

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-4-307-324>

УДК 66.040.25:519.6:666.97.035.5

## Метод расчета эволюции теплоэнергетических характеристик процесса ускоренной гидратации бетонных изделий

А. М. Нияковский<sup>1)</sup>, В. Н. Романюк<sup>2)</sup>, А. Н. Чичко<sup>2)</sup>, Ю. В. Яцкевич<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Полоцкий государственный университет (Новополоцк, Республика Беларусь),

<sup>2)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2019  
Belarusian National Technical University, 2019

**Реферат.** Разработка методов расчета динамики изменения тепловых энергетических характеристик процесса ускоренной гидратации является одной из сложнейших задач теплоэнергетики. В статье рассмотрен новый метод расчета теплотехнических характеристик процесса, ориентированный на применение его в установках ускоренной гидратации, применяемых в производстве 3D-бетонных конструкций. При разработке метода использованы принципы клеточно-автоматного моделирования энергетических характеристик процесса тепловой обработки бетонов. Математический аппарат метода основан на конечно-разностном трехмерном уравнении теплопроводности, позволяющем учесть: пространственные размеры изделия из бетона, пространственное расположение опалубки, пространственное распределение нагревательных элементов и другие конструктивные особенности системы ускоренной гидратации за счет системы граничных и начальных условий. Входными параметрами используемых моделей являются плотности, теплопроводности, теплоемкости бетонной смеси и конструктивных элементов, входящих в технологическую оснастку изделия. Граничные и начальные условия позволят решать задачи моделирования для любой 3D-конструкции. Цель исследований – разработка метода расчета динамики изменения энергетических характеристик твердеющего 3D-изделия из бетона, подвергнутого тепловой обработке, на основе сеточной неравновесной теплофизической модели. Представлен формульный аппарат, позволяющий связать геометрические характеристики изделия и конечно-разностные уравнения теплопроводности с учетом источников тепловыделений. Предложен численный метод определения энергетических характеристик твердеющего 3D-изделия из бетона, подвергнутого тепловой обработке, заключающийся в вычислении в зависимости от времени тепловой обработки: теплоты, подведенной к изделию извне; теплоты, рассеянной в окружающую среду; выделившейся теплоты гидратации; аккумулярованной в изделии теплоты с учетом геометрии изделия. Метод построен на основе сеточной трехмерной теплофизической модели, учитывающей неравновесность и систему граничных условий, отражающих специфику процесса в установках ускоренной гидратации бетонов. Выполнены расчеты функций энергетических характеристик, определяющих тепловую обработку, в зависимости от времени тепловой обработки для кубических

---

### Адрес для переписки

Романюк Владимир Никанорович  
Белорусский национальный технический университет  
просп. Независимости, 65/2  
220013, г. Минск, Республика Беларусь,  
Тел.: +375 17 293-92-16  
pte@bntu.by

### Address for correspondence

Romaniuk Vladimir N.  
Belarusian National Technical University  
65/2 Nezavisimosty Ave.,  
220013, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 293-92-16  
pte@bntu.by

---

3D-изделий из бетона различного размера. Показано, что скорость изменения энергетических характеристик можно моделировать для изделий любой пространственной конфигурации.

**Ключевые слова:** энергосбережение, теплотехнологии, математическое моделирование, температурное поле, нестационарное уравнение теплопроводности, численные методы исследований, ускоренная гидратация бетона

**Для цитирования:** Метод расчета эволюции теплоэнергетических характеристик процесса ускоренной гидратации бетонных изделий / А. М. Нияковский [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2019. Т. 62, № 4. С. 307–324. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-4-307-324>

## The Method of Calculation of the Evolution of Thermal and Energy Characteristics of the Accelerated Hydration Process of Concrete Products

A. M. Niyakovskii<sup>1</sup>, V. N. Romaniuk<sup>2</sup>, A. N. Chichko<sup>2</sup>, Yu. V. Yatskevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Polotsk State University (Novopolotsk, Republic of Belarus),

<sup>2</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** The development of methods for calculating the dynamics of the energy thermal characteristics of the accelerated hydration process is one of the most difficult tasks of heat power engineering. The article describes a new method of calculating the thermal characteristics of the process, focused on its application in the installations of accelerated hydration used for the production of 3D-reinforced concrete structures. The principles of cellular-automatic modeling of energy characteristics of concrete heat treatment process were used in the development of the method. The mathematical apparatus used in the method is based on the finite-difference three-dimensional heat equation, which allows taking into account, due to the system of boundary and initial conditions, the spatial dimensions of the concrete product, the spatial arrangement of the formwork, the spatial distribution of heating elements and other design features of the accelerated hydration system. The input parameters of the models used are the density, thermal conductivity, heat capacity of the concrete mixture and structural elements included in the tooling of the product. Boundary and initial conditions will make it possible to solve modeling problems for any 3D-design. The goal of the study is to develop a method for calculating the energy characteristics dynamics of the hardening of 3D-concrete products subjected to heat treatment, based on a grid non-equilibrium thermal model. The paper presents a mathematical equation apparatus that allows linking the geometric characteristics of the product and the finite-difference equations of thermal conductivity, including sources of heat. A numerical method for determining the energy characteristics of the hardening of 3D-concrete products subjected to heat treatment has been proposed consisting of, depending on the time of heat treatment, the calculation of the outside heat supplied to the concrete product, heat dissipated into the environment, the emitted heat of hydration and the heat accumulated in the concrete product during heat treatment, taking into account the geometry of the product. The method is based on a grid three-dimensional thermophysical model that takes into account the nonequilibrium and the system of boundary conditions that reflect the specifics of the process in the accelerated hydration of concrete. Calculations of the functions of the energy characteristics determining the heat treatment, depending on the time of heat treatment for cubic 3D-concrete products of different sizes have been performed. It is demonstrated that the rate of alteration of energy characteristics can be modeled for products of any spatial configuration.

**Keywords:** energy saving, heat technologies, mathematical modeling, temperature field, non-stationary equation of heat conductivity, numerical methods of research, accelerated hydration of concrete

**For citation:** Niyakovskii A. M., Romaniuk V. N., Chichko A. N., Yatskevich Yu. V. (2019) The Method of Calculation of the Evolution of Thermal and Energy Characteristics of the Accelerated Hydration Process of Concrete Products. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 62 (4), 307–324. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-4-307-324> (in Russian)

## **Введение**

Разработка методов моделирования энергетических характеристик процесса тепловой обработки бетонных изделий в теплотехнологических установках ускоренной гидратации является одной из сложнейших задач, имеющих важное как теоретическое, так и практическое значение для оптимизации теплоэнергетических схем промышленных предприятий (ТЭСПП), осуществляющих производство бетонных и железобетонных изделий и конструкций [1–3]. Практический интерес к разработке методов моделирования энергетических параметров технологий, применяемых при изготовлении бетонных изделий, связан с тем, что использование таких методов позволяет оценить энергопотребление внедряемой на предприятии технологии еще на стадии разработки, ранжируя ее по энергетическим характеристикам и проводя дискретную оптимизацию энергосберегающих режимов. Несмотря на то что многие уравнения, с помощью которых можно рассчитать энергетику процесса гидратации, известны, существует ряд математических трудностей на пути решения общей системы уравнений, описывающих процесс твердения бетона [4–8]. Это заставляет исследователей упрощать постановку задачи, сводя ее зачастую к одно- или двумерным приближениям.

