

**Design und Evaluation von
Hardware-Architekturen zur Stabilisierung
verstimmbarer Diodenlaser unter
Weltraumbedingungen**

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
(abgekürzt: Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von Herrn
Dipl.-Ing. Christian Ulrich Spindeldreier

2021

-
1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Holger Blume
 2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Zimmermann

Tag der Promotion 18.05.2021

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet für Architekturen und Systeme des Instituts für Mikroelektronische Systeme (IMS) der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.

Auf dem Papier ist eine Dissertation zwar die Leistung eines Einzelnen, ohne die Unterstützung von vielen Seiten wäre sie aber wahrscheinlich nicht fertig geworden. Daher möchte ich an dieser Stelle allen danken, die mir dabei geholfen haben, diese Arbeit fertigzustellen.

Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Prof. Dr.-Ing. Holger Blume für das in mich gesetzte Vertrauen und die fachliche Betreuung, die diese Arbeit erst möglich gemacht haben. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Stefan Zimmermann für die Anfertigung des Koreferats und Prof. Dr.-Ing. Bernhard Wicht für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Daneben gebührt mein ein großer Dank den vielen Mitstreitern aus dem QUANTUS Forschungsverbund, insbesondere allen, die für den Erfolg der MAIUS Höhenforschungsraketenmissionen gearbeitet haben. Besonders hervorheben möchte ich dabei das am Institut für Quantenoptik (IQO) der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover angesiedelte Elektronik-Team um Dr. Thijs Wendrich und Wolfgang Bartosch. Ohne eure Ideen, Hilfe und Unterstützung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Es hat großen Spaß gemacht, gemeinsam mit euch an MAIUS zu arbeiten und dabei einen tieferen Einblick in die Welt der Experimentalphysik zu bekommen. Weiterhin möchte ich Dr. Klaus Döringshoff vom Institut für Physik der Humboldt-Universität zu Berlin für dessen Hilfe und Anregungen im Bezug auf die Grundlagen der Laserstabilisierung herzlich danken.

Meinen Kolleginnen und Kollegen, die mich in meiner Zeit am IMS begleitet haben, schulde ich ebenfalls besonderen Dank. Die vielen Anregungen und Diskussionen, auch mal bis spät abends, haben mein Leben als WiMi bereichert und dabei so manches Problem gelöst. Ihr seid ein tolles Team, es hat Spaß gemacht, über die Jahre ein Teil davon zu sein.

Ein ganz besonderer Dank gilt daneben meinen Freunden und meiner Familie für den Rückhalt, das Vertrauen und die große Unterstützung. Insbesondere Danke ich meiner Frau und meinem Sohn für die Motivation und Unterstützung und natürlich die Rücksichtnahme, ohne die ich nie so weit gekommen wäre.

Hannover im Mai 2021

Christian Spindeldreier

Kurzfassung

Die Frequenzstabilität von Lichtquellen ist eine grundlegende Voraussetzung für die Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten, die im Rahmen der MAIUS-2 und MAIUS-3 Höhenforschungsmissionen für quantenmechanische Tests der Universalität des freien Falls genutzt werden. Die Frequenzstabilisierung der verwendeten verstimmbaren Diodenlaser stellt aufgrund der Einschränkungen einer Höhenforschungsrakete sowie der extremen Umwelteinflüsse während des Fluges eine große Herausforderung dar. Insbesondere der vollständig autonome Betrieb sowie die Möglichkeit auch starke Abweichungen von der Sollfrequenz zu kompensieren, lässt sich mit bekannten Frequenzstabilisierungsmethoden unter Wahrung des begrenzten Leistungsbudget nur mit sehr hohem Aufwand realisieren. Hauptziel dieser Arbeit ist daher Umsetzung, Evaluation und experimentelle Demonstration eines neuartigen Ansatzes zur Frequenzstabilisierung von Diodenlasern. Dabei liegt der Fokus auf der Identifikation und Evaluation geeigneter Algorithmen sowie Signalverarbeitungsplattformen unter Berücksichtigung der Leistungsbeschränkung der Nutzlast einer Höhenforschungsrakete. Um die genannten Einschränkungen bekannter Verfahren zu kompensieren, wird eine vollständig digitale Frequenzstabilisierungsmethode vorgeschlagen. Im Kern beruht diese auf der Bestimmung der Laserfrequenz anhand eines kurzen, durch eine lineare Frequenzrampe erzeugten, Spektroskopiesignals, dessen Position im Gesamtspektrum mithilfe von Pattern-Matching-Algorithmen bestimmt wird. Für diese Anwendung werden verschiedene korrelationsbasierte Pattern-Matching-Algorithmen im Zeit- und Fourier-Bereich im Hinblick auf den verbleibenden Frequenzfehler sowie die nötige Ausführungszeit hin untersucht. Letztere muss möglichst gering bleiben, um einen hohen Regeltakt erreichen zu können. Alle betrachteten Algorithmen zeigen dabei eine prinzipielle Eignung, wobei insbesondere die Summe der Absoluten Differenzen (SAD) und die Summe der quadratischen Differenzen (SSD) bei der Evaluation als besonders gut geeignet identifiziert werden.

Um ein möglichst kompaktes, leistungseffizientes System zu erhalten, wird ausgehend von diesen Ergebnissen, die Abbildung auf verschiedene, bereits im MAIUS-Projekt verwendete FPGAs und SoC-FPGAs untersucht. Neben der Beschreibung notwendiger Hardware-Module zur Signal-Generation und Extraktion wird dabei die Abbildung der Pattern-Matching-Algorithmen auf den Prozessor eines SoC-FPGAs, zwei Softcores sowie in dedizierte Hardware-Module betrachtet und detailliert evaluiert. Dabei ergibt sich ein Entwurfsraum, der sich über 5 Größenordnungen (60 μ s bis 7 s) im Bezug auf die Ausführungszeit und 2 Größenordnungen (150 mW bis 3 W) im Bezug auf die Leistungsaufnahme erstreckt. Die geringste Verlustleistungsaufnahme bei hohen Regeltakten lässt sich mit der aufwendigen Abbildung der SAD in ein dediziertes, skalierbares Hardware-Modul erreichen. Dieses erlaubt abhängig von der Anzahl paralleler Kern-Module einen Regeltakt von bis zu 13 kHz.

Mit diesem Modul wird anschließend ein vollständiges FPGA-basiertes Frequenzstabilisierungssystem aufgebaut. Dieses wird für die Demonstration und Evaluation der Pattern-Matching-basierten Laserfrequenzstabilisierungsmethode verwendet. Dabei wird bei der Analyse interner Fehlerwerte eine Frequenzstabilität von 15 MHz ($\pm 7,5$ MHz) um die Mittenfrequenz von 384,231 THz über eine Beobachtungsdauer von mehr als 3 h erreicht. Dieser Wert wird durch eine Schwebungsmessung mit einem externen Referenzlaser bestätigt.

Ausgehend von dem Regeltakt von 95 Hz des Demonstrationssystems ist zu erwarten, dass mit der vorgestellten Methode und mit einem optimierten optischen Aufbau eine noch deutlich höhere Frequenzstabilität im Bereich von bis zu 1 MHz realisierbar ist, wenn der maximal mögliche Regeltakt von bis zu 13 kHz des digitalen Systems ausgenutzt werden kann.

Schlagwörter: Laser, Frequenzstabilisierung, FPGA, Pattern-Matching, MAIUS

Abstract

Frequency stability of light sources is a fundamental requirement for the generation of Bose-Einstein condensates, which are used in quantum mechanical tests of the universality of free fall in the MAIUS-2 and MAIUS-3 sounding rocket missions. Frequency stabilization of the used tunable diode lasers is a major challenge due to the constraints of a sounding rocket as well as the extreme environmental conditions during flight. Especially the fully autonomous operation as well as the possibility to compensate even strong deviations from the nominal frequency can only be realized with very high effort using well-known frequency stabilization methods while keeping the restricted power budget.

The main objective of this work is therefore the implementation, evaluation and experimental demonstration of a novel approach for frequency stabilization of diode lasers. The focus is on the identification and evaluation of suitable algorithms as well as signal processing platforms considering the power limitation of the payload of a sounding rocket. To compensate for the limitations of known methods, a fully digital frequency stabilization method is proposed. In essence, it is based on determining the laser frequency using a short spectroscopy signal generated by a linear frequency ramp, whose position in the overall spectrum is determined using pattern matching algorithms. For this application, different correlation based pattern matching algorithms in the time and Fourier domain are evaluated with respect to the remaining frequency error and the required execution time. The latter must remain as low as possible in order to achieve a high control frequency. All the algorithms considered show suitability in principle, with the sum of absolute differences (SAD) and the sum of squared differences (SSD) in particular being identified as well suited during the evaluation.

Based on these results, the mapping to different FPGAs and SoC-FPGAs already used in the MAIUS project is examined in order to obtain a system that is as compact and energy-efficient as possible. Next to the description of the necessary hardware modules for signal generation and extraction, the mapping of the pattern matching algorithms to the processor of an SoC-FPGA, two soft cores or dedicated hardware modules is evaluated in detail. The results generate a design space spanning 5 orders of magnitude ($60\ \mu\text{s}$ to $7\ \text{s}$) in terms of execution time and 2 orders of magnitude ($150\ \text{mW}$ to $3\ \text{W}$) in terms of power consumption. The lowest power dissipation in combination with the highest control frequencies can be achieved through the complex mapping of the SAD into a dedicated, scalable hardware module. Depending on the number of parallel core modules, this allows a control frequency of up to $13\ \text{kHz}$.

This module is then used to build a complete FPGA based frequency stabilization system. It is used to demonstrate and evaluate the pattern matching based laser frequency stabilization method. Here, a frequency stability of $15\ \text{MHz}$ ($\pm 7.5\ \text{MHz}$) around the center frequency of $384.231\ \text{THz}$ is achieved over an observation period of more than $3\ \text{h}$ when analyzing internal error values. This value is confirmed by a beat measurement with an external reference laser.

Based on the control clock of $95\ \text{Hz}$ of the demonstration system, the presented method is expected to achieve significantly higher frequency stability when combining it with an optimized optical setup. If the maximum possible control clock of up to $13\ \text{kHz}$ of the digital system can be exploited, it will presumably reach a frequency stability in the range of up to $1\ \text{MHz}$.

Keywords: Laser, Frequency Stabilization, FPGA, Pattern-Matching, MAIUS

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	xi
Formelzeichenverzeichnis	xiii
1. Einleitung	1
1.1. QUANTUS Forschungs idee	1
1.2. MAIUS Höhenforschungsmissionen	4
1.3. Motivation und Zielsetzung der Arbeit	8
1.4. Aufbau der Arbeit	10
2. Grundlagen	11
2.1. Verstimmbare Laserdioden	11
2.1.1. Halbleiterlaser	11
2.1.2. Distributed Feedback (DFB) und Distributed Bragg Reflektor (DBR) Laser .	13
2.1.3. External Cavity Diode Laser (ECDL)	15
2.2. Laser Absorptionsspektroskopie	16
2.2.1. Optische Übergänge von Atomen	16
2.2.2. Absorptions- und Fluoreszenzspektroskopie	19
2.2.3. Sättigungsspektroskopie	21
2.2.4. Frequenzmodulierte Laserspektroskopie	22
3. Stand der Forschung und Technik: Laserfrequenzstabilisierung	27
3.1. Frequenzreferenzen	28
3.1.1. Optischer Resonator	28
3.1.2. Optischer Übergang von Atomen oder Molekülen	29
3.2. Stabilisierungsmethoden	30
3.2.1. Flankenstabilisierung	30
3.2.2. Pound-Drever-Hall Stabilisierung	31
3.2.3. Frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie	33
3.2.4. Modulationstransfer Spektroskopie	34
3.3. Regler	36
3.4. Relevante Gesamtsysteme aus der Forschung und Technik	36
3.5. Fazit und Forschungslücke	40
4. Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung	41
4.1. Grundidee	41
4.2. Generation von Referenzspektrum- und Scan-Signalen	45
4.3. Algorithmische Optimierung durch Region of Interests	47
4.4. Evaluation verschiedener Pattern-Matching-Algorithmen	48
4.4.1. Eindimensionale Pattern-Matching-Algorithmen	48
4.4.2. Pattern-Matching im Fourier-Bereich	54
4.4.3. Evaluation der Ausführungszeiten	62

4.5. Zusammenfassung	63
5. Entwurfsraum Exploration	65
5.1. Digitale Signalverarbeitung für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung	65
5.1.1. Evaluationsplattformen für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung	66
5.1.2. Demodulator	68
5.1.3. Ramp-Generator	78
5.2. Abbildung von Frequenzschätzung und Regler in Soft- und Hardware	79
5.2.1. Fixed-Point-Analyse	80
5.2.2. Abbildung in Software	84
5.2.3. Abbildung in Hardware	96
5.3. Vergleich aller Ergebnisse im Entwurfsraum	108
6. Experimentelle Evaluation	112
6.1. Demonstrationslasersystem	112
6.1.1. Optischer Aufbau	113
6.1.2. Kontrollelektronik	114
6.1.3. FPGA-Design	116
6.1.4. Systemparameter	117
6.2. Evaluation von Ein- und Ausgangssignalen des PI-Regler-Moduls	118
6.3. Evaluation mit einer externen Referenz	119
6.4. Zusammenfassung	122
7. Zusammenfassung und Ausblick	124
Anhang A. Ergänzende Ergebnisse der Pattern-Matching-Algorithmen Evaluation	128
Anhang B. Ergänzende Ergebnisse der Entwurfsraum Exploration	137
Anhang C. Ergänzende Informationen zur experimentellen Evaluation	147
Literatur	151

Abkürzungsverzeichnis

ADC	...	Analog-Digital-Wandler (engl. Analog-to-Digital Converter)
AHB	...	Advanced High-performance Bus
ALM	...	Adaptive Logic Module
AMBA	...	Advanced Microcontroller Bus Architecture
AOM	...	Akustooptischer Modulator
APB	...	Advanced Peripheral Bus
ASIC	...	Application-specific Integrated Circuit
AXI	...	Advanced eXtensible Interface
BCC	...	Bare-C Cross-Compiler
BEC	...	Bose-Einstein-Kondensat (engl. Bose-Einstein condensate)
BECCAL	...	Bose-Einstein Condensate and Cold Atom Laboratory
CC	...	Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation)
CORDIC	...	Coordinate Rotation Digital Computer
CPU	...	Central Processing Unit
DAC	...	Digital-Analog-Wandler (engl. Digital-to-Analog Converter)
DBR	...	Distributed Bragg Reflektor
DDS	...	Direct Digital Synthesizer
DFB	...	Distributed Feedback
DFT	...	Diskrete Fourier-Transformation
DIF	...	Decimation-in-Frequency
DIT	...	Decimation-in-Time
ECDL	...	External Cavity Diode Laser
EOM	...	Elektrooptischer Modulator
FCC	...	Kreuzkorrelation im Fourierbereich
FFT	...	Schnelle Fourier-Transformation (engl. Fast Fourier Transform)
FIFO	...	First in - first out
FIR	...	Endliche Impulsantwort (engl. Finite Impulse Response)
FMS	...	Frequenzmodulierte Spektroskopie
FPGA	...	Field-programmable Gate Array
FSM	...	Endlicher Automat (engl. Finite-state Machine)
GCC	...	GNU Compiler Collection
GPIO	...	General Purpose Input Output
GPL	...	GNU General Public License
GPP	...	General Purpose Processor
HPS	...	Hard Processor System
IDFT	...	Inverse diskrete Fourier-Transformation
IFFT	...	Inverse schnelle Fourier-Transformation (engl. Inverse Fast Fourier Transform)
ISS	...	International Space Station
LE	...	Logic Element
LUT	...	Lookup Table
MAC	...	Multiply-Accumulate

MAIUS Materiewellen-Interferometrie unter Schwerelosigkeit
MOT Magnetooptische Falle (engl. Magneto-optical Trap)
MTS Modulationstransfer Spektroskopie
NCC Normalisierte Kreuzkorrelation
PBS Polarisierender Strahlteiler (engl. Polarizing Beam Splitter)
PD Photodiode
PDH Pound-Drever-Hall Stabilisierung
QUANTUS . Quantengase unter Schwerelosigkeit
RAM Random-access Memory
RMS Quadratisches Mittel (engl. Root Mean Square)
RoI Region of Interest
ROM Read-only memory
SAD Summe der absoluten Differenzen
SHD Summe der Hamming-Distanzen
SMU Source Measure Unit
SNR Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. Signal-to-Noise Ratio)
SoC System-on-Chip
SoC-FPGA . System-on-Chip Field-programmable Gate Array
SPI Serial Peripheral Interface
SRFFT . . . Split-radix Fast Fourier Transformation
SSD Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences)
STE-QUEST Spacetime Explorer and Quantum Equivalence Principle Space Test
STFT Kurzzeit-Fourier-Transformation (engl. Short-time Fourier Transform)
TBUS Thijs' Binary Unit System
TEC Thermoelectric Cooler
UART Universal Asynchronous Receiver Transmitter
UFF Universalität des freien Falls
UPOLS . . . Uniformly Partitioned Overlap Save
USB Universal Serial Bus
WMS Wellenlängenmodulierte Spektroskopie
ZARM Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation
ZSAD Mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen

Formelzeichenverzeichnis

Symbol	Bschreibung	Einheit
α	Absorptionskoeffizient	
σ_a	Absorptionsquerschnitt	m^2
r_{err}	Regelabweichung von Soll- und Ist-Position im Spektrum	
$r_{\text{err},i}$	Integrierte Regelabweichung von Soll- und Ist-Position im Spektrum	
N_{Core}	Anzahl paralleler Core-Module	
N_{CPE}	Anzahl der CPEs in der CORDIC Pipeline	
K	Anzahl der Filterkoeffizienten eines digitalen Filters	
M_{Phase}	Anzahl der Phasen eines Polyphasenfilters	
t_{exec}	Ausführungszeit	s
J_n	Besselfunktionen	
$P_{\text{Board,aktiv}}$	Leistungsaufnahme eines Boards im aktiven Zustand	W
$P_{\text{Board,reset}}$	Leistungsaufnahme eines Boards im Reset-Zustand	W
k	Boltzmann-Konstante	$\text{m}^2 \text{kg s}^{-2} \text{K}^{-1}$
η	Brechungsindex	
δv_d	Halbwertsbreite der Doppler-Verbreiterung	Hz
a_{tri}	Amplitude des Dreiecksignals	
f_{tri}	Dreiecksfrequenz	Hz
Δx_{tri}	Inkrement des Dreiecksignals	
N_{tri}	Länge des Dreiecksignals	Smp.
x_{offs}	Offset des Dreiecksignals	
x_{tri}	Dreiecksignal	
E_{Laser}	Elektrisches Feld des vom Laser emittierten Lichts	V m^{-1}
E_0	Amplitude des elektrischen Felds eines unmodulierten Laserstrahls	V m^{-1}
E_{Probe}	Elektrisches Feld des Lichts nach der Gaszelle	V m^{-1}
η_{eff}	Effektiver Brechungsindex der Bragg-Bedingung	
k_{eff}	Effektiver Impuls eines Lichtpulses	kg m s^{-1}
e	Elementarladung	C
E_g	Energie der Bandlücke eines Halbleiters	eV
E_{Photon}	Energie eines Photons	eV
ξ	Eötvös-Verhältnis	
e	Fehlersignal	
$H(z)$	Übertragungsfunktion eines digitalen Filters	
$h(k)$	Filterkoeffizienten eines digitalen Filters	
$H_m(z)$	Übertragungsfunktion eines digitalen polyphasen Subfilters	
\mathcal{F}	Finesse eines Resonators	
K_{FM}	Umsetzungsfaktor der Frequenzmodulation	
S_{FMS}	Ausgangssignal der frequenzmodulierten Spektroskopie	
$P_{\text{FPGA,dyn}}$	Dynamische Leistungsaufnahme eines FPGAs	W

Symbol	Bschreibung	Einheit
P_{FPGA}	Leistungsaufnahme eines FPGAs	W
$P_{\text{FPGA,stat}}$	Statische Leistungsaufnahme eines FPGAs	W
$\Delta\nu_{\text{FSR}}$	Freier Spektralbereich	Hz
ν_{AP}	Frequenz im Arbeitspunkt	Hz
$\hat{\nu}$	Geschätzte Frequenz	Hz
Λ	Gitterkonstante	m
g	Schwerebeschleunigung	m^2s^{-1}
τ	Halbwertszeit eines angeregten Zustands eines Atoms	s
K_{IM}	Umsetzungsfaktor der Intensitätsmodulation	
I_{inj}	Injektionsstrom	A
$I_{\text{inj,AP}}$	Injektionsstrom im Arbeitspunkt	A
Φ	Lichtintensität	Wm^{-2}
T_c	Kritische Temperatur	K
N_{Scan}	Länge des Scan-Signals	Smp.
L_{Zelle}	Länge der Gaszelle	m
$\delta\nu_{\text{LD}}$	Halbwertsbreite des Lamb-Dips	Hz
T_{Laser}	Lasertemperatur	$^{\circ}\text{C}$
c	Lichtgeschwindigkeit	ms^{-1}
m	Masse	kg
a_m	Amplitude des Modulationssignals	
f_m	Modulationsfrequenz	Hz
x_m	Modulationssignal	
H	Modulationsindex	
I_m	Modulationsstrom	A
$\delta\nu_n$	Halbwertsbreite der natürlichen Linienbreite	Hz
$R(\nu)$	Normalisierte Verschiebung der Frequenz gegenüber der Resonanzfrequenz	
I_{offs}	Unmodulierter Offsetstrom	A
Ψ	Optische Dämpfung	
Q	Dämpfung und Phasenverschiebung eines optischen Übergangs	
ν	Optische Frequenz	Hz
$\Delta\nu$	Frequenzhub	
ν_m	Optische Modulationsfrequenz	Hz
Θ	Optische Phasenverschiebung	
ν_c	Optische Trägerfrequenz	Hz
$\delta\Phi$	Phasendifferenz	
φ_{err}	Phasenfehler	
$\Delta\varphi$	Phasenverschiebung	
κ_{φ}	Verstärkungsfaktor des Phasenfehlers	
φ	Phasenwinkel	
I_{Photo}	Photostrom einer Photodiode	A
h	Plancksches Wirkungsquantum	eVs
ρ_R	Reflexionsgrad	
ν	Regeleingriff	
f_{ctrl}	Regeltakt	Hz

Symbol	Bschreibung	Einheit
κd	Differenzierender Verstärkungsfaktor eines Reglers	
κi	Integrierender Verstärkungsfaktor eines Reglers	
$\kappa_{I/r}$	Verhältnis von Spektrum-Länge zu DAC Wertebereich	
κp	Proportionaler Verstärkungsfaktor eines Reglers	
$S_{FF'}$	Relativer Stärkefaktor eines Hyperfeinübergangs	
ν_r	Resonanzfrequenz eines optischen Übergangs oder Resonators	Hz
$\delta\nu$	Halbwertbreite der Resonanz	Hz
$L_{\text{Resonator}}$	Länge eines Resonators	m
N_{Rol}	Größe einer Rol	Smp.
Φ_{sat}	Sättigungsintensität	W m^{-2}
S	Sättigungsparameter	
Q_{sat}	Sättigungsstrahlungsenergie	J
$\delta\nu_s$	Halbwertsbreite der Sättigungsverbreiterung	Hz
\bar{S}_{Scan}	Mittelwert des Scan-Signals	
x_{shift}	Verschiebung des Scans innerhalb des Spektrums	
S_{Scan}	Scan-Signal	
$\widehat{\Delta\varphi}$	Geschätzte Phasenverschiebung	
\hat{r}_{est}	Geschätzte Position im Spektrum	
x_{adc}	Signal des ADC	
x_{base}	Basisbandsignal	
S_{FMS}	Signal der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie	
$S_{\text{FMS,HP}}$	Signal der hochpass-gefilterten frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie	
$X(k)$	Signalfolge im Fourier-Bereich	
x_{LO}	Signal des lokalen Oszillators	
x_{mix}	Ausgangssingal des Mischers	
S_{SAS}	Signal der Sättigungsspektroskopie	
$x(n)$	Signalfolge im Zeitbereich	
ν_{soll}	Optische Soll-Frequenz	Hz
$\Delta\varphi_{\text{soll}}$	Soll-Phasenverschiebung	
r_{soll}	Soll-Position im Spektrum	
U	Spannung	V
U_{NTC}	Spannung des NTC	V
U_{TEC}	Spannung am TEC	V
\bar{S}_{Scan}	Mittelwert des Spektrum-Signals	
S_{Spek}	Spektrum-Signal	
σ	Standardabweichung	
Q	Strahlungsenergie	J
k_{l}	Stromkoeffizient eines DFB-Lasers	nm A^{-1}
f_s	Frequenz des Systemtakts	Hz
T	Temperatur	K
T_{AP}	Temperatur im Arbeitspunkt	K
k_{T}	Temperaturkoeffizient eines DFB-Lasers	nm K^{-1}
ρ_T	Transmissionsgrad	
W_N	Twiddle-Faktor	
λ	Wellenlänge	nm

Symbol	Bschreibung	Einheit
λ_{AP}	Wellenlänge im Arbeitspunkt	nm
x_{fix}	Zahl in Festkomma-Darstellung	
t	Zeit	s

1. Einleitung

Die Frequenzstabilisierung von Lasern ist eine grundlegende Technik, die weiterführende Experimente und Anwendungen erst möglich macht. Bei der Wahl der Stabilisierungsmethode sind die sich durch die Anwendung ergebenden Anforderungen zu berücksichtigen. Daher wird in diesem Kapitel zunächst die hier zugrundeliegende Anwendung in Form der QUANTUS-Forschungs-Idee bzw. der MAIUS-Höhenforschungs-Raketenmission und die sich daraus ergebenden Anforderungen an das Lasersystem erläutert. Anschließend wird die Motivation und Zielsetzung der Arbeit dargelegt.

1.1. QUANTUS Forschungs-Idee

Universalität des freien Falls

Eine der großen Herausforderungen der modernen Physik ist die fundamentale Unvereinbarkeit des Standardmodells der Elementarteilchenphysik [1] und der allgemeinen Relativitätstheorie [2]. Verschiedene Theorien, wie die String-Theorien [3] oder die Schleifenquantengravitation [4], versuchen diese Unvereinbarkeit zu lösen, erlauben dabei aber die Verletzung des Äquivalenzprinzips [5, 6]. Das Äquivalenzprinzip, das auf die Beobachtungen von Galileo Galilei und Isaac Newton zurückgeht, besagt, dass im Vakuum alle Körper unabhängig ihrer Eigenschaften wie chemischer Zusammensetzung, Masse und Form im freien Fall am selben Ort die gleiche Beschleunigung durch die Gravitation erfahren. Die Unabhängigkeit der Fallbeschleunigung von den Eigenschaften eines Körpers wird auch als Universalität des freien Falls (UFF) bezeichnet und ermöglicht die experimentelle Überprüfung des Äquivalenzprinzips durch den Vergleich des freien Falls zweier unterschiedlicher Testmassen A und B. Das Resultat eines solchen Experiments, bei dem die jeweiligen Schwerebeschleunigungen g_A und g_B gemessen werden, lässt sich durch das Eötvös-Verhältnis

$$\xi = 2 \frac{|g_A - g_B|}{|g_A + g_B|} \quad (1.1)$$

beschreiben. Das im Idealfall zu null konvergierende ξ ist dabei ein Maß für die Erfüllung des Äquivalenzprinzips [7]. Klassische erdgebundene Experimente erreichen dabei Werte im Bereich $\xi \leq 10^{-13}$ [8], während das satellitengestützte Experiment „MicroSCOPE“ Werte bis $\xi \leq 1,4 \cdot 10^{-14}$ erreichen konnte [9].

Quantenmechanischer Test des Äquivalenzprinzips

Quantenmechanische Tests der UFF mithilfe von Materiewelleninterferometrie sind ein alternativer und vielversprechender Ansatz, der vom Forschungsverbund „Quantengase unter Schwerelosigkeit (QUANTUS)“ verfolgt wird. Bei diesen quantenmechanischen Tests wird die Schwerebeschleunigung zweier verschiedener atomarer Ensembles, sogenannter Bose-Einstein-Kondensate (BECs), mithilfe eines Materiewelleninterferometers verglichen [10]. Dabei werden die BECs zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit Lichtpulsen definierter Wellenlänge bestrahlt. Abhängig von der im Interferometer

herrschenden Schwerebeschleunigung interagieren die BECs mit dem eingestrahlt Licht. Am Ausgang des Interferometers lässt sich eine Phasendifferenz δ_{Φ} messen, mit der gemäß

$$\delta_{\Phi} = \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} t^2 \quad (1.2)$$

die wirkende Schwerebeschleunigung g bestimmt werden kann. k_{eff} beschreibt dabei den effektiven Impuls der Lichtpulse und t die Ausbreitungszeit der BECs im Interferometer.

In erdgebundenen Experimenten konnte dabei eine Genauigkeit von $\xi \leq 10^{-9}$ erreicht werden [11, 12]. Die Sensitivität eines Materiewelleninterferometers skaliert dabei quadratisch mit der freien Ausbreitungszeit der BECs im Interferometer, diese ist aber durch den Einfluss der Gravitation limitiert [13]. Für ausgedehnte Ausbreitungszeiten $t > 1\text{ s}$ ist daher eine Mikrogravitationsumgebung notwendig, weshalb für die geplante Satellitenmission STE-QUEST eine Genauigkeit von $\xi \leq 2 \cdot 10^{-15}$ vorhergesagt wird [14].

Bose-Einstein-Kondensat

Für die Materiewelleninterferometrie ist die Erzeugung von BECs eine fundamentale Voraussetzung. Ein BEC beschreibt dabei einen Aggregatzustand eines Ensembles gleicher Teilchen wie zum Beispiel Helium-, Rubidium- oder Kaliumatome, der bei extrem niedrigen Temperaturen $T < 200\text{ nK}$ erreicht wird. Die kritische Temperatur T_c , unterhalb der die Bose-Einstein-Kondensation stattfindet, ist dabei abhängig von den Eigenschaften wie Masse, Dichte oder Spin der Teilchen. Im BEC befindet sich der überwiegende Teil aller Teilchen im selben quantenmechanischen Zustand und kann daher durch eine einzige, makroskopische Wellenfunktion beschrieben werden [15]. Um die Bose-Einstein-Kondensation eines atomaren Ensembles zu erreichen sind in der Regel mehrere Schritte notwendig, die im Folgenden kurz erläutert werden.

Magnetooptische Falle Im ersten Schritt werden die Atome mithilfe einer magnetooptischen Falle (MOT) gefangen und gekühlt. Aufgrund der gerichteten Absorption von Photonen spezifischer Wellenlänge und der isotropen Reemission von Photonen wird auf das Atom eine Kraft ausgeübt, die in Ausbreitungsrichtung der Photonen wirkt. Durch Absorption und Reemission ändert sich darüber

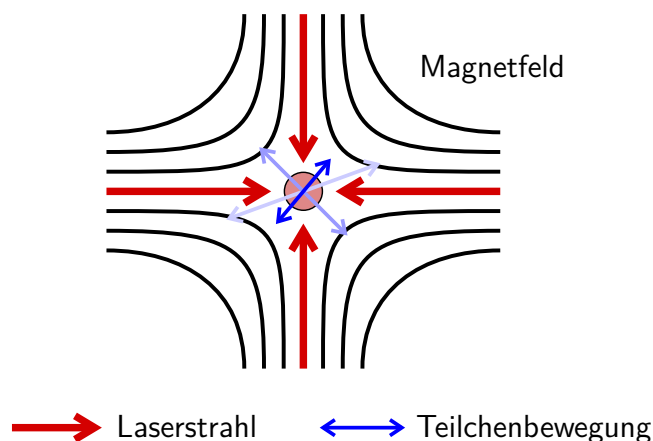


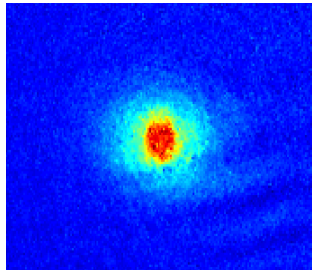
Abbildung 1.1.: Schematische Darstellung einer magnetooptischen Falle

hinaus der energetische Zustand des Atoms: Dieser Effekt wird daher auch als optischer Übergang eines Atoms bezeichnet [16]. Durch eine Blauverschiebung des ausgesendeten Lichts kann dabei eine Abhängigkeit der Kraft von der Bewegungsrichtung und der Geschwindigkeit der Atome erzielt werden. Eine Blauverschiebung bedeutet dabei die durch den Dopplereffekt verringert erscheinende Wellenlänge von Teilchen, die sich in Richtung eines Beobachters bewegen. Wie in Abb. 1.1 schematisch dargestellt kann so mit zwei gegenläufigen Lichtstrahlen (rot) je Raumrichtung die Bewegung von Atomen (blau) und damit ihre Temperatur verringert werden. Dieser Prozess wird auch als Laserkühlung bezeichnet [16]. Mithilfe eines zusätzlich wirkenden magnetischen Quadrupolfelds und zirkular polarisierten Lichtstrahlen lässt sich aufgrund der durch den Zeemann-Effekt hervorgerufenen energetischen Verschiebung der magnetischen Unterzustände eines Atoms eine Ortsabhängigkeit der wirkenden Kraft erzielen [17]. Eine MOT ermöglicht so das Fangen eines atomaren Ensembles und das Kühlen in den Bereich von einigen Hundert μK [16].

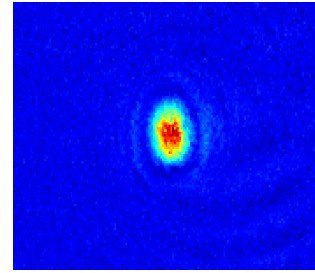
Optische Melasse Anschließend wird die Temperatur des gefangenen Ensembles durch Polarisationsgradientenkühlung weiter gesenkt. Hierfür kann der optische Aufbau der MOT genutzt werden, das Magnetfeld muss aber abgeschaltet werden, da dieses den Effekt stark negativ beeinflusst. Das atomare Ensemble wird mit einem Laserstrahl aus jeder Raumrichtung bestrahlt, sodass sich eine räumliche Überlagerung der sechs Laserstrahlen ergibt. Durch die niedrige Temperatur ist die mittlere freie Weglänge der Atome, das heißt, die Strecke, die ein Atom zurücklegt, bis seine initiale Geschwindigkeit gedämpft wird, kleiner als die räumliche Überlagerung der Laserstrahlen. Somit können die Atome dieser Überlagerung nicht mehr entkommen. Dieser Effekt wird als optische Melasse bezeichnet. An einem weitgehend magnetfeldfreien Ort ist so eine Kühlung des Ensembles auf weniger als 20 μK möglich [18].

Evaporationskühlung Um die Temperatur des Ensembles weiter zu reduzieren, wird die evaporative Kühlung angewendet. Dafür wird das magnetische Dipolmoment der Atome genutzt, um sie in einer magnetischen Falle zu fangen. Für die maximale Effizienz werden vorher so viele Atome wie möglich in einen energetischen Zustand gebracht, bei dem ihre Spins gleich ausgerichtet sind, um sie anschließend in der Magnetfalle zu fangen. Dieser als optisches Pumpen bezeichnete Effekt wird durch das Einstrahlen von Licht einer spezifischen Wellenlänge, ähnlich der Laserkühlung, erreicht [16]. Beim Evaporieren werden anschließend die Atome, deren Temperatur oberhalb der Durchschnittstemperatur des Ensembles liegt, durch das Einstrahlen von HF-Frequenzen aus der magnetischen Falle entfernt. Dabei nimmt die Temperatur des Ensembles um den Faktor 10 stärker ab als die Teilchenzahl und es lassen sich Temperaturen unterhalb von 100 nK erreichen [15]. In diesem Temperaturbereich findet die Bose-Einstein-Kondensation statt.

Bose-Einstein-Kondensation Die Verteilung der Energie im System unterliegt oberhalb der von der Fallengeometrie und der Atomzahl abhängigen kritischen Temperatur T_c einer Gauß-Verteilung. Unterschreitet die Temperatur des Ensembles T_c , steigt die Besetzung des niedrigsten Energiezustand stark an, sodass sich in der Verteilung ein deutlicher Peak herausbildet, der die Bose-Einstein-Kondensation beschreibt. Durch die Fallengeometrie entspricht die Energieverteilung auch der räumlichen Verteilung der Atome innerhalb des Ensembles [19]. Die Temperatur des Systems wird mithilfe von Absorptionsspektren bestimmt, beispielhaft in Abb. 1.2 gezeigt. Dabei wird die magnetische Falle abgeschaltet, sodass das Ensemble expandiert. Nach einer definierten Zeit wird das Ensemble mit Licht einer spezifischen Absorptionswellenlänge bestrahlt.



(a) ^{87}Rb Ensemble vor der Bose-Einstein Kondensation, etwa 10 % der Atome sind bereits kondensiert



(b) ^{87}Rb Ensemble nach der Bose-Einstein Kondensation, etwa 61 % der Atome sind kondensiert

Abbildung 1.2.: Absorptionbilder von ^{87}Rb Ensembles, aufgenommen mit der MAIUS-A Apparatur vor der Flugkampagne. Dargestellt ist die räumliche Dichteverteilung der Atome in Falschfarben (rot: hoch zu blau: gering)

Durch Streuung lässt sich dann die räumliche Dichteverteilung des Ensembles bestimmen. Aus der Kombination von Expansionszeit und Dichteverteilung kann die Temperatur des Ensembles bestimmt werden [20, 15]. So zeigt Abb. 1.2a ein hauptsächlich thermisches Ensemble, bei dem nur etwa 10 % der Atome kondensiert sind. Bei dem Ensemble in Abb. 1.2b hingegen ist die räumliche Ausdehnung des Ensembles deutlich geringer, hier sind etwa 61 % der Atome kondensiert.

Wie oben mehrfach erwähnt, basiert die Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten stark auf atomoptischen Effekten, die bei spezifischen Wellenlängen in einem sehr engen Wellenlängenfenster liegen. Um diese Effekte anzuregen, werden hohe Anforderungen an das Lasersystem gestellt, unter anderem muss die Wellenlänge bzw. Frequenz des Lichts sehr exakt geregelt und gesteuert werden können.

1.2. MAIUS Höhenforschungsmissionen

Die in Abschnitt 1.1 skizzierte Methode der quantenmechanischen Überprüfung der UFF ist durch die quadratische Abhängigkeit der Sensitivität von der Propagationszeit T stark limitiert. Da diese hauptsächlich durch die Gravitation bestimmt wird, ist ein Ansatz, dieser Einschränkung zu begegnen, die Verlängerung des Interferometers in Richtung der wirkenden Gravitation [21]. Der QUANTUS Forschungsverbund setzt alternativ auf den Transfer solcher Experimente in Mikrogravitationsumgebungen. Mikrogravitation oder Schwerelosigkeit beschreibt dabei, dass nur noch eine geringe durch Gravitation hervorgerufene Fallbeschleunigung im Bereich von 10^{-6} g herrscht¹. Um diese Bedingung zu erfüllen, gibt es verschiedene Möglichkeiten, die sich aber im Bezug auf die Zeitspanne in der Mikrogravitation herrscht, sowie der verbleibenden Schwerebeschleunigung stark unterscheiden. So lassen sich bei Parabelflügen mit modifizierten Passagier- oder Frachtflugzeugen Zeitspannen bis zu 20 s bei einer Schwerebeschleunigung im Bereich von 10^{-2} g erreichen, während in einem Satelliten 10^{-7} g für mehrere Jahre herrschen können. Neben den genannten Kriterien sind aber auch die Kosten für eine solche Plattform sowie die Komplexität einer Änderung des Versuchsaufbaus wesentliche Kriterien zur Auswahl für ein Experiment [22].

Der QUANTUS Forschungsverbund hat sich aufgrund der geringen verbleibenden Schwerebeschleunigung, sowie des vergleichsweise einfachen Zugangs zum Experiment zuerst für eine Fallturm kapsel

¹ $1 \text{ g} \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$

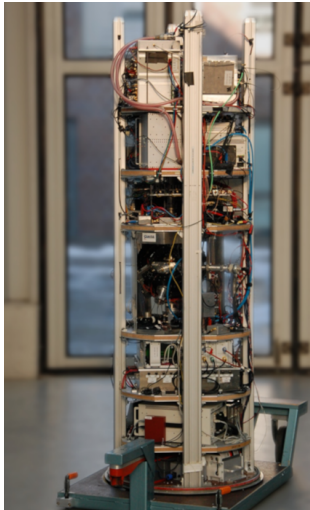
(a) QUANTUS-1^a^aBild: Dr. Hauke Müntinga(b) QUANTUS-2^a^aBild: Christian Deppner

Abbildung 1.3.: Apparaturen für die Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten im Fallturm

als Plattform für die Materiewelleninterferometrie entschieden. Für den Fallturm des Zentrums für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation (ZARM) wurden dafür die in Abb. 1.3 dargestellten Apparaturen realisiert, die das Erzeugen von ^{87}Rb BECs (QUANTUS-1) [20, 23] sowie die Interferometrie mit ^{39}K und ^{87}Rb BECs (QUANTUS-2) [10, 24] im freien Fall ermöglichen. Während der QUANTUS-1 Abwürfe wurde dabei das erste BEC unter Mikrogravitationsbedingungen erzeugt und beobachtet. Der Fallturm bietet eine Mikrogravitationsumgebung kleiner 10^{-5} g , die Mikrogravitationszeit ist jedoch aufgrund der Höhe des Fallturms von 146 m auf maximal 4,74 s bei einem Abwurf, bzw. auf 9,3 s bei einem Katapultstart begrenzt [25].

Aus den Erfahrungen mit den QUANTUS Apparaturen wurde anschließend der Transfer der Experimente auf eine Höhenforschungsrakete angestrebt, um die Propagationszeit und damit die Sensitivität des Materiewelleninterferometers weiter zu steigern. Dafür sind insgesamt drei Materiewellen-Interferometrie-unter-Schwerelosigkeit (MAIUS) Höhenforschungsraketenmissionen mit zwei unterschiedlichen wissenschaftlichen Nutzlasten geplant. Alle Missionen nutzen einen zweistufigen „Veículo de Sondagem Booster 30“ (VSB-30) Feststoffbooster, der die Nutzlast auf eine ballistische Flugparabel bringt [26]. Ab einer Höhe von 100 km beginnt die bis zu 6 min andauernde Mikrogravitationsphase, während der eine Schwerebeschleunigung unterhalb von 10^{-4} g herrscht. Das Apogäum² bei etwa 260 km sowie die davon abhängige exakte Mikrogravitationszeit wird dabei durch die Masse der wissenschaftlichen Nutzlast bestimmt. Die Apparatur MAIUS-A dient dabei zur Demonstration der Erzeugung eines ^{87}Rb BEC im Weltraum, sowie der Interferometrie mit ausgedehnter Propagationszeit [27, 28]. Im Verlauf der MAIUS-1 Mission konnte mit dieser Apparatur am 23.01.2017 das erste BEC im Weltraum erzeugt werden [29].

In den folgenden Missionen MAIUS-2 und MAIUS-3 wird die Apparatur MAIUS-B als wissenschaftliche Nutzlast verwendet. Diese wird basierend auf den Erfahrungen von QUANTUS-2 und MAIUS-A die parallele Generation von ^{87}Rb und ^{41}K BECs ermöglichen. Die BECs sollen für die Dual-Spezies Materiewelleninterferometrie, also die Interferometrie mit zwei BECs unterschiedlicher Atome, genutzt werden, um so den in Abschnitt 1.1 beschriebenen Test der UFF zu realisieren.

²Das Apogäum bezeichnet den erdfernten Punkt einer Flug- oder Umlaufbahn.

1. Einleitung

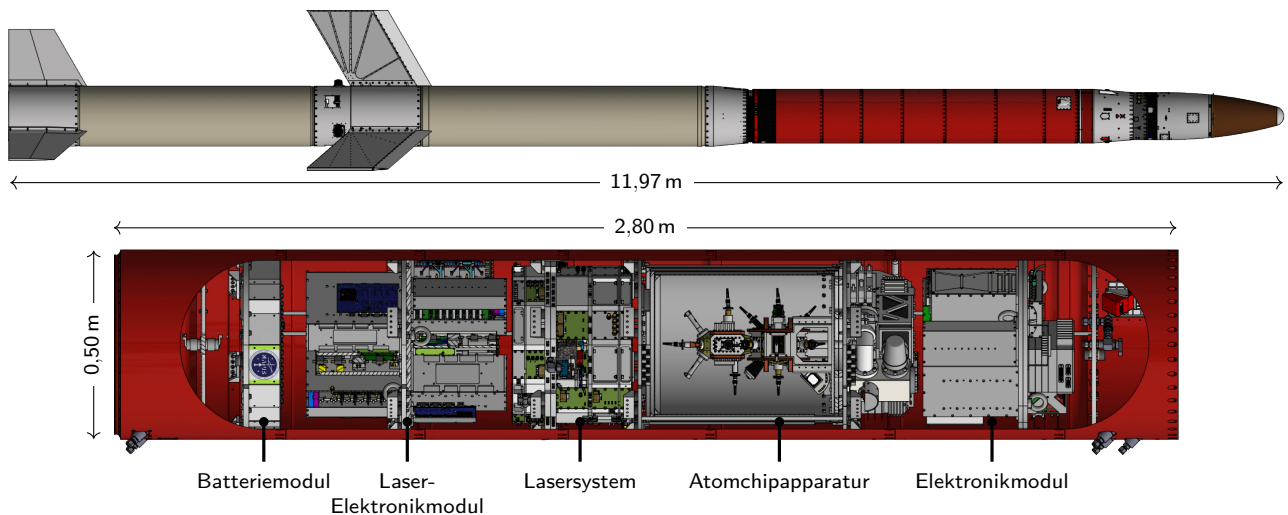


Abbildung 1.4.: Zeichnung der MAIUS-B Apparatur [30]

Die MAIUS-B Apparatur besteht, wie in Abb. 1.4 dargestellt, aus fünf Subsystemen. Das Batteriemodul liefert die Energie für alle Komponenten, das Laser-Elektronikmodul enthält alle Komponenten für die Ansteuerung und Regelung des darüber liegenden Lasersystems. Oberhalb dessen befindet sich die Atomchipapparatur in der die BECs erzeugt und zur Interferometrie genutzt werden. Das Elektronikmodul enthält alle Komponenten für die Ansteuerung der magnetischen Spulen sowie zur Steuerung und Auswertung der Experimentsequenzen.

Ähnlich wie bei der Fallturmkapsel müssen alle Komponenten der Nutzlast sehr robust sein. Nach der Zündung des VSB-30 Boosters wirkt ein Schockmoment von ungefähr 20 g, während der Aufstiegsphase wirken Vibrationen von 1,8 g im Mittel und Beschleunigungen bis 12 g, die die Nutzlast unbeschadet überstehen muss. Auch beim Wiedereintritt in die Erdatmosphäre treten Beschleunigungen bis zu 25 g auf, beim Aufsetzen wirkt ein Schockmoment zwischen 50 g und 100 g bei dem die Nutzlast intakt bleiben sollte, um eine anschließende Datenauswertung zu gewährleisten. Darüber hinaus müssen die Experimentsequenzen in der Apparatur vollständig autonom ausgeführt werden, da es während des Countdown sowie der Flugphase keinen physikalischen Zugang und nur eine stark limitierte, unzuverlässige Funkverbindung zur Nutzlast gibt [27].

Die Energie für die Nutzlast muss in Form von Akkumulatoren mitgeführt werden. Aufgrund des maximalen Gewichts der Nutzlast von 400 kg inklusive des Service- und Bergungsmoduls und der damit beschränkten Energiemenge ist eine möglichst geringe Energieaufnahme ein wichtiger Aspekt bei der Konzeption der verwendeten Subsysteme. Weiterhin muss in Wärme umgesetzte Energie abgeführt werden, was aufgrund der stark eingeschränkten Kühlmöglichkeiten während der Flugphase nur begrenzt möglich ist [28].

Für die Erzeugung der BECs und die anschließende Interferometrie wird ein auf diese Anforderungen angepasstes Lasersystem verwendet. Bei der MAIUS-A Apparatur besteht dies aus insgesamt vier, in Abschnitt 2.1 näher beschriebenen Distributed Feedback (DFB) Halbleiterlasern. Für die Stabilisierung der Laser auf eine absolute Referenz wird die in Abschnitt 2.2 beschriebene frequenzmodulierte Spektroskopie FMS verwendet [31].

Die MAIUS-B Apparatur benötigt unterschiedliche Lichtquellen verschiedener Wellenlängen für die Erzeugung und Manipulation der BECs. Das unterhalb der Atomchip-Apparatur angeordnete Lasersystem (vgl. Abb. 1.4) stellt dafür insgesamt 13 Ausgänge in Form von Glasfasern bereit, die

Tabelle 1.1.: Ausgänge des Lasersystems der MAIUS-B Apparatur

	Funktion	Wellenlänge	Durchstimmbereich	Optische Leistung	
Rubidium	2D-MOT Kühlen	780,246021 nm	± 300 MHz	200 mW	
	3D-MOT Kühlen	780,246021 nm	± 300 MHz	100 mW	
	2D-MOT Rückpumpen	780,232684 nm	± 300 MHz	10,5 mW	
	3D-MOT Rückpumpen	780,232684 nm	± 300 MHz	10 mW	
	Interferometrie		780,246021 nm	± 3 GHz	20 mW
			780,232684 nm	± 3 GHz	20 mW
	Detektion		780,246021 nm	± 300 MHz	4 mW
		780,232684 nm	± 300 MHz	4 mW	
Kalium	2D-MOT Kühlen	766,700166 nm	± 300 MHz	200 mW	
	3D-MOT Kühlen	766,700166 nm	± 300 MHz	200 mW	
	2D-MOT Rückpumpen	766,699701 nm	± 300 MHz	125 mW	
	3D-MOT Rückpumpen	766,699701 nm	± 300 MHz	200 mW	
	Interferometrie		766,700166 nm	± 3 GHz	20 mW
			766,699701 nm	± 3 GHz	20 mW
	Detektion		766,700166 nm	± 300 MHz	4 mW
			766,699701 nm	± 300 MHz	4 mW
	Dipol-Falle ¹	1.064,490 nm	0 MHz	200 mW	

¹ Erfordert keine Stabilisierung auf eine absolute Referenz

für unterschiedliche Funktionen genutzt werden, wie Tabelle 1.1 zeigt. Diese werden von 10 Lasern gespeist, die innerhalb des Lasersystems miteinander verschaltet sind. Wie oben beschrieben, sollen in der MAIUS-B Apparatur BECs aus Rubidium und Kalium Isotopen erzeugt werden. Diese weisen unterschiedliche Absorptionswellenlängen auf, die etwa 14 nm auseinander liegen, so dass jeweils unterschiedliche Lichtquellen zum Einsatz kommen müssen. Für jede atomare Spezies werden unterschiedliche Wellenlängen für das Kühlen und das Rückpumpen in einer zweidimensionalen und einer dreidimensionalen MOT benötigt. Die zweidimensionale MOT wird dabei zum initialen Fangen der Atome genutzt, in der Dreidimensionalen werden unter anderem die in Abschnitt 1.1 beschriebenen Schritte bis zur Bose-Einstein Kondensation durchgeführt. Weiterhin werden für die Interferometrie und die Detektion der BECs mittels einer CCD-Kamera weitere Lichtquellen benötigt. Darüber hinaus enthält die Apparatur eine Dipol-Falle, die wiederum in einem anderen Wellenlängenbereich arbeitet. Die Anforderungen an den Durchstimmbereich sowie die optische Leistung wurden im Verlauf des MAIUS Projekts festgelegt.

Neben den mittleren Wellenlängen zeigt die Tabelle, dass die Lichtquellen verstimmbar sein müssen und je nach Funktion unterschiedliche Lichtleistungen benötigt werden. Da fast alle Funktionen, für die Laserlicht benötigt wird, auf definierten Frequenzen beruhen, müssen alle Laser auf eine absolute Referenz stabilisiert sein, die maximal zulässige Abweichung liegt dabei unterhalb von 1 MHz. Die Ausnahme bildet hier die Dipol-Falle, diese erfordert eine Stabilität im Bereich von 1 nm, sodass keine externe Stabilisierung der Frequenz erforderlich ist.

Anders als in der MAIUS-A Apparatur kommen in der MAIUS-B Apparatur vorrangig External Cavity Diode Laser (ECDL) Dioden zum Einsatz, da diese im Vergleich eine geringere Linienbreite (vgl. Abschnitt 2.1.3) aufweisen. Wie Tabelle 1.2 zeigt, werden neben acht ECDL-Modulen auch zwei DFB-Laser-Module verwendet.

Tabelle 1.2.: Lasermodule im Lasersystem der MAIUS-B Apparatur

	Bezeichnung	Typ	Wellenlänge	Optische Leistung
Rubidium	Referenz	DFB	780,241 nm	22 mW
	2D-MOT Kühlen	ECDL	780,241 nm	350 mW
	3D-MOT Kühlen	ECDL	780,241 nm	350 mW
	Rückpumpen	ECDL	780,241 nm	350 mW
Kalium	Referenz	DFB	766,701 nm	15 mW
	2D-MOT Kühlen	ECDL	766,701 nm	350 mW
	3D-MOT Kühlen	ECDL	766,701 nm	350 mW
	2D-MOT Rückpumpen	ECDL	766,701 nm	350 mW
	3D-MOT Rückpumpen	ECDL	766,701 nm	350 mW
	Dipol-Falle	ECDL	1.064,490 nm	350 mW

Diese werden als Referenzquellen genutzt und werden daher absolut frequenzstabilisiert. Als Frequenzreferenz kommt dabei eine Laserspektroskopie-Methode, die gasförmiges Kalium und Rubidium nutzt, zum Einsatz (vgl. Kapitel 3). Die ECDL-Module, werden mithilfe von Frequenzschwebungen auf die DFB-Laser stabilisiert. Dabei wird der Laserstrahl eines ECDL mit dem frequenzstabilisierten Laserstrahl des DFB-Lasers optisch überlagert und auf eine Photodiode eingestrahlt. Durch die so realisierte heterodyne Mischung beider Signale kann die Differenzfrequenz der beiden Laser, die im Bereich von 1 MHz bis 10 GHz liegt, fortlaufend bestimmt werden. Mit einem Regler kann so der ECDL auf den DFB-Laser stabilisiert werden [32]. Die Güte dieser Stabilisierung wird damit fundamental durch den gewählten Regler sowie die Frequenzstabilität des DFB-Lasers bestimmt.

1.3. Motivation und Zielsetzung der Arbeit

Die für die MAIUS Apparaturen verwendeten DFB Laser und ECDL haben verschiedene Vorteile im Bezug auf Baugröße, Energieeffizienz und Linienbreite (vgl. Abschnitt 2.1). Ihre Frequenzstabilität ist durch Umwelteinflüsse, wie mechanische Schocks und akustische Vibrationen, stark limitiert. Diese können den mechanischen Aufbau der Laserdiode temporär (d.h. $<1\text{ s}$) verändern und sich so auf die Wellenlänge des abgestrahlten Lichts auswirken. Änderungen der Temperatur am p-n-Übergang wirken sich darüber hinaus auf längeren Zeitskalen, (d. h. $>1\text{ s}$) auf die Wellenlänge der Laserdiode aus [33]. Darüber hinaus degenerieren Diodenlaser mit zunehmender Betriebsdauer, sodass sich bei einem DFB-Laser dabei die Wellenlänge um 14 pm verschieben kann [34].

Da die optischen Übergänge, die für die verschiedenen Kühlprozesse verwendet werden, eine hohe Frequenzselektivität im Bereich von 6 MHz aufweisen, muss die Wellenlänge bzw. Frequenz der Laser auf einen Bruchteil dieser Linienbreite genannten Frequenzen geregelt werden. Es gibt unterschiedliche Methoden einen Laser auf eine spezifische Frequenz zu stabilisieren, zum Beispiel mit Fabry-Pérot Resonatoren oder Dispersions- und Absorptionseffekten von Atomen oder Molekülen (vgl. Abschnitt 3.1). Letztere eignen sich besonders für die Verwendung auf Weltraumplattformen, da sie unabhängig von mechanischen Einflüssen sind. Um die bei Raumtemperatur durch den Dopplereffekt starke Verbreiterung der Absorptionsfrequenzen zu kompensieren, kann die Sättigungsspektroskopie verwendet werden (siehe Abschnitt 2.2). Durch zusätzliche Modulation der Frequenz, frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS) oder wellenlängenmodulierte Spektroskopie (WMS) genannt, lässt sich der Doppler-Hintergrund unterdrücken, sodass sich ein von der Temperatur unabhängiges Signal ergibt,

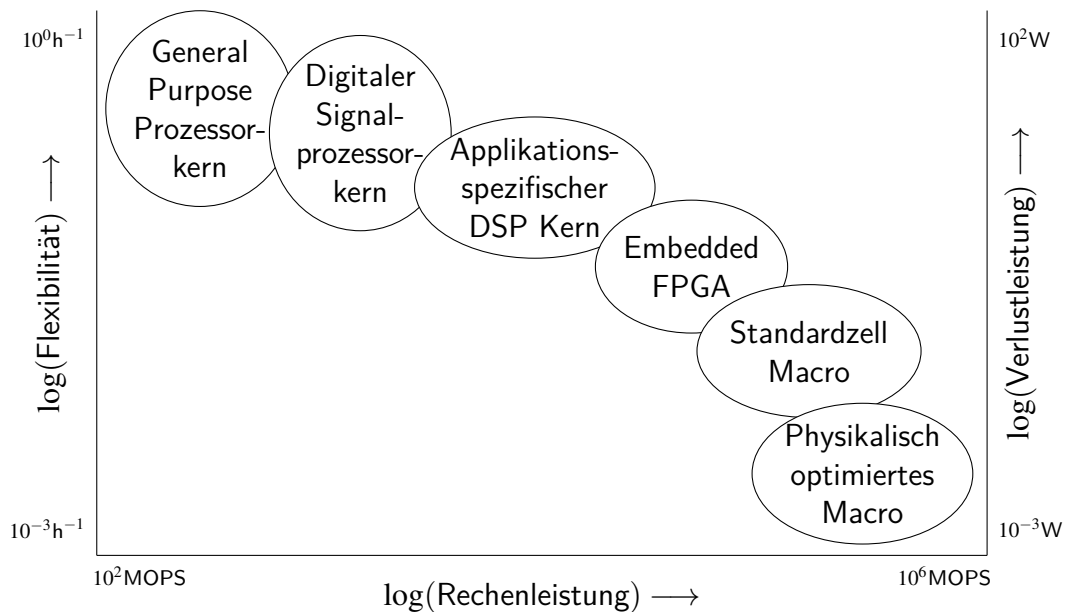


Abbildung 1.5.: Abtausch von Rechenleistung, Verlustleistungsaufnahme und Flexibilität von bekannten Architekturklassen

das nur von den spezifischen Absorptionsfrequenzen der Atome in einer Gaszelle bestimmt wird [35, 36]. Dieses Signal soll für die Stabilisierung der Frequenz der Referenzlaser der MAIUS-Apparaturen verwendet werden. Wie Kapitel 3 zeigt, sind die bisherigen auf FMS basierenden Stabilisierungsmethoden auf die Breite der spektralen Effekte der Sättigungsspektroskopie beschränkt. Weiterhin lässt sich die Frequenz des Lasers nicht direkt aus dem Spektroskopiesignal ableiten, sodass die Gefahr besteht, dass die im Stand der Forschung verfügbaren Methoden bei größeren Verstimmungen die initial gesetzte Frequenz verlieren.

Daher wird in dieser Arbeit ein alternativer Ansatz verfolgt, der auf der Kombination aus Frequenzmodulierter Spektroskopie (FMS) und Mustererkennungsalgorithmen, sogenannten Pattern-Matching Algorithmen, basiert und in Kapitel 4 detailliert vorgestellt wird. Dabei wird ein kleiner Teil des Spektrums um die Ist-Frequenz aufgezeichnet und über die Position dieses Teilspektrums im Gesamtspektrum auf die Ist-Frequenz zurückgeschlossen. Für die hierfür nötige Mustererkennung können verschiedene Algorithmen eingesetzt werden, sodass für die Frequenzbestimmung der optimale Algorithmus gefunden werden muss. Die zu untersuchende Stabilisierungsmethode stellt deutlich höhere Anforderungen an die Signalverarbeitungskette als bisherige Methoden, die ohne Mustererkennung oder Ähnliches auskommen, soll aber im Rahmen des MAIUS Projekts auf Weltraumplattformen eingesetzt werden. Unter Berücksichtigung der maximalen Latenz sowie der beschränkten, zur Verfügung stehenden Energiemenge muss eine optimale Hardwarearchitektur für die Stabilisierungsmethode identifiziert oder entworfen werden. Verschiedene Architekturen unterscheiden sich im Bezug auf Rechenleistung, Verlustleistung und Flexibilität im Sinne der Anpassungsfähigkeit eines Systems, wobei diese Eigenschaften zum Teil von einander abhängig sind. So weist ein General Purpose Processor (GPP) zwar eine hohe Flexibilität auf, da er sich durch die Programmierbarkeit in Hochsprache sehr schnell auf eine neue Aufgabe anpassen lässt. Gleichzeitig hat er eine vergleichbar hohe Verlustleistungsaufnahme und eine geringe Rechenleistung. Die Funktion eines Application-specific Integrated Circuit (ASIC) hingegen lässt sich nur sehr beschränkt verändern, im Bezug auf Verlustleistung und Rechenleistung ist er aber deutlich besser. Dies lässt sich Abb. 1.5 entnehmen, bei dem der Abtausch von Verlustleistungsaufnahme, Rechenleistung und Flexibilität für bekannte Architektur-

klassen qualitativ dargestellt ist [37]. Die Flexibilität ist dabei als Kehrwert, der für die Anpassung notwendigen Arbeitszeit angegeben, die Verlustleistungsaufnahme in W und die Rechenleistung in Millionen Operationen pro Sekunde (MOPS).

Aufgrund der begrenzten Energiemenge, sowie der hohen Abtastrate der Daten sind dabei FPGAs, sowie die verwandten SoC-FPGAs attraktive Architekturen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden. Dabei soll die Abbildung der Pattern-Matching-basierten Laserfrequenzstabilisierung auf eingebettete Prozessorkerne, Softcores³ sowie dedizierte Hardware-Module für unterschiedliche FPGA-Architekturen untersucht werden. Weiterhin soll anhand eines Demonstrationssystems die im Folgenden detailliert beschriebene Methode der Frequenzregelung experimentell evaluiert werden.

1.4. Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit ist dabei wie folgt aufgebaut: Im nächsten Kapitel werden ausgewählte physikalische Grundlagen zu den verschiedenen verwendeten Lasertypen und der Laserabsorptionsspektroskopie erläutert. Darauf aufbauend werden in Kapitel 3 zunächst die in der Literatur bekannten Frequenzstabilisierungsmethoden, sowie die dabei verwendeten Frequenzreferenzen beschrieben. Anschließend werden relevante Systeme aus Forschung und Technik vorgestellt und darauf aufbauend die im Rahmen dieser Arbeit zu untersuchende Forschungsfrage spezifiziert. In Kapitel 4 wird die in dieser Arbeit evaluierte Methode der Pattern-Matching-basierten Laserfrequenzregelung detailliert vorgestellt. Dabei werden verschiedene Pattern-Matching Algorithmen auf ihre Eignung für die Frequenzstabilisierung hin untersucht. Die Untersuchung der Abbildung auf verschiedene FPGA und SoC-FPGA Plattformen ist in Kapitel 5 beschrieben, dabei werden insbesondere die Parameter Ausführungszeit und Leistungsaufnahme als Evaluationskriterien verwendet. Mithilfe eines realen Demonstrators wird die Wirksamkeit der Methode in Kapitel 6 demonstriert und evaluiert. Abschließend folgt in Kapitel 7 die Zusammenfassung sowie der Ausblick dieser Arbeit.

³Softcore bezeichnet einen auf ein FPGA abgebildeten Prozessorkern

2. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die relevanten physikalischen Grundlagen erläutert, die für die Frequenzstabilisierung eines Lasers mithilfe einer atomaren oder molekularen absoluten Referenz von Bedeutung sind. Dabei werden zunächst verschiedene verstimmbare Laserdioden eingeführt. Diese bilden als regelbare Lichtquellen die Basis der Frequenzregelung. Anschließend werden die Grundlagen der Laserabsorptionsspektroskopie beschrieben. Ausgehend von den optischen Übergängen von Atomen wird die Absorptions- und Fluoreszenzspektroskopie erläutert. Darauf aufbauend werden die Sättigungsspektroskopie sowie die frequenzmodulierte Laserspektroskopie, die zusammen in der später verwendeten Frequenzstabilisierungsmethode Verwendung finden, erörtert.

2.1. Verstimmbare Laserdioden

Der folgende Abschnitt beschreibt die relevanten Grundlagen verstimmbarer Laserdioden. Ausgehend von der Fabry-Pérot Halbleiter Laserdiode werden Aufbau und Eigenschaften von DFB und DBR Lasern, sowie ECDLs erläutert.

2.1.1. Halbleiterlaser

Halbleiterlaser stellen heute einen der am weitesten verbreiteten Laser-Typen dar. Sie bestehen im Wesentlichen aus einem optisch aktiven PN-Übergang eines III-V-Halbleiters, typisch sind Materialkombinationen aus Gallium (Ga), Arsen (As), Indium (In), Phosphor (P), Aluminium (Al) und Stickstoff (N). Die Materialkombination, sowie die mögliche Mischung der Materialien bestimmt die Energie der Bandlücke des PN-Übergangs und damit die Wellenlänge des emittierten Lichts.

Durch das Anlegen einer Spannung U in Durchlassrichtung an den PN-Übergang, die im Bereich der Bandlücke E_g ($U \approx \frac{E_g}{e}$, e : Elementarladung) liegt, wird ein Injektionsstrom I_{inj} genannter Ladungsträgerfluss induziert. Elektronen und Löcher bewegen sich zur Kontaktstelle, es entsteht eine schmale, aktiv genannte Zone, in der so eine Besetzungsinversion und damit die Voraussetzung zur Lichtemission herrscht. Die Besetzungsinversion bedeutet dabei, dass die lokale Besetzung des Leitungsbands größer ist, als die des Valenzbands. In der aktiven Zone rekombinieren die Ladungsträger und strahlen dabei Energie in der Größenordnung der Bandlücke in Form von Photonen ab. Da Leitungs- und Valenzband keine diskreten Energiezustände darstellen, sondern jeweils ein Quasikontinuum aus dicht beieinanderliegenden Energiezuständen beschreiben, haben die durch spontane Rekombination emittierten Photonen nicht die gleiche Energie $E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu$, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des Photons beschreibt. Neben der spontanen, inkohärenten Emission von Photonen überwiegt die stimulierte Emission in einem Laser. Hier wird die Rekombination von Ladungsträgern durch ein Photon stimuliert. Das bei der Rekombination emittierte Photon weist dann dieselbe Frequenz, Phase und Richtung wie das stimulierende Photon auf. So entsteht eine optische Verstärkung innerhalb der aktiven Zone, bei der durch spontane Emission induzierte Strahlung kohärent verstärkt wird. Übersteigt die Verstärkung der Strahlung

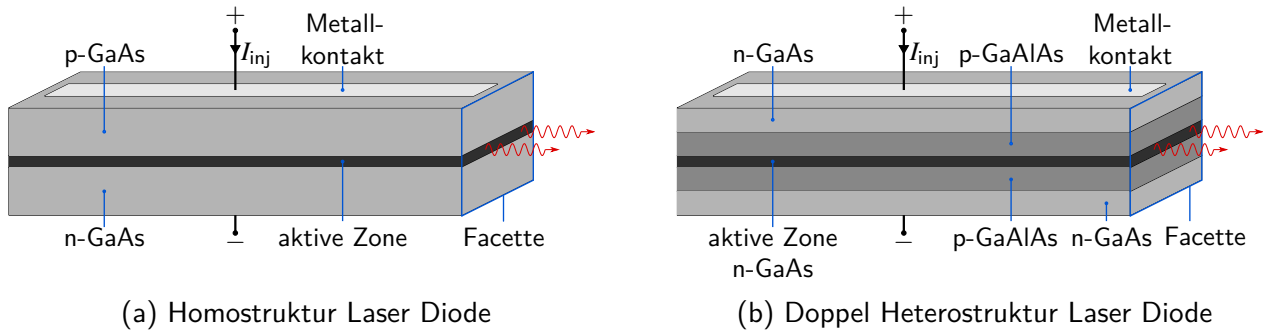


Abbildung 2.1.: Schematischer Aufbau von Fabry-Pérot Laserdioden [33]

dabei die Verluste durch Streuung und Absorption im Medium wird die Laserschwelle überschritten und Licht emittiert. Bei Halbleiterlasern wird diese Schwelle als Schwellstrom angegeben.

