

Для цитирования: Е.А. Ефименко, М.Ю. Беккиев, Д.Р. Маилян, А.С. Чепурненко. Определение оптимального расположения опор в плите перекрытия промышленного здания с использованием стохастических методов. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2020; 47 (1):138-146. DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-1-138-146

For citation: E.A. Efimenko, M.Yu. Bekkiev, D.R. Mayilyan, A.S. Chepurnenko. Determination of the optimal distribution of supports in the floor slabs of industrial buildings using stochastic methods. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2020; 47(1):138-146. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-1-138-146

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 624. 04

DOI: 10.21822/2073-6185-2020-47-1-138-146

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПОР В ПЛИТЕ ПЕРЕКРЫТИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО ЗДАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Е.А. Ефименко¹, М.Ю. Беккиев², Д.Р. Маилян¹, А.С. Чепурненко¹

¹Донской государственный технический университет,

¹344002, г. Ростов -на-Дону, площадь Гагарина, 1, Россия,

²Высокогорный геофизический институт,

²360003, г. Нальчик, пр. Ленина, 2, Россия

Резюме. Цель. Целью исследования является определение оптимального расположения опор в плите перекрытия промышленного здания **Метод.** Для определения оптимального расположения колонн использован метод Монте-Карло в сочетании с методом конечных элементов. Расчет производился на основе теории упругих тонких плит. **Результат.** В статье представлено решение задачи о нахождении оптимального расположения заданного количества точечных опор плиты перекрытия n из условия минимума целевой функции. В качестве целевой функции были выбраны максимальный прогиб плиты, потенциальная энергия деформации и расход арматуры. Подбор арматуры производился в соответствии с действующими нормами проектирования железобетонных конструкций. Вычисления выполнялись при помощи разработанной авторами программы в среде MATLAB. Приведены результаты при $n = 3, 4, 5$. Выполнена модификация алгоритма для большого числа опор n и представлено сравнение базового и модифицированного алгоритма при $n=25$. Показана возможность существенного уменьшения деформаций плиты при нерегулярном расположении опор по сравнению с регулярным. **Вывод.** Предложена методика нахождения рационального расположения точечных опор плиты перекрытия при заданном их количестве из условия минимума прогиба, потенциальной энергии деформации и расхода арматуры на основе метода Монте-Карло. Данная методика подходит для произвольных конфигураций плиты и произвольных нагрузок. Представлена модификация алгоритма, подходящая для большого числа опор. На тестовом примере показано, что по сравнению с регулярным шагом колонн максимальный прогиб можно снизить на 42%. В рассмотренных примерах положение всех опор заранее считалось неизвестным, однако разработанный алгоритм легко позволяет учесть и стационарные опоры, положение которых не меняется.

Ключевые слова: оптимизация, железобетонная плита, стохастические методы, расход арматуры, потенциальная энергия деформации

BUILDING AND ARCHITECTURE

DETERMINATION OF THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF SUPPORTS IN THE FLOOR SLABS OF INDUSTRIAL BUILDINGS USING STOCHASTIC METHODS

E.A. Efimenko¹, M.Yu Bekkiev², D.R. Mayilyan¹, A.S. Chepurenko¹

¹Don State Technical University,

¹1 Gagarin pl., Rostov-on-Don 344000, Russia,

²High-Mountain Geophysical Institute,

²2 Lenin Ave., Nalchik 360003, Russia

Abstract. Aim. The purpose of the study is to determine the optimal location of supports used in the floor slab of an industrial building. **Method.** In order to determine the optimal arrangement of the columns, a Monte Carlo algorithm was used in combination with the finite element method. The calculation was carried out on the basis of the theory of elastic thin plates. **Results.** The article presents a solution to the problem of determining the optimal location of a given number of point-supports of a floor slab n from the condition of minimum objective function. For the objective function, the maximum deflection of the slab, the potential energy of deformation and the flow rate of reinforcement were selected as variables. The selection of reinforcement was carried out in accordance with current generally-accepted standards for the design of reinforced concrete structures. The calculations were performed using a program developed by the authors in the MATLAB computing environment. The results are given for $n = 3, 4, 5$. The algorithm, which has been modified for a large number of supports n , is presented alongside a comparison of the basic and modified algorithm with $n = 25$. The possibility of a significant reduction in plate deformations with an irregular arrangement of supports compared to a regular distribution is shown. **Conclusion.** A method is proposed for finding the rational locations of point supports for a floor slab for a given quantity from the condition of minimum deflection, potential strain energy and consumption of reinforcement materials based on the Monte Carlo method. This technique is suitable for arbitrary slab configurations and arbitrary loads. A modification of the algorithm is presented that is suitable for a large number of supports. The test example shows that the maximum deflection can be reduced by 42% when using an irregular support configuration compared to regular column spacing. In the considered examples, the position of all the supports was previously considered unknown, but the developed algorithm easily allows for stationary supports, whose position does not change.

