СТРАТЕГИИ БИЗНЕСА
анализ | прогноз | управление
№ 1 (1) 2013
электронный научно-экономический журнал

Разработка алгоритма формирования обобщенного рейтинга по совокупности несравнимых макроэкономических параметров для задач управления

Автор статьи:
И.Е. Денежкина,
к.т.н., заведующая кафедрой
«Теория вероятностей и математическая статистика»
С.А. Зададаев,
к.ф.-м. н., доцент кафедры
«Теория вероятностей и математическая статистика»
Финансового университета при Правительстве РФ
г. Москва, Российская Федерация
yned@mail.ru

I.Denezhkina
PhD (Technical Sciences), head of the Department
"Probability Theory and Mathematical Statistics"
S.Zadadaev
PhD (physical and mathematical Sciences),
Associate Professor of the Department
"Probability Theory and Mathematical Statistics"
Moscow, Russian Federation

DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR THE FORMATION OF A GENERALIZED RATING ACCORDING TO AGGREGATE DISPARATE MACROECONOMIC PARAMETERS FOR THE MANAGEMENT TASKS

Abstract: Has been developed a ranking algorithm in the logic of the choice of Pareto generated by the vector criterion for a finite collection of macroeconomic parameters. Shows the theoretical justification of the existence entered rating with a possible generalization of the factorization Pareto on an arbitrary relation preferences, satisfying a number of conditions. The algorithm of formation of the attitude preferences aggregate disparate between the signs, to form the generalized rating of the objects being compared. The developed algorithm is implemented in the form of application programs. The obtained algorithm allows to form a strategy defining the management decision-making in comparative uncertainty. On the basis of developed algorithm developed a methodology for Express analysis of the current readiness of Moscow schools to the introduction of the GEF for the new generation.

Keywords: Comparative uncertainty, the ratio of preferences, select function, ranking Pareto projective rating, management decision-making.

В настоящем исследовании разработан алгоритм ранжирования в логике выбора по Парето, порожденного векторным критерием на конечной совокупности макроэкономических параметров.

Приведено теоретическое обоснование существования введенного рейтинга с возможным обобщением факторизации по Парето на произвольное отношение предпочтения, удовлетворяющее ряду условий.

Описан алгоритм формирования отношения предпочтения по совокупности несравнимых между собой признаков с целью формирования обобщенного рейтинга сравниваемых объектов. Разработанный алгоритм реализован в виде прикладных программ. Полученный алгоритм позволяет сформировать стратегию, определяющую принятие управленческих решений в условиях сравнительной неопределенности. Особенность разработанной стратегии заключается в отказе от проекций в многомерных фазовых пространствах эконометрических параметров, которые неизбежно приводят к утрате информации. Получаемый ранг объектов учитывает их естественную несравнимость и тесно связан с выбором по векторному критерию.

Термин *сравнительная неопределённость* введен впервые.

Что может быть неопределенного в задаче принятия решений и с чем оперируют классические методы? В первую очередь не определены или принципиально не определяемы могут быть сами параметры модели или объектов, а также вероятности событий, являющихся следствиями принятия решений. Поэтому термин «принятие решений в условиях неопределенности» связывают, как правило, с теорией игр, теорией вероятностей и математической статистикой и отчасти теориями нечетких множеств и полезности.

Но существует и другой фактор неопределенности – это естественная несравнимость объектов при полностью заданных параметрах. Именно в этом аспекте мы и будем в дальнейшем (за редким исключением) понимать неопределенность, называя её в этом контексте *сравнительной неопределенностью*.

Действительно, связь исследуемых объектов со множеством макроэкономических параметров в большинстве случаев приводит к психологическому парадоксу выбора [2], который заключается в том, что больший выбор может привести к худшему решению или, вообще, к отказу принять решение. Иногда это теоретически объясняется тем, что называется «параличом анализа», реального или воспринятого, а также, возможно, «рациональным невежеством». С математической точки зрения это связано с природой формальной несравнимости объектов в случае наличия более одного скалярного критерия.