Литературный анализ показывает, что значительная часть научных работ не учитывает особенности реальной пространственной 3D-геометрии изделий (распределение материала в их пространстве). В то же время существует множество эмпирических подходов, ориентированных на математические модели с сосредоточенными параметрами [9–11]. Это не позволяет учесть как особенности геометрии подвергаемых тепловой обработке бетонных изделий, так и ряд конструктивных особенностей теплотехнологического оборудования для осуществления ускоренной гидратации.

Следует отметить, что в последние годы в различных областях технических наук определенное развитие получило направление, связанное с разработкой и применением так называемых САЕ-систем (англ. Computer-Aided Engineering) для инженерного анализа и решения различных задач. Их использование позволяет учесть особенности 3D-геометрии исследуемых объектов. Однако, несмотря на их применение, все еще актуальной остается задача разработки математических моделей и специального программного обеспечения под конкретные процессы и конкретные установки, в частности, связанные с тепловой обработкой бетонных изделий в теплотехнических установках ускоренной гидратации.

Настоящая работа направлена на развитие численных методов расчета энергетических характеристик процесса гидратации бетона при его ускоренной тепловой обработке, основанных на конечно-разностном трехмерном уравнении теплопроводности, позволяющем учесть размеры изделия из бетона и его геометрию, пространственное расположение опалубки, пространственное распределение нагревательных элементов и другие особенности технологии получения изделия, учитываемые выбранной системой граничных условий. Такая постановка задачи дает возможность

принять во внимание многие параметры реальных процессов тепловой обработки и особенно актуальна для несимметричных объектов. В результате одно- и двумерные модели [12–14] должны уступить место трехмерным, которые не имеют ограничений, обусловленных пространственными особенностями промышленно изготавливаемых бетонных изделий.

Цель – создание метода расчета эволюции (динамики изменения во времени) энергетических характеристик твердеющего 3D-изделия из бетона, подвергнутого тепловой обработке, на основе сеточной неравновесной теплофизической модели. Данная статья – это продолжение и развитие исследований [15–18], направленных на разработку новых методов изучения теплоэнергетического и теплотехнологического оборудования, тепловых режимов их функционирования на основе сформулированной теплофизической модели и математического аппарата. Полученные результаты позволили заложить основы первой версии белорусской специализированной ИТ-системы для автоматизированного моделирования процесса гидратации бетонных изделий САЕ «ПроЭнергоБетон-1» (ПРОцессы ЭНЕРГОсбережения БЕТОНа), написанную на языке C++. С помощью программы можно рассчитывать и визуализировать во времени тепловой обработки пространственное распределение температуры и степени гидратации в бетонном изделии заданной трехмерной формы с учетом его внутренней структуры, граничных и начальных условий, обусловленных видом и конструктивными особенностями теплотехнологического оборудования для ускоренной гидратации.

### Исходные данные и сеточная модель

В качестве объекта исследования использовали трехмерные кубические изделия следующих размеров:  $0,1 \times 0,1 \times 0,1$  м (объект № 1);  $0,2 \times 0,2 \times 0,2$  м (№ 2);  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$  м (№ 3);  $0,4 \times 0,4 \times 0,4$  м (№ 4), поверхности которых были окружены конструкцией в виде опалубки, задававшей систему граничных условий для численного решения задачи теплопереноса в бетонном изделии. С использованием графического редактора САЕ «ПроЭнергоБетон-1» построены четыре сеточные 3D-модели на основе базового кубического сеточного элемента размером  $0,005$  м (шаг пространства) при шаге моделирования по времени  $0,25$  с. Расчетная сеточная область включала: пространство твердеющего бетона  $\Omega_1(x, y, z)$ , контур опалубки  $\Omega_2(x, y, z)$ , контур греющей среды  $\Omega_3(x, y, z)$ , пространство нагревателя  $\Omega_4(x, y, z)$ . Каждая из перечисленных областей имела множество сеточных элементов с координатами  $x, y, z$  и характеризовалась теплопроводностью, плотностью и удельной теплоемкостью каждого элемента геометрической конструкции.

Совокупности сеточных элементов систем «бетон – опалубка», «опалубка – внешняя тепловая среда» были математически связаны через граничные условия, описанные ниже.

Граничные условия математической модели на поверхности раздела «бетон – среда тепловой обработки» ( $\Omega_1$ – $\Omega_3$ ) задавались как:

$$\begin{aligned}
 -\lambda_b(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} &= \\
 = \alpha \left( T(x, y, z, \tau) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} - T_{env}(\tau) \right), & \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $\partial i$  – это либо  $\partial x$ , либо  $\partial y$ , либо  $\partial z$  согласно пространственной ориентации границы;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену в воздушной среде, принято  $\alpha = 20$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Граничные условия на поверхности раздела «опалубка – среда тепловой обработки» ( $\Omega_2$ – $\Omega_3$ ) были заданы как:

$$-\lambda_{st} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} = \alpha \left( T(x, y, z, \tau) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{env}(\tau) \right). \quad (2)$$

Граничные условия на поверхности раздела «опалубка – бетон» ( $\Omega_2$ – $\Omega_1$ )

$$\lambda_b(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_2} = \lambda_{st} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_1}, \quad (3)$$

где  $\tau$  – время, с;  $x, y, z$  – декартовы координаты, м (ось  $y$  направлена вертикально);  $T(x, y, z, \tau)$ ,  $H(x, y, z, \tau)$  – температура (°С) и степень гидратации бетона в точке с координатами  $(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ ;  $\lambda_b(H, T)$  – теплопроводность бетона, зависящая от степени его гидратации и температуры, Вт/(м·К);  $\lambda_{st}$  – теплопроводность стальной опалубки, Вт/(м·К).

В расчетах использовались математическая модель, включающая вышеприведенные граничные условия, а также дифференциальное уравнение теплопроводности в трехмерной постановке с источником тепловыделения, имитирующим процесс гидратации бетонной смеси, и уравнение для расчета процесса гидратации. В качестве параметров этой модели, подробно описанной в [15, 16], принимали:  $\rho_b$  – плотность бетона, кг/м<sup>3</sup>;  $\Pi$  – удельный расход цемента на затворение бетонной смеси, кг/м<sup>3</sup>;  $c_b$  – удельная теплоемкость бетона, Дж/(кг·К);  $Q(x, y, z, \tau)$  – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента в точке с координатами  $(x, y, z)$  на момент времени  $\tau$ ;  $H(x, y, z, \tau) = Q(x, y, z, \tau)/Q_{max}$  – степень (коэффициент) гидратации цемента;  $Q_{max}$  – удельная теплота полной гидратации цемента, Дж/кг.