Keywords: optimisation, reinforced concrete slab, stochastic methods, consumption of reinforcement resources, potential strain energy

Введение. Проблеме оптимизации железобетонных конструкций, в том числе плит перекрытий, посвящено большое количество публикаций, включая [1-20]. В качестве способов оптимизации выступают, как правило, варьирование характеристик бетона [3-6], рациональное армирование [7-16], варьирование толщины плиты [17] и рациональная расстановка ребер жесткости [18-20].

Еще одним эффективным способом оптимизации является рациональная расстановка опор. Однако в литературе такой метод в основном реализуется только для балок [1-2].

Постановка задачи. Рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется железобетонная плита произвольной конфигурации с заданной толщиной h , характеристиками бетона E_b, R_b, ν , характеристиками арматуры R_s, R_{sc} . Также считаются известными расстояния a_x, a'_x, a_y, a'_y , определяющие привязку центров тяжести арматуры к верхней и нижней поверхности.

Плита опирается на n точечных опор (колонн), число которых считается заданным, а расположение может быть произвольным. Помимо этих колонн могут быть стационарные опоры, положение которых не меняется. На плиту действует произвольная, но заранее известная

нагрузка. Требуется определить рациональное расположение колонн, при котором целевая функция принимает минимальное значение.

В качестве целевой функции будем рассматривать следующие величины:

1. Максимальное значение прогиба плиты w_{max} , мм;
2. Величина потенциальной энергии деформации W , кДж;
3. Расход арматуры m_s , т.

Выбор в качестве целевой функции потенциальной энергии деформации (ПЭД) объясняется тем, что она является интегральной мерой, определяющей уровень напряженно-деформированного состояния [1]. Чем меньше величина W , тем лучше система сопротивляется внешним воздействиям [2].

Методы исследования. При использовании в качестве целевых значений величин w_{max} и W будем считать что жесткость плиты не зависит от координат x и y . Расчет будет производиться на основе теории упругих тонких плит.

Для определения оптимального расположения колонн мы будем использовать метод Монте-Карло в сочетании с методом конечных элементов.

На первом этапе плита в зависимости от ее геометрии разбивается сеткой треугольных или прямоугольных конечных элементов. Вычисляется матрица жесткости конструкции и вектор нагрузок с учетом стационарных опор, но без учета колонн, положение которых может варьироваться.

Далее при помощи генератора случайных чисел генерируется n равномерно распределенных случайных значений, определяющих номера узлов, в которых устанавливаются колонны. Выполняется проверка на отсутствие повторяющихся номеров узлов, а также контролируется, чтобы минимальное расстояние между опорами было больше заданной величины. В противном случае генерация случайных чисел производится повторно.

Затем на матрицу жесткости и вектор нагрузок накладываются граничные условия с учетом выбранного расположения колонн, выполняется решение системы уравнений МКЭ:

$$[K]\{U\} = \{P\}, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица жесткости, $\{U\}$ – вектор узловых перемещений, $\{P\}$ – вектор нагрузок. Потенциальная энергия деформации определяется по формуле:

$$W = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\}. \quad (2)$$

Подбор арматуры в плите производится на основе СП 63.13330.2018 из условий:

$$\begin{aligned} (M_{x,ult} - M_x)(M_{y,ult} - M_y) - M_{xy}^2 &\geq 0; \\ M_{x,ult} &\geq M_x; \\ M_{y,ult} &\geq M_y; \\ M_{xy,ult} &\geq M_{xy}, \end{aligned} \quad (3)$$

где M_x, M_y, M_{xy} – изгибающие и крутящие моменты, действующие на плоский выделенный элемент, $M_{x,ult}, M_{y,ult}, M_{xy,ult}$ – предельные изгибающие и крутящие моменты, воспринимаемые плоским выделенным элементом.

Величина целевой функции f сравнивается со значением f_0 , в качестве которого изначально принимается очень большое число. Если $f < f_0$, то величине f_0 присваивается значение f .

Расчет со случайным расположением колонн повторяется большое число раз (нами число испытаний k принималось равным 10^6 и более). Количество возможных вариантов расположения опор зависит от густоты конечно-элементной сетки и резко возрастает с увеличением n . Поэтому полученные в результате работы программы варианты расположения скорее будут рациональными, но не самыми оптимальными.