Такое положение дел частично разрешается моделированием всевозможных ранжирований, задающих новые основания для выбора, называемые рейтингами. Наиболее широко среди существующих способов формирования рейтингов представлены проективные методики, базирующиеся на сумме или среднем арифметическом (часто средневзвешенном) значении экспертных оценок. При этом достоверность и адекватность самого метода ранжирования вообще не обсуждаются агентствами. Здесь традиционно присутствует лишь соотнесение выбора пользователей с доверием к субъективизму экспертов. Как выразился замгендиректора российского рейтингового агентства «Эксперт РА» Павел Самиев: «Один американский журналист сказал отличную фразу: если раньше нужно было вводить танки, то сейчас достаточно снизить рейтинг, и это будет такой же удар по стране».

Современные методы решения ряда управленческих задач в той или иной степени оказываются связаны с формированием итогового вполне определенного бинарного отношения предпочтения. Спектр в таком абстрагировании достаточно широк: будет ли предпочтение исследователей склоняться в пользу принятия конкретных финансовых решений или выбора соответствующей поведенческой стратегии, например инвестирования, или будут установлены многофакторные отношения предпочтения между исследуемыми объектами с последующей оценкой границ оптимальности заданных критериев[1]. В любом случае у нас появляется выбор, связанный с некоторым отношением предпочтения.

Эти и другие подобные соображения делают актуальной разработку особой стратегии, определяющей принятие решений в условиях сравнительной неопределенности финансовых активов и других многомерных эконометрических массивов данных.

Ранг объектов в такой стратегии должен учитывать их естественную несравнимость и быть тесно связан с выбором по векторному критерию. Точнее, мы собираемся ранжировать объекты в логике выбора по Парето, порожденного векторным критерием на конечной совокупности макроэкономических параметров.

Здесь следует отличать предлагаемый выбор от поиска решения, оптимального по Парето[2], в котором устанавливается особая связь между уже оптимальными решениями. Желая подчеркнуть принципиальную разницу, мы будем иногда использовать в качестве множества альтернатив Ω термин многомерной сериации (или просто сериации) S^n, используемый в психологии выбора[3] и, в частности, в психологии поведенческих финансов:

$$\Omega = S^n \subset R^n, |S^n| = N < \infty.$$

Таким образом, R^n - евклидово пространство всех возможных сочетаний макроэкономических параметров (p_1, p_2,...,p_n), а $\Omega = S^n$ - конечное подмножество его наблюдаемых объектов.

Для факторизации (разбиения на классы эквивалентностей) множества объектов сериации Ω поступим следующим образом:

1) выберем первую группу объектов, используя действие функции выбора на всё пространство альтернатив Ω. Такие объекты легко получить из матрицы R, не используя функцию $C^R(X)$. Действительно, номера столбцов, состоящих из одних нулей, и будут являться номерами объектов первой группы;

2) удалим из матрицы R строки и столбцы, соответствующие элементам первой группы (тем самым уменьшим размерность). По-прежнему, нулевые столбцы образуют вторую группу номеров-объектов;

3) повторяя данные итерации конечное число раз, мы выделим все группы несравнимых между собой элементов, для которых не нашлось более предпочтительного из старших классов.

Мы по-прежнему рассматриваем на произвольном конечном множестве альтернатив $\Omega = S^n \subset R^n$ с отношением предпочтения:

$$xRy \Leftrightarrow (\forall\ i = \overline{1,n}\ x_i \le y_i) \wedge (\exists\ i = \overline{1,n}\ x_i > y_i).$$

По традиции функцией выбора по Парето назовём функцию блокировки $C^R(X)$ указанного выше отношения R, хотя выбор по Парето всегда связывают только с векторным критерием:

$$C^R(X) = \{x \in X \subset \Omega | \forall\ y \in X\, \neg(yRx)\}.$$

Введённая функция блокировки реализует выбор элементов x из множества X, если для каждого x из выбранных не найдётся более предпочтительного элемента $y \in X$ по отношению R, т.е. $\neg(yRx)$.