Ein klassischer Fabry-Pérot Laser besteht neben einem laseraktiven Material aus zwei Spiegeln, von denen einer teildurchlässig ist. In diesem optischen Resonator wird das Licht, das zwischen den Spiegeln oszilliert, kohärent verstärkt und schließlich durch den teildurchlässigen Spiegel ausgekoppelt. Die Oszillation wirkt dabei selektiv auf Licht, dessen halbe Wellenlänge $\frac{\lambda}{2}$ einem Vielfachen der Resonatorlänge $L_{\text{Resonator}}$

$$L_{\text{Resonator}} = n \frac{\lambda}{2} \quad (2.1)$$

entspricht. Diese diskreten elektromagnetischen Schwingungen dieser Frequenzen in einem optischen Resonator werden auch Moden genannt. Bei den in Abb. 2.1 dargestellten Laserdioden werden die Spiegel durch die Facetten genannten planparallelen Stirnflächen realisiert. Um die Oszillation in die andere Richtung zu unterdrücken, werden die anderen Endflächen der Laserdiode in der Regel rau belassen [33, 38].

Die in Abb. 2.1a schematisch dargestellte Laserdiode stellt eine einfache Homostruktur dar. Das Halbleitermaterial, zum Beispiel GaAs, ist auf der Oberseite p-dotiert und auf der Unterseite n-dotiert. An der Kontaktstelle entsteht die aktive Zone, in der die Laseroszillation stattfindet. Diese Struktur weist hohe Verluste auf, da der Laserstrahl nicht auf die aktive Zone begrenzt ist und in anderen Regionen stark gedämpft wird. Die doppelte Heterostruktur, die in Abb. 2.1b schematisch dargestellt ist, begegnet diesem Problem, indem die aktive Zone durch ein anderes Halbleitermaterial eingefasst ist und so den Schwellstrom deutlich reduziert [33, 38].

Wie bereits erwähnt, ist das emittierte Licht eines Lasers nicht auf eine diskrete Wellenlänge beschränkt, sondern entspricht einer Lorentz-Verteilung um die Grundwellenlänge. Diese sogenannte Linienbreite wird bei Halbleiterlasern unter anderem durch die klassische Strahlungsdämpfung sowie die quasikontinuierlichen Energiebänder hervorgerufen. Bei einem GaAs-Halbleiterübergang kann die Linienbreite bis zu 10 THz betragen [33], sie wird aber in der Regel durch einen geeigneten Resonatoraufbau auf einen Bereich von 30 MHz bis 100 MHz begrenzt [39].

Halbleiterlaser können je nach Aufbau zwar eine sehr geringe Linienbreite von wenigen kHz aufweisen, ihre absolute Stabilität in Bezug auf die Wellenlänge und emittierte Lichtintensität wird jedoch durch Änderungen der Temperatur, mechanische Vibrationen oder Störungen des Injektionsstroms negativ beeinflusst. Weiterhin unterliegen Diodenlaser einem Alterungsprozess, der unter anderem zu einer Wellenlängenänderung von bis zu 0,2 nm führen kann [34]. Für die Verwendung in der Metrologie sind daher externe Stabilisierungsmechanismen erforderlich [40].

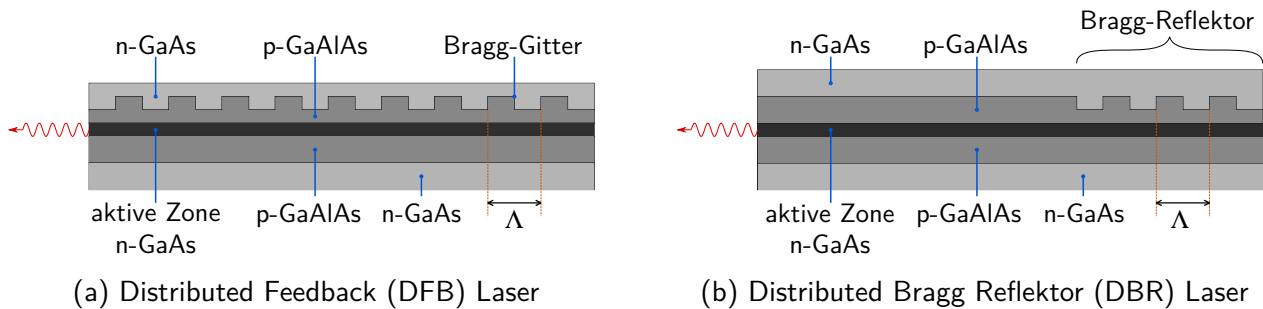


Abbildung 2.2.: Schematischer Aufbau von DFB und DBR Laserdioden

2.1.2. Distributed Feedback (DFB) und Distributed Bragg Reflektor (DBR) Laser

Eine Fabry-Pérot Laser Diode kann aufgrund der Eigenschaft ihres Resonators auf mehreren Moden gleichzeitig angeregt werden. Darüber weist sie eine Linienbreite auf, die für spektroskopische Anwendungen in der Metrologie zu groß ist. Um geringere Linienbreiten zu erreichen, können die Spiegel eines klassischen Resonators gegen einen Bragg-Reflektor ausgetauscht werden. Dieser besteht aus einem eindimensionalen Interferenzgitter mit der Gitterkonstante Λ .

$$m\lambda_0 = 2\eta_{\text{eff}}\Lambda \quad (2.2)$$

Durch die Reflexion an diesem Gitter erfährt die Wellenlänge λ_0 , die die Bragg-Bedingung gemäß Gleichung (2.2) erfüllt, konstruktive Interferenz, alle anderen Wellenlängen werden um bis zu 60 dB unterdrückt. Bei der Bragg-Bedingung bezeichnet η_{eff} den effektiven Brechungsindex, der sich aus den Brechungsindizes der Halbleiterschichten ergibt. m ist ein ganzzahliger Faktor. Bei einem in Abb. 2.2a strukturell gezeigten Distributed Feedback (DFB) Laser wird dieses Bragg-Gitter oberhalb der aktiven Zone aufgebracht. Alternativ lässt sich das Bragg-Gitter bei einem Distributed Bragg Reflektor (DBR) Laser hinter der aktiven Schicht aufbringen, wie in Abb. 2.2b gezeigt, sodass sie einen Spiegel des Resonators ersetzt. Das Bragg-Gitter bildet einen verteilten Reflektor, aufgrund dessen hoher Frequenzselektivität sich sehr geringe Linienbreiten im Bereich von 100 kHz erreichen lassen [41].

Weiterhin bietet dieser Aufbau die Möglichkeit, die Wellenlänge λ_0 über die Änderung der Gitterkonstante Λ zu verstimmen. Die Änderungen der Gitterkonstante ergeben sich dabei durch Temperaturänderungen der Laserdiode. Kleine Änderungen innerhalb der aktiven Zone lassen sich dabei durch den Injektionsstrom I_{inj} steuern, größere Änderungen von bis zu 5 nm durch eine externe Temperaturregelung. Diese lässt sich zum Beispiel mithilfe thermoelektrischer Kühlelemente (TEC) realisieren, die direkt auf der Laserdiode angebracht werden. Die Wellenlänge eines DFB-Lasers lässt sich im Arbeitspunkt als Funktion der Temperatur T und des Injektionsstroms I_{inj} entsprechend Gleichung (2.3) darstellen, wobei k_T den Temperaturkoeffizienten und k_I den Stromkoeffizienten der Wellenlänge bezeichnen, T_{AP} , $I_{\text{inj,AP}}$ und λ_{AP} sind die entsprechenden Werte im Arbeitspunkt [33, 34].

$$\lambda(I_{\text{inj}}, T) = k_T (T - T_{\text{AP}}) + k_I (I_{\text{inj}} - I_{\text{inj,AP}}) + \lambda_{\text{AP}} \quad (2.3)$$

Neben der temperaturabhängigen Gitterkonstante Λ ist auch der Brechungsindex η_{eff} vom Injektionsstrom I_{inj} abhängig. Eine Änderung des Stroms ändert die Ladungsträgerdichte im aktiven Medium,

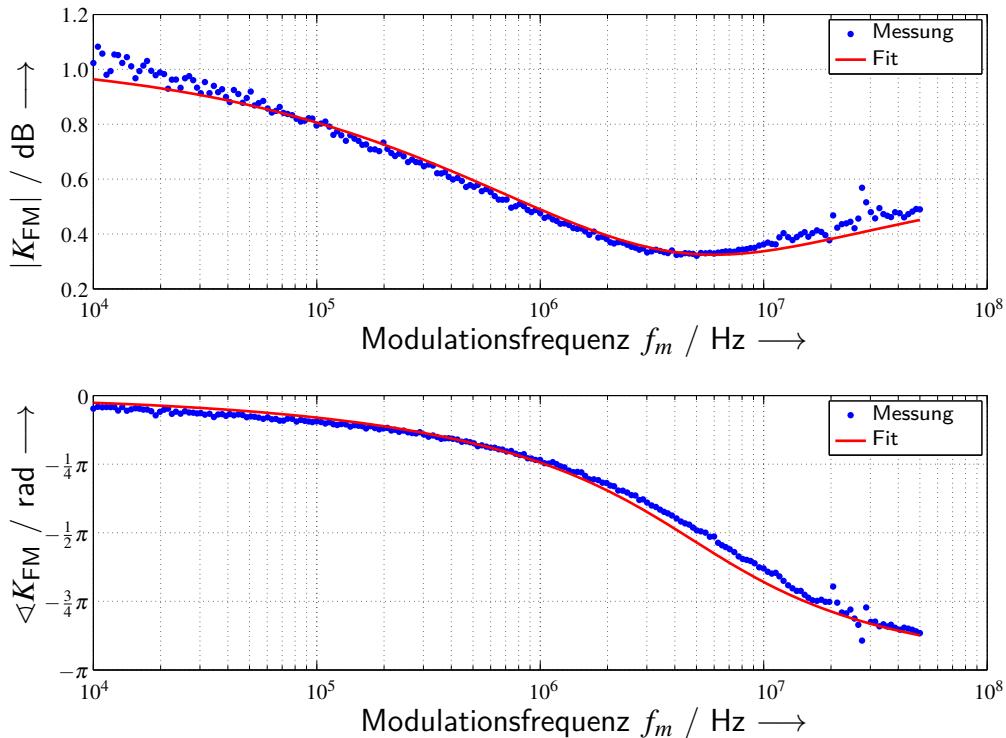


Abbildung 2.3.: Amplituden und Phasengang eines direkt modulierten, kommerziellen DFB-Lasers bei einer Wellenlänge von 1.539 nm nach [43]

die den Brechungsindex des aktiven Mediums bestimmt. Da somit Temperatur und Injektionsstrom die emittierte Wellenlänge beeinflussen, lässt sich durch eine einfache Amplitudenmodulation des Injektionsstroms I_{inj} eine Frequenzmodulation des emittierten Lichts erreichen. Da die Ladungsträgerdichte darüber hinaus den Verstärkungsfaktor der Laserdiode beeinflusst, führt dies zu einer gleichzeitigen Modulation der Intensität Φ des ausgesendeten Lichts [42].

Der Umsetzungsfaktor $K_{IM} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I_{inj}}$ der Intensitätsmodulation ist dabei abhängig von der Frequenz, kann aber bis in den GHz Bereich als konstant angenommen werden. $\Delta\Phi$ beschreibt dabei die Änderung der Intensität, die durch die Änderung des Injektionsstroms ΔI_{inj} ergibt. Der Umsetzungsfaktor wird maßgeblich durch die Änderung der Ladungsträgerverteilung dominiert, diese wird hauptsächlich durch den Injektionsstrom I_{inj} bestimmt.

Der Umsetzungsfaktor $K_{FM} = \frac{\Delta\nu}{\Delta I_{inj}}$ der Frequenzmodulation ist bei DFB Lasern frequenzabhängig und nicht linear, wie der [43] entnommene und in Abb. 2.3 gezeigte Amplituden- und Phasengang eines kommerziellen DFB-Lasers zeigt. Er wird durch drei unterschiedliche Effekte dominiert, die sich untereinander beeinflussen: der thermisch induzierten Änderung des Refraktionsindex, der direkten Änderung der Ladungsträgerverteilung durch die Änderung des Injektionsstroms und dem Spatial Hole Burning Effekt. Als Spatial Hole Burning bezeichnet man Inhomogenitäten der Ladungsträgerverteilung im aktiven Lasermaterial, die durch die stimulierte Rekombination hervorgerufen werden [44].

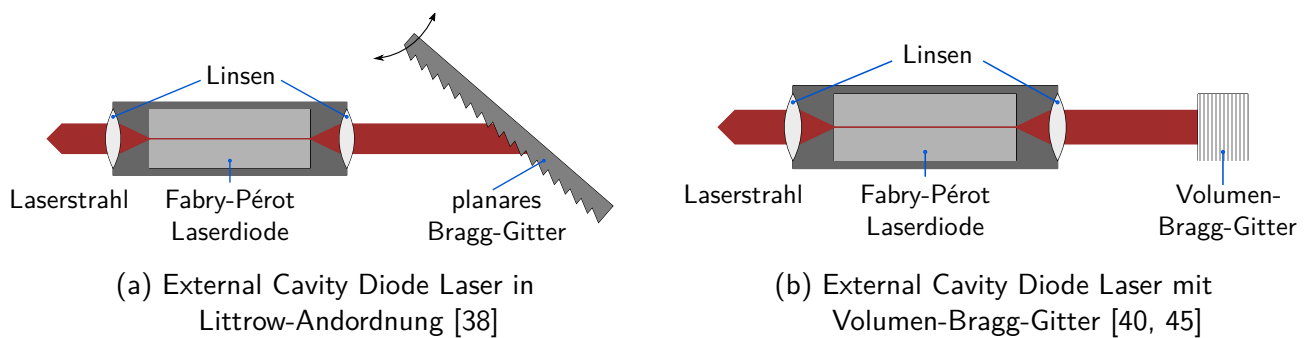


Abbildung 2.4.: Schematischer Aufbau von External Cavity Diode Laserdioden

2.1.3. External Cavity Diode Laser (ECDL)

Um die Linienbreite weiter zu reduzieren, werden externe Hohlraumresonatoren, sogenannte Kavitäten, eingesetzt. Bei einem mit solchen Resonatoren aufgebauten External Cavity Diode Laser (ECDL) wird der passive Resonator durch einen externen, wellenlängenselektiven Spiegel im Abstand $L_{\text{Resonator}}$ von der Laserdiode realisiert. Mit zunehmender Länge $L_{\text{Resonator}}$ des Resonators sinkt dabei die Linienbreite des Lasers. Durch den externen Spiegel ist es erforderlich, die entsprechende Facette der Laserdiode zu entspiegeln, da das zurückgeworfene Licht in der Diode verstärkt werden soll [40].

Als wellenlängenselektiver Spiegel kann unter anderem ein planares Bragg-Gitter verwendet werden. Abbildung 2.4 zeigt zwei verschiedene ECDL-Anordnungen. Beide bestehen aus einer Fabry-Pérot Laserdiode, bei denen die linke Facette halb-transparent und die rechte Facette entspiegelt ist. Eine Linse an jeder Facette kollimiert den austretenden Lichtstrahl. Die rechte Facette bildet den Eingang in den Resonator, der in Abb. 2.4a durch ein planares Bragg-Gitter und in Abb. 2.4b durch ein Volumen-Bragg-Gitter abgeschlossen wird. In der in Abb. 2.4a dargestellten Littrow-Anordnung lässt außerdem die Verstimmbarkeit des Lasers durch die Änderung des Winkels zwischen dem Beugungsgitter und dem Laserstrahl realisieren. Die Verstimmbarkeit ist dabei nur durch die Bandbreite der Laserdiode begrenzt und kann so im Bereich von 150 nm liegen [33].

Anstelle des planaren Gitters können auch andere Bragg-Gitter-Typen wie Faser-Bragg-Gitter, Waveguide-Bragg-Gitter oder holografische Volumen-Bragg-Gitter eingesetzt werden. Bei letzterem handelt es sich um ein fotosensitives Quarzglas, das eine Bragg-Gitterstruktur enthält. Dieses wird, wie in Abb. 2.4b dargestellt, als externer Spiegel genutzt und ermöglicht den Aufbau eines mechanisch robusten ECDL. Die Verstimmbarkeit des Lasers lässt sich dabei durch die Änderung der Temperatur des Quarzglases realisieren. Die Linienbreite eines solchen Lasers liegt deutlich unterhalb der von DFB Laser im Bereich von 50 kHz [40, 45].

Da die Wellenlänge bei diesen Lasern vom Winkel zwischen Beugungsgitter und Laserstrahl, bzw. der Temperatur des Bragg-Gitters abhängt, lässt sich die Wellenlänge über diese Parameter variieren. Eine direkte Modulation wie beim DFB Laser ist zwar möglich, der Umsetzungsfaktor ist im Vergleich jedoch deutlich kleiner. Daher werden für die Modulation der Lichtfrequenz in der Regel externe Elemente wie akustooptische Modulatoren (AOM) oder elektrooptische Modulatoren (EOM) verwendet [39].

2.2. Laser Absorptionsspektroskopie

Die Absorptionsspektroskopie nutzt die auch für die Kühlung von Atomen (vgl. Abschnitt 1.1) genutzte Wechselwirkung zwischen Atomen, Ionen oder Molekülen und Photonen spezifischer Wellenlängen. Ein Atom hat mehrere diskrete Energiezustände, in denen es sich befinden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Spektroskopie mit Rubidium-Atomen verwendet, daher wird zunächst der Aufbau der Energiezustände von Rubidium näher erläutert. Darauf aufbauend werden Absorptions- und Fluoreszenzspektroskopie eingeführt, sowie anschließend die Sättigungsspektroskopie sowie die frequenzmodulierte Spektroskopie.

2.2.1. Optische Übergänge von Atomen

Nach der Zentralfeldnäherung, bei der nur die kinetischen Energien der Elektronen und des Nukleus und ihre Interaktion betrachtet werden, sind die diskreten Energiezustände nur von der Hauptquantenzahl N des Atoms abhängig. Die Hauptquantenzahl N beschreibt dabei die äußerste Schale, in der sich Elektronen des Atoms befinden.

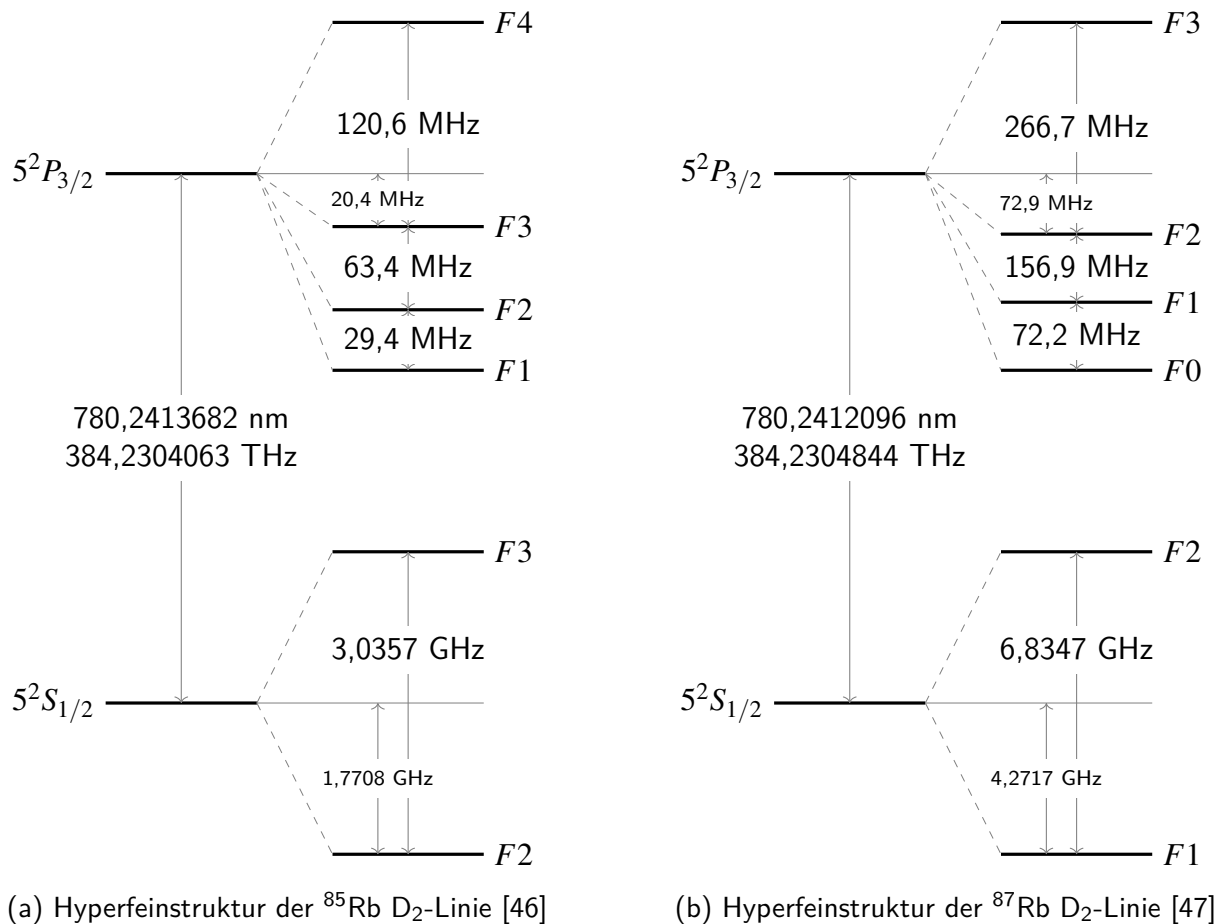
Die sich durch diese Näherung ergebenden Energiezustände können in der Realität nicht angenommen werden. Daher muss auch der Drehimpuls der Atomhülle, beschrieben durch die Gesamtdrehimpulsquantenzahl J berücksichtigt werden. Diese kennzeichnet dabei die Summe aus Bahndrehimpuls (Quantenzahl L) und dem Elektronenspin (Quantenzahl S). Der Einfluss von Bahndrehimpuls und Spin erweitert die Anzahl der möglichen Energieniveaus, die in der Notation $N^{2S+1}L_J$ angegeben werden. Die Gesamtdrehimpulsquantenzahl L wird dabei mit den Buchstaben S,P,D,F, usw., die das äußerste Atomorbital beschreiben, gekennzeichnet.

So hat zum Beispiel das Rubidium Isotop ^{85}Rb im Grundzustand insgesamt 37 Elektronen, diese besetzen insgesamt 5 Schalen des Atoms, sodass sich die Hauptquantenzahl $N = 5$ ergibt. Die Bahndrehimpulsquantenzahl wird bei Alkali-Atomen durch das Orbital des Außenelektrons bestimmt, im Falle des Grundzustands von ^{85}Rb ist dies ein s-Orbital. Daraus ergibt sich $L = 0$, bzw. der Buchstabe S. Der Spin eines Elektrons wird mit $+\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$ gekennzeichnet, mit der Spinquantenzahl S wird bei Alkali-Atomen der Spin des Außenelektrons bezeichnet. Aus Bahndrehimpulsquantenzahl und Spinquantenzahl kann die Gesamtdrehimpulszahl $J = L \pm S$ bestimmt werden. Da beim ^{85}Rb Grundzustand $L = 0$ ist, ist der Einfluss der des Spins energetisch gleich ($|L + S| = |L - S|$), der Spin wird mit $S = +\frac{1}{2}$ angenommen. Daraus ergibt sich $J = \frac{1}{2}$. Für den Grundzustand von ^{85}Rb resultiert somit die Notation $5^{2\frac{1}{2}+1}S_{\frac{1}{2}}$ bzw. verkürzt $5^2S_{1/2}$.

Wird das ^{85}Rb angeregt, ändert sich der Bahndrehimpuls des Außenelektrons von einem s- in ein p-Orbital. Dies hat Einfluss auf die Nebenquantenzahl L , da für ein p-Orbital $L = 1$ gilt. Die Änderung wirkt sich damit auch auf die Gesamtdrehimpulszahl $J = 1 \pm \frac{1}{2}$ aus. Dabei entsteht die Aufspaltung des angeregten Zustands, die Notationen für die angeregten Zustände von ^{85}Rb sind damit $5^2P_{1/2}$ und $5^2P_{3/2}$. Die Anregung des Elektrons bedeutet eine Erhöhung der Energie des Atoms um einen diskreten Wert, diese kann zum Beispiel durch die Absorption eines Photons hervorgerufen werden. Dessen Energie E_{Photon} wird durch seine Frequenz ν , bzw. Wellenlänge λ definiert,

$$E_{\text{Photon}} = h\nu = h\frac{c_0}{\lambda} \quad (2.4)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bezeichnet. Die Anregung des Elektrons vom s- in das p-Orbital kann daher auch in Form der Frequenz, bzw.

Abbildung 2.5.: Hyperfeinstruktur der Rubidium D₂-Linie

Wellenlänge des Photons beschrieben werden, wie auf der linken Seite der Abbildungen 2.5a und 2.5b. Dieser Teil der Beschreibung der Zustandsübergänge von Atomen wird auch als Feinstruktur bezeichnet.

In den Abbildungen wird jeweils nur der Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ der Rubidium-Isotope ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb dargestellt, der durch Photonen mit einer Wellenlänge im Bereich von 780 nm induziert werden kann. Für den Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ von ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb werden Photonen mit einer Wellenlänge im Bereich von 794 nm benötigt. Aufgrund dieses deutlichen Unterschieds in der Wellenlänge, werden die Übergänge auch als D₁- und D₂-Linien¹ bezeichnet, wobei der Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ die D₁-Linie und der Übergang $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ die D₂-Linie ergibt.

Neben dem Drehimpuls der Elektronen kann auch der Nukleus des Atoms einen durch die Kernspinzquantenzahl I beschriebenen Gesamtdrehimpuls aufweisen, der sich aus den Bahndrehimpulsen der Protonen und Neutronen sowie deren Spins ergibt. Ist $I \neq 0$ muss die Kopplung zwischen den Drehimpulsen des Kerns und der Atomhülle bei der Betrachtung der Energiezustände berücksichtigt werden. Die Summe aus Gesamtdrehimpulsquantenzahl J und Kernspinzquantenzahl I ergibt die Gesamtdrehimpulsquantenzahl $F = J + I$ eines Atoms, diese splittet die Zustände der oben beschriebenen Feinstruktur in die sogenannte Hyperfeinstruktur auf. Diese Hyperfeinstruktur tritt aber nur

¹Die Bezeichnung D₁- bzw. D₂-Linie beruht auf der historischen Benennung der Natrium Spektrallinien entsprechend der Fraunhoferlinien. Die Übergänge zwischen Grund- und angeregten Zuständen aller Alkali Atome werden als D₁- und D₂-Linien bezeichnet.

bei Isotopen wie Rubidium auf, die einen resultierenden Kernspin aufweisen (^{85}Rb : $I = 5/2$, ^{87}Rb : $I = 3/2$). In Abb. 2.5 ist die Aufspaltung der auf der linken Seite dargestellten Feinstruktur in die rechtsseitig abgebildete Hyperfeinstruktur gestrichelt angedeutet. Die Frequenzen zwischen den einzelnen Zuständen der Hyperfeinstruktur entsprechen dabei analog zur Angabe bei der Feinstruktur der Frequenzdifferenz der Photonen, deren Energie zum Erreichen der jeweiligen Zustände der Hyperfeinstruktur nötig sind.

Wie oben beschrieben, erfolgt die Anregung eines Atoms durch die Absorption eines Photons. Dabei entscheidet der Grundzustand des Atoms, sowie die Energie des Photons, in welchen der möglichen angeregten Zustände der Hyperfeinstruktur das Atom wechselt. Fällt das Atom entsprechend der Halbwertszeit des angeregten Zustands zurück in einen der Grundzustände wird ein Photon der Energie des Übergangs isotrop emittiert. Dieser Vorgang wird auch als Fluoreszenz bezeichnet. Die Energien der Zustände und ihre Differenzen stellen dabei Naturkonstanten dar. Dabei kann durch den Einfluss eines Magnetfeldes (Zeemann-Effekt) oder eines elektrischen Felds (Stark-Effekt) eine Verschiebung der Energieniveaus auftreten. Diese treten erst bei höheren Feldstärken auf und lassen sich daher durch geeignete Maßnahmen unterdrücken.

Nicht jeder mögliche Übergang zwischen einem Grundzustand und einem angeregtem Zustand ist möglich. Durch die sogenannten Auswahlregeln sind bestimmte Übergänge erlaubt, andere hingegen nicht. Da zum Beispiel ein Photon auch einen Drehimpuls aufweist, kann sich die Gesamtdrehimpulsquantenzahl J bei der Absorption oder Emission eines Photons nur um den Wert $\Delta J = +1$, $\Delta J = 0$ oder $\Delta J = -1$ ändern. Der Kernspin des Atoms I bleibt dabei erhalten, sodass sich eine Änderung der Gesamtdrehimpulszahl J entsprechend $F = I + J$ direkt auf die Gesamtdrehimpulsquantenzahl des Atoms F auswirkt. So ist zum Beispiel bei der Anregung des ^{87}Rb Grundzustands $5^2S_{1/2}F1$ durch die Absorption eines Photons nur der Übergang auf $5^2P_{3/2}F0$ ($\Delta J = -1$), $5^2P_{3/2}F1$ ($\Delta J = 0$) oder $5^2P_{3/2}F2$ ($\Delta J = +1$) möglich, der Übergang auf $5^2P_{3/2}F3$ ($\Delta J = +2$) jedoch nicht [32, 48]

Linienbreite

Die emittierte Strahlung beim Wechsel aus dem angeregten zum stabilen Zustand ist nicht streng monochromatisch, sondern entspricht der am Beispiel des ^{87}Rb D_2 -Übergangs in Abb. 2.6a dargestellten Lorentz-Verteilung um die Resonanzfrequenz ν_r . Diese als natürliche Linienbreite bezeichnete Verteilung lässt sich aus der Betrachtung der gedämpften Schwingung herleiten, mit der das angeregte Atom beschrieben werden kann. Die Halbwertsbreite (engl. Full Width Half Maximum, FWHM) der natürlichen Linienbreite $\delta\nu_n$ des Übergangs lässt nach

$$\delta\nu_n = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (2.5)$$

aus der Halbwertszeit τ des angeregten Energieniveaus bestimmen [49]. Die natürliche Linienbreite des Übergangs $5^2S_{1/2} - > 5^2P_{3/2}$ (vgl. Abb. 2.6) beider Rubidiumisotope beträgt etwa 6 MHz [46, 47].

Das durch hohe Lichtintensitäten hervorgerufene optische Pumpen von Atomen in den angeregten Energiezustand führt zur Sättigung. Da diese in der Linienmitte stärker ist, führt dies zu einer homogenen Verbreiterung der natürlichen Linienbreite $\delta\nu_n$ um die Resonanzfrequenz ν_r entsprechend Gleichung (2.6).

$$\delta\nu_s = \delta\nu_n \sqrt{1+S} \quad (2.6)$$

$$\text{mit } S = \frac{\sigma_a \Phi}{2\pi\delta\nu_n h\nu_r} \quad \text{und} \quad \sigma_a = \frac{\pi^2}{4} \lambda_0^2 \quad (2.7)$$

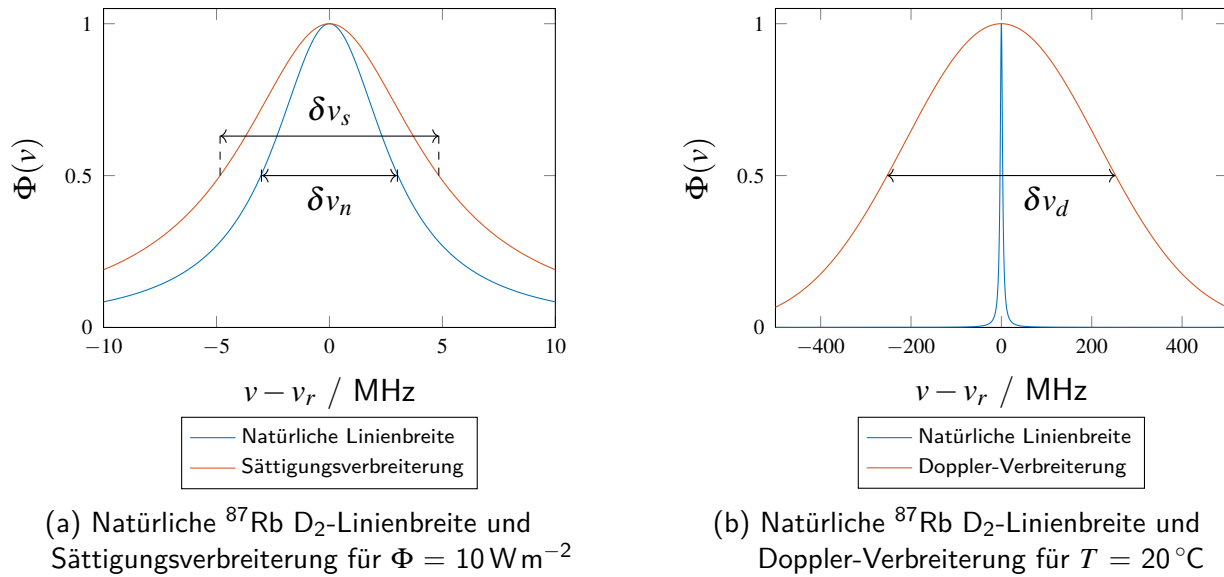
(a) Natürliche ^{87}Rb D₂-Linienbreite und Sättigungsverbreiterung für $\Phi = 10 \text{ W m}^{-2}$ (b) Natürliche ^{87}Rb D₂-Linienbreite und Doppler-Verbreiterung für $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Abbildung 2.6.: Natürliche Linienbreite optischer Übergänge und ihre Verbreiterungen

S beschreibt dabei den Sättigungsparameter, der nach Gleichung (2.7) von der Intensität Φ des eingestrahlten Lichts, dem Absorptionsquerschnitt σ_a , der natürlichen Linienbreite $\delta\nu_n$ und der Resonanzfrequenz des Übergangs ν_r abhängt [49]. Die Sättigungsverbreiterung des ^{87}Rb D₂-Übergangs ist in Abb. 2.6a für eine Intensität Φ von 10 W m^{-2} gezeigt.

Die natürliche Linienbreite wird durch die sogenannte Doppler-Verbreiterung stark aufgeweitet. Die für einen ruhenden Beobachter messbare Frequenz ν_d eines Moleküls der Temperatur T wird durch die Eigenbewegung des Teilchens entsprechend dem Dopplereffekt verstimmt. Da die Atome eines Gases eine isotrope Geschwindigkeitsverteilung aufweisen, entspricht die beobachtete Frequenzverteilung dem in Abb. 2.6b gezeigten Gauß-Profil der Halbwertsbreite $\delta\nu_d$ entsprechend Gleichung (2.8).

$$\delta\nu_d = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{8kT \ln(2)}{m}} \quad (2.8)$$

Die Variable m ist dabei die Atommasse und k die Boltzmann-Konstante. Für den $5^2S_{1/2} - > 5^2P_{3/2}$ Übergang von ^{87}Rb liegt die Halbwertsbreite der Doppler-Verbreiterung bei Raumtemperatur ($20 \text{ }^\circ\text{C}$) bei etwa 500 MHz, zwei Größenordnungen oberhalb der natürlichen Linienbreite [49].

Beobachtet man die optischen Übergänge eines Atoms, zum Beispiel durch eine spektroskopische Messung, führen diese Linienverbreiterungen in der Beobachtung zu einer starken Ausweitung der eigentlich diskreten Energiezustände des Atoms. Daher müssen sie bei der Wahl der Messmethode berücksichtigt oder durch geeignete Maßnahmen unterdrückt werden.

2.2.2. Absorptions- und Fluoreszenzspektroskopie

Bei der klassischen Absorptionsspektroskopie wird, wie in Abb. 2.7a gezeigt, eine Probe gasförmiger Atome durch eine fokussierte Lichtquelle mit breitem Spektrum beleuchtet. Das Spektrum des transmittierten Lichts wird anschließend mithilfe eines Spektrografen, zum Beispiel einem Prisma oder einem Monochromator aufgezeichnet, sodass sich eine frequenzabhängige Intensität $\Phi(\nu)$ ergibt.

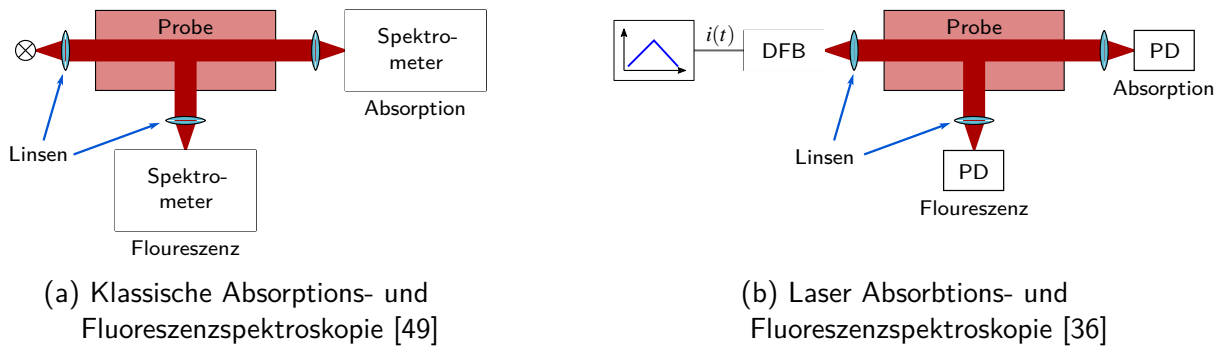


Abbildung 2.7.: Absorptions- und Fluoreszenzspektroskopie

Durch die oben beschriebene Absorption von Photonen spezifischer Wellenlängen, die sich den optischen Übergängen unterschiedlicher atomarer Spezies zuordnen lassen, verringert sich die Intensität dieser Wellenlängen. Über den Vergleich des gemessenen Intensitätsspektrums $\Phi(\nu)$ mit einem Referenzspektrum $\Phi_{\text{ref}}(\nu)$ desselben Aufbaus lässt sich auf die Zusammensetzung des untersuchten Gases zurückschließen. Mit einem empfindlichen Detektor lässt sich alternativ auch das Intensitätsspektrum des durch isotrope Fluoreszenz emittierten Lichts untersuchen [49]. Die Auflösung ist dabei hauptsächlich durch die spektrale Auflösung des verwendeten Spektrografen bzw. Monochromators limitiert. Eine weitere natürliche Begrenzung ist die oben beschriebene Doppler-Verbreiterung der natürlichen Linienbreite eines optischen Übergangs. Überlappen die Doppler-verbreiterten optischen Übergänge verschiedener atomarer Spezies, lassen sich diese im Intensitätsspektrum nicht mehr trennen [49].

Um der Begrenzung durch das Spektrometer bzw. den Monochromator zu entgehen, kann, wie in Abb. 2.7b dargestellt, ein verstimmbarer Laser, beispielsweise ein in Abschnitt 2.1 beschriebener DFB-Laser oder ein ECDL, als Lichtquelle eingesetzt werden. Ist die Linienbreite des Lasers ausreichend schmal, ist die spektrale Aufteilung der Lichtintensität durch ein Spektrometer nicht mehr notwendig und es können einfache Photodioden (PD) als Detektoren eingesetzt werden. Die emittierte Frequenz ν des Lasers wird nun kontinuierlich über den gewünschten Bereich verstimmt, sodass an der Photodiode wieder das Intensitätsspektrum $\Phi(\nu)$ gemessen werden kann. Da die Linienbreite solcher Halbleiterlaser, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, im Bereich unterhalb von 1 MHz liegen kann, wird die Auflösung dieses Aufbaus im Wesentlichen durch die Doppler-Verbreiterung der optischen Übergänge, die mehr als 100 MHz breit sein kann (vgl. Abschnitt 2.2.1), bestimmt [36].

Abbildung 2.8 zeigt eine Simulation des durch Fluoreszenz emittierten Spektrums der D_2 -Linie der Rubidiumisotope ^{85}Rb und ^{87}Rb bei einer Temperatur von 20°C . Da sich die Absolutfrequenzen im THz-Bereich befinden, das Spektrum aber nur eine Breite von 10 GHz aufweist, wurde auf der Abszisse die Abweichung von der Mittenfrequenz von 384,230000 THz aufgetragen. Durch die spektrale Nähe der Hyperfeinaufspaltung der angeregten $5^2P_{3/2}$ Zustände lässt sich nur die Hyperfeinaufspaltung der $5^2S_{1/2}$ Grundzustände erkennen.

Die abgebildete Intensität der Emission entspricht dabei auf Basis von beobachteten Spektren ermittelten Schätzwerten und dient nur der Anschauung der Verhältnisse. Die sichtbaren Emissionsspektren der Übergänge entsprechen dabei den Doppler-verbreiterten optischen Übergängen aus den angeregten Zuständen in die hyperfein aufgeteilten Grundzustände, deren Abstand im GHz Bereich liegt (vgl. Abb. 2.5).

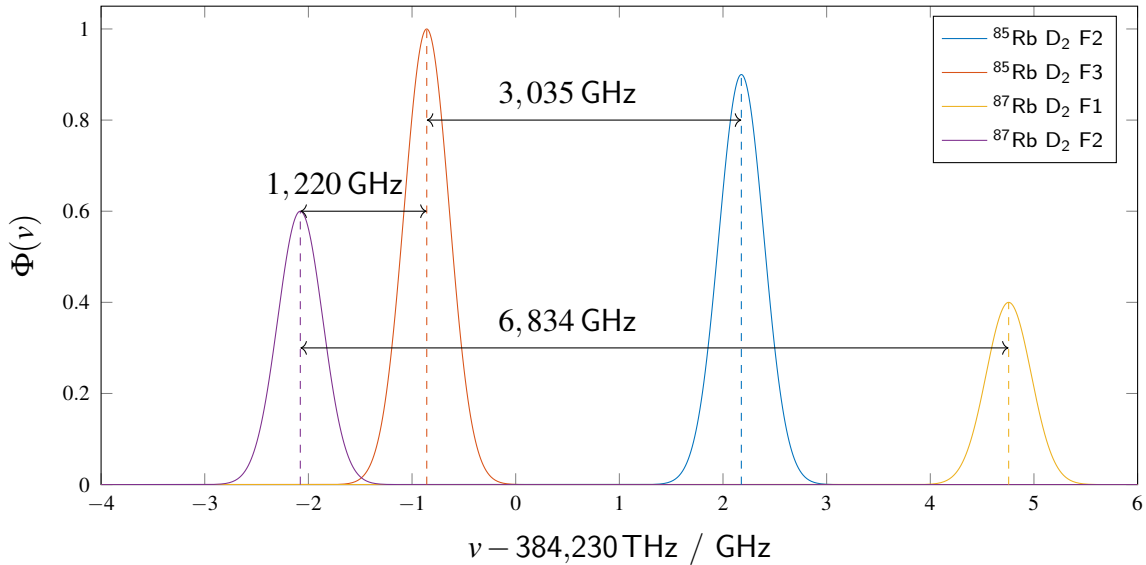


Abbildung 2.8.: Simuliertes Emissionsspektrum der dominanten Hyperfeinaufspaltung der ^{85}Rb und ^{87}Rb D_2 -Linien

2.2.3. Sättigungsspektroskopie

Durch einen Laserstrahl mit einer hohen Lichtintensität Φ wird die Besetzung des angeregten Energiezustands stark erhöht, während sich somit eine gleichgroße Verringerung der Besetzung des Grundzustands ergibt. Da die Absorption von der sättigungsverbreiterten, natürlichen Linienbreite abhängt, ergibt sich eine Bennett-Loch genannte Verringerung in der frequenzabhängigen Besetzungsdichte des angeregten Energiezustands. Das Bennett-Loch weist dabei ein Lorentz-Profil mit der Linienbreite $\delta\nu_s$ auf.

Wird ein starker Laser auf die Resonanzfrequenz ν_r eines Übergangs eingestellt, so erzeugt dieser das Bennett-Loch, durch das so genannte optische Pumpen. Mithilfe eines zweiten, schwächeren Laserstrahls, der dem Pumplaser entgegen gerichtet ist, lässt sich ein Absorptionsprofil, das durch den in Abb. 2.9a dargestellten frequenzabhängigen Absorptionskoeffizienten $\alpha(\nu)$ hervorgerufen wird, aufzeichnen. Der Lamb-Dip genannte Einbruch bei $\nu = \nu_r$ ergibt sich, da im Bereich des Bennett-Lochs des Grundzustands nur eine geringe Anzahl an Atomen durch den zweiten Laserstrahl angeregt werden kann und somit weniger Photonen absorbiert werden. Anstelle eines Pumplasers und eines Tastlasers, kann der Laserstrahl eines Lasers in sich selbst reflektiert werden, wenn eingestrahler und reflektierter Laserstrahl zum Beispiel aufgrund ihrer Polarisation separierbar sind.

Die Halbwertsbreite des Lorentz-Profiles des Lamb-Dips $\delta\nu_{LD}$ entspricht der sättigungsverbreiterten Linienbreite $\delta\nu_s$: Diese ist deutlich kleiner als die Doppler-verbreiterte Linienbreite $\delta\nu_d$. Soll mithilfe einer Spektroskopie die Wellenlänge eines Lasers bestimmt werden, lässt sich daher mithilfe der Sättigungsspektroskopie eine höhere Frequenzauflösung erzielen als mit der einfachen Absorptionsspektroskopie. Die Tiefe des Lamb-Dips ist abhängig von der Intensität des eingestrahelten Lichts. Da bei der Sättigungsspektroskopie das Gaußprofil der Doppler-Verbreiterung ein Störsignal ist, das zum Teil unterdrückt wird, wird diese Art der Spektroskopie als Doppler-freie, nicht lineare Sättigungsspektroskopie bezeichnet [36, 32, 50].

Überlappen zwei Doppler-verbreiterte Übergänge der Hyperfeinstruktur, wie in der Abb. 2.9b am Beispiel der Übergänge des Grundzustands $5^2S_{1/2}F2$ von ^{87}Rb in die $5^2P_{3/2}$ Zustände dargestellt,

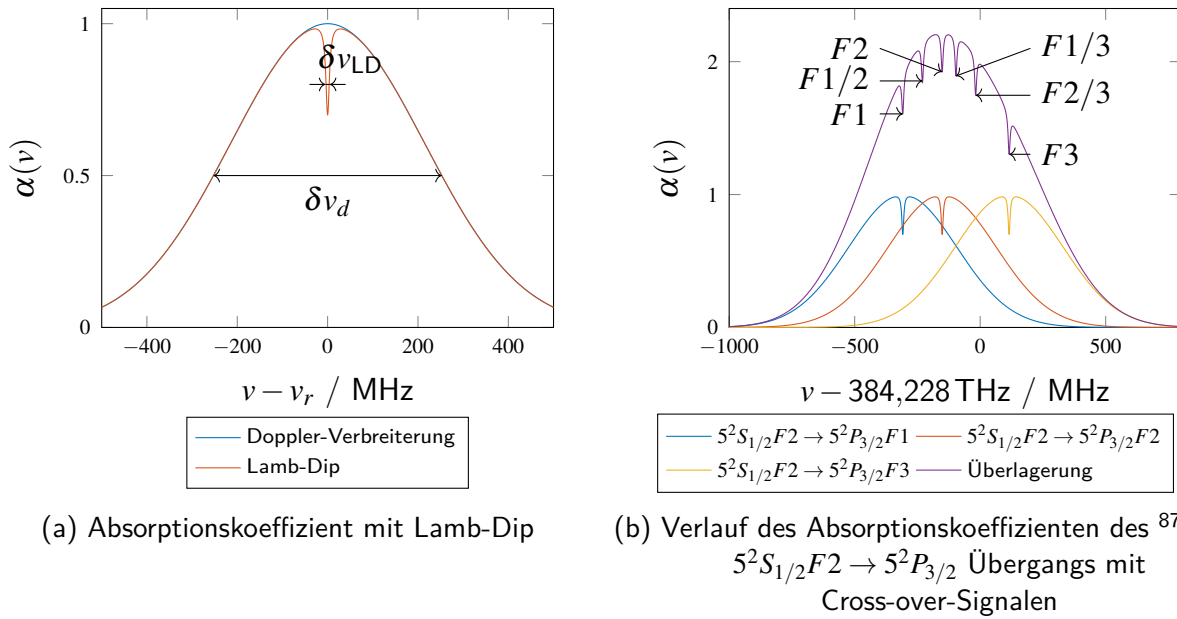


Abbildung 2.9.: Lamb-Dips und Cross-over-Signale in Absorptionskoeffizienten in der Sättigungsspektroskopie

ergibt sich bei der Überlagerung ein sogenanntes Cross-over-Signal in Form eines weiteren Lamb-Dips in der Mitte der beiden Übergänge [36]. Das Cross-over-Signal der Übergänge $F2 \rightarrow F1$ (blau) und $F2 \rightarrow F2$ (rot) wird dabei in der Form $F1/2$ angegeben, die Signale $F1/3$ und $F2/3$ ergeben sich entsprechend. Die Überlagerung aller Doppler-verbreiterten Übergänge ergibt den in der Sättigungsspektroskopie messbaren Verlauf des Absorptionskoeffizienten entsprechend der in Abb. 2.9b violetten Kurve.

2.2.4. Frequenzmodulierte Laserspektroskopie

Neben den beschriebenen klassischen Methoden Absorptions- und Sättigungsspektroskopie gibt es davon abgewandelte Methoden, wie beispielsweise die frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS), die verschiedene Vor- und Nachteile aufweisen. So ist die Sensitivität der frequenzmodulierten Laserspektroskopie im Vergleich zur „einfachen“ Absorptionsspektroskopie höher, dafür erfordert sie einen komplexeren Aufbau. Neben der Sensitivität ist die Form der Ausgangssignale nicht identisch. Dies kann für eine spätere Frequenzstabilisierung gegebenenfalls von Vorteil sein.

Bei der frequenzmodulierten Laserspektroskopie wird das vom Laser emittierte Licht der Trägerfrequenz ν_c mit einem sinusförmigen Signal der Frequenz $\nu_m \ll \nu_c$ moduliert. Eine DFB-Laserdiode weist, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, einen nicht linearen, frequenzabhängigen FM-Umsetzungsfaktor K_{FM} auf. Dieser wird bei kleinen Modulationsfrequenzen im MHz-Bereich als konstant angenommen. Der Modulationsindex H ergibt sich entsprechend Gleichung (2.9) aus dem Verhältnis von Frequenzhub $\Delta\nu$ zur Modulationsfrequenz ν_m .

$$H = \frac{\Delta\nu}{\nu_m} = \frac{I_m K_{FM}}{\nu_m} \quad (2.9)$$

Da sich der Frequenzhub als Produkt der Modulationsamplitude des Injektionsstroms I_m und dem als konstant angenommenen FM-Umsetzungsfaktor ergibt, lässt sich der Modulationsindex direkt aus

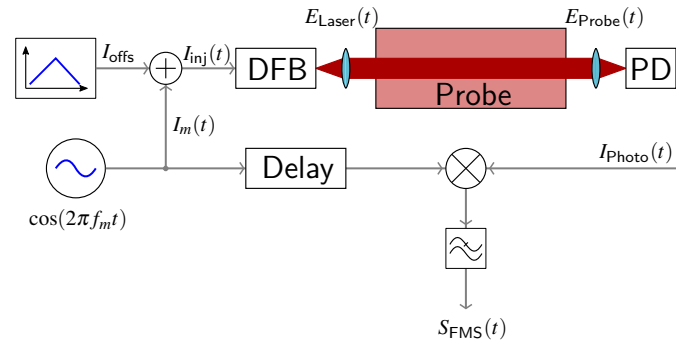


Abbildung 2.10.: Aufbau der frequenzmodulierten Laserspektroskopie

den Eigenschaften des mit der Frequenz f_m amplitudenmodulierten Injektionsstroms bestimmen. Die Frequenz der Amplitudenmodulation f_m des Injektionsstroms wird dabei zur Modulationsfrequenz der Frequenzmodulation ν_m des emittierten Lichts, es gilt:

$$\nu_m = f_m \quad (2.10)$$

Die Modulation kann abhängig von der verwendeten Laserdiode, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, bei einem DFB-Laser durch direkte Modulation des Injektionsstroms oder bei einem ECDL durch einen elektrooptischen Modulator erfolgen. Spektral ergeben sich dabei schwache Seitenbänder im Abstand $n\nu_m$ vom Trägersignal bei ν_c , wobei n für eine ganze Zahl steht.

Abbildung 2.10 zeigt den vereinfachten Aufbau für eine frequenzmodulierte Laserspektroskopie mit einem direkt modulierten DFB-Laser. Das Signal I_{offs} ist der unmodulierte Offsetstrom, der einem langsamen Dreieckprofil folgt, sodass die daraus resultierende Lichtfrequenz ν_c über den Bereich eines optischen Übergangs scannt. Die Dreiecksfrequenz f_{tri} liegt dabei mindestens drei Größenordnungen unterhalb der Modulationsfrequenz f_m .

Auf den Injektionsstrom wird ein kleiner Modulationsstrom $I_m \ll I_{\text{offs}}$ addiert, sodass sich der modulierte Injektionsstrom des Lasers $I_{\text{inj}}(t)$ ergibt. I_{offs} wird für die folgenden mathematischen Betrachtungen als konstant angenommen, da die Frequenz des Dreiecks f_{tri} deutlich kleiner als die Modulationsfrequenz f_m ist. Der emittierte Lichtstrahl durchläuft eine transparente Zelle mit einer Gasprobe und wird dann auf eine Photodiode fokussiert, mit der die Intensität des Lichts detektiert wird. Der Photostrom der Photodiode $I_{\text{Photo}}(t)$ wird phasensynchron mit dem Signal des lokalen Oszillators $\cos(2\pi f_m t)$ gemischt und anschließend mit einem Tiefpass gefiltert, sodass sich das Ausgangssignal $S_{\text{FMS}}(t)$ ergibt, das zum Beispiel auf einem Oszilloskop angezeigt werden kann. Ein variables Verzögerungselement („Delay“) dient dazu, die Phasenverschiebung durch den optischen Signalpfad vor der Mischung auszugleichen.

Das elektrische Feld des modulierten Lichtstrahls E_{Laser} ist in Gleichung (2.11) beschrieben, wobei E_0 die Amplitude des elektrischen Felds des unmodulierten Laserstrahls darstellt, $c.c.$ bezeichnet die zum Vorstehenden konjugiert komplexen Signalanteile.

$$E_{\text{Laser}}(t) = \frac{E_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(H) e^{j2\pi(\nu_c + n\nu_m)t} + c.c. \quad (2.11)$$

Da der Modulationsindex sehr klein ist $H \ll 1$, können die Besselfunktionen $J_n(H)$ für $n \leq 1$, die die Amplituden des Trägers und der ersten Seitenbänder bestimmen, zu $J_0(H) = 1$ und $J_1(H) = \frac{H}{2}$

angenähert werden. Die Besselfunktionen $J_n(H)$ für $n > 1$ können als null angenommen werden, sodass die höheren Seitenbänder verschwinden und sich Gleichung (2.12) ergibt.

$$E_{\text{Laser}}(t) \approx \frac{E_0}{2} \left(-\frac{H}{2} e^{j2\pi(v_c - v_m)t} + e^{j2\pi v_c t} + \frac{H}{2} e^{j2\pi(v_c + v_m)t} \right) + c.c. \quad (2.12)$$

Wird das Licht in ein Spektroskopiemedium, wie zum Beispiel eine Rubidium-Gaszelle der Länge L_{Zelle} eingestrahlt, erfahren die Seitenbänder und das Trägersignal unterschiedlich starke Absorption. Daraus resultiert das in Gleichung (2.13) beschriebene Signal.

$$E_{\text{Probe}}(t) = \frac{E_0}{2} \left(-Q(v_c - v_m) \frac{H}{2} e^{j2\pi(v_c - v_m)t} + Q(v_c) e^{j2\pi v_c t} + Q(v_c + v_m) \frac{H}{2} e^{j2\pi(v_c + v_m)t} \right) + c.c. \quad (2.13)$$

Q ist dabei ein frequenzabhängiger Koeffizient, der die Dämpfung und die Phasenverschiebung, die durch einen optischen Übergang mit dem Absorptionskoeffizienten $\alpha(\nu)$ und dem Brechungsindex $\eta(\nu)$ hervorgerufen werden, entsprechend Gleichung (2.14) beschreibt.

$$Q(f) = e^{-\frac{\alpha(\nu)L_{\text{Zelle}}}{2} - j\frac{\eta(\nu)L_{\text{Zelle}}(2\pi\nu_c + j2\pi\nu_m)}{c_0}} \quad (2.14)$$

Der Photostrom der Photodiode $I_{\text{Photo}}(t)$ ist proportional zur Intensität der Einhüllenden $\Phi_{\text{Photo}}(t) = \frac{c}{8\pi} |E_{\text{Probe}}|^2$ des einfallenden Lichtstrahls E_{Probe} . Aufgrund des geringen Modulationsindex $H \ll 1$, können die Terme mit H^2 vernachlässigt werden, Terme mit der doppelten Anregungsfrequenz $2\nu_0$ entfallen ebenfalls, da diese für die Photodiode zu hochfrequent sind. Der an der Photodiode messbare Photostrom ist entsprechend proportional zu $\Phi'_{\text{Phot}}(t)$, das in Gleichung (2.15) beschrieben ist.

$$\Phi'_{\text{Phot}}(t) = \frac{cE_0^2}{8\pi} e^{\Psi(\nu_c)} \left(1 + [\Psi(\nu_c - \nu_m) - \Psi(\nu_c + \nu_m)] H \cos(2\pi\nu_m t) + [\Theta(\nu_c - \nu_m) + \Theta(\nu_c + \nu_m) - 2\Theta(\nu_c)] H \sin(2\pi\nu_m t) \right) \quad (2.15)$$

Dabei wird die frequenzabhängige Dämpfung durch $\Psi(\nu)$, die frequenzabhängige Phasenverschiebung durch $\Theta(\nu)$ dargestellt. Im Falle eines spektralen Features², das durch eine Lorentz-Verteilung der Halbwertsbreite $\delta\nu$ beschrieben werden kann, beispielsweise einem Lamb-Dip, kann dieses durch Gleichungen (2.16) und (2.17) bestimmt werden.

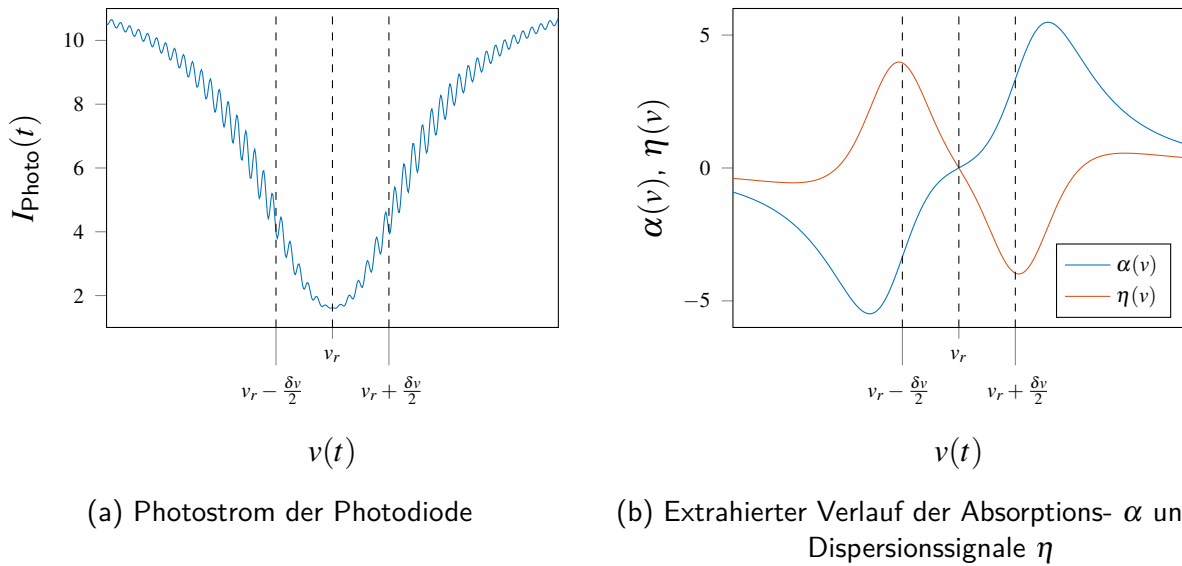
$$\Psi(\nu) = \Psi_{\text{peak}} \left(\frac{1}{R^2(\nu) + 1} \right) \quad (2.16)$$

$$\Theta(\nu) = \Psi_{\text{peak}} \left(\frac{R(\nu)}{R^2(\nu) + 1} \right) \quad (2.17)$$

Dabei beschreibt Ψ_{peak} die maximale Dämpfung des Lichts durch das spektrale Feature, die bei ν_0 auftritt. Die Frequenzabhängigkeit wird dabei durch die normalisierte Verschiebung $R(\nu)$ der Frequenz ν gegenüber der Resonanzfrequenz ν_r nach Gleichung (2.18) beschrieben.

$$R(\nu) = \frac{2(\nu - \nu_r)}{\delta\nu} \quad (2.18)$$

²Ein spektrales Feature bezeichnet die frequenzselektive Absorption oder Dispersion des eingestrahlten Lichts, hervorgerufen zum Beispiel durch die Anregung von Atomen oder Molekülen



(a) Photostrom der Photodiode

(b) Extrahierter Verlauf der Absorptions- α und Dispersionssignale η

Abbildung 2.11.: Verlauf des an der Photodiode gemessenen und daraus extrahierten Absorptions- und Dispersionssignale der frequenzmodulierten Spektroskopie

Das Signal $\Phi'_{\text{Photo}}(t)$ und damit auch der Photostrom I_{Photo} enthalten einen absorptionsabhängigen $\alpha(\nu) \cos(2\pi\nu_m t)$ und einen dispersionsabhängigen $\eta(\nu) \sin(2\pi\nu_m t)$ Anteil, die durch heterodyne Detektion extrahiert werden können. Da, wie oben beschrieben, $\nu_m = f_m$ gilt, wird dazu, wie in Abb. 2.10 gezeigt, das Signal des Oszillators, der das Modulationssignal der Frequenz f_m erzeugt, phasenverschoben mit I_{Photo} gemischt und anschließend mit einem Tiefpass-Filter der Grenzfrequenz $f_c \leq f_m/2$ gefiltert. Ist das Signal des lokalen Oszillators phasensynchron zum absorptionsabhängigen Signalanteil von I_{Photo} , kann dieser extrahiert werden. Für den dispersionsabhängigen Signalanteil gilt dies entsprechend. Abbildung 2.11a zeigt den Photostrom, der an der Photodiode gemessen werden kann. Dieser zeigt ein hochfrequentes Signal, dessen Amplitude der Lorentz-Kurve des spektralen Features folgt. Aus dem hochfrequenten Signal wurden wie beschrieben die in Abb. 2.11b gezeigten absorptionsabhängigen (α) und die dispersionsabhängigen (η) Signale extrahiert. Das Absorptionssignal entspricht dabei der Ableitung der Lorentz-Kurve [51, 52, 53].

Im Vergleich zu rein absorptionsbasierten Spektroskopieverfahren weist die frequenzmodulierte Spektroskopie eine höhere Sensitivität und ein größeres Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. Signal-to-Noise Ratio) (SNR) auf, sodass sich auch schwache optische Übergänge zuverlässig detektieren lassen [36]. Voraussetzung für ein gutes SNR ist die Stabilität des lokalen Oszillators, mit dem die Modulationsfrequenz erzeugt wird. Schwankungen führen aufgrund der unterschiedlichen Signallaufzeiten vor dem Mischer zu einem verrauschten Gleichspannungssignal. Die Frequenzmodulation durch direkte Modulation des Injektionsstroms oder einen elektrooptischen Modulator (EOM) erzeugt immer auch eine Modulation der Intensität. Diese wird durch die Photodiode detektiert und führt zu einer von Null abweichenden Basislinie. Weiterhin kann die Intensitätsmodulation durch Leistungsschwankungen der Diode zu Rauschteilen führen. Bei einem optimierten Aufbau erreicht die frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS) eine Sensitivität, die nur durch das Quantenrauschen begrenzt wird [52].

Für eine Frequenzstabilisierung wird in der Regel ein Arbeitspunkt definiert, der durch ein Regelsystem gehalten wird. Als Arbeitspunkt bietet sich dazu zum Beispiel die Resonanzfrequenz ν_0 eines optischen Übergangs an. Betrachtet man mit diesem Hintergrund die Signalform der Absorptionsspektroskopie in Abb. 2.11a, zeigt sich, dass sich positive und negative Abweichungen vom Arbeitspunkt gleich auswirken. Das Spektroskopiesignal bietet keine Möglichkeit, das Vorzeichen der Abweichung zu

bestimmen. Die extrahierten Signale der frequenzmodulierten Spektroskopie zeigen jeweils einen Nulldurchgang bei ν_0 . Aus ihnen lässt sich darüber hinaus auch das Vorzeichen der Abweichung von ν_0 bestimmen. Das gute SNR sowie Eignung der Ausgangssignale für ein Regelsystem machen die FMS zu einer oft genutzten Frequenzreferenz in der Laserfrequenzstabilisierung, wie das folgende Kapitel zeigt.

3. Stand der Forschung und Technik: Laserfrequenzstabilisierung

Halbleiterlaser unterliegen mit zunehmender Betriebsdauer einem Alterungsprozess, welcher sich auf die Ausgangsleistung aber auch auf die Wellenlänge eines Lasers auswirkt. Bei einem DFB-Laser kann sich dabei eine Verschiebung der Wellenlänge um bis zu 0,2 nm ergeben [54]. Da nach Gleichung (2.3) die Wellenlänge einer DFB-Laserdiode eine Funktion der Temperatur und des Stroms ist, kann die Verschiebung durch Variation dieser Parameter kompensiert werden.

