

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145>

УДК 666.97.035:66.040:519.6

Верификация нестационарной математической модели твердения бетона в теплотехнологических установках

Магистр техн. наук А. М. Нияковский¹⁾, докт. техн. наук, проф. В. Н. Романюк²⁾, докт. физ.-мат. наук, проф. А. Н. Чичко²⁾, канд. техн. наук Ю. В. Яцкевич²⁾

¹⁾Полоцкий государственный университет (Новополоцк, Республика Беларусь),

²⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республик Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2019
Belarusian National Technical University, 2019

Реферат. Для интенсификации процессов производства сборного бетона и железобетона в промышленных условиях используются теплотехнические установки, потребляющие значительные объемы тепловой энергии. Несмотря на прогресс, достигнутый в изучении вопросов твердения бетонов в устройствах ускоренной гидратации, все еще отсутствуют надежные и экономичные методы исследования и оптимизации работы такого рода установок. Применяемые в условиях реального производства методы в основном базируются на эмпирических зависимостях, полученных для узких технологических условий. Эти методы не всегда можно распространить на другие режимы и технологии. В настоящей работе развиваются методы расчета, основанные на фундаментальных законах, позволяющих получить функции эволюции процесса гидратации бетонного изделия. Методы математического моделирования дают возможность развить новые пути совершенствования режимов тепловой обработки бетонных изделий и технологий ускоренной гидратации. В статье предложена математическая модель для расчета процесса твердения бетонного изделия, включающая нестационарное трехмерное уравнение теплопроводности, функцию внутренних тепловыделений, обусловленных протеканием экзотермических реакций гидратации цемента, а также систему начальных и граничных условий. Выполнено численное моделирование температуры и коэффициента гидратации бетонного изделия в форме куба, имеющего размеры 0,1×0,1×0,1 м. Проведена верификация нестационарной математической модели для расчета температурных полей и степени гидратации с использованием экспериментальных данных о прочности бетонного изделия, достигнутой в промышленных условиях. На основе исследования функции степени гидратации от времени показано, что экспериментально полученные значения прочности на сжатие коррелируют с функциями коэффициента гидратации и скорости гидратации от времени тепловой обработки, вычисленными на основе предложенной нестационарной математической модели твердения бетонного изделия. Удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных данных подтверждает адекватность нестационарной математической модели расчета температурных полей и степени гидратации при ускоренной тепловой обработке бетонных изделий.

Ключевые слова: математическое моделирование, теплотехнологические установки, твердение бетонного изделия, кинетика гидратации цемента, температурное поле, нестационарное уравнение теплопроводности

Для цитирования: Верификация нестационарной математической модели твердения бетона в теплотехнологических установках / А. М. Нияковский [и др.] // *Наука и техника*. 2019. Т. 18, № 2. С. 137–145. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145>

Verification of Non-Stationary Mathematical Model of Concrete Hardening in Thermal Technological Installations

A. M. Niyakovskii¹⁾, V. N. Romaniuk²⁾, A. N. Chichko²⁾, Yu. V. Yaczkevich²⁾

¹⁾Polotsk State University (Novopolotsk, Republic of Belarus),

²⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Thermo-technical installations consuming significant amounts of thermal energy are used in order to intensify precast and reinforced concrete production processes under industrial conditions. Despite significant progress in the study of concrete

Адрес для переписки

Романюк Владимир Никанорович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-92-16
pte@bntu.by

Address for correspondence

Romaniuk Vladimir N.
Belarusian National Technical University
65/2 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-92-16
pte@bntu.by

hardening in accelerated hydration devices, a prominent lack of reliable and cost-effective research and optimization methods of their operation is observed. The methods used in real production processes are mainly based on empirical dependences obtained for specific technological conditions. These methods can not always be applied for other modes and technologies. The present paper develops calculation methods based on fundamental laws that make it possible to obtain functions for evolution of concrete product hydration process. Methods of mathematical modeling permit to develop new ways directed on improvement of modes for heat treatment of concrete products and accelerated hydration technologies. The paper describes a mathematical model for calculating a hardening process of a concrete product that includes a transient three-dimensional heat conductivity equation, a function of internal heat release due to behavior of exothermic reactions of cement hydration and also a system of initial and boundary conditions. A numerical simulation for temperature and hydration coefficient of a concrete product having shape of a $0.1 \times 0.1 \times 0.1$ m cube has been performed in the paper. Verification of the non-stationary mathematical model for calculating temperature fields and hydration degree while using experimental data on concrete product strength obtained under industrial conditions. Investigations on hydration degree function of time have shown that experimentally obtained values of compressive strength correlate with hydration coefficient and hydration rate functions of heat treatment time which are calculated on the basis of the proposed non-stationary mathematical model of concrete product hardening. Satisfactory agreement of experimental and calculated data confirms adequacy of the proposed non-stationary mathematical model for calculating temperature fields and hydration degree with accelerated heat treatment of concrete products.

