mathematical modeling of hydrodynamics and heat transfer in moving fluids. SPb. : Lan, 2015. 208 p.
6. Marinyuk B. Calculations of heat transfer in devices and systems of low-temperature equipment. M.: Mashinostroenie, 2015. 272 p.
7. Rudskoy A.I. Mathematical modeling of hydrodynamics of heat transfer in moving liquids. Spb: Lan, 2015. 208 p.
8. Laptev A.G., Basharov M.M., Farakhov T.M. Heat and mass transfer in a perturbed turbulent boundary layers // Trudy Akademenergo. 2016. №1. P. 53–71.
9. Laptev A.G., Basharov M.M. Mathematical model and calculation of heat transfer coefficients in rough channels in turbulent regime // Engineering-physical journal. 2015. Vol. 88, №. 3. P. 656–662.
10. Mikheev M.A., Mikheev I.M. Heat transfer basics. M.: Energy, 1977. 344 p.

#### **Author of the publication**

**Timur M. Farakhov** – Engineering-Promotional Center "Inzhekhim", Kazan, Russia

**Anatoly G. Laptev** – Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

**Поступила в редакцию**

**16 октября 2018 г.**