Определим правило последовательного рекуррентного выбора:

1) $C^R(\Omega) = X_1$ (выбор из всего множества альтернатив);

2) $C^R(\Omega \backslash X_1) = X_2$ (выбор из оставшихся элементов на втором шаге);

3) $C^R(\Omega \backslash (X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_{i-1})) = X_i$ (выбор из оставшихся элементов на i-шаге).

4) Если выбор пуст, процесс прерывается.

Данный рекуррентный процесс конечен, так как множество Ω конечно. Таким образом, в результате рассматриваемой последовательности действий получим конечную систему выбранных множеств $\{X_i\}$, $i = 1,M$, где $M \le |\Omega|$.

В работе [4] доказано, что:

1. Система $\{X_i\}$ исчерпывает всё множество альтернатив Ω, т.е. процесс разбиения не прерывается отказом от выбора и дойдёт для конечного k до состояния

$$C^R(\Omega \backslash (X_1 \cup ... \cup X_k)) = \Omega \backslash (X_1 \cup ... \cup X_k),$$

А это означает, что выбрано всё, что предлагалось, остаток – $\varnothing$.

2. Согласно теореме о порождении отношения эквивалентности произвольным разбиением и, в частности, системой $\{X_i\}$, существует отношение эквивалентности между элементами множества альтернатив, в котором множества $\{X_i\}$ имеют смысл классов эквивалентности.

3. Множества системы $\{X_i\}$ проиндексированы натуральными числами (пронумерованы), и, следовательно, элементы оказываются упорядочены с точностью до класса эквивалентности.

Доказанные утверждения позволяют рассматривать систему классов эквивалентностей $\{X_i\}$ с естественным отображением в натуральные числа как ранжирование по Парето, при котором каждому элементу из множества альтернатив соответствует класс X_i(эквивалентных по выбору) и номер i класса по рангу.

Можно ассоциировать номер класса со степенью вложения объекта во всю совокупность (уровень, слой). Данный рейтинг оказывается чувствительным к объемлющей совокупности: отношение нового предпочтения зависит не только от пары сравниваемых объектов, но и от всего объемлющего множества «соседей» по выбору. Стоит убрать или добавить новый объект, как сразу же может измениться положение предпочтительности всех других объектов. Это вполне соответствует изменениям, наблюдаемым на рынке с появлением новых конкурентов.

Разработанный алгоритм реализован в виде прикладных программ. Проведено экспериментальное исследование эффективности предложенной стратегии выбора, а также связи полученного и традиционного проективного рейтинга.

Предложенный алгоритм ранжирования несравнимых объектов может быть применен к объектам различной природы.

В качестве проверки работоспособности разработанной программы было проведено исследование в рамках реализации мониторинга готовности образовательных учреждений к введению ФГОС общего образования. Была разработана методика экспресс-анализа текущей готовности московских школ.

Рассматриваемая задача является существенно многомерной. Необходим учет ресурсов образовательных организаций, качества основных образовательных программ, данных текущей диагностики учебных достижений обучающихся и данных повышения квалификации и переподготовки педагогических работников за последние два года и многих параметров, делающих сравниваемые объекты несравнимыми.

Методика реализована на базе полной математической модели, описывающей общее параметрическое пространство деятельности учебных заведений. Обсуждаемые в настоящем пункте математические построения применены к той части данных, которые получены в ходе мониторинга 2013 года экспертной оценкой НИИСО и рядом запросов в МИОО и МЦКО за последние два года

Работа проводилась по заказу НИИСО - Научно-исследовательского института столичного образования и по представленным этой организацией данным. В мониторинге участвовали 2500 школ. В данной работе приводятся данные для 176 школ, наиболее полно описанных в пространстве анализируемых параметров.