Keywords: mathematical modelling, thermo-technical installations, hardening of a concrete product, kinetics of cement hydration, temperature field, transient heat conductivity equation.

For citation: Niyakovskii A. M., Romaniuk V. N., Chichko A. N., Yaczkevich Yu. V. (2019) Verification of Non-Stationary Mathematical Model of Concrete Hardening in Thermal Technological Installations. *Science and Technique*. 18 (2), 137–145. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145> (in Russian)

Введение

Одной из задач промышленной энергетики является разработка математических моделей, основанных на фундаментальных уравнениях и предназначенных для определения минимальных энергетических затрат в установках ускоренного твердения бетонных изделий. Различные виды моделей и методов для решения такого типа задач в течение последних десятилетий привлекали внимание многих исследователей и специалистов [1–4]. Однако до сих пор все еще не существует общепринятой математической модели твердения бетонов, позволяющей определять энергозатраты на изготовление бетонных изделий и обосновывать выбор режимов работы соответствующего теплотехнологического оборудования.

Развитие численных методов моделирования в применении к процессам твердения бетонов позволяет предложить новые подходы к определению энергозатрат на изготовление бетонных изделий [5, 6]. Однако моделирование температурного поля в бетоне на ранних сроках твердения в зависимости от времени набора прочности по-прежнему остается сложным вопросом из-за особенностей физико-химических процессов, связанных с функцией тепловыделения при гидратации цемента [7, 8]. В условиях реального промышленного производства инструментом для выбора режимов тепловой

обработки служит инженерный математический аппарат, основанный на эмпирических приближениях, которые справедливы лишь для конкретных частных условий. В энергетических расчетах теплотехнологических установок для ускоренного твердения бетонных изделий точные численные методы моделирования процессов твердения пока еще не нашли широкого применения. Традиционно вычисление энергозатрат на изготовление бетонных изделий, как правило, носит приближенный или оценочный характер, что не позволяет должным образом осуществлять оптимизацию режимов тепловой обработки бетонных изделий, особенно при разработке новых изделий или на стадии проектирования теплотехнологических установок. Таким образом, поиск новых методов исследования и расчета, основывающихся на построении математических моделей, обеспечивающих получение информации о твердении бетонных изделий в производственных условиях, является актуальной научной задачей как для теории, так и для практики промышленной теплоэнергетики и строительной отрасли.

Важный вопрос оценки адекватности математической модели – ее верификация. Трудности верификации математической модели обычно связаны с тем, что применяемые на практике и измеряемые стандартизированными методами характеристики не всегда можно вычислить теоретически. В этом случае для срав-

нительного анализа полученных из модели характеристик целесообразно использовать близкие по физическому смыслу расчетные переменные. Например, температурное поле в твердеющем бетоне, степень гидратации цемента и достигнутая прочность изделия, несмотря на их разную природу, в конечном итоге коррелируют между собой. С одной стороны, для оценки эффективности процесса твердения бетона на практике применяется понятие прочности на сжатие, для расчета которой не существует фундаментального уравнения, но имеются лабораторные методы определения. С другой стороны, такие характеристики, как степень гидратации и температуру, можно вычислить, используя известные фундаментальные уравнения, и сопоставить их значения с экспериментально полученной прочностью.

Целью статьи является описание математической модели для расчета характеристик процесса гидратации изделий из бетона и определение ее адекватности на основе экспериментальных данных по прочности, полученных в промышленных условиях.

Для реализации указанных целей в качестве тестовых выбраны изделия в форме куба размерами 0,1×0,1×0,1 м, испытания которых проводились в рамках существующих промышленных теплотехнологий, реализованных в филиале ОАО «Строительно-монтажный трест № 16, г. Новополоцк» Завод КПД. Отметим, что ограничений для применения описанного ниже математического аппарата к объектам с другой 3D-геометрией нет.