Расчет изменения температуры в различных точках пространства ( $\Omega_2$ ) производился согласно уравнению теплопроводности с использованием следующих значений входящих в него теплофизических величин: удельная теплоемкость стали  $c_{st} = 475$  Дж/кг; плотность стали  $\rho_{st} = 7850$  кг/м<sup>3</sup>; теплопроводность стали  $\lambda_{st} = 44,5$  Вт/(м·К).

Для получения конкретного численного результата принимали начальные условия:

$$\begin{cases} T(x, y, z, 0) = 20 \text{ }^\circ\text{C} & \text{для } (x, y, z) \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3; \\ Q(x, y, z, 0) = 0 \text{ Дж/кг} & \text{для } (x, y, z) \in \Omega_1. \end{cases} \quad (4)$$

Для всех изделий в расчетах использована интервальная функция, имитирующая работу нагревателя, характеризующая температурный режим тепловой обработки вида «нагрев – изотермическая выдержка – охлаждение» и описанная в [15]. Состав бетона соответствовал соотношению компонентов Ц:П:Щ = 1:1,76:2,98 по массе, В/Ц = 0,4, где Ц, П, Щ, В – удельные расходы составляющих бетон материалов (цемента, песка, щебня, воды), кг/м<sup>3</sup>. Коэффициент теплопроводности бетона  $\lambda(H, T)$  с учетом степени (коэффициента) гидратации и температуры, водоцементного отношения, влажности и плотности бетона задавался табулированной функцией [15], разработанной авторами статьи на основании данных, опубликованных в [8, 19].

Теплофизическая модель на основе конечно-разностных отношений была реализована в программе «ПроЭнергоБетон-1». Для расчета температуры в произвольных элементах пространства твердеющего бетона ( $\Omega_1$ ) использовалась формула

$$T(x, y, z, \tau + \Delta\tau) = T(x, y, z, \tau) + \frac{\Delta\tau}{c_b \rho_b} \left( \frac{\Psi_{+\Delta x} - \Psi_{-\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\Psi_{+\Delta y} - \Psi_{-\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\Psi_{+\Delta z} - \Psi_{-\Delta z}}{\Delta z} + \rho_c P_c(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \right), \quad (5)$$

где

$$\Psi_{+\Delta x} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x + \Delta x, y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta x} \Big|_{(x + \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_1} \\ \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\left( \frac{1}{\lambda_b} (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + \frac{1}{\lambda_{st}} \right) \Delta x / 2} \Big|_{(x + \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_2}; \end{cases}$$

$$\Psi_{-\Delta x} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x - \Delta x, y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x - \Delta x, y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x - \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta x} \Big|_{(x - \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_1} \\ \frac{T(x - \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\left( \frac{1}{\lambda_b} (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + \frac{1}{\lambda_{st}} \right) \Delta x / 2} \Big|_{(x - \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_2}; \end{cases}$$

$$\Psi_{+\Delta y} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x, y + \Delta y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y + \Delta y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y + \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta y} \Big|_{(x, y + \Delta y, z, \tau) \in \Omega_1} \\ \alpha_{up} (T_{env}(\tau) - T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y + \Delta y, z, \tau) \in \Omega_3}; \end{cases}$$

$$\Psi_{-\Delta y} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x, y - \Delta y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y - \Delta y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y - \Delta y, z, \tau)}{\Delta y} \Big|_{(x, y - \Delta y, z, \tau) \in \Omega_1} \\ \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y - \Delta y, z, \tau)}{\left( \frac{1}{\lambda_b} (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{st} \right) \Delta y / 2} \Big|_{(x, y - \Delta y, z, \tau) \in \Omega_2} ; \end{cases}$$

$$\Psi_{+\Delta z} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x, y, z + \Delta z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y, z + \Delta z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z + \Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta z} \Big|_{(x, y, z + \Delta z, \tau) \in \Omega_1} \\ \frac{T(x, y, z + \Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\left( \frac{1}{\lambda_b} (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{st} \right) \Delta z / 2} \Big|_{(x, y, z + \Delta z, \tau) \in \Omega_2} ; \end{cases}$$

$$\Psi_{-\Delta z} = \begin{cases} \lambda_b \left( \frac{H(x, y, z - \Delta z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y, z - \Delta z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)}{\Delta z} \Big|_{(x, y, z - \Delta z, \tau) \in \Omega_1} \\ \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)}{\left( \frac{1}{\lambda_b} (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{st} \right) \Delta z / 2} \Big|_{(x, y, z - \Delta z, \tau) \in \Omega_2} . \end{cases}$$

С целью расчета энергетических характеристик процесса тепловой обработки разработан метод нестационарного расчета подведенной  $Q_{in}$ , рассеянной  $Q_{out}$ , выделившейся  $Q_{hidr}$  и аккумулированной  $Q_{acc}$  теплоты в зависимости от времени тепловой обработки для 3D-изделий. Ниже приведен формульный аппарат, который использовался в САЕ «ПроЭнерго-Бетон-1» при выполнении расчетов.

Суммарная теплота, поступившая извне от источника, рассчитывалась в процессе моделирования на каждый момент времени  $t_N$

$$Q_{in}(t_N) = \sum_{\tau=0 \dots t_N} \left[ \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y + \Delta y, z) \in \Omega_3}} \alpha_{up} \Delta x \Delta z \Delta \tau (T(x, y + \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Big|_{T(x, y + \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y - \Delta y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y - \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta x \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b (H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta y}{2}} \Big|_{T(x, y - \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x+\Delta x,y,z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x+\Delta x,y,z,\tau) - T(x,y,z,\tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Bigg|_{T(x+\Delta x,y,z,\tau) - T(x,y,z,\tau) > 0} + \\
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x-\Delta x,y,z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x-\Delta x,y,z,\tau) - T(x,y,z,\tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Bigg|_{T(x-\Delta x,y,z,\tau) - T(x,y,z,\tau) > 0} + \\
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x,y,z+\Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x,y,z+\Delta z,\tau) - T(x,y,z,\tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x,y,z+\Delta z,\tau) - T(x,y,z,\tau) > 0} + \\
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x,y,z-\Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x,y,z-\Delta z,\tau) - T(x,y,z,\tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x,y,z-\Delta z,\tau) - T(x,y,z,\tau) > 0} \Bigg], \quad (6)
\end{aligned}$$

где  $\tau$  – время, принимающее дискретные значения от 0 до  $t_N$  ( $N$  – номер рассматриваемого такта моделирования, соответствующий моменту времени  $t_N = N\Delta\tau$ );  $\Delta\tau$  – шаг дискретизации по времени;  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – шаги дискретизации по пространству;  $\alpha_{up}$  – коэффициент теплоотдачи верхней горизонтальной поверхности бетона, соответствующий конвективному теплообмену в воздушной среде.