Для текущего анализа были выбраны три группы параметров, характеризующих степень готовности образовательных учреждений (ОУ): «Ресурсы», «Характеристика ООП» и «Результаты». Причем последний блок параметров рассматривается нами как проверочный независимый показатель действующей результативности. Выделенные группы исследуемых параметров детально представлены в Приложении 2.

Таким образом, каждое образовательное учреждение представляется нами как точка в 20-мерном пространстве параметров $\Omega = S^{20}$. Например, для случайно взятых трех школ Северо-Западного округа, участвующих в эксперименте, реальный паспорт экспресс-измерений выглядит следующим образом (табл. 1):

Таблица 1. Паспорт экспресс-измерений для трех объектов

K1	K2	K3	K4	K5	F1	M1	M2	M3	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
10	–	5	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
14	–	12	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	2	0	1	1	1	1	0
8	–	6	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	0

Далее для интегральной характеристики группы «Ресурсы» вводится величина Q, которая вычисляется по формуле

$$Q = K1+(K2)+K3+M2+4(K4+K5+F1+M1+M3).$$

Распределение этой величины даже на относительно небольшой рассматриваемой выборке (176 школ) имеет распределение, близкое к нормальному (рис.1) с асимметрией – 0,19 и эксцессом – 0,29:

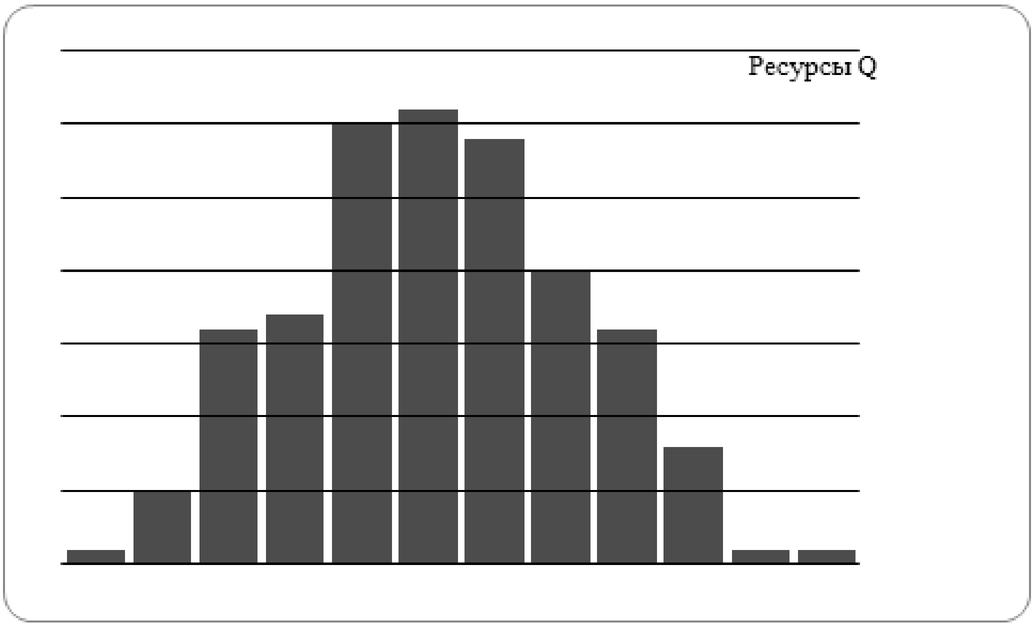

Рис. 1. Распределение параметра Q

Здесь по оси абсцисс отложено значение параметра Q, а по оси ординат – количество школ.

Коэффициент *4* в формуле для ресурсов Q выбран из соображений нормировки разнородных параметров, с одной стороны, и достаточной дифференциации учебных заведений, с другой стороны. Как показывают расчеты, для приведенной линейной комбинации параметров тест Колмогорова–Смирнова оказывается применим и дает положительный ответ о нормальности распределения. При дальнейшем увеличении значения множителя тест теряет мощность из-за возникающих искусственных провалов в распределении в условиях ограниченности объема выборки.