Математический аппарат для расчета процесса твердения бетона

В качестве основного уравнения для расчета изменения температуры и степени (коэффициента) гидратации использовалось уравнение теплопроводности, в котором учтено тепловыделение, возникающее при гидратации. Уравнение имело следующий вид:

$$\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial \tau} = \frac{1}{c_6 \rho_6} [W_c P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))] + \frac{\partial \left(\lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right)}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\partial \left(\lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right)}{\partial z} \quad (1)$$

где τ – время, с; x, y, z – декартовы координаты (ось y направлена вертикально); $T(x, y, z, \tau)$ – температура бетона в точке с координатами (x, y, z) в момент времени τ , °C; ρ_6 – плотность бетона, кг/м³; W_c – удельный расход цемента в бетоне, кг/м³; c_6 – удельная теплоемкость бетона, Дж/(кг·°C); $Q(x, y, z, \tau)$ – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента в точке с координатами (x, y, z) к моменту времени τ , Дж/кг; $H(x, y, z, \tau)$ – степень гидратации цемента в точке с координатами (x, y, z) , достигнутая к моменту времени τ , вычисляемая как отношение количества выделившейся теплоты гидратации в указанной точке на данный момент времени к предельно возможному тепловыделению, свойственному данному цементу: $H(x, y, z, \tau) = Q(x, y, z, \tau) / Q_{\max}$; $\lambda(H, T)$ – теплопроводность бетона, зависящая от его состава, степени гидратации и температуры, Вт/м²; $P_q(Q, T)$ – удельная мощность тепловыделения при гидратации цемента, Вт/кг.

При выполнении численных расчетов удельную мощность тепловыделений при гидратации цемента определяли по формуле

$$P_q(Q, T) = \frac{dQ(T, \tau_{\text{прив}}(Q, T))}{d\tau} \approx \frac{Q(T, \tau_{\text{прив}}(Q, T) + \Delta\tau) - Q(T, \tau_{\text{прив}}(Q, T))}{\Delta\tau} \quad (2)$$

где Q – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента к рассматриваемому моменту времени; $Q(T, \tau_{\text{прив}}(Q, T))$ – функция тепловыделения цемента; $\tau_{\text{прив}}(Q, T)$ – приведенное время гидратации цемента; $\Delta\tau$ – шаг изменения времени тепловой обработки, с.

Одновременно с распределением температур в пределах внутреннего пространства бе-

тонного изделия производился расчет распределения тепловыделения и степени гидратации цемента согласно уравнению

$$\frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = Q_{\max} \frac{\partial H(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)). \quad (3)$$

Изменение температуры в различных точках трехмерного пространства опалубки рассчитывалось в соответствии с уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{ст}}{c_{ст}\rho_{ст}} \left[\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right], \quad (4)$$

где $c_{ст}$ – удельная теплоемкость стали (475 Дж/кг); $\rho_{ст}$ – плотность стали (7850 кг/м³); $\lambda_{ст}$ – теплопроводность стали (44,5 Вт/(м·К)).

Удельная теплота гидратации цемента (максимальное тепловыделение) составляла $Q_{\max} = 418,7$ кДж/кг. В расчетах использованы: экспериментальные данные [7] в виде функции теплоты гидратации $Q(T, \tau)$ (кДж/кг) для портландцемента марки М400, а также коэффициент теплопроводности бетона $\lambda(H, T)$, зависящий от температуры, водоцементного отношения, влажности, плотности, взятые из [10, 11].

Начальные и граничные условия для модели

При построении модели принята схема тепловой обработки, используемая в реальных условиях производства. Сформованные изделия располагаются на обогреваемом поддоне горизонтального формования (далее – столешница). После периода предварительной выдержки изделия укрывали сверху плотным рулонным покрытием, а температуру поверхности столешницы программно повышали до заданного уровня.

Таким образом, обрабатываемые изделия контактировали по нижней грани с обогреваемой металлической столешницей, а остальные его грани находились в паровоздушной среде,

образующейся под укрытием в результате прогрева бетона.

Геометрическая схема моделируемого пространства «бетонная среда – опалубка – паровоздушная среда – столешница» для одного из сечений тестируемого изделия в форме куба с размерами 0,1×0,1×0,1 м представлена на рис. 1. В расчете учитывалось, что обусловленное подводом теплоты от столешницы температурное поле на нижней грани куба имеет неоднородный характер, а температурное поле на остальной части поверхности бетонного изделия, обращенной к возникшей под брезентовым укрытием паровоздушной среде, однородно. Это физическое условие обосновано допущением, что под укрытием конвекция вокруг изделия сведена к минимуму.