Суммарную теплоту, рассеянную бетоном во внешнюю среду, находили аналогично (изменилось только направление градиента температуры) на каждый момент времени  $t_N$

$$\begin{aligned}
Q_{out}(t_N) = & \sum_{\tau=0..t_N} \left[ \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x,y+\Delta y,z) \in \Omega_3}} \alpha_{up} \Delta x \Delta z \Delta \tau (T(x,y,z,\tau) - \right. \\
& \left. - T(x,y+\Delta y,z,\tau)) \Bigg|_{T(x,y,z,\tau) - T(x,y+\Delta y,z,\tau) > 0} + \right. \\
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x,y-\Delta y,z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x,y,z,\tau) - T(x,y-\Delta y,z,\tau)) \Delta x \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta y}{2}} \Bigg|_{T(x,y,z,\tau) - T(x,y-\Delta y,z,\tau) > 0} + \\
& + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x+\Delta x,y,z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x,y,z,\tau) - T(x+\Delta x,y,z,\tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x,y,z,\tau), T(x,y,z,\tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Bigg|_{T(x,y,z,\tau) - T(x+\Delta x,y,z,\tau) > 0} \Bigg]
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \sum_{\substack{(x,y,z) \in \Omega_1 \\ (x-\Delta x, y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x - \Delta x, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z, \tau) - T(x - \Delta x, y, z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z + \Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z + \Delta z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{cm}} + \frac{1}{\lambda_\theta(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z + \Delta z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z - \Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left( \frac{1}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\lambda_b(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau) > 0}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Суммарная теплота, выделившаяся при гидратации цемента во всем объеме изделия на момент времени  $t_N$ :

$$Q_{hydr}(t_N) = \sum_{\tau=0..t_N} \sum_{(x,y,z) \in \Omega_1} \rho_c P_q(Q, T) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau, \tag{8}$$

где  $P_q(Q, T)$  – удельная мощность тепловыделения при гидратации цемента, Вт/кг;  $Q(x, y, z, \tau)$  – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента в точке с координатами  $(x, y, z)$  на момент времени  $\tau$ .

Масса изделия определялась как

$$m_b = \sum_{(x,y,z) \in \Omega_1} \rho_b \Delta x \Delta y \Delta z. \tag{9}$$

Средняя температура изделия при тепловой обработке в момент времени  $\tau$

$$T_{mid}(\tau) = \frac{1}{m_b} \sum_{(x,y,z) \in \Omega_1} T(x, y, z, \tau) \rho_b \Delta x \Delta y \Delta z. \tag{10}$$

Аккумулированная теплота представляет собой прирост энергии тепловых колебаний молекул и атомов бетона при нагревании всей его массы от температуры  $T_{mid}(0)$  до  $T_{mid}(\tau)$

$$Q_{acc}(\tau) = c_b m_b (T_{mid}(\tau) - T_{mid}(0)), \tag{11}$$

где  $c_b$  – удельная теплоемкость бетона.

### Анализ результатов расчета

На основе математического аппарата (5)–(11), реализованного в программе «ПроЭнергоБетон-1», и данных [15] были рассчитаны эволюционные энергетические характеристики  $Q_{in}(\tau)$ ,  $Q_{out}(\tau)$ ,  $Q_{hydr}(\tau)$ ,  $Q_{acc}(\tau)$  процесса гидратации бетонных изделий различного размера.

Эволюция изменения подведенной  $Q_{in}(\tau)$ , рассеянной  $Q_{out}(\tau)$ , выделившейся  $Q_{hydr}(\tau)$  и аккумулированной  $Q_{acc}(\tau)$  теплоты в процессе тепло-

вой обработки для объекта № 1 (0,1×0,1×0,1 м) представлена на рис. 1. Как видно из рис. 1, функция подведенной теплоты  $Q_{in}(\tau)$  увеличивается на участке нагревания изделия до точки начала этапа режима тепловой обработки «изотермическая выдержка». Рассеянная теплота  $Q_{out}(\tau)$  (кривая 2) на этом участке минимальна, а на участке изотермической выдержки начинает увеличиваться. Кривая 3, характеризующая процесс выделения энергии  $Q_{hydr}(\tau)$  в процессе гидратации, увеличивается по нелинейному закону от времени тепловой обработки. Суммарная теплота  $Q_{acc}(\tau)$  (кривая 4), аккумулируемая изделием, подвергнутым тепловой обработке, изменяется по закону, близкому к режиму работы нагревателя.

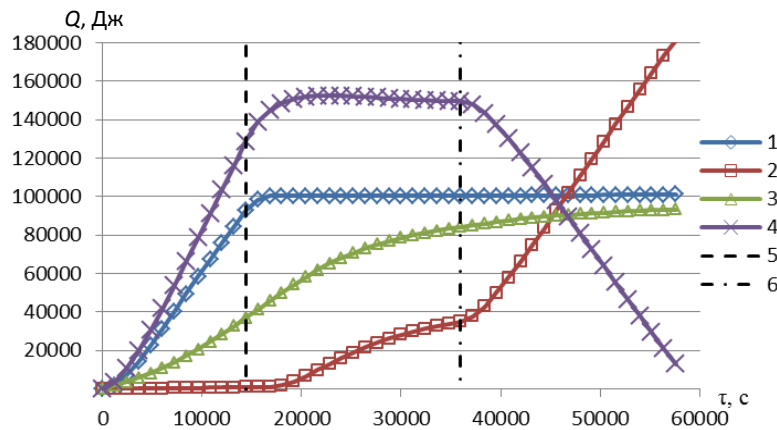


Рис. 1. Эволюция подведенной, рассеянной, выделившейся и аккумулированной теплоты в процессе тепловой обработки объекта № 1: 1 –  $Q_{in}(\tau)$ ; 2 –  $Q_{out}(\tau)$ ; 3 –  $Q_{hydr}(\tau)$ ; 4 –  $Q_{acc}(\tau)$ ; 5, 6 – начало и конец изотермической выдержки

Fig. 1. Evolution of supplied, dissipated, emitted and accumulated heat during heat treatment for object No 1: 1 –  $Q_{in}(\tau)$ ; 2 –  $Q_{out}(\tau)$ ; 3 –  $Q_{hydr}(\tau)$ ; 4 –  $Q_{acc}(\tau)$ ; 5, 6 – beginning and the end of isothermal exposure

Функции скоростей изменения подведенной  $\partial Q_{in}(\tau)/\partial \tau$ , рассеянной  $\partial Q_{out}(\tau)/\partial \tau$ , выделившейся  $\partial Q_{hydr}(\tau)/\partial \tau$  и аккумулированной  $\partial Q_{acc}(\tau)/\partial \tau$  тепловых энергий показаны на рис. 2. Как видно из рисунка, для всех указанных функций могут быть выделены три участка, разграниченные моментами времени перехода от одного этапа теплового режима обработки к другому (вертикальные линии). Первый участок связан с этапом нагрева изделия и заканчивается в момент времени перехода к изотермической выдержке. Второй участок характеризует период изотермической выдержки. Третий – соответствует периоду охлаждения изделия. Можно видеть, что наиболее интенсивно скорость изменения во времени рассеянной теплоты  $Q_{out}(\tau)$  (рис. 2, кривая 2) растет на участке охлаждения, а также в середине изотермической площадки. Скорость изменения подведенной теплоты  $Q_{in}(\tau)$  (рис. 2, кривая 1) увеличивается только на участке нагрева, резко уменьшаясь на участке изотермической выдержки.