Отметим, что, согласно центральной предельной теореме, с ростом суммируемых параметров (независимых случайных величин) следует ожидать в распределении суммы близости к нормальному закону, что в нашем случае наблюдается уже на 8–9 параметрах.

Аналогично для интегральной характеристики второй группы «Характеристика ООП» вводится величина P по формуле

$$P = P1 + P2 + \ldots + P11,$$

Распределение P также оказывается близко к нормальному с асимметрией + 0,4 и эксцессом – 0,08:

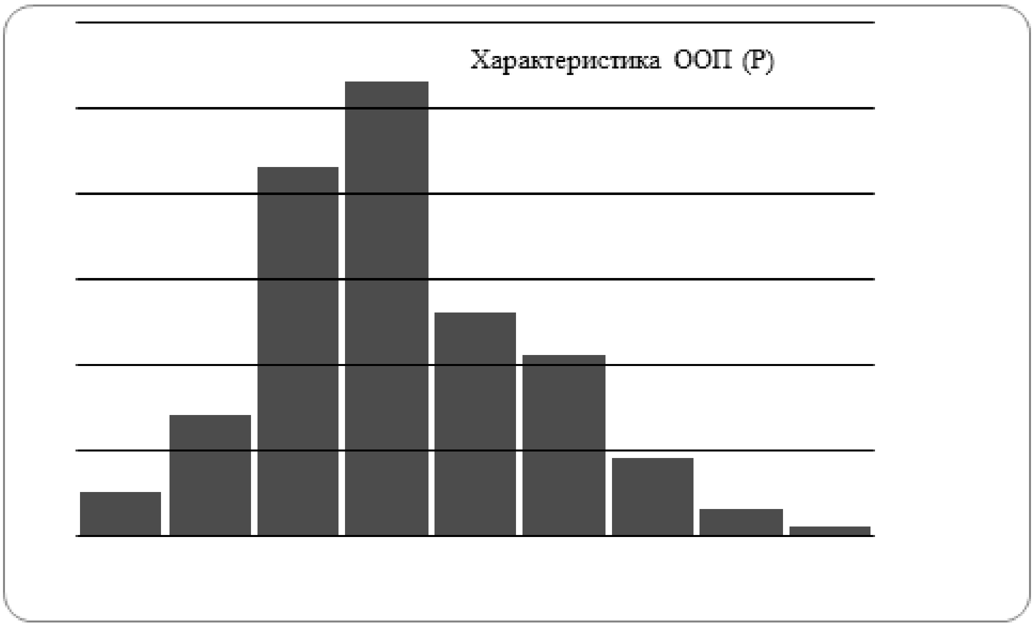

Рис. 2. – Распределение параметра Р 1

Здесь по оси абсцисс отложено значение параметра P, а по оси ординат – количество школ.

Коэффициент корреляции между введенными интегральными величинами

$$\rho(Q, P) = 0{,}37$$

не является значительным, что говорит о слабой связи между параметрами P и Q.

Таким образом, экспресс-модель интегрально по совокупности параметров оценивает участников эксперимента двумя слабо коррелированными параметрами Q *(ресурсы)* и P*(оценка ООП),* которые достаточно дифференцируют, т.е. различают, образовательные учреждения в соответствующем фазовом пространстве параметров. На рис.3 приводится график распределения образовательных учреждений на плоскости параметров (Q, P).

Здесь по оси абсцисс отложено значение параметра Q, по оси ординат – значение параметра P. Образовательные учереждения, относящиеся к одному округу, отмечены одинаковыми символами.