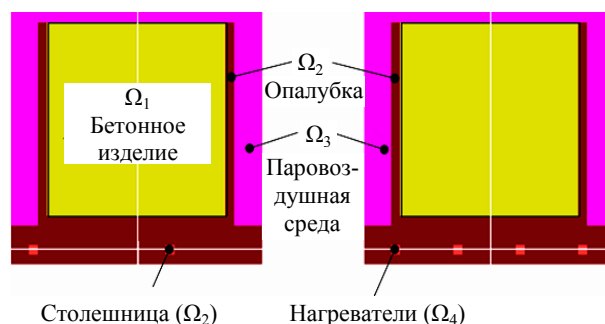


Рис. 1. Схема размещения изделия в форме куба размерами 0,1×0,1×0,1 м в расчетных областях моделируемого пространства

Fig. 1. Diagram for position of product in the shape of cube 0.1×0.1×0.1 m in calculated areas of simulated space

Фрагмент расчетного распределения температур в центральном сечении изделия и схема положения точек, которые использовались для численного анализа температур и степени гидратации, представлены на рис. 2. Точка А1 находилась в области «нагреватель – столешница», точка А2 – в паровоздушной среде, окружающей бетонное изделие, точки А3, А4, А5 и А6 – внутри бетонного изделия. Координаты указанных точек $A_i(x, y, z)$ приведены в подписи к рис. 2.

Функция экспериментально измеренной температуры вблизи верхней грани бетонного изделия в различные моменты времени после его укрытия представлена в табл. 1.

Таблица 1

Экспериментальные значения датчика температуры вблизи верхней грани куба в различные моменты времени после укрытия бетонного изделия

Experimental values of temperature sensor near upper face of cube at various points in time after covering concrete product

$t, \text{ч}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$T, \text{°C}$	24	27	29	30	33	36	37	39	40	40	41	41	41	42	42	42

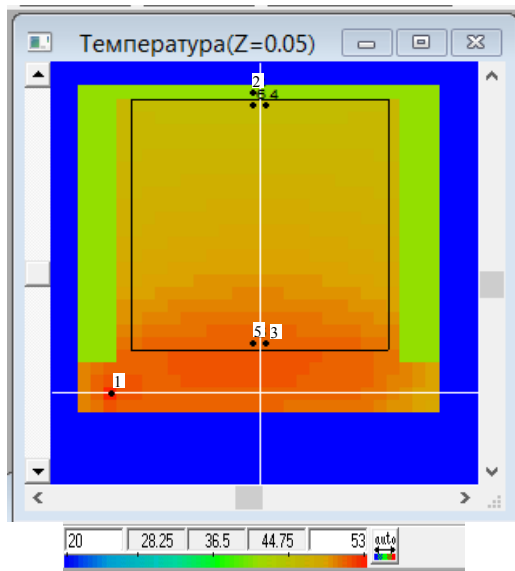


Рис. 2. Фрагмент расчетного распределения температур в центральном сечении изделия и схема расположения выделенных точек: точка нагревателя столешницы A1 $(-0,0075; -0,0175; 0,0475)$; точка паровой среды A2 $(0,0475; 0,1025; 0,0475)$; точки бетонного изделия: A3 $(0,0525; 0,0025; 0,0475)$; A4 $(0,0575; 0,0975; 0,0475)$; A5 $(0,0475; 0,0025; 0,0575)$; A6 $(0,0425; 0,0925; 0,0575)$

Fig. 2. Fragment of calculated temperature distribution in central section of product and diagram for trend in selected points:

tabletop heater point: A1 $(-0.0075; -0.0175; 0.0475)$;
 steam environment point A2 $(0.0475; 0.1025; 0.0475)$;
 concrete product points: A3 $(0.0525; 0.0025; 0.0475)$;
 A4 $(0.0575; 0.0975; 0.0475)$; A5 $(0.0475; 0.0025; 0.0575)$;
 A6 $(0.0425; 0.0925; 0.0575)$

Функция экспериментально измеренной температуры вблизи нижней грани бетонного изделия в различные моменты времени после его укрытия (табл. 1), относящаяся к областям Ω_2, Ω_4 (рис. 1), контактирующей с нижней гранью изделия, представлена в табл. 2. Температура измерялась экспериментально с помощью встроенных в технологическое оборудование штатных температурных датчиков в течение всего времени тепловой обработки и в даль-

нейшем использовалась в математической модели.

Таблица 2

Экспериментальные значения датчика температуры в столешнице в различные моменты времени после укрытия изделия

Experimental values of temperature sensor for tabletop at various points in time after covering the product

$t, \text{ч}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$T, \text{°C}$	36	43	48	49	50	51	52	52	52	53	53	53	53	54	54	53

Начальные условия для параметров математической модели:

$$\begin{cases} T(x, y, z, 0) = 25 \text{ °C для } (x, y, z) \in \Omega_1; \\ T(x, y, z, 0) = 25 \text{ °C для } (x, y, z) \in \Omega_2; \\ T(x, y, z, 0) = 24 \text{ °C для } (x, y, z) \in \Omega_3; \\ T(x, y, z, 0) = 36 \text{ °C для } (x, y, z) \in \Omega_4; \\ Q(x, y, z, 0) = 0 \text{ Дж/кг для } (x, y, z) \in \Omega_1. \end{cases} \quad (5)$$