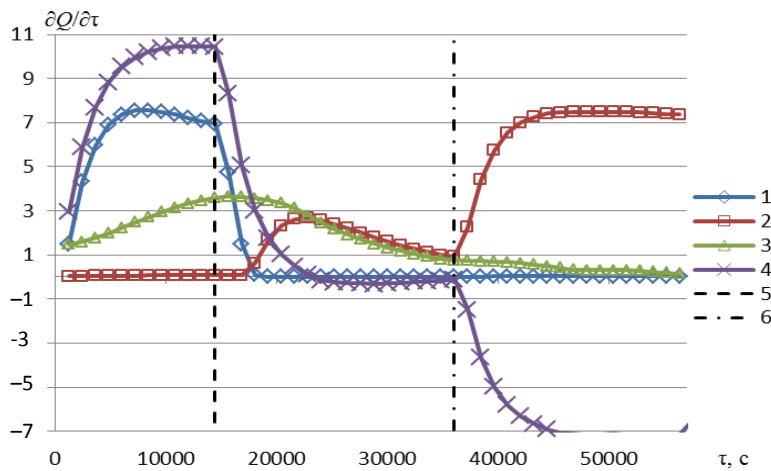


Рис. 2. Эволюция скорости изменения подведенной, рассеянной, выделившейся и аккумулированной энергии в процессе тепловой обработки для объекта № 1:  
 1 –  $\partial Q_{in}(\tau)/\partial \tau$ ; 2 –  $\partial Q_{out}(\tau)/\partial \tau$ ; 3 –  $\partial Q_{hidr}(\tau)/\partial \tau$ ; 4 –  $\partial Q_{acc}(\tau)/\partial \tau$ ;  
 5, 6 – начало и конец изотермической выдержки

Fig. 2. Evolution of the rate of alteration of the supplied, scattered, emitted and accumulated energy in the heat treatment process for the object No 1:  
 1 –  $\partial Q_{in}(\tau)/\partial \tau$ ; 2 –  $\partial Q_{out}(\tau)/\partial \tau$ ; 3 –  $\partial Q_{hidr}(\tau)/\partial \tau$ ; 4 –  $\partial Q_{acc}(\tau)/\partial \tau$ ;  
 5, 6 – beginning and the end of isothermal exposure

На следующем этапе исследования была поставлена задача проанализировать влияние объема изделия на одну из энергетических характеристик. Эволюция изменения аккумулированной  $Q_{acc}(\tau)$  тепловой энергии в процессе тепловой обработки бетонных изделий разного объема показана на рис. 3, 4. Как видно из рисунков, с увеличением объема изделия от объекта № 1 до объекта № 4 наблюдается рост функции аккумулированной тепловой энергии. Важно отметить, что представленные данные являются количественными и позволяют рассчитать изменение функции аккумулированной изделием тепловой энергии в процессе тепловой обработки в зависимости от заданного объема 3D-изделия и его конфигурации.

Таким образом, при наличии сложных в пространственном отношении бетонных изделий, особенно имеющих неоднородную структуру, подобные расчеты, выполняемые по всему пространству изделия, позволяют получать гораздо более точную информацию об энергетических затратах в течение различных фаз процесса гидратации бетона, чем в случае использования моделей с сосредоточенными параметрами, в которых объем изделия задается не распределением, а числом.

Результаты моделирования для коэффициента гидратации в выделенных точках  $A_0, A_1, A_2, A_3$  объекта № 1, подвергнутого тепловой обработке, представлены в табл. 1. Положение указанных точек относительно поверхности изделия и друг друга было следующим:  $A_0$  (0,05; 0; 0,05);  $A_1$  (расстояние  $a = 0,0125$  м от  $A_0$ );  $A_2$  ( $a = 0,0225$  м от  $A_0$ );  $A_3$  ( $a = 0,05$  м от  $A_0$ ). Точка  $A_0$  находится в центре грани изделия,  $A_3$  соответствует его геометрии.

ческом центре. Промежуточные точки  $A_1$  и  $A_2$  находятся на линии, соединяющей центр изделия с центром грани. Точка  $A_{00}$  характеризует функцию температурного режима тепловой обработки. Все данные можно сравнивать с функцией режима тепловой обработки  $T(\tau)$  изделия (табл. 1, второй столбец).

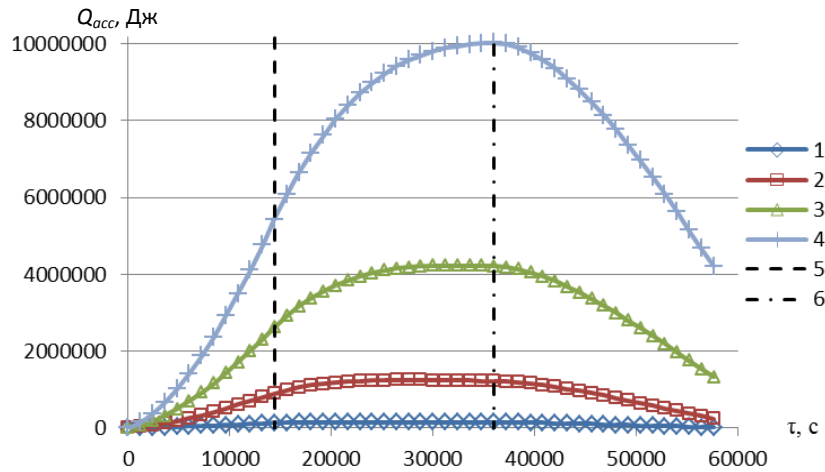


Рис. 3. Эволюция изменения накопленной  $Q_{acc}(\tau)$  энергии в процессе тепловой обработки бетонных изделий разного объема для объектов: 1 – № 1; 2 – № 2; 3 – № 3; 4 – № 4; 5, 6 – начало и конец изотермической выдержки

Fig. 3. Evolution of alteration in accumulated  $Q_{acc}(\tau)$  energy in the process of heat treatment of concrete products of different volumes for objects: 1 – No 1; 2 – No 2; 3 – No 3; 4 – No 4; 5, 6 – beginning and the end of isothermal exposure