Обсуждение результатов. При помощи описанного алгоритма была проведена серия численных экспериментов. Рассматривалась квадратная плита размерами 10x10 м, толщиной

$h = 20$ см, бетон В30, арматура А400, под действием равномерно распределенной по площади нагрузки $q = 20$ кПа.

Вычисления производились в пакете MATLAB с использованием разработанной авторами программы.

На рис. 1 представлено полученное нами расположение трех опор при выборе в качестве целевой функции максимального прогиба w_{max} , потенциальной энергии деформации W и расхода арматуры m_s в случае разбиения плиты на треугольные КЭ.

Узлы, в которых расположены опоры, отмечены номерами. Величины $\{w_{max}, W, m_s\}$ составили для первого варианта $\{31.9$ мм, 11.79 кДж, 1.45 т $\}$, $\{50.9$ мм, 9.53 кДж, 1.23 т $\}$ для второго и $\{40.3$ мм, 9.73 кДж, 1.25 т $\}$ для третьего варианта.

Таким образом, при выборе в качестве целевой функции потенциальной энергии деформаций был обеспечен и минимум расхода арматуры, но третий вариант по сравнению со вторым является более оптимальным по величине прогиба.

Результаты, полученные при $n = 3$ с использованием прямоугольных КЭ, приведены на рис. 2. Величины $\{w_{max}, W, m_s\}$ при выборе в качестве целевой функции прогиба составили $\{35.5$ мм, 13.4 кДж, 1.66 т $\}$.

При выборе в качестве минимизируемой величины расхода арматуры или ПЭД получен одинаковый результат: $\{49.5$ мм, 9.86 кДж, 1.26 т $\}$.

Из рис. 2 видно, что варианты расположения опор при использовании двух указанных критериев оказались симметричными относительно центра плиты.

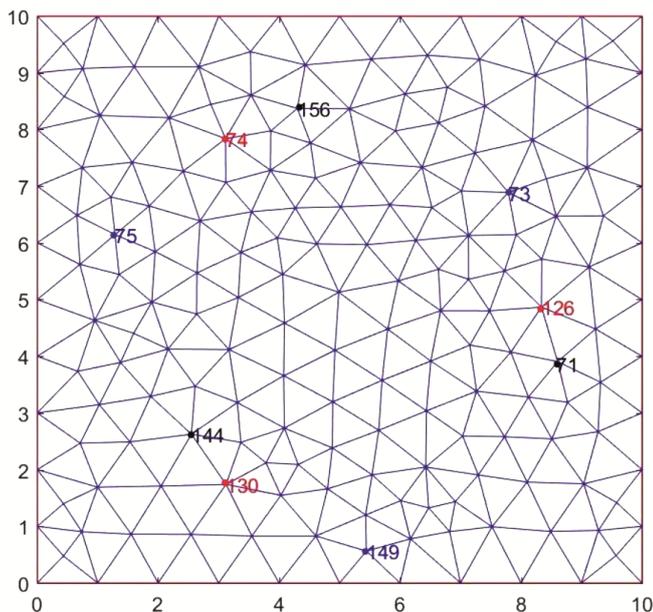


Рис.1.Оптимальное расположение трех опор при использовании треугольных конечных элементов

Fig. 1. The optimal arrangement of the three supports when using triangular finite elements

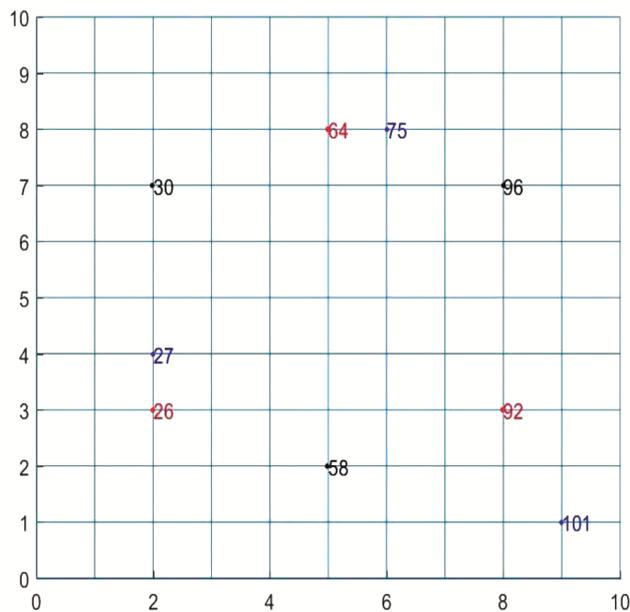


Рис.2.Оптимальное расположение трех опор при использовании прямоугольных конечных элементов

Fig. 2. The optimal arrangement of the three supports when using rectangular finite elements

Синие узлы – из условия минимума прогиба, красные узлы – из условия минимума ПЭД, черные узлы – из условия минимума расхода арматуры.