Граничные условия на поверхности «бетон – паровоздушная среда» (Ω_1 – Ω_3):

$$\begin{aligned} -\lambda(H(x, y, z, t), T(x, y, z, t)) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} &= \\ = \alpha \left(T(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} - T_{\text{cp}}(t) \right), & \quad (6) \end{aligned}$$

где ∂i – это ∂x , или ∂y , или ∂z в соответствии с пространственной ориентацией границы; α – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену в воздушной среде (был принят $20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Граничные условия на поверхности «опалубка – паровоздушная среда» (Ω_2 – Ω_3):

$$\begin{aligned} -\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} &= \\ = \alpha \left(T(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{\text{cp}}(t) \right). & \quad (7) \end{aligned}$$

Граничные условия на поверхности «опа- лубка – бетон» ($\Omega_2 - \Omega_1$):

$$\lambda(H(x, y, z, t), T(x, y, z, t)) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_2} = \\ = \lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_1} \quad (8)$$

Граничные условия на поверхности «нагре- ватель – столешница» ($\Omega_4 - \Omega_2$):

$$-\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_4} = \\ = \alpha_{\text{в}} \left(T(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_4 \cap \Omega_2} - T_H(t) \right).$$

где ∂i – это ∂x , или ∂y , или ∂z в соответствии с пространственной ориентацией границы; $\alpha_{\text{в}}$ – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену с водяным тепло- носителем (был принят $250 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Состав и свойства бетона

Состав бетона соответствовал соотношению Ц:П:Щ = 1:2:2,95 по массе с водоцементным соотношением В/Ц = 0,34, где Ц = $380 \text{ кг}/\text{м}^3$, П = $760 \text{ кг}/\text{м}^3$, Щ = $1120 \text{ кг}/\text{м}^3$, В = $130 \text{ кг}/\text{м}^3$ – удельные расходы составляющих бетон мате- риалов (цемента, песка, щебня, воды). В каче- стве вяжущего использован портландцемент марки М400 с максимальной удельной тепло- той гидратации $Q_{\text{max}} = 418,7 \text{ кДж}/\text{кг}$. Таким об- разом, плотность свежезатворенной и уплот- ненной бетонной смеси (влажного бетона) со- ставила $\rho_6 = \text{Ц} + \text{П} + \text{Щ} + \text{В} = 2390 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Удельная теплоемкость большинства бе- тонов в сухом состоянии постоянна и рав- на $840 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Вследствие малой изменчи- вости этого значения среднюю удельную теп- лоемкость свежееотформованного бетонного изделия рассчитывали по формуле

$$c_6 = \frac{840(\text{Ц} + \text{П} + \text{Щ}) + 4190\text{В}}{\text{Ц} + \text{П} + \text{Щ} + \text{В}} = 1022 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \quad (10)$$

Коэффициент теплопроводности бетона за- висит от его температуры, водоцементного от- ношения, влажности, плотности. Поэтому на основании анализа данных из различных ис- точников [9–11] для этого бетона была сфор- мирована база данных, по которой путем ли-

нейной интерполяции в режиме расчета модели вычислялся коэффициент теплопроводности бетона в конкретном состоянии.

Экспериментальные данные по определению характеристик прочности изделия размера- ми $0,1 \times 0,1 \times 0,1 \text{ м}$, полученного на обогреваемом поддоне под укрытием в разные временные промежутки тепловой обработки, представле- ны в табл. 3. Использовали по четыре образца по каждому срезу времени процесса твердения бе- тонного изделия.

При проведении численных расчетов для сходимости модели $0,1 \times 0,1 \times 0,1 \text{ м}$, представле- нной уравнениями (1)–(8), использовали 8000 рас- четных сеточных элементов, причем шаг по вре- мени моделирования был принят равным $0,25 \text{ с}$ при размере сеточного элемента $0,005 \text{ м}$.

Результаты численного расчета

Экспериментальные и расчетные значения температуры по модели в выделенных точ- ках изделия представлены на рис. 3. Как видно из рисунка, зависимости экспериментальных температур от времени в точках А1 ($-0,0075$; $-0,0175$; $0,0475$) и А2 ($0,0475$; $0,1025$; $0,0475$) изменяются подобным образом и различаются в пределах $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Зависимости расчетных тем- ператур от времени, полученные на основе урав- нений математической модели (1)–(9), в вы- деленных точках А3 ($0,0525$; $0,0025$; $0,0475$) и А4 ($0,0575$; $0,0975$; $0,0475$) находятся внут- ри экспериментальных «температурных шор», отражающих изменение температур в нижней и верхней частях изделия.