Spezielle Anwendungen stellen dabei gegebenenfalls zusätzliche Anforderungen an die Wellenlängen-, bzw. Frequenzstabilität eines Lasers. Für die Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten ist die Regelung der Lichtfrequenzen bei der in Abschnitt 1.1 beschriebenen Laserkühlung entscheidend. Erreicht ein atomares Ensemble aus ^{87}Rb eine Temperatur von 1 μK , sinkt die Halbwertsbreite der Doppler-Verbreiterung $\delta\nu_d$ auf 970 kHz (vgl. Gleichung (2.8)). Die natürliche Linienbreite dominiert nun die Absorption. Die Schwankung der Lichtfrequenz eines für die Kühlung genutzten Lasers sollte daher kleiner als die Linienbreite des Übergangs sein, um effizient zu arbeiten. Die daraus resultierenden Anforderungen für die maximalen Abweichungen lassen sich durch Umstellen von Gleichung (2.3) bestimmen, wobei in Gleichung (3.1) die Temperatur und in Gleichung (3.2) der Strom als konstant angenommen wird.

$$\Delta I_{\text{inj}} = \frac{1}{k_I} \left(\frac{c}{\lambda_{\text{AP}} + \Delta\nu} - \lambda_{\text{AP}} \right) \quad (3.1)$$

$$\Delta T = \frac{1}{k_T} \left(\frac{c}{\lambda_{\text{AP}} + \Delta\nu} - \lambda_{\text{AP}} \right) \quad (3.2)$$

Setzt man $\lambda_{\text{AP}} = 780\text{nm}$, die maximale Frequenzabweichung $\Delta\nu$ die natürliche Linienbreite von ^{87}Rb $\delta\nu_n = 6,06\text{MHz}$ und die Temperatur- ($k_T = 0,06 \frac{\text{nm}}{\text{K}}$) und Stromkoeffizienten ($k_I = 0,003 \frac{\text{nm}}{\text{mA}}$) einer kommerziellen DFB-Laserdiode [55] ein, ergibt sich die maximal zulässige Abweichung des Injektionsstroms ΔI_{inj} zu 4 μA und die maximale Abweichung der Temperatur ΔT zu 0,2 mK. Die Größenordnung der zulässigen Abweichungen von Temperatur und Strom lassen sich in einem passiven System, das zudem während des Fluges einer Höhenforschungsrakete starken mechanischen und thermischen Belastungen ausgesetzt ist, nicht erreichen, sodass eine aktive Regelung der Größen erforderlich ist.

Grundsätzlicher Aufbau einer Laserfrequenzstabilisierung

Die Temperatur lässt sich dabei aufgrund der Zeitkonstanten sowie der inhomogenen Temperaturverteilung innerhalb des Halbleiterlasers nur bedingt als Stellgröße für die Regelung verwenden. Für größere Frequenzänderungen $\Delta\nu > 10\text{GHz}$ wird sie eingesetzt; aufgrund der thermischen Trägheit einer Laserdiode erlaubt die Temperatur jedoch keine schnellen Änderungen im Bereich von 1 μs . Für eine schnelle Frequenzregelung wird daher der Injektionsstrom verwendet. Dieser lässt sich bei

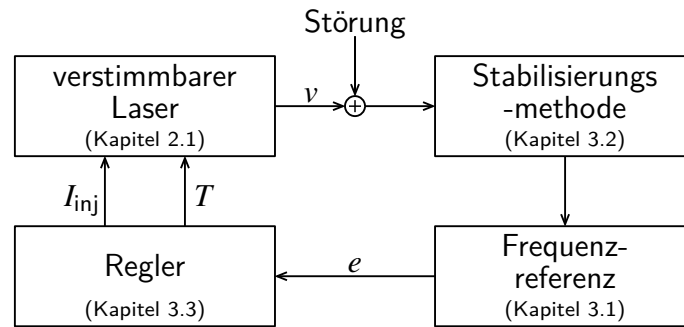


Abbildung 3.1.: Frequenzregelung eines Diodenlasers in Form eines abstrahierten Regelkreises

geeignetem Aufbau durch einen Stromtreiber im μA -Bereich stellen. Somit ergibt sich der in Abb. 3.1 dargestellte, abstrahierte Regelkreis der Frequenzregelung eines Diodenlasers. Durch externe Störungen, die auf die Laserdiode wirken, wie zum Beispiel mechanische Belastung oder Schwankungen des Injektionsstroms, wird die Frequenz ν des Lasers verstimmt. Mithilfe einer Stabilisierungsmethode und einer dazu passenden Frequenzreferenz wird ein Fehlersignal e für einen Regler generiert, der über die Stellgrößen Temperatur T und Strom I_{inj} die Frequenz regelt. Die Führungsgröße ist durch die Frequenzreferenz gegeben.

Vereinfachend wird die Temperatur häufig mit einem externen Temperaturregler, thermoelektrischen Kühlelementen (engl. thermoelectric cooler (TEC)) und Temperatursensoren auf einem vorgegebenen Betriebspunkt gehalten, die Frequenzregelung erfolgt dann nur über den Injektionsstrom.

3.1. Frequenzreferenzen

In der Literatur werden verschiedene Frequenzreferenzen für die Stabilisierung der Frequenz bzw. Wellenlänge eines Lasers angeführt. Am häufigsten werden optische Resonatoren, auch Kavitäten (engl. Cavity) genannt, sowie optische Übergänge von Atomen und Molekülen (vgl. Abschnitt 2.2) eingesetzt. Diese sollen im Folgenden näher erläutert werden.

3.1.1. Optischer Resonator

Ein optischer Resonator, wie beispielsweise der in Abb. 3.2a dargestellte, Fabry-Pérot Resonator besteht aus zwei Spiegeln mit einem hohen Reflexionsgrad ρ_R und dem Transmissionsgrad ρ_T . Die Spiegel können dabei planparallel oder wie in Abb. 3.2a konfokal angeordnet werden. Durch die Reflexion der Lichtstrahlen und die dabei entstehenden Interferenzen weist das transmittierte Licht E_{out} eines Fabry-Pérot Resonators, wie in Abb. 3.2b gezeigt, um seine periodischen Resonanzfrequenzen eine Lorentz-Verteilung auf.

Die Resonanzen treten bei Vielfachen des freien Spektralbereichs $\Delta\nu_{\text{FSR}}$ auf, der sich nach Gleichung (3.3) aus der Länge $L_{\text{Resonator}}$ und dem Brechungsindex η des Mediums zwischen den Spiegeln bestimmen lässt.

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{2\eta L_{\text{Resonator}}} \quad (3.3)$$

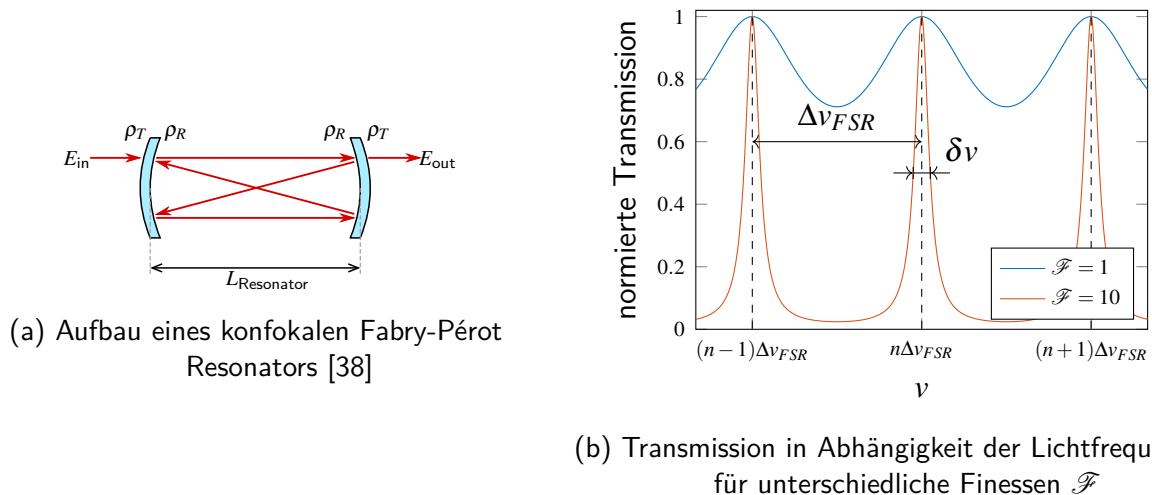


Abbildung 3.2.: Aufbau und Transmission eines Fabry-Pérot Resonators

Der freie Spektralbereich $\Delta\nu_{FSR}$ beschreibt dabei den Abstand der Transmissionsmaxima des Resonators im Spektrum. Die Halbwertsbreite der Resonanz $\delta\nu$ ist abhängig vom Reflexionsgrad ρ_R der Spiegel und der Länge des Resonators $L_{Resonator}$.

$$\delta\nu = \frac{1 - \rho_R^2}{\pi\rho_R} \frac{c}{2L_{Resonator}} \quad (3.4)$$

Ergänzend wird in der Regel die so genannte Finesse des Resonators \mathcal{F} , die das Verhältnis zwischen Halbwertsbreite und freiem Spektralbereich beschreibt, angegeben. Sie ist nach Gleichung (3.5) nur von dem Reflexionsfaktor ρ_R abhängig, sodass sich die Linienbreite auch in Abhängigkeit der Finesse darstellen lässt.

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\rho_R}{1 - \rho_R^2} \quad (3.5)$$

Abbildung 3.2b zeigt die normierte Transmission eines Fabry-Pérot-Resonators für die Werte $\mathcal{F} = 1$ und $\mathcal{F} = 10$ der Finesse, wobei selbst einfache Resonatoren Werte über $\mathcal{F} = 1500$ und damit sehr geringe Halbwertsbreiten $\delta\nu < 50$ kHz erreichen. Damit eignen sie sich für die Frequenzstabilisierung [32]. Resonatoren aus Materialien mit extrem geringer thermischer Ausdehnung, wie beispielsweise Ultra-Low Expansion (ULE) Glas von Corning oder Zerodur Glaskeramik von Schott erreichen eine Linienbreite von bis zu 1,1 kHz. Für hoch genaue Frequenzreferenzen werden solche Resonatoren zusätzlich thermisch stabilisiert, von Vibrationen entkoppelt und in einem Vakuum betrieben [56, 57, 58, 59]. Neben konfokalen und klassischen Fabry-Pérot Resonatoren werden auch sphärische [60] sowie so genannte Flüstergallerieresonatoren (engl. whispering-gallery resonator) zur Frequenzstabilisierung eingesetzt [61, 62, 63]. Eine weitere Anwendung von optischen Resonatoren ist die Vorstabilisierung eines Lasers, beispielsweise für eine Spektroskopie [64] oder die Michelson-Interferometer basierten Experimente Advanced LIGO [65] und VIRGO [66], bei denen die Laser zusätzlich auf die Interferometerarme stabilisiert werden. Optische Resonatoren werden darüber hinaus auch als Frequenzreferenz in Satelliten eingesetzt [67, 68, 58, 69, 70].

3.1.2. Optischer Übergang von Atomen oder Molekülen

Alternativ zu den oben beschreibenden optischen Resonatoren werden die in Abschnitt 2.2 beschriebenen Absorptions- und Dispersionseffekte optischer Übergänge von Atomen und Molekülen mithilfe von

Laserspektroskopieverfahren als Referenzen genutzt. Molekulare Referenzen wie Methanol (CH_3OH) [71, 72], Acetylen (C_2H_2) [73] oder Kohlenstoffdioxid (CO_2) [74] werden dabei für die klassische Absorptionsspektroskopie genutzt.

Die Sättigungsspektroskopie kommt meist in Verbindung mit atomaren Referenzen, wie den Alkalimetallen Kalium (K) [75], Rubidium (Rb) [76, 77] oder Cäsium (Cs) [78] zum Einsatz, wobei dominante Übergänge der Hyperfeinstruktur zur Stabilisierung genutzt werden. Sie wird aber auch für die Stabilisierung auf die Hyperfeinstruktur von molekularem Jod (I_2) [79, 80] oder der Feinstruktur von Ytterbium (Yb) [81] eingesetzt. Wie optische Resonatoren werden auch optischen Übergänge als Frequenzreferenz an Bord von Satelliten [70, 80] oder Höhenforschungsraketen [75] verwendet.

Der Einsatz von optischen Übergängen als Referenz ist vor allem abhängig von der Anwendung. Im Vergleich zu optischen Resonatoren ist die Linienbreite atomarer, bzw. molekularer Übergänge größer und damit die erreichbare Frequenzstabilität geringer. Der Nachteil der periodisch im Abstand des freien Spektralbereichs von einigen GHz auftretenden Maxima bei optischen Resonatoren trifft auf molekulare und atomare Referenzen jedoch nicht zu.

Daher eignen sich optische Übergänge insbesondere als absolute Referenz, da die Position eines Übergangs im Spektrum relativ zu den weiteren Übergängen des gleichen Moleküls oder Atoms konstant ist. Somit lassen sich Systeme realisieren, die auch unter rauen Umgebungsbedingungen eine autonome Frequenzstabilisierung ermöglichen [75].

3.2. Stabilisierungsmethoden

In Verbindung mit einem optischen Resonator oder einem atomaren Übergang ist die Methode zur Erzeugung des Fehlersignals für einen nachgeschalteten Regler eine entscheidende Eigenschaft der Laserfrequenzstabilisierung. Die am häufigsten in der Literatur verwendeten Stabilisierungsmethoden sind dabei die Flankenstabilisierung (engl. Side-of-Fringe), die Pound-Drever-Hall Stabilisierung (PDH) sowie die daran angelehnte Frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS) und die Modulationstransfer Spektroskopie (MTS). Spektroskopische Stabilisierungsmethoden werden dabei insbesondere in Verbindung mit optischen Übergängen verwendet. Meist wird dabei auf die Sättigungsspektroskopie zurückgegriffen, da sich hier wie in Abschnitt 2.2 beschrieben geringere Linienbreiten der Referenz (Lamb-Dip) ergeben. Die genannten Methoden werden im Folgenden näher beschrieben und eingeordnet, alternative Methoden beispielsweise die Faraday-Rotationsspektroskopie [82, 83] erreichen nicht die geforderte Stabilität unterhalb der natürlichen Linienbreite von optischen Übergängen und werden daher nicht weiter betrachtet.

3.2.1. Flankenstabilisierung

Die Flankenstabilisierung (engl. Side-of-Fringe) ist eine vergleichbar einfache Methode zur Frequenzstabilisierung. Wie in Abb. 3.3b gezeigt, wird ein Arbeitspunkt ν_{AP} in einem optischen Feature, das einer Lorentz-Verteilung entspricht, ausgewählt. Ein Feature kann dabei zum Beispiel ein optischer Übergang eines Atoms oder die Transmission durch einen Resonator sein. Die Abbildung zeigt den exemplarischen Verlauf einer Absorptionskurve, als Arbeitspunkt ν_{AP} wurde ein Punkt im Bereich der maximalen Steigung gewählt. In diesem Bereich lässt sich die Abweichung der Lichtfrequenz mit geringem Fehler durch eine lineare Funktion approximieren, wie Abb. 3.3b zeigt. Die Abweichung der

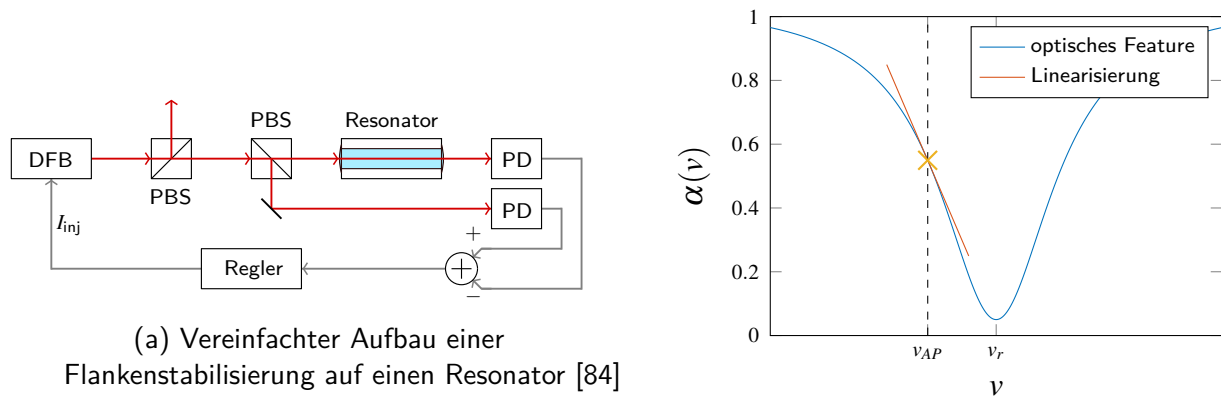


Abbildung 3.3.: Aufbau und Transmission der Flankenstabilisierung

Frequenz vom Arbeitspunkt kann von einem nachgeschalteten Regler als Fehlersignal interpretiert werden, der die Lichtfrequenz so auf den Arbeitspunkt regeln kann.

Aufgrund der direkten Abhängigkeit des Fehlersignals von der Intensität des Lichts auf dem Photodetektor beeinträchtigen Schwankungen der Intensität des von Laser emittierten Lichts die Stabilisierung. Sinkt die Intensität des emittierten Lichts, so sinkt damit auch die auf den Photodetektor eingestrahlte Intensität. Die Intensitätsabweichung führt dann zum Eingriff des Reglers. Eine Störung der Lichtintensität kann so über die Regelschleife in die Lichtfrequenz übertragen werden. Dieser Nachteil kann, wie in Abb. 3.3a gezeigt, ausgeglichen werden, indem ein Teil des Laserlichts über einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) und ein Dämpfungsglied auf eine zweite Photodiode (PD) gestrahlt wird. Die Differenz der Signale beider Photodioden ist dann nur noch von der Verstimmung der Lichtfrequenz abhängig. Der erste PBS dient zum Auskoppeln des in einer Anwendung genutzten, stabilisierten Lichtstrahls.

Die Flankenstabilisierung weist eine vergleichbar geringe Komplexität auf, ihre Effektivität ist jedoch begrenzt. So ist die erreichbare Stabilität im Vergleich zu anderen Methoden eher gering, weiterhin versagt die Methode bei größeren Abweichungen $\Delta\nu > \nu_r - \nu_{AP}$. Ein wesentlicher Nachteil ist außerdem die unbekannte Differenz zwischen Arbeitspunkt und Resonanzfrequenz, die extern ermittelt werden muss [84]. Da die Flankenstabilisierung ein optisches Feature mit einem Lorentz- oder Gauss-Profil voraussetzt, lässt sie sich sowohl mit optischen Resonatoren [85, 64, 86] als auch in Verbindung mit atomaren oder molekularen Referenzen [72] verwenden.

3.2.2. Pound-Drever-Hall Stabilisierung

Bei der Pound-Drever-Hall Stabilisierung wird wie bei der in Abschnitt 2.2 beschriebenen frequenzmodulierten Spektroskopie eine Frequenzmodulation des emittierten Lichts erzeugt. Bei dem in Abb. 3.4 gezeigten Aufbau wird dies durch direkte Modulation des Injektionsstroms $I_{inj}(t)$ der DFB-Laserdiode realisiert.

Das vom Laser emittierte Licht wird mithilfe eines polarisierenden Strahlteilers (PBS) entsprechend dem Polarisationswinkel des eintretenden Lichts aufgeteilt. Ein Teil des Lichts wird in den Resonator geleitet, dessen Ausgang mit der nachgeschalteten Photodiode (PD) in das Stromsignal I_{Photo} umgewandelt wird. Der übrige Teil des Lichts kann aus dem System als frequenzstabilisierter Lichtstrahl

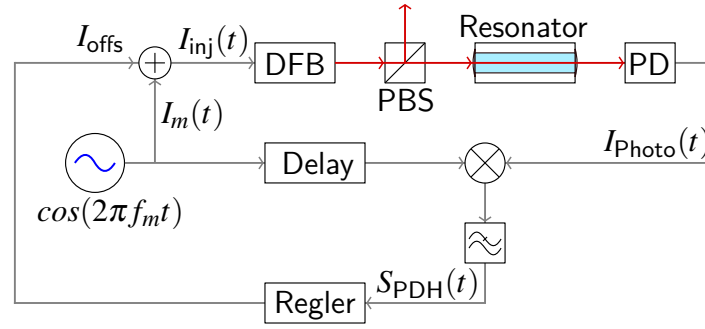


Abbildung 3.4.: Aufbau der Pound-Drever-Hall Stabilisierung eines DFB-Lasers mit einem Fabry-Pérot Resonator [32]

ausgekoppelt und in einer Anwendung genutzt werden. Ist der Injektionsstrom der DFB-Laserdiode moduliert, ist auch das Licht am Ausgang des Systems frequenzmoduliert (vgl. Abschnitt 2.1.2). Abhängig von der Anwendung kann dies zu unerwünschten Effekten führen, sodass die Modulation alternativ durch einen EOM erfolgen kann, der vor dem Resonator eingefügt wird.

Wie bei der frequenzmodulierten Spektroskopie (vgl. Abschnitt 2.2.4) ergeben sich durch die Interaktion des modulierten Lichts mit dem Resonator entsprechend den Gleichungen 3.6 im Signal der Photodiode I_{Photo} Signalanteile, die von der Absorption $\alpha(\Delta\nu)$ und Dispersion $\eta(\Delta\nu)$ des Resonators abhängig sind. $\Delta\nu$ beschreibt dabei die Differenz der Lichtfrequenz ν vom nächsten Vielfachen des freien Spektralbereichs $\Delta\nu_{\text{FSR}}$, $\delta\nu$ ist die Halbwertsbreite des Transmissionsmaximums und ν_m die Modulationsfrequenz [32].

$$I_{\text{Photo}}(t) \propto \alpha(\Delta\nu) \cos(2\pi\nu_m t) + \eta(\Delta\nu) \sin(2\pi\nu_m t) \quad (3.6a)$$

$$\alpha(\Delta\nu) = \frac{4\nu_m \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \Delta\nu \left[\left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 + \Delta\nu^2 + \nu_m^2 \right]}{\left[\Delta\nu^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right] \left[(\Delta\nu + \nu_m)^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right] \left[(\Delta\nu - \nu_m)^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right]} \quad (3.6b)$$

$$\eta(\Delta\nu) = \frac{-4\nu_m^2 \left(\frac{\delta\nu}{2}\right) \Delta\nu \left[\left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 - \Delta\nu^2 + \nu_m^2 \right]}{\left[\Delta\nu^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right] \left[(\Delta\nu + \nu_m)^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right] \left[(\Delta\nu - \nu_m)^2 + \left(\frac{\delta\nu}{2}\right)^2 \right]} \quad (3.6c)$$

Das resultierende Signal der Photodiode $I_{\text{Photo}}(t)$, sowie die daraus mit einem Mischer und einem Tiefpass-Filter durch heterodyne Detektion extrahierten Absorptions- $\alpha(\Delta\nu)$ und Dispersionssignale $\eta(\Delta\nu)$ sind in Abb. 3.5 gezeigt.

Über die Phasenlage zwischen dem Signal der Photodiode $I_{\text{Photo}}(t)$ und dem Signal des lokalen Oszillators $\cos(2\pi f_m t)$, die über das Verzögerungselement „Delay“ einstellbar ist, kann ausgewählt werden, welches Signal extrahiert wird. Der steile, quasi-lineare Teil des Dispersionssignals $\eta(\nu)$ im Bereich $-\frac{\delta\nu}{2} < \Delta\nu < \frac{\delta\nu}{2}$ lässt sich sehr gut als Fehlersignal für den in Abb. 3.4 dargestellten Regler verwenden, der den Offset-Strom I_{offs} der Laserdiode regelt [32]. Alternativ wird ein IQ-Mischer eingesetzt, der sowohl das Absorptions- als auch das Dispersionssignal extrahiert, sodass beide für die Regelung genutzt werden können [60, 87]. Abhängig von dem freien Spektralbereich und der Finesse des Resonators ist eine Vorstabilisierung notwendig, da der Regelbereich auf die Halbwertsbreite des Resonators beschränkt ist und sich die Signalform alle Δf_{FSR} wiederholt.

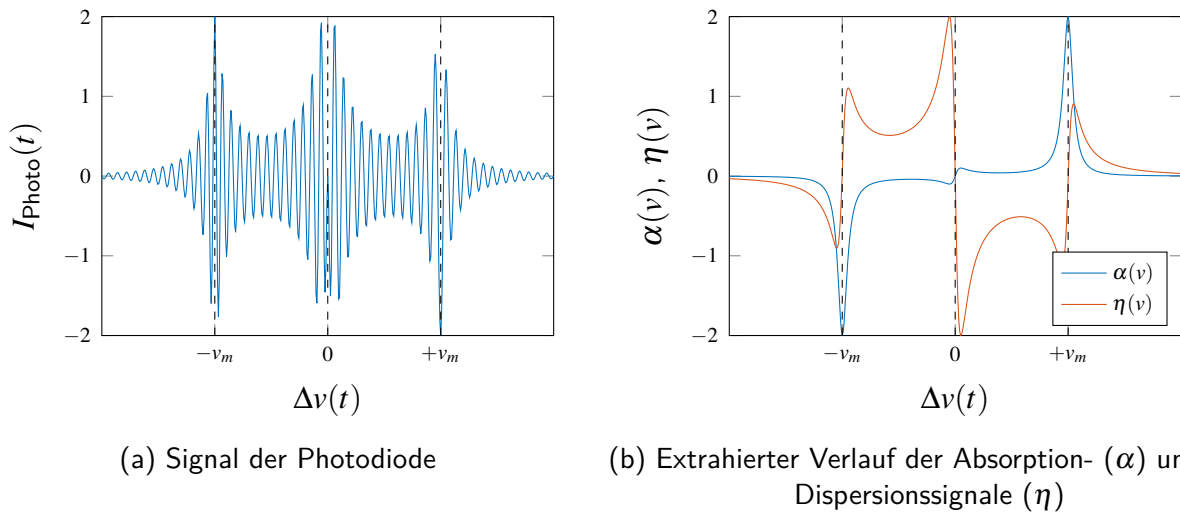


Abbildung 3.5.: Verlauf des Photostroms der Photodiode und der daraus extrahierten Absorptions- α und Dispersionssignale η der Pound-Drever-Hall Stabilisierung ($\nu_m = 10\delta\nu$)

Die Pound-Drever-Hall Stabilisierung ist die Standardmethode, um die Frequenz eines Lasers auf einen optischen Resonator zu stabilisieren [60, 88, 63, 87]. So wird sie zum Beispiel in den Gravitationswellendetektoren VIRGO und LIGO [65, 66] verwendet oder um hochstabile Frequenzreferenzen für andere metrologische Anwendungen am Boden [61, 62, 56, 57, 59] oder im Weltraum [68, 89, 58, 69] zu erzeugen. Hauptsächlich wird die Methode wie beschrieben angewendet. Ein alternativer Ansatz nutzt ein starkes Seitenband eines Lasers für die Stabilisierung [67, 70]. Neben klassischen, analogen Signalverarbeitungselementen wird die Erzeugung des Modulationssignals sowie die Extraktion des Fehlersignals zum Teil digital mit FPGAs realisiert [90, 69].

3.2.3. Frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie

Die Kombination der in Abschnitt 2.2 vorgestellten Sättigungsspektroskopie und der frequenzmodulierten Laserspektroskopie wird ebenfalls für die Frequenzstabilisierung von Halbleiterlasern eingesetzt. Ähnlich der Pound-Drever-Hall Stabilisierung lässt sich der in Abb. 2.11b dargestellte Verlauf der Absorptions- und Dispersionssignale im Bereich $\nu_r - \frac{\delta\nu}{2} < \nu(t) < \nu_r + \frac{\delta\nu}{2}$ als quasi-lineare Abweichung von der Resonanzfrequenz ν_r auffassen. Durch die Verwendung der Sättigungsspektroskopie wird dabei die Doppler-Verbreiterung weitestgehend ausgeblendet, sodass der Regelbereich auf die sättigungsverbreiterte Linienbreite beschränkt ist.

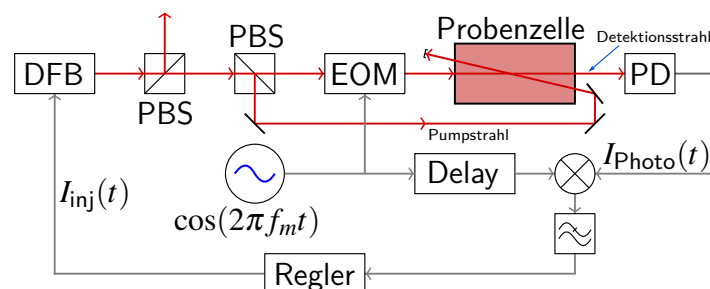


Abbildung 3.6.: Aufbau der Frequenzstabilisierung eines DFB-Lasers mit frequenzmodulierter Sättigungsspektroskopie [32]

Mithilfe des in Abb. 3.6 gezeigten Aufbaus, lässt sich somit die Frequenz des DFB-Lasers auf einen optischen Übergang eines Gases, zum Beispiel Rubidium, in der Probenzelle stabilisieren. Der Aufbau der Stabilisierung ist dabei weitgehend analog zur Pound-Drever-Hall Stabilisierung in Abb. 3.4, die Modulation des Probenstrahls wird hier aber mit einem elektrooptischen Modulator (EOM) realisiert. Mithilfe eines zweiten polarisierenden Strahlteilers (PBS) wird ein unmodulierter, dem Detektionsstrahl entgegenlaufenden Pump-Strahl der gleichen Lichtfrequenz in die Probenzelle eingestrahlt. Dieser Strahl muss eine hohe Lichtintensität aufweisen, um durch Sättigung die charakteristischen Lamb-Dips zu erzeugen. Das mit dem ersten PBS ausgekoppelte Licht ist bei diesem Aufbau unmoduliert, die frequenzmodulierte Spektroskopie lässt sich jedoch auch durch direkte Modulation des Injektionsstroms eines DFB-Lasers realisieren [32].

Im Gegensatz zur Stabilisierung auf einen optischen Resonator ist der Abstand der Lamb-Dips charakteristisch für das verwendete Gas und im Allgemeinen nicht äquidistant, sodass die Auswahl des optischen Features mit demselben Aufbau realisiert werden kann. Die Frequenzen der optischen Übergänge sind Naturkonstanten und daher nicht variabel, ein Resonator lässt sich durch die Variation der Länge auf eine beliebige Resonanzfrequenz einstellen.

Wie die Pound-Drever-Hall Stabilisierung wird die frequenzmodulierte Spektroskopie vielfach in der Literatur angewendet, um die Frequenz verschiedenster Lasertypen zu stabilisieren. Die erreichbare Frequenzstabilität ist dabei im Allgemeinen aber geringer als bei der Pound-Drever-Hall Stabilisierung auf einen Resonator [73, 71, 74, 78]. Neben Laborsystemen wird sie auch auf Weltraumplattformen als absolute Frequenzreferenz eingesetzt [31, 75]. Aufgrund der ähnlichen Signalformen und Detektionsmethoden, werden wie bei der Pound-Drever-Hall Stabilisierung, als Signalverarbeitungsplattformen unter anderem FPGAs für die Signalgeneration und Extraktion verwendet [76].

3.2.4. Modulationstransfer Spektroskopie

Der in Abb. 3.7 gezeigte schematische Aufbau der Modulationstransfer Spektroskopie (MTS) ist der frequenzmodulierten Spektroskopie (FMS) sehr ähnlich. Abweichend ist bei dieser Spektroskopiemethode der Pump-Strahl moduliert, der Detektionsstrahl jedoch nicht. Durch die Modulation des Pump-Strahls werden modulierte Bennett-Löcher (vgl. Abschnitt 2.2.3) erzeugt, die sich mit dem Detektionsstrahl detektieren lassen. Dabei wird die Modulation des Bennet-Lochs auf den Taststrahl übertragen, sodass sich die Absorptions- $\alpha(\nu)$ und Dispersionssignale $\eta(\nu)$ wie bei der FMS durch heterodyne Detektion extrahieren lassen.

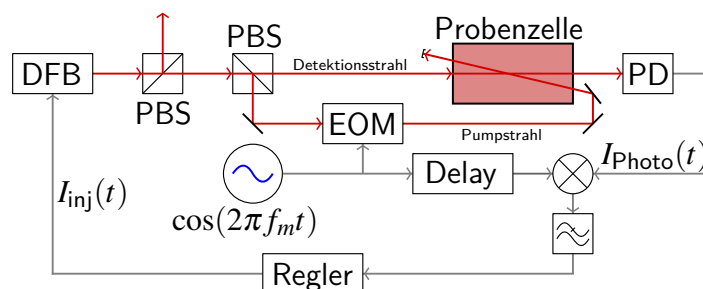


Abbildung 3.7.: Aufbau der Frequenzstabilisierung eines DFB-Lasers mit Modulationstransfer Sättigungsspektroskopie [91]

Vorteilhaft gegenüber der FMS ist, dass der Detektionsstrahl nur dann eine Modulation aufweist, wenn sich die Laserfrequenz im Bereich eines Lamp-Dips befindet. Das führt dazu, dass bei der MTS im Prinzip keine Schwankungen des Nullpunkts auftreten [92].

$$I_{\text{Photo}}(t) \propto \alpha(\nu) \cos(2\pi\nu_m t) + \eta(\nu) \sin(2\pi\nu_m t) \quad (3.7a)$$

$$\begin{aligned} &\propto \left[\Psi(\nu_c + \nu_m) - \Psi(\nu_c + \frac{\nu_m}{2}) + \Psi(\nu_c - \frac{\nu_m}{2}) - \Psi(\nu_c - \nu_m) \right] \cos(2\pi\nu_m t) \\ &+ \left[-\Theta(\nu_c + \nu_m) + \Theta(\nu_c + \frac{\nu_m}{2}) + \Theta(\nu_c - \frac{\nu_m}{2}) - \Theta(\nu_c - \nu_m) \right] \sin(2\pi\nu_m t) \end{aligned} \quad (3.7b)$$

Das mit der Photodiode detektierte Signal $I_{\text{Photo}}(t)$ weist auch hier einen zum Modulationssignal gleichphasigen durch die Absorption bestimmten Signalanteil α , sowie einen um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschobenen durch die Dispersion bestimmten Signalanteil η auf, wie Gleichung (3.7b) zeigt [93, 91]. $\Psi(\nu)$ und $\Theta(\nu)$ sind dabei wie bei der FMS nach Gleichungen (2.16) und (2.17) definiert.

Bei der richtigen Wahl der Modulationsfrequenz $\nu_m < \frac{\delta\nu}{2}$ ergibt sich ein extrahierbares Fehlersignal, mit dem sich die Frequenz eines Lasers stabilisieren lässt, wie in Abb. 3.8 für $\nu_m = \frac{\delta\nu}{4}$ gezeigt ist.

Mit der gewählten Modulationsfrequenz lassen sich sowohl das Absorptions-, als auch das Dispersionssignal in einem Bereich $\nu_r - \nu_m < \nu < \nu_r + \nu_m$ mit geringen Fehlern linearisieren, sodass dieser Frequenzbereich zur Stabilisierung des Lasers genutzt werden kann [32].

Im Vergleich zur FMS ist das SNR der MTS schlechter [78], daher wird sie in der Literatur [79, 81, 77] seltener als Stabilisierung auf eine absolute Referenz eingesetzt. Im Rahmen der Forschungsraetenmission TEXUS-54 wurde 2018 dennoch die Eignung der Methode für die Frequenzstabilisierung auf Weltraumplattformen demonstriert [94, 80].

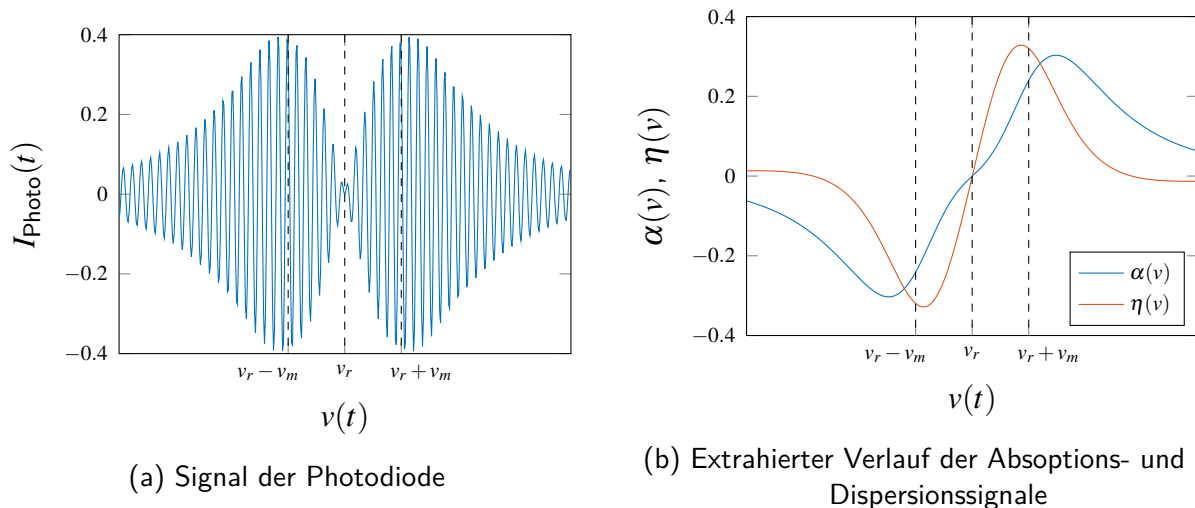


Abbildung 3.8.: Verlauf des an der Photodiode gemessenen Signals und der daraus extrahierten Absorptions- α und Dispersionssignale η der Modulationstransfer Spektroskopie ($\nu_m = \frac{\delta\nu}{4}$)

3.3. Regler

Der Regler des in Abb. 3.1 dargestellten Regelkreises, der in jedem System zur Frequenzstabilisierung enthalten ist, wird in der Literatur meist nur rudimentär beschrieben. Da sich bei den in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methoden ein Fehlersignal $e(t)$ ergibt, das näherungsweise linear von der Frequenzabweichung abhängt, kommen Regler mit einer Grundstruktur aus proportionalen (P), integrierenden (I) und differenzierenden (D) Anteilen entsprechend Gleichung (3.8) zum Einsatz. Dabei bezeichnet $v(t)$ allgemein den Regeleingriff. Dieser kann abhängig vom Aufbau des Stabilisierungssystems auf den Injektionsstrom der Laserdiode oder beispielsweise auf die Steuerspannung eines TEC wirken.

$$v(t) = \kappa_p e(t) + \kappa_i \int_0^t e(\tau) d\tau + \kappa_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (3.8)$$

Bei den meisten Systemen wird ein vollständiger PID-Regler verwendet, um den Laser im gewählten Arbeitspunkt zu halten [71, 85, 62, 88, 69, 76, 75, 80, 77], bei anderen Ansätzen wird der differenzierende Anteil weggelassen und ein PI-Regler eingesetzt [61, 56, 72, 86, 63, 89].

Auch komplexere Regelsysteme, die aus einem „Multiple Input Single Output“ (MISO) System in Form einer Kaskade aus mehreren PI-Reglern [90] oder PID-Reglern [58] bestehen, werden vereinzelt beschrieben. Durch die Verwendung kaskadierter Regler kann der innere Regler auf kleine, schnelle Abweichungen abgestimmt werden, während der äußere Regler langsame Driftsignale ausgleicht [95].

3.4. Relevante Gesamtsysteme aus der Forschung und Technik

Tabelle 3.1 zeigt die Übersicht relevanter Veröffentlichungen zur Frequenzstabilisierung von Lasern, kategorisiert nach der verwendeten Referenz, der Stabilisierungsmethode, dem Regleraufbau, sowie Besonderheiten der Anwendung, wie beispielsweise die Verwendung von FPGAs oder der Zielapplikation im Weltraum. Nicht alle Veröffentlichungen enthalten sämtliche Informationen über die Stabilisierungssysteme, insbesondere wird der verwendete Regler häufig nicht näher benannt.

Gesamtsysteme aus der Forschung

Nachfolgend werden die Stabilisierungssysteme näher erläutert, die auf kompakten digitalen, in der Regel FPGA-basierten Signalverarbeitungsplattformen realisiert wurden und detailliert in der Literatur beschrieben sind.

In [90] wird ein System zur Frequenzstabilisierung eines Neodym-dotierten Yttrium-Aluminium-Granat (Nd:YAG) Lasers mit der Pound-Drever-Hall Stabilisierungsmethode (PDH) und einem optischen Resonator vorgestellt. Als Signalverarbeitungsplattform wird ein nicht näher bezeichnetes FPGA in Verbindung mit einem LabVIEW Interface eingesetzt. Das von einer Photodiode detektierte Eingangssignal wird mit einem 15 bit ADC mit $40 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ abgetastet und anschließend mit dem Signal eines LUT-basierten lokalen Oszillators multipliziert. Anschließend wird das Signal mithilfe eines Dezimationsfilters auf 1 MHz begrenzt und als Fehlersignal für eine zweistufige PI-Regler Kaskade verwendet. Der Ausgang der Reglerkaskade wird mit einem DAC unbenannter Auflösung und einer Abtastrate von $1 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ in ein analoges Signal gewandelt. Mit diesem wird ein Piezo-Element gesteuert, mit dem die Frequenz des Nd:YAG-Lasers beeinflusst werden kann. Die Frequenzmodulation

Tabelle 3.1.: Übersicht relevanter Systeme zur Frequenzstabilisierung von Lasern aus der Literatur

	[67]	[90]	[71]	[73]	[61]	[68]	[85]	[60]	[74]	[79]	[62]	[56]	[64]	[81]	[88]	[72]	[65]	[66]	[96]	[57]	[86]	[63]	[87]	[58]	[59]	[70]	[76]	[78]	[75]	[80]	[77]					
Referenz																																				
optischer Resonator	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				
Spektroskopie			x																																	
Methode																																				
Side-of-Fringe																																				
Pound-Drever-Hall	x	x		x	x	x		x			x	x																								
FMS			x						x																											
MTS																																				
Regler																																				
PI																																				
PID			x																																	
Kaskade																																				
Randbedingungen																																				
FPGA		x	x																																	
Weltraum	x																																			

des Lichts wird bei diesem System mit einem EOM erzeugt, die Modulationsfrequenz beträgt 15 MHz. Das Gesamtsystem erreicht eine Regelbandbreite von ca. 20 kHz.

Die Flankenstabilisierung eines ECDL auf einen optischen Resonator wird in [85] beschrieben. Die Signalverarbeitung wird dabei auf einem Spartan 3E FPGA von Xilinx bei einem Systemtakt von 50 MHz realisiert. Das Eingangssignal wird mit einem ADC mit einer Abtastrate von $780 \text{ kSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ bei einer Auflösung von 12 bit abgetastet und an das FPGA übertragen. Um das Rauschen zu unterdrücken und das Fehlersignal zu extrahieren wird das Signal erst Tiefpass und anschließend Hochpass gefiltert. Mithilfe eines „Single Input Multiple Output (SIMO)“ Systems, bestehend aus zwei parallelen PID-Reglern, von denen einer die Position des Bragg-Reflektors (vgl. Abschnitt 2.1) und der andere den Injektionsstrom beeinflusst, wird die Laserfrequenz gesteuert. Die Analogwandlung beider Ausgangssignale geschieht mit je einem 12 bit DAC mit $1,5 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$. Die Regelbandbreite des Stabilisierungssystems liegt bei 80 kHz.

Mit der PDH-Methode wird in [96] ein ECDL auf einen Resonator stabilisiert. Die Signalverarbeitung ist dabei auf einem Spartan 3AN von Xilinx umgesetzt, der dem Spartan 3E sehr ähnlich ist. Die Abtastung des Eingangssignals geschieht mit 12 bit bei einer Abtastrate von $1,5 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$. Das digitale Signal wird im FPGA mit dem Signal eines auf den FPGA abgebildeten Signalgenerators gemischt und anschließend mit einem Tiefpass gefiltert. Das so extrahierte Fehlersignal wird an zwei parallel geschaltete PI-Regler übergeben, von denen einer die Position des Bragg-Reflektors und der andere den Injektionsstrom beeinflusst. Dabei ist vor dem PI-Regler des Bragg-Reflektors ein Hochpassfilter geschaltet, damit dieser nur auf höherfrequente Änderungen der Laserfrequenz reagiert. Die Ausgangssignale beider PI-Regler werden mit Tiefpassfiltern begrenzt. Das Ausgangssignal des Bragg-Reflektors wird an einen 12 bit DAC mit $1,5 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ übergeben, während das Ausgangssignal des Injektionsstroms über einen 8 bit DAC, der als Widerstandsnetzwerk realisiert ist, mit $25 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ ausgegeben wird. Darüber hinaus kann auch das Modulationssignal (62 kHz) des Signalgenerators zur Ansteuerung eines akustooptischen Modulators (AOM) über einen der beiden DACs ausgegeben werden. Experimentell wurde eine Regelbandbreite von 7 kHz für dieses System ermittelt.

Für die nächste Generation der Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Satellitenmission wird in [69] die Stabilisierung eines Nd:YAG Lasers auf einen Resonator mit der Pound-Drever-Hall-Methode beschrieben. Als Signalverarbeitungsplattform kommt dabei ein Virtex-5 FPGA von Xilinx zum Einsatz, das mit LabVIEW programmiert und angesteuert wird. Anders als bei den oben beschriebenen Systemen werden ein externer analoger Mischer sowie ein analoger Tiefpass zur Demodulation des mittels EOM generierten PDH-Signals verwendet. Mit diesem Aufbau lässt sich eine Modulationsfrequenz von 5,5 MHz ohne Hochgeschwindigkeits-ADCs realisieren. Nach der Demodulation wird das Signal mit einem 16 bit ADC mit maximal $750 \text{ kSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ abgetastet. Auf dem FPGA ist ein um einen weiteren I-Regler erweiterter PID-Regler abgebildet, der ein Piezoelement steuert, das schnelle Änderungen der Laserfrequenz hervorruft, während ein nachgeschalteter PID-Regler die Temperatur des Lasers regelt. Für die Regelung der Temperatur ergibt sich somit eine Kaskade aus PIID- und PID-Reglern. Zur Konvertierung der digitalen Ausgangssignale wird je ein DAC mit einer Auflösung von 16 bit und einer maximalen Abtastrate von $1 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ eingesetzt. Das Gesamtsystem erreicht dabei eine Regelbandbreite von 30 kHz. Neben der Regelschleife enthält das digitale System Module zur Spektrum- und Netzwerkanalyse, sowie einen Sägezahnsignalgenerator, um die Resonanzfrequenz des Resonators zu detektieren.

Die Autoren von [76] verwenden ebenfalls LabVIEW um einen ECDL mithilfe der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie auf einen Hyperfeinübergang der $^{87}\text{Rb-D}_2$ -Linie zu stabilisieren. Zur Signalverarbeitung kommt dabei ein Zynq 7010 SoC-FPGA von Xilinx in Kombination mit einem 12 bit ADC und zwei 12 bit DAC, die alle mit einer Abtastrate von $125 \text{ kSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ arbeiten, zum Einsatz. Das

Tabelle 3.2.: Übersicht über kommerzielle Systeme zur Laserfrequenzstabilisierung

Hersteller	Gerät	Flanken- stabilisierung	PDH/FMS- Stabilisierung	f_m	Regel- bandbreite
Meerstetter Engineering	LTC-1142	?	?	max 0,5 MHz	?
MOGLabs	DLC202/252/502	x	x	250 kHz / ext.	40 kHz
TEM Messtechnik	Digital Laselock	x	x	0,1 Hz - 1 MHz	30 kHz
Toptica Photonics	DLC pro Lock ¹	x	x	11 Hz - 30 kHz	30 kHz
Toptica Photonics	DigiLock 110	x	x	17 Hz - 25 MHz	10 MHz
Vescent Photonics	ICE-CS1 ²		x	4 MHz	3 MHz

¹ Software Option für Toptica Photonics DLC pro Laser Controller

² Modul für Vescent Photonics Integrated Control Electronics (ICE)

analoge Eingangssignal wird direkt abgetastet und mit einem Mischer und einem Tiefpass-Filter mit dem Signal eines, auf das FPGA abgebildeten, lokalen Oszillators demoduliert. Mit dem extrahierten Fehlersignal und einem PID-Regler wird das Bragg-Gitter des Lasers gesteuert. Das Modulationssignal mit einer Frequenz von 4 kHz wird über einen weiteren Ausgang auf den Injektionsstrom des Lasers moduliert, eine frequenzabhängige Regelung des Stroms erfolgt nicht. Die Regelbandbreite dieses Systems wurde nicht exakt bestimmt, es liegt laut den Autoren im Bereich von einigen Hundert Hz. Neben der Regelschleife enthält das digitale System einen Sinus-Signalgenerator um die Übergänge zu detektieren, sowie ein Modul, um die Sprungantwort des Systems zu bestimmen.

Eine Besonderheit stellt das in [97] vorgestellte Python Red Pitaya Lockbox (PyRPL) System dar. Bei PyRPL handelt es sich um ein Open Source System, das auf der Signalverarbeitungsplattform STEMLab 125-14, die auch als Red Pitaya bezeichnet wird, basiert. Diese besitzt neben dem Zynq-7010 SoC-FPGA von Xilinx jeweils zwei ADCs und DACs mit einer Auflösung von 14 bit und einer Abtastrate von 125 MSmp.s^{-1} . PyRPL besteht aus verschiedenen FPGA-Modulen zur Steuerung und Regelung von quantenoptischen Experimenten, sowie der in Python realisierten Ansteuerung der Module durch ein grafisches User Interface. Mithilfe der enthaltenen PID-Regler und der Demodulationsmodule lässt sich mit dem Lockbox-Widget die Frequenzstabilisierung eines Lasers realisieren. Dabei beherrscht PyRPL sowohl die Flankenstabilisierung als auch die Pound-Drever-Hall Stabilisierung. Auch die sequenzielle Abfolge der Stabilisierungsmethoden ist möglich, so kann von der Flankenstabilisierung auf die präzisere PDH-Stabilisierung umgeschaltet werden. Die Modulationsfrequenz kann dabei bis zu 62,5 MHz betragen, die erreichbare Regelbandbreite ist jedoch nicht angegeben. PyRPL ist damit ein Übergang zwischen Stabilisierungssystemen aus der Forschung und kommerziellen Systemen, die im Folgenden vorgestellt werden.

Gesamtsysteme aus der Technik

Neben Systemen aus der Forschung gibt es auch eine Reihe von kommerziellen Systemen zur Frequenzstabilisierung von Lasern. Tabelle 3.2 zeigt eine Übersicht kommerzieller, digitaler Frequenzregler für Diodenlaser. Dabei sind die unterstützten Stabilisierungsmethoden sowie die Modulationsfrequenz interner Oszillatoren für die Pound-Drever-Hall Stabilisierung (PDH) bzw. Frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS) basierte Stabilisierung ergänzend zu der Regelbandbreite aufgelistet.

Fast alle Systeme unterstützen sowohl die Flankenstabilisierung als auch die frequenzmodulierte Spektroskopie (FMS), bzw. die Pound-Drever-Hall Stabilisierung (PDH), deren Signalpfade identisch sind. Die Modulationsfrequenzen der Systeme sind sehr unterschiedlich, wobei sich die Systeme mit hohen Modulationsfrequenzen $f_m \gtrsim 1 \text{ MHz}$ aufgrund der größeren Halbwertsbreiten der spektralen

Features besser für die spektroskopische Stabilisierung eignen. Der LTC-1142 von Meerstetter, eine Kombination aus Temperaturregler und Lasertreiber, sticht ein wenig aus der Übersicht hervor, da nur sehr wenige Informationen zur Frequenzstabilisierung verfügbar sind.

3.5. Fazit und Forschungslücke

Die in der Forschung und Technik verwendeten Methoden zur Stabilisierung der Frequenz eines Lasers basieren alle auf der Linearisierung eines Fehlersignals im Arbeitspunkt. Diese ist bei allen Methoden maximal im Bereich der Halbwertsbreite des spektralen Features gültig, sodass die Stabilisierungsmethoden bei größeren Abweichungen versagen können. Darüber hinaus muss der Arbeitspunkt manuell durch den Benutzer vorgewählt werden. Verändert sich dieser durch Umwelteinflüsse, wie zum Beispiel mechanische Belastung des Lasers oder Alterungsprozesse, muss der Arbeitspunkt angepasst werden, um die Funktion der Stabilisierung aufrecht zu erhalten. In [75] wird eine Methode beschrieben, bei der das Setzen des Arbeitspunkts durch einen Pattern-Matching-basierten Algorithmus automatisiert wird. Anstatt mit diesem Ansatz nur den Arbeitspunkt zu bestimmen, soll im Rahmen dieser Arbeit die kontinuierliche Extraktion des Fehlersignals mit der in Kapitel 4 detailliert beschriebenen Methode realisiert und evaluiert werden. Dieser Ansatz hat den Vorteil, dass er bei differenzierbaren spektralen Features in einem großen Spektralbereich anwendbar ist und damit auch für Frequenzabweichungen, die die Halbwertsbreite eines Features überschreiten, ein brauchbares Fehlersignal liefert. Damit eignet sich die Pattern-Matching-basierte Methode vor allem für atomare und molekulare Referenzen, da sich die spektralen Features eines Resonators nicht eindeutig unterscheiden lassen.

Die im Weiteren untersuchte Methode setzt eine digitale Signalverarbeitungsplattform voraus. Prinzipiell eignet sich jede der in Abschnitt 1.3 genannten bzw. in Abb. 1.5 dargestellten Architekturklassen für die Umsetzung der Stabilisierungsmethode. Bei der Wahl der Architekturklasse sind jedoch Randbedingungen zu berücksichtigen. Auf Weltraumplattformen ist die verfügbare Energie und abführbare Wärme stark eingeschränkt und zusätzlich ist das zur Verfügung stehende Bauvolumen und damit einhergehend die Masse limitiert. Daher muss eine kompakte, leistungsstarke und vor allem energieeffiziente Signalverarbeitungsplattform gefunden werden, auf die sich die Stabilisierungsmethode abbilden lässt. Da die Architekturklasse der FPGAs bzw. der verwandten SoC-FPGAs diese Eigenschaften auf sich vereint, werden diese beiden Klassen in Kapitel 5 auf ihre spezielle Eignung hin im Detail untersucht. Zudem lässt sich mit diesen ein kompaktes System aus Signalverarbeitungsplattform und den notwendigen ADCs und DACs realisieren, da auch die Signalgeneration für den Laser sowie die Aufbereitung des Spektroskopiesignals digital abgebildet werden kann. So soll die für die betrachtete Anwendung optimale Plattform unter Berücksichtigung von erreichbarer Regelbandbreite, der Verlustleistung sowie der Anpassbarkeit auf verschiedene Lasersysteme bestimmt werden. Anhand eines Demonstrationssystems wird abschließend in Kapitel 6 die Funktion der Pattern-Matching-basierten Methode zur Laserfrequenzstabilisierung demonstriert.

4. Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung

In diesem Kapitel wird die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung von Diodenlasern detailliert erläutert. Zunächst wird die Grundidee dargelegt und mit den in Abschnitt 3.2 beschriebenen Stabilisierungsmethoden aus Forschung und Technik verglichen. Anschließend wird die Erzeugung der Signale, die mit dem Pattern-Matching-Algorithmus verglichen werden, beschrieben sowie die Optimierung der Methode durch die Einführung von Region of Interests (Rois). Da es eine Vielzahl verschiedener Pattern-Matching Algorithmen gibt, wird eine Auswahl im Hinblick auf ihre Eignung für die Frequenzstabilisierung evaluiert.

4.1. Grundidee

Die Stabilisierungsmethode, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wird, setzt eindeutig differenzierbare Signalformen der spektralen Features voraus, welche sich durch die frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie darstellbare Hyperfeinstruktur von atomaren oder molekularen Referenzen ergeben. Dieses Referenzsignal, im Folgenden als Referenzspektrum bezeichnet, sollte eine möglichst große Anzahl der spektralen Features der Referenz enthalten.

Mit dem in Abb. 4.1 schematisch gezeigten Versuchsaufbau lassen sich zeitgleich das Signal der Sättigungsspektroskopie S_{SAS} und das Signal der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie S_{FMS} aufzeichnen. Der Aufbau weicht dabei leicht von dem in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Aufbau ab. So wird hier die Frequenzmodulation, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, durch die direkte Modulation des Injektionsstroms I_{inj} erreicht. Weiterhin fehlt der für die Sättigungsspektroskopie typische Pump-Strahl (vgl. Abschnitt 2.2.3). An seiner Stelle wird das in die Gaszelle eingestrahle Licht in sich selbst reflektiert. Vor dem Spiegel befindet sich eine $\lambda/4$ Platte. Diese ändert das linear polarisierte Licht vor der Reflexion in zirkular polarisiertes Licht. Nach der Reflexion durchläuft das zirkular polarisierte Licht erneut die $\lambda/4$ Platte. Die Polarisierung ändert sich dabei erneut, sodass der in die Zelle reflektierte Lichtstrahl wieder linear polarisiert ist, die Polarisations Ebene ist dabei aber um $\pi/2$ gegenüber dem vom Laser eingestrahlenen Licht verschoben. Damit sind einfallender und reflektierter Strahl

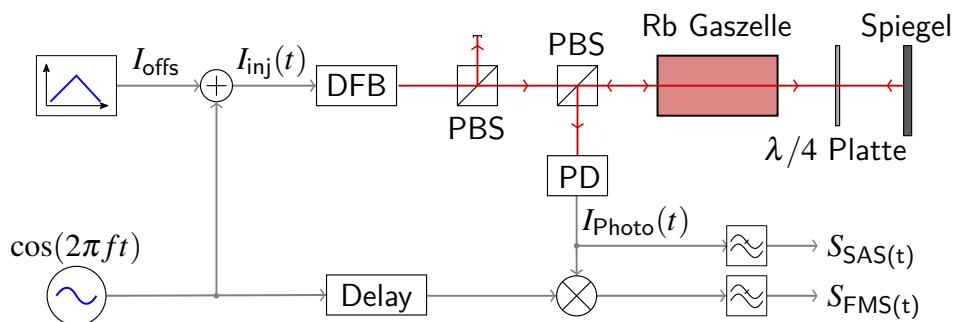


Abbildung 4.1.: Aufbau des Spektroskopiesystems zur Erzeugung des Referenzspektrums

durch den zweiten polarisierenden Strahlteiler (PBS) separierbar. Das eingestrahelte Licht entspricht dem Pumpstrahl während das reflektierte Licht den Taststrahl darstellt und durch den PBS auf die Photodiode abgelenkt wird. Das Signal des Photostrom I_{photo} der Photodiode wird dupliziert. Aus dem einen Teil des Signals wird mithilfe eines Tiefpassfilters die Modulationsfrequenz ν_m entfernt. Damit entspricht dieses Signal dem Ausgangssignal der Sättigungsspektroskopie S_{SAS} . Der andere Teil des Photostroms wird wie in Abschnitt 2.2.4 phasensynchron mit dem Modulationssignal gemischt. Nach dem Tiefpassfilter ergibt sich das Ausgangssignal der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie S_{FMS} . Die Temperatur der Diode wird dabei mithilfe von thermoelektrischen Kühlelementen (TEC) konstant gehalten.

Die Amplitude der beiden Ausgangssignale S_{SAS} und S_{FMS} ist vom Aufbau des Lasersystems abhängig. Einen direkten Einfluss haben zum Beispiel die Intensität des in das System eingestrahelte Lichts, dessen Polarisation, die Güte der optischen Elemente sowie die Empfindlichkeit der Photodiode. Für die spätere Funktion ist daher nur die relative Amplitude der Signale relevant, sodass beide Signale auf ihre maximale Amplitude normiert werden und daher im Folgenden nicht mit einer Einheit bewertet werden.

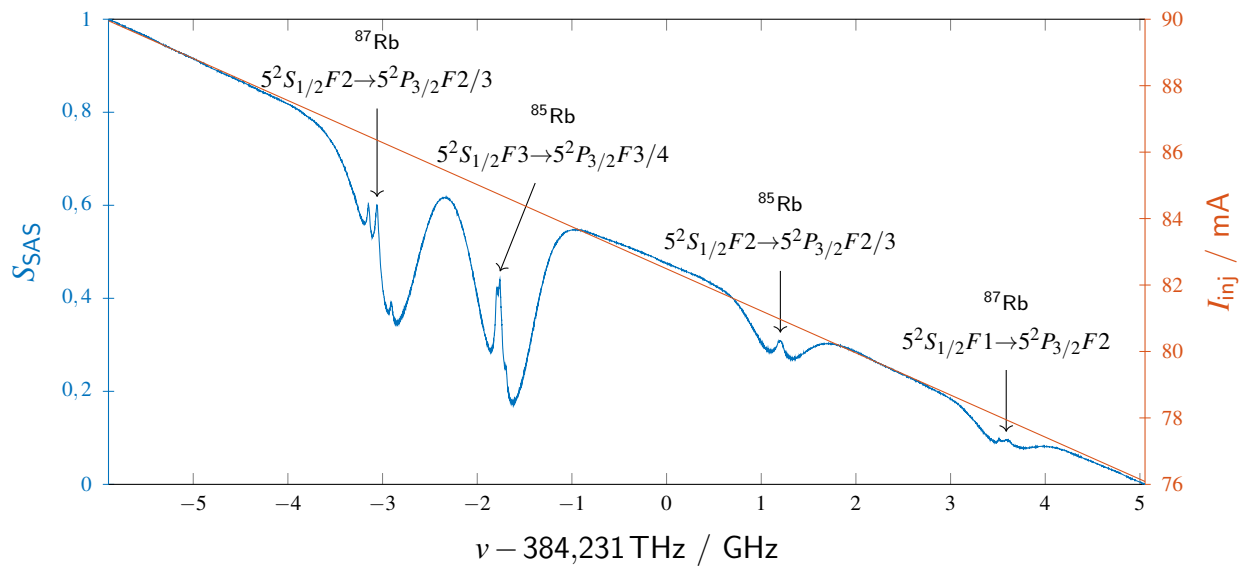
Abbildung 4.2a zeigt den mit diesem System aufgezeichneten Verlauf der Sättigungsspektroskopie S_{SAS} der D₂-Line der Rubidiumisotope ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb. Um diesen zu erzeugen, wird die Laserdiode linear über den gesamten Frequenzbereich der Rubidium D₂-Linie verstimmt, wie der Verlauf des Injektionsstroms I_{inj} der Laserdiode zeigt. Anhand der gut erkennbaren Lamb-Dips (vgl. Abschnitt 2.2.3), lässt sich mithilfe der bekannten Anregungsfrequenzen der Übergänge der Hyperfeinstruktur wie in der Abbildung eine Frequenzbewertung der Abszisse erzeugen. Anhand der relativen Position im Spektrum lässt sich jeder Lamb-Dip einem Übergang zuordnen. Die Position des Lamb-Dips im Spektrum entspricht damit der absoluten Anregungsfrequenz dieses spezifischen atom-optischen Übergangs. Anschließend kann mithilfe linearer Interpolation jeder Position im Spektrum eine Frequenz zugeordnet werden.

Für den in Abb. 4.2b gezeigten Verlauf der frequenzmodulierten Laserspektroskopie S_{FMS} , kann die Frequenzbewertung übernommen werden, da beide Signal, wie beschrieben, zeitgleich aufgezeichnet wurden. Dieser Signalverlauf löst die Hyperfeinstruktur, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, deutlich genauer auf und wird daher als Referenzspektrum genutzt.

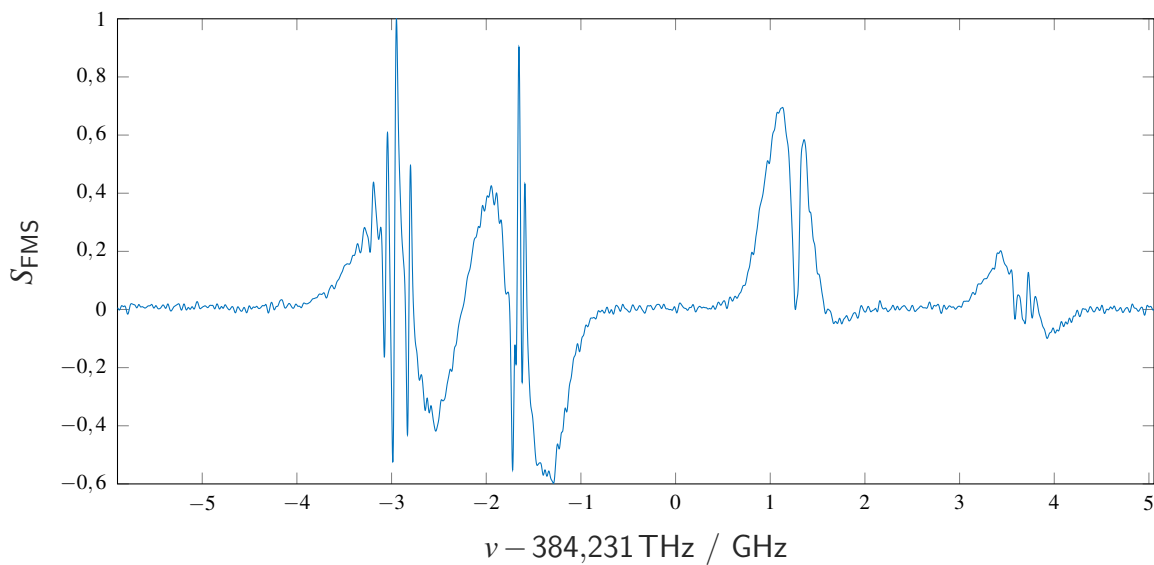
Während einer Iteration der Regelschleife wird die Frequenz ν der Laserdiode nur über einen Ausschnitt des Frequenzbereichs des Referenzspektrums linear variiert. Das so gewonnene deutlich kürzere Signal, im Folgenden als Scan bezeichnet, kann als Ausschnitt des Referenzspektrums angesehen werden. Mittels muster-basierter Suchalgorithmen (engl. Pattern-Matching) wird, wie in Abb. 4.3 dargestellt, die Position des Scan-Signals im Referenzspektrum bestimmt.

Da die Ausführungszeit solcher Pattern-Matching Algorithmen im Allgemeinen sowohl von der Länge des gesuchten Ausschnitts, als auch vom Suchbereich abhängt, ist ein kurzes Scan-Signal von Vorteil. Dabei muss es aber genügend Informationen enthalten, um es eindeutig einer Position im Spektrum zuordnen zu können.

Anhand der gefundenen Position des Scans im Referenzspektrum lässt sich über die Frequenzbewertung des Spektrums die mittlere Momentanfrequenz $\hat{\nu}$ der Laserdiode bestimmen. Durch die Vorgabe eines Sollwerts für die Laserfrequenz ν_{soll} , die in eine Position im Referenzspektrum umgewandelt werden kann, lässt sich so eine Abweichung bestimmen. Wird dieser Vorgang wiederholt ausgeführt, ergibt sich aus der Abweichung ein Fehlersignal, mit dem ein nachgeschalteter Regler, der den Injektionsstrom der Laserdiode beeinflusst, die Laserfrequenz regeln kann.