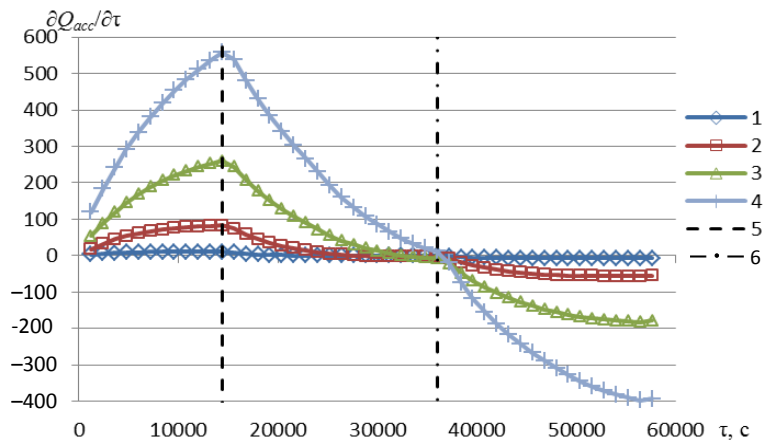


Рис. 4. Эволюция скорости изменения накопленной  $\partial Q_{acc}(\tau)/\partial \tau$  энергии в процессе тепловой обработки бетонных изделий разного объема для объектов: 1 – № 1; 2 – № 2; 3 – № 3; 4 – № 4; 5, 6 – начало и конец изотермической выдержки

Fig. 4. Evolution of the rate of alteration of the accumulated  $\partial Q_{acc}(\tau)/\partial \tau$  energy in the process of heat treatment of concrete products of different volumes for objects: 1 – No 1; 2 – No 2; 3 – No 3; 4 – No 4; 5, 6 – beginning and the end of isothermal exposure

Как видно из табл. 1, степень гидратации в выделенных точках увеличивается с течением времени тепловой обработки для всех рассмотренных точек и всех изделий.

Таблица 1

Значения коэффициента гидратации  $H$  в зависимости от времени тепловой обработки  $\tau$  в выделенных точках куба  $A_i$  изделия № 1

The values of the coefficient of hydration  $H$  depending on the heat treatment time  $\tau$  in the selected points of the cube  $A_i$  of product No 1

$\tau, c$	$T, ^\circ C (A_{00})$	$H, \%$			
		$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
0	20	0,000498	0,000498	0,000498	0,000498
1200	25,42	1,2100	1,2071	1,2052	1,2036
2400	30,84	2,5102	2,4973	2,4888	2,4805
3600	36,26	3,9614	3,9345	3,9166	3,8986
4800	41,68	5,5974	5,5545	5,5257	5,4967
6000	47,10	7,4339	7,3742	7,3340	7,2933
7200	52,52	9,4745	9,3986	9,3472	9,2951
8400	57,94	11,711	11,619	11,557	11,494
9600	63,36	14,133	14,027	13,956	13,883
1,08E + 04	68,78	16,726	16,607	16,526	16,444
1,20E + 04	74,20	19,461	19,333	19,245	19,156
1,32E + 04	79,62	22,312	22,174	22,080	21,985
1,44E + 04	85	25,247	25,103	25,005	24,905
1,56E + 04	85	28,235	28,088	27,988	27,886
1,68E + 04	85	31,214	31,070	30,972	30,872
1,80E + 04	85	34,135	33,999	33,905	33,809
1,92E + 04	85	36,972	36,845	36,757	36,668
2,04E + 04	85	39,711	39,593	39,512	39,430
2,16E + 04	85	42,257	42,161	42,094	42,026
2,28E + 04	85	44,522	44,445	44,391	44,336
2,40E + 04	85	46,528	46,467	46,425	46,381
2,52E + 04	85	48,303	48,254	48,221	48,186
2,64E + 04	85	49,871	49,833	49,806	49,779
2,76E + 04	85	51,257	51,227	51,206	51,185
2,88E + 04	85	52,482	52,459	52,442	52,426
3,00E + 04	85	53,566	53,548	53,535	53,522
3,12E + 04	85	54,526	54,512	54,502	54,491
3,24E + 04	85	55,376	55,364	55,357	55,349
3,36E + 04	85	56,129	56,120	56,114	56,108
3,48E + 04	85	56,798	56,791	56,786	56,781
3,60E + 04	85	57,434	57,427	57,422	57,417
3,72E + 04	81,26	58,052	58,045	58,041	58,036
3,84E + 04	77,53	58,651	58,644	58,64	58,636
3,96E + 04	73,79	59,226	59,222	59,219	59,215

Окончание табл. 1

$\tau$ , с	$T$ , °C ( $A_{00}$ )	$H$ , %			
		$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$4,08E + 04$	70,06	59,772	59,769	59,767	59,764
$4,20E + 04$	66,32	60,279	60,279	60,280	60,280
$4,32E + 04$	62,58	60,741	60,746	60,748	60,750
$4,44E + 04$	58,83	61,148	61,158	61,164	61,170
$4,56E + 04$	55,07	61,493	61,509	61,519	61,529
$4,68E + 04$	51,32	61,770	61,791	61,806	61,820
$4,80E + 04$	47,57	62,021	62,042	62,056	62,071
$4,92E + 04$	43,81	62,272	62,293	62,307	62,322
$5,04E + 04$	40,06	62,523	62,544	62,558	62,573
$5,16E + 04$	36,30	62,773	62,794	62,809	62,823
$5,28E + 04$	32,55	63,006	63,030	63,047	63,064
$5,40E + 04$	28,80	63,209	63,238	63,257	63,276
$5,52E + 04$	25,04	63,370	63,402	63,423	63,445
$5,64E + 04$	21,29	63,491	63,527	63,551	63,576
$5,76E + 04$	20	63,598	63,634	63,659	63,684
$5,88E + 04$	20	63,706	63,742	63,766	63,791

Зависимость от времени  $\tau$  производной коэффициента гидратации  $\partial H/\partial \tau$  для центральной пространственной точки объектов № 1, 2, 3, 4 представлена на рис. 5.

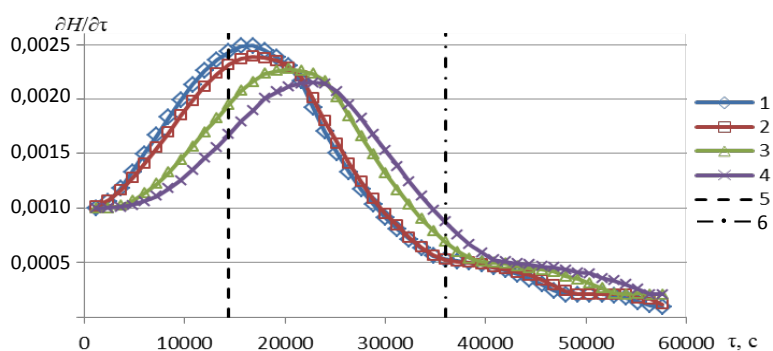


Рис. 5. Зависимость скорости изменения коэффициента гидратации  $\partial H/\partial \tau$  от времени твердения  $\tau$  в центре изделия (точка  $A_3$ ) для объектов: 1 – № 1; 2 – № 2; 3 – № 3; 4 – № 4; 5, 6 – время начала и конца изотермической выдержки

Fig. 5. Dependence of the rate of alteration of the hydration coefficient  $\partial H/\partial \tau$  on the hardening time  $\tau$  at the center of the product (point  $A_3$ ) for objects: 1 – No 1; 2 – No 2; 3 – No 3; 4 – No 4; 5, 6 – beginning and the end of isothermal exposure

Как видно из рис. 5, в интервале времени изотермической выдержки для всех изделий имеется максимум скорости изменения коэффициента гидратации, причем наибольшая наблюдается для объекта № 1. Из рисунка видно, что с увеличением объема изделия максимальная скорость изменения коэффициента гидратации уменьшается.