Зависимости экспериментальных значений средней прочности на сжатие (зависимость 3) изделия и расчетные величины коэффициен- та гидратации (H , %) в крайних («верх–низ») точках изделия А5 ($0,0475$; $0,0025$; $0,0575$) и А6 ($0,0425$; $0,0925$; $0,0575$) представле- ны на рис. 4. Шкала в числах совпадает со шкалой для степени гидратации H .

Как видно из рис. 4, характеры зависимо- стей измеренной прочности и расчетного ко- эффициента гидратации от времени аналогич- ны. Так, повышение прочности на сжатие со- провождается увеличением степени гидратации в отдельных точках изделия. Следует отметить, что зависимости степени гидратации от време- ни тепловой обработки в двух крайних точках рассматриваемого изделия очень близки.

Результаты экспериментов с кубическим изделием размерами 0,1×0,1×0,1 м на обогреваемом поддоне для горизонтального формования под укрытием

Experimental results with 0.1×0.1×0.1 m cubic product on heated pallet for horizontal molding under cover

№	Время выдержки после укрытия τ , с	Прочность на сжатие, МПа				Доверительный интервал (Стьюдента) при $\alpha = 0,05$
		Определенная разрушающим методом	Среднее значение	Нижняя граница	Верхняя граница	
1	14400	8,4	8,58	7,81	9,34	0,76
		8,0				
		9,1				
		8,8				
2	25200	13,9	15,1	13,3	16,8	1,78
		14,3				
		16,2				
		15,8				
3	36000	19,2	19,4	18,6	20,1	0,74
		18,8				
		19,8				
		19,7				
4	46800	20,0	20,5	19,5	21,5	1,03
		21,2				
		19,9				
		20,9				
5	57600	21,9	22,1	21,7	22,5	0,43
		22,5				
		22,0				
		22,0				

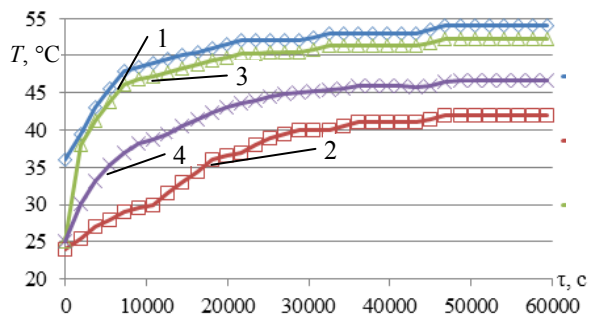


Рис. 3. Экспериментальные и рассчитанные с помощью модели значения температуры в выделенных точках изделия: 1, 2 – экспериментальные температуры в точках А1 (–0,0075; –0,0175; 0,0475) и А2 (0,0475; 0,1025; 0,0475) соответственно; 3, 4 – расчетные температуры в точках А3 (0,0525; 0,0025; 0,0475) и А4 (0,0575; 0,0975; 0,0475) соответственно

Fig. 3. Experimental and model-calculated temperature values in selected points of product: 1, 2 – experimental temperatures in points A1 (–0.0075; –0.0175; 0.0475) and A2 (0.0475; 0.1025; 0.0475) respectively; 3, 4 – calculated temperatures in points A3 (0.0525; 0.0025; 0.0475) and A4 (0.0575; 0.0975; 0.0475) respectively

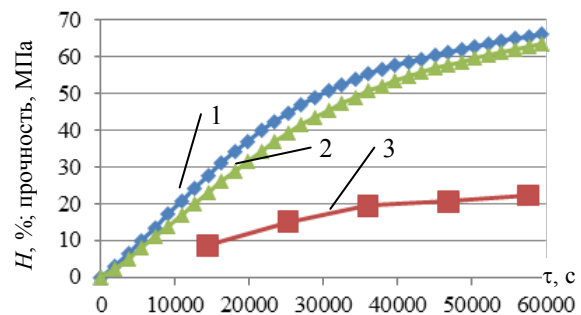


Рис. 4. Экспериментальные значения прочности на сжатие изделия и расчетные значения коэффициента гидратации H по модели в выделенных точках изделия: 1, 2 – расчетные значения коэффициента гидратации в точках А5 (0,0475; 0,0025; 0,0575) и А6 (0,0425; 0,0925; 0,0575) соответственно; 3 – экспериментальные данные прочности на сжатие

Fig. 4. Experimental values of compressive product strength and calculated values of hydration coefficient H in selected points of product according to model: 1, 2 – calculated values of hydration coefficient in points A5 (0.0475; 0.0025; 0.0575) and A6 (0.0425; 0.0925; 0.0575) respectively; 3 – experimental data on compressive strength

Корреляцию прочности на сжатие изделия и коэффициента гидратации от времени тепловой обработки можно объяснить следующим образом. С одной стороны, известно, что функция тепловыделения в бетонном изделии от времени влияет на степень гидратации цемента. С другой стороны, имеются исследования, показывающие взаимосвязь между суммарным тепловыделением и средней прочностью на сжатие для некоторых цементных смесей [12].