Разница результатов при использовании треугольных и прямоугольных КЭ связана с различной густотой сетки. На рис. 3 показаны результаты, полученные с использованием прямоугольных КЭ при $n = 4$. Значения целевых функций w_{max}, W, m_s для представленных вариантов приведены в табл. 1.

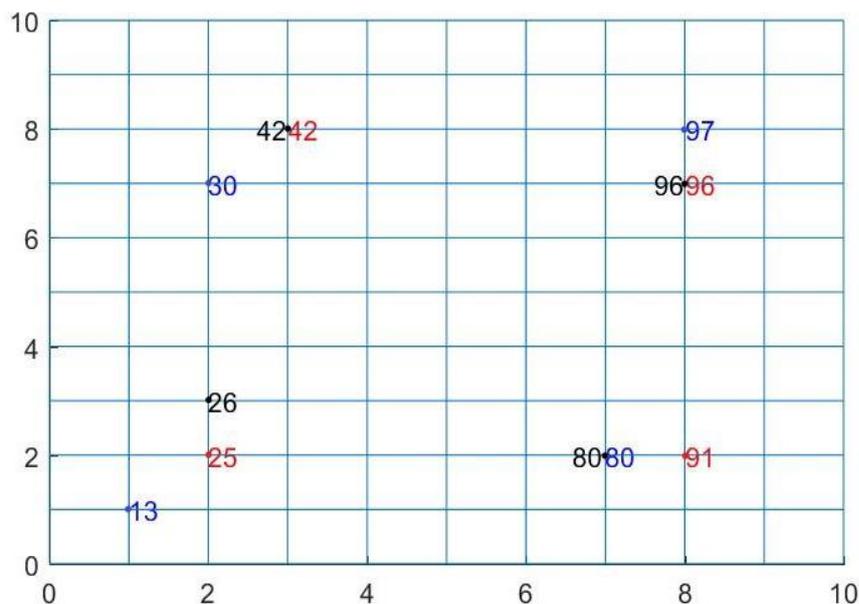


Рис.3. Оптимальное расположение четырех опор: синие узлы – из условия минимума прогиба, красные узлы – из условия минимума ПЭД, черные узлы – из условия минимума расхода арматуры

Fig. 3. The optimal location of the four supports: blue nodes - from the condition of minimum deflection, red nodes - from the condition of minimum SEM, black nodes - from the condition of minimum consumption of reinforcement

Таблица 1. Значения целевых функций для оптимальных вариантов расположения колонн при $n = 4$

Table 1. The values of the objective functions for the optimal options for the arrangement of columns with $n = 4$

Из минимума прогиба From minimum deflection			Из минимума ПЭД From minimum PEM			Из минимума расхода арматуры From minimum consumption of reinforcement		
w_{max} , мм	W , кДж	m_s , т	w_{max} , мм	W , кДж	m_s , т	w_{max} , мм	W , кДж	m_s , т
11.3	4.72	0.908	14.3	3.75	0.794	15.8	3.76	0.729

Авторами была сделана попытка внести корректировку в вариант, обеспечивающий минимум потенциальной энергии деформации.

Положение двух колонн в узлах 25 и 91 было оставлено без изменений, а колонны в узлах 96 и 42 были смещены в точки с координатами (8,8) и (2,8) соответственно. Данный вариант оказался менее оптимальным с точки зрения расхода арматуры и потенциальной энергии деформации, но более оптимальным по прогибу. Величины $\{w_{max}, W, m_s\}$ составили $\{13 \text{ мм}, 4.24 \text{ кДж}, 0.816 \text{ т}\}$.

Из симметрии задачи при $n = 4$ следует, что оптимальное расположение колонн должно быть симметричным относительно центра плиты, однако в представленных на рис. 3 вариантах симметрия не наблюдается из-за ограничения на расположение опор (колонны могут располагаться только в узлах конечно-элементной сетки).