Функция скорости гидратации изменяется аналогично закону Гаусса. Однако при переходе времени тепловой обработки от периода «изотермическая выдержка» к периоду «охлаждение» наблюдаются некоторые отклонения в изменении степени гидратации от этого закона, что связано с резким изменением условий охлаждения, сопровождающегося снижением температуры. Следует отметить наличие эффекта запаздывания в изменении скорости гидратации  $\partial H/\partial \tau$ , что подтверждает нестационарность предлагаемой модели процесса твердения.

### ВЫВОДЫ

1. На основе предложенной теплофизической 3D-модели, в основе которой лежат уравнение теплопроводности с источником гидратации и система начальных и граничных условий, разработан численный метод определения энергетических характеристик твердеющего 3D-изделия из бетона, подвергнутого тепловой обработке. Метод позволяет рассчитывать эволюцию энергетических характеристик процесса изготовления бетонного изделия в зависимости от времени тепловой обработки.

2. В результате расчета функции  $T(x, y, z, \tau)$ , характеризующей эволюцию температурного поля, и  $H(x, y, z, \tau)$ , описывающей эволюцию степени гидратации в бетоне, предложен математический аппарат, позволяющий вычислять следующие характеристики в процессе тепловой обработки изделий: подведенную  $Q_{in}$ , рассеянную  $Q_{out}$ , выделившуюся  $Q_{hydr}$  и аккумулированную  $Q_{acc}$  тепловую энергию.

3. Выполнены численные расчеты функций коэффициента гидратации  $H(x, y, z, \tau)$  и энергетических характеристик  $Q_{in}(\tau)$ ,  $Q_{out}(\tau)$ ,  $Q_{hydr}(\tau)$ ,  $Q_{acc}(\tau)$  для бетонных 3D-изделий размерами 0,1×0,1×0,1; 0,2×0,2×0,2; 0,3×0,3×0,3 и 0,4×0,4×0,4 м. На основе исследований скорости изменения коэффициента гидратации  $H(x, y, z, \tau)$  показано, что при заданном температурном режиме с уменьшением объема бетонного изделия, подвергаемого тепловой обработке, увеличивается максимальная скорость изменения коэффициента гидратации и эти изменения оказывают существенное влияние на энергетические характеристики  $Q_{in}(\tau)$ ,  $Q_{out}(\tau)$ ,  $Q_{hydr}(\tau)$ ,  $Q_{acc}(\tau)$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ждановский, Б. В. Прямые и косвенные энергозатраты при производстве бетонных и железобетонных изделий, конструкций и сооружений / Б. В. Ждановский, К. А. Исрафилов, А. К. Ахмедов // Системные технологии. 2018. № 26. С. 118–120.

2. Аксенчик, К. В. Оценка энергетической эффективности тепловых установок для тепловлажностной обработки бетонных и железобетонных изделий / К. В. Аксенчик // Актуальные направления научных исследований XXI в.: теория и практика: сб. науч. тр. по матер. Междунар. заочной науч.-практ. конф. Воронеж: ФГБОУ ВПО «ВЛГТА», 2014. № 3, ч. 1. С. 204–211.
3. Федосов, С. В. Применение методов математической физики для моделирования массо- и энергопереноса в технологических процессах строительной индустрии / С. В. Федосов, А. М. Ибрагимов, А. В. Гуцин // Строительные материалы. 2008. № 4. С. 65–67.
4. Моделирование набора прочности бетоном при гидратации цемента / С. В. Федосов [и др.] // Строительные материалы. 2011. № 11. С. 38–41.
5. Фролов, С. В. Математическое моделирование процесса тепловлажностной обработки бетонных и железобетонных изделий / С. В. Фролов, А. В. Лагутин // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75, № 3. С. 151–155.
6. Обьещенко, Г. А. Математическая модель гидратации цемента и эффективные режимы ТВО бетона / Г. А. Обьещенко, Е. И. Шифрин // Бетон и железобетон. 1991. № 12. С. 9–11.
7. Математическая модель твердения бетона в условиях тепловой обработки заводов ЖБИ / Ю. Ю. Громов [и др.] // Вестник ТГУ. 2001. Т. 6, вып. 3. С. 344–345.
8. Ge, Zh. Predicting Temperature and Strength Development of the Field Concrete: Retrospective Theses and Dissertations [Electronic resource] / Zh. Ge // Iowa State University. 2005. Mode of access: <https://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2729&context=rted>. Date of access: 14.12.2018.
9. Бибик, М. С. Об энергосберегающих режимах тепловой обработки бетонных и железобетонных изделий / М. С. Бибик, В. В. Бабицкий // Строительная наука и техника. 2010. № 4. С. 55–59.
10. Бабицкий, В. В. Многофакторное проектирование состава бетона / В. В. Бабицкий, Я. Н. Ковалев // Материалы, технологии, инструменты. 2005. № 1. С. 67–71.
11. Дворкин, О. Л. Проектирование составов бетона (основы теории и методологии) / О. Л. Дворкин. Ровно: УДУВГП, 2003. 265 с.
12. Соколов, А. М. Научные основы процессов электротепловой обработки композиционных материалов в производстве конструкционного бетона / А. М. Соколов. Иваново, 2012. 38 с.
13. Аксенчик, К. В. Математическая модель внутреннего тепло- и массообмена в бетонных плитах, подвергаемых тепловлажностной обработке / К. В. Аксенчик, Н. И. Шестаков // Вестник Череповецкого государственного университета. 2008. Т. 19, № 4. С. 143–146.
14. Подгорнов, Н. И. Математическая формулировка задачи определения температуры бетона при термообработке в гелиокамерах типа «горячего ящика» / Н. И. Подгорнов, Д. Д. Коротеев // Вестник РУДН, серия Инженерные исследования. 2014. № 1. С. 131–135.
15. Повышение энергетической эффективности теплотехнологического оборудования на основе численного моделирования нестационарных процессов / А. М. Нияковский [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 2. С. 177–191. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-2-177-191>.
16. Верификация нестационарной математической модели твердения бетона в теплотехнологических установках / А. М. Нияковский [и др.] // Наука и техника. 2019. Т. 18, № 2. С. 137–145. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145>.
17. Нияковский, А. М. Оптимальные условия термообработки как фактор формирования рациональной теплоэнергетической системы предприятий железобетонных изделий / А. М. Нияковский // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 16-й Междунар. науч.-техн. конф. Минск: БНТУ, 2018. Т. 1. С. 93.