Таким образом, сравнивая полученные в исследовании закономерности, можно сделать вывод о том, что результаты, полученные по модели, описываемой уравнениями (1)–(9), отражают основные физико-химические характеристики процесса гидратации цемента от времени тепловой обработки изделия.

Зависимости скорости изменения средней прочности на сжатие и скорости изменения коэффициента гидратации ($\partial H / \partial \tau$) от времени тепловой обработки изделия в точках А5 (0,0475; 0,0025; 0,0575) и А6 (0,0425; 0,0925; 0,0575) представлены на рис. 5.

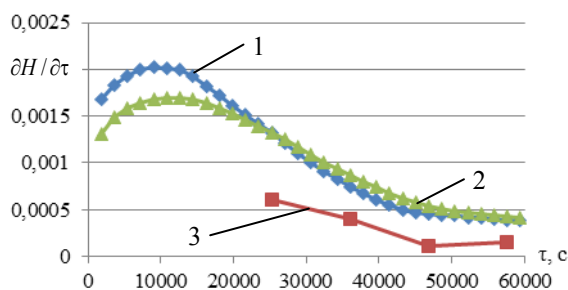


Рис. 5. Скорости изменения коэффициента гидратации и прочности на сжатие от времени в выделенных точках изделия А5 (0,0475; 0,0025; 0,0575) и А6 (0,0425; 0,0925; 0,0575):

- 1, 2 – скорость изменения коэффициента гидратации;
- 3 – то же средней прочности на сжатие, вычисленной по данным табл. 3

Fig. 5. Rate of hydration coefficient and compressive strength changes due to time in selected points of product А5 (0.0475; 0.0025; 0.0575) and А6 (0.0425; 0.0925; 0.0575):

- 1, 2 – rates of hydration coefficient changes;
- 3 – rate of average compressive strength change calculated according to data given in tab. 3

Как видно из рис. 5, скорости изменения расчетной степени гидратации согласно рассмат-

риваемой модели, описываемой уравнениями (1)–(9), и средней прочности на сжатие изменяются по аналогичному закону.

Таким образом, на основе проведенных исследований и расчетов можно сделать вывод, что наблюдается удовлетворительное согласование данных по степени гидратации, полученных из модели (1)–(9), с экспериментальными данными о прочности на сжатие протестированных кубических образцов размерами 0,1×0,1×0,1 м. Различие в количественных значениях прочности на сжатие и коэффициента гидратации связано, с одной стороны, с особенностями оценки каждой из характеристик, с другой стороны, объясняется использованием в модели данных для функции тепловыделения и функции теплопроводности, полученных путем интерполяции в зависимости от температуры бетона.

ВЫВОДЫ

1. Предложена математическая модель для расчета процесса твердения бетонного изделия симметричной формы. Математический аппарат для расчета включает нестационарное трехмерное уравнение теплопроводности с функцией источника тепловыделения процесса гидратации, а также систему граничных условий по температуре, построенных на основе экспериментально измеряемых температурных функций от времени. Проведена верификация нестационарной математической модели гидратации бетонной смеси с использованием экспериментальных данных по прочности бетонного изделия в промышленных условиях.

На основе исследования функции степени гидратации от времени показано, что зависимости экспериментальной функции прочности на сжатие от времени тепловой обработки коррелируют с функциями коэффициента гидратации и скорости гидратации от времени тепловой обработки, вычисленными на основе предложенной нестационарной математической модели твердения бетонного изделия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ушеров-Маршак, А. В. Информационная технология бетона ускоренного твердения / А. В. Ушеров-Маршак, А. Г. Синякин // Бетон и железобетон. 1994. № 6. С. 2–4.