При $n = 5$ с использованием прямоугольных КЭ было найдено расположение опор, удовлетворяющее одновременно минимуму перемещений, потенциальной энергии деформации и расхода арматуры (рис. 4). Величины $\{w_{max}, W, m_s\}$ составили $\{5.48 \text{ мм}, 2.13 \text{ кДж}, 0.551 \text{ т}\}$. Отметим, что характеристики бетона и арматуры, величина нагрузки, толщина плиты не влияют на оптимальное расположение колонн.

Кроме того, относительное расположение колонн не зависит от размеров плиты, а зависит только от соотношения ее сторон. Перейдем далее к большому числу опор n .

На рис. 5 представлено расположение 25 колонн, полученное на основе описанного выше алгоритма в результате 10^6 испытаний для плиты размерами 24x24 м при выборе в качестве целевой функции прогиба. Максимальный прогиб при $E_b = 3 \cdot 10^4$ МПа, $q = 50$ кПа, $h = 20$ см составил 58.4 мм. Для той же плиты при равномерном шаге колонн 6 м $w_{max} = 43.6$ мм. Таким образом, при таком количестве колонн предложенный алгоритм оказался неэффективным.

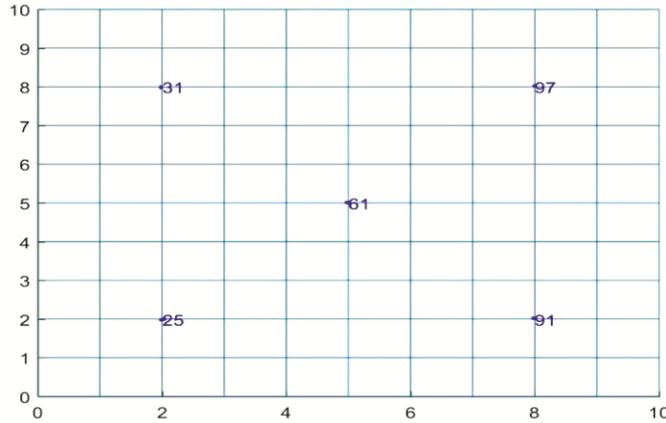


Рис.4. Оптимальное расположение пяти опор
Fig. 4. The optimal location of the five pillars

Была выполнена модификация данного алгоритма, заключающаяся в следующем. Начальное расположение колонн задается регулярным с заданным шагом. Каждый пролет разбивается m конечных элементов (нами принималось $m = 6$).

Затем для каждой колонны генерируется 2 случайных значения, определяющих их смещение относительно начального положения по x и y .

На величину смещения накладывается ограничение, чтобы оно не превышало по модулю $(\frac{m}{2} - 1) \cdot \Delta$, где Δ – размер конечного элемента по x или y , и было кратно размеру КЭ.

Расчет так же выполняется 10^6 раз и выбирается наиболее оптимальный вариант. Результат поиска оптимального варианта из условия минимума прогиба приведен на рис. 6. Для представленного на рис. 6 расположения опор максимальный прогиб составил 25.4 мм, что по сравнению с результатом при регулярном шаге колонн ниже на 42%.

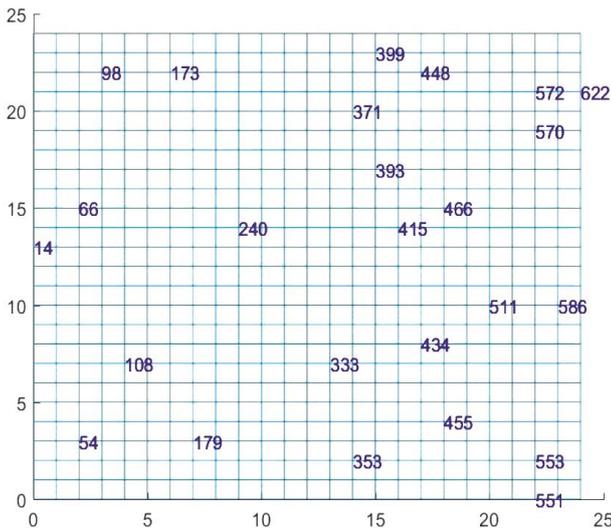


Рис.5. Результат поиска оптимального варианта с использованием базового алгоритма
Fig. 5. The search result for the best option using the basic algorithm