18. Нияковский, А. М. Температурные поля в твердеющем бетоне / А. М. Нияковский, Э. И. Гончаров // Тезисы докл. 48-й Междунар. науч.-техн. конф. преподав. и студ., посвящ. 50-летию ун-та. Витебск: ВГТУ, 2015. С. 103–104.
19. Красулина, Л. В. Структурные и теплофизические свойства твердеющего бетона / Л. В. Красулина // Наука и техника. 2012. № 2. С. 29–34.

Поступила 26.03.2019 Подписана в печать 28.05.2019 Опубликована онлайн 31.07.2019

#### REFERENCES

1. Zhadanovskii B.V., Israfilov K. A., Akhmedov A. K. (2018) Direct and Indirect Energy Consumption Costs During the Production of Concrete and Reinforced Concrete Products, Constructions and Structures. *Sistemnye Tekhnologii* [System Technologies], (26), 118–120 (in Russian).
2. Aksenchik K. V. (2014) Assessment of Energy Efficiency of Thermal Installations for Heat and Humidity Treatment of Concrete and Reinforced Concrete Products. *Aktual'nye Napravleniya Nauchnykh Issledovaniy XXI Veka: Teoriya i Praktika: Sb. Nauch. Tr. po Mater. Mezhdunar. Zaochnoi Nauch.-Prakt. Konf.* [Topical Directions of Scientific Research of the XXI Century: Theory and Practice: Collection of Scientific Papers Based on the Materials of the International Correspondence Scientific-and-Practical Conference]. Voronezh, Voronezh State University of Forestry and Technologies, (3) Part 1, 204–211 (in Russian).
3. Fedosov S. V., Ibragimov A. M., Gushchin A. V. (2008) Application of Methods of Mathematical Physics for Modeling of Mass and Energy Transfer in Technological Processes of the Construction Industry. *Stroitel'nye Materialy* [Construction Materials], (4), 65–67 (in Russian).
4. Fedosov S. V., Bobylev V. I., Ibragimov A. M., Kozlova V. K., Sokolov A. M. (2011) Modeling of Concrete Strength Gain During Cement Hydration. *Stroitel'nye Materialy* [Construction Materials], (11), 38–41 (in Russian).
5. Frolov S. V., Lagutin A. V. (2002) Mathematical Modeling of the Process of Heat and Moist Treatment of Concrete and Reinforced-Concrete Products. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 75 (3), 712–718. <https://doi.org/10.1023/A:1016821913714>.
6. Ob'eshchenko G. A., Shifrin E. I. (1991) The Mathematical Model of Cement Hydration and Effective Modes of Concrete Heat Treatment. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete], (12), 9–11 (in Russian).
7. Gromov Yu. Yu., Ivanova O. G., Lagutin A. V., Lutkhon T. (2001) Mathematical Model of Concrete Hardening in the Conditions of Heat Treatment of Concrete Products Plants. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta = Tomsk State University Journal*, 6 (3), 344–345 (in Russian).
8. Ge Zh. (2005) *Predicting Temperature and Strength Development of the Field Concrete*. Iowa State University. 215. <https://doi.org/10.31274/rtd-180813-15373>.
9. Bibik M. S., Babitskii V. V. (2010) On Energy-Preserving Modes of Heat Treatment of Concrete and Reinforced Concrete Products. *Stroitel'naya Nauka i Tekhnika* [Construction Science and Technology], (4), 55–59 (in Russian).
10. Babitskii V. V., Kovalev Ya. N. (2005) Multifactorial Design of Composition of Concrete. *Materialy, Tekhnologii, Instrument* [Materials, Technologies, Tools], (1), 67–71 (in Russian).
11. Dvorkin O. L. (2003) *Design of Compositions of Concrete (Fundamentals of Theory and Methodology)*. Rovno, National University of Water and Environmental Management. 265 (in Russian).

12. Sokolov A. M. (2012) *Scientific Fundamentals of Electrothermal Processing of Composite Materials in the Production of Structural Concrete*. Ivanovo. 38 (in Russian).
13. Aksenich K. V., Shestakov N. I. (2008) Mathematical Model of Internal Heat and Mass Exchange in Concrete Slabs Subjected to Heat and Moisture Treatment. *Vestnik Cherepovetskogo Gosudarstvennogo Universiteta = Cherepovets State University Bulletin*, 19 (4), 143–146 (in Russian).
14. Podgornov N. I., Koroteev D. D. (2014) Mathematical Formulation of the Problem of Determining the Temperature of Concrete During Heat Treatment in Solar Chamber of the “Hot Box” Type. *Vestnik RUDN, seriya Inzhenernyye Issledovaniya = RUDN Journal of Engineering Researches*, (1), 131–135 (in Russian).
15. Niyakovskii A. M., Romaniuk V. N., Yatskevich Yu. V., Chichko A. N. (2019) Improving the Energy Efficiency of Heat-Technical Equipment on the Basis of Numerical Simulation of Non-Stationary Processes. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Obiedinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (2), 177–191 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-2-177-191>.
16. Niyakovskii A. M., Romaniuk V. N., Chichko A. N., Yaczkevich Yu. V. (2019) Verification of Non-Stationary Mathematical Model of Concrete Hardening in Thermal Technological Installations. *Nauka i Tekhnika = Science and Technique*, 18 (2), 137–145 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145>.
17. Niyakovskii A. M. (2018) Optimal Heat Treatment Condition as a Factor in the Formation of Rational Energy System of Enterprises of Concrete Products. *Nauka – Obrazovaniyu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy 16-i Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf. T. 1* [Science for Education, Manufacturing, Economy: Materials of the 16<sup>th</sup> International Scientific-and-Technical Conference. Vol. 1]. Minsk, BNTU, 93 (in Russian).
18. Niyakovskii A. M. (2015) Temperature Fields in Hardening Concert. *Tezisy Dokl. 48-i Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf. Prepodav. i Stud., Posvyashch. 50-letiyu Un-ta* [Abstracts of the 48<sup>th</sup> International Scientific-and-Technical Conference of Teachers and Students Dedicated to the 50<sup>th</sup> Anniversary of the University]. Vitebsk, Vitebsk State Technological University, 103–104 (in Russian).
19. Krasulina L. V. (2012) Structural and Thermophysical Properties of Hardening Concrete. *Nauka i Tekhnika = Science & Technique*, (2), 29–34 (in Russian).

Received: 26 March 2019

Accepted: 28 May 2019

Published online: 31 July 2019