2. Ушеров-Маршак, А. В. «Термобет-М» – информационная технология монолитного бетона / А. В. Ушеров-Маршак, Ю. Б. Гиль, А. Г. Синякин // Бетон и железобетон. 2000. № 4. С. 2–5.
3. Федосов, С. В. Применение методов математической физики для моделирования массо- и энергопереноса в технологических процессах строительной индустрии / С. В. Федосов, А. М. Ибрагимов, А. В. Гуцин // Строительные материалы. 2008. № 4. С. 65–67.
4. Бабицкий, В. В. Прогнозирование характеристик твердеющего тяжелого бетона / В. В. Бабицкий, С. Д. Семенюк, М. С. Бибик // Ресурсоэкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Вип. 18. Рівне, 2009. С. 3–12.
5. Моделирование набора прочности бетоном при гидратации цемента / С. В. Федосов [и др.] // Строительные материалы. 2011. № 11. С. 38–41.
6. Ge, Zhi. Predicting Temperature and Strength Development of the Field Concrete: Retrospective Theses and Dissertations [Electronic resource] / Zhi Ge // Iowa State University. 2005. Mode of access: <http://www.eng.auburn.edu/files/centers/hrc/930-590-2.pdf>. Date of access: 14.12.2018.
7. Марьямов, Н. Б. Тепловая обработка изделий на заводах сборного железобетона: процессы и установки / Н. Б. Марьямов. М.: Стройиздат, 1970. 272 с.
8. Ахвердов, И. Н. Основы физики бетона / И. Н. Ахвердов. М.: Стройиздат, 1981. 464 с.
9. Аксенчик, К. В. Совершенствование тепловой работы пропарочных камер для тепловлажностной обработки железобетонных изделий / К. В. Аксенчик. Иваново, 2014. 20 с.
10. Красулина, Л. В. Структурные и теплофизические свойства твердеющего бетона / Л. В. Красулина // Наука и техника. 2012. № 2. С. 29–34.
11. Александровский, С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести бетона / С. В. Александровский. М.: НИИЖБ, 2004. 712 с.
12. Адамцевич, А. О. Использование калориметрии для прогнозирования роста прочности цементных систем ускоренного твердения / А. О. Адамцевич, С. А. Пашкевич, А. П. Пустовгар // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 3. С. 37–41.

Поступила 20.12.2018

Подписана в печать 22.02.2019

Опубликована онлайн 29.03.2019

REFERENCES

1. Usherov-Marshak A. V., Sinyakin A. G. (1994) Information Technology of Concrete with Accelerated Curing. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete], (6), 2–4 (in Russian).
2. Usherov-Marshak A. V., Gil Yu. B., Sinyakin A. G. (2000) “Termobet-M” – Information Technology of in-Situ Concrete. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete], (4), 2–5 (in Russian).
3. Fedosov S. V., Ibragimov M. A., Gushchin A. V. (2008) Application of Mathematical Physics Methods for Simulation of Mass- and Energy Transfer in Technological Processes of Construction Industry. *Stroitelnye Materialy* [Construction Materials], (4), 65–67 (in Russian).
4. Babitskii V. V., Semenyuk S. D., Bibik M. S. (2009) Forecasting of Characteristics for Hardening Heavy Concrete. *Resursoekonomnii Materiali, Konstruktsii, Budivlita Sporudi: zb. Nauk. Prats'* [Resource Efficient Materials, Structures, Buildings and Installations: Collection of Research Papers]. Rovno, Is. 18, 3–12 (in Russian).
5. Fedosov S. V., Bobylev V. I., Ibragimov A. M., Kozlova V. K., Kokolov A. M. (2011) Modeling of Concrete Strength set at Cement Hydration. *Stroitelnye Materialy* [Construction Materials], (11), 38–41 (in Russian).
6. Ge Zhi (2005) *Predicting Temperature and Strength Development of the Field Concrete*. Retrospective Theses and Dissertations. Iowa State University. 2005. Available at: <https://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2729&context=rtd> (Accessed 14 December 2018).
7. Maryamov N. B. (1970) *Heat Treatment of Products at the Plant of Precast Reinforced Concrete: Processes and Installations*. Moscow, Stroyizdat Publ. 272 (in Russian).
8. Akhverdov I. N. (1981) *Fundamentals of Concrete Physics*. Moscow, Stroyizdat Publ. 464 (in Russian).
9. Aksenichik K. V. (2014) *Improvement in Thermal Operation of Steam-Curing Chambers for Hygro-Thermal Treatment of Reinforced Concrete Products*. Ivanovo. 20 (in Russian).
10. Krasulina L. V. (2012) Structural and Thermo-Physical Properties of Hardening Concrete. *Nauka i Tekhnika = Science and Technique*, (2), 29–34 (in Russian).
11. Alexandrovskii S. V. (2004) Calculation of Concrete and Reinforced Concrete Structures for Changes in Temperature and Humidity with Due Account Concrete Creep. Moscow, Research Institute of Reinforced Concrete named after A. A. Gvozdev. 712 (in Russian).
12. Adamtsevich A. O., Pashkevich S. A., Pustovgar A. P. (2013) Use of Calorimetry to Predict Growth of Strength in Cement Systems of Accelerated Curing. *Inzhenerno-Stroitelny Zhurnal = Magazine of Civil Engineering*, (3), 37–41 (in Russian).

Received: 20.12.2018

Accepted: 22.02.2019

Published online: 29.03.2019