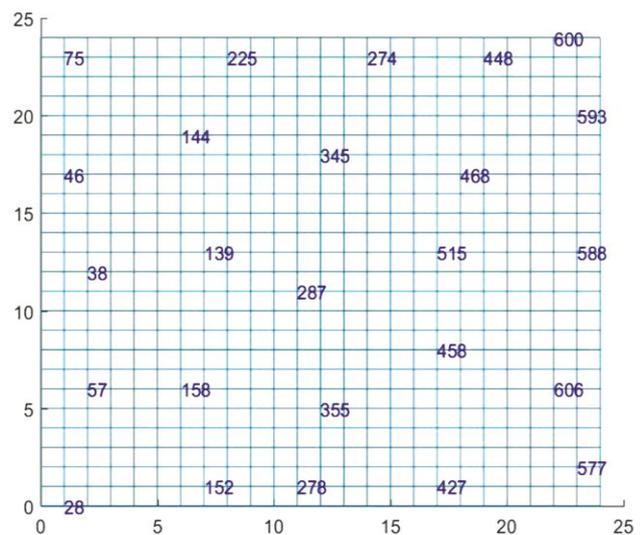


Рис.6. Результат поиска оптимального варианта с использованием модифицированного алгоритма
Fig. 6. The search result for the best option using a modified algorithm

Вывод. Предложена методика нахождения рационального расположения точечных опор плиты перекрытия при заданном их количестве из условия минимума прогиба, потенциальной энергии деформации и расхода арматуры на основе метода Монте-Карло. Данная методика подходит для произвольных конфигураций плиты и произвольных нагрузок.

Представлена модификация алгоритма, подходящая для большого числа опор.

На тестовом примере показано, что по сравнению с регулярным шагом колонн максимальный прогиб можно снизить на 42%.

В рассмотренных примерах положение всех опор заранее считалось неизвестным, однако разработанный алгоритм легко позволяет учесть и стационарные опоры, положение которые не меняется.

Библиографический список:

1. Васильков, Г.В. Эволюционные задачи строительной механики: синергетическая парадигма / Г.В. Васильков. – Ростов н/Д: ИнфоСервис, 2003. – 179 с.
2. Васильков, Г.В. Теория адаптивной эволюции механических систем / Г.В. Васильков. – Ростов н/Д: Terra-Принт, 2007. – 248 с.
3. Andreev, V.I. Way of optimization of stress state of elements of concrete structures / V.I. Andreev, E.V. Barmentkova, I.A. Potekhin // *Procedia Engineering*. 2016. – Vol. 153. – Pp. 37-44.
4. Yazyev, S. Task for a Prestressed Reinforced Concrete Cylinder with External Reinforcement and Cylinder Optimization by Varying the Modulus of Elasticity / S. Yazyev, M. Bekkiev, E. Peresyppkin, M. Turko // *Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport*. – Springer, Cham, 2017. – Pp. 869-876.
5. Andreev, V. I. About one way of optimization of the thick-walled shells / V.I. Andreev // *Applied mechanics and materials*. – Trans Tech Publications, 2012. – Vol. 166. – Pp. 354-358.
6. Andreev, V. I. Optimization of thick-walled shells based on solutions of inverse problems of the elastic theory for inhomogeneous bodies / V.I. Andreev // *Computer Aided Optimum Design in Engineering*. – 2012. – Pp. 189-202.
7. Серпик, И. Н. Оптимизация железобетонных конструкций на основе эволюционного поиска: монография / И.Н. Серпик [и др.] – Брянск: Изд-во БГИТУ, 2018. – 200 с.
8. Серпик И. Н. Оптимизация железобетонных плит с использованием генетического алгоритма / И. Н. Серпик, К. В. Муймаров, С. Н. Швачко // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2015. – №. 1. – С. 30-36.
9. Тамразян, А. Г. Оптимизация параметров железобетонных пластин при разных краевых условиях / А. Г. Тамразян // *Известия вузов. Строительство и архитектура*, 1986. – № 2. – С. 46-49.
10. Ahmadi-Nedushan, F. Optimum cost design of reinforced concrete slabs using neural dynamics model / F. Ahmadi-Nedushan, A. Hojjatli // *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2005. – Vol. 18. – No. 1. – Pp. 65-72.
11. Тамразян, А. Г. Структура целевой функции при оптимизации железобетонных плит с учетом конструкционной безопасности / А.Г. Тамразян, Е.А. Филимонова // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2013. – №. 9. – С. 14-15.
12. Тамразян, А. Г. Оптимальное проектирование железобетонных плит перекрытий по критерию минимальной стоимости / А.Г. Тамразян, Е.А. Филимонова // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2016. – №. 7. – С. 35-40.
13. Тамразян, А. Г. Оптимизация железобетонной плиты перекрытия по критерию минимальной стоимости с учетом анализа риска / А.Г. Тамразян, Е.А. Филимонова // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2014. – №. 9. – С. 19-22.
14. Тамразян, А. Г. Критерии формирования комплексной целевой функции железобетонной плиты с учетом анализа риска / А.Г. Тамразян, Е.А. Филимонова // *Вестник МГСУ*. – 2013. – №. 10. – С. 68-74.
15. Филимонова, Е. А. Методика поиска оптимальных параметров железобетонных конструкций с учетом риска отказа / Е.А. Филимонова // *Вестник МГСУ*. – 2012. – №. 10. – С. 128-133.
16. Романова, Т. П. Несущая способность и оптимизация трехслойных железобетонных кольцевых пластин, опертых по внутреннему контуру / Т.П. Романова // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2015. – №. 3. – С. 114-132.
17. Зураев, Т. Г. Метод определения параметров равнопрочной консольной пластины переменной толщины при заданных допускаемых напряжениях, нагрузках и конструктивных ограничениях / Т.Г. Зураев // *Ученые записки ЦАГИ*. – 1974. – №. 1. – С. 60-65.
18. Яров, В. А. Проектирование круглых монолитных плит перекрытий рациональной структуры с использованием топологической и параметрической оптимизации / В. А. Яров, Е. В. Прасоленко // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. – 2011. – №. 3. – С. 89-102.
19. Яров, В. А. Монолитные ребристые перекрытия круглых в плане высотных зданий / В. А. Яров, Е. В. Прасоленко // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. – 2010. – №. 3. – С. 117-126.