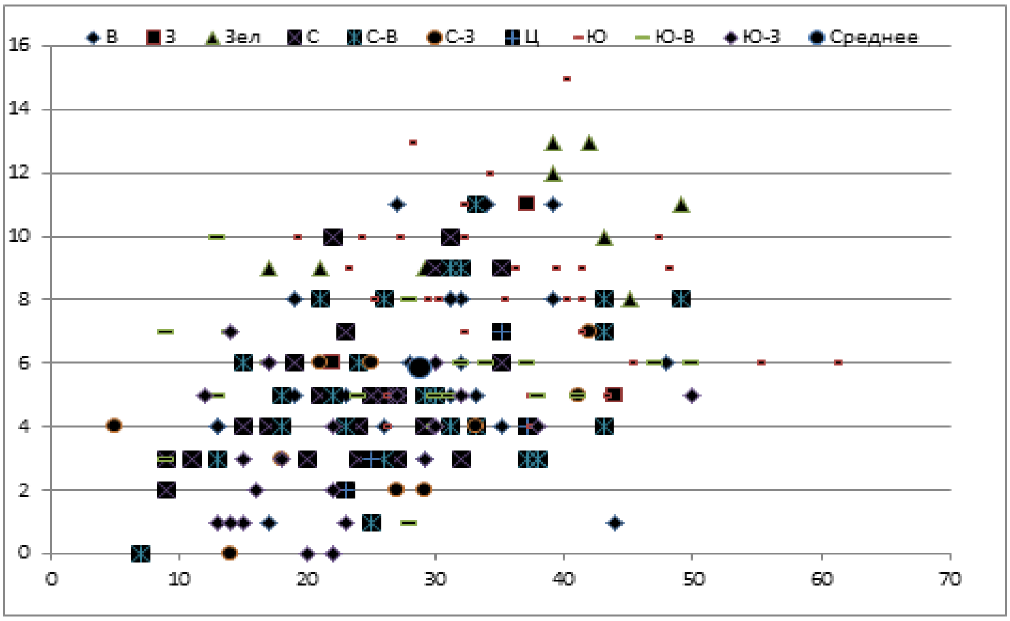

Рис. 3. Распределение объектов на плоскости (*Q, P*)

Очевидно, что выстроить в ряд в каком-то порядке исследуемые объекты нельзя, не имея однозначного алгоритма.

Были получены результаты упорядочивания (ранжированию) по проективному рейтингу (сумме показателей), а затем с помощью описанного выше алгоритма. Исследуемые объекты были расположены в порядке возрастания рейтинга, а внутри одной группы – по возрастанию суммы показателей. Таким образом, 176 школ были разделены на 35 классов, в каждом из которых они не могут быть названы лучшими или худшими. Номер же класса, присвоенного школе, отражает ее рейтинг в общей совокупности. Чем ниже она в рейтинге (чем больше номер класса), тем меньше она отвечает предъявляемым требованиям.

И здесь нетрудно заметить наблюдаемое несовпадение отношений предпочтения по сумме баллов и по совокупности несравнимых параметров в ранжирование по Парето. Например, для указанной ниже пары школ значения в последних двух столбцах коррелируют, а по смыслу должны антикоррелировать:

Округ	№ ОУ	Q	P	Summa	Rang
С-З	882	5	4	9	31
С	1384	11	3	14	32

Полученные результаты были переданы в НИИСО для принятия решений как управленческого, так и финансово-экономического характера.

Результаты ранжирования являются основанием для принятия управленческих решений департаментом столичного образования.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ РФФИ 11-06-00278, 14-06-00224

Список литературы:

1. Matthias Ehrgott Multicriteria Optimization — Springer, Jun 1, 2005 - Business & Economics - 323 pages.

2. Sheena Iyengar: Be choosy about choosing (TED@AllianzGI Behavioral Finance | November 2011).

3. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 256 с.

4. Зададаев С.А. Методы структурной диалектики: [монография] - Москва: Граница, 2012. – 146 с.

[1] *Matthias Ehrgott Multicriteria Optimization. — Springer. — ISBN 3-540-21398-8*

[2] Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Наука, 1982.

[3] Зададаев С.А. Методы структурной диалектики: [монография] - Москва: Граница, 2012. – 146с. *ISBN* – 978-5-94691-477-2