(a) Sättigungsspektroskopie



(b) Frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie

Abbildung 4.2.: Normalisierte Spektren der D₂-Linie von ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb

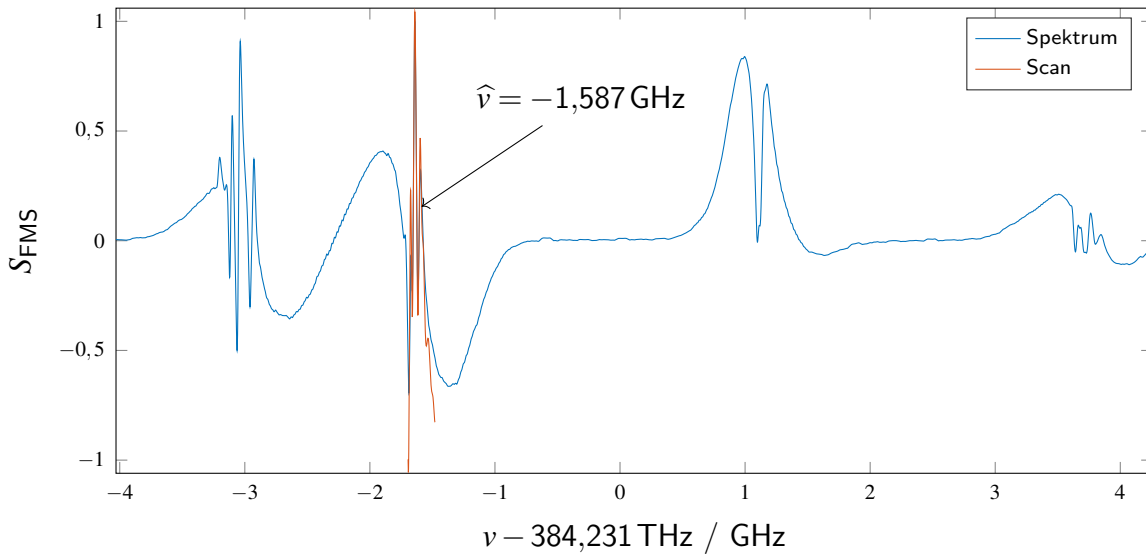


Abbildung 4.3.: Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie mit Scan-Signal an der mittels Pattern-Matching geschätzten mittleren Frequenz $\hat{\nu}$

Die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung hat den Vorteil, dass sich durch die fortlaufende Bestimmung der Laserfrequenz ein Fehlersignal ergibt, das auch bei einer Abweichung über die Linienbreite eines spektralen Features hinaus verwendbar ist. Weiterhin lässt sich aus dem Verlauf des Fehlersignals die Stabilität des emittierten Lichts direkt quantitativ bewerten, da es als absolute Frequenz interpretiert werden kann. Beides erlauben die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methoden aus Forschung und Technik nicht. Nachteilig jedoch ist, dass die Grundfrequenz der Laserdiode dauerhaft variiert werden muss, um die Scan-Signale zu generieren. Diese kontinuierliche Frequenzänderung lässt sich gegebenenfalls auch mithilfe eines akustooptischen Modulators (AOM) erreichen. Damit kann sie von der Lichtquelle entkoppelt werden.

Die beschriebene Pattern-Matching-basierte Stabilisierungsmethode wurde im Rahmen von [98] entwickelt und wird in der MAIUS-A Apparatur verwendet. So kann automatisiert das gewünschte spektrale Feature für die in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Regelung auf die frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie ausgewählt werden [31]. In gleicher Weise kam sie auch im Rahmen der Höhenforschungsmission TEXUS 53 in der KALEXUS-Nutzlast erfolgreich zum Einsatz [75]. Dabei wird die Methode genutzt, um die bei allen in Abschnitt 3.2 beschriebenen Stabilisierungsmethoden notwendige, manuelle Auswahl des Arbeitspunkts zu automatisieren.

Aus dem beschriebenen Verfahren ergibt sich damit das in Abb. 4.4 dargestellte System bestehend aus einem verstimmbaren Laser, einer optischen Strecke und dem eigentlichen Frequenzregler. Der verstimmbare Laser sowie das optische System für die frequenzmodulierte Sättigungsspektroskopie bilden die Grundlage der Methode und sind in Kapitel 2 und Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Der Fokus der folgenden Kapitel dieser Arbeit liegt daher auf dem Frequenzregler, der aus den Komponenten Signalaufbereitung, Frequenzschätzung und Laseransteuerung besteht. Das gesamte Regelsystem soll weitgehend digital realisiert werden, um eine möglichst hohe Integrationsdichte zu erreichen. Somit wird das Ansteuersignal des Lasers direkt durch einen Analog-Digital-Wandler (ADC) erzeugt, während das Rohsignal der Spektroskopie über einen Digital-Analog-Wandler (DAC) an das digitale Regelsystem übergeben wird. Wie in Abschnitt 3.2.3 beschrieben ist, muss das Ausgangssignal der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie (FMS) zur Extraktion des Nutzsignals aufbereitet bzw. demoduliert werden.

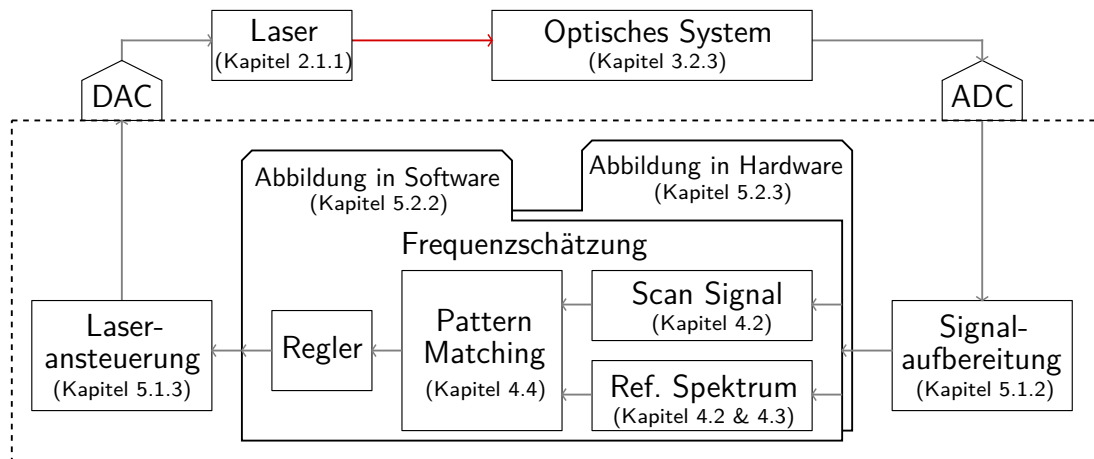


Abbildung 4.4.: Pattern-Matching basiertes Frequenzstabilisierungssystem

Kern der Frequenzstabilisierung ist die eigentliche Schätzung der aktuell vorliegenden Laserfrequenz. Das hierfür notwendige methodische Vorgehen wird in Kapitel 4 ausführlich erläutert. Dies umfasst insbesondere das Verfahren zur Generation des für die Frequenzschätzung notwendigen Referenzspektrums, sowie des Scan Signals, welches in Abschnitt 4.2 erläutert wird. Abschnitt 4.3 zeigt darüber hinaus eine Möglichkeit, durch eine Modifikation des Referenzspektrums die Methode hinsichtlich des Rechenaufwands zu optimieren. Nachfolgend werden in Abschnitt 4.4 verschiedene Pattern-Matching-Algorithmen auf ihre Eignung für die Frequenzschätzung hin evaluiert.

Die entsprechende Umsetzung als digitales System wird in Kapitel 5 ausführlich beschrieben und evaluiert. Dabei liegt der Fokus auf der Untersuchung der Abbildung der Frequenzschätzung in Software-Applikationen (vgl. Abschnitt 5.2.2) sowie dedizierte Hardware-Module (vgl. Abschnitt 5.2.3). Hier wird auch die Abbildung der Signalaufbereitung zur Extraktion des Nutzsignals (vgl. Abschnitt 5.1.2) sowie der Laseransteuerung (vgl. Abschnitt 5.1.3) ausführlich beschrieben.

4.2. Generation von Referenzspektrum- und Scan-Signalen

Wie oben beschrieben ist das Referenzspektrum ein wichtiges Element für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung. Neben der Bedingung, dass es möglichst viele spektrale Features der atomaren oder molekularen Referenz beinhaltet, ist es zwingend erforderlich, dass seine Frequenzauflösung identisch zu der der Scan-Signale in der Regelschleife ist. Die Frequenzauflösung eines DFB-Lasers ergibt sich entsprechend Gleichung (2.3) bei als konstant angenommener Temperatur aus der Änderungsrate des Injektionsstroms ΔI_{inj} . Diese muss während der Generation des Spektrum Signals der für den Regelbetrieb bestimmten Änderungsrate entsprechen.

Die Änderungsrate des Injektionsstroms beeinflusst dabei die Sensitivität der in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Sättigungsspektroskopie. Um die Lamb-Dips zu erzeugen, muss das Laserlicht die Sättigungsintensität Φ_{sat} , die für den $5^2S_{1/2}F2 \rightarrow 5^2P_{3/2}F3$ Übergang von ^{87}Rb mit $3,053 \text{ mW cm}^{-2}$ angegeben ist [47], überschreiten. Dies gilt für den stationären Fall. Wird die Grundfrequenz des Lichts aber kontinuierlich verändert, muss die Strahlungsenergie $Q = \int \Phi dt$, also die eingestrahlte Energiemenge, betrachtet werden. Diese muss im Bereich der Linienbreite eines optischen Übergangs der Feinstruktur die Sättigungsstrahlungsenergie Q_{sat} überschreiten. Mit zunehmender Änderungsrate sinkt die Strahlungsenergie eines Übergangs, sodass die Ausprägung der Lamb-Dips geringer wird,

4. Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung

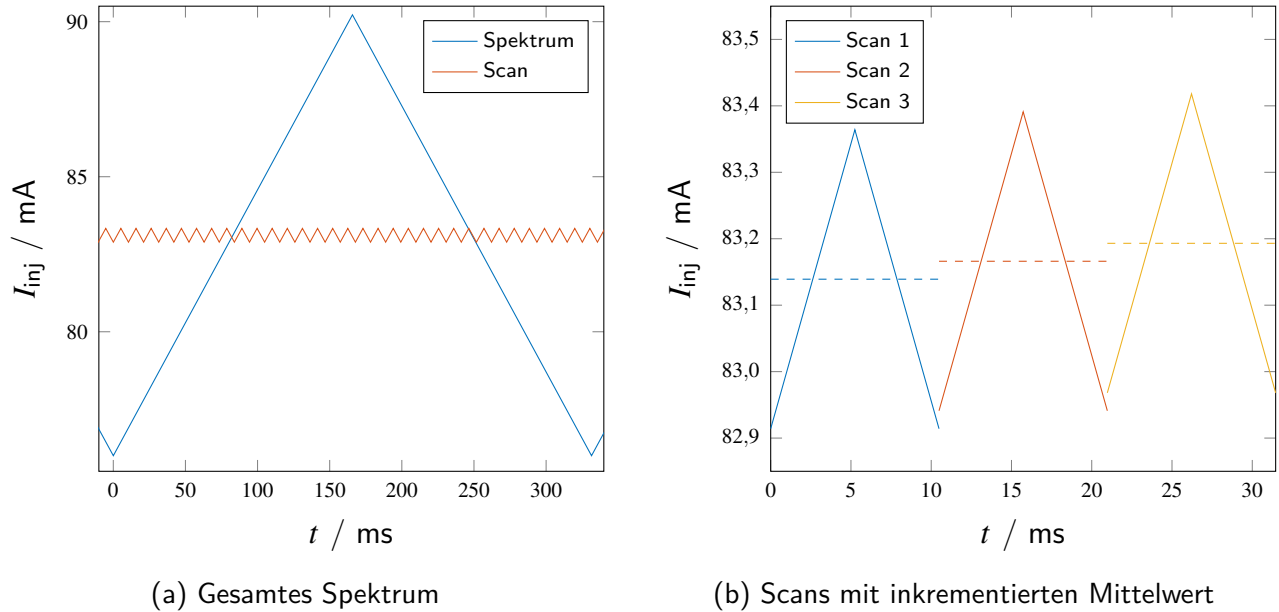


Abbildung 4.5.: Verlauf des Laserstroms zur Generierung des Referenzspektrums

bis diese bei Unterschreitung von Q_{sat} verschwinden. Die Ausprägung der einzelnen Lamb-Dips eines Übergangs der Feinstruktur ist zudem abhängig von den relativen Stärkefaktoren der Hyperfeinübergänge S_{FF} [47]. Da diese sich zum Teil stark unterscheiden, variiert die Ausprägung der Lamb-Dips, sodass sich bei geringer Strahlungsenergie $Q \approx Q_{\text{sat}}$ eines Feinübergangs nur die Hyperfeinübergänge mit großem S_{FF} Faktor durch eine Spektroskopie auflösen lassen.

Das Referenzspektrum kann, abhängig von den Eigenschaften der verfügbaren Signalverarbeitungsplattform, auf zwei unterschiedliche Weisen erzeugt werden. Das in Abb. 4.2 gezeigte Spektrum wurde mit einem System erzeugt dessen Speicherkapazität ausreicht, um das komplette Signal, bestehend aus 16.184 Samples, schritthaltend aufzuzeichnen. Wie in Abb. 4.5a gezeigt, folgt der Laserstrom I_{inj} bei der Aufzeichnung des Spektrums (blau) dabei einem Dreieckssignal mit einer Frequenz von 3,017 Hz und einer Amplitude von 6,934 mA. Während der Regelung wird dann fortlaufend das 512 Sample lange Scan-Signal aufgezeichnet, das wie oben beschrieben die gleiche Änderungsrate des Laserstroms aufweisen muss. Daher verringert sich die Amplitude auf 0,219 mA, während die Frequenz auf 95,367 Hz steigt, sodass sich der in Abb. 4.5a in rot dargestellte exemplarische Signalverlauf des Laserstroms ergibt.

Jede für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung geeignete Signalverarbeitungsplattform muss in der Lage sein, das kürzere Scan-Signal schritthaltend aufzuzeichnen. Reicht die Kapazität nicht für das vollständige Spektrum, werden wie oben beschrieben einzelne Scan-Signale aufgezeichnet, bei denen der Mittelwert zwischen den Aufzeichnungen um einen konstanten Offset verändert wird, vgl. Abb. 4.5b. Überschneiden sich die Dreieckprofile der einzelnen Scan-Signale, müssen auch die dabei erzeugten Teilspektren überlappen. Diese Überlappung lässt sich mithilfe der Kreuzkorrelation benachbarter Scan-Signale bestimmen. Die Scans lassen sich anschließend zu einem Gesamtspektrum zusammensetzen. Das in Abb. 4.3 gezeigte Spektrum wurde auf diese Weise erzeugt; Amplitude und Frequenz entsprachen dabei den oben genannten Werten. Der Mittelwert wurde zwischen den Aufzeichnungen um 0,027 mA verringert. Um eine zusätzliche Rauschunterdrückung zu erreichen, wurden darüber hinaus jeweils 32 Scan-Signale für einen Strommittelwert aufgezeichnet und diese sampleweise gemittelt.

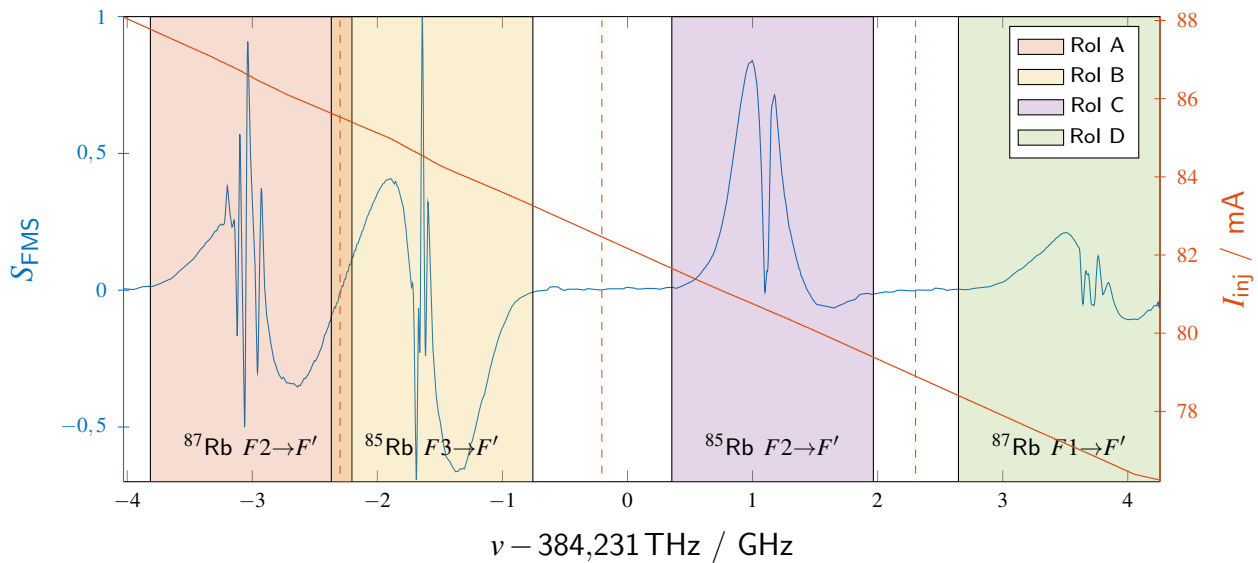


Abbildung 4.6.: Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie mit eingezeichneten Regions of Interest

4.3. Algorithmische Optimierung durch Region of Interests

Die Laufzeitkomplexität von Pattern-Matching Algorithmen wird maßgeblich durch die Länge der beiden Eingangssignalfolgen bestimmt. Wie in Abb. 4.3 gezeigt, ist das Scan-Signal wesentlich kürzer als das Spektrum-Signal, sodass sich eine Reduktion der Länge des Referenzspektrums stark auf die Rechenzeitkomplexität auswirkt. Da das Referenzspektrum aufgrund des unregelmäßigen freien Spektralbereichs (vgl. Abschnitt 3.1) große Bereiche ohne nutzbare Informationen enthält, lässt sich das Referenzspektrum in Region of Interests (Rols) unterteilen, die alle relevanten spektralen Features enthalten.

Abbildung 4.6 zeigt ein Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie bei dem die Regionen farblich hervorgehoben sind. Die vier Regionen (Rol A-D) lassen sich der Hyperfeinaufspaltung der $5^2S_{1/2}$ Grundzustände von ^{85}Rb und ^{87}Rb zuordnen (vgl. Abschnitt 2.2.2). Die Auswahl der zur Frequenzbestimmung genutzten Rols kann dabei anhand der in der Abbildung rot gestrichelt dargestellten Schwellwerten des Injektionsstroms der Laserdiode getroffen werden.

Wie in Abschnitt 2.1.2 am Beispiel einer DFB-Laserdiode beschrieben, ist die Laserfrequenz ν direkt abhängig vom Injektionsstrom I_{inj} . Aufgrund von Rauschgrößen und Umwelteinflüssen lässt sich diese Zuordnung nur bis zu einer begrenzten Genauigkeit für die Zuordnung nutzen. Der große spektrale Abstand der Mittenfrequenzen der Rols ist daher ausreichend für eine Zuordnung. Wenn, wie in Abb. 4.6, einzelne Rols aneinandergrenzen, können die Rols überlappen, um einen möglichen Fehler durch die Vorauswahl der Region auszugleichen.

4.4. Evaluation verschiedener Pattern-Matching-Algorithmen

Für eine Pattern-Matching-basierte Frequenzregelung können unterschiedliche Pattern-Matching Algorithmen eingesetzt werden. Daher wird zunächst untersucht, welche Algorithmen sich besonders für die Frequenzbestimmung durch die oben beschriebene Methode eignen. Ausgehend von [98] werden zunächst zeitbereichsbasierte Algorithmen untersucht, während anschließend die Transformation einzelner Algorithmen in den Fourier-Bereich betrachtet wird. Relevante Kriterien für die Auswahl sind dabei die Ausführungszeit der Algorithmen sowie der Fehler der Frequenzbestimmung. Ein optimaler Algorithmus verbindet dabei eine möglichst geringe Ausführungszeit mit einem gegen null konvergierenden Frequenzfehler.

4.4.1. Eindimensionale Pattern-Matching-Algorithmen

In [99] wurden verschiedene korrelationsbasierte Pattern-Matching-Algorithmen bzw. dabei verwendete Ähnlichkeitsmaße auf Ihre Eignung für die Frequenzstabilisierung hin untersucht. Die Kreuzkorrelation (CC) bildet dabei die Basis der untersuchten Algorithmen. Sie bestimmt für jede mögliche Verschiebung zweier Signale zueinander den Wert eines Ähnlichkeitsmaßes. Die Verschiebung, bei der dieser Wert sein Extremum annimmt, lässt sich als geschätzte Position des einen Signals innerhalb des anderen interpretieren. Die Klasse an korrelationsbasierten Pattern-Matching Algorithmen lässt sich für die Pattern-Matching-basierte Frequenzbestimmung verwenden, wobei die Position des Scan-Signals im Referenzspektrum gesucht wird. Die Verschiebung wird dabei so beschränkt, dass sich das Scan-Signal nur innerhalb des Referenzspektrums befinden kann. Neben der CC wurden in [99] die Ähnlichkeitsmaße Summe der absoluten Differenzen (SAD), Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences) (SSD), Summe der Hamming-Distanzen (SHD) sowie die erweiterten Varianten normalisierte Kreuzkorrelation (NCC) und Mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen (ZSAD) als geeignet identifiziert und werden im Folgenden detailliert evaluiert.

Kreuzkorrelation

Die Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation) (CC) ist einer der gängigsten Pattern-Matching Algorithmen. Ihre Berechnung für eine Verschiebung um m Samples ist in Gleichung (4.1) gezeigt und umfasst neben der Summenbildung über N_{Scan} Samples nur eine Multiplikation. N_{Scan} ist dabei die Länge des Scan-Signals. Die erweiterte normalisierte Kreuzkorrelation (NCC) ist deutlich komplexer, bietet jedoch aufgrund der Normalisierung den Vorteil einer erhöhten Toleranz gegenüber Amplitudenschwankungen. Anstelle der punktwweisen Multiplikation von Scan- (S_{Scan}) und Spektrum-Signal (S_{Spek}) wird von beiden der jeweilige Mittelwert \bar{S}_{Scan} bzw. \bar{S}_{Spek} subtrahiert. Dabei wird beim Spektrum-Signal nur der aktuell betrachtete Ausschnitt der Länge N_{Scan} betrachtet, sodass der Mittelwert für jede Verschiebung m entsprechend Gleichung (4.3) neu gebildet werden muss. Den Nenner bildet das Produkt der Standardabweichungen σ der verglichenen Signale. Diese wird durch die Wurzel der quadrierten Stichprobenvarianz des jeweiligen Signals entsprechend Gleichung (4.4) gebildet. Im Falle des Spektrums muss auch die Standardabweichung σ_{Spek} für jede Verschiebung m

neu bestimmt werden. Der Vergleich zwischen Gleichung (4.1) und Gleichung (4.2) zeigt daher einen deutlich erhöhten Rechenaufwand der NCC gegenüber der CC.

$$CC(m) = \sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} S_{\text{Spek}}(n+m) \cdot S_{\text{Scan}}(n) \quad (4.1)$$

$$NCC(m) = \frac{\sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} (S_{\text{Spek}}(n+m) - \bar{S}_{\text{Spek}}) \cdot (S_{\text{Scan}}(n) - \bar{S}_{\text{Scan}})}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} (S_{\text{Spek}}(n+m) - \bar{S}_{\text{Spek}})^2 \cdot \sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} (S_{\text{Scan}}(n) - \bar{S}_{\text{Scan}})^2}} \quad (4.2)$$

$$\bar{S} = \frac{1}{N_{\text{Scan}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} S(n) \quad (4.3)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{n=0}^{N_{\text{Scan}}} (S(n) - \bar{S})^2} \quad (4.4)$$

Die (normalisierte) Kreuzkorrelation wird für jede mögliche Verschiebung m des Scan-Signals Φ_{Scan} im Referenzspektrum Φ_{Spek} bestimmt. An der Position, an der die Kreuzkorrelation ihren maximalen Wert annimmt, liegt die größte Ähnlichkeit der beiden Signalausschnitte vor.

Summe der absoluten oder quadratischen Differenzen

Die beiden Ähnlichkeitsmaße Summe der absoluten Differenzen (SAD) (vgl. Gleichung (4.5)) und Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences) (SSD) (vgl. Gleichung (4.6)) sind vom grundsätzlichen Aufbau sehr ähnlich. Bei der SAD wird der Betrag der punktwisen Differenzen aufsummiert, während bei der SSD aus der quadrierten punktwisen Differenz die Summe gebildet wird. Somit werden bei der SSD betragsmäßig große Abweichungen stärker bestraft als bei der SAD. Da bei der erweiterten mittelwertfreien Summe absoluter Differenzen (ZSAD) der Mittelwert der Signale vor der Differenzbildung entfernt wird (vgl. Gleichung (4.7)), ist diese toleranter gegenüber Offset-Schwankungen der verglichenen Signale als die SAD. Dabei zeigt sie aber, ähnlich wie die NCC, einen erhöhten Rechenaufwand gegenüber dem Grundalgorithmus SAD, da auch hier der Mittelwert des Spektrumausschnitts für jede Verschiebung m neu bestimmt werden muss.

$$SAD(m) = \sum_{n=0}^N |S_{\text{Spek}}(n+m) - S_{\text{Scan}}(n)| \quad (4.5)$$

$$SSD(m) = \sum_{n=0}^N (S_{\text{Spek}}(n+m) - S_{\text{Scan}}(n))^2 \quad (4.6)$$

$$ZSAD(m) = \sum_{n=0}^N |(S_{\text{Spek}}(n+m) - \bar{S}_{\text{Spek}}) - (S_{\text{Scan}}(n) - \bar{S}_{\text{Scan}})| \quad (4.7)$$

Die größte Ähnlichkeit der beiden Signale wird ähnlich wie bei der CC bestimmt, bei diesen Algorithmen liegt die größte Ähnlichkeit jedoch an der Position, bei der die Ähnlichkeitsmaße ihre minimalen Werte annehmen.

Summe der Hamming-Distanzen

Das Ähnlichkeitsmaß Summe der Hamming-Distanzen (SHD) basiert auf der Binärdarstellung der einzelnen Werte von Scan- S_{Scan} und Spektrumsignal S_{Spek} . Bei diesem Verfahren wird entsprechend

Gleichung (4.8) punktweise die Hamming-Distanz $HD(x,y)$, also die Anzahl unterschiedlicher Binärstellen bestimmt. Diese Zahl wird dann wie bei SAD oder SSD aufsummiert. Die Hamming-Distanz lässt sich bestimmen, in dem man durch die XOR-Verknüpfung beider Signalwerte die unterschiedlichen Bits bestimmt. Die Anzahl der unterschiedlichen Bits ergibt dann das Ähnlichkeitsmaß.

$$SHD(m) = \sum_{n=0}^N HD(S_{\text{Spek}}(n+m), S_{\text{Scan}}(n)) \quad (4.8)$$

Die größte Ähnlichkeit liegt, wie bei SAD und SSD, dann vor, wenn die SHD ihren minimalen Wert erreicht. Die SHD erfordert eine binäre Zahlendarstellung als Ganz- oder Festkommazahl, alle anderen vorgestellten Algorithmen lassen sich auch mit Fließkommazahlen verwenden.

Evaluation

Im Folgenden werden die genannten Ähnlichkeitsmaße bzw. Algorithmen auf ihre Eignung für die Pattern-Matching basierte Frequenzregelung untersucht. Dazu wird die Position von 3.200 Scan Signalen, die genutzt wurden um das in Abb. 4.6 dargestellte Referenzspektrums zu erzeugen, in diesem Referenzspektrum mit den verschiedenen Ähnlichkeitsmaßen bestimmt. Für die Erstellung des Spektrums wurden insgesamt 15.840 Scan Signale aufgezeichnet. Für die Evaluation werden aber nur die herangezogen, die spektrale Features enthalten. Die Scan-Signale umfassen dabei je 512 Samples, während das Referenzspektrum aus 19.638 Samples besteht, die in 4 Rols mit je 3.818 Samples aufgeteilt wurden. Jedes Ähnlichkeitsmaß wird dabei in zwei Varianten evaluiert. Im ersten Schritt wird die Position im gesamten Spektrum gesucht, im Zweiten nur innerhalb der dem Scan aufgrund des mittleren Diodenstroms zugeordneten Rol. Das Vorgehen entspricht dabei dem aus [99] und [100], wobei dort die Position nur innerhalb einer Rol bestimmt wurde.

Zum Vergleich der Ähnlichkeitsmaße wird dazu in Abb. 4.9 zunächst der Betrag des Frequenzfehlers herangezogen. Dargestellt ist dieser in Form eines Boxplots, bei der der rote Strich in der Mitte der Box den Median des Fehlers über alle Scan-Signale angibt. Das obere Ende der Box gibt das 75 %- und das untere das 25 %-Perzentil an. Die Antennen reichen bis zu den größten abweichenden Datenpunkten, die nicht als Ausreißer (dargestellt als rote Kreuze) betrachtet werden. Um eine aussagekräftige Darstellung zu erhalten, sind nicht alle Ausreißer dargestellt, da vereinzelt sehr große Frequenzfehler auftreten. Diese würden die Skalierung der Ordinate dahingehend beeinflussen, dass wesentliche Informationen in der Abbildung nicht mehr erkennbar sind.

Exemplarisch dafür ist diese Auswertung in Abb. 4.7 für die CC dargestellt. Im Vergleich der beiden Varianten zeigt sich schon anhand der Skalierung der Ordinaten, dass bei der Suche im gesamten Spektrum der Frequenzfehler deutlich größer ist. Um lokale Effekte innerhalb der einzelnen Rols zu identifizieren, ist neben dem Gesamtfehler auch der Frequenzfehler der einzelnen Rols aufgetragen. Dabei wird ein Scan der Region zugeordnet, in die er bei fehlerloser Zuordnung abgebildet würde.

Solche Effekte sind aus der ausschließlichen Betrachtung der Fehler schwer zu beurteilen. Daher sind in Abb. 4.8 alle zur Evaluation verwendeten Scan-Signale an den mit der CC geschätzten Position im Spektrum abgebildet. Dabei ist die Frequenz auf der Abszisse normiert abgebildet. Aus dieser Abbildung lässt sich zum Beispiel ableiten, warum bei der Suche im Gesamtspektrum der Frequenzfehler bei Rol D deutlich erhöht ist (vgl. Abb. 4.7a). Die CC zeigt die größte Ähnlichkeit der Scans, die dieser Rol zugeordnet sind, fälschlich in Rol B. Zurückzuführen ist dies wahrscheinlich darauf, dass in Rol B die größte Amplitude des Spektrumsignals auftritt und diese das Ähnlichkeitsmaß CC stark negativ beeinflusst. Derselbe Effekt führt zu den Frequenzfehlern bei der Suche innerhalb

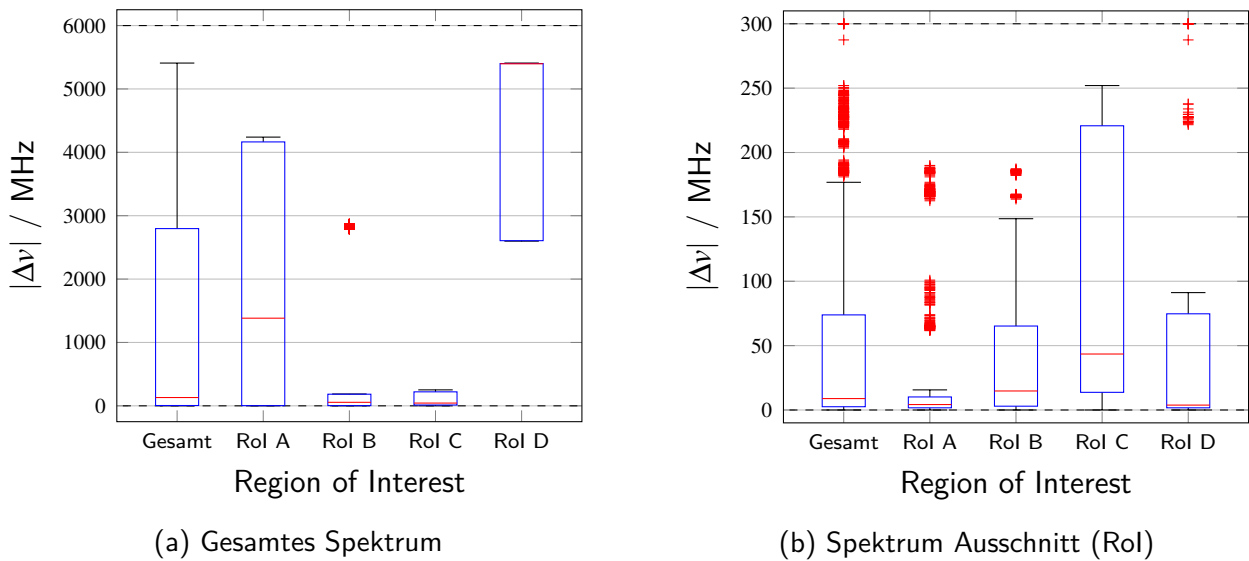


Abbildung 4.7.: Absoluter Fehler der CC basierten Frequenzschätzung

einer Rol bei Rol B und C (vgl. Abb. 4.7b). Die detaillierten Evaluationsergebnisse der anderen oben vorgestellten Ähnlichkeitsmaße können den Abbildungen A.1 bis A.10 in Anhang A entnommen werden.

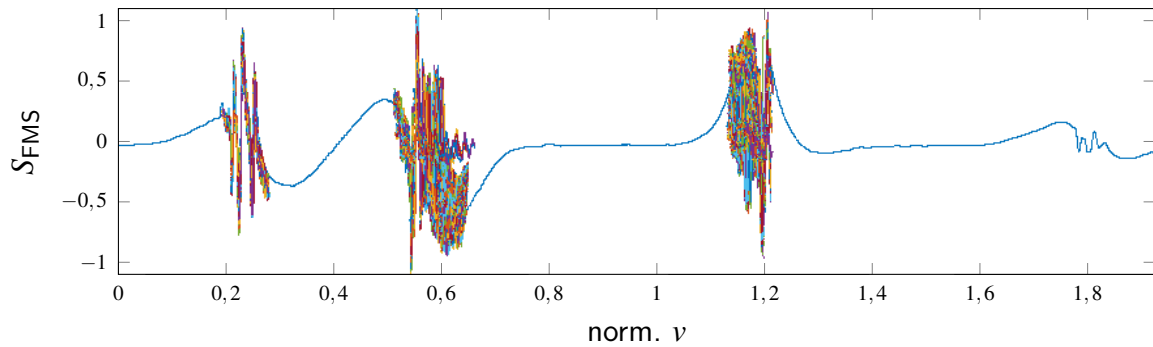
Der Vergleich der Maße untereinander erfolgt in Abb. 4.9 anhand der über alle Rols akkumulierten Gesamtfehler. Abbildung 4.9a zeigt den Frequenzfehler bei der Suche im gesamten Spektrum. Sehr deutlich zeigt sich, dass die CC mit Abstand die größten Abweichungen ergibt. Der Median liegt bei 130 MHz während er bei den anderen Algorithmen nicht größer als 7 MHz ist. SAD, ZSAD und SSD erreichen alle einen Median zwischen 4 MHz und 5 MHz, während die SHD mit 6,5 MHz etwas schlechter abschneidet.

Vergleicht man die in Abb. 4.9b dargestellte Frequenzabweichung für die Suche in einer Rol, ergibt sich insbesondere für CC und NCC aber auf für die SHD ein deutlich geringerer Frequenzfehler. Der Median liegt für die CC nur noch bei 9 MHz, der Median der SHD verringert sich um etwa 1 MHz, der der NCC um 0,4 MHz. Auf den Median der Algorithmen SAD, ZSAD und SSD hat die Einschränkung keine Auswirkungen, sodass die Verwendung der Rols neben der offensichtlichen Verringerung der Rechenkomplexität auch einen positiven Effekt auf die Frequenzbestimmung hat.

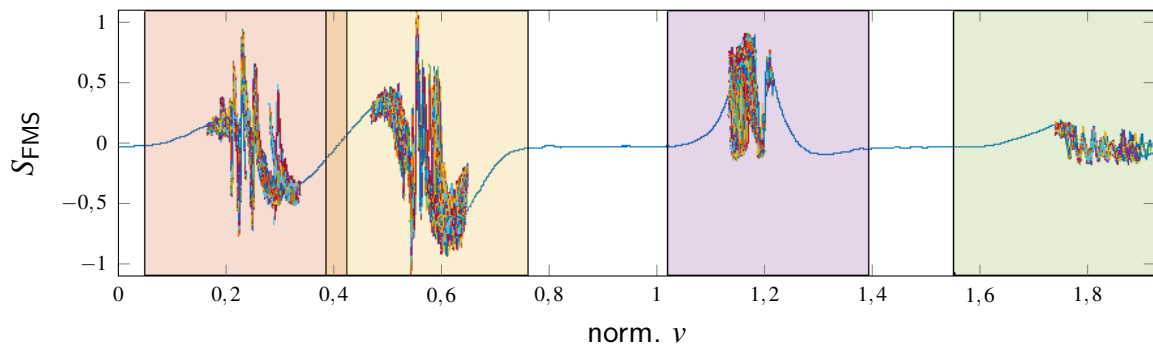
Betrachtet man neben dem Median auch die 75 %-Perzentile, erweist sich die CC als ungeeignet für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung, da der Frequenzfehler unterhalb der doppelten Halbwertsbreite der Sättigungsverbreiterung der Rubidium-Hyperfeinübergänge $\delta\nu_s$ von etwa 12 MHz bleiben sollte. Alle weiteren Algorithmen können grundsätzlich als geeignet angesehen werden. Aufgrund der größeren Abweichungen bei einzelnen Scan-Signalen erweisen sich ZSAD und SHD als nicht optimal.

In [100] wurde die Matching-Rate als weiteres Evaluationskriterium für die Eignung der Pattern-Matching-basierten Frequenzstabilisierung eingeführt. Ein Match bedeutet dabei, dass die geschätzte Frequenz nicht mehr als 23 MHz von seiner korrekten Position abweicht. Die maximale Abweichung ergibt sich dabei aus dem Mittelwert der Breite der atomoptischen Übergänge der D_2 -Linie von ^{85}Rb und ^{87}Rb im FMS-Signal. Die Matching-Rate ergibt sich aus dem Verhältnis der Anzahl der Scans, die das beschriebene Kriterium erfüllen, zu allen überprüften Scans. Zusätzlich wird von den Scans,

4. Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung

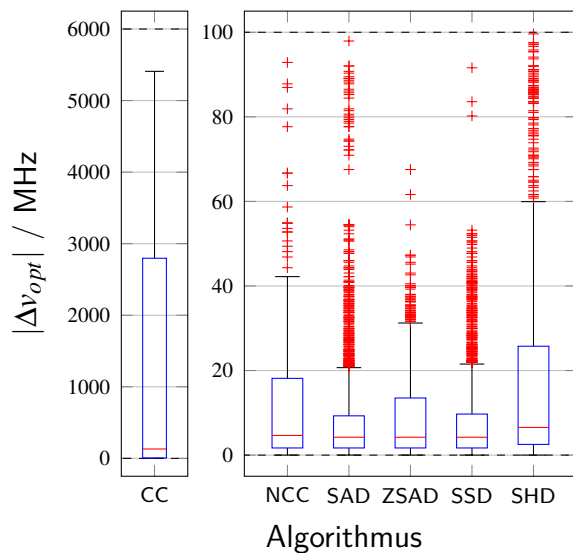


(a) Gesamtes Spektrum

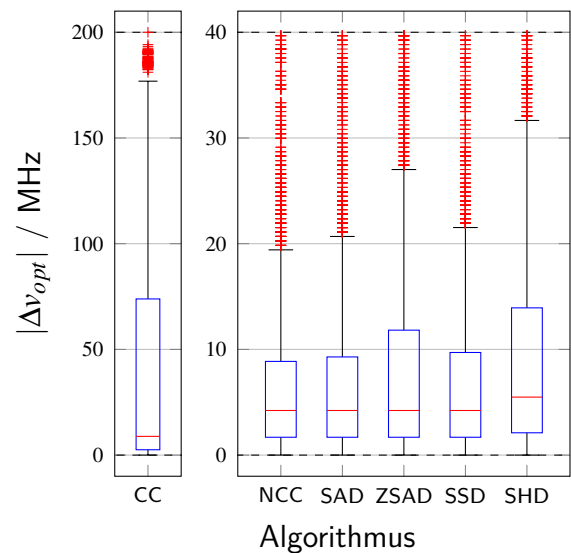


(b) Spektrum Ausschnitt (Rol)

Abbildung 4.8.: Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie mit Scan-Signalen an den mittels CC geschätzten mittleren Frequenzen



(a) Gesamtes Spektrum



(b) Spektrum Ausschnitt (Rol)

Abbildung 4.9.: Absoluter Fehler der Frequenzschätzung mit verschiedenen Pattern-Matching-Algorithmen

Tabelle 4.1.: Matching-Rate und RMS Frequenzfehler

Ähnlichkeitsmaß	Gesamtes Spektrum		Spektrum Ausschnitt (RoI)	
	Matching -Rate	RMS-Fehler	Matching-Rate	RMS-Fehler
CC	35,2 %	7,61 MHz	61,6 %	7,44 MHz
NCC	76,6 %	6,00 MHz	90,5 %	7,16 MHz
SAD	91,7 %	7,61 MHz	92,1 %	7,60 MHz
ZSAD	82,6 %	7,19 MHz	88,0 %	7,86 MHz
SSD	92,9 %	7,86 MHz	93,2 %	7,87 MHz
SHD	73,2 %	7,92 MHz	83,0 %	7,89 MHz

die als Match klassifiziert werden, der RMS-Frequenzfehler (vgl. Gleichung (4.9)) bestimmt. Dabei beschreibt N_{Match} die Anzahl aller als Match klassifizierten Scans.

$$v_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{Match}}} \sum_{n=1}^{N_{\text{Match}}} (v(n) - v_{\text{ref}})^2} \quad (4.9)$$

Die Ergebnisse sind für alle evaluierten Algorithmen in Tabelle 4.1 angegeben und bestätigen die aus den Box-Plots abgeleiteten Rückschlüsse. Die Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation) (CC) eignet sich am wenigsten für eine Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung, optimal geeignet sind SAD und SSD.

Diese generellen Aussagen decken sich mit Ergebnissen vorhergehender Untersuchungen. Bei der Untersuchung in [100] wurde jedoch ein abweichendes Signalverarbeitungssystem verwendet. Insbesondere wurde dabei das Signal der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie S_{FMS} am Ausgang mit einem zusätzlichen Hochpass gefiltert. Damit wird das in Abb. 4.3 und 4.6 deutlich sichtbare Doppler-verbreiterte Absorptionsprofil unterdrückt, wie das in [100] verwendete Signal $S_{\text{FMS,HP}}$ zeigt (vgl. Abb. 4.10).

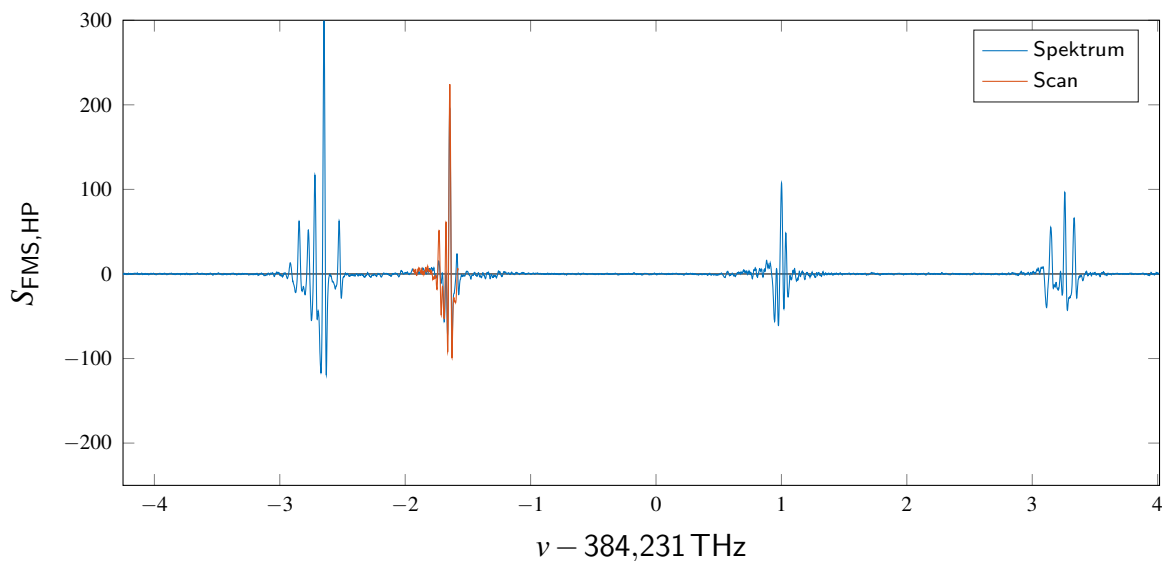


Abbildung 4.10.: Hochpass-gefiltertes Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signal aus [100]

Tabelle 4.2.: Matching-Rate und RMS-Frequenzfehler der Untersuchung mit Hochpass-gefiltertem Spektroskopiesignal aus [100]

Ähnlichkeitsmaß	SAD	SSD	CC
Matching-Rate	63,64 %	54,55 %	27,27 %
RMS-Fehler	1,06 MHz	4,92 MHz	0,93 MHz

Dies wirkt sich auf einige Ähnlichkeitsmaße positiv aus, entfernt aber Information aus dem Spektrum-Signal, die anderen Maßen nutzt. So zeigt die Auswertung der Untersuchung in Tabelle 4.2, dass mit dem Hochpass-gefilterten Spektroskopiesignal die Matching-Rate der CC zwar schlechter als die der beiden anderen evaluierten Maße SAD und SSD ist, der RMS-Frequenzfehler jedoch deutlich geringer ist. Die absoluten Zahlen lassen sich dabei jedoch nicht vergleichen, da die Länge der Spektren, die Abtastrate und die Änderungsrate der Dreiecksfunktion zwischen den Untersuchungen deutlich von einander abweichen.

Aus diesem Grund und da sie sich effizient in den Fourier-Bereich transformieren lässt, wie der nächste Abschnitt zeigt, wird die CC im Folgenden nicht ausgeschlossen, sondern weiterhin als relevantes Ähnlichkeitsmaß für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung betrachtet. Wird ein zu dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten System ähnlicher Aufbau verwendet, sollte jedoch ein anderes Ähnlichkeitsmaß genutzt werden. Eine detaillierte Erläuterung des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Systems findet sich in Kapitel 6.

4.4.2. Pattern-Matching im Fourier-Bereich

Eine gängige Methode in der Signalverarbeitung ist die Transformation komplexer Berechnungen in den Fourier-Bereich, der auch als Frequenzbereich bezeichnet wird. Am Beispiel der Faltung langer Signale lässt sich zeigen, dass die Rechenkomplexität von diskreter Fourier-Transformation (DFT) $\mathcal{F}\{f(n)\}$, komplexer Multiplikation und inverser diskreter Fourier-Transformation (IDFT) $\mathcal{F}^{-1}\{F(k)\}$ unter bestimmten Voraussetzungen geringer ist, als die Faltung im Zeitbereich.

Der Vergleich zwischen der oben untersuchten Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation) (CC) und der Faltung zeigt, dass sich die Kreuzkorrelation entsprechend Gleichung (4.10) auch als Faltung mit dem gespiegelten Signal (Gleichung (4.11)) darstellen lässt.

$$CC(n) = S_{\text{Spek}}(n) * S'_{\text{Scan}}(n) \quad (4.10)$$

$$S'_{\text{Scan}}(n) = S_{\text{Scan}}(-n) \quad (4.11)$$

Durch Einsetzen der Fourier-Korrespondenz lässt sich die Kreuzkorrelation somit ebenfalls durch eine Multiplikation im Fourier-Bereich darstellen, wie Gleichung (4.12) zeigt.

$$CC(m) = \mathcal{F}^{-1}\{S_{\text{Spek}}(k) \cdot S'_{\text{Scan}}(k)\} \quad (4.12)$$

$$S_{\text{Spek}}(k) = \mathcal{F}\{S_{\text{Spek}}(n)\} \quad (4.13)$$

$$S'_{\text{Scan}}(k) = \mathcal{F}\{S_{\text{Scan}}(-n)\} \quad (4.14)$$

Die arithmetische Komplexität der CC im Zeitbereich von $O(N^2)$ lässt sich somit durch die Transformation in den Fourier-Bereich auf $O(N \cdot \log_2(N))$ reduzieren.

Die Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences) (SSD) reeller Sequenzen lässt sich ebenfalls in den Fourier-Bereich transformieren. Für die Darstellung als Faltung muss die Sequenz jedoch als komplexe Zahl dargestellt werden, was komplexwertige Fourier-Transformationen erforderlich macht [101]. Eine Transformation der Summe der absoluten Differenzen (SAD) in den Fourier-Bereich ist nur näherungsweise möglich, wobei auch hier komplexwertige Fourier-Transformationen notwendig sind [102]. Aufgrund der damit deutlich steigenden Rechenkomplexität werden diese Ansätze in dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Effiziente diskrete Fourier-Transformation

Großen Einfluss auf die Rechenkomplexität der Faltung im Fourier-Bereich hat die Länge der notwendigen DFT (Gleichung (4.15)), bzw. IDFT (Gleichung (4.16)). Diese ist durch die Länge des Eingangssignals bestimmt. Bei Signalen, die im Zeitbereich eine unterschiedliche Länge aufweisen, muss das Kürzere mit Nullen auf die Länge des längeren Signals erweitert werden. In den Gleichungen ist $x(n)$ die diskrete Signalfolge im Zeitbereich, $X(k)$ die Signalfolge im Fourier-Bereich, N die Länge der Signalfolge und W_N die Twiddle-Faktoren genannten komplexen Drehfaktoren der DFT.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.15)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.16)$$

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

Eine weitverbreitete Methode zur effizienten Berechnung der DFT ist die Klasse der schnellen Fourier-Transformation (engl. fast fourier transform) (FFT) Algorithmen. Basis dieser ist die rekursive Zerlegung der Transformation in R kleinere Subtransformationen. R wird dabei als Radix bezeichnet. Die verbreitetsten FFT Algorithmen werden als Decimation-in-Time (DIT) bzw. Decimation-in-Frequency (DIF) bezeichnet. Die Namen geben dabei die Domäne der Aufteilung an. Gleichung (4.17) zeigt die Aufteilung einer DFT der Länge N nach der DIF Methode für den Radix 2 in zwei DFTs der Länge $N/2$; [103].

$$X(2k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[x(n) + x\left(n + \frac{N}{2}\right) \right] W_N^{2nk}, \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.17a)$$

$$X(2k+1) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right) \right] W_N^k \cdot W_N^{2nk}, \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.17b)$$

Diese Methode wird, wie beschrieben, rekursiv angewendet bis die Summen eine Länge von 1 erreichen. Dazu muss die DFT-Länge einer Potenz des Radix R entsprechen, das heißt $N = R^p$ wobei p eine beliebige ganze Zahl ist. Die rekursive Partitionierung lässt sich, wie in Abb. 4.11a gezeigt, als Flussdiagramm in Form der sogenannten Butterflys darstellen, sodass sich für eine FFT der Länge $N = 8$ nach der DIF-Methode das in Abb. 4.11b dargestellte Flussdiagramm ergibt.

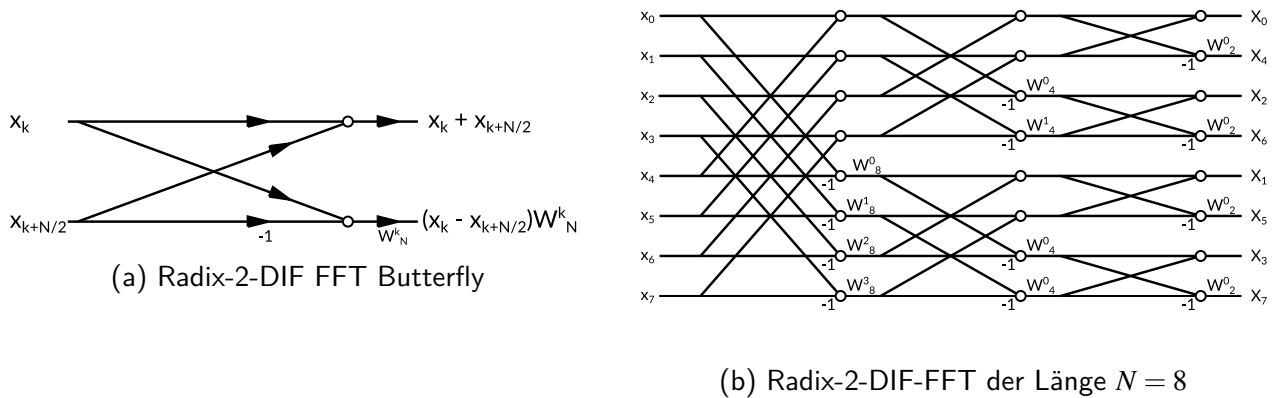


Abbildung 4.11.: Flussdiagramm einer Radix-2-DIF FFT [104]

Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass die Reihenfolge der Werte im Fourier-Bereich (rechts) gegenüber der im Zeitbereich (links) permutiert ist. Wird im Gegensatz dazu die DIT-Methode angewandt, wird die Reihenfolge der Werte im Zeitbereich permutiert. Da die Kreuzkorrelation im Fourier-Bereich einer punktwisen, komplexen Multiplikation entspricht, ist die Reihenfolge der Werte im Fourier-Bereich unwesentlich. Daher ist die Methode DIF der Methode DIT vorzuziehen, da letztere Permutationen für die korrekte Darstellung im Zeitbereich erfordert [103].

Bei passender DFT Länge liegt die Effizienz einer Radix-N-FFT mit $N > 2$ über der einer Radix-2-FFT [105]. Nachteilig ist jedoch, dass ein höherer Anteil der Sequenz mit den Twiddle-Faktoren W_N^k multipliziert werden muss. Bei einer Radix-2-FFT wird die Hälfte der Sequenz mit einem Twiddle-Faktor multipliziert während bei einer Radix-4-FFT drei Viertel der Sequenz mit Twiddle-Faktoren multipliziert werden muss. Um diesem Nachteil der höherwertigen Radices zu begegnen, kann die Split-radix Fast Fourier Transformation (SRFFT) verwendet werden.

Bei einer Split-Radix-2/4-FFT werden, wie Gleichung (4.18) zeigt, die geraden Indizes mit einer Radix-2-FFT und die Ungeraden mit einer Radix-4-FFT berechnet, um die Anzahl der Multiplikationen gegenüber einer Radix-4-FFT zu verringern [105].

$$X(2k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[x(n) + x\left(n + \frac{N}{2}\right) \right] W_N^{2nk} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.18a)$$

$$X(4k+1) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} \left[x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right) \right] - j \left[x\left(n + \frac{N}{4}\right) - x\left(n + \frac{3N}{4}\right) \right] W_N^k \cdot W_N^{4nk} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{4} - 1 \quad (4.18b)$$

$$X(4k+3) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} \left[x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right) \right] + j \left[x\left(n + \frac{N}{4}\right) - x\left(n + \frac{3N}{4}\right) \right] W_N^{3k} \cdot W_N^{4nk} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{4} - 1 \quad (4.18c)$$

Damit ergibt sich der in Abb. 4.12a dargestellte Butterfly in L-Form. Daraus folgt, dass die FFT mit diesem Schema rekursiv nur bis zu einer Länge von 4 zerlegt werden kann; die letzte Stufe muss mit

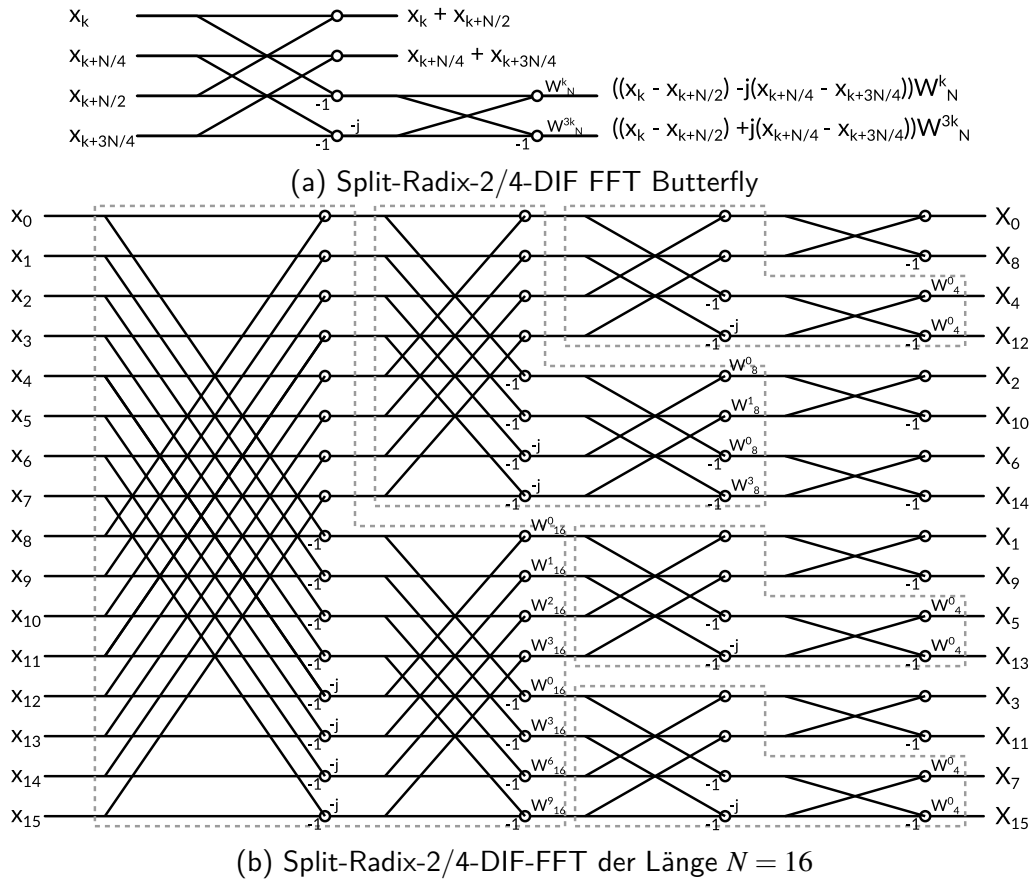


Abbildung 4.12.: Flussdiagramm einer Split-Radix-2/4-DIF FFT [104]

einem Radix-2-Butterfly (vgl. Abb. 4.11a) berechnet werden. Die Aufteilung ist in Abb. 4.12b für eine FFT der Länge 16 dargestellt. Die Abbildung zeigt die rekursive Anwendung des Butterfly in L-Form (grau gestrichelt), sowie den Radix-2-Butterfly in der letzten Stufe der Transformation. Auch bei der DIF-SRFFT ist die Reihenfolge der Werte im Fourier-Bereich permutiert.

Diskrete Fourier-Transformation reeller Eingangsdaten

Sind die Eingangsdaten der Fourier-Transformation reell, lässt sich die Fourier-Transformation stark vereinfachen, indem die Symmetrie des Fourier-Spektrums reeller Signale genutzt wird. Für eine DFT der Länge N gilt, dass $X(k)$ und $X(N - k)$ konjugiert komplex sind (vgl. Gleichung (4.19)) [106].

$$X(k) = \overline{X(N - k)} \quad (4.19)$$

Setzt man diese Symmetriebeziehung in Gleichung (4.18) ein, lässt sich zeigen, dass die Berechnung von Gleichung (4.18c) überflüssig wird (vgl. Gleichung (4.20)).

$$X(4k + 3) = \overline{X(N - (4k + 1))} = \overline{X(4k + 1)} \quad (4.20)$$

Somit lässt sich eine im Fourier-Bereich reduzierte Darstellung bestimmen, in der die komplex konjugierten Werte fehlen. Das vollständige Spektrum lässt sich mit Gleichung (4.19) rekonstruieren.

Diese Rekonstruktion kann eingespart werden, wenn die IDFT ebenfalls als SRFFT realisiert wird. Zur Partitionierung ist hier die in Gleichung (4.21) gezeigte DIT Methode vorteilhaft, da die Permutation der Eingangsfolge der permutierten Ausgangsfolge der DIF-SRFFT entspricht.

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k) W_N^{-2nk} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+1) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-n} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+3) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-3n} \quad (4.21)$$

mit $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Die Symmetrie im Fourier-Bereich lässt sich auch hier anwenden, sodass sich am Ende Gleichung (4.22) für die IDFT einer reellen Ausgangsfolge ergibt [104].

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k) W_N^{-2nk} + 2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+1) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-n} \right\} \quad (4.22a)$$

$$x\left(n + \frac{N}{4}\right) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X\left(2k + \frac{N}{4}\right) W_N^{-2nk} - 2 \cdot \operatorname{Im} \left\{ \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+1) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-n} \right\} \quad (4.22b)$$

$$x\left(n + \frac{N}{2}\right) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k) W_N^{-2nk} - 2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+1) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-n} \right\} \quad (4.22c)$$

$$x\left(n + \frac{3N}{4}\right) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X\left(2k + \frac{N}{4}\right) W_N^{-2nk} + 2 \cdot \operatorname{Im} \left\{ \sum_{k=0}^{\frac{N}{4}-1} X(4k+1) W_N^{-4nk} \cdot W_N^{-n} \right\} \quad (4.22d)$$

mit $n = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{4} - 1$

Somit lassen sich bei reellen Eingangs- und Ausgangsfolgen die DFT bzw. IDFT sehr effizient als optimierte SRFFT realisieren. Diese Methoden werden daher im Folgenden für die notwendigen Transformationen beim Pattern-Matching im Fourier-Bereich verwendet [105].

Blockweise Faltung im Fourier-Bereich

Wie beschrieben müssen die beiden Signalfolgen, die mithilfe von DFT und IDFT im Fourier-Bereich gefaltet werden sollen, dieselbe Länge aufweisen oder entsprechend erweitert werden. Dies führt zu großen Transformationslängen, die sich auf eingebetteten Plattformen nicht mehr effizient abbilden lassen.

Daher werden für die Faltung im Fourier-Bereich häufig Partitionierungsmethoden, wie zum Beispiel Overlap-Add (OLA) oder Overlap-Save (OLS), verwendet. Bei diesen wird zunächst das längere Signal in Blöcke aufgeteilt, die einzeln verarbeitet und anschließend wieder zu einem Ausgangssignal zusammengesetzt werden. Die Länge der Transformation wird dabei durch die Länge des kürzeren Signals bestimmt, sodass diese Methoden insbesondere bei der Faltung eines sehr langen Signals mit einem kurzen Signal, beispielsweise einem digitalen Filter, Verwendung finden [103].

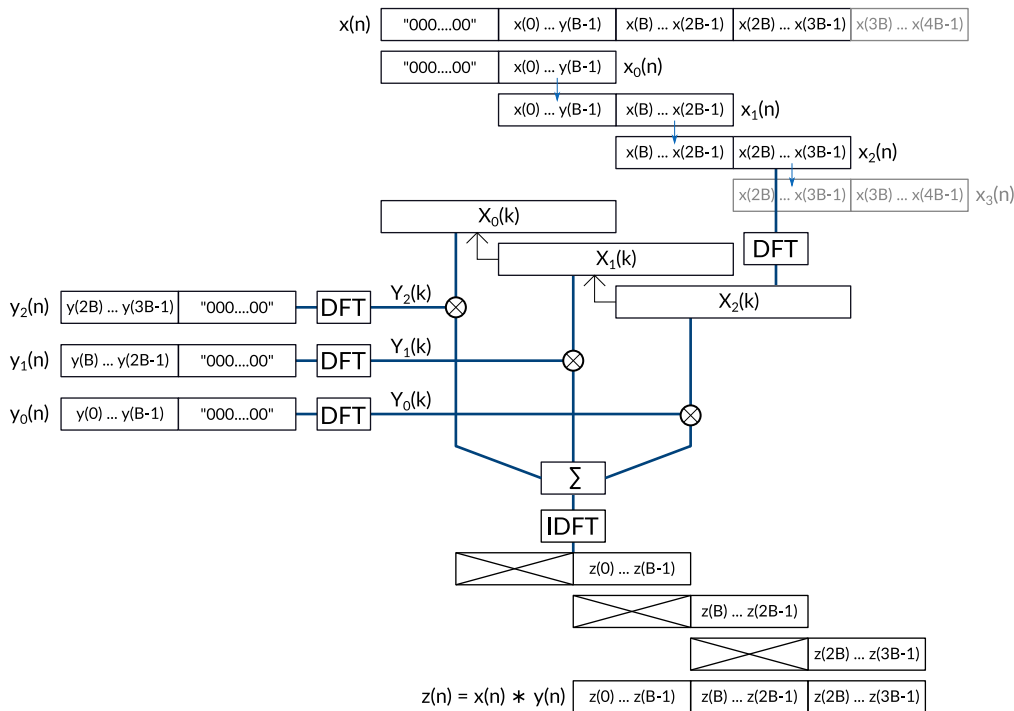


Abbildung 4.13.: Blockweise Faltung im Fourier-Bereich nach der UPOLS-Methode

Abhängig von der Signalverarbeitungsplattform kann es erforderlich sein, dass die Länge von DFT und IDFT geringer sein muss als die Längen beider Eingangssignale. Um dies zu realisieren, müssen beide Eingangssignale in Blöcke aufgeteilt werden, wie es unter anderem die Uniformly Partitioned Overlap Save (UPOLS) Methode erlaubt [107].

Abbildung 4.13 zeigt den Signalfluss der UPOLS-Methode für $z(n) = x(n) * y(n)$, wobei $y(n)$ das kürzere Signal der Länge N_y und $x(n)$ das längere Signal der Länge N_x ist. $y(n)$ wird in $\lceil N_y/B \rceil$ Blöcke der Länge B aufgeteilt. Diese werden anschließend mit Nullen auf die Länge $2B$ zu $y_i(n)$ erweitert. Die so entstehenden Blöcke werden mit einer DFT der Länge $2B$ zu $Y_i(k)$ transformiert.

Das Signal $x(n)$ wird ebenfalls in $\lceil N_x/B \rceil$ Blöcke der Länge B aufgeteilt, wobei dem Signal ein Block der Länge B mit Nullen vorangestellt wird. Für die Transformation werden jeweils zwei benachbarte Blöcke zu $x_i(n)$ zusammengefasst, wobei immer nur B neue Daten aus dem Signal $x(n)$ verwendet werden. Es ergibt sich damit eine Art „Sliding Window“ der Länge $2B$, wie in Abb. 4.13 zeigt. Die Teilsignale $x_i(n)$ werden zu $X_i(k)$ transformiert, wobei pro Iterationsschritt der UPOLS-Methode nur eine Transformation erforderlich ist. In jedem Iterationsschritt i werden nun die $\lceil N_y/B \rceil$ Signale $Y_i(k)$ blockweise mit ebenso vielen Signalblöcken $X_i(k)$ punktweise multipliziert und akkumuliert. Aus dem Akkumulator werden die vorderen B Werte verworfen, die hinteren B Werte sind Teil der Ausgangsfolge $z(n)$. Die Fourier-Transformierten $X_i(k)$ werden nun um einen DFT-Block verschoben. Aus $X_i(k)$ wird $X_{i-1}(k)$, wobei $X_0(k)$ verworfen wird, sodass der nächste Iterationsschritt mit der DFT des folgenden Teilsignals $x_{i+1}(n)$ beginnen kann [107].

In [104] hat sich im Rahmen einer Voruntersuchung ergeben, dass die UPOLS-Methode den bekannteren Methoden Overlap-Add (OLA) oder Overlap-Save (OLS) für die Anwendung in der Pattern-Matching basierten Laserfrequenzregelung vorzuziehen ist, insbesondere da sie kurze FFT-Längen erlaubt und sich somit für eingebettete Signalverarbeitungsplattformen mit begrenzter Rechenleistung eignet. Diese Einschätzung wird durch tiefer gehende Untersuchungen in [107] gestützt. Im Folgenden wird die Kombination aus der UPOLS-Methode mit der oben eingeführten SRFFT-Methode, im

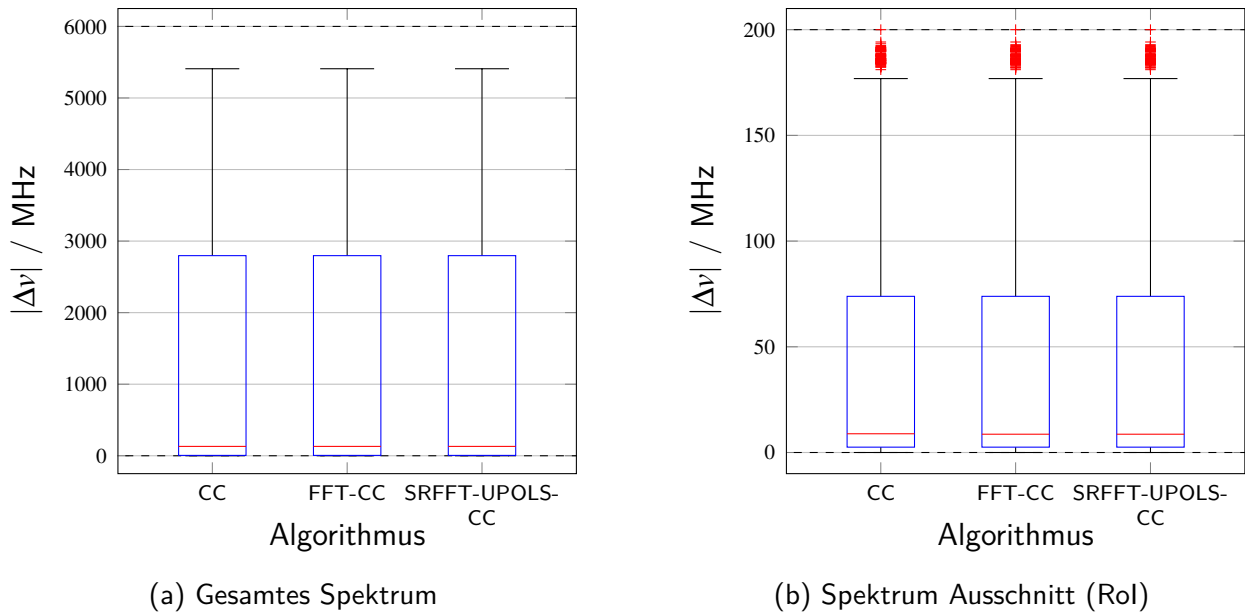


Abbildung 4.14.: Absoluter Fehler der Frequenzschätzung mit verschiedenen Realisierungen der Kreuzkorrelation

folgenden FCC abgekürzt, als Realisierung der Kreuzkorrelation im Fourier-Bereich genutzt. Die Blockgröße $B = 16$ entspricht dabei dem in [104] gewählten Wert.

Evaluation

Die Kreuzkorrelation im Fourier-Bereich wird zunächst analog zur Evaluation der eindimensionalen Pattern-Matching Algorithmen im Zeitbereich evaluiert. Das Vorgehen entspricht dabei der Beschreibung in Abschnitt 4.4.1.

Abbildung 4.14 zeigt den Betrag des Frequenzfehlers der Kreuzkorrelation im Zeitbereich (CC), der nach Gleichung (4.12) in den Fourier-Bereich transformierten Kreuzkorrelation (FFT-CC) sowie der für die gewählte Realisierung aus UPOLS und SRFFT (SRFFT-UPOLS-CC) in Form von Boxplots. Die FFT-CC Variante dient dabei zur Bewertung des Einflusses der oben beschriebenen Methoden SRFFT und UPOLS; DFT und IDFT werden hier durch Radix-2-FFTs der Länge 512 realisiert. Die detaillierten Evaluationsergebnisse der einzelnen Varianten können den Abbildungen Abb. A.11 bis A.14 in Anhang A entnommen werden. Abbildung 4.14 zeigt deutlich, dass die unterschiedlichen Implementierungen keinen erkennbaren Einfluss im Hinblick auf Median sowie die 75%- und 25% Perzentile auf den Frequenzfehler haben. Betrachtet man die in Tabelle 4.3 aufgelistete Matching-Rate sowie den RMS-Fehler der unterschiedlichen Realisierungen, ist erkennbar, dass die Transformation in den Fourier-Bereich bei der Suche innerhalb einer RoI einen minimalen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Daher wird in einem nächsten Schritt die Positionsschätzung der Kreuzkorrelation im Zeitbereich mit der im Fourier-Bereich verglichen. Dazu wird für jedes Scan-Signal die Differenz von im Zeitbereich geschätzter Frequenz und der im Fourier-Bereich geschätzten Frequenz bestimmt. Die Größe der Abweichung ist nach der relativen Häufigkeit des Auftretens über die 3.200 evaluierten Scan-Signale in Tabelle 4.4 in diskreten 0,422 MHz Schritten aufgelistet. Die diskrete Schrittweite entspricht dabei der Frequenzauflösung des Referenzspektrums.

Tabelle 4.3.: Matching-Rate und RMS-Frequenzfehler verschiedener Realisierungen der Kreuzkorrelation

Algorithmus	Gesamtes Spektrum		Spektrum Ausschnitt (Rol)	
	Matching-Rate	RMS-Fehler	Matching-Rate	RMS-Fehler
CC	35,2 %	7,61 MHz	61,6 %	7,44 MHz
FFT-CC	35,2 %	7,61 MHz	61,7 %	7,42 MHz
SRFFT-UPOLS-CC	35,2 %	7,61 MHz	61,7 %	7,42 MHz

Die Tabelle belegt, dass bei der Suche im gesamten Referenzspektrum keine Abweichungen zwischen den Berechnungen in den unterschiedlichen Domänen auftreten. Bei der Suche innerhalb einer Rol jedoch schon, wobei diese nur einen marginalen Einfluss auf die bestimmte Frequenz hat. Von den ausgewerteten 3200 Scan Signalen weichen nur 0,72 % um mehr als ein Frequenzinkrement ab, sodass diese als Ausreißer betrachtet werden können. Da zwischen der Realisierung mit einer langen FFT (Länge 512) und der oben ausführlich beschriebenen SRFFT-UPOLS-Methode keine Abweichungen auftreten (vgl. Tabelle 4.3), sind die Abweichungen wahrscheinlich Rundungsfehlern, die durch die Fourier-Transformation entstehen, geschuldet. Aufgrund ihres geringen Werts und dem damit verbundenen Einfluss werden diese Abweichungen nicht weiter untersucht.

Tabelle 4.4.: Relative Häufigkeit der Abweichung zwischen Kreuzkorrelation im Zeitbereich und im Fourier-Bereich

Abweichung ¹	Gesamtes Spektrum	Spektrum Ausschnitt (Rol)
$v_{err} = 0,422 \text{ MHz}$	0 %	19,34 %
$v_{err} = 0,844 \text{ MHz}$	0 %	0,41 %
$v_{err} > 0,844 \text{ MHz}$	0 %	0,31 %

¹ Die Frequenzauflösung des Referenzspektrums beträgt 0,422 MHz

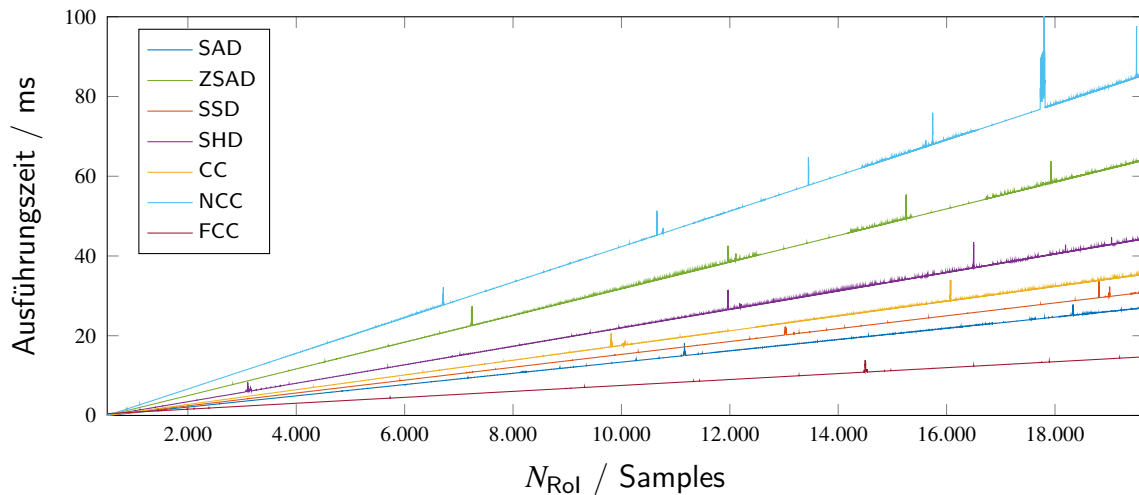


Abbildung 4.15.: Ausführungszeiten aller Pattern-Matching Algorithmen realisiert in Festkomma-Arithmetik auf einem Intel Core i7-4771 mit einer Taktfrequenz von 3,5 GHz in Abhängigkeit der RoI-Größe N_{RoI}

4.4.3. Evaluation der Ausführungszeiten

Alle vorgestellten Ähnlichkeitsmaße und Algorithmen eignen sich, wie dargestellt, grundsätzlich zur Pattern-Matching-basierten Frequenzstabilisierung. Aus den Gleichungen lässt sich aber ableiten, dass sie sich in der Rechenkomplexität unterscheiden. Dies belegen die in Abb. 4.15 dargestellten, auf einem Desktop-Computer gemessenen, Ausführungszeiten t_{exec} . Alle Algorithmen werden zunächst in Festkomma-Arithmetik in C implementiert. Der Computer ist mit einer Intel Core i7-4771 CPU ausgestattet, die mit einer Taktfrequenz von 3,5 GHz betrieben wird. Die Algorithmen werden auf einem der vier verfügbaren Kerne ausgeführt. Da die Ausführungszeit von der Größe der RoI N_{RoI} abhängig ist, wurde diese Größe für die Evaluation zwischen 512 Samples, was der Größe des Scan-Signals entspricht, und der Gesamtlänge des Spektrum-Signals 19.638 Samples variiert. Jeder Datenpunkt entspricht der über 100 Iterationen gemittelten Ausführungszeit.

Die Abb. 4.15 zeigt, dass die Ausführungszeiten aller Algorithmen linear mit der Größe der RoI steigen. Die sichtbaren Ausreißer sind durch unvermeidbare Hintergrundprozesse des Linux-Betriebssystems zu erklären. Aus den gemessenen Werten kann daher jeweils eine lineare Modellfunktion in Form der Gleichungen (4.23a) bis (4.23g) bestimmt werden.

$$t_{exec,SAD} = 0,001411 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 0,722305 \text{ ms} \quad (4.23a)$$

$$t_{exec,ZSAD} = 0,003348 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 1,714959 \text{ ms} \quad (4.23b)$$

$$t_{exec,SSD} = 0,001615 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 0,830622 \text{ ms} \quad (4.23c)$$

$$t_{exec,SHD} = 0,002314 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 1,178983 \text{ ms} \quad (4.23d)$$

$$t_{exec,CC} = 0,001850 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 0,943034 \text{ ms} \quad (4.23e)$$

$$t_{exec,NCC} = 0,004472 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 2,329963 \text{ ms} \quad (4.23f)$$

$$t_{exec,FCC} = 0,000745 \text{ ms} \cdot N_{RoI} - 0,079403 \text{ ms} \quad (4.23g)$$

$$\text{mit } N_{Scan} < N_{RoI} < N_{Spek}$$

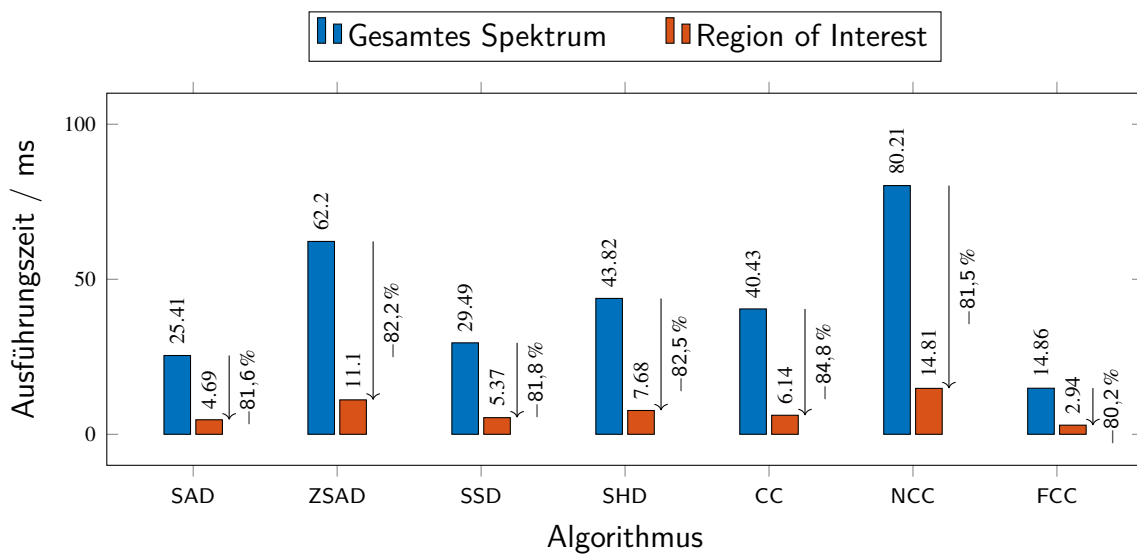


Abbildung 4.16.: Ausführungszeiten aller Pattern-Matching-Algorithmen realisiert in Festkomma-Arithmetik auf einem Intel Core i7-4771 mit einer Taktfrequenz von 3,5 GHz bei einer Rol-Größe von 3.818 Samples

Es zeigt sich, dass die komplexeren, zeitbereichsbasierten Algorithmen NCC und ZSAD deutlich längere Ausführungszeiten aufweisen als die einfachen Algorithmen SAD, SSD und CC. Die Ausführungszeit der SHD auf dem Intel-Prozessor liegt zwischen den komplexeren und den einfachen Algorithmen. Die Hamming-Distanz lässt durch die Verwendung der „population-count“ Instruktion der Befehlssatzerweiterung SSE 4.2 der x86-64 Architektur sehr effizient realisieren. Mit dieser lässt sich die Anzahl von Einsen in einem 32 bit Integer mit einer Latenz von einem Takt bestimmen [108], während dies sonst durch iterative Schiebeoperationen und damit mehreren Takten realisiert werden muss. Diese Instruktion existiert in der Regel aber nur bei komplexen Prozessoren. In eingebetteten Systemen kann die Ausführungszeit der SHD daher durch die notwendige Emulation des Befehls deutlich höher liegen. Aus der Abbildung lässt sich weiterhin entnehmen, dass die Kreuzkorrelation im Fourier-Bereich (FCC) trotz der erheblich komplexeren Berechnung insgesamt effizienter ist als die Berechnung im Zeitbereich.

Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen Rol Größe N_{Rol} und der Ausführungszeit t_{exec} verringert sich durch die Verwendung von Rols nicht nur der Frequenzfehler, auch die Ausführungszeit wird geringer. Am Beispiel des in Abb. 4.6 dargestellten Spektrums mit einer Länge von 19.638 Samples bzw. der darin hervorgehobenen Regionen aus je 3.818 Samples lässt sich bei der Verwendung der Rol eine durchschnittliche Verringerung der Ausführungszeit von 82 % erreichen, wie Abb. 4.16 deutlich zeigt. Eine ergänzende Evaluation auf einem Cortex-A9 Prozessor von ARM zeigt mit einer durchschnittlichen Verminderung von 81,8 % einen vergleichbaren Effekt (vgl. Abb. A.15 in Anhang A). Da sich die Anzahl der zu vergleichenden Positionen im Spektrum um 80,6 % reduziert, ist dies ein erwartbarer Effekt.

4.5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung von verstimmbaren Diodenlasern detailliert eingeführt. Neben dem eigentlichen Verfahren wurde dabei erläutert wie

die Scan- und Spektrum-Signale erzeugt werden, die innerhalb der Methode zur Bestimmung der Frequenz mithilfe verschiedener Pattern-Matching-Algorithmen genutzt werden. Weiterhin wurde die Verwendung von Region of Interests (RoI) zur Verringerung der Rechenzeitkomplexität eingeführt. Anschließend wurden die zeitbereichsbasierten Pattern-Matching-Algorithmen bzw. Ähnlichkeitsmaße Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation) (CC), normalisierte Kreuzkorrelation (NCC), Summe der absoluten Differenzen (SAD), Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences) (SSD), mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen (ZSAD) und Summe der Hamming-Distanzen (SHD) im Hinblick auf ihre Eignung für die Frequenzstabilisierung untersucht. Betrachtet wurde dabei der absolute Frequenzfehler sowie die Matching-Rate der verschiedenen Algorithmen. Dabei wurde die generelle Eignung aller vorgestellten Algorithmen festgestellt. Lediglich die CC sollte für die in der Evaluation verwendeten Signalform nicht verwendet werden. Anschließend wurde die Berechnung der Algorithmen CC, SAD und SSD im Fourier-Bereich untersucht. Dabei wurde nur die Kreuzkorrelation als transformierbar identifiziert und weiter untersucht. Dafür wurde mit dem SRFFT-UPOLS-Algorithmus eine Methode vorgestellt, die mit kurzen Transformationslängen $N < 64$ auskommt und sich daher auch auf eingebetteten System realisieren lässt. Diese FCC abgekürzte Methode wurde ebenfalls nach den oben erwähnten Kriterien evaluiert. Dabei wurde eine zu vernachlässigende Abweichung zu den Resultaten aus der zeitbereichsbasierten Kreuzkorrelation festgestellt. Abschließend wurde die Ausführungszeit, sowie deren Abhängigkeit von der Größe der RoI untersucht. Mit diesen Ergebnissen kann im nächsten Schritt die Abbildung auf geeignete Signalverarbeitungsplattformen erfolgen.

5. Entwurfsraum Exploration

In diesem Kapitel soll die Abbildung der in Kapitel 4 eingeführten Pattern-Matching basierten Frequenzstabilisierung auf unterschiedliche Plattformen untersucht werden, um geeignete Kombinationen aus Algorithmus und Plattform zu identifizieren. Neben der Ausführungszeit und der erreichbaren Genauigkeit der Frequenzschätzung wird dabei vor allem die Verlustleistung als Bewertungskriterium herangezogen, da diese einen kritischen Punkt bei Weltraumanwendungen darstellt.

5.1. Digitale Signalverarbeitung für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung

Die in Abschnitt 3.2 beschriebenen, aus der Literatur bekannten Frequenzstabilisierungsmethoden lassen sich sowohl mit analoger Schaltungstechnik als auch weitgehend mithilfe digitaler Signalverarbeitung realisieren. Im Vergleich dazu erfordert die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung eine digitale Signalverarbeitungs-komponente, um die Momentanfrequenz zu bestimmen. Die Leistungsfähigkeit der Stabilisierung hängt dabei fundamental von der Ausführungszeit aller digitalen Signalverarbeitungsschritte ab. So wurde in [98] die Kapazität der Datenverbindung zwischen der Analog-Digital-Wandlung und der Signalverarbeitungsplattform als Flaschenhals identifiziert, der den Regeltakt limitiert.

Daher muss eine ausreichend leistungsfähige und dabei energieeffiziente Signalverarbeitungsplattform für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung gefunden werden. Neben der Bestimmung der Momentanfrequenz erfordert die Stabilisierungsmethode weitere Elemente. So wird für das Ansteuern der Laserdiode ein Dreiecksgenerator für die Veränderung des Offsetstroms benötigt, sowie ein lokaler Oszillator, mit dem die sinusförmige Amplitudenmodulation des Injektionsstroms erzeugt wird. Um das Spektroskopiesignal zu extrahieren, wird ein FM-Demodulator benötigt, darüber hinaus ist auch ein Regler erforderlich.

Um das Gesamtsystem möglichst kompakt zu gestalten, ist es erforderlich, möglichst viele der aufgezählten Elemente digital zu realisieren. Neben dem geringen Bauvolumen bietet dies den Vorteil, die Komplexität der aufwendig zu realisierenden, notwendigen analogen Schaltungstechnik möglichst gering zu halten. Auch lässt sich das System mit geringem Aufwand um weitere Komponenten, wie zum Beispiel einem sogenannten Offset-Lock, erweitern. Mithilfe der heterodynen Überlagerung zweier Laserstrahlen wird bei diesem, wie in Abschnitt 1.2 erläutert, eine definierte Differenzfrequenz zwischen den beiden Lasern erreicht.

Die Leistungsfähigkeit moderner FPGAs und SoC-FPGAs erlaubt es, wie in Abb. 5.1 gezeigt, die komplette Signalverarbeitungskette in einem Chip zu realisieren. Der optische Aufbau ist dabei derselbe, wie in Abb. 3.6. Über ADC und DACs ist die digitale Signalverarbeitungsplattform an die analogen Schnittstellen des optischen Aufbaus angeschlossen.

Die digitale Signalverarbeitungskette lässt sich dabei, wie in Abb. 5.1 dargestellt, in drei große Blöcke aufteilen. Der als *Ramp-Generator* bezeichnete Block generiert das in Abschnitt 4.1 beschriebene

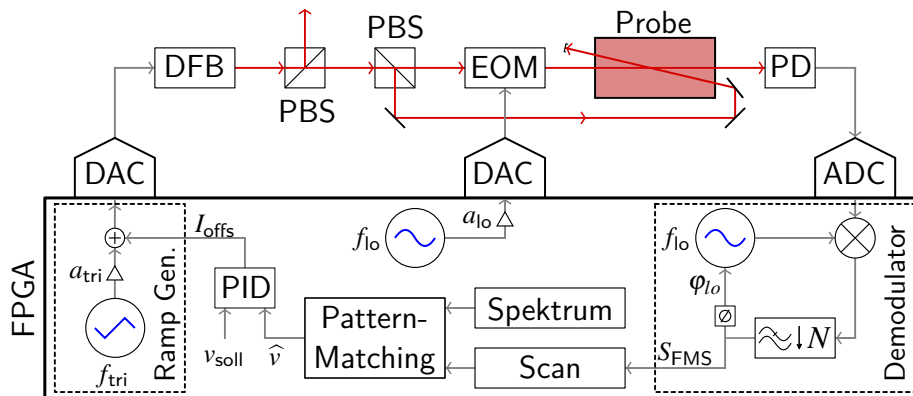


Abbildung 5.1.: Aufbau der digitalen Frequenzstabilisierung eines DFB-Lasers mit frequenzmodulierter Sättigungsspektroskopie und Pattern-Matching-Verfahren

dreieckförmige Ansteuerungssignal mit der Frequenz f_{tri} und der Amplitude a_{tri} . Auch die Erzeugung des Modulationssignals für den EOM lässt sich diesem Block zuordnen.

Der zweite Block wird zur Demodulation des frequenzmodulierten Signals der Photodiode benötigt. Er beinhaltet einen zweiten, unabhängigen lokalen Oszillator, der mit derselben Frequenz f_{lo} wie der EOM Oszillator läuft. Das Verzögerungselement in Abb. 3.6 wird durch eine Phasen-Regel-Schleife ersetzt, die die Phase φ_{lo} zwischen dem Signal der Photodiode und dem Oszillator des Demodulators regelt. Für das Tiefpassfilter wird in Abb. 5.1 ein dezimierendes Tiefpassfilter gewählt, das die Abtastrate um den Faktor N reduziert. Da das Ausgangssignal der Sättigungsspektroskopie S_{FMS} eine deutlich geringere Bandbreite als der Photostrom der Photodiode hat, lassen sich damit die Anforderungen an die nachgelagerten Signalverarbeitungselemente senken.

Im dritten Block wird die Momentanfrequenz des Lasers mithilfe eines der in Abschnitt 4.4 beschriebenen Pattern-Matching Algorithmen bestimmt. Dazu wird das demodulierte FMS-Signal S_{FMS} als Scan-Signal aufgezeichnet und dann zusammen mit dem ebenfalls in einem Speicher abgelegten Spektrum-Signal von einem entsprechenden Modul verarbeitet. Die resultierende Schätzung der Momentanfrequenz \hat{v} wird für einen Führungsgrößenregler, hier als PID-Regler dargestellt, genutzt, der den Mittelwert des Offsetstroms I_{offs} regelt.

Die ersten beiden Blöcke *Ramp-Generator* und *Demodulator* erfordern eine schritt-haltende Signalverarbeitung mit den Analog-Digital-Wandlern, die Samplefrequenzen im Bereich von 50 MHz bis 100 MHz aufweisen. Daher müssen sie als dedizierte Hardware-Module auf ein (SoC-)FPGA abgebildet werden. Die Architektur dieser Blöcke ist in den Abschnitten 5.1.2 und 5.1.3 detailliert erläutert.

Der dritte Block, der aus Frequenzschätzung und Regler besteht, ist der komplexeste Teil des Stabilisierungsalgorithmus und bestimmt dabei maßgeblich die Totzeit des gesamten Regelsystems. Aufgrund der Komplexität wird in Abschnitt 5.2 die Abbildung dieses Blockes auf verschiedene Prozessoren oder alternativ in dedizierte Hardware-Module untersucht.

5.1.1. Evaluationsplattformen für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung

Wie oben erwähnt soll die digitale Signalverarbeitungskette vollständig in einen einzigen programmierbaren Baustein integriert werden. Somit beschränkt sich die Untersuchung der Plattformen auf FPGAs und SoC-FPGAs. Die Alternative wäre eine Kombination aus analogen Elementen, wie

Tabelle 5.1.: Überblick der untersuchten FPGA und SoC-FPGA Plattformen

Name	Hersteller	Typ	Bezeichnung	LE ¹	DSP	RAM
Cyclone-IV	Intel	FPGA	EP4CE115F29C7N	114.480	532 ²	3.888 kbit
MAX-10	Intel	FPGA	10M50DAF484C6GES	49.760	288 ²	1.638 kbit
Cyclone-V	Intel	SoC-FPGA	5CSXFC6D6F31C6	104.775	112 ³	5.570 kbit

¹ Logic Element (LE) = LUT-4 mit einem Register und dedizierter Carry-Logik [109]

² 9 bit × 9 bit Multiplizierer

³ 27 bit × 27 bit Multiplizierer mit MAC-Funktion

Demodulator und Dreieckgenerator, zusammen mit einem Prozessor oder Mikrocontroller. Dieser Ansatz wird in dieser Arbeit jedoch nicht weiter verfolgt. In den MAIUS-A und MAIUS-B Apparaturen werden eine Vielzahl von elektronischen Baugruppen verwendet, die bereits unterschiedliche FPGAs beinhalten. Eingesetzt werden vor allem Bausteine aus den Familien MAX-V, MAX-10, Cyclone-II, Cyclone-IV und Cyclone-V von Intel, wobei sich die FPGA Familien MAX-V und Cyclone-II dem Ende ihres Produktlebenszyklus nähern und daher nicht mehr für Neuentwicklungen empfohlen werden.

Aus den verbleibenden (SoC-)FPGA Familien wird jeweils der in Tabelle 5.1 aufgeführte Baustein für die nachfolgende Untersuchung ausgewählt. Dabei handelt es sich jeweils um den (SoC-)FPGA, der die größte Anzahl an Ressourcen innerhalb der jeweiligen Familie aufweist. Dies erlaubt eine Bewertung der Leistungsfähigkeit der (SoC-)FPGA-Familien im Hinblick auf die Möglichkeit das gesamte Stabilisierungssystem auf einen FPGA der Familie abbilden zu können. Dabei dient Tabelle 5.1 nur für einen ersten Vergleich der (SoC-)FPGA Bausteine. Die internen Architekturen und Basiselemente der Bausteine unterscheiden sich teilweise stark von einander, die Zahl von Logic Element (LE) Äquivalenten ist dabei jedoch ein übliches Maß für die Kapazität eines FPGA [109]. Die Umrechnung der FPGA-Architektur in die Zahl der LE Äquivalente ist in Grenzen variabel und unterliegt je nach Hersteller und Zweck entsprechender Vergleiche gewissen Schwankungen. Daher ist diese Zahl nicht absolut aussagekräftig.

Im Vergleich der Architektur der Basiselemente der drei FPGA-Familien zeigt sich eine große Ähnlichkeit von Cyclone-IV und MAX-10. Das Basiselement (LE) besteht bei beiden aus einer LUT-4, einem Register und einer dedizierten Carry-Logik zur Abbildung von Addiererstrukturen. Ebenso ist die Architektur der DSP-Elemente, der RAM Blöcke sowie der PLLs der beiden Familien weitgehend identisch. Beide Familien beinhalten als DSP-Element einen Multiplizierer mit zwei 9 bit breiten Eingängen. Jeweils zwei benachbarte Multiplizierer lassen sich dabei zu einem Multiplizierer mit zwei 18 bit breiten Eingängen kombinieren. Der als M9K bezeichnete True-Dual-Port-RAM-Block beider Familien umfasst 9.216 bit und lässt sich in unterschiedlichen Kombinationen aus Adress- und Datenwortbreite nutzen. Die im Vergleich zum Cyclone-IV neuere MAX10-Familie beinhaltet darüber hinaus unter anderem einen persistenten Konfigurationsspeicher in Form eines eingebetteten Flash-Blocks, der sich auch aus dem FPGA ansteuern lässt. Die Cyclone-IV Familie basiert auf der 60 nm Low-K Halbleitertechnologie von TSMC, die MAX-10 Familie auf der 55 nm Embedded Flash Technologie derselben Foundry [110, 111, 112].

Die Architektur der Cyclone-V Familie weist deutliche Unterschiede zu den anderen genannten Familien auf. Das Basiselement wird hier als Adaptive Logic Module (ALM) bezeichnet. Es besteht aus zwei LUT-4 und vier LUT-3, die über mehrere Multiplexer miteinander verschaltet sind, sodass sich die Funktionalität einer LUT-6 erreichen lässt. Darüber hinaus beinhaltet ein ALM vier Register, sowie zwei dedizierte Volladdierer, die über eine Carry Struktur verfügen. Ein Teil der verfügbaren ALMs lassen sich als SRAM-Speicher nutzen. Das DSP-Element besteht in der Cyclone-V Familie aus

Tabelle 5.2.: Verfügbare Ressourcen der FPGA und SoC-FPGA Plattformen

Name	LE	ALM	Register	M9K	M10K	DSP	PLL
Cyclone-IV	114.480		117.053	432		532	4
MAX-10	49.760		51.509	182		288	4
Cyclone-V		41.910	167.640		5.570	112	6

einem Multiplizierer mit zwei 27 bit breiten Eingängen. Der Multiplizierer kann, wie bei der Cyclone-IV bzw. MAX-10 Familie, ebenfalls in mehrere unabhängige Multiplizierer aufgeteilt werden. Die Eingangswortbreite ist dabei ein Vielfaches von 9 bit. Darüber hinaus beinhaltet das DSP-Element der Cyclone-V Familie einen Voraddierer, Ein- und Ausgangsregister sowie einen dedizierten Akkumulator, der die direkte Abbildung von Multiply-Accumulate (MAC) Funktionen erlaubt. Der True-Dual-Port-RAM-Block der Cyclone-V Familie wird als M10K Block bezeichnet und umfasst 10.240 bit. Der M10K Block lässt sich ebenso wie der M9K Block in unterschiedlichen Kombinationen aus Adress- und Datenwortbreite nutzen. Neben diesen klassischen FPGA-Elementen beinhaltet der untersuchte Baustein der Subfamilie Cyclone-V SX ein dediziertes Hard-Processor System (HPS) genanntes ARM Cortex-A9 Dual-Core Prozessor Subsystem, das diverse Peripherie, wie zum Beispiel Interface Controller für DDR3-SDRAM, Ethernet, Flash oder I2C, enthält. Die FPGA-Fabric ist über drei so genannte Bridges mit dem HPS verbunden. Diese entsprechen der AMBA AXI-3 Spezifikation. Die Cyclone-V Familie basiert auf der 28 nm Low-Power Technologie von TSMC [113, 114, 115].

Bei den gewählten Bausteinen handelt es sich, wie oben erwähnt, um Bausteine mit sehr vielen Ressourcen. Die Anzahl der FPGA-Ressourcen der gewählten Bausteine ist in den Tabellen 5.1 und 5.2 aufgelistet.

Im Gegensatz zu Tabelle 5.1 bezeichnet die Angabe der LE in Tabelle 5.2 die absolute Zahl vorhandener LEs. Da ein ALM des Cyclone-V SoC-FPGA komplexere Logikfunktionen abbilden kann als ein LE eines Cyclone-IV oder MAX-10 FPGA, wird für den Vergleich der Architekturen in Tabelle 5.1 die Zahl der enthaltenen ALMs in die äquivalente Anzahl LEs umgerechnet. Dabei entspricht ein ALM 2,5 LEs [109]. Der Vergleich zeigt, dass die gewählten Bausteine hinsichtlich der Anzahl an Ressourcen miteinander vergleichbar sind. Lediglich der MAX-10 weist nur etwa halb so viele Logik Elemente auf wie die anderen. Der gewählte Baustein ist jedoch der mit den meisten FPGA-Ressourcen innerhalb der Familie, somit ist dies eine Beschränkung der MAX-10 Familie und wird im Bezug auf die Möglichkeit der Abbildung des Gesamtsystems entsprechend berücksichtigt.

Da die Evaluation zum Teil aus Messungen an realen Systemen besteht, ist darüber hinaus die Verfügbarkeit eines entsprechenden Evaluationsboards ein Auswahlkriterium. Die genutzten Boards sind das Terasic DE2-115 [116] mit dem Cyclone-IV FPGA, das Intel MAX-10 FPGA Development Kit [117] mit dem MAX-10 FPGA sowie das Terasic DE10-Standard [118] mit dem Cyclone-V SoC-FPGA.

5.1.2. Demodulator

Das *Demodulator*-Modul realisiert die Demodulation des frequenzmodulierten Signals und extrahiert somit das Nutzsignal. Er besteht dabei aus vier Hauptkomponenten: einem Oszillator, der ein komplexes Ausgangssignal erzeugt, einem Mischer, der das komplexe Signal mit dem Signal des ADC x_{adc} multipliziert, je einem dezimierenden Tiefpass-Filter für die reellen und die imaginären Signalanteile sowie einem Phasendetektor.

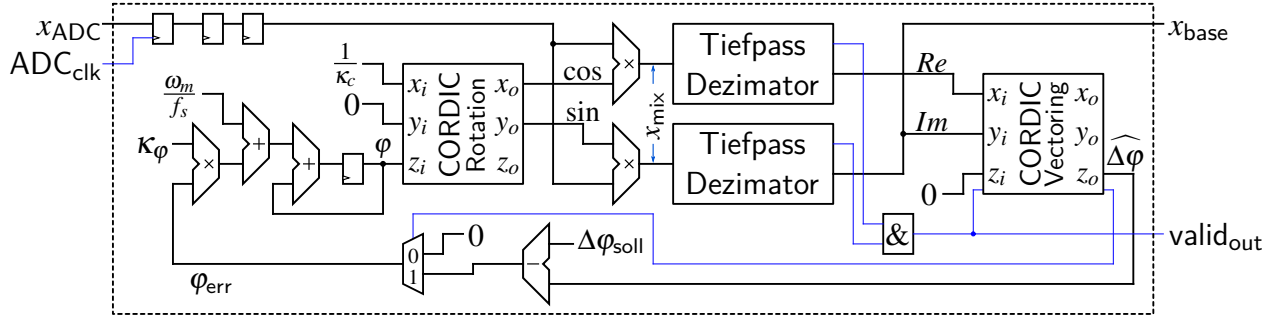


Abbildung 5.2.: Interner Aufbau des Demodulator-Moduls

Wie Abb. 5.2 zeigt, wird der Oszillator mithilfe des im Folgenden beschriebenen CORDIC-Moduls realisiert. Im *Rotation*-Modus erzeugt dieses am Ausgang x_o die trigonometrische Funktion $\cos(\varphi)$ des am z_i Eingang anliegenden Winkels φ sowie parallel $\sin(\varphi)$ am Ausgang y_o [119].

Mithilfe eines Winkelakkumulators wird der Winkel $\varphi(n)$ in jedem Takt n entsprechend Gleichung (5.1) inkrementiert.

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + \frac{\omega_m}{f_s} + \kappa_\varphi \varphi_{err} \quad (5.1a)$$

$$= \varphi(n-1) + 2\pi \frac{f_m}{f_s} + \kappa_\varphi \varphi_{err} \quad (5.1b)$$

Vernachlässigt man den Term $\kappa_\varphi \varphi_{err}$, so entsteht entsprechend Gleichung (5.2) die kontinuierliche, komplexe Schwingung $x_{LO}(t)$ der Frequenz f_m , da der Akkumulator bei $\varphi = 2\pi$ überläuft. f_s beschreibt dabei die Frequenz des Systemtakts, f_m die gewünschte Modulationsfrequenz des frequenzmodulierten Eingangssignals. Die Abtastrate des ADC entspricht dabei ebenfalls dem Systemtakt.

$$x_{LO}(t) = e^{j2\pi f_m t} = e^{j\omega_m t} = \cos(\omega_m t) + j \sin(\omega_m t) \quad (5.2)$$

Das komplexe Ausgangssignal des CORDIC basierten Oszillators ($x_o = \text{Re}\{x_{LO}\}$, $y_o = \text{Im}\{x_{LO}\}$) wird mit je einem Multiplizierer für Real- und Imaginärteil mit dem reellen Signal des ADC heterodyn gemischt. Das Nutzsignal, das auf den Träger $\omega_m = 2\pi f_m$ moduliert ist, wird dabei ins Basisband verschoben, gleichzeitig entsteht ein Signalanteil gleicher Energie bei der Trägerfrequenz $2\omega_m$, wie Gleichung (5.3) für einen unmodulierten Träger zeigt [120]:

$$x_{\text{mix}}(t) = \cos(\omega_m t + \varphi) \cdot e^{-j\omega_m t} \quad (5.3a)$$

$$= \left(\frac{1}{2} e^{j(\omega_m t + \varphi)} + \frac{1}{2} e^{-j(\omega_m t + \varphi)} \right) \cdot e^{-j\omega_m t} \quad (5.3b)$$

$$= \frac{1}{2} e^{j(\omega_m t + \varphi - \omega_m t)} + \frac{1}{2} e^{-j(\omega_m t + \varphi + \omega_m t)} \quad (5.3c)$$

$$= \frac{1}{2} e^{j\varphi} + \frac{1}{2} e^{-j(2\omega_m t + \varphi)} \quad (5.3d)$$

Um das Basisbandsignal zu extrahieren, wird das Ausgangssignal des Mischers mithilfe eines Tiefpasses gefiltert und damit alle höheren Frequenzanteile aus $x_{\text{mix}}(t)$ entfernt.

Da die Frequenzkomponenten des Basisbandsignals x_{base} sehr viel kleiner als die Abtastfrequenz des ADCs $f_{\text{base}} \ll f_s$ sind, kann das Signal durch die Dezimation unter-abgetastet werden, um

Tabelle 5.3.: Benötigte FPGA-Ressourcen des Demodulator-Moduls

FPGA	LE	ALM	Register	M9K	M10K	DSP
Cyclone-IV	11.483		7.027	5		138
MAX-10	11.997		7.048	3		138
Cyclone-V		4.285	8.140		5	23

eine Reduktion der Datenmenge der nachfolgenden Signalverarbeitungsschritte zu erreichen. Die Dezimation des Signals um den Faktor N führt dazu, dass am Ausgang des Tiefpass-Dezimators nur alle N Takte ein gültiges Sample anliegt. Dieses wird über ein zusätzliches *valid*-Signal angezeigt, dessen Verbindung in Abb. 5.2 blau dargestellt ist.

Um die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ zwischen dem Oszillator und dem abgetasteten Modulationsträger zu bestimmen, wird ein weiteres CORDIC-Modul verwendet. Dieses realisiert den *Vectoring*-Mode des CORDIC-Algorithmus und bestimmt dabei $\arctan(y_i/x_i)$ der Eingangswerte x_i und y_i . Die so geschätzte Phasenverschiebung $\widehat{\Delta\varphi}$ wird vom Soll-Wert $\Delta\varphi_{\text{soll}}$ subtrahiert. Die Differenz wird mit dem Faktor κ_φ gewichtet in den Phasenakkumulator zurückgeführt, sodass sich ein Führungsgrößenregler für die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ ergibt, ähnlich der in [121] beschriebenen Digital Locked Loop.

Aufgrund der Dezimation erfolgt die Bestimmung von $\widehat{\Delta\varphi}$ nur, wenn ein gültiges Sample anliegt. Mithilfe eines Multiplexers wird auch die Rückführung in den Phasenwinkel nur aktiv, wenn eine gültige Schätzung des Phasenwinkels vorliegt. Da die optischen Features auch einen Dispersionseffekt aufweisen (vgl. Abschnitt 2.2.4), beeinflussen sie die Phasenlage. Entsprechend muss die Rückführung im aktiven Regelbetrieb deaktiviert werden, sie wird zur initialen Korrektur der Phasenverschiebung nach dem Einschalten des Systems genutzt. Die Architektur der verwendeten CORDIC-Module sowie des dezimierenden Tiefpassfilters werden im Folgenden detailliert erläutert.

Die Laufzeit des Demodulators $t_{\text{exec,Demodulator}}$ wird maßgeblich durch die Gruppenlaufzeit der beiden identischen, dezimierenden Tiefpassfilter bestimmt. Darüber hinaus wird das ADC-Signal durch drei Registerstufen geschoben, was zur Synchronisierung des Übergangs zwischen der Taktdomäne des ADC und der Signalverarbeitungsplattform dient. Weiterhin erzeugt eine Registerstufe in den Multiplizierern ein weiteres Sample Verzögerung.

$$t_{\text{exec,Demodulator}} = t_{\text{Sync}} + t_{\text{Group,Filter}} + t_{\text{MIX}} \quad (5.4a)$$

$$= (3\text{Smp.} + 67.331\text{Smp.} + 1\text{Smp.}) \cdot \frac{1}{f_s} \quad (5.4b)$$

$$= 1.346,7 \mu\text{s} \quad (5.4c)$$

Die benötigten FPGA-Ressourcen des Demodulator-Moduls inklusive aller Submodule sind in Tabelle 5.3 für die drei betrachteten Evaluationsplattformen aufgelistet.

Oszillatoren

Wie oben beschrieben, werden alle Oszillatoren der digitalen Frequenzstabilisierung mithilfe des CORDIC Algorithmus und Phasen-Akkumulatoren realisiert. Der CORDIC Algorithmus bietet eine effiziente Approximation trigonometrischer Funktionen, die auf iterativen Vektorrotationen basiert, die mithilfe von Shift-Operationen und Additionen realisiert werden. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus kann [119] entnommen werden. Im hier gewählten *Rotation*-Modus wird dabei der

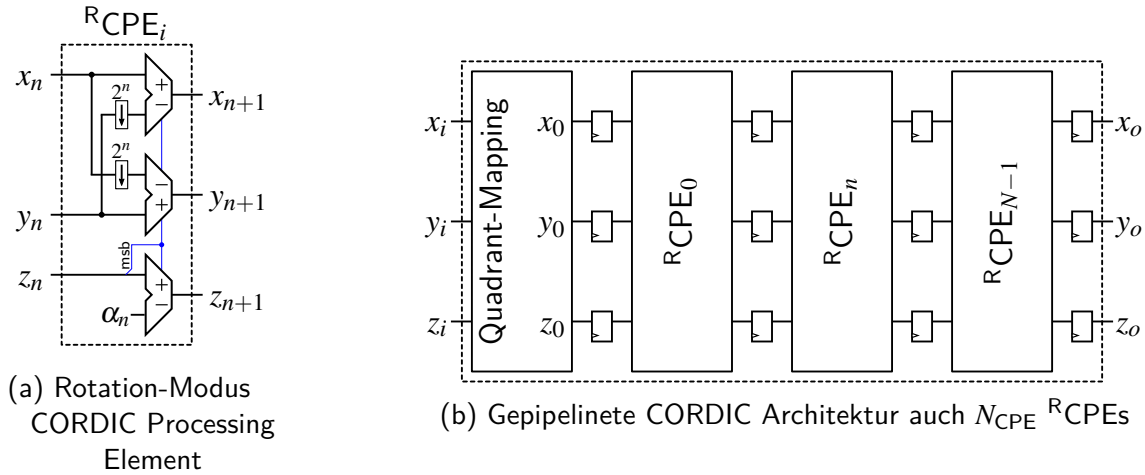


Abbildung 5.3.: Gepipelinete Rotation-Modus CORDIC Architektur

Vektor (x_i, y_i) entsprechend den Gleichungen 5.5 iterativ um den Winkel z_i rotiert. Das Iterationsziel ist $z_\infty = 0$. $\text{sgn}(x)$ bezeichnet in den Gleichungen die Signum-Funktion [119].

$$x_{n+1} = x_n - \text{sgn}(z_n) 2^{-n} y_n \quad (5.5a)$$

$$y_{n+1} = y_n + \text{sgn}(z_n) 2^{-n} x_n \quad (5.5b)$$

$$z_{n+1} = z_n - \text{sgn}(z_n) \alpha_n \quad (5.5c)$$

$$\text{mit } \alpha_n = \arctan(2^{-n})$$

Abbildung 5.3a zeigt das Basiselement *CORDIC Processing Element* ($^{\text{R}}\text{CPE}$) des CORDIC-Algorithmus im *Rotation-Modus*. Es realisiert einen CORDIC-Iterationsschritt, der in Gleichung (5.5) gezeigt ist. Dabei steuert das höchstwertige Bit des Eingangssignals x_i die Additions- und Subtraktionsmodule. Die Shift-Weiten n und der Winkel α_n sind in jedem $^{\text{R}}\text{CPE}$ fest definiert. Dieses Basiselement wird, wie in Abb. 5.3 gezeigt, N_{CPE} -fach hintereinander geschaltet, sodass sich eine gepipelinete Struktur ergibt.

Der Wertebereich des Winkels z_i des CORDIC-Algorithmus ist auf $\pm \frac{\pi}{2}$ beschränkt, daher ist ein sogenanntes Quadranten-Mapping entsprechend Gleichung (5.6) vor der eigentlichen Berechnung erforderlich.

$$x_0 = \begin{cases} -x_i & : |z_i| > \frac{\pi}{2} \\ x_i & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.6a)$$

$$y_0 = \begin{cases} -y_i & : |z_i| > \frac{\pi}{2} \\ y_i & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.6b)$$

$$z_0 = \begin{cases} z_i + \pi & : z_i < -\frac{\pi}{2} \\ z_i - \pi & : z_i > \frac{\pi}{2} \\ z_i & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.6c)$$

Dabei wird der Eingangsvektor bei Winkeln außerhalb des zulässigen Wertebereichs durch eine Punktspiegelung am Ursprung rotiert und der Eingangswinkel entsprechend angepasst [119].

Um die komplexe Schwingung des Oszillators zu realisieren, wird der Vektor $(1,0)$ mit jedem Systemtakt um den inkrementierten Winkel φ gedreht. In der in Abb. 5.3b gezeigten parallelen Architektur des CORDIC ergibt sich nach einer Einschwingphase von N_{CPE} Takten dann ein kontinuierlicher Datenstrom gültiger Ausgangswerte $x_o = \cos(\varphi)$ und $y_o = \sin(\varphi)$. Die Güte der Approximation von \sin und \cos steigt dabei mit der Anzahl der CPEs N_{CPE} in der Pipeline. Der Phasenakkumulator hat dabei den Wertebereich $0 \leq \phi \leq 2\pi$, sodass eine Modulo 2π Operation notwendig ist. Um dies effizient zu realisieren wird der Winkel wie in [122] entsprechend Gleichung (5.7) linear auf den Bereich $0 \leq z' \leq 4$ skaliert:

$$z' = z \cdot \frac{2}{\pi} \quad (5.7)$$

Die Modulo-Operation kann so durch den Überlauf des Winkelakkumulators realisiert werden und erfordert keinen zusätzlichen Aufwand.

Tiefpassfilter

Die beiden dezimierenden Tiefpassfilter für Real- und Imaginärteil des Ausgangssignals $x_{\text{mix}}(t)$ des Mischers sind gleich aufgebaut und haben dieselbe Filter-Charakteristik. Jedes verwendete Filter besteht aus acht sogenannten FIR-Halbband-Dezimatoren (HB Dec) und einem FIR-Dezimator (FIR Dec), die wie in Abb. 5.4 gezeigt, in einer Kaskade hintereinander geschaltet sind.

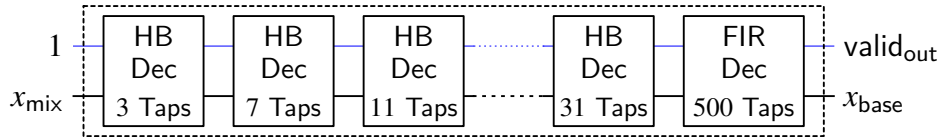


Abbildung 5.4.: Interne Architektur der dezimierenden Tiefpassfilter

Alle verwendeten FIR-Dezimatoren sind sogenannte Polyphasen-Tiefpassfilter, also eine Kombination aus Tiefpass-Filter und Unterabtastung. Ein M -Phasen-Filter lässt sich aus der Partitionierung eines allgemeinen Filters $H(z)$ in M_{Phase} Subfilter $H_m(z)$ herleiten, wie Gleichung (5.8) für $M_{\text{Phase}} = 2$ zeigt.

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n z^{-n} \quad (5.8a)$$

$$= h_0 z^{-0} + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3} + h_4 z^{-4} + h_5 z^{-5} + \dots + h_{(N-1)} z^{-(N-1)} \quad (5.8b)$$

$$= h_0 z^{-0} + h_2 z^{-2} + h_4 z^{-4} + \dots + h_{(N-2)} z^{-(N-2)} + h_1 z^{-1} + h_3 z^{-3} + h_5 z^{-5} + \dots + h_{(N-1)} z^{-(N-1)} \quad (5.8c)$$

$$= z^{-0} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h_{2n+0} z^{-2n} + z^{-1} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h_{2n+1} z^{-2n} \quad (5.8d)$$

$$= z^{-0} H_0(z^2) + z^{-1} H_1(z^2) \quad (5.8e)$$

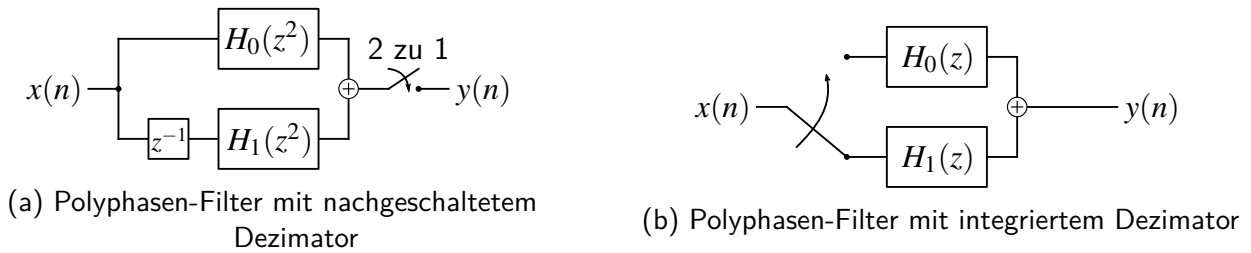


Abbildung 5.5.: Dezimierender Polyphasen-Filter mit $M_{\text{Phase}} = 2$

Jedes der beiden Subfilter $H_m(z^2)$ hat dabei die halbe Länge des ursprünglichen Filters und weist dabei die doppelte Verzögerung (z^2) auf. Die beiden Filter sind um z^{-1} gegeneinander verschoben. Dies ergibt mithilfe der inversen Z-Transformation eine Multiplikation mit der Phase $e^{j \frac{m}{M_{\text{Phase}}} \pi}$ im Zeitbereich [120].

Schaltet man dem so in zwei Phasen aufgeteilten Filter einen Dezimator, dessen Dezimationsfaktor der Aufteilung des Filters entspricht, nach, ergibt sich der in Abb. 5.5a dargestellte Signalfluss. Verschiebt man den Dezimator in das aufgeteilte Filter, so ergibt sich der Signalfluss aus Abb. 5.5b. Durch diese Integration wird die Verzögerung vor dem zweiten Subfilter $H_2(z^2)$ durch einen Demultiplexer ersetzt, weiterhin entfällt die doppelte Verzögerung (z^2), da jedes Subfilter nur mit der Hälfte des Eingangstakts arbeitet [120]. Für eine Hardware-Realisierung ist dieses vorteilhaft, da sich somit Ressourcen einsparen lassen.

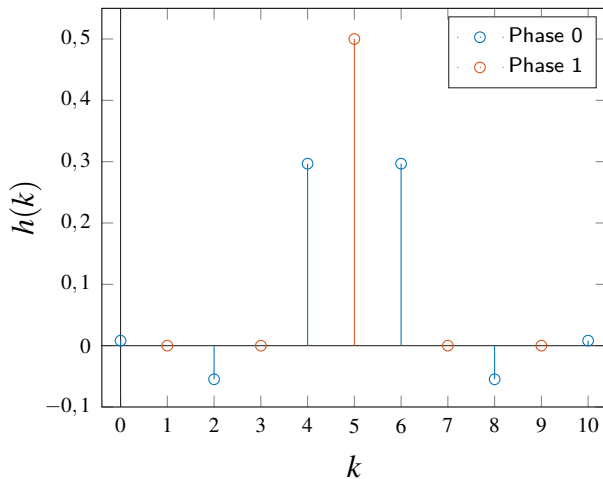
Jeder der verwendeten Polyphasen-Dezimatoren ist in zwei Phasen aufgeteilt und weist den entsprechenden Dezimationsfaktor $M_{\text{Phase}} = 2$ auf. Durch die Kaskadierung von insgesamt 9 dieser Filter ergibt sich so eine Unterabtastung um den Faktor 2^9 . Da die Anforderungen an die Flankensteilheit der einzelnen Dezimatoren über die Kette hinweg steigt, steigt auch die Anzahl der Filter-Taps der Halbband-Dezimatoren je Stufe um 4: der erste Halbband-Dezimator hat 3 Taps, der zweite 7 Taps, usw.

Die ersten 8 der insgesamt 9 kaskadierten, dezimierenden Polyphasen-Filter sind sogenannte Halbband-Tiefpassfilter. Das bedeutet, ihre Grenzfrequenz liegt entsprechend Gleichung (5.9) genau bei der Hälfte der Nyquist-Frequenz bzw. einem Viertel der Abtastrate:

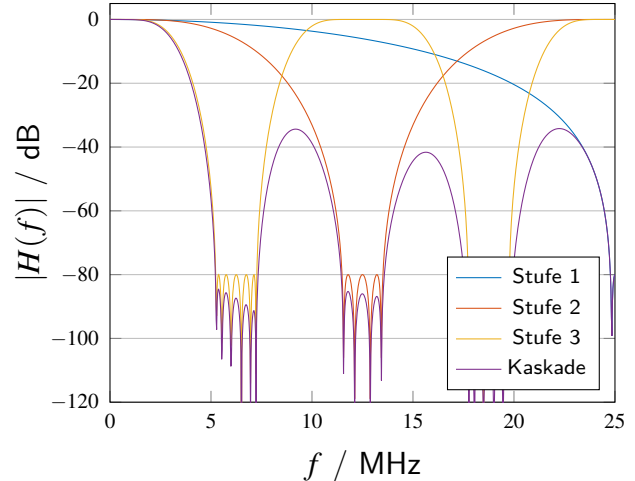
$$f_{\text{Halbband, Grenz}} = \frac{1}{2} f_{\text{Nyquist}} = \frac{1}{4} f_{\text{Abtast}} \quad (5.9)$$

Aufgrund dieser Eigenschaft ergibt sich für die Folge der Filterkoeffizienten $h(k)$ eine si-Funktion, die für alle geraden Filterkoeffizienten zu null wird. Ein Halbband-Tiefpassfilter eignet sich ideal als Filter für eine Unterabtastung um den Faktor 2, da es die Signalbandbreite halbiert und bei der reduzierten Abtastrate nicht alias-frei darstellbare Signalanteile unterdrückt [120]. Entsprechend wird diese Filter-Klasse häufig als Polyphasen-Filter realisiert. Dabei zeigt sich, dass die Folge der Filterkoeffizienten, die Abb. 5.6a für ein Halbband-Tiefpassfilter der Länge $K = 11$ zeigt, zu einer starken Vereinfachung des Filters genutzt werden kann. Fast alle Koeffizienten der zweiten Phase sind null, nur der mittlere Koeffizient beträgt unabhängig der gewählten Fensterfunktion 0,5 [120].

Die Anzahl der Koeffizienten von Halbband-Filtern unterliegt einigen Beschränkungen. Zum einen sind aufgrund des Frequenzgangs ungerade, zum anderen führen die periodischen Nullstellen zu funktional identischen Amplitudengängen, wenn zum Beispiel anstelle von 11 Koeffizienten 13 gewählt werden.



(a) Polyphasen-Halbband-Filter mit $K = 11$ Koeffizienten



(b) Amplitudengang der ersten 3 Halbband-Filter sowie der Kaskade aus diesen 3 Filtern

Abbildung 5.6.: Koeffizienten eines dezimierenden Polyphasen-Halbband-Tiefpassfilter und Amplitudengang einer Kaskade aus drei dezimierenden Halbband-Tiefpassfiltern

Daher wird die Zahl der Koeffizienten K entsprechend Gleichung (5.10) gewählt, wobei p beginnend mit 0 die Position in der gesamten Filter-Kaskade aus Abb. 5.4 angibt.

$$K = 3 + 4p \quad \text{mit} \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (5.10)$$

Durch eine Kaskade aus dezimierenden Halbband-Tiefpassfiltern lassen sich mit vergleichbar wenigen Filterkoeffizienten ausreichend steile Filter realisieren, was Abb. 5.6b anhand des Amplitudengangs für eine Kaskade aus den ersten 3 der insgesamt 8 Halbband-Filter zeigt. Wie oben beschrieben, steigt die Anforderung an die Flankensteilheit mit der Position innerhalb der Kaskade, da sich die Grenzfrequenz exponentiell der Soll-Grenzfrequenz des Gesamtfilters annähert. Dieser Anforderung wird durch den bereits beschriebenen linearen Anstieg der Filterkoeffizienten pro Stufe Rechnung getragen.

Die Realisierung eines dezimierenden Halbband-Tiefpassfilters ist für ein Filter mit $K = 11$ in Abb. 5.7 dargestellt. Am Eingang erfolgt die Aufteilung in die beiden Phasen durch einen Demultiplexer, der durch eine Toggle-Schaltung die Samples auf die beiden Phasen aufteilt. Wie beschrieben führt die Folge der Filterkoeffizienten zu einer starken Vereinfachung der zweiten Phase, vgl. Abb. 5.7. Sie besteht nur aus einem Schieberegister mit 3 Stufen und einer Shift-Operation, mit der sich die Multiplikation mit 0,5 äußerst effizient in Hardware umsetzen lässt. Die erste Phase (oben) besteht ebenfalls aus einem Schieberegister. Dies ist aufgrund der größeren Anzahl nicht-trivialer Filterkoeffizienten länger. Durch die in blau dargestellten Steuerleitungen sind beide Schieberegister wie beschrieben je bei der Hälfte der gültigen Samples aktiv und realisieren so die doppelte Verzögerung. Da nicht mit jedem Systemtakt ein gültiges Sample anliegt, wird das Filter seriell realisiert. Dabei wird aufgrund der symmetrischen Filterkoeffizienten die Hälfte der Multiplikationen mithilfe eines vorgeschalteten Addierers (Pre-Adder) eingespart. Dieser addiert die Samples, die mit demselben Koeffizienten multipliziert werden, sodass die Summe der Samples mit dem Koeffizienten multipliziert wird. Mit einer Multiplexer-Schaltung, die durch eine FSM gesteuert wird, wird das Subfilter so

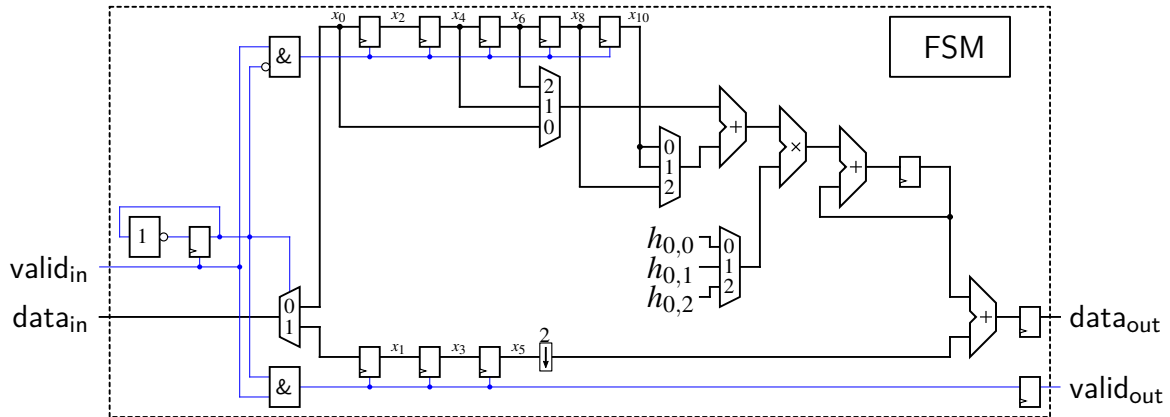


Abbildung 5.7.: Serielles dezimierendes Polyphasen-Halbband-FIR-Filter mit 11 Koeffizienten

sequenziell auf die Eingangsfolge angewendet. Die Summation erfolgt mit einem dem Multiplizierer nachgeschalteten Akkumulator.

Für ein Halbband-Filter der Länge K ergibt sich dabei für die erste Phase eine Latenz von $\lceil \frac{K}{4} \rceil$ Systemtakt, die zweite Phase weist eine konstante Latenz von einem Systemtakt auf. Da die Kaskade mit $K_0 = 3$ Filterkoeffizienten beginnt und die Anzahl entsprechend Gleichung (5.10) mit jeder Stufe steigt, lässt sich bei schritt-haltender Prozessierung jede Stufe, ähnlich der Abgebildeten, seriell mit nur einem Multiplizierer realisieren. Dies ist möglich, da durch die Dezimation pro Stufe die doppelte Anzahl an Takten zur seriellen Verarbeitung zur Verfügung steht.

Wenn ein Sample der ersten Phase zugeordnet wird, wird der Koeffizient $h_{0,0}$ mit dem der Summe des Eingangssamples $x(0)$ und dem Sample $x(K - 1)$ multipliziert sowie zeitgleich das Schieberegister aktiviert. Durch die Aktivierung des Schieberegisters werden alle Daten geschoben, was der Operation $x'(k) = x(k - 2)$ entspricht. Mit dem nächsten Systemtakt müssen dann die Samples $x'(4)$ und $x'(K - 1)$ addiert und mit dem Koeffizienten $h_{0,1}$ multipliziert werden, das Schieberegister bleibt dabei inaktiv. Durch die zur Verarbeitung des ersten Samples parallele Schiebeoperation ergeben sich so die gezeigten unregelmäßigen Eingangsbelegungen der Datenmultiplexer.

Das letzte Filter in der Kaskade hat die höchsten Anforderungen an den Amplitudengang. Da seine Grenzfrequenz von 3,5 kHz nicht einem Viertel der Eingangsabtastrate 195,313 kHz entspricht (vgl. Gleichung (5.9)), wird hier ein dezimierendes polyphasen FIR-Tiefpassfilter anstelle eines Halbband-Filters eingesetzt. Da die Abtastrate bei 9 Filterstufen insgesamt um den Faktor 512 reduziert wird, lassen sich Filter bis zu einer Länge von 512 Taps seriell realisieren. Gewählt wurde daher ein symmetrisches Filter mit 500 Taps. Abbildung 5.8 zeigt den Aufbau dieses Filters, das mithilfe eines RAM-Blocks und eines Koeffizienten-ROM realisiert wird.

Der RAM-Block wird dabei als Ringspeicher für die Eingangsdaten genutzt, die Adresse entsprechend bei jedem Sample um 1 inkrementiert. Der ROM-Block enthält 250 Filterkoeffizienten und nutzt damit die Symmetrie des Filters. Wie Gleichung (5.11) für ein symmetrisches Filter mit 6 Taps zeigt, führt eine symmetrische Impulsantwort gerader Länge zu spiegelsymmetrischen Subfiltern bei der Aufteilung in zwei Phasen [123].

$$H(z) = h_0z^{-0} + h_1z^{-1} + h_2z^{-2} + h_3z^{-3} + h_4z^{-4} + h_5z^{-5} \quad (5.11a)$$

$$= h_0z^{-0} + h_1z^{-1} + h_2z^{-2} + h_2z^{-3} + h_1z^{-4} + h_0z^{-5} \quad (5.11b)$$

$$H_0(z^2) = h_0z^{-0} + h_2z^{-2} + h_1z^{-4} \quad (5.11c)$$

$$H_1(z^2) = h_1z^{-1} + h_2z^{-3} + h_0z^{-5} \quad (5.11d)$$

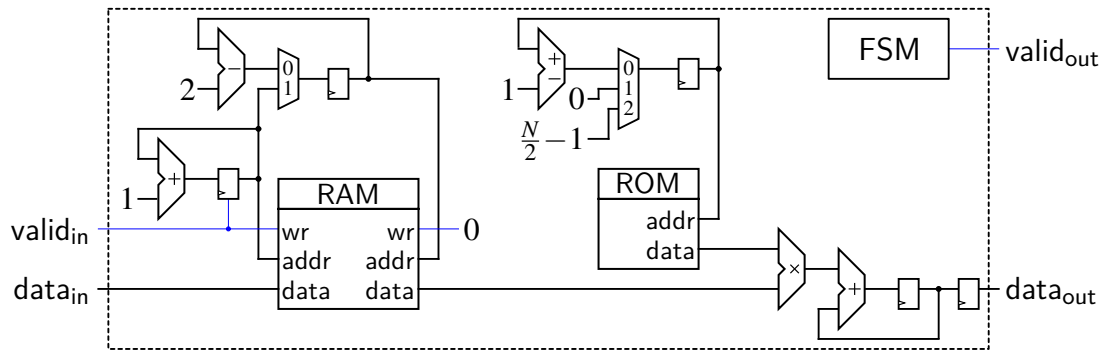
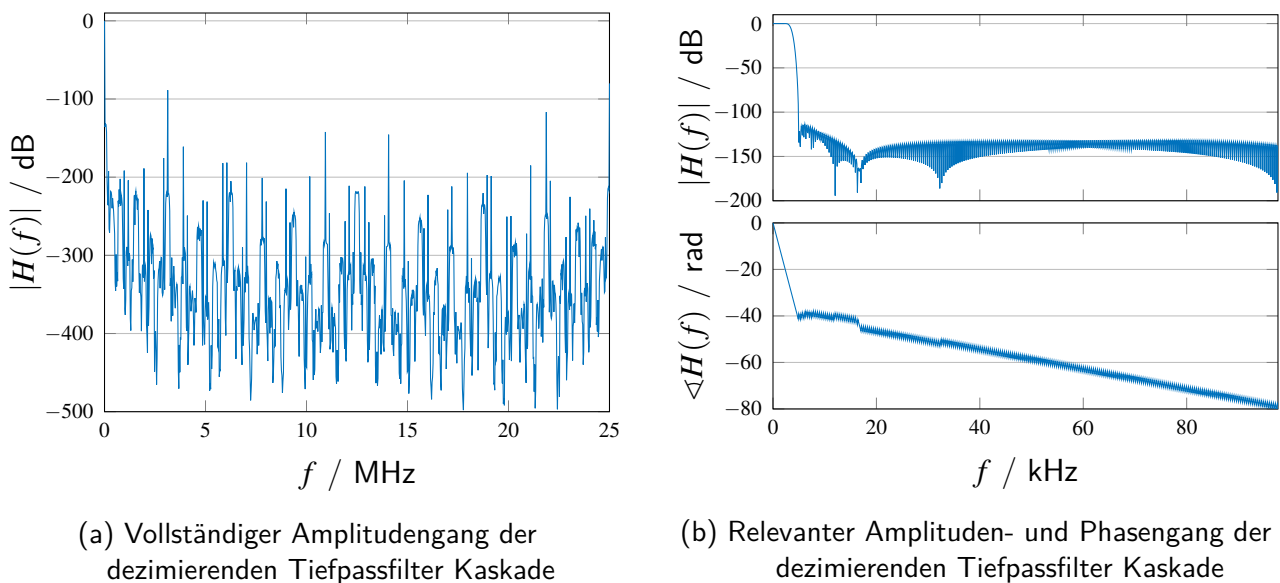


Abbildung 5.8.: Serielles dezimierendes Polyphasen-FIR-Filter mit K Koeffizienten

Durch die Polyphasenaufteilung werden die Koeffizienten nicht zeitgleich verwendet. Der ROM-Block wird daher in der ersten Phase vorwärts und in der zweiten rückwärts durchlaufen. Die Adressierung der zugehörigen Eingangsdaten erfolgt ausgehend von der Adresse des neuesten Samples, wobei diese pro Systemtakt um 2 dekrementiert wird, um nur die Samples der aktiven Phase zu verarbeiten. Ein Unterschreiten des gültigen Adressbereichs wird dabei so abgefangen, dass der RAM wie beschrieben als Ringspeicher fungiert. Die Summation erfolgt auch hier mit einem Akkumulator. Durch die Steuerung der FSM wird in diesem auch die Addition beider Filter-Phasen realisiert.



(a) Vollständiger Amplitudengang der dezimierenden Tiefpassfilter Kaskade

(b) Relevanter Amplituden- und Phasengang der dezimierenden Tiefpassfilter Kaskade

Abbildung 5.9.: Amplitudengang der dezimierenden Tiefpassfilter Kaskade

Die gesamte Kaskade aus 8 dezimierenden FIR-Halbband-Tiefpassfiltern und einem dezimierenden FIR-Tiefpassfilter ergibt den in Abb. 5.9 dargestellten Amplitudengang. Durch die große Anzahl an Filterkoeffizienten in der letzten Stufe ergibt sich eine hohe Flankensteilheit: bei 3 kHz beträgt die Dämpfung noch $-1,05$ dB, bei 3,5 kHz $-6,02$ dB und bei 4 kHz $-18,88$ dB. Bei 4,835 kHz unterschreitet die Dämpfung den Wert von -80 dB, den sie bei höheren Frequenzen nicht wieder überschreitet. Die gesamte Kaskade weist dabei eine konstante Gruppenlaufzeit von 67.331 Samples bezogen auf die Datenrate des ADC auf. Somit lässt sich mit dieser Filterarchitektur das Basisbandsignal bis zu einer Frequenz von 3 kHz sehr effizient aus dem Signal des Mischers extrahieren.

Phasendetektion

Wie oben beschrieben, wird für die Detektion der Phase ebenfalls ein Modul genutzt, das den CORDIC-Algorithmus realisiert. In diesem Fall wird der andere Grundmodus, der sogenannte *Vectoring* Modus, genutzt, in dem der Eingangsvektor (x_i, y_i) entsprechend den Gleichungen 5.12 iterativ auf die Abszisse gedreht wird. $\text{sgn}(x)$ bezeichnet wie in Gleichung (5.5) die Signum-Funktion.

$$x_{n+1} = x_n + \text{sgn}(y_n) 2^{-n} y_n \tag{5.12a}$$

$$y_{n+1} = y_n - \text{sgn}(y_n) 2^{-n} x_n \tag{5.12b}$$

$$z_{n+1} = z_n + \text{sgn}(y_n) \alpha_n \tag{5.12c}$$

$$\text{mit } \alpha_n = \arctan(2^{-n})$$

Das Iterationsziel der Drehungen ist $y_\infty = 0$. Am Ausgang z_o liegt der für diese Drehung erforderliche Winkel an. Damit realisiert das Modul die Approximation der Funktion $\arctan\left(\frac{x_i}{y_i}\right)$ [119].

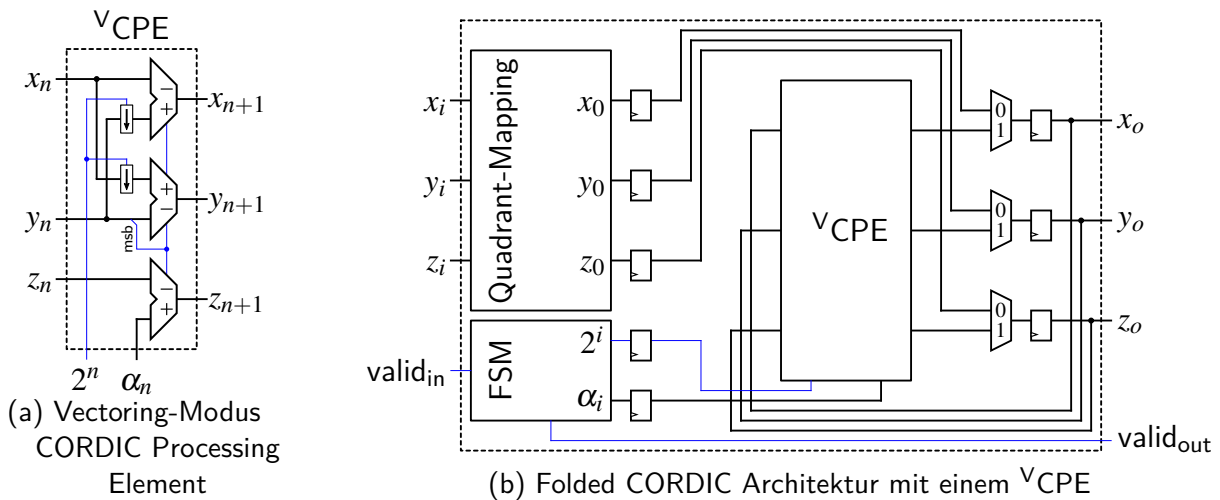


Abbildung 5.10.: Folded Vectoring-Modus CORDIC Architektur

Das Basiselement V_{CPE} ist in Abb. 5.10a dargestellt. Abweichend vom R_{CPE} werden die Additions- und Subtraktionsmodule hier entsprechend Gleichung (5.12) durch das höchstwertige Bit des Signals y_n gesteuert. Darüber hinaus werden die Shift-Weite n und der Drehwinkel α_n hier von außen an das CPE übergeben. Da durch die Dezimation des Signals nur alle 512 Samples eine gültige Eingangsbelegung für x_i und y_i vorliegt, realisiert das Modul die serielle, *Folded* genannte Architektur des CORDIC, vgl. Abb. 5.10b. Für diese ist die externe Beschaltung der Shift-Weite und des Drehwinkels notwendig, da ein einziges V_{CPE} sequenziell genutzt wird. Die Ablaufsteuerung des Moduls wird ebenfalls durch eine FSM realisiert, die die Multiplexer sowie die Übergabe der Werte an das Basiselement V_{CPE} steuert.

Auch im *Vectoring*-Modus ist ein Quadranten-Mapping nach Gleichung (5.13) erforderlich.

$$x_0 = \begin{cases} -x_i & : x_i < 0 \\ x_i & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.13a)$$

$$y_0 = \begin{cases} -y_i & : x_i < 0 \\ y_i & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.13b)$$

$$z_0 = \begin{cases} \pi & : x_i < 0 \quad \& \quad y_i > 0 \\ -\pi & : x_i < 0 \quad \& \quad y_i \leq 0 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5.13c)$$

Wie im *Rotation*-Modus sorgt auch hier eine Punktspiegelung am Ursprung dafür, dass das CORDIC-Modul innerhalb des Definitionsbereichs des Winkels von $\pm \frac{\pi}{2}$ bleibt. Dabei wird anhand des Vorzeichens von x_i ein Wert außerhalb dieses Bereichs erkannt und der Winkel z_0 im Falle der Spiegelung entsprechend Gleichung (5.13c) gesetzt.

Die Güte der arctan-Approximation ist hier abhängig von der Anzahl der Iterationen, die durch die FSM gesteuert wird. Wie bei den als Oszillator genutzten CORDIC-Modulen, wird auch hier der Winkel gemäß Gleichung (5.7) skaliert. Somit entspricht der Wertebereich des Winkels $\widehat{\Delta\varphi}$ dem des Phasenwinkels φ des Oszillators, auf den er über den oben beschriebenen Phasenregler wirkt (vgl. Abb. 5.2).

5.1.3. Ramp-Generator

Der *Ramp-Generator* dient zur Generierung der in Abschnitt 4.1 beschriebenen Scan-Signale sowie zur Erzeugung der Frequenzmodulation. Dazu besteht das Modul aus zwei Hauptkomponenten: einem Dreieck-Generator und einem Oszillator. Wie Abb. 5.11 zeigt, wird der Dreieck-Generator über einen Zähler realisiert, der um das Inkrement Δx_{tri} inkrementiert bzw. dekrementiert wird. Der Wert des Zählers wird mit der Amplitude des Dreiecksignals $\pm a_{tri}$ verglichen, um das Ende einer steigenden bzw. fallenden Flanke zu detektieren. Durch eine FSM, die das Additions- bzw. Subtraktionsmodul kontrolliert, wird dann die Richtung der Rampe umgeschaltet. Das so erzeugte Dreiecksignal wird dann auf den Offsetwert x_{offs} , der zum Beispiel durch einen Regler gesteuert wird, aufaddiert.

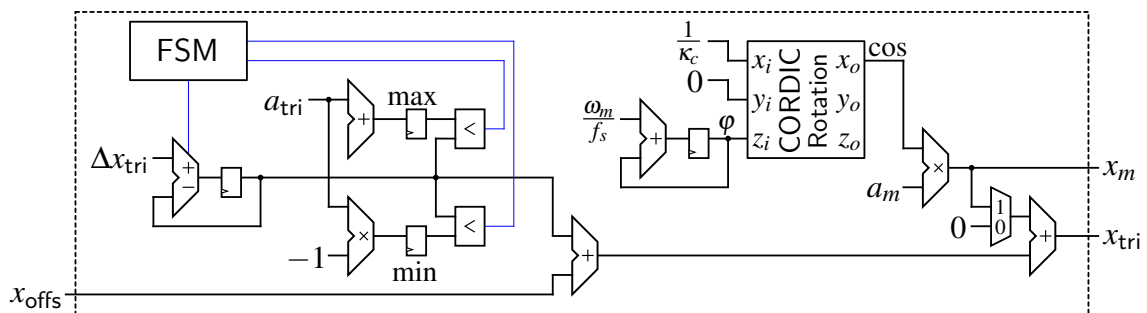


Abbildung 5.11.: Interner Aufbau des Ramp-Generator-Moduls

Der Wert des Inkrements Δx_{tri} wird dabei entsprechend Gleichung (5.14) anhand der Zielfrequenz f_{tri} und der Amplitude a_{tri} bestimmt. Aufgrund der Architektur des Dreieck-Generators unterliegt

die Frequenz des Dreiecksignals dabei einer Einschränkung gemäß Gleichung (5.14a): Da die Länge jeder der beiden Rampen $\frac{N_{\text{tri}}}{2}$ ganzzahlig sein muss, muss die Systemfrequenz f_s ganzzahlig durch das Doppelte der Frequenz des Dreiecks f_{tri} teilbar sein.

$$n_{\text{tri}} = 2 \left\lceil \frac{f_s}{2f_{\text{tri}}} \right\rceil \quad (5.14a)$$

$$\Delta x_{\text{tri}} = \frac{2a_{\text{tri}}}{\frac{N_{\text{tri}}}{2}} \quad (5.14b)$$

Der Oszillator ist, wie bei dem in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Demodulator, mit einem CORDIC-Modul im *Rotation*-Modus realisiert. Der Aufbau des Moduls entspricht dabei der in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen parallelen Architektur des CORDIC. Durch den Phasen-Akkumulator wird eine kontinuierliche Oszillation erreicht. Da hier ein reelles Signal benötigt wird, wird nur der x_o Ausgang verwendet, dessen Signal $\cos \varphi$ entspricht. Da das Ausgangssignal des CORDIC-Moduls eine Amplitude von 1 aufweist, wird es mit der Zielamplitude a_m multipliziert. Abhängig vom optischen Aufbau kann dieses Signal direkt an einen DAC ausgegeben werden, der wie in Abb. 5.1 gezeigt mit einem EOM verbunden ist. Wird die Laser-Diode über den Injektionsstrom I_{inj} moduliert, wie in Abb. 3.6 gezeigt, kann das Modulationssignal x_m direkt auf das Dreiecksignal x_{tri} aufaddiert werden, sodass nur ein DAC für die Ansteuerung des Lasers notwendig ist.

Die benötigten FPGA-Ressourcen des *Ramp-Generator*-Moduls inklusive aller Submodule sind in Tabelle 5.4 für die drei Evaluationsplattformen angegeben.

Tabelle 5.4.: Benötigte FPGA-Ressourcen des Ramp-Generator-Moduls

FPGA	LE	ALM	Register	M9K	M10K	DSP
Cyclone-IV	706		473	0		2
MAX-10	707		473	0		2
Cyclone-V		445	512		0	1

5.2. Abbildung von Frequenzschätzung und Regler in Soft- und Hardware

Wie in Abschnitt 5.1 erwähnt, ist insbesondere die Pattern-Matching basierte Schätzung der Momentanfrequenz der komplexeste Teil der vorgeschlagenen Frequenzstabilisierung. Aufgrund der Dezimation des Eingangssignals erfordert die Frequenzschätzung sowie der nachgeschaltete Regler, der hier als PI-Regler realisiert wird, keine der Abtastrate von ADC und DAC schritthaltende Prozessierung. Daher können diese beiden Signalverarbeitungsschritte entkoppelt und auf verschiedene Arten realisiert werden. So ist es zum einen möglich, sie als Software auf einem eingebetteten Prozessor auszuführen, zum anderen können sie in Form von dedizierten Hardware-Modulen direkt mit auf die FPGA-Plattform abgebildet werden. Wie eingangs diesen Kapitels erwähnt, soll die gesamte Signalverarbeitungskette auf einen (SoC-)FPGA abgebildet werden. Daher werden für die Ausführung in Software nur auf ein FPGA abbildbare, sogenannte Softcore Prozessoren sowie die in einem SoC-FPGA enthaltenen Prozessorkerne in Betracht gezogen. Abbildung 5.12 veranschaulicht die Möglichkeiten der Abbildung noch einmal.

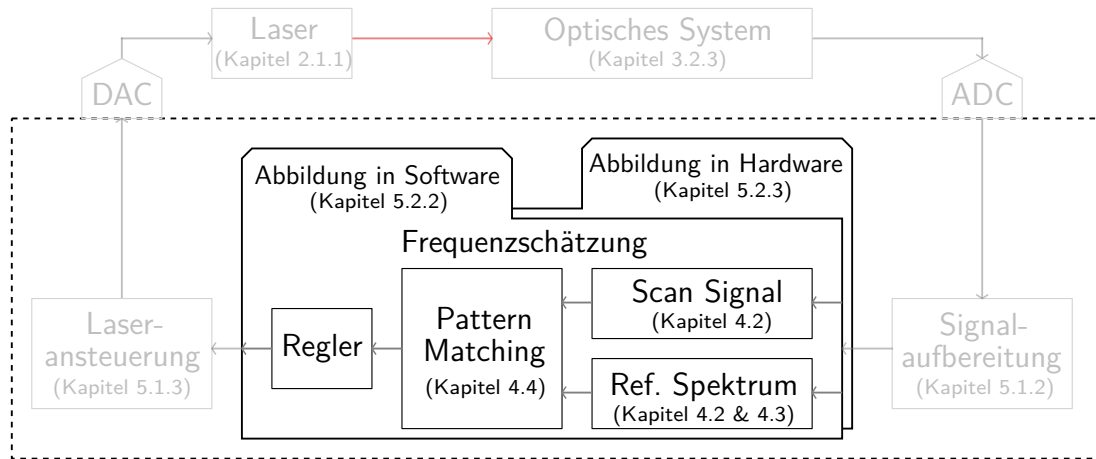


Abbildung 5.12.: Abbildung des Signalflusses von Frequenzschätzung und Regler in Soft- und Hardware

Die unterschiedlichen Abbildungsmöglichkeiten in Verbindung mit den betrachteten FPGA-Plattformen eröffnen einen Entwurfsraum, der im Folgenden systematisch untersucht wird. Dafür erfolgt zunächst durch eine Fixed-Point-Analyse (Abschnitt 5.2.1) die Konvertierung in die Festkomma-Arithmetik. Diese ist die Grundlage für die anschließende Abbildung in Software (Abschnitt 5.2.2) sowie die Realisierung ausgewählter Algorithmen als dedizierte Hardware-Module (Abschnitt 5.2.3). Evaluationskriterien sind dabei insbesondere die Leistungsaufnahme der FPGA-Plattform sowie die Ausführungszeit der entsprechenden Abbildungsform.

5.2.1. Fixed-Point-Analyse

Um die in Abschnitt 4.4 detailliert beschriebenen Pattern-Matching Algorithmen auf Hardware-Plattformen abzubilden, die keine Unterstützung für Gleitkomma-Zahlen bieten oder diese Operationen emulieren, muss für die Portierung der Algorithmen eine sogenannte Fixed-Point- (dt. Festkomma)-Analyse durchgeführt werden. Im Gegensatz zu den standardisierten Gleitkomma-Zahlen [124], wird bei Festkommazahlen eine Variable durch einen ganzzahligen Integer-Datentyp repräsentiert.

$$x_{\text{fix}} = x_{\text{int}} \cdot 2^{-m} \quad (5.15)$$

Eine reelle Zahl x_{fix} wird durch einen implizierten, konstanten Faktor 2^{-m} realisiert, der bei arithmetischen Operationen nicht direkt berücksichtigt wird, sodass diese Darstellung nur Ganzzahl-Arithmetik erfordert, die alle programmierbaren Plattformen bieten. Dieser Faktor kann als Kommastelle betrachtet werden, sodass sich an der m -ten Stelle der Binärdarstellung ein Komma befindet bzw. es m Nachkommastellen gibt. Das bedeutet, dass zum Beispiel vor einer Addition die Kommastellen zweier Festkomma-Zahlen durch zusätzliche Operationen angeglichen werden müssen, bei einer Multiplikation ist dies aber nicht erforderlich [125].

In der Fixed-Point-Analyse wird in erster Line ermittelt, wo die Kommastelle für jeden Zwischenwert sein muss, um alle auftretenden Zahlen mit der notwendigen Genauigkeit darstellen zu können. Darüber hinaus wird die Wortbreite ermittelt, die für eine ausreichend genaue Darstellung notwendig ist.

Für die Evaluation der Pattern-Matching-Algorithmen wird diese Methodik erweitert. Zunächst werden alle Variablen eines Algorithmus in den IEEE-754 Gleitkommatententypen *binary32* und *binary64* [124], die auch als *float* bzw. *double* bezeichnet werden, dargestellt. Mithilfe des Software-Pakets MATLAB

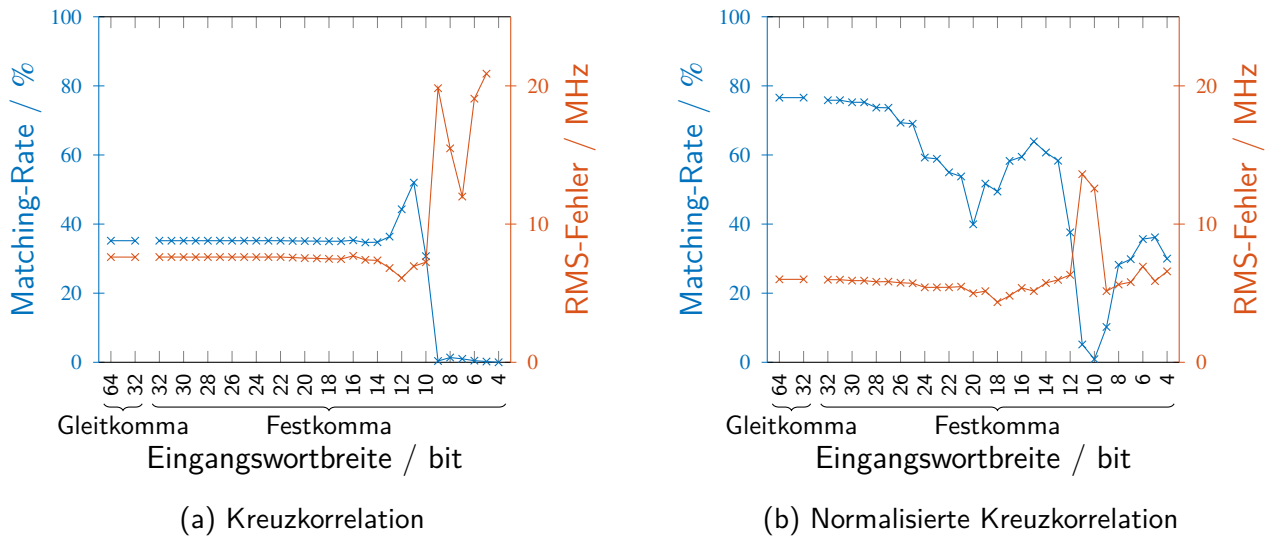
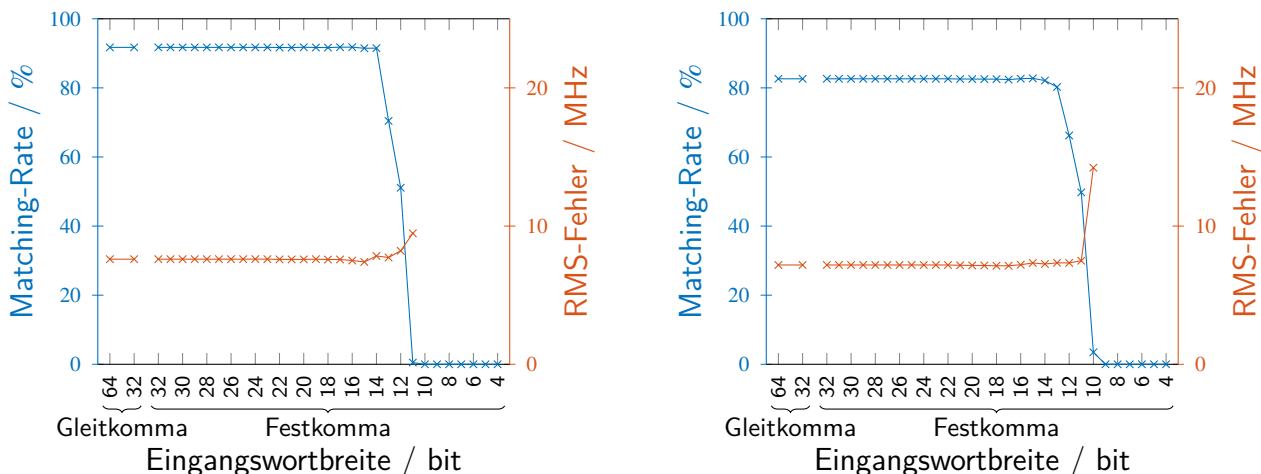


Abbildung 5.13.: Matching-Rate und RMS-Fehler der Frequenzschätzung mit Kreuzkorrelation und normalisierter Kreuzkorrelation in Abhängigkeit der Eingangswortbreite

Fixed-Point-Designer von MathWorks werden anschließend die impliziten Faktoren 2^{-m} , sowie die notwendige Wortbreite ermittelt. Dazu wird die Frequenzbestimmung mit dem Datensatz, der auch zur Evaluation der Frequenzbestimmung (vgl. Abschnitt 4.4) verwendet wurde, durchgeführt und dabei alle auftretenden Werte ermittelt. Die Kommastellen und Wortbreiten werden nun so gewählt, dass sich alle auftretenden Werte ohne Abweichungen darstellen lassen, wobei die Eingangsdaten initial mit 32 bit und 16 bit Nachkommastellen dargestellt werden. Für all diese Konfigurationen wird, wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, die Matching-Rate, sowie der RMS-Frequenzfehler bestimmt. Anschließend wird die Wortbreite aller Variablen iterativ von 32 bit bis auf 4 bit verringert. Dabei muss die Zahl der Nachkommastellen angepasst werden, sodass die Auflösung, aber nicht der Wertebereich begrenzt wird. Für jede Konfiguration werden die beiden Evaluationsparameter mit dem Evaluationsdatensatz aufgezeichnet. Aus den Ergebnissen lässt sich für jeden Algorithmus eine optimale Parametrisierung für Wortbreiten und Kommastellen bestimmen.

Die Evaluationsparameter Matching-Rate und RMS-Frequenzfehler sind für die einfache Kreuzkorrelation (engl. Cross-Correlation) (CC) in Abb. 5.13a abgebildet. Bei der einfachen Kreuzkorrelation zeigt sich ein geringer Einfluss der Wortbreite auf die Güte des Algorithmus. Erst ab 22 bit Eingangswortbreite ändert sich der RMS-Fehler minimal, die Matching-Rate bleibt bis 17 bit konstant. Ab 13 bit steigt die Matching-Rate deutlich an, während sich der RMS-Fehler zeitgleich verringert. Das deutet darauf hin, dass die einfache Kreuzkorrelation anfällig für geringe Abweichungen der Signalform ist. Durch die sinkende Auflösung wird dies kompensiert. Ab 9 bit Eingangswortbreite lässt sich die CC nicht mehr für die Frequenzbestimmung verwenden, da die Matching-Rate gegen null strebt. Wenn die Matching-Rate zu null wird, lässt sich kein RMS-Frequenzfehler nach Gleichung (4.9) mehr bestimmen, daher fehlen die entsprechenden Werte in den Abbildungen. Die optimale Konfiguration für die CC liegt nach der Untersuchung bei 13 bit Wortbreite und einem Skalierungsfaktor von 2^3 der Eingangsdaten, da die Evaluationsparameter hier noch am wenigsten von der Referenzimplementierung in IEEE-754 binary64 abweichen.

Die normalisierte Kreuzkorrelation (NCC), deren Evaluationsergebnisse in Abb. 5.13b dargestellt sind, verhält sich deutlich anders. Schon mit 32 bit Festkommazahlen lassen sich die Ergebnisse der Gleitkommazahlen nicht exakt reproduzieren. Dies lässt sich durch die zusätzliche Berechnung der Mittelwerte sowie der Stichprobenvarianzen bzw. die erforderliche Division durch das Produkt



(a) Summe der absoluten Differenzen

(b) Mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen

Abbildung 5.14.: Matching-Rate und RMS-Fehler der Frequenzschätzung mit Summe der absoluten Differenzen (SAD) und mittelwertfreier Summe der absoluten Differenzen (ZSAD) in Abhängigkeit von der Eingangswortbreite

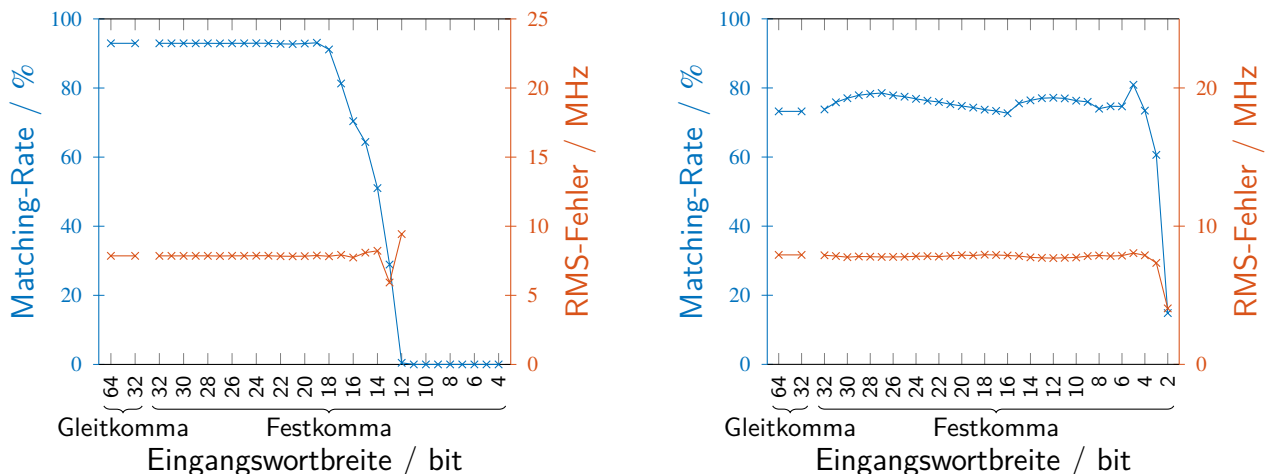
der Stichprobenvarianzen erklären. Diese zusätzlichen Berechnungsschritte verbessern zwar die Frequenzbestimmung, machen die NCC aber anfälliger für beschränkte Datenauflösung, sodass die NCC nur bis 27 bit Eingangswortbreite und einem Skalierungsfaktor von 2^{-11} verwendbar ist. Bei geringeren Auflösungen bricht die Matching-Rate stark ein, übertrifft aber immer noch die Ergebnisse der einfachen Kreuzkorrelation deutlich. So erreicht die NCC bei der für die CC als optimal identifizierten Wortbreite von 13 bit eine Matching-Rate von 58,3 %, während die CC lediglich 36,3 % erreicht.

Die Summe der absoluten Differenzen (SAD) ist, wie in Abb. 5.14a gezeigt, sehr robust gegenüber einer Beschränkung der Wortbreite. Bis auf 15 bit lässt sich die Eingangsdatenwortbreite reduzieren, ohne dass dies einen nennenswerten Einfluss die Genauigkeit der Frequenzbestimmung hat. Ab 13 bit bricht die Matching-Rate aber stark ein, sodass sich die optimale Konfiguration für die SAD bei 14 bit Eingangswortbreite und einem Skalierungsfaktor von 2^2 ergibt.

Die Frequenzauflösung der mittelwertfreien Summe der absoluten Differenzen (ZSAD) ist, wie in Abb. 5.14b zu sehen, etwas geringer als die der SAD. Der Algorithmus zeigt aber eine vergleichbare Toleranz gegenüber der Verringerung der Auflösung. Erst ab 17 bit zeigt diese überhaupt eine Auswirkung auf die Evaluationsparameter. Ab 13 bit bricht die Matching-Rate stark ein, sodass die optimale Konfiguration für die ZSAD bei Eingangsdaten mit 14 bit Wortbreite und einem Skalierungsfaktor von 2^2 erreicht ist.

Abbildung 5.15a zeigt die Ergebnisse der Fixed-Point-Analyse der Summe der quadratischen Differenzen (engl. Sum of Squared Differences) (SSD). Auch dieser Algorithmus erscheint robust gegenüber der sinkenden Eingangswortbreite, allerdings bricht die Matching-Rate hier schon ab 18 bit deutlich ein. Die optimale Konfiguration liegt damit bei einer Eingangsdatenwortbreite von 19 bit mit einem Skalierungsfaktor von 2^{-3} . Im Vergleich der einfachen Algorithmen reagiert die SSD damit deutlich empfindlicher auf eine beschränkte Datenauflösung als SAD oder CC.

Die Summe der Hamming-Distanzen (SHD) wird, wie der in Abb. 5.15b dargestellte Verlauf von Matching-Rate und RMS-Frequenzfehler zeigt, kaum durch die abnehmende Auflösung der Daten beeinflusst. Im Gegensatz zu allen anderen untersuchten Algorithmen ändert sich die Matching-Rate



(a) Summe der quadratischen Differenzen

(b) Summe der Hamming-Distanzen

Abbildung 5.15.: Matching-Rate und RMS-Fehler der Frequenzschätzung mit Summe der quadratischen Differenzen (SSD) und Summe der Hamming-Distanzen (SHD) in Abhängigkeit von der Eingangswortbreite

im Bereich von 72 % bis 81 % über den Untersuchungsbereich von 32 bit bis 4 bit, ohne dass ein genereller Trend zu erkennen ist. Der RMS-Fehler wird in einem noch geringeren Maße beeinflusst. Daher wird der Untersuchungsbereich für diesen Algorithmus bis auf 2 bit erweitert. Dabei zeigt sich, dass die Erkennungsrate ab 3 bit auf 60 % einbricht, aber selbst mit nur 2 bit Auflösung noch eine Erkennungsrate von knapp 15 % erreicht wird. Da die SHD auf der Hamming-Distanz als Fehlermaß basiert, ist eine reduzierte Auflösung gegebenenfalls sogar ein Vorteil, da somit Rauschanteile aus dem Signal entfernt werden, die die Hamming-Distanz negativ beeinflussen. Die SHD eignet sich daher insbesondere bei geringen Auflösungen, da sich dort die mit Abstand beste Frequenzschätzung ergibt. Die optimale Konfiguration liegt bei einer Wortbreite von 5 bit und einem Skalierungsfaktor 2^{11} der Eingangsdaten.

Bei der in Abschnitt 4.4.2 beschriebenen Kreuzkorrelation im Fourierbereich (FCC) haben die FFT und die IFFT den größten Einfluss auf die Frequenzbestimmung. Entsprechend wird ihr jeweiliger Einfluss auf die Evaluationsparameter getrennt untersucht. Daher wird bei der FCC eine Quantisierungsstufe vor der IFFT eingefügt, bei der die Daten auf die IFFT-Wortbreite beschränkt werden. Die Wortbreite bleibt dabei innerhalb der FFT bzw. IFFT konstant, daher muss die FFT-Wortbreite 2 bit größer sein als die Eingangsdaten. Die Evaluation beginnt daher mit einer Wortbreite von 34 bit. Die maximale IFFT-Wortbreite zur exakten Darstellung aller Werte wurde mit 51 bit ermittelt. Ausgehend von diesen Werten zeigt die Abb. 5.16 den Einfluss der Wortbreiten auf die Matching-Rate und den RMS-Fehler.

Die Evaluation zeigt, dass bei einer FFT-Wortbreite von 10 bit und einer IFFT-Wortbreite im Bereich von 13 bit bis 27 bit die Kreuzkorrelation die besten Resultate liefert. Das Optimum der Matching-Rate von 43 % liegt bei 18 bit IFFT-Wortbreite mit einem korrespondierenden RMS-Frequenzfehler von 6,88 MHz. Im Vergleich dazu liefern die Implementierungen mit Gleitkomma-Datentypen mit einer Matching-Rate von 35,19 % und einem RMS-Frequenzfehler von 7,61 MHz geringfügig schlechtere Ergebnisse. Wie bei der einfachen Kreuzkorrelation im Zeitbereich hat die sinkende Auflösung der Eingangsdaten somit auch im Fourierbereich zunächst einen positiven Einfluss auf die Frequenzbestimmung.

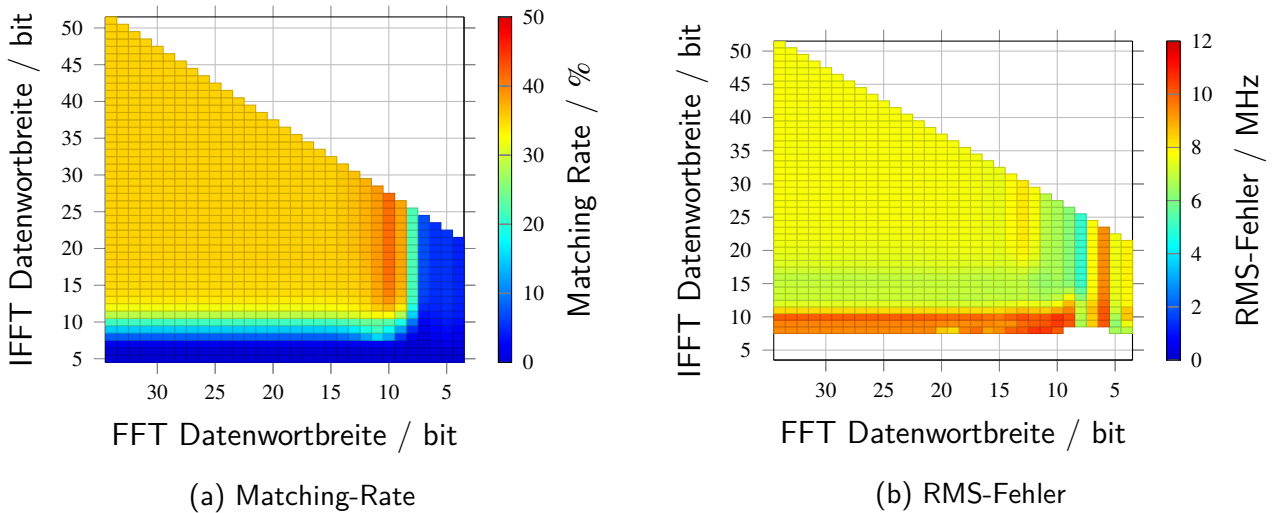


Abbildung 5.16.: Matching-Rate und RMS-Fehler der Frequenzschätzung mit der Kreuzkorrelation im Fourier-Bereich in Abhängigkeit der Datenwortbreiten von FFT und IFFT

Mit den Ergebnissen der Fixed-Point-Analyse lassen sich nun alle Algorithmen sowohl mit Gleitkommata als auch mit Integer-Datentypen realisieren. Darüber hinaus eignen sich die Ergebnisse für die Implementierung der Algorithmen als Hardware-Modul.

5.2.2. Abbildung in Software

Wie in Abschnitt 4.1 erwähnt und in Abb. 5.17 noch einmal dargestellt, soll die Frequenzschätzung zusammen mit dem Regler zunächst als Software-Applikation abgebildet werden. Mithilfe der Resultate der Fixed-Point-Analyse lassen sich alle Pattern-Matching-Algorithmen mit Integer-Arithmetik realisieren und somit auf einen beliebigen Prozessor abbilden. Im Folgenden werden die Algorithmen

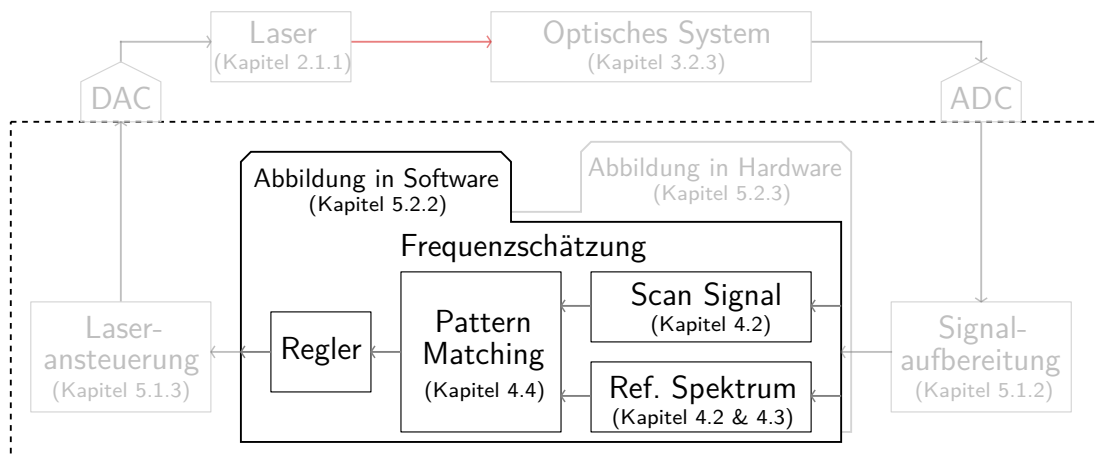


Abbildung 5.17.: Abbildung des Signalflusses von Frequenzschätzung und Regler in Software

auf drei verschiedene Prozessoren in Software abgebildet und auf den unterschiedlichen (SoC-)FPGA Plattformen ausgeführt. Zwei der Prozessoren, der NIOS II von Intel und der LEON3 von Cobham Gaisler sind dabei so genannte Softcore Prozessoren. Das bedeutet, dass sie auf ein FPGA abgebildet werden. Der dritte Prozessor, ein Cortex-A9 Dual-Core von ARM, ist im Cyclone-V SoC-FPGA

enthalten. Von den beiden Softcores wird der NIOS II auf alle drei (SoC-)FPGAs abgebildet, der LEON3 nur auf das Cyclone-IV und das MAX-10 FPGA, da der externe Speicher des Cyclone-V Evaluationsboard mit diesem Softcore inkompatibel ist.

Die Applikation, die auf die Prozessoren abgebildet wird, ist dabei in zwei Blöcke aufgeteilt. Im ersten ist einer der in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 beschriebenen Pattern-Matching Algorithmen realisiert, wobei der gewählte Algorithmus zur Compilezeit ausgewählt werden kann. Der Block bestimmt aus den Scan- und Spektrum-Signalen die Position $\hat{r}_{est}(n)$ des aktuellen Scans im Spektrum. Der zweite Block realisiert einen angepassten PI-Regler entsprechend der Gleichung (5.16). Dabei wird zunächst aus der geschätzten Position $\hat{r}_{est}(n)$ und der in die Soll-Position r_{soll} umgewandelten Sollfrequenz die Regelabweichung r_{err} bestimmt. Diese wird über die Iterationen n integriert, wobei der Integrator durch eine Ober- $r_{err,i,max}$ und Untergrenze $r_{err,i,min}$ einen Anti-Windup-Effekt [126] besitzt. Anschließend wird die Regelabweichung mit dem proportionalen Verstärkungsfaktor κ_p und die aufintegrierte Regelabweichung $r_{err,i}$ mit dem integralen Verstärkungsfaktor κ_i multipliziert. Die Summe der beiden verstärkten Regelabweichungen r_{set} wird nun mit dem Faktor $\kappa_{I/r}$, der das Verhältnis zwischen der Länge des Spektrum-Signals und dem Wertebereich des DAC angibt, verrechnet, sodass sich die Änderung des Offsetwerts des Dreiecksignals Δx_{offs} ergibt. Diese wird auf den Offsetwert des Dreiecksignals der vorherigen Iteration aufaddiert und ergibt so den neuen Wert für den *Ramp-Generator* x_{offs} :

$$r_{err}(n) = r_{soll} - \hat{r}_{est}(n) \quad (5.16a)$$

$$r_{err,i}(n) = r_{err}(n) + r_{err,i}(n-1) \quad (5.16b)$$

$$r_{err,i}(n) = \max(r_{err,i}(n), r_{err,i,min}) \quad (5.16c)$$

$$r_{err,i}(n) = \min(r_{err,i}(n), r_{err,i,max}) \quad (5.16d)$$

$$r_{set}(n) = \kappa_p \cdot r_{err}(n) + \kappa_i \cdot r_{err,i}(n) \quad (5.16e)$$

$$\Delta x_{offs}(n) = \kappa_{I/r} \cdot r_{set}(n) \quad (5.16f)$$

$$x_{offs}(n) = \Delta x_{offs}(n) + x_{offs}(n-1) \quad (5.16g)$$

Das Spektrum-Signal ist als konstantes Array direkt in den Applikationen, die auf den jeweiligen Softcores ausgeführt wird, enthalten. Daher weisen diese einen Speicherbedarf auf, der sich nicht durch On-Chip Speicher der (SoC-)FPGA Plattformen abdecken lässt. Als On-Chip Speicher wird dabei ein auf die FPGA-Fabric abgebildeter Speicherblock bezeichnet, der in der Regel mithilfe der in der Fabric enthaltenen RAM-Blöcke (vgl. Abschnitt 5.1.1) realisiert wird. Daher wird bei allen Konfigurationen externer Speicher, der auf den verwendeten Evaluationsboards vorhanden ist, über Speichercontroller angebunden. Dabei kommen abhängig von der Art des externen Speichers (SDRAM oder DDR3-SDRAM) unterschiedliche Speichercontroller zum Einsatz.

Wave Modul

Die fundamentale Voraussetzung für die Nutzung eines Prozessors innerhalb des Regelsystems ist das Einfügen des Prozessors in den Signalfluss. Wie oben erwähnt und in Abb. 5.17 dargestellt, soll nur die Abbildung der Frequenzschätzung sowie des Reglers auf einen Prozessor untersucht werden. Alle der untersuchten Prozessorsysteme beinhalten ein zentrales Bus-System, über das verschiedene Peripherie-Module an den Prozessor angebunden werden können. Daher wird für die Verknüpfung des Prozessors mit dem Signalfluss das in Abb. 5.18 dargestellte *Wave-Modul* in den jeweiligen Bus eingefügt. Das Modul enthält einen RAM-Block, in dem das Ausgangssignal des Demodulators x_{base} als Scan-Signal aufgezeichnet wird. Durch die Inkrementierung der Schreibadresse verhält sich das

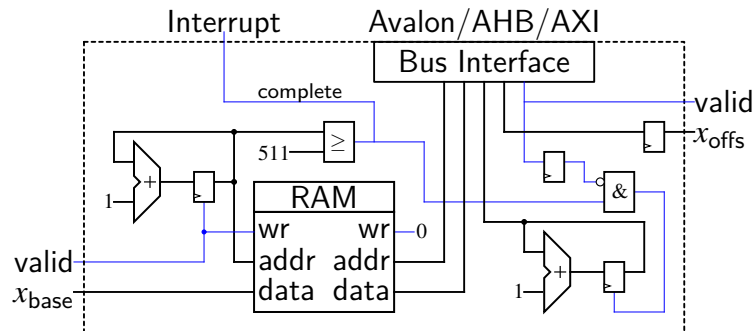


Abbildung 5.18.: Architektur des Wave-Moduls

Modul an dieser Stelle wie ein FIFO. Sobald 512 Samples im RAM-Block gespeichert sind bzw. die Adresse den Wert 511 übersteigt, wird ein *scan-complete* Interrupt-Signal erzeugt. Mit diesem wird dem Prozessor signalisiert, dass ein vollständiges Scan-Signal vorliegt und die Frequenzschätzung ausgeführt werden kann. Der Prozessor greift über ein Bus-Interface auf den RAM-Block zu und liest so das Scan-Signal ein. Ist die Ausführung der Frequenzschätzung und des PI-Reglers abgeschlossen, schreibt der Prozessor über das Bus-Interface den berechneten Offsetwert des Dreiecksignals x_{offs} in ein Register. Dieses ist mit dem *Ramp-Generator*-Modul verbunden.

Neben den Komponenten zur Einbindung der Prozessoren in den Signalfluss enthält das *Wave*-Modul eine Zählerstruktur. Diese dient im Folgenden zur Zyklen-genauen Bestimmung der Ausführungszeiten der Software. Dazu wird der Zähler gestartet, sobald das *scan-complete* Signal aktiviert wird. Anschließend werden die Systemtakte gezählt, bis ein Schreibzugriff auf das x_{offs} Register erfolgt. Der Wert des Zählers kann nach der Regelschleife durch den Prozessor ausgelesen und aufgezeichnet werden.

Da jeder der nachfolgend evaluierten Prozessoren ein anderes Bus-System verwendet, muss das *Wave*-Modul entsprechend angepasst werden. Daher gibt es für die Bus-Systeme Avalon, AHB und AXI jeweils eine individuelle Variante des Moduls.

NIOS II System-on-Chip

Der NIOS II Prozessor ist für die FPGA Familien von Intel optimiert und nur auf diese abbildbar. Er ist ein proprietärer 32 bit RISC Prozessor, der einen eigenen Instruktionssatz realisiert. Im Folgenden wird die zweite Generation (Gen 2) des Prozessors verwendet. Diese lässt sich in den Varianten *economy* (NIOS II/e) oder *fast* (NIOS II/f) konfigurieren, wobei der NIOS II/e darauf optimiert ist, möglichst wenig FPGA-Ressourcen zu benötigen, während der NIOS II/f auf eine hohe Performance optimiert ist. So besteht zum Beispiel die Pipeline des NIOS II/e aus 5 Stufen, während die Pipeline des NIOS II/f 6 Stufen aufweist. In Benchmarks erreicht der NIOS II/f in etwa die zehnfache Leistung des NIOS II/e, benötigt dabei aber etwa 2,9-mal so viele Ressourcen [127, 128]. Aufgrund der höheren Leistungsfähigkeit wird im Folgenden nur der NIOS II/f untersucht.

Neben dem eigentlichen Prozessorkern sind für ein lauffähiges System weitere Module notwendig, die zusammen das in Abb. 5.19 gezeigte, für die Evaluation genutzte System-on-Chip (SoC) ergeben. Dieses nutzt intern den von Intel spezifizierten Avalon Bus, um die verschiedenen Module miteinander zu verbinden [129]. Das System besteht neben dem NIOS II/f aus dem Vectored Interrupt Controller (IRQ Ctrl), einem Interval Timer-Modul, einem JTAG UART Interface, einem UART (RS-232) Interface, einem Parallel I/O Interface (GPIO), einem ROM-Modul und einem Speichercontroller

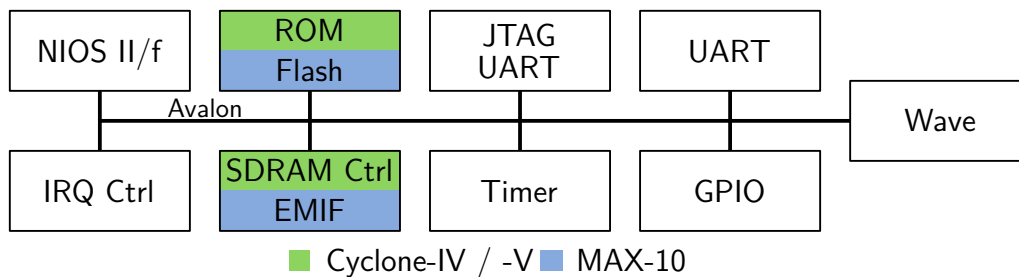


Abbildung 5.19.: Architektur des NIOS II System-on-Chip

für externen Speicher aus der *Embedded IP Suite* [130]. Die beiden Letzten unterscheiden sich dabei abhängig von der Zielplattform. Während auf den Cyclone-IV ein mit M9K Blöcken realisierter On-Chip ROM verwendet wird, kommt auf dem MAX-10 der On-Chip Flash und auf dem Cyclone-V ein ROM aus M10K Blöcken zum Einsatz. Auf dem DE2-115 Board befinden sich neben dem Cyclone-IV FPGA zwei SDRAM-Chips von ISSI (IS42S16320D), die zusammen eine Kapazität von 128 MB aufweisen [116]. Diese werden mit dem SDRAM-Controller (SDRAM Ctrl) der *Embedded IP Suite* angesteuert. Das MAX-10 FPGA Development Kit enthält zwei DDR3-SDRAM Bausteine von ISSI (IS43TR16640A & IS43TR81280A), die jeweils eine Kapazität von 128 MB bieten. Davon wird der IS43TR16640A mithilfe des External Memory Interface (EMIF) aus der *Embedded IP Suite* angesprochen [117]. Der an die FPGA-Fabric des Cyclone-V SoC-FPGA auf dem DE10-Standard Board angeschlossene SDRAM von ISSI (IS42S16320F) mit einer Kapazität von 64 MB wird wie beim Cyclone-IV über den SDRAM-Controller (SDRAM Ctrl) der *Embedded IP Suite* angesprochen. Darüber hinaus enthält das NIOS II SoC das oben eingeführte Wave-Modul (vgl. Abb. 5.18) für die Frequenzstabilisierung. Das Wave-Modul beinhaltet ein Avalon Slave Bus Interface, über das es an den Systembus angeschlossen ist.

Zur Ansteuerung der Hardware-Module wird der *Hardware Abstraction Layer (HAL)* der NIOS II Software Build Tools verwendet, die elementare Treiber realisiert sowie vereinfachte Zugriffe auf die Register der Module erlaubt. Für die Untersuchung werden die NIOS II Software Build Tools in der Version 19.1 verwendet, darin ist die GNU Compiler Collection (GCC) in der Version 8.3.1 enthalten [131].

LEON3 System-on-Chip

Der LEON3 Prozessor von Cobham Gaisler ist ein 32 bit RISC Prozessor, der den SPARC-v8 Instruktionssatz realisiert. Er ist ebenfalls auf Performance optimiert und weist eine Pipeline aus 7 Stufen auf. Im Unterschied zum NIOS II unterliegt der LEON3 als Teil der *GRLIB* VHDL IP Bibliothek der GPLv2 Open Source Lizenz. Neben der Abbildung auf FPGAs verschiedener Hersteller bietet der LEON3 damit die Möglichkeit, in einem ASIC eingesetzt zu werden. Neben dem LEON3 existiert mit dem LEON3FT eine kommerzielle, fehlertolerante Version des LEON3 [132].

Wie beim NIOS II wird auch der LEON3 innerhalb eines SoC eingesetzt. Dieses nutzt zur Verbindung der einzelnen Module ein zweistufiges Bussystem, das dem AMBA 2.0 Standard entspricht. Dabei werden Komponenten, die eine Anbindung mit hohem Datendurchsatz benötigen, über einen AHB Bus miteinander verbunden. Module, deren Anbindung weniger kritisch ist, werden über einen APB Bus und eine AHB/APB Bus Bridge angebunden [133]. Abbildung 5.20 zeigt den Aufbau des SoC, das für die Evaluation verwendet wurde. Es besteht neben dem LEON3 aus einem AHB Bus Controller, einem ROM-Modul, einem Speichercontroller für externen Speicher, einem Debug UART Interface,

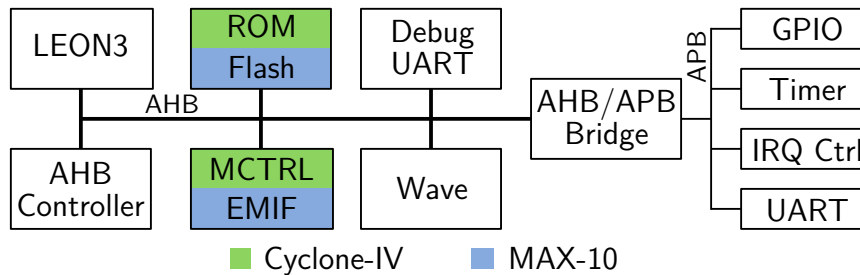


Abbildung 5.20.: Architektur des LEON3 System-on-Chip

einem UART Interface sowie einem GPIO Interface, einem Timer, einem Interrupt Controller (IRQ Ctrl) und einem UART Interface, welche über die AHB/APB Bus Bridge angesprochen werden. Das ROM-Modul sowie der Speichercontroller sind wie beim NIOS II boardspezifisch. Auf dem Cyclone-IV wird ein in M9K Blöcke abgebildetes On-Chip ROM-Modul verwendet, beim MAX-10 ein Modul, das den On-Chip Flash nutzt. Als Speichercontroller wird auf dem Cyclone-IV der MCTRL Speichercontroller genutzt, um den SDRAM anzusprechen. Beim MAX-10 wird wie beim NIOS II das External Memory Interface (EMIF) über die AHB zu Avalon Bus Bridge (ahb2avl_async) aus der *GRLIB* genutzt, um den DDR3-SDRAM anzusprechen. Die Datenbreite des SDRAM auf dem DE10-Standard Board beträgt 16 bit. Dies wird vom MCTRL Speichercontroller jedoch nicht unterstützt [132]. Ebenso lässt sich der beim NIOS II verwendete Speichercontroller aufgrund der Datenwortbreite seines Avalon-Interface von 16 bit nicht über die AHB zu Avalon Bridge verwenden, sodass die Anbindung des externen Speichers auf diesem Board mit vertretbarem Aufwand nicht möglich ist. Daher entfällt, wie oben erwähnt, die Abbildung des LEON3 auf das Cyclone-V SoC-FPGA. Weiterhin wird das für die Frequenzstabilisierung notwendige Wave-Modul (vgl. Abb. 5.18) verwendet, das oben beschrieben ist. Im Unterschied zu dem beim NIOS II verwendeten Modul beinhaltet es für den LEON3 ein natives AHB Slave Interface. Bis auf die Module ROM, Flash, EMIF und Wave sind alle Teil der *GRLIB* VHDL IP Bibliothek und unterliegen wie der LEON3 der GPLv2 Lizenz [132, 134].

Die Software nutzt die BCC Library zur abstrahierten Ansteuerung der Hardware-Module aus der *GRLIB*. Die Software wurde mithilfe der Version 2.0.8 des Bare-C Cross-Compiler (BCC), die die GNU Compiler Collection (GCC) in Version 7.2.0 enthält, übersetzt [135].

Cortex-A9 System-on-Chip

Der Cortex-A9 ist ein 32 bit RISC Prozessor, der den ARMv7-A Befehlssatz realisiert. Wie oben erwähnt ist er im Gegensatz zu NIOS II oder LEON3 in dem Hard Processor System (HPS) genannten Teil auf den Cyclone-V SoC-FPGA als Hardmacro vorhanden und wird nicht auf ein FPGA abgebildet. Darüber hinaus ist es der einzige in dieser Arbeit betrachtete Prozessor, der zwei CPU Kerne mit jeweils einer angeschlossener Floating-Point-Unit aufweist.

Das HPS besteht neben den eigentlichen Prozessorkernen aus diversen weiteren Modulen, wie einem Speichercontroller für externen Speicher, SD/MMC Controller, einem Flash Controller, einem Timer, On-Chip Speicher sowie diversen Interface-Modulen u. a. für Ethernet, USB, UART, SPI und GPIO. Diese Module sind innerhalb des HPS über einen Cache-kohärenten AMBA AXI-3 und APB Interconnect miteinander verbunden [136, 137]. Der Speichercontroller des HPS ist auf dem DE10-Standard Board mit zwei DDR3-SDRAM Bausteinen von ISSI (IS43TR16256A), die zusammen eine Kapazität von 1 GB aufweisen, verbunden [118].

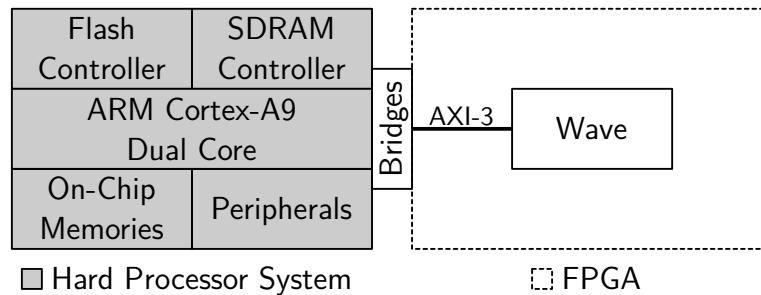


Abbildung 5.21.: Architektur des ARM Cortex-A9 System-on-Chip

Die Verbindung zwischen HPS und dem eigentlichen FPGA kann über drei unidirektionale Bridges erfolgen, die als AMBA AXI-3 Interfaces realisiert sind [136]. Die *HPS-to-FPGA Bridge* stellt ein AXI-3 Master-Interface dar, über das aus dem Prozessorsystem auf die im FPGA abgebildeten Module zugegriffen werden kann. Über die *FPGA-to-HPS Bridge*, ein AXI-3 Slave-Interface, können Module aus dem FPGA auf Komponenten des HPS zugreifen. Zusätzlich existiert noch eine *Lightweight HPS-to-FPGA Bridge*, ebenfalls ein AXI-3 Master-Interface, das aber im Vergleich zur *HPS-to-FPGA Bridge* einen geringeren Datendurchsatz aufweist [114].

Für die Abbildung der Frequenzschätzung und des PI-Reglers wird das in Abb. 5.21 gezeigte SoC verwendet, das HPS ist dabei stark vereinfacht dargestellt. Neben den Komponenten des HPS enthält das SoC das oben beschriebene Wave-Modul (vgl. Abb. 5.18). Das Bus-Interface entspricht hier einem AXI-3 Slave. Dies ist direkt mit der *HPS-to-FPGA Bridge* des HPS verbunden.

Im Gegensatz zur Programmierung der beiden Softcores, wird aufgrund der Komplexität des HPS das Echtzeitbetriebssystem RTEMS in Version 5¹ als Basis der Software verwendet. RTEMS wird verbreitet in der Raumfahrt als Betriebssystem für eingebettete Systeme genutzt und eignet sich aufgrund des geringen Overheads für die Frequenzstabilisierung [138, 139, 140, 141, 142]. Es bietet neben der Abstraktion der Hardware-Module die Möglichkeit beide Cores des Cortex-A9 zu verwenden. Dies wird genutzt, um Aufgaben wie die Ausgabe der Ergebnisse über UART und Ähnliches von der Berechnung der Frequenzschätzung und PI-Controller zu separieren. Die Applikation wird mit der für RTEMS angepassten Version 7.5.0 der GNU Compiler Collection (GCC) erstellt.

Evaluation von Ausführungszeit, Ressourcenverbrauch und Leistungsaufnahme

Tabelle 5.5 zeigt die benötigten Ressourcen der vier System-on-Chip Konfigurationen, die jeweils einen der beiden Softcore Prozessoren LEON3 oder NIOS II enthalten. Sehr deutlich fällt auf, dass die NIOS II basierten Konfigurationen im Mittel etwa halb so viele Ressourcen belegen wie die Konfigurationen mit einem LEON3. Dies zeigt, dass der LEON3 im Vergleich der komplexere Prozessor ist, der nicht so explizit auf die Abbildung auf ein Intel FPGA optimiert wurde wie der NIOS II. Dies wird darüber hinaus durch die gewählten Taktfrequenzen der SoCs bestätigt. Die NIOS II/f SoCs lassen sich mit einer Taktfrequenz von 100 MHz störungsfrei betreiben. Dies ist bei den LEON3 SoCs nicht möglich, da erst eine Taktfrequenz von 50 MHz hier aufgrund der deutlich längeren kritischen Pfade im System den störungsfreien Betrieb ermöglicht. Die SDRAM-Speichercontroller

¹RTEMS5 befindet sich in der finalen Entwicklungsphase, es wurde der Entwicklungsstand vom 16.03.2020 mit der Commit ID c584d4eda4605b14b3731d72b85305ad58efcb97 des Repositories <https://git.rtems.org/rtems> verwendet.

laufen dabei mit derselben Taktfrequenz des SoC, während der *EMIF* Speichercontroller aufgrund des angebundenen DDR3-SDRAM mit 300 MHz betrieben werden muss².

Vergleicht man die Abbildung auf die unterschiedlichen FPGAs, fällt auf, dass unabhängig vom verwendeten Prozessor auf dem MAX-10 FPGA deutlich mehr LEs und Register benötigt werden, während auf dem Cyclone-IV eine größere Anzahl an M9K Blöcken benötigt wird. Dies lässt sich durch die oben erwähnten FPGA- und Board-spezifischen Unterschiede in der Konfiguration der SoCs erklären. Die Steigerung der benötigten M9K-Blöcke auf dem Cyclone-IV geht auf die ROM-Module zurück, in denen die Applikation abgelegt werden kann. In beiden SoCs weisen diese eine Kapazität von 131.072 Byte auf. Diese ROM-Module werden auf dem MAX-10 nicht benötigt, da sich die Applikation hier auf den On-Chip Flash ablegen lässt. Daneben ist der DDR3-SDRAM-Speichercontroller *EMIF*, der auf dem MAX-10 in beiden SoCs zum Einsatz kommt, deutlich komplexer und damit ressourcen-aufwendiger als die beiden SDRAM-Speichercontroller, die auf dem Cyclone-IV genutzt werden.

Tabelle 5.5.: Benötigte FPGA-Ressourcen und erreichbare Taktfrequenz der System-on-Chips auf den Cyclone-IV und MAX-10 FPGAs

FPGA	Prozessor	LE	Register	M9K	DSP	$f_{\text{clk,FPGA}}$
Cyclone-IV	LEON3	17.006	6.239	181	2	50 MHz
Cyclone-IV	NIOS II	6.177	3.713	144	6	100 MHz
MAX-10	LEON3	23.188	10.027	61	2	50 MHz ¹
MAX-10	NIOS II	11.855	6.802	29	6	100 MHz ¹

¹ $f_{\text{clk,EMIF}} = 300 \text{ MHz}$

Anders als bei den vier Softcore basierten SoC-Konfigurationen liegt der größte Teil des Cortex-A9 SoC als Hard-Macro im HPS des Cyclone-V SoC-FPGA. Daher benötigt dieses SoC im Vergleich erheblich weniger FPGA-Ressourcen, wie Tabelle 5.6 zeigt. Aufgrund der SoC-FPGA-Stuktur muss nur das Wave-Interface-Modul, sowie ein Teil des AXI-Interconnects in das FPGA abgebildet werden. Daher ist der Vergleich der benötigten Ressourcen hier wenig aussagekräftig. Entsprechend werden als Evaluationskriterien die Ausführungszeit einer Iteration sowie die dabei benötigte Leistung herangezogen.

Tabelle 5.6.: Benötigte FPGA-Ressourcen und Taktfrequenzen der SoCs auf dem Cyclone-V SoC-FPGA

Prozessor	ALM	Register	M10K	DSP	$f_{\text{clk,FPGA}}$
NIOS II	3.010	3.988	145	3	100 MHz
Cortex-A9 (HPS)	132	152	1	0	100 MHz ¹

¹ $f_{\text{clk,Cortex-A9}} = 800 \text{ MHz}$

Bestimmung von Ausführungszeit Jedes der drei untersuchten SoCs enthält ein spezielles Wave-Interface-Modul, das jeweils bis auf das Bus-Interface zu den anderen identisch ist. Wie bereits erwähnt beinhaltet es eine Zählerstruktur, mit deren Hilfe die Ausführungszeit einer Iteration der Anwendung bestimmt werden kann. Dafür wird durch ein extern erzeugtes Trigger-Signal simuliert, dass ein

²Der Kern des EMIF wird mit dem Speichertakt von 300 MHz betrieben, das Avalon-Interface bei einer Taktfrequenz von 150 MHz.

gültiges Scan-Signal im RAM-Block des Moduls vorliegt. Die auf dem jeweiligen Prozessor laufende Applikation startet auf dieses Signal hin die Ausführung. Dabei wird zunächst das Scan-Signal und der aktuell gültige Offsetwert des *Ramp-Generators* aus dem Wave-Modul ausgelesen. Anschließend wird mit einem der Pattern-Matching-Algorithmen und dem im Hauptspeicher abgelegten Spektrum-Signal die Momentanfrequenz bestimmt. Daraufhin wird mittels des PI-Reglers ein neuer Offsetwert des *Ramp-Generators* bestimmt und dieser in das Wave-Modul geschrieben.

Die Zählerstruktur startet dabei, sobald das externe Trigger-Signal anliegt und stoppt, wenn ein Schreibzugriff auf das Register, das den Mittelwert des *Ramp-Generators* enthält, erfolgt. Somit wird eine mit einem dedizierten Hardware-Modul vergleichbare Ausführungszeit t_{exec} einer einzelnen Iteration bestimmt.

Die Evaluation der Ausführungszeiten auf einem Desktop-PC in Abschnitt 4.4.3 hat gezeigt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Größe der Rol N_{Rol} und der Ausführungszeit besteht. Daher werden für jede Konfiguration fünf äquidistante N_{Rol} Werte evaluiert und daraus die lineare Modellfunktion der Ausführungszeit bestimmt. Da die Ausführungszeit der Prozessoren insbesondere aufgrund der verwendeten Speichercontroller nicht absolut deterministisch ist, wird für jede N_{Rol} Konfiguration der Mittelwert über 20 Iterationen gebildet.

Am Beispiel des auf das MAX-10 FPGA abgebildeten LEON3 SoCs zeigt Abb. 5.22a die Ausführungszeit der Algorithmen in Abhängigkeit der Rol Größe. Die Resultate der anderen SoCs können den Abbildungen B.1 bis B.5 in Anhang B entnommen werden. Um die lineare Abhängigkeit zwischen Ausführungszeit und Größe der Rols darzustellen, wird mithilfe der Curve-Fitting Toolbox von Mathworks Matlab 2019b die in Gleichung (5.17) angegebenen Modellfunktionen der Ausführungszeiten jedes Algorithmus bestimmt und in Abb. 5.22a eingefügt.

$$t_{\text{exec,SAD,LEON3,MAX-10}} = 0,113080 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 57,491632 \text{ ms} \quad (5.17a)$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,LEON3,MAX-10}} = 0,185616 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 94,556909 \text{ ms} \quad (5.17b)$$

$$t_{\text{exec,SSD,LEON3,MAX-10}} = 0,143832 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 73,218759 \text{ ms} \quad (5.17c)$$

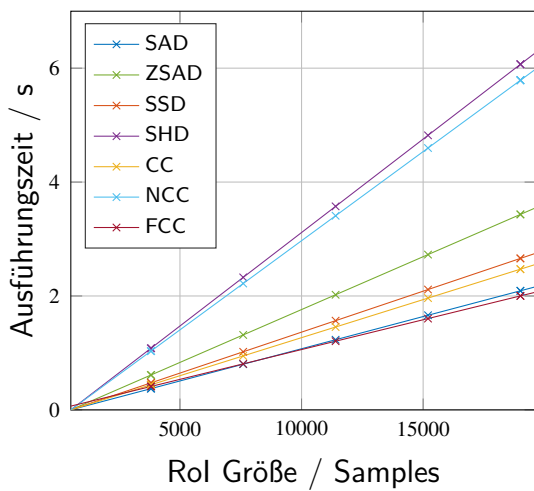
$$t_{\text{exec,SHD,LEON3,MAX-10}} = 0,328163 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 167,611809 \text{ ms} \quad (5.17d)$$

$$t_{\text{exec,CC,LEON3,MAX-10}} = 0,133605 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 67,873876 \text{ ms} \quad (5.17e)$$

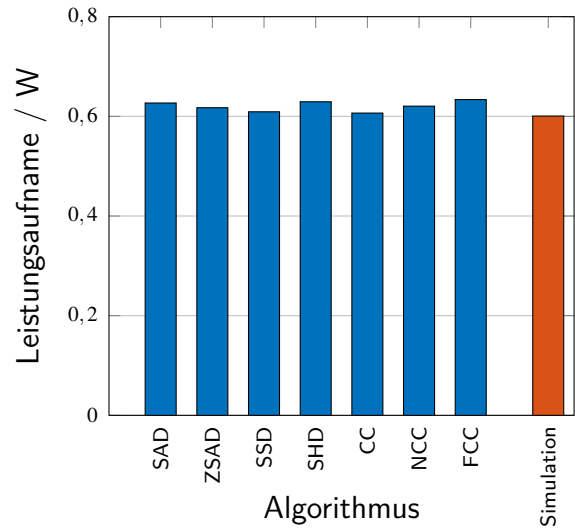
$$t_{\text{exec,NCC,LEON3,MAX-10}} = 0,312990 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 159,672028 \text{ ms} \quad (5.17f)$$

$$t_{\text{exec,FCC,LEON3,MAX-10}} = 0,104669 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + 12,579816 \text{ ms} \quad (5.17g)$$

Aufgrund der geringen Abweichungen zwischen den Messpunkten und den Modellfunktionen lässt sich schließen, dass die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Größe der Rol N_{Rol} und der Ausführungszeit t_{exec} valide ist. Im Vergleich mit den Ausführungszeiten auf einem Desktop-PC (vgl. Abschnitt 4.4.3) zeigen sich, aufgrund der erheblich höheren Taktfrequenz des Desktop-PC, neben der größeren Ausführungszeiten weitere Unterschiede. So übersteigt die Ausführungszeit der SHD auf allen evaluierten Prozessoren die Ausführungszeit aller anderen Algorithmen, auf dem Desktop-PC liegt sie unterhalb der ZSAD. Dieser Effekt ist durch das Fehlen eines dedizierten *popcount*-Befehls zu erklären. Die erforderliche Emulation des Befehls führt zu den deutlich gestiegenen Ausführungszeiten. Weiterhin ist die Ausführungszeit der FCC auf den NIOS II basierten SoCs etwas größer als die der SAD, bei allen anderen Plattformen ist es der Algorithmus mit der geringsten Ausführungszeit. Dieser Effekt ist auf die im Vergleich zu LEON3, Cortex-A9 und Core-i7 eingeschränkte Komplexität des Befehlssatzes des NIOS II zu erklären. Die Effizienz der Transformation in den Fourier-Bereich ist daher beim NIOS II nicht mehr ganz so groß wie auf den anderen Plattformen.



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung 5.22.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers (a) und Leistungsaufnahme (b) des LEON3 SoC abgebildet auf das MAX-10 FPGA

Bestimmung der Leistungsaufnahme Die oben beschriebenen System-on-Chips (SoCs) werden mit der FPGA Design Suite Quartus Prime Standard Version 19.1 von Intel auf die jeweiligen FPGA-Plattformen abgebildet. Um die Leistungsaufnahme der jeweiligen FPGAs abhängig vom abgebildeten Design zu bestimmen, kommt dabei das Power Analyser Tool aus der Design Suite zum Einsatz. Für eine akkurate Abschätzung der dynamischen Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,dyn}}$ ist das Tool auf Signalaktivitätsdaten angewiesen, die mithilfe einer Gate-Level-Simulation erzeugt werden können. Diese Simulation ist jedoch aufgrund von Problemen des Simulationsmodells des EMIF Speichercontrollers, der auf dem MAX-10 FPGA zum Einsatz kommt, sowie dem Simulationsmodell des HPS des Cyclone-V SoC-FPGA nicht möglich. Da für die Abschätzung der statischen Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,stat}}$ nur die Information über die vom Design belegten FPGA Ressourcen notwendig sind, ist die mit dem Power Analyser bestimmte statische Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,stat}}$ als akkurate Abschätzung anzusehen.

Die dynamische Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,dyn}}$ wird daher mithilfe der Evaluationsboards und einer Source Measure Unit (SMU) (Keithley 2450 SourceMeter) abgeschätzt. Dabei wird zunächst die Leistungsaufnahme des Evaluationsboards gemessen, während das abgebildete SoC die Applikation ausführt und dabei kontinuierlich den beschriebenen Ablauf ausführt. Dieser Wert wird über eine Zeitspanne von 60s aufgezeichnet. Der Mittelwert bildet die absolute Leistungsaufnahme des aktiven Boards $P_{\text{Board,aktiv}}$. Anschließend wird das SoC auf dem Board in den Reset-Zustand versetzt. In diesem Zustand wird die Leistungsaufnahme über eine Zeitspanne von 15s gemessen. Der Mittelwert ergibt die Leistungsaufnahme des Boards im Reset Zustand $P_{\text{Board,reset}}$. Die dynamische Verlustleistung des (SoC-)FPGAs $P_{\text{FPGA,dyn}}$ wird anschließend entsprechend Gleichung (5.18) über die Differenz der beiden Werte bestimmt. Nach Gleichung (5.19) ergibt sich die gesamte Leistungsaufnahme P_{FPGA} aus der Addition der dynamischen Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,dyn}}$ mit der, mithilfe des Power Analyser Tools bestimmten, statischen Leistungsaufnahme $P_{\text{FPGA,stat}}$.

$$P_{\text{FPGA,dyn}} = P_{\text{Board,aktiv}} - P_{\text{Board,reset}} \quad (5.18)$$

$$P_{\text{FPGA}} = P_{\text{FPGA,dyn}} + P_{\text{FPGA,stat}} \quad (5.19)$$

Da bei dieser Methode die dynamische Leistungsaufnahme anderer auf den Boards befindlicher Komponenten wie zum Beispiel LEDs sowie Interfaces für Ethernet, USB oder Audio das Ergebnis beeinträchtigen, werden sie soweit wie möglich abgeschaltet. Die Leistungsaufnahme des verwendeten externen Speichers beeinflusst das Ergebnis unabhängig davon aber in jedem Fall. Daher wird zur Validierung mithilfe des Power Analyser Tools die dynamische Leistungsaufnahme der Designs geschätzt und den Ergebnissen der oben beschriebenen Messung gegenüber gestellt. Für die Signalaktivität wird dabei auf die Standardwerte des Tools zurückgegriffen.

Die mithilfe der SMU bestimmten Leistungsaufnahmen des SoC bei der Ausführung der Applikation mit unterschiedlichen Pattern-Matching Algorithmen sind für das auf den MAX-10 abgebildete NIOS II SoC in Abb. 5.22b gezeigt, die Ergebnisse der anderen SoCs können den Abbildungen B.1 bis B.5 in Anhang B entnommen werden. Der Unterschied zwischen den Algorithmen ist dabei erwartbar gering, die in rot dargestellte Abschätzung der Leistungsaufnahme mit dem Power Analyser Tool liegt dabei sehr nah an den gemessenen Werten und zeigt damit, dass die oben beschriebene Methode verwendbare Ergebnisse liefert.

Entwurfsraum Um die Kombinationen aus Prozessor, (SoC-)FPGA und Pattern-Matching-Algorithmus untereinander zu vergleichen, werden im Folgenden exemplarisch die Ergebnisse für die beiden Rol Größen 3.818 Samples und 19.638 Samples betrachtet. Dabei ist die Rol Größe von 3.818 Samples die der Rol eines realen Systems, dessen 19.638 Samples langes Spektrum in Abb. 4.6 gezeigt ist. Der zweite Wert entspricht daher einer Systemkonfiguration, in der das gesamte Spektrum ohne Rols für die Schätzung der Frequenz verwendet wird.

Abbildung 5.23 zeigt den Entwurfsraum für die Konfiguration, in der Rols bei der Frequenzschätzung genutzt werden. Dabei ist die Ausführungszeit der Algorithmen auf die Abszisse und die Leistungsaufnahme auf die Ordinate abgebildet. Die sechs verschiedenen Konfigurationen aus SoC und FPGA unterscheiden sich durch Marker, die zugrunde liegenden Pattern-Matching Algorithmen durch Farben. Innerhalb der Algorithmen sind dabei die Konfigurationen, die denselben Prozessor enthalten, mit einer Linie verbunden, sodass dessen Einfluss hervorgehoben wird.

Bei der Betrachtung der Algorithmen fällt auf, dass die SHD in allen Kombinationen mit Abstand die längste Ausführungszeit aufweist. Für die effiziente Ausführung der SHD wird, wie bereits erläutert, ein Prozessor mit einer dedizierten *popcount*-Instruktion benötigt, die den untersuchten Prozessoren fehlt. Darüber hinaus entspricht der Vergleich der Ausführungszeiten der Algorithmen in etwa der Voruntersuchung. Die weniger komplexen Algorithmen SAD, CC und SSD weisen auf allen Plattformen deutlich geringere Ausführungszeiten auf als die komplexeren ZSAD und NCC. Die Transformation der CC in den Fourierbereich (FCC) erzielt bei der untersuchten Rol Größe aufgrund des Overheads durch die Transformationen keinen Vorteil bei der Ausführungszeit. Wird, wie in Abb. 5.24 gezeigt, jedoch das gesamte Spektrum genutzt, schwindet der Einfluss des Overheads, sodass die FCC in diesem Fall effizienter als die CC ist.

Der Vergleich zwischen Softcore und Prozessor des SoC-FPGA zeigt, dass der Cortex-A9 aufgrund seiner etwa eine Größenordnung höheren Taktfrequenz, unabhängig vom Algorithmus, eine etwa eine Größenordnung geringere Ausführungszeit aufweist. Dies ist durch den Unterschied der Taktfrequenzen der unterschiedlichen Prozessoren zu erklären. Dieser beträgt ebenfalls etwa eine Größenordnung zwischen dem Cortex-A9 und den beiden Softcore Prozessoren. Der Unterschied bedeutet aber ebenfalls eine etwa um den Faktor 3,5 höhere Verlustleistung, die wiederum durch die Taktfrequenzen begründet ist.

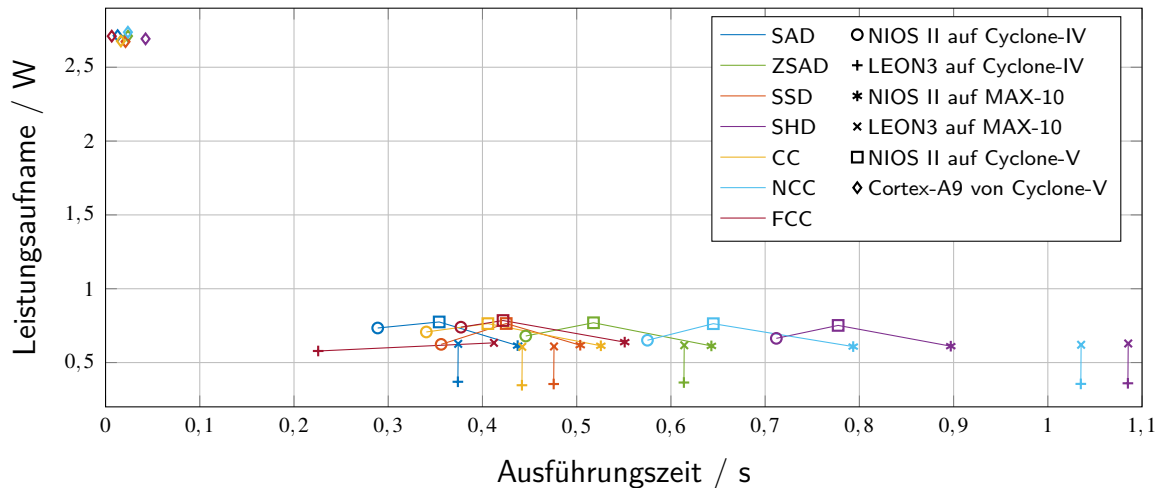


Abbildung 5.23.: Entwurfsraum der Abbildung in Software auf verschiedenen Prozessoren und (SoC-)FPGAs bei Nutzung der Rol im Spektrum ($N_{\text{Rol}} = 3.818$ Samples)

Das verwendete FPGA hat auf die Performance des LEON3 keinen nennenswerten Einfluss. Die Ausnahme bildet hier die FCC, die auf dem Cyclone-IV mit Abstand die geringste Ausführungszeit aller Algorithmen aufweist, auf dem MAX-10 aber etwa doppelt so lange benötigt. Da die Taktfrequenzen gleich und die Konfiguration der SoCs weitgehend identisch sind, ist dieser Effekt auf den Speichercontroller, der auf dem Cyclone-IV genutzt wird, zurückzuführen. Die FCC besteht zu großen Teilen aus komplexer Arithmetik, die pro Datenpunkt den doppelten Speicheraufwand bedeutet. Der MCTRL Speichercontroller auf dem Cyclone-IV hat offenbar eine höhere Speicherbandbreite, sodass dieser Effekt kompensiert wird. Bei der Verwendung des EMIF auf dem MAX-10 ist dies jedoch nicht der Fall. Ein weiterer Hinweis darauf ist die im Vergleich zu den Algorithmen im Zeitbereich deutlich erhöhte Leistungsaufnahme (vgl. Abb. B.2b) des LEON3 auf dem Cyclone-IV, die mit erhöhter Schaltaktivität im Speichercontroller erklärt werden kann. Bei den anderen Algorithmen kommt dieser Effekt nicht zum Tragen oder wird durch die im Prozessor enthaltenen Daten- und Instruktioncaches unterdrückt.

Der Einfluss des verwendeten (SoC-)FPGA beim NIOS II ist deutlich größer. Unabhängig vom Algorithmus zeigt sich, dass der NIOS II auf dem Cyclone-IV die geringste Ausführungszeit erreicht, auf dem Cyclone-V eine etwas höhere und auf dem MAX-10 eine deutlich größere. Da auch hier auf allen (SoC-)FPGAs dieselbe Taktfrequenz und ein weitgehend identischer Aufbau der SoCs vorliegt, führt der Speichercontroller hier zu den Unterschieden. Auf dem Cyclone-IV und dem Cyclone-V wird derselbe Controller verwendet. Da an den Cyclone-V jedoch nur ein SDRAM Baustein mit einer Datenwortbreite von 16 bit angeschlossen ist, an den Cyclone-IV jedoch zwei SDRAM Bausteine mit zusammen 32 bit Datenwortbreite, ist der Controller auf dem Cyclone-IV effizienter. Der EMIF Speichercontroller, der auf dem MAX-10 mit dem DDR3-Speicherbaustein verbunden ist, erscheint trotz seiner hohen internen Taktfrequenz deutlich ineffizienter als der SDRAM-Speichercontroller. Dabei weisen sowohl LEON3 als auch NIOS II Instruktions- und Datencaches auf. Der Instruktioncache umfasst dabei bei beiden Prozessoren 4 kbit, der Datencache beim LEON3 4 kbit und beim NIOS II 2 kbit.

Insgesamt zeigt sich, dass der LEON3 aufgrund der im Vergleich zum NIOS II halben Taktfrequenz auf dem Cyclone-IV längere Ausführungszeiten benötigt als der NIOS II. Der komplexere Befehlssatz des LEON3 gleicht diesen Nachteil aber zum Teil wieder aus, sodass die Ausführungszeiten des

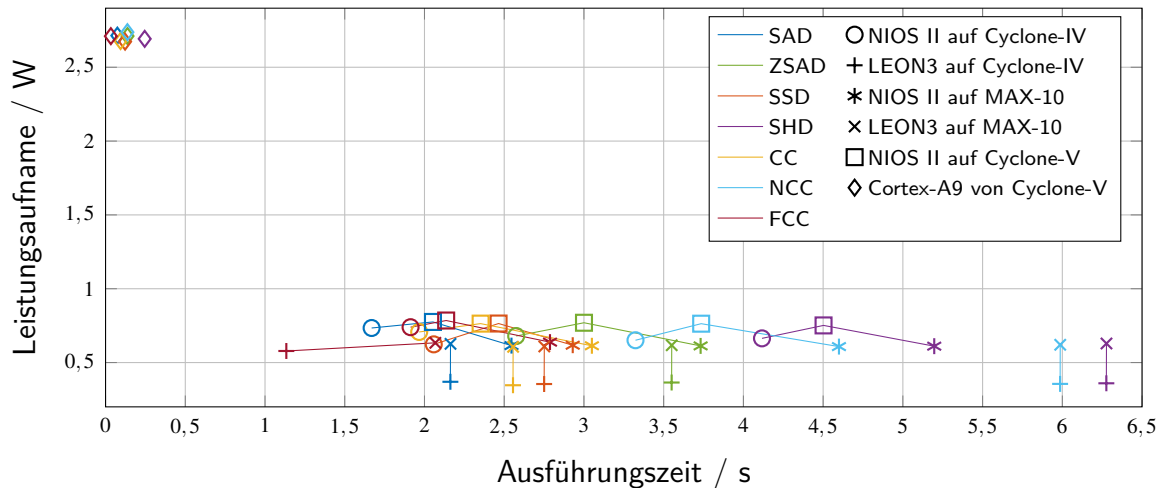


Abbildung 5.24.: Entwurfsraum der Abbildung in Software auf verschiedenen Prozessoren und (SoC-)FPGAs bei der Berücksichtigung des gesamten Spektrum ($N_{\text{Rol}} = 19.638$ Samples)

LEON3 auf dem MAX-10 FPGA bei allen Algorithmen bis auf NCC und SHD geringer sind als die des NIOS II.

Vergleicht man die Ausführungszeit bei einer Rol Größe von 3.818 Samples mit der in Abb. 5.24 dargestellten Ausführungszeit bei Nutzung des vollen Spektrumsignals ($N_{\text{Rol}} = 19638$), zeigt sich ein durchschnittlicher Anstieg der Ausführungszeiten um den Faktor 5, was den Beobachtungen aus der Voruntersuchung (vgl. Abschnitt 4.4.3) entspricht. Neben dieser im Vergleich zu Abb. 5.23 linearen Verschiebung auf der Abszisse ergibt sich zwischen den einzelnen Auswertungen kein qualitativer Unterschied.

Wie bereits erwähnt, liegt die Leistungsaufnahme des Cyclone-V bei der Nutzung des Cortex-A9 mit etwa 2,7W deutlich über der Leistungsaufnahme der Softcore-Prozessoren. Dabei benötigt der Cyclone-IV mit 0,4 W für den LEON3 und 0,7 W für den NIOS II die geringste Leistung, der MAX-10 benötigt unabhängig vom abgebildeten SoC ebenfalls 0,7 W, während der Cyclone-V mit 0,8 W für den NIOS II etwas darüber liegt.

Neben der Verlustleistung ist die erreichbare Regeltakt f_{ctrl} das entscheidende Kriterium bei der Auswahl der Plattform. Dieser ergibt sich aus den reziproken Ausführungszeiten ($f_{\text{ctrl}} = 1/t_{\text{exec}}$). So erlaubt der Cortex-A9 abhängig vom verwendeten Pattern-Matching-Algorithmus Regeltakte zwischen 152 Hz (FCC) und 23 Hz (SHD). Der höhere Regeltakt lässt sich nur mit den vergleichbar einfachen Algorithmen SAD, SSD, CC sowie der FCC erreichen. Mit den Softcores liegt diese Frequenz zwischen 3 Hz (SAD, NIOS II, Cyclone-IV) und 0,9 Hz (SHD, LEON3, MAX-10) und damit erheblich tiefer, sodass ein Laser Stabilisierungssystem mit diesen Kombinationen in seiner Performance erheblich beschränkt ist und schnelle Frequenzänderungen so gegebenenfalls nicht kompensieren kann.

Daher wird im nächsten Abschnitt die Abbildung der einfachen Algorithmen in dedizierte Hardware-Module untersucht. Dieser Ansatz verspricht neben einer geringeren Ausführungszeit zusätzlich im Vergleich zum Cortex-A9 eine geringere Leistungsaufnahme.

5.2.3. Abbildung in Hardware

Nach der Abbildung in Software wird im Folgenden, wie in Kapitel 4 erwähnt und in Abb. 5.25 noch einmal dargestellt, die Abbildung der Frequenzschätzung und des Reglers in dedizierte Hardware-Module untersucht. Dabei werden zwei Varianten eines Pattern-Matching-basierten Frequenzreglers

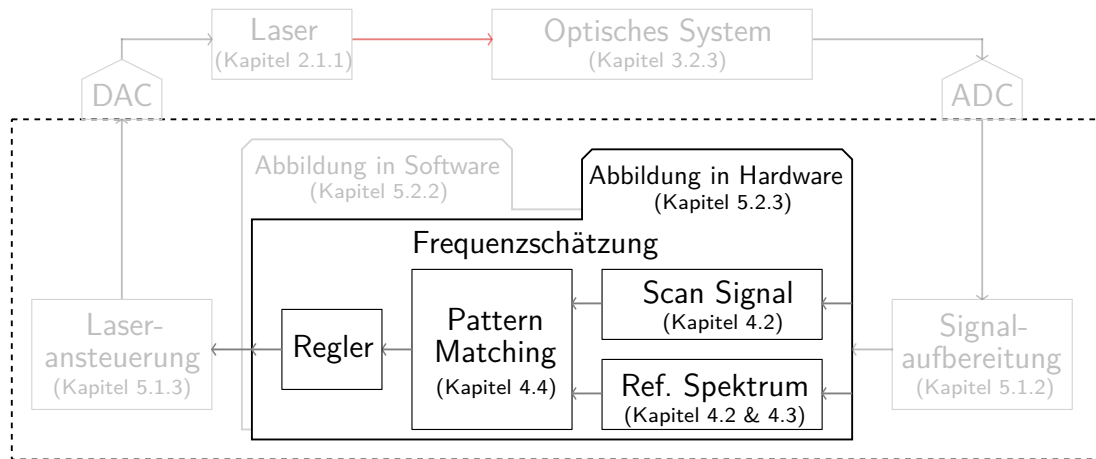


Abbildung 5.25.: Abbildung des Signalflusses von Frequenzschätzung und Regler in Hardware

vorgestellt, die vollständig auf ein FPGA abgebildet werden. Das erste Modul realisiert je nach Konfiguration die Algorithmen SAD, SSD oder CC im Zeitbereich, das zweite die in Abschnitt 4.4.2 vorgestellte Kreuzkorrelation im Fourierbereich (FCC). Beide Module können, wie Abb. 5.25 zeigt, in Kombination mit den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Modulen zur Signalaufbereitung und Laseransteuerung eingesetzt werden. Darüber hinaus wird das im Folgenden beschriebene *PI-Controller*-Modul verwendet, das den eigentlichen Regler realisiert.

Architektur des Patter-Matching-Moduls im Zeitbereich

Die Pattern-Matching-Algorithmen SAD und SSD wurden in Abschnitt 4.4.1 als optimal für die Pattern-Matching basierte Frequenzstabilisierung identifiziert. Daher werden diese beiden Algorithmen für die Abbildung in ein dediziertes Hardware-Modul herangezogen. Die anderen Algorithmen eignen sich prinzipiell ebenfalls für die Frequenzstabilisierung, aufgrund der schlechteren Evaluationsergebnisse in Bezug auf Frequenzfehler und Matching-Rate in Kombination mit den deutlich komplexeren Rechenvorschriften wird von einer Realisierung als dediziertes Hardwaremodul abgesehen. Da die CC die gleiche Kontrollstruktur und eine vergleichbare algorithmische Komplexität aufweist, wird das Modul so ausgelegt, dass es diese drei Algorithmen realisieren kann.

Das in [100] eingeführte Modul, dessen interne Architektur in Abb. 5.26 gezeigt ist, besteht im Wesentlichen aus einem *Estimation-Controller* genannten Kontrollmodul, zwei Dual-Port RAM-Blöcken, die das Spektrum- sowie das aktuelle Scan-Signal enthalten, einem *Range-Selector*-Modul, einer konfigurierbaren Anzahl *Core* genannter algorithmischer Kern-Module sowie einem Komparator.

Das Spektrum-Signal wird dabei, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, offline erzeugt und vor dem Aktivieren des Reglers in den entsprechenden RAM-Block geschrieben. Während der fallenden Flanke des vom *Ramp-Generator*-Modul erzeugten Dreiecksignals wird das demodulierte Basisbandsignal x_{base} sequenziell in den anderen RAM-Block geschrieben und ergibt so das Scan-Signal. Parallel wertet das *Range-Selector*-Modul den aktuellen Offsetwert x_{offs} des Dreiecksignals aus und bestimmt

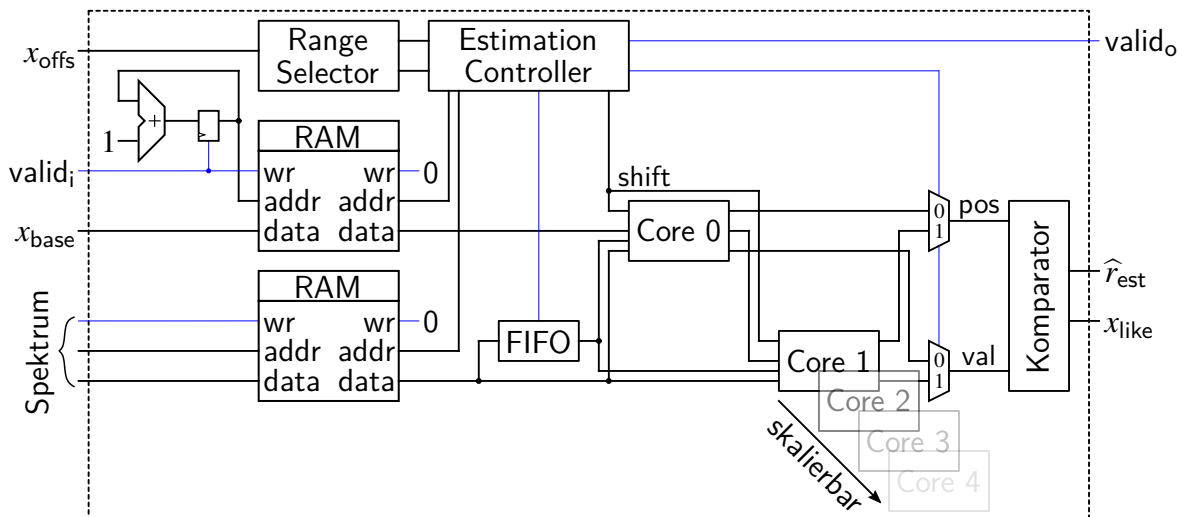


Abbildung 5.26.: Skalierbare Architektur des Hardware-Moduls zur Pattern-Matching-basierten Frequenzschätzung

die Region of Interest (RoI), in der das Scan-Signal liegt. Das Kontrollmodul *Estimation-Controller* startet nach Abschluss der Scan-Signal-Aufzeichnung die *Core*-Module, wobei diese pro Takt abhängig vom konfigurierten Algorithmus die absolute oder quadratische Differenz bzw. das Produkt je eines Scan- und Spektrum-Samples bilden.

Der Aufbau der *Core*-Module ist abhängig vom gewählten Pattern-Matching Algorithmus, wobei die Grundstruktur weiterhin identisch ist, vgl. Abb. 5.27a. Alle Module enthalten Register für die aktuell bearbeitete Verschiebung (*shift*) sowie die Scan- und Spektrum-Samples. Dabei wird das Scan-Sample verzögert wieder ausgegeben, um es so an das nachfolgende *Core*-Module weiter zu reichen. Weiterhin enthält jedes *Core*-Modul einen durch den *Estimation-Controller* gesteuerten Multiplexer, um zwischen den Datenquellen Spektrum-RAM und FIFO zu wählen, sowie einen Akkumulator, der das Ähnlichkeitsmaß aller Samples jeder Verschiebung aufsummiert.

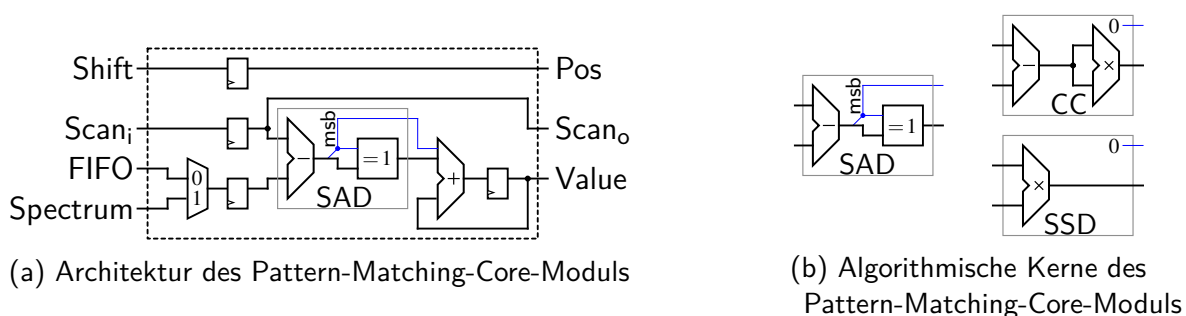
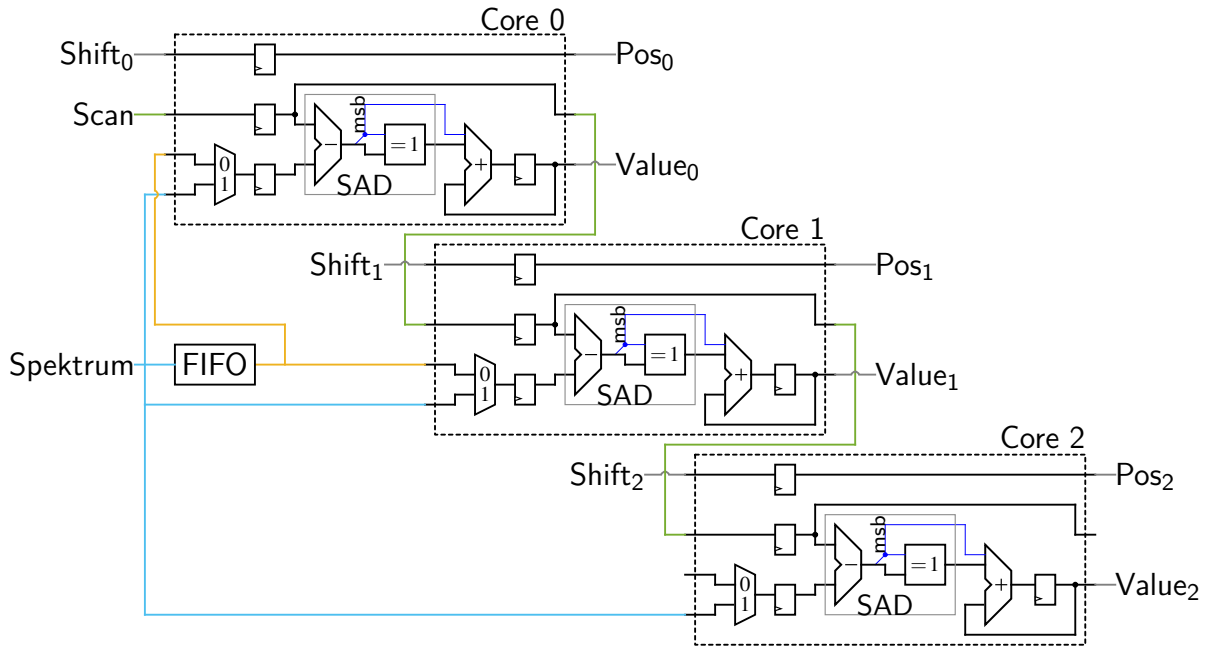
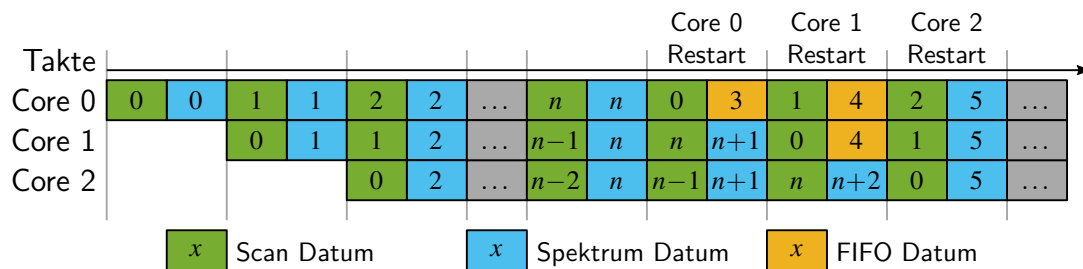


Abbildung 5.27.: Architektur des Pattern-Matching-Core-Moduls (a) und die algorithmischen Kerne für SAD, CC und SSD (b)

Die *Core*-Module unterscheiden sich nur innerhalb der algorithmischen Kerne, die in Abb. 5.27b detailliert dargestellt sind. Für die SAD besteht dieser aus einem Subtrahierer sowie einem XOR-Gatter, das abhängig vom höchstwertigen Ausgangsbit (*msb*) des Subtrahierers dieses Ausgangssignal invertiert. Durch das zusätzlich separat auf den Akkumulator geführte höchstwertige Ausgangsbit des Subtrahierers wird so eine Absolutwertbildung des Subtraktionsergebnisses erreicht. Realisiert das *Core*-Modul die SSD, wird dem Subtrahierer ein Multiplizierer nachgeschaltet, der durch die



(a) Verbindung der Core-Module im Pattern-Matching-Modul



(b) Sequenzdiagramm des Pattern-Matching-Moduls

Abbildung 5.28.: Verbindung der Core-Module (a) und Sequenzdiagramm (b) des Pattern-Matching-Moduls mit drei parallelen Core-Modulen

Beschaltung beider Eingänge mit demselben Signal die Quadrierung des Subtraktionsergebnisses umsetzt. Der algorithmische Kern der CC besteht lediglich aus einem Multiplizierer, der Scan- und Spektrum-Samples miteinander multipliziert.

Der Aufbau der Core-Module erlaubt eine optimierte Verschaltung unter Ausnutzung der Struktur der realisierten Algorithmen. Wie Abb. 5.28a am Beispiel mit 3 SAD Core-Modulen zeigt, bilden die Scan-Register der Module ein Schieberegister, über das die Samples durch die Module geschoben werden. Die Spektrum-Daten werden parallel an alle Core-Module angelegt. Damit wird unabhängig von der Anzahl der Core-Module je nur ein Lese-Port der RAM-Blöcke benötigt, die die Scan- und Spektrum-Signale beinhalten.

Jedes Core-Modul bestimmt das Ähnlichkeitsmaß für eine Verschiebung x_{shift} , die durch den Estimation-Controller vorgegeben wird: das erste Modul für die Verschiebung um 0 Samples, das zweite um 1 Sample, das dritte um 2 Samples.

Entsprechend dem in Abb. 5.28b dargestellten Sequenzdiagramm startet der Estimation-Controller die Berechnung der einzelnen Module jeweils um einen Takt versetzt. Dadurch sind die Spektrum-Daten (blau) in jedem Takt für alle Core-Module identisch, während sich bei den Scan-Daten (grün) das

Verhalten eines Schieberegisters ergibt. Dabei entsteht das Verhalten einer einschwingenden Pipeline, sodass bei N_{Core} Core-Modulen nach N_{Core} Takten alle Module arbeiten.

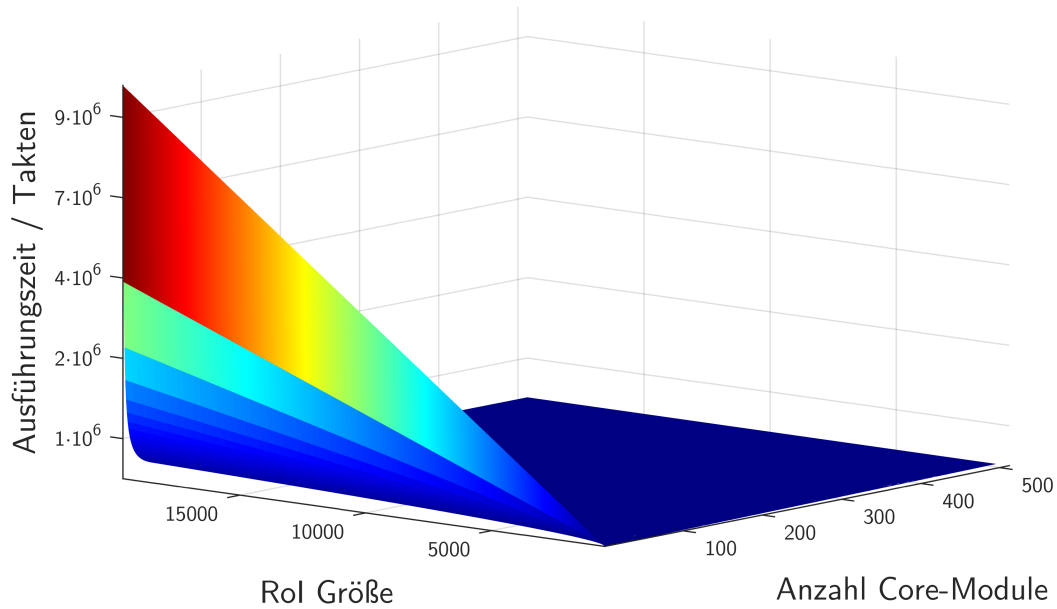
Erreicht das erste Core-Modul das Ende des Scan-Signals, beginnt es mit der nächsten bislang nicht bearbeiteten Verschiebung, im Beispiel aus Abb. 5.28b der Verschiebung um 3 Samples. Das Sequenzdiagramm zeigt, dass an dieser mit *Core 0 Restart* markierten Stelle nun nicht mehr alle Core-Module dasselbe Spektrum-Datum benötigen. Das neu gestartete Core-Modul benötigt nun das Spektrum-Datum, das der Verschiebung $x_{\text{shift}} = 3$ entspricht. Da dieses im vorherigen Durchlauf schon aus dem Spektrum-RAM gelesen wurde, wird es in einem FIFO-Speicher (orange) für diesen Fall zwischengespeichert. Es zeigt sich, dass das FIFO bei N_{Core} Core-Modulen $N_{\text{Core}} - 1$ Samples enthalten muss. Die Steuerung des FIFO sowie die Auswahl der Quelle der Spektrum-Samples übernimmt das *Estimation-Controller-Modul*.

Wenn die Berechnung des Ähnlichkeitsmaßes für eine Verschiebung abgeschlossen ist, übergibt das jeweilige Core-Modul den Wert (Value) sowie die Verschiebung (Pos) an den Komparator. Dieser vergleicht alle an ihn übergebenen Werte und ermittelt dabei abhängig vom Algorithmus die Verschiebung, die das maximale (CC) oder minimale (SAD, SSD) Ähnlichkeitsmaß ergibt. Sind die Ähnlichkeitsmaße aller möglichen Verschiebungen bestimmt, wird die optimale Verschiebung als geschätzte Position \hat{r}_{est} des Scan-Signals im Spektrum an das im Signalfuss folgende Modul übergeben.

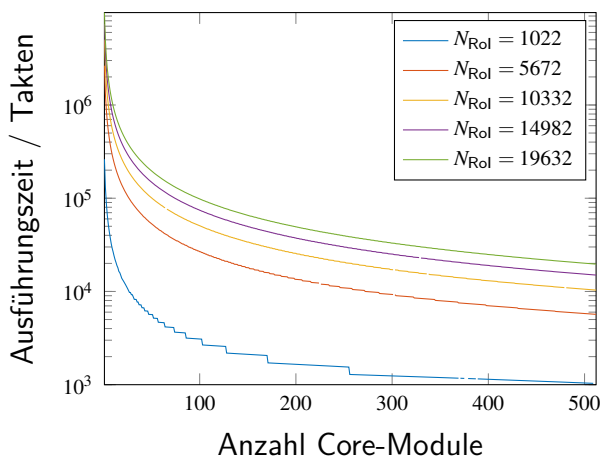
In [100] wurde die Ausführungszeit t_{exec} des Pattern-Matching-Moduls in Abhängigkeit von der Anzahl der Core-Module N_{Core} bei einer Systemtaktfrequenz von 50 MHz und einer Rol-Größe von 1.621 Samples bestimmt. Da sich die Größe der Rol durch Änderungen an der Signalverarbeitung ändern kann, wird diese Evaluation der Ausführungszeit um diesen Parameter erweitert.

So wird für jede Konfiguration im Parameterraum $512 \leq N_{\text{Rol}} \leq 19632$ und $1 \leq N_{\text{Core}} \leq 512$ mithilfe des Digitalssimulators QuestaSim 2019.2 von Mentor Graphics die Ausführungszeit des Pattern-Matching-Moduls bestimmt. Um die große Zahl an Simulationen zu reduzieren, wird dabei für den Parameter N_{Rol} eine Schrittweite von 10 Samples gewählt. Darüber hinaus ergibt sich zum Beispiel bei einer Rol-Größe von 512 Samples nur eine Verschiebung, an der das Ähnlichkeitsmaß bestimmt werden kann, da das Scan-Signal ebenfalls 512 Samples lang ist und vollständig innerhalb der Rol liegen muss. Eine Verwendung von mehr als einem Core-Modul ist daher in diesem Fall nicht sinnvoll. Die Laufzeiten solcher nicht sinnvollen Konfigurationen werden daher vernachlässigt. Die Ergebnisse dieser Simulationen sind in Abb. 5.29a gezeigt. Aus der Abbildung bzw. ihren Schnittdarstellungen bei einer festen Anzahl von Core-Modulen (Abb. 5.29b) bzw. konstanter Rol-Größe (Abb. 5.29c) geht hervor, dass die Ausführungszeit exponentiell mit der Anzahl der Core-Module abnimmt, während sie mit zunehmender Rol-Größe linear ansteigt.

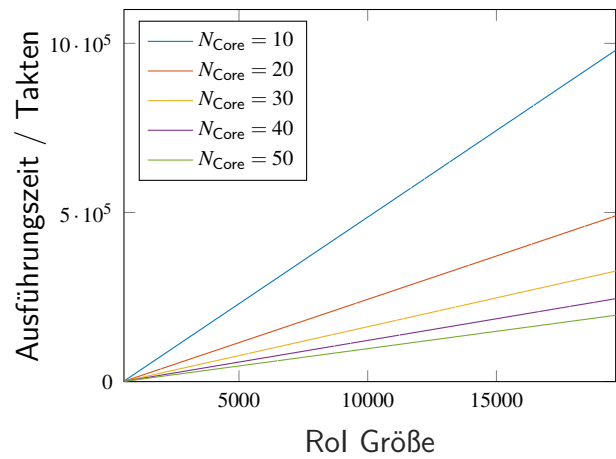
Die in Abb. 5.29b sichtbaren Stufen werden durch eine ineffiziente Nutzung der Core-Module hervorgerufen. Beispielsweise ergeben sich bei einer Rol-Größe von $N_{\text{Rol}} = 1023$ 512 Verschiebungen von 0 Samples bis 512 Samples, sodass bei der Verwendung von 256 Core-Modulen jedes Modul das Ähnlichkeitsmaß für zwei Verschiebungen berechnen muss. Alle 256 Core-Module werden dabei gleichmäßig genutzt und durch den um jeweils einen Takt verschobenen Start der Module (vgl. Abb. 5.28b) ergibt sich eine Ausführungszeit von $N_{\text{Core}} + 2 \cdot N_{\text{Rol}}$ Takten für die reine Berechnung. Wird aber ein Core-Modul mehr verwendet ($N_{\text{Core}} = 257$), werden im ersten Durchlauf alle 257 Core-Module genutzt, im zweiten aber nur 255. Dabei ergibt sich eine Ausführungszeit von $N_{\text{Core}} + N_{\text{Rol}} + N_{\text{Rol}} - 2$ Takten. Da zwei der Module im zweiten Durchlauf nicht genutzt werden, ist die Laufzeit damit nur 1 Takt geringer als bei 256 Core-Modulen. Es resultiert nur eine marginale Verringerung der Ausführungszeit. Diese Stufenbildung tritt insbesondere in der Kombination aus geringer Rol-Größe und einer großen Anzahl an Core-Modulen auf.



(a) Ausführungszeit



(b) Ausführungszeit bei konstanter Rol Größe



(c) Ausführungszeit bei konstanter Core-Modul Anzahl

Abbildung 5.29.: Ausführungszeit des Pattern-Matching-Moduls in Abhängigkeit der Anzahl von Core-Modulen und der Größe der Region of Interest (Rol)

Die Abhängigkeit der Laufzeit von der Anzahl an *Core*-Modulen N_{Core} und der Größe der Rol N_{Rol} werden durch die aus diesen Daten mit der Curve-Fitting Toolbox von Mathworks Matlab 2019b bestimmten Modellfunktion gemäß Gleichung (5.20) gezeigt, wobei die Stufen darin nicht berücksichtigt werden:

$$t_{exec} = (-259457,22 + 510,15 \cdot N_{Rol}) \cdot N_{Cores}^{-0,99} \cdot 0,02 \mu s \quad (5.20)$$

Abhängig von der Frequenz des Dreiecksignals lässt sich damit die für eine schritthaltende Signalverarbeitung notwendige Anzahl an *Core*-Modulen N_{Core} bestimmen:

$$\frac{1}{2 \cdot f_{tri}} \geq t_{exec, Ctrl} \quad (5.21a)$$

$$\geq t_{exec, Demodulator} + t_{exec, Pattern-Matching} + t_{exec, PI-Regler} \quad (5.21b)$$

Da das Scan-Signal während der fallenden Flanke des Dreiecksignals aufgezeichnet wird, darf in dieser Zeit kein Regeleingriff erfolgen. Somit muss der vollständige Signalfluss aus Frequenzbestimmung und Regeleingriff im Verlauf der steigenden Flanke abgeschlossen werden. Da das *Demodulator*-Modul zusätzlich eine Laufzeit aufweist, die durch die Gruppenlaufzeit der dezimierenden Tiefpassfilter dominiert wird, muss auch diese berücksichtigt werden. Durch diese liegt das letzte Sample eines Scan-Signals erst $t_{exec, Demodulator}$ nach dem Wendepunkt des Dreiecksignals an.

Architektur des Pattern-Matching-Moduls im Frequenzbereich

In Abschnitt 4.4.2 wird die Realisierung der Kreuzkorrelation im Fourierbereich mithilfe der Uniformly Partitioned Overlap Save (UPOLS) Methode und der Split-radix Fast Fourier Transformation (SRFFT) beschrieben. Der aus diesen beiden Methoden bestehende Algorithmus wird in [104] als Hardware-Modul für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung umgesetzt. Dabei wird die als optimal identifizierte Blockgröße $B = 16$ verwendet, die Fouriertransformation und ihre Inverse werden entsprechend als Split-radix-2/4-DIF-(i)FFT mit der Länge $2B = 32$ realisiert [104]. Die in Abb. 5.30 dargestellte, interne Architektur des Hardware-Moduls besteht im Wesentlichen aus einem *SRFFT*-Modul, das die Scan-Daten in den Fourierbereich transformiert, zwei komplexen Multiplizierern (*Cmplx Mult*) und einem *Akkumulator*, mit denen der Kern des UPOLS Algorithmus realisiert wird, einem *iSRFFT*-Modul, das die inverse Transformation der Ausgangsdaten vornimmt, sowie einem Komparator, der ähnlich zu dem oben beschriebenen zeitbereichsbasierten Pattern-Matching-Modul die Position des Maximums der Kreuzkorrelation im Frequenzbereich bestimmt. Die einzelnen Komponenten, ihre Auslegung sowie der relevante Datenfluss werden im Folgenden näher erläutert.

Vergleichbar zum oben beschriebenen Modul im Zeitbereich enthält das Modul im Fourier-Bereich ebenfalls ein *Range-Selector*-Modul, mit dem abhängig vom aktuellen Offsetwert x_{offs} des Dreiecksignals die aktuelle Rol bestimmt wird. Aus den ermittelten Start- und Endpositionen der Rol im Spektrum werden anschließend die FFT-Blöcke ausgewählt, die den Spektrumsausschnitt enthalten. Anschließend wird der UPOLS-Algorithmus auf diese Blöcke angewendet, um die Latenz des Moduls zu reduzieren.

Für die blockweise Fourier-Transformation des Scan-Signals werden B Samples des Scan-Signals parallel an das *SRFFT*-Modul übergeben. Für die notwendige Wandlung des seriellen Datenstroms ist das entsprechende Seriell-zu-Parallel-Modul vor dem *SRFFT*-Modul zuständig. Entsprechend dem in Abb. 4.13 gezeigten UPOLS-Algorithmus werden diese Samples mit B Nullsamples aufgefüllt.

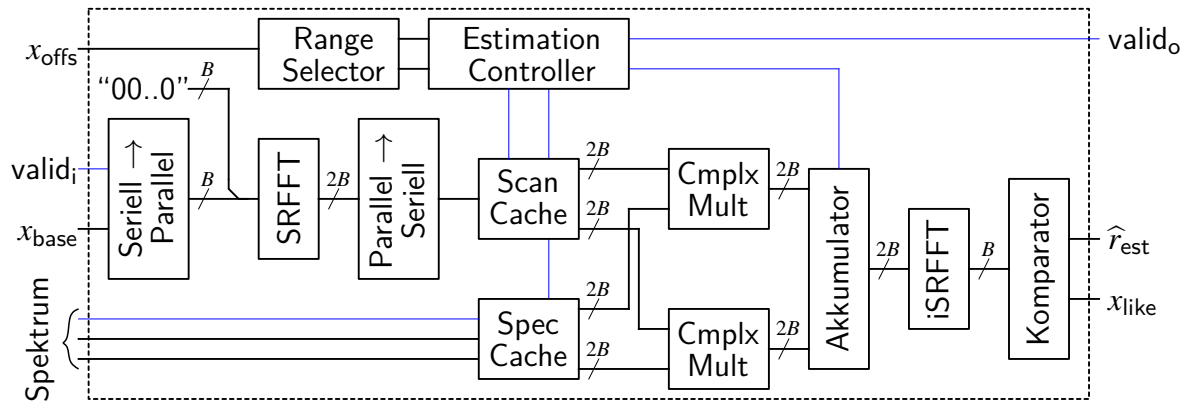


Abbildung 5.30.: Architektur des Hardware-Moduls zur Pattern-Matching-basierten Frequenzschätzung im Fourier-Bereich

Die Transformation in den Fourierbereich, entsprechend der Gleichung (4.18), erfolgt somit mit $2B$ Samples. Der Aufbau des Moduls entspricht dabei dem Flussdiagramm aus Abb. 4.12, wobei jede Butterfly-Stufe dabei ein Register enthält, sodass für eine FFT-Länge von $2B = 32$ fünf Registerstufen benötigt werden. Um die FFT-Blöcke im *Scan-Cache*-Modul abzulegen, ist eine Rückwandlung in einen seriellen Datenstrom durch das abgebildete Parallel-zu-Seriell-Modul notwendig.

Da sich das gesamte Referenzspektrum während der Laufzeit nicht verändert, kann die blockweise Transformation in den Fourier-Bereich offline erfolgen. Die offline erzeugten FFT-Blöcke werden dann initial in das *Spec-Cache* geschrieben. Die beiden Cache-Module sind sogenannte Mixed-Width RAM-Blöcke. Ihr Eingangsdatenport umfasst ein Datenwort während über den Ausgangsdatenport parallel $2B$ Datenworte ausgegeben werden. Mit zwei parallelen, komplexen Multiplizierern und einem Akkumulator werden die FFT-Blöcke von *Scan* und *Spektrum* multipliziert und sequenziell aufakkumuliert. Das Ergebnis wird dann im *iSRFFT*-Modul, entsprechend der Gleichung (4.22), zurück in den Zeitbereich transformiert. Das Modul beinhaltet ähnlich dem *SRFFT*-Modul fünf Registerstufen. Dabei werden die ersten B Samples entsprechend dem UPOLS-Algorithmus verworfen, während die folgenden B Samples vom *Komparator*-Modul für die Bestimmung der Position des maximalen Wertes verwendet werden.

Das beschriebene Modul ist nicht skalierbar, dementsprechend ist seine Ausführungszeit nur von der Größe der Rol N_{Rol} abhängig. Die Laufzeit wird zusätzlich durch die feste, in [104] als optimal identifizierte Blockgröße von $B = 16$ und die feste Anzahl von zwei komplexen Multiplizierern bestimmt. Da nur die Rol Größe variabel ist, wurde im Rahmen der Evaluation für jede Konfiguration im Bereich von $512 \leq N_{\text{Rol}} \leq 19632$ und einer Schrittweite von 1 mithilfe des Digitalisimulators QuestaSim 2019.2 von Mentor Graphics die Ausführungszeit des beschriebenen Hardware-Moduls bestimmt. Das Resultat dieser Simulationen ist in Abb. 5.31 dargestellt.

Die Abbildung zeigt entsprechend dem beobachteten Verhalten in der Software-Abbildung auch hier einen linearen Zusammenhang zwischen der Rol Größe N_{Rol} und der Ausführungszeit t_{exec} . Aus den einzelnen Messpunkten ergibt sich die mithilfe der Curve-Fitting Toolbox von Mathworks Matlab 2019b bestimmte Modellfunktion gemäß Gleichung (5.22):

$$t_{\text{exec}} = 75,02 + N_{\text{Rol}} \cdot 0,02 \mu\text{s} \quad (5.22)$$

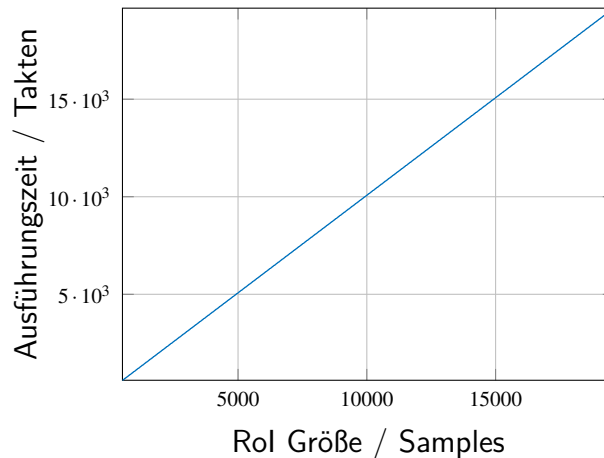


Abbildung 5.31.: Ausführungszeit des Hardware-Moduls zur Pattern-Matching-basierten Frequenzschätzung im Fourierbereich in Abhängigkeit der Größe der Rol

Architektur des PI-Regler-Moduls

Mit einem der in diesem Abschnitt beschriebenen *Pattern-Matching*-Modulen sowie den in Abschnitt 5.1 erläuterten Modulen *Demodulator* und *Ramp-Generator* lässt sich zusammen mit einem *PI-Regler*-Modul die gesamte Signalverarbeitungskette zur Pattern-Matching-basierten Frequenzstabilisierung eines Lasers auf ein (SoC-)FPGA abbilden.

Das *PI-Regler*-Modul ist dabei ein klassisches Element aus der Regelungstechnik. Seine Funktion ist dabei identisch zu der des entsprechenden Softwareteils, vgl. Gleichungen 5.16. Die Soll-Frequenz wird dabei in Form der Soll-Position des Scan-Signals im Spektrum-Signal r_{soll} vorgegeben. Die rückgeführte Regelgröße ist die mit einem Pattern-Matching Algorithmus geschätzte, aktuelle Position des Scan-Signals \hat{r}_{est} . Die zugehörige Stellgröße ist dann der Offsetwert des Dreiecksignals x_{offs} des *Ramp-Control*-Moduls.

Die interne Architektur dieses Moduls zeigt Abb. 5.32. Liegt eine gültige Schätzung der Position des aktuellen Scan-Signals \hat{r}_{est} vor, wird zunächst die Regelabweichung r_{err} bestimmt. Diese wird in einem Integrator, der durch einen Akkumulator realisiert wird, aufintegriert. Der Integrator enthält darüber hinaus eine Sättigung, die nicht in Abb. 5.32 gezeigt ist, um den Wind-Up-Effekt [126] zu beschränken. Das Fehler-Signal r_{err} wird anschließend mit dem proportionalen Verstärkungsfaktor κ_p , das integrierte Fehlersignal mit dem integrierenden Verstärkungsfaktor κ_i multipliziert. Die Summe aus den so verstärkten Fehlersignalen wird anschließend mit dem Faktor $\kappa_{I/r}$ gewichtet, der das Verhältnis zwischen der Länge des Spektrums und der Anzahl möglicher DAC-Werte beschreibt. Abschließend wird dieser Wert auf den vorherigen Offsetwert des Dreiecksignals x_{offs} addiert und an das *Ramp-Generator*-Modul übergeben. Wird der Regler nicht verwendet, besteht über einen Bypass-Multiplexer die Möglichkeit, den Offsetwert des Dreiecksignals von außen über das Eingangssignal $x_{\text{offs},i}$ vorzugeben.

Die Latenz des *PI-Regler*-Moduls beschränkt sich gemäß Gleichung (5.23) auf 6 Takte, die auf die in Abb. 5.32 dargestellten Register zurückzuführen sind. Nicht abgebildet ist zudem die Rundung des Fehlersignals vor der Addition auf den Offsetwert des Dreiecksignals, die eine weitere Registerstufe

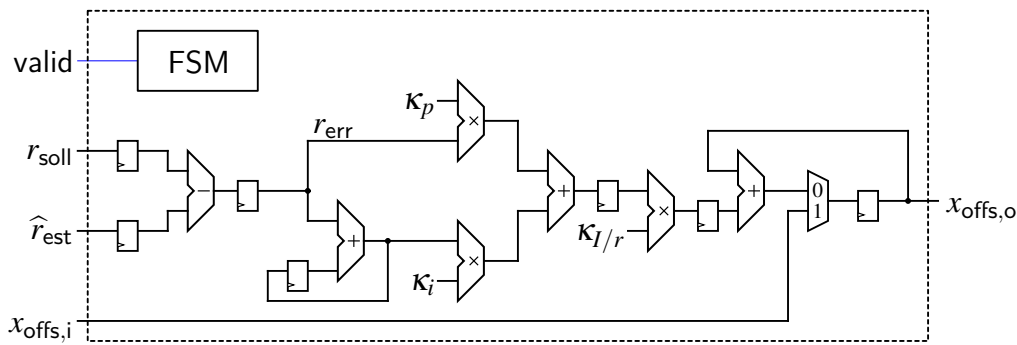


Abbildung 5.32.: Architektur des PI-Regler-Moduls

enthält. Diese ist erforderlich, da das Fehlersignal durch die Gewichtung eine größere Präzision aufweist als der Offsetwert, der auf den Wertebereich des DAC beschränkt ist.

$$t_{\text{exec,PI-Regler}} = 6 \text{ Smp.} \cdot \frac{1}{f_{\text{System}}} = 0,1 \mu\text{s} \quad (5.23)$$

Evaluation von Ausführungszeit und Leistungsaufnahme

Zur Evaluation der oben beschriebenen, unterschiedlichen Pattern-Matching-Module wurden diese jeweils zusammen mit dem PI-Regler-Modul auf die in Abschnitt 5.1.1 eingeführten (SoC-)FPGA Plattformen abgebildet. Bei den skalierbaren, zeitbereichsbasierten Modulen wurde dabei die mögliche Anzahl der Core-Module N_{Core} im Bereich zwischen 1 und 512 mit einer Schrittweite von 1 variiert. Zur Abbildung wurde, wie bei den Prozessoren (vgl. Abschnitt 5.2.2), die FPGA Design Suite Quartus Prime Standard Version 19.1 von Intel für alle Konfigurationen genutzt. Die Leistungsaufnahme wurde mithilfe des Power Analyser Tools aus der Suite bestimmt. Diese nutzte dabei die Signalaktivität, die während einer Gate-Level-Simulation der jeweiligen Netzliste mit dem Digitalsimulator QuestaSim 2019.2 von Mentor Graphics aufgezeichnet wurde.

Beispielhaft sind in Abb. 5.33 die bei der Abbildung auf das MAX-10 FPGA benötigten Ressourcen der zeitbereichsbasierten Module dargestellt. Dabei zeigt sich, dass nur bei der Verwendung des Pattern-Matching-Algorithmus SAD alle möglichen Anzahlen an Core-Modulen N_{Core} abbildbar sind. Wird die SSD genutzt, sind ab $N_{\text{Core}} = 179$ die auf dem FPGA verfügbaren Ressourcen erschöpft. Bei der CC ist dies bei $N_{\text{Core}} = 188$ der Fall. Dieses Verhalten lässt sich auch auf dem Cyclone-IV FPGA (Abb. B.6 in Anhang B) und dem Cyclone-V SoC-FPGA (vgl. Abb. B.8 in Anhang B) beobachten. Aufgrund der größeren Zahl an verfügbaren Ressourcen (vgl. Tabelle 5.2) tritt der Effekt aber erst bei deutlich größeren Anzahlen an Core-Modulen N_{Core} auf.

Die benötigten LEs, Register und DSP-Elemente steigen bei allen abgebildeten Algorithmen linear mit der Zahl der Kerne, jedoch ändert sich die Steigung der benötigten LEs und DSP-Elemente an einigen charakteristischen Punkten. Die benötigten Speicherelemente (M9K bzw. M10K) bleiben weitgehend konstant, da sie für die Abbildung der RAM-Blöcke und des FIFO im Pattern-Matching-Modul genutzt werden. Dabei wird nur die Tiefe des FIFO durch die Zahl der Core-Module beeinflusst. Aufgrund der Speichertiefe der M9K bzw. M10K Blöcke wirkt sich dies aber nur geringfügig auf die zur Abbildung benötigte Anzahl aus.

Bei der Nutzung der SAD bricht die Zahl der benötigten LEs bei $N_{\text{Core}} = 434$ deutlich ein. Für die Abbildung der Konfiguration mit $N_{\text{Core}} = 433$ werden 96 % der verfügbaren LEs benötigt, dies ist gerade noch auf das FPGA abbildbar. Die lineare Steigerung des Bedarfs bei $N_{\text{Core}} = 434$ liegt dann

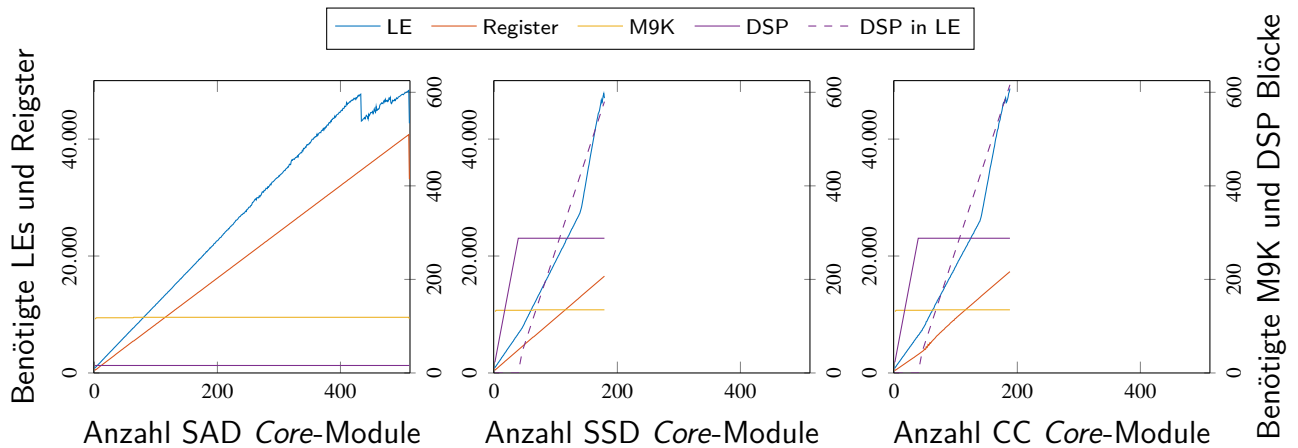


Abbildung 5.33.: Verbrauch an FPGA-Ressourcen von Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Modulen auf dem MAX-10 FPGA

außerhalb der verfügbaren Ressourcen. Dies führt zu einer aggressiveren Optimierung des Designs durch das Place-&Route-Tool *Fitter*, was einen Einbruch der benötigten LEs bei gleichzeitig stark steigender Laufzeit des Place-&Route-Prozesses zur Folge hat. Ähnliche Effekte lassen sich bei allen Algorithmen und (SoC-)FPGAs beobachten, sobald die benötigte Zahl an LEs sich der Zahl der zur Verfügung stehenden LEs annähert.

Da die algorithmischen Kerne von SSD und CC jeweils eine Multiplikation enthalten, werden für die Abbildung dieser Konfigurationen die DSP-Elemente der (SoC-)FPGAs genutzt. Von diesen ist aber eine deutlich geringere Anzahl verfügbar, sodass beim in Abb. 5.33 gezeigten Beispiel des MAX-10 FPGA ab $N_{\text{Core}} = 39$ alle DSP-Elemente des FPGAs genutzt werden. Bei größeren Anzahlen an Core-Modulen werden die Multiplizierer in LEs abgebildet. Die Anzahl der in LEs oder ALMs abgebildeten Multiplizierer ist in den Abbildungen als *DSP in LE* bzw. *DSP in ALM* gestrichelt dargestellt. Dieses Verhalten führt zu einem sprunghaften Anstieg der Steigung der pro Core-Modul benötigten LEs bzw. ALMs, sobald die DSP-Elemente erschöpft sind.

Ein weiterer sprunghafter Anstieg der Steigung der benötigten LEs zeigt sich beim MAX-10 FPGA bei den Algorithmen SSD und CC bei $N_{\text{Core}} = 140$. Ein vergleichbarer Effekt lässt sich beim Cyclone-IV FPGA bei 262 Kernen der gleichen Algorithmen beobachten (vgl. Abb. B.6). Dieser Effekt scheint mit der Abbildung der DSPs in LEs zusammenzuhängen, da er bei allen vier Kombinationen aus FPGA und Algorithmus auftritt, sobald etwa 1,5-mal so viele DSPs in LEs abgebildet werden wie das jeweilige FPGA physikalisch enthält. Eine Korrelation mit anderen möglichen Ursachen wie der Auslastung des Interconnect-Netzwerks oder dem Verhältnis der genutzten zu verfügbaren LEs lässt sich aus den Synthesergebnissen nicht ableiten. Beim Cyclone-V SoC-FPGA ist kein vergleichbarer Effekt zu beobachten. Wie oben beschrieben basiert das SoC-FPGA auf deutlich komplexeren Basiselementen, sodass innerhalb der Quartus Design Suite vermutlich ein anderes Tool für die Abbildung eines Designs auf diese Architektur genutzt wird.

Die Leistungsaufnahme, die Abb. 5.34a für das MAX-10 FPGA zeigt, hängt linear von der benötigten Zahl an FPGA-Ressourcen ab. Dies wird besonders bei der Verwendung der SAD deutlich. Bei der SSD und der CC steigt die Leistungsaufnahme im Bereich von 1 Kern bis 39 Kerne zunächst stärker an, da hier die Zahl der benötigten DSP-Elemente zusätzlich zur Zahl benötigter LEs linear steigt. Mit Erreichen der verfügbaren DSP-Elemente bei $N_{\text{Core}} = 39$ folgt der Anstieg der Leistungsaufnahme dann der Zahl benötigter LEs. Da die SSD bei gleicher Anzahl an Kernen mehr Ressourcen benötigt,

ist die Leistungsaufnahme hier etwas größer als bei der CC. Bei gleicher Kern-Anzahl bleibt die Leistungsaufnahme der SAD deutlich hinter den anderen zurück. Damit zeigt sich, dass die SAD allgemein effizienter im Bezug auf Ressourcenverbrauch und Leistungsaufnahme auf ein FPGA abbildbar ist als die SSD oder CC. Die Daten in Anhang B (Abb. B.7a und Abb. B.9a) unterstreichen den allgemeingültigen Charakter der Aussagen auch für die anderen beiden (SoC-)FPGAs.

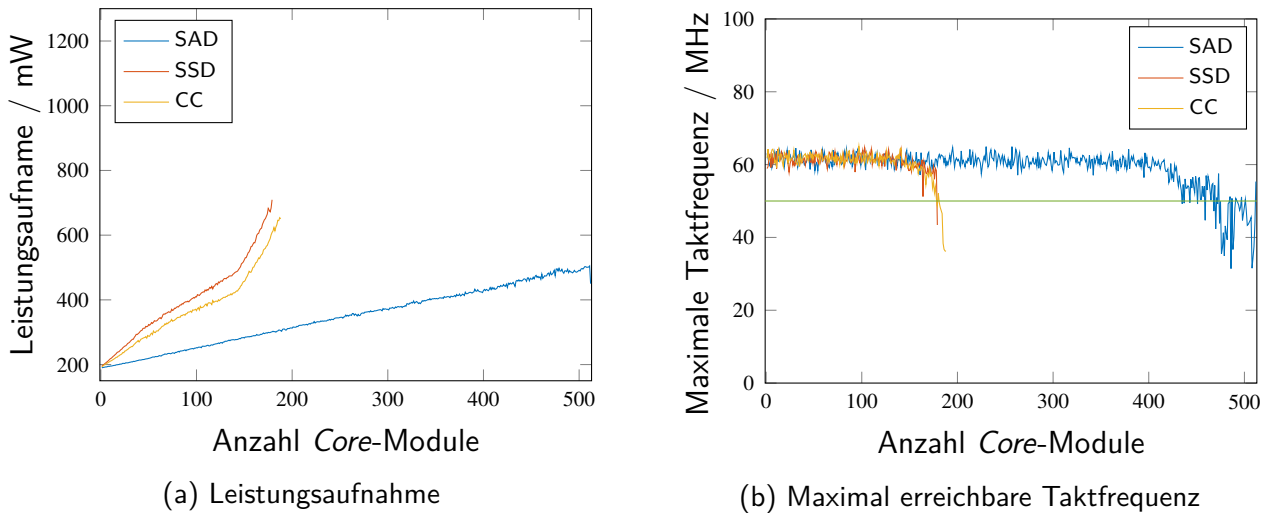


Abbildung 5.34.: Leistungsaufnahme und maximal erreichbare Taktfrequenz der Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Module auf dem MAX-10 FPGA

Neben diesen Kennzahlen muss bei der Abbildung auf ein (SoC-)FPGA berücksichtigt werden, ob sich das abgebildete Design mit der Zieltaktfrequenz störungsfrei betreiben lässt. Um dies zu beurteilen, wird mithilfe des TimeQuest Timing Analyzer aus der Quartus Design Suite die maximal mögliche Taktfrequenz der jeweiligen Abbildungen ermittelt. Da die Taktfrequenz als Parameter in den Place-&-Route-Algorithmus einfließt, wurde für alle Designs eine Frequenz von 1 GHz vorgegeben. Diese Vorgabe lässt sich auf keinem der evaluierten (SoC-)FPGAs erreichen, sorgt aber dafür, dass die Abbildung auf die maximal mögliche Taktfrequenz optimiert wird.

Der in Abb. 5.34b für die Abbildung auf das MAX-10 FPGA gezeigte Verlauf der maximalen Taktfrequenz zeigt, dass diese weitestgehend unabhängig von der Anzahl an Core-Modulen N_{Core} um die 60 MHz und damit oberhalb der in grün eingezeichneten realen Zielfrequenz von 50 MHz liegt. Sobald die Zahl der benötigten LEs sich der Zahl der verfügbaren LEs annähert, fällt die maximale Taktfrequenz deutlich ab. Da mit steigender Zahl verwendeter LEs oder ALMs auch die Nutzung des Interconnect-Netzwerks zunimmt, müssen Pfade genutzt werden, die eine lange Verzögerungszeit aufweisen und somit die maximale Taktfrequenz begrenzen. Vergleichbare Effekte lassen sich auch bei den anderen (SoC-)FPGAs beobachten (vgl. Abb. B.7b und B.9b in Anhang B).

Die maximal auf das MAX-10 FPGA abbildbaren Konfigurationen der drei zeitbereichsbasierten Module sowie das FCC-Modul, jeweils zusammen mit dem PI-Controller-Modul, sind in Tabelle 5.7 zusammen mit den benötigten Ressourcen sowie der Leistungsaufnahme aufgelistet. Der Vergleich zwischen Zeit- und Fourier-Bereich zeigt, dass sich der erhöhte algorithmische Aufwand durch STFT und ihre Inverse im FCC-Modul deutlich auf die benötigten Ressourcen auswirkt. Beim MAX-10 FPGA führt dies dazu, dass sich das FCC-Modul nicht abbilden lässt, da die Ressourcen des MAX-10 hierfür nicht ausreichen. Auf Cyclone-IV und Cyclone-V lässt sich das FCC-Modul aber abbilden. Die Ergebnisse in Anhang B zeigen ebenfalls einen sehr hohen Verbrauch an Ressourcen sowie damit einhergehend eine hohe Leistungsaufnahme (vgl. Tabelle B.1 und Tabelle B.2).

Tabelle 5.7.: Benötigte FPGA-Ressourcen und Leistungsaufnahme der maximal abbildbaren Konfigurationen der Kombination aus Pattern-Matching-Modul und PI-Controller auf dem MAX-10 FPGA

Algorithmus	N_{Core}	LE	Register	M9K	DSP	Leistung
SAD	512	42.706	33.139	116	16	450,00 mW
SSD	179	47.003	16.556	135	288	709,31 mW
CC	188	48.640	17.324	135	288	650,54 mW
FCC	2 ¹	93.007 ²	12.769	182	288	-

¹ 2 komplexe Multiplizierer, vgl. Abschnitt 5.2.3

² Entspricht 187 % der verfügbaren LEs; das Modul ist nicht abbildbar

Entwurfsraum Abbildung 5.35 zeigt den Entwurfsraum der Abbildung von Pattern-Matching basierter Frequenzschätzung sowie des PI-Reglers in dedizierten Hardware-Modulen für eine Rol-Größe von 3.818 Samples. Wie in Abb. 5.23 und 5.24 wird dabei die gesamte Ausführungszeit der beiden Module auf der Abszisse und die Leistungsaufnahme auf der Ordinate aufgetragen. Die Abszisse ist hier zur besseren Lesbarkeit logarithmisch skaliert. Abbildung B.10 in Anhang B zeigt analog den Entwurfsraum unter Berücksichtigung des gesamten Referenzspektrums ($N_{\text{Rol}} = 19.638$ Samples).

Aufgrund der Skalierbarkeit der zeitbereichsbasierten Hardware-Module ergibt sich für diese ein Verlaufplot, für das nicht skalierbare FCC-Modul jedoch nur zwei diskrete Punkte. Dabei umfasst der Entwurfsraum bei der Ausführungszeit insgesamt drei Größenordnungen. Im Bereich der Ausführungszeit von 2 ms bis 12 ms zeigt sich nur eine minimale Änderung der Leistungsaufnahme. Erst unterhalb von 2 ms steigt diese deutlich an. Im selben Bereich ist der Einfluss des abgebildeten Algorithmus minimal. Unterhalb von 2 ms zeigt sich dann, dass, wie erwähnt, die Abbildung von SAD am effizientesten ist. Der Anstieg der Leistungsaufnahme von SSD und CC ist deutlich stärker, wobei die CC immer unterhalb der SSD bleibt.

Der Vergleich der beiden Abbildungen der Kreuzkorrelation CC und FCC zeigt, dass das FCC-Modul eine deutlich geringere Ausführungszeit von 77,86 μs erreicht, die sich mit dem CC-Modul nicht realisieren lässt. Die minimal mögliche Ausführungszeit liegt hier bei 87,17 μs , die sich bei $N_{\text{Core}} = 390$, die maximal auf das Cyclone-IV FPGA abbildbar sind, ergeben. Darüber hinaus bleibt die Leistungsaufnahme des FCC-Moduls unterhalb der maximalen Leistungsaufnahme aller CC Konfigurationen. Daraus ergibt sich, dass sich die Berechnung der Kreuzkorrelation im Fourierbereich deutlich effizienter abbilden lässt als im Zeitbereich.

Der Vergleich der unterschiedlichen (SoC-)FPGAs zeigt, dass die Leistungsaufnahme zwischen Cyclone-IV FPGA und MAX-10 FPGA nur geringfügig voneinander abweicht. Der Cyclone-V SoC-FPGA benötigt bei gleicher Ausführungszeit über 200 mW mehr Leistung als die beiden Vergleichsplattformen. Bei geringen Ausführungszeiten, die mit hohen Core-Modul Zahlen N_{Core} erreicht werden, sinkt dieser Abstand jedoch, was auf eine im Vergleich höhere Effizienz bei großer Auslastung des Cyclone-V SoC-FPGA hindeutet. Absolut gesehen bleibt der Cyclone-V jedoch für jede der abgebildeten Konfigurationen die ineffizienteste Plattform.

Die effizienteste Konfiguration ist die auf ein Cyclone-IV abgebildete SAD, da sie die geringste Leistungsaufnahme für alle untersuchten Anzahlen an Core-Modulen aufweist. Darüber hinaus lässt sich die SAD für alle möglichen Anzahlen an Core-Modulen auf das Cyclone-IV FPGA abbilden, sodass abhängig vom geforderten Regeltakt die im Bezug auf die Leistungsaufnahme optimale Konfiguration gewählt werden kann.

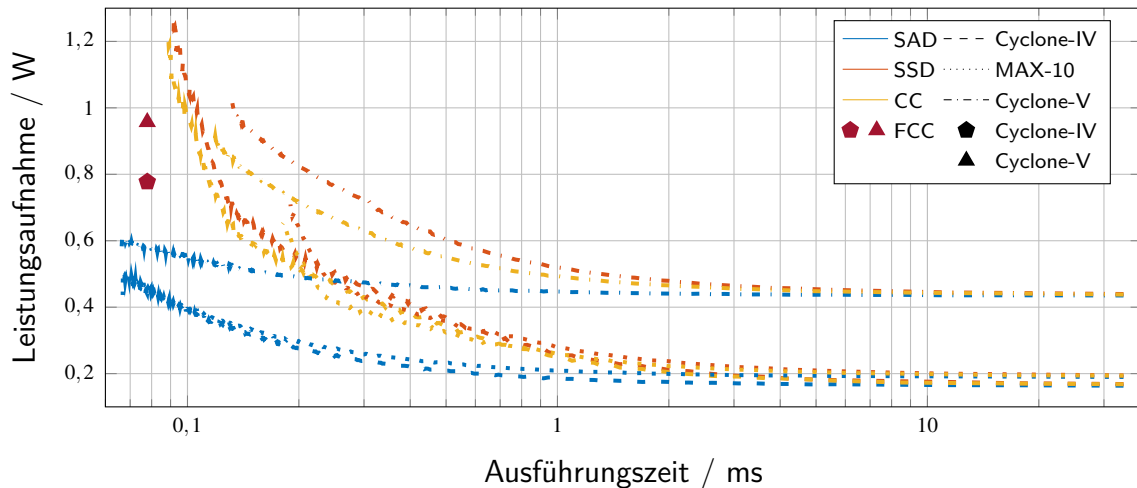


Abbildung 5.35.: Entwurfsraum der Abbildung in dedizierte Hardware auf verschiedenen (SoC-)FPGAs bei Nutzung der Rol im Spektrum ($N_{\text{RoI}} = 3.818 \text{ Samples}$)

5.3. Vergleich aller Ergebnisse im Entwurfsraum

Die in Abschnitt 5.2.2 und Abschnitt 5.2.3 gezeigten Ausschnitte aus dem Entwurfsraum werden in Abb. 5.36 und Abb. B.11 (Anhang B) für eine vollständige Darstellung zusammengeführt. Insgesamt ergibt sich dabei ein Entwurfsraum, in dem sich die Ausführungszeit über 5 Größenordnungen von $60 \mu\text{s}$ bis 7 s erstreckt. Die Leistungsaufnahme deckt dabei nur etwa eine Größenordnung von 150 mW bis 3 W ab. Es sind nur FPGA-basierte Plattformen enthalten, die sich in drei Kategorien einteilen lassen: Softcore Prozessoren, dedizierte Prozessoren eines SoC-FPGA und dedizierte Hardware-Module. Die Softcore-Prozessoren decken den oberen Bereich der Ausführungszeit $t_{\text{exec}} \geq 1 \text{ s}$ ab, die dedizierten Hardware-Module den niedrigeren Bereich der Ausführungszeit $t_{\text{exec}} \leq 0,2 \text{ s}$. Der evaluierte dedizierte Cortex-A9 Prozessor des Cyclone-V SoC-FPGA nimmt eine Sonderrolle ein. Aufgrund seiner im Vergleich zu den Softcore-Prozessoren deutlich höheren Performance überschneidet sich die erreichbare Ausführungszeit mit den gering parallelisierten, dedizierten Hardware-Modulen. Seine Leistungsaufnahme liegt dabei aber etwa 2 W über diesen.

Allgemein bestätigt sich, dass mit steigendem Implementierungsaufwand deutlich geringere Ausführungszeiten zu erreichen sind. So sind die in Hochsprachen programmierbaren prozessorbasierten Konfigurationen erheblich langsamer als die dedizierten Hardware-Implementierungen. Ein ähnlicher Effekt zeigt sich auf algorithmischer Ebene: Die aufwendige Transformation der Kreuzkorrelation in den Fourier-Bereich führt zu einer deutlichen Effizienzsteigerung bei der Abbildung sowohl in Software, wie auch in Hardware.

Betrachtet man nur die Algorithmen, zeigt sich, dass die einfachen Algorithmen, insbesondere die SAD, die beste Performance liefern. Da sie schon in Abschnitt 4.4 und in [100] als besonders geeignet für die Pattern-Matching-basierte Laserfrequenzstabilisierung identifiziert wurde, ist sie der im Bezug auf Matching-Rate sowie Ausführungszeit optimale Algorithmus für diese Aufgabe. Soll dieser Algorithmus nicht verwendet werden, ist der nächstbeste Algorithmus die SSD. Mit dieser ergibt sich auf beispielsweise dem Cyclone-IV FPGA eine minimale Ausführungszeit, die 27% über der mit der SAD erreichbaren Ausführungszeit liegt. Dabei übersteigt die Leistungsaufnahme der SSD die der SAD um 174% .

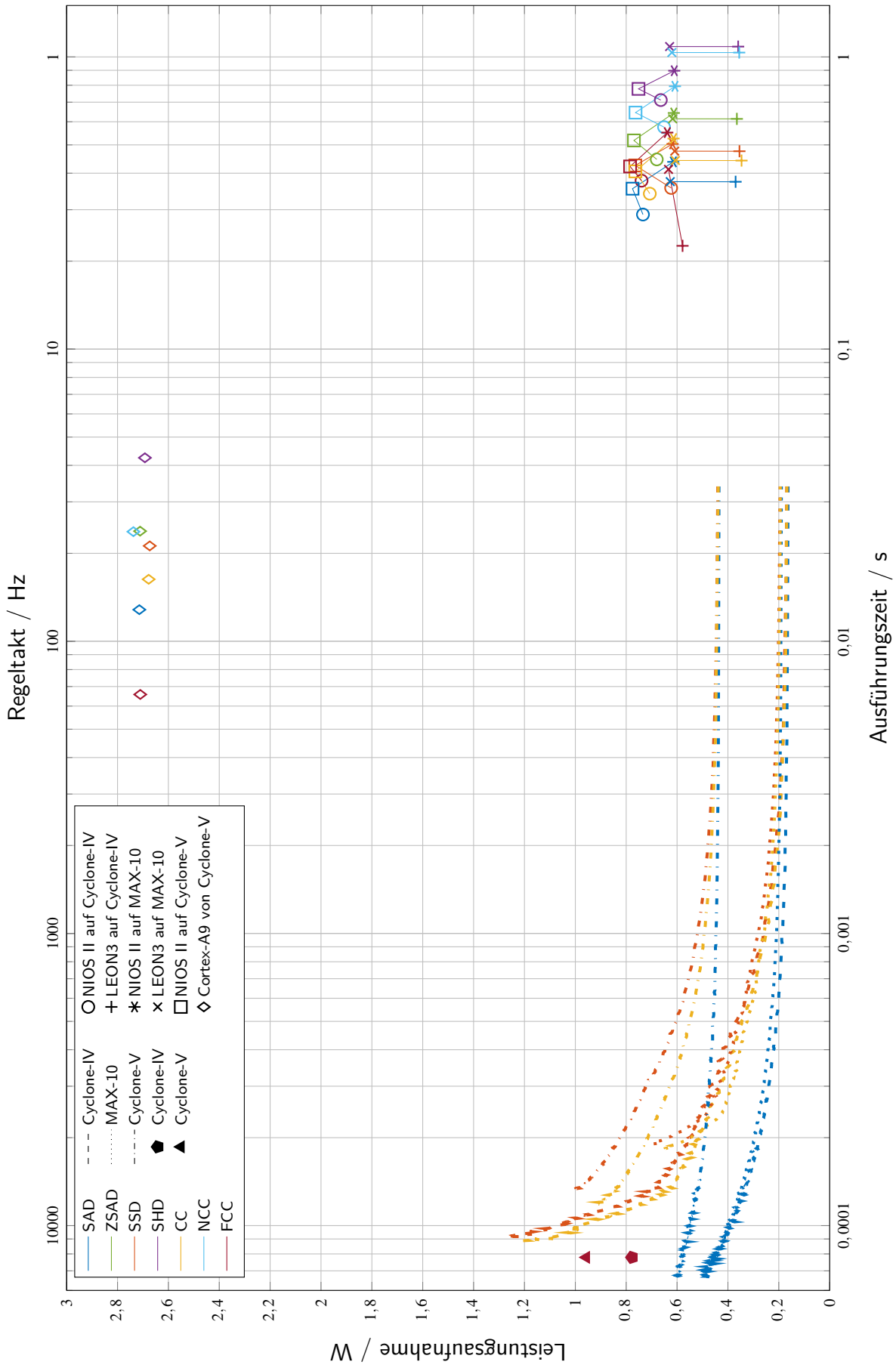


Abbildung 5.36.: Vollständiger Entwurfsraum der Abbildung in Soft- und Hardware auf verschiedenen (SoC-)FPGAs bei Nutzung der Rol im Spektrum ($N_{Rol} = 3.818$ Samples)

Um die optimale Plattform bzw. Implementierungsform zu bestimmen, muss die gewünschte Performance in Form des Regeltakts des Laserfrequenzstabilisierungssystems betrachtet werden. Daher wird in Abb. B.11 und 5.36 die Regelfrequenz als zweite Abszisse aufgetragen. Liegt der gewünschte Regeltakt unterhalb von 1 Hz kann auf eine dedizierte Hardware-Implementierung verzichtet und der gewählte Pattern-Matching-Algorithmus auf einen Softcore abgebildet werden. Liegt der Soll-Regeltakt jedoch höher, kann dem entweder durch die Abbildung auf einen dedizierten Prozessor eines SoC-FPGA oder als ein dediziertes Hardware-Modul Rechnung getragen werden. Die vergleichsweise einfache Implementierungsform auf dem Prozessor bedeutet dabei aber auch eine deutlich höhere Leistungsaufnahme, die gegebenenfalls außerhalb der Spezifikation liegt. Ab einem Regeltakt von 100 Hz muss die Abbildung in ein dediziertes Hardware-Modul erfolgen. Der maximal erreichbare Regeltakt liegt dann bei etwa 13 kHz. Dieser wird dabei insbesondere durch die optische Leistung des Lasersystems bestimmt, da bei schnellerer Frequenzänderung eine hohe Lichtleistung für das Auftreten des in der Frequenzmodulierten Spektroskopie (FMS) genutzten Sättigungseffektes erforderlich ist.

Optimale Konfigurationen

Ausgehend von den oben beschriebenen Ergebnissen sowie den Ergebnissen in Kapitel 4 wird der Entwurfsraum in Abb. 5.37 auf die optimalen Konfigurationen verschiedener Implementierungsvarianten reduziert. Dabei werden nur die Algorithmen betrachtet, die in der Evaluation in Kapitel 4 eine Matching-Rate von mindestens 90 % erreichen - übrig bleiben dabei SAD, SSD und NCC. Bei den Plattformen hat sich gezeigt, dass der MAX-10 FPGA für eine Abbildung von Hardware-Modulen keinen Vorteil gegenüber dem Cyclone-IV bietet. Daher wird dieser im Weiteren nicht näher untersucht. Bei den Softcore-Prozessoren ist jeweils das FPGA als Plattform gewählt, auf der die jeweils geringste Verlustleistung ermittelt wurde.

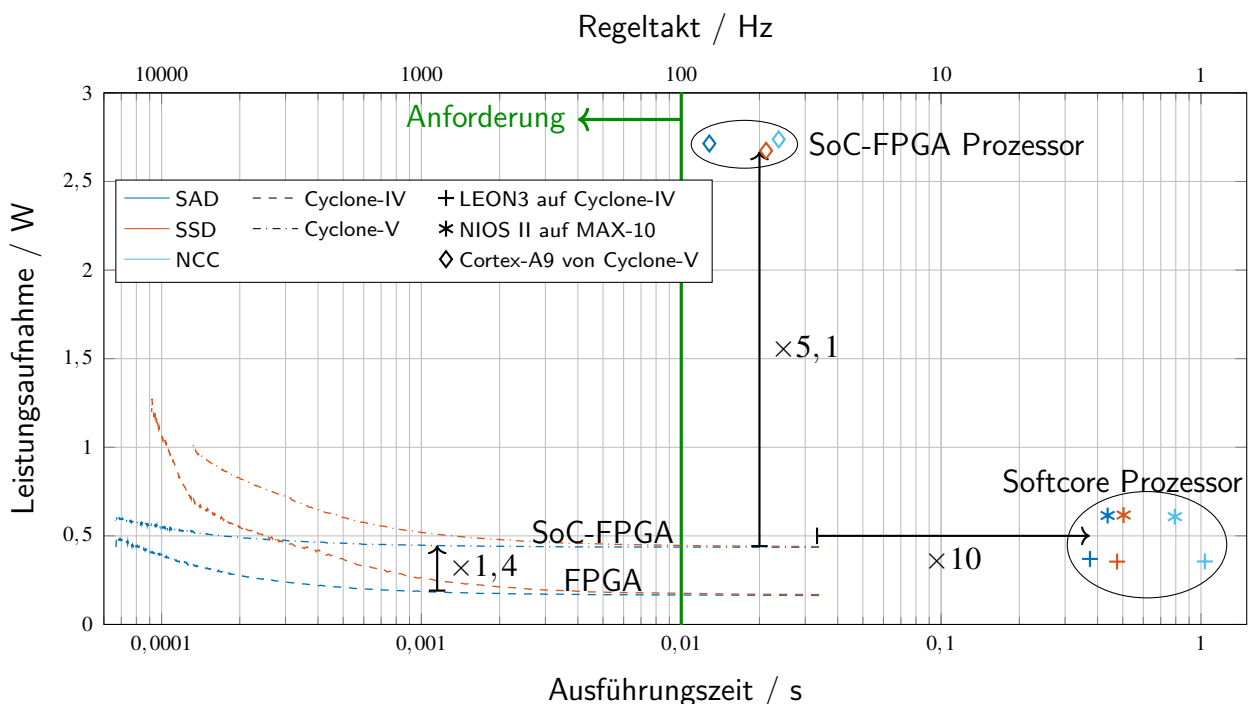


Abbildung 5.37.: Entwurfsraum mit optimalen Kombinationen aus Pattern-Matching Algorithmus und Plattformen bei Nutzung der Rol im Spektrum ($N_{Rol} = 3.818$ Samples)

Die optimale Konfiguration im Bezug auf Leistungsaufnahme und Regeltakt lässt sich durch die Abbildung der SAD als dediziertes Hardware-Modul auf dem Cyclone-IV FPGA erreichen, wie Abb. 5.37 sowie Abb. 5.36 deutlich zeigen. Soll anstelle eines FPGAs ein SoC-FPGA verwendet werden, beispielsweise um weitere Applikationen auf dem Prozessor abzubilden, bedeutet dies im Mittel einen Anstieg der Leistungsaufnahme um den Faktor 1,4. Die Leistungsaufnahme des Prozessors ist dabei noch nicht berücksichtigt. Ist alternativ vorgegeben, die Frequenzbestimmung als Software-Applikation zu realisieren, bedeutet dies eine deutliche Einschränkung des erreichbaren Regeltakts. Dabei erlaubt die Realisierung in Software aber zum Beispiel die Adaption der Methode auf ein alternatives optisches System mit geringerem Aufwand. Vergleichbar hohe Regeltakte im Bereich zwischen 42 Hz und 78 Hz lassen sich dabei nur mit dem Prozessor des SoC-FPGA erreichen. Dies bedeutet aber im Vergleich zu einem dediziertem Hardware-Modul in der Fabric des SoC-FPGA eine Steigerung der Leistungsaufnahme um den Faktor 5,1. Soll anstelle des SoC-FPGA ein FPGA und damit ein Softcore verwendet werden, bedeutet dies eine deutliche Verringerung des Regeltakts auf einen Bereich von 0,9 Hz bis 2,6 Hz, in Abhängigkeit des verwendeten Pattern-Matching Algorithmus. Dies ist im Vergleich zu dem simpelsten dediziertem Hardware-Modul mit nur einem Core-Modul eine Verringerung des Regeltakts um den Faktor 10. Die Leistungsaufnahme ist dabei zusätzlich geringfügig höher, sodass ein entsprechendes Systemkonzept am unattraktivsten ist.

Aus den Ergebnissen der im folgenden Kapitel erläuterten experimentellen Evaluation lässt sich schließen, dass ein Regeltakt im Bereich von 100 Hz nicht ausreicht, um die für die Kühlprozesse des MAIUS-B Experiments notwendige Laserfrequenzstabilität unterhalb von 6 MHz zu erreichen. Daraus abgeleitet ergibt die in Abb. 5.37 eingezeichnete Anforderung eines Regeltakts von über 100 Hz. Diese lässt sich, wie bereits erwähnt, nur mithilfe der dedizierten Hardware-Module erreichen. Zu erwarten ist, dass ein Regeltakt oberhalb von 1 kHz ausreicht, um die geforderte Frequenzstabilität zu gewährleisten. Für die Zielanwendung bildet daher ein dediziertes Hardware-Modul mit 68 SAD Core-Modulen, das auf ein Cyclone-IV FPGA abgebildet ist, die optimale Konfiguration. Dieses System erreicht einen Regeltakt von 2 kHz bei einer Leistungsaufnahme von 210 mW.

6. Experimentelle Evaluation

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass sich mithilfe von Pattern-Matching-Algorithmen und einer atomaren oder molekularen Referenz eine neuartige Stabilisierungsmethode für verstimmbare Diodenlaser realisieren lässt. Diese bietet den Vorteil, dass sich aus dem Fehlersignal direkt die Momentanfrequenz des stabilisierten Lasers bestimmen lässt und diese Methode unempfindlich gegenüber größeren Frequenzabweichungen ist.

Da in Kapitel 5 gezeigt wurde, dass sich diese Methode sehr effizient auf FPGA-Plattformen abbilden lässt, soll im Folgenden diese Methode an einem realen Demonstrationssystem evaluiert werden. Dazu wird zunächst das verwendete System beschrieben. Anschließend erfolgt die Evaluation der Stabilisierungsgüte anhand der internen Fehlerwerte sowie durch eine Schwebungsmessung gegen einen externen Referenzlaser.

6.1. Demonstrationssystem

Das für die experimentelle Evaluation verwendete Demonstrationssystem besteht aus drei Hauptkomponenten: dem optischen Aufbau, der Kontrollelektronik sowie dem auf ein FPGA innerhalb der Elektronik abgebildeten FPGA-Design zur Frequenzstabilisierung. Das Gesamtsystem ist in Abb. 6.1 gezeigt und die einzelnen Komponenten werden nachfolgend detailliert erläutert. Anschließend werden die Systemparameter, wie die Größe von Scan- und Spektrum-Signalen sowie der Rols und die Frequenz- und Stromauflösung des Systems beschrieben.

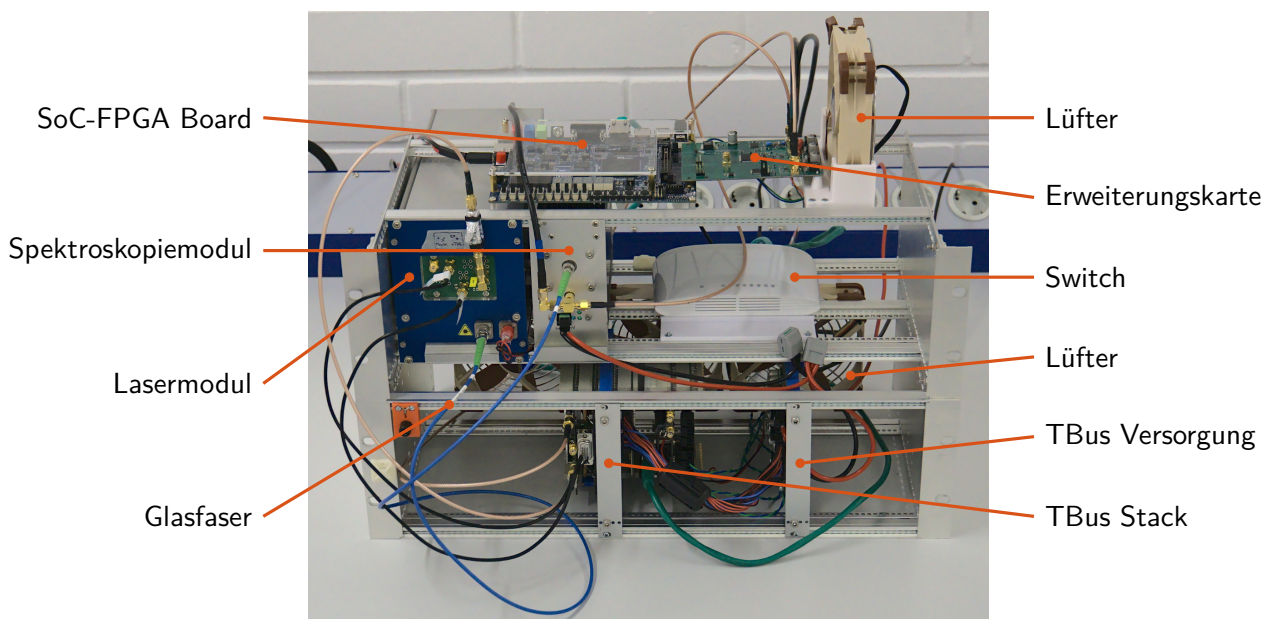


Abbildung 6.1.: Überblick über das für die experimentelle Evaluation verwendete Demonstrationssystem

6.1.1. Optischer Aufbau

Der in Abb. 6.2 dargestellte optische Aufbau besteht im Wesentlichen aus einem verstimmbaren Diodenlaser und einem Spektroskopieaufbau. Der verwendete Laser ist ein vom Ferdinand-Braun-Institut Leibniz-Institut für Höchstfrequenztechnik (FBH) hergestellter DFB-Laser, aufgebaut auf einer mikro-optischen Bank. Er wurde im Rahmen des LASUS¹ Projekts entwickelt und ist ein Vorläufer, der in den Experimenten MAIUS-A bzw. MAIUS-B verwendeten Laser [143].

Direkt in die mikro-optische Bank ist ein mikro-thermoelektrischer Kühler (engl. Thermoelectric Cooler, TEC) sowie ein Temperatursensor in Form eines NTC integriert, sodass die Temperatur des Laser-Chips bestimmt und gezielt beeinflusst werden kann [144].

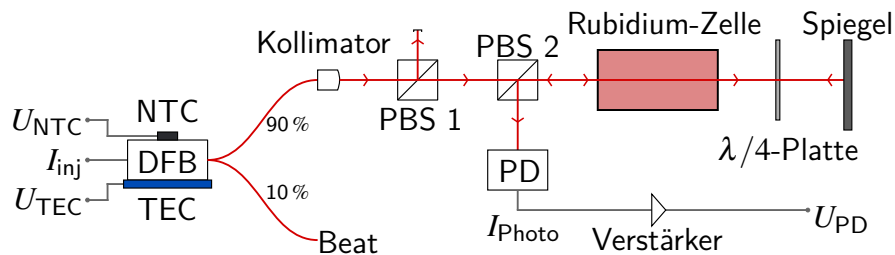
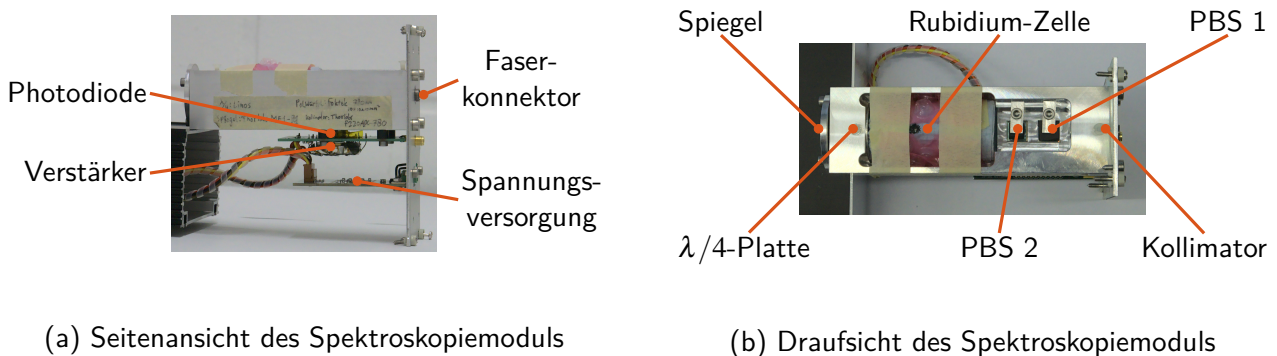


Abbildung 6.2.: Optischer Aufbau des Demonstrationssystems

Der Laser erreicht eine Lichtleistung von etwa 3 mW. Er ist in ein Lasermodul (vgl. Abb. C.1 in Anhang C) eingebaut, das zwei Ports besitzt, auf die das ausgesendete Licht durch einen Faser-Splitter aufgeteilt wird. Dabei entfallen auf einen Port 90 % der Lichtleistung, auf den anderen 10 %. Der Port mit der höheren Leistung wird über eine Glasfaser mit dem Spektroskopiemodul (vgl. Abb. 6.3) verbunden, während der zweite Port zum Beispiel für eine Schwebungsmessung (engl. Beat) verwendet werden kann.



(a) Seitenansicht des Spektroskopiemoduls

(b) Draufsicht des Spektroskopiemoduls

Abbildung 6.3.: Aufbau des Spektroskopiemoduls

Der Eingang des Spektroskopiemodules besteht aus einem Faser-Kollimator (Thorlabs F220APC-780), mit dem das Licht aus der Faser ausgekoppelt wird. Anschließend durchläuft es zwei polarisierende Strahlteiler (PBS) (Foctek Photonics 780 nm 10 mm × 10 mm × 10 mm). Der Erste (PBS 1) dient als Polarisationsfilter: Nur eine Polarisations Ebene wird weitergeleitet, während die andere in einen Strahl-Blocker abgelenkt wird. Der zweite Strahlteiler ist für das einfallende Licht transparent. Anschließend durchläuft der Lichtstrahl die Rubidium-Zelle, die eine Mischung aus den Isotopen ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb enthält. Hinter der Zelle befinden sich eine $\lambda/4$ -Platte (Qioptiq Photonics LINOS Typ S 780 nm)

¹LASUS - Neuartige Diodenlaser für Präzisionsexperimente unter Schwerelosigkeit

und ein Silberspiegel (Thorlabs ME1-P01). Die $\lambda/4$ -Platte verändert die Polarisationsart des Lichtes. Aus dem einfallenden, linear polarisierten Licht wird zirkular polarisiertes Licht, das am Spiegel reflektiert wird. Anschließend durchläuft es wiederum die $\lambda/4$ -Platte, die aus dem reflektierten, zirkular polarisierten Licht nun wieder linear polarisiertes Licht erzeugt. Dessen Polarisations Ebene ist dabei um $\pi/2$ gegenüber dem in die Kammer eingestrahlt Licht gedreht. Nach dieser Änderung der Polarisations Ebene wird das reflektierte Licht nach erneutem Durchlaufen der Rubidium-Zelle durch den Strahlteiler PBS 2 auf eine Photodiode (Hamamatsu S1223) ausgekoppelt. Das Stromsignal der Photodiode (PD) wird durch einen Transimpedanzverstärker in ein Spannungssignal gewandelt und steht am Ausgang des Spektroskopiomoduls zur Verfügung.

Der Aufbau entspricht damit nicht dem in Abb. 3.6 gezeigten klassischen Aufbau einer frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie, da der separate Pump-Strahl fehlt (vgl. Abschnitt 3.2.3). Durch das zweifache Durchlaufen der Rubidiumzelle kann bei ausreichender Lichtleistung das eingestrahlte Licht als Pump-Strahl aufgefasst werden. Der schwächere, reflektierte Strahl zählt dann als Taststrahl. Da dabei beide Strahlen frequenzmoduliert sind, handelt es sich bei diesem Aufbau um eine Mischung aus frequenzmodulierter Sättigungsspektroskopie (FMS) und Modulationstransferspektroskopie (MTS), wobei das Spektroskopiesignal aber dem der FMS entspricht. Das optische System wurde vom Institut für Quantenoptik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover aufgebaut und auch in [98] und [145] genutzt.

6.1.2. Kontrollelektronik

An das oben beschriebene, optische System ist die in Abb. 6.5 dargestellte Kontrollelektronik angeschlossen. Kern des Elektroniksystems ist das in Abb. 6.4b abgebildete Terasic DE10-Standard Evaluationsboard, an das eine für die Laserfrequenzstabilisierung im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Erweiterungskarte angeschlossen ist. Das Evaluationsboard enthält einen Cyclove-V SoC-FPGA, der eine der Evaluationsplattformen aus Kapitel 5 ist. Die MAIUS-HSMC genannte Erweiterungskarte enthält einen High-Speed ADC (Analog Devices AD9254) mit einem Kanal, sowie einen High-Speed DAC (Texas Instruments DAC5672) und einen DDS (Analog Devices AD9910), die jeweils zwei Kanäle aufweisen. Die Schaltung ist für Abtastraten von bis zu $100 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ ausgelegt. Im Demonstrationssystem werden ADC und DAC mit $50 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ betrieben, der DDS ist deaktiviert. Die Wandler sind über die HSMC-Schnittstelle parallel mit dem SoC-FPGA verbunden und haben beide eine Datenwortbreite von 14 bit. Die Ein- und Ausgangschaltungen der Wandler können den Abbildungen Abb. C.2 und Abb. C.3 in Anhang C entnommen werden. Der Ausgang des

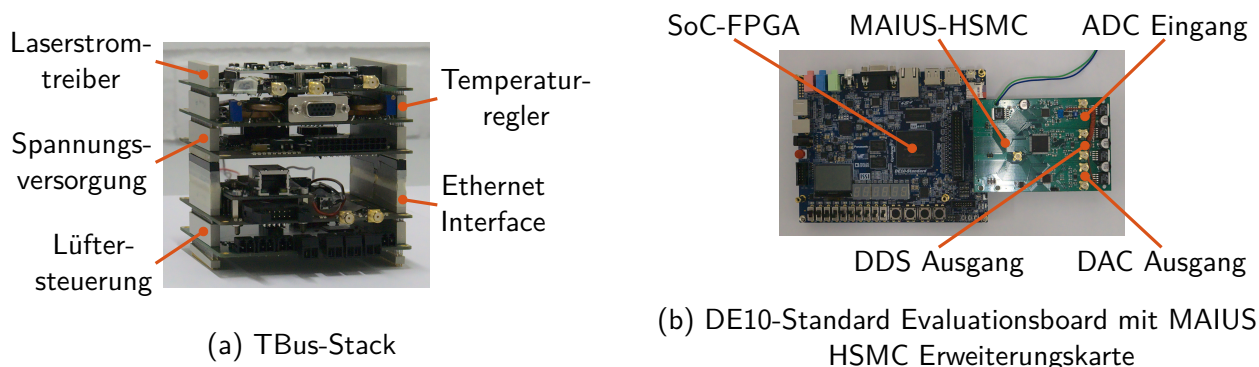


Abbildung 6.4.: Teilsysteme der Kontrollelektronik

Spektroskopiemoduls ist direkt mit dem ADC verbunden und der Ausgang eines DAC-Kanals mit einem Laserstromtreiber. Dabei hat der ADC einen Spannungsbereich von $-0,5\text{ V}$ bis $+0,5\text{ V}$, der DAC einen Strombereich von 0 mA bis $14,4\text{ mA}$ [146].

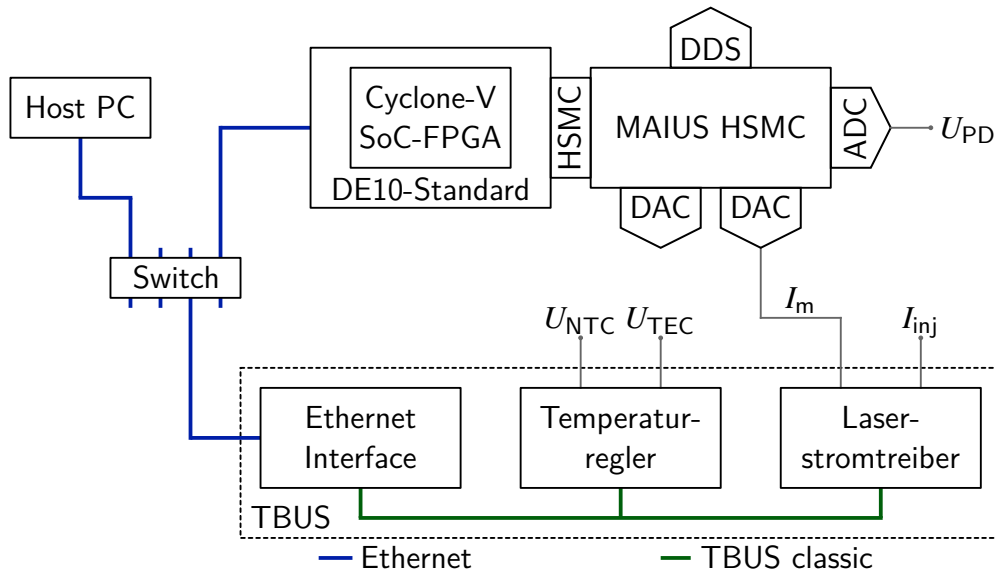


Abbildung 6.5.: Aufbau der Elektronik des Demonstrationssystems

Neben dem Evaluationsboard enthält die Kontrollelektronik einen Temperaturregler und den Laserstromtreiber. Beide entsprechen dem maßgeblich von Dr. Thijs Wendrich am Institut für Quantenoptik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover entwickelten Thijs' Binary Unit System (TBUS) classic. Alle TBUS classic Module haben eine Grundfläche von $100\text{ mm} \times 100\text{ mm}$ und werden über einen dem PC/104 Standard entsprechenden Pfostenstecker mit 64-Pins sowie einem 40-poligen Pfostenstecker für analoge Signale miteinander verbunden [147]. Über ein zusätzliches Ethernet-Interface-Modul können die über den TBUS classic verbundenen Module von einem Host-PC über eine Ethernet-Verbindung angesteuert werden. Die TBUS-Module werden aufeinander gesteckt und bilden dabei den in Abb. 6.4a abgebildeten TBUS-Stack. Dieser enthält darüber hinaus noch ein Modul zur Spannungsversorgung sowie ein Modul, an dem die Lüfter des Systems angeschlossen sind. Alle verwendeten TBUS-Module wurden vom Institut für Quantenoptik zusammen mit dem optischen System zur Verfügung gestellt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Laserstromtreiber um einen externen Modulationseingang erweitert sowie das Rauschen der Versorgungsspannung dieser Baugruppe mithilfe eines entsprechenden Filters reduziert. Eine Übersicht der verwendeten Module kann Tabelle C.1 in Anhang C entnommen werden. Der Temperaturregler ist mit dem TEC und dem Temperatursensor innerhalb des DFB-Lasers verbunden. Er enthält einen Analogregler mit festem Setpoint, der die Temperatur des Lasermoduls bei $20,0\text{ °C}$ hält. Der Laserstromtreiber erzeugt den Injektionsstrom für das Lasermodul I_{inj} und ist daher mit dem entsprechenden Eingang des Lasermoduls verbunden. Er erzeugt einen zunächst konstanten Offsetstrom von $76,0\text{ mA}$ für den Betrieb des Lasers. Über den separaten Modulationseingang wird der Ausgangsstrom des DAC I_m auf den Offsetstrom aufaddiert.

Sowohl das SoC-FPGA-Evaluationsboard als auch das TBUS-Ethernet-Interface werden über einen Ethernet-Switch mit einem Host-PC verbunden, der zum Steuern und Auswerten der beiden Subsysteme genutzt wird.

6.1.3. FPGA-Design

Auf den Cyclone-V SoC-FPGA des Terasic DE10-Standard Evaluationsboards ist das in Abb. 6.6 gezeigte FPGA-Design abgebildet. Dieses entspricht in weiten Teilen dem in Abb. 5.1 gezeigten System bzw. dem Signalfluss aus Abb. 5.25. Die darin enthaltenen Module *Demodulator* und *Ramp-Generator* sind in Abschnitt 5.1 detailliert beschrieben. Der PI-Regler und das *Pattern-Matching*-Modul sind in Abschnitt 5.2.3 beschrieben. Hierbei wird das zeitbereichsbasierte Modul mit $N_{\text{Core}} = 300$ Core-Modulen verwendet. Als Ähnlichkeitsmaß wird die SAD verwendet, welche in Kapitel 4 und Kapitel 5 als optimal für die Laserfrequenzbestimmung identifiziert wurde.

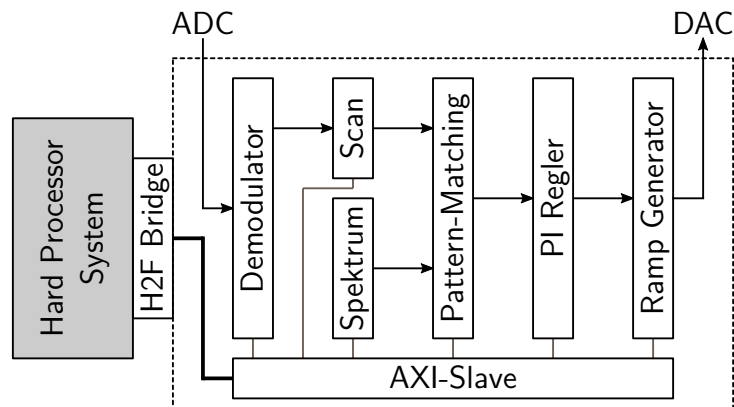


Abbildung 6.6.: FPGA-Design des Demonstrationssystems, abgebildet auf das Cyclone-V SoC-FPGA

Alle Module sind mit einem AXI-Slave-Modul verbunden, das die Verbindung zum Hard Processor System (HPS) des Cyclone-V SoC-FPGA herstellt. Über eine auf dem HPS laufende Anwendung lassen sich diverse Modulparameter, unter anderem die Amplitude des Dreiecksignals, Frequenz und Amplitude des Modulationssignals oder die Verstärkungsfaktoren des PI-Reglers, verändern. Darüber hinaus kann so das Spektrum-Signal in das Modul geladen werden sowie Scan-Signale und Evaluationsparameter, wie die geschätzte Frequenz und der Offsetwert des Dreiecksignals, ausgelesen werden. Die Applikation enthält dabei einen TCP-Server, über den der Host-PC auf die Hardware-Module im FPGA zugreifen kann. Als Betriebssystem kommt ein mit dem Yocto Build System (Version 2.6) erstelltes, angepasstes embedded Linux System zum Einsatz. Dieses basiert auf dem Mainline-Kernel in der Version 4.14.155-rt70, der den Echtzeit Patch PREEMPT_RT beinhaltet und unter anderem mit einem Kernel-Treiber für das oben beschriebene FPGA-Design ergänzt wurde.

Auf dem Host-System werden zwei speziell für das Demonstrationssystem implementierte GUI-Anwendungen zum Ansteuern und Auswerten aller Systemkomponenten verwendet, die auf Qt 5 basieren. Eine der Anwendungen wird dabei für das Steuern der TBUS Komponenten verwendet, die andere nutzt ein anwendungsspezifisches TCP-Protokoll, um das Frequenzstabilisierungssystem anzusteuern bzw. auszulesen. Das FPGA-Design wird mit einer Taktfrequenz von 50 MHz betrie-

Tabelle 6.1.: Benötigte Ressourcen des Gesamtdesigns auf dem Cyclone-V SoC-FPGA

ALM	Register	M10K	DSP
29.955 (71 %)	44,094 (47 %)	356 (64 %)	31 (28 %)

ben. Die Abtastraten von ADC und DAC entsprechen mit $50 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ dem gleichen Takt. Das Gesamtdesign benötigt etwa 70 % der verfügbaren ALMs des FPGAs, wie Tabelle 6.1 zeigt.

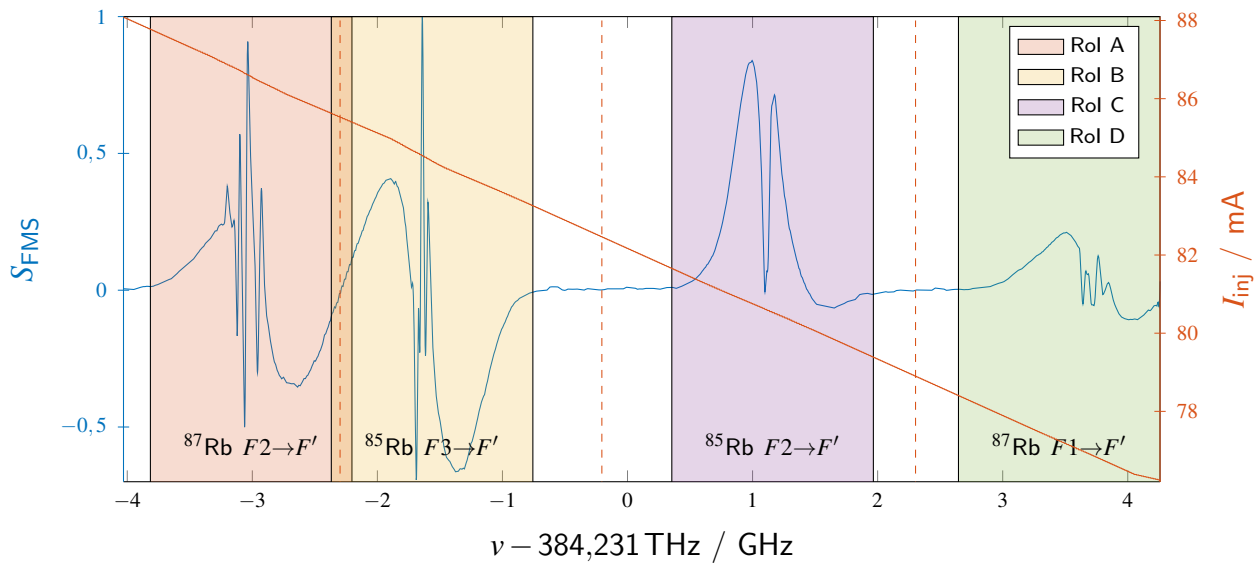


Abbildung 6.7.: Gesamtspektrum des Demonstrationssystems

6.1.4. Systemparameter

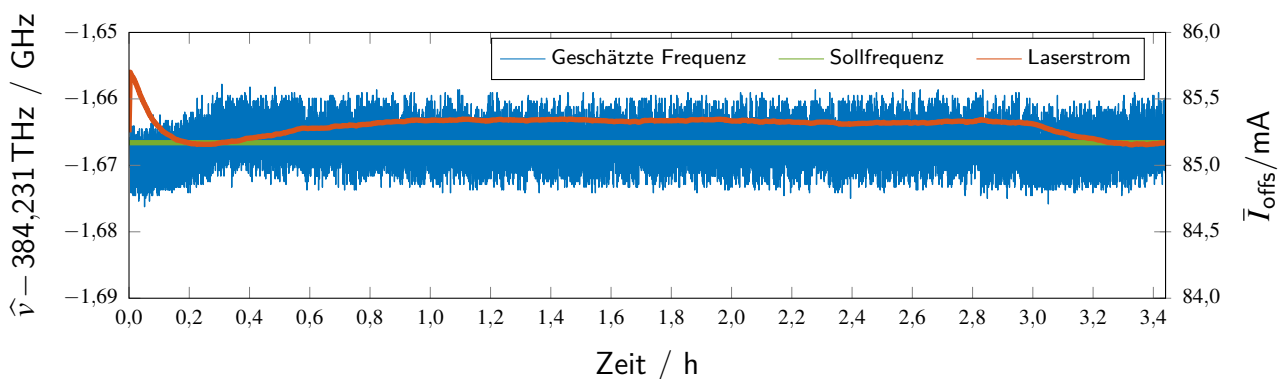
Das oben beschriebene System wird mit einer Dreieckfrequenz f_{tri} von 95,367 Hz betrieben, dabei wird das 512 Samples lange Scan-Signal während der fallenden Flanke des Dreiecksignals aufgezeichnet. Die Amplitude des Dreiecksignals a_{tri} wird auf 256 Samples festgelegt, das entspricht bei einer Auflösung des DAC von $0,879 \mu\text{A Smp.}^{-1}$ einer Amplitude von $112,5 \mu\text{A}$. Das auf das Dreiecksignal aufaddierte Modulationssignal weist eine Modulationsfrequenz f_m von 6,25 MHz und eine Amplitude a_m von 20 Samples auf. Das Spektrum-Signal wird, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, aus der Überlagerung von einzelnen Scan-Signalen erzeugt, bei denen die Dreiecksignale um einen Offsetstrom von $28,125 \mu\text{A}$ gegeneinander verschoben sind. Zur Rauschunterdrückung werden dabei 32 Scan-Signale für einen Offset-Wert aufgezeichnet und gemittelt.

Durch die Überlagerung der Signale wird das in Abb. 6.7 dargestellte Gesamtspektrum erzeugt, das aus 19.638 Samples besteht. In diesem wurden vier Rols identifiziert, die sich der Hyperfeinaufspaltung der $5^2S_{1/2}$ Grundzustände der Rubidiumisotope ^{85}Rb und ^{87}Rb zuordnen lassen (vgl. Abschnitt 2.2.2). Für eine deterministische Ausführungszeit des Pattern-Matching-Moduls wurden die Längen der Rols angeglichen, sodass jede 3.818 Samples umfasst.

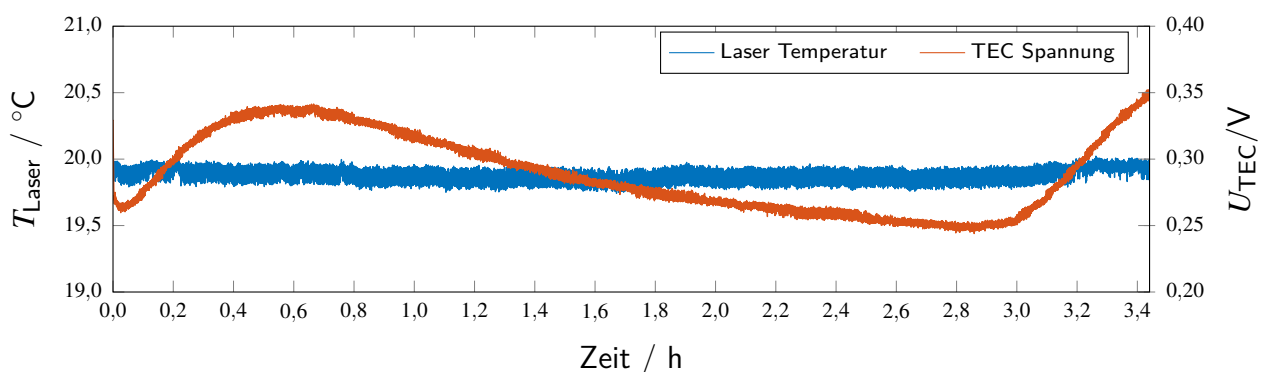
Durch die Identifikation einzelner Übergänge der Hyperfeinstruktur wird, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, die Frequenzachse des Spektrums erzeugt. Da das Spektrum etwa 8 GHz breit ist, aber einen Offset von 384 THz aufweist, wird es auf die Mittenfrequenz von 384,231 THz normiert. Die angegebenen optischen Frequenzen entsprechen damit der Abweichung zu dieser Mittenfrequenz. Aus dem Spektrum lässt sich die Frequenzauflösung des Systems zu $422,108 \text{ kHz Smp.}^{-1}$ bestimmen. Die Verstärkungsfaktoren des PI-Reglers werden experimentell zu $\kappa_p = -0,0498$ bestimmt. Da in Vorversuchen bei der Verwendung eines reinen P-Reglers keine dauerhafte Regelabweichung beobachtet wurde, wurde der I-Anteil des PI-Reglers abgeschaltet, indem der entsprechende Verstärkungsfaktor κ_i auf 0 gesetzt wurde. Da das Stabilisierungssystem nicht auf ein spezifisches Lasersystem angepasst ist, enthält es trotzdem den vollständigen PI-Regler, da die meisten in der Literatur beschriebenen Frequenzstabilisierungssysteme diesen Reglertyp enthalten (vgl. Abschnitt 3.3). Somit bleibt eine schnelle Anpassung auf andere Laser durch die Anpassung der Regelparameter κ_p und κ_i gewährleistet.

6.2. Evaluation von Ein- und Ausgangssignalen des PI-Regler-Moduls

Um die Funktionalität der Methode zur Frequenzstabilisierung sowie die Stabilität des Regelsystems zu evaluieren, werden zunächst die Ein- und Ausgangssignale des PI-Regler-Moduls innerhalb des Systems ausgewertet. Mithilfe der Applikation auf dem HPS werden die geschätzte Laserfrequenz $\hat{\nu}$, die Sollfrequenz ν_{soll} sowie der aus dem Offsetwert des Dreiecksignals x_{offs} bestimmte Offsetstrom des Lasers I_{offs} über eine Zeitspanne von mehr als 3,4 h schritt-haltend aufgezeichnet. Der Verlauf dieser Werte ist in Abb. 6.8a gezeigt, während Abb. 6.8b den Verlauf der über den NTC im Lasermodul bestimmten Lasertemperatur T_{Laser} sowie den Regeleingriff des Temperaturreglers in Form der Spannung über dem TEC U_{TEC} im gleichen Zeitraum zeigt. Da nicht bekannt ist, welcher Typ von TEC sich innerhalb des Lasermoduls befindet, lässt sich aus dem Spannungssignal nur ein qualitativer Verlauf ablesen. Aus dem Spannungssignal des NTC U_{NTC} lässt sich aufgrund der bekannten Parameter die Temperatur bestimmen. Die beiden Parameter U_{TEC} und U_{NTC} werden mit einem Red Pitaya STEMLab 125-14 aufgezeichnet. Die Synchronisation erfolgt über ein auf dem Cyclone-V erzeugtes Trigger-Signal. Aufgrund von Beschränkungen des STEMLab 125-14 werden die Daten des Temperaturreglers mit einem Viertel der Datenrate des Frequenzstabilisierungssystems aufgezeichnet.



(a) Geschätzte Frequenz, Sollfrequenz und Laserstrom



(b) Lasertemperatur und Spannung am TEC

Abbildung 6.8.: Geschätzte Laserfrequenz $\hat{\nu}$, Sollfrequenz ν_{soll} und Offsetstrom des Lasers I_{offs} (a) sowie Temperatur des Lasers T_{Laser} und Spannung über dem TEC U_{TEC} (b) über eine Laufzeit von über 3,4 h

Der Verlauf der geschätzten Laserfrequenz $\hat{\nu}$ zeigt, dass diese zu Beginn im Mittel etwas unterhalb der Sollfrequenz ν_{soll} liegt, diese aber nach etwa 20 min erreicht. Dieses Einschwingverhalten lässt sich durch den Reglereingriff in Form des Laserstroms erklären. Das System wird zu Beginn der Messung eingeschaltet, sodass sich in den ersten Minuten der Verlauf einer typischen PT_1 -Sprungantwort ergibt. Dies zeigt sich auch bei der Betrachtung der Stellgröße des Temperaturreglers. Diese steigt zu Beginn, was auf einen erhöhten Wärmestrom innerhalb des Lasermoduls hindeutet, sinkt dann aber bis etwa 3 h wieder ab. Nach der Einschwingzeit bleibt das System über die gesamte Messdauer stabil. Nach etwa 3 h sinkt der Mittelwert der geschätzten Laserfrequenz leicht ab, gleichzeitig sinkt auch der Laserstrom. Da parallel die Spannung am TEC steigt und auch die Temperatur der Laserdiode geringfügig zunimmt, ist dies auf die gestiegene Temperatur des Lasers zurückzuführen.

Die geschätzte Laserfrequenz weist aber mit 15 MHz eine sehr hohe Streuung um die Sollfrequenz auf. Diese Streuung ist ein Indiz dafür, dass die Laserfrequenz sich zwischen den einzelnen Regeleingriffen verändert. Soll eine höhere Frequenzstabilität < 15 MHz des Demonstrationssystems erreicht werden, ist daher die Erhöhung des Regeltakts von derzeit 95,367 Hz notwendig.

Aus den aufgezeichneten Ein- und Ausgangsgrößen des PI-Regler-Moduls ergibt sich, dass die Methode zur Frequenzstabilisierung von verstimbaren Laserdioden wie erwartet funktioniert und der Regler langzeitstabil ist. Das Demonstrationssystem zeigt bei den gewählten Parametern eine Stabilität im Bereich von 15 MHz über einen Zeitraum von über 3 h.

6.3. Evaluation mit einer externen Referenz

Die in Abschnitt 6.2 beschriebene Evaluation anhand von internen Signalen erlaubt eine erste positive Abschätzung der Stabilität des Demonstrationssystems. Mithilfe einer Referenz in Form eines externen, stabilisierten Laserstrahls kann die Stabilität des Demonstrationssystems auch quantitativ bewertet werden.

Bei einer Schwebungsmessung werden beide Laserstrahlen mit dem in Abb. 6.9 abgebildeten Beat-Moduls heterodyn überlagert. Über die Eingangsporten A_{in} und B_{in} werden die beiden Laser mit dem Modul über Faserkopplungen verbunden. Innerhalb des Moduls wird das Licht jedes Ports mithilfe eines Fasersplitters aufgeteilt, wobei je 10 % der Lichtleistung an einen hier nicht genutzten Ausgangsport weitergeleitet und 90 % mittels eines faserbasierten Strahlkombinationsmoduls überlagert werden. Das überlagerte Signal wird dann auf eine Photodiode (Hamamatsu G41176) eingestrahlt, deren Signal durch Transimpedanzverstärker in eine Spannung U_{beat} umgewandelt wird. Bei der heterodynen Überlagerung der beiden Lasersignale entstehen zwei Signalanteile: die Addition beider Laserfrequenzen sowie deren Differenz. Da die Addition beider Signale bei ca. 768 THz weit oberhalb des Frequenzbereich der Photodiode liegt, enthält das Ausgangssignal des Beat-Moduls ausschließlich die Differenzfrequenz zwischen beiden Lichtsignalen [148, 49].

Als Referenzlasersystem wird das Lasersystem verwendet, mit dem die MAIUS-B Nutzlast im Labor betrieben und getestet wird. Bei diesem ist der Referenzlaser mithilfe der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie (vgl. Abschnitt 3.2.3) auf den $5^2S_{1/2}F3 \rightarrow 5^2P_{3/2}F3/4$ Übergang von ^{85}Rb stabilisiert. Die Frequenzstabilität liegt unterhalb von 1 MHz [149].

Das Demonstrationlasersystem wird auf eine Frequenz von 384,231 THz – 3,2 GHz stabilisiert. Um den dabei auftretenden Frequenzabstand von etwa 1,2 GHz zu verringern, wird der 3D-Cool-Laser des Referenzsystems für die Schwebungsmessung verwendet. Dieser hat einen Frequenzabstand