20. Абовский, Н. П. Инженерные аспекты оптимизации конструкций / Н.П. Абовский [и др.] // Проблемы оптимального проектирования сооружения: доклады I Всероссийской конференции. Новосибирск: НГАСУ. – 2008. – С. 30-39.

References:

1. G.V. Vasil'kov. Evolyutsionnyye zadachi stroitel'noy mekhaniki: sinergeticheskaya paradigm [Evolutionary tasks of structural mechanics: a synergetic paradigm]. Rostov-on-Don: InfoServis, 2003. 179 p.(In Russ.)
2. G.V. Vasil'kov. Teoriya adaptivnoy evolyutsii mekhanicheskikh system [Theory of adaptive evolution of mechanical systems]. Rostov-on-Don: Terra-Print, 2007. 248 p.(In Russ.)
3. V.I. Andreev, E.V. Barmenkova, I.A. Potekhin. Way of optimization of stress state of elements of concrete structures. Procedia Engineering. 2016. Vol. 153. pp. 37-44. (In Russ.)
4. S. Yazyev, M. Bekkiev, E. Peresypkin, M. Turko. Task for a Prestressed Reinforced Concrete Cylinder with External Reinforcement and Cylinder Optimization by Varying the Modulus of Elasticity. Energy Management of Municipal Transportation Facilities and Transport. Springer, Cham, 2017. pp. 869-876. In Russ.)
5. V. I. Andreev. About one way of optimization of the thick-walled shells. Applied mechanics and materials. Trans Tech Publications, 2012. Vol. 166. pp. 354-358 (In Russ.)
6. V.I. Andreev. Optimization of thick-walled shells based on solutions of inverse problems of the elastic theory for inhomogeneous bodies. Computer Aided Optimum Design in Engineering. 2012. pp. 189-202. (In Russ.)
7. I.N. Serpik. Optimization of reinforced concrete structures based on evolutionary search: monograph. Bryansk: Publishing House of BSTU, 2018. 200 p.(In Russ.)
8. N. Serpik, K. V. Muymarov, S. N. Shvachko. Optimizatsiya zhelezobetonnykh plit s ispol'zovaniyem geneticheskogo algoritma [Optimization of reinforced concrete slabs using the genetic algorithm]. Structural mechanics and calculation of structures. 2015. No. 1. pp. 30-36. (In Russ.)
9. G. Tamrazyan. Optimization of parameters of reinforced concrete plates under different boundary conditions [Optimizatsiya parametrov zhelezobetonnykh platin pri raznykh krayevykh usloviyakh]. News of universities. Construction and architecture, 1986. No. 2. pp. 46-49. (In Russ.)
10. F. Ahmadi-Nedushan, A. Hojjatli. Optimum cost design of reinforced concrete slabs using neural dynamics model. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2005. Vol. 18. No. 1. pp. 65-72. (In Russ.)
11. A.G. Tamrazyan, E.A. Filimonova. Struktura tselevoy funktsii pri optimizatsii zhelezobetonnykh plit s uchetom konstruksionnoy bezopasnosti [The structure of the objective function in the optimization of reinforced concrete slabs taking into account structural safety]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo. 2013. No. 9. Pp. 14-15.
12. A.G. Tamrazyan, E.A. Filimonova. Optimal'noye proyektirovaniye zhelezobetonnykh plit perekrytiy po kriteriyu minimal'noy stoimosti [Optimal design of reinforced concrete floor slabs by the criterion of minimum cost]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo. 2016. No. 7. pp. 35-40. (In Russ.)
13. A.G. Tamrazyan, E.A. Filimonova. Optimizatsiya zhelezobetonnoy plity perekrytiya po kriteriyu minimal'noy stoimosti s uchetom analiza riska [Optimization of reinforced concrete floor slabs according to the criterion of minimum cost, taking into account risk analysis]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo. 2014. No. 9. pp. 19-22. (In Russ.)
14. A.G. Tamrazyan, E.A. Filimonova. Kriterii formirovaniya kompleksnoy tselevoy funktsii zhelezobetonnoy plity s uchetom analiza riska [Criteria for the formation of a complex objective function of a reinforced concrete slab taking into account risk analysis]. Vestnik MGSU. 2013. No. 10. pp. 68-74. (In Russ.)
15. E.A. Filimonova. Metodika poiska optimal'nykh parametrov zhelezobetonnykh konstruksiy s uchetom riska ot-kaza [Methods of searching for optimal parameters of reinforced concrete structures taking into account the risk of failure]. Vestnik MGSU. 2012. No. 10. pp. 128-133.(In Russ.)
16. T.P. Romanova. Nesushchaya sposobnost' i optimizatsiya trekhsloynnykh zhelezobetonnykh kol'tsevykh platin, opertykh po vnutrennemu konturu [Bearing capacity and optimization of three-layer reinforced concrete ring plates supported on the inner contour]. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika. 2015. No. 3. pp. 114-132. (In Russ.)
17. T.G. Zurayev. Metod opredeleniya parametrov ravnoprochnoy konsol'noy plastiny peremennoy tolshchiny pri zadannykh dopuskayemykh napryazheniyakh, nagruzkakh i konstruktivnykh ogranicheniyakh [The method of determining the parameters of an equal-strength cantilever plate of variable thickness at specified permissible stresses, loads and design constraints]. Uchenyye zapiski TSAGI. 1974. No. 1. pp. 60-65.(In Russ.)
18. V. A. Yarov, Ye. V. Prasolenko. Proyektirovaniye kruglykh monolitnykh plit perekrytiy ratsional'noy struktury s ispol'zovaniyem topologicheskoy i parametricheskoy optimizatsii [Designing round monolithic floor slabs of rational structure using topological and parametric optimization]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. 2011. No. 3. pp. 89-102. (In Russ.)
19. V. A. Yarov, Ye. V. Prasolenko. Monolitnyye rebristyye perekrytiya kruglykh v plane vysotnykh zdaniy [Monolithic ribbed ceilings round in terms of high-rise buildings]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. 2010. No. 3. pp. 117-126. (In Russ.)
20. N.P. Abovskiy et al. Inzhenernyye aspekty optimizatsii konstruksiy [Engineering aspects of structural optimization]. Problemy optimal'nogo proyektirovaniya sooruzheniya: doklady I Vserossiyskoy konferentsii. Novosibirsk: NGASU. 2008. pp. 30-39. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Ефименко Екатерина Андреевна, ассистент, кафедра железобетонных и каменных конструкций; e-mail: ps62@yandex.ru

Беккиев Мухтар Юсубович, доктор технических наук, профессор, директор института; e-mail: vgikbr@yandex.ru

Маилян Дмитрий Рафаэлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций; e-mail: z-o-t-o-v@mail.ru
Чепурненко Антон Сергеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов; e-mail: anton_chepurnenk@mail.ru

Information about the authors:

Ekaterina A. Efimenko, Assistant, Department of reinforced concrete and stone structures; e-mail: ps62@yandex.ru

Mukhtar Yu. Bekkiev, Dr. Sci., (Technical), Prof., Institute Director; e-mail: vgikbr@yandex.ru

Dmitry R. Mayilyan, Dr. Sc. (Technical), Prof., Head of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures; e-mail: z-o-t-o-v@mail.ru

Anton S. Chepurnenko, Cand. Sc. (Technical), Assoc. Prof., Department Strength of Materials; e-mail: anton_chepurnenk@mail.ru

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 01.12.2019.

Принята в печать 28.12.2019.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 01.12.2019.

Accepted for publication 28.12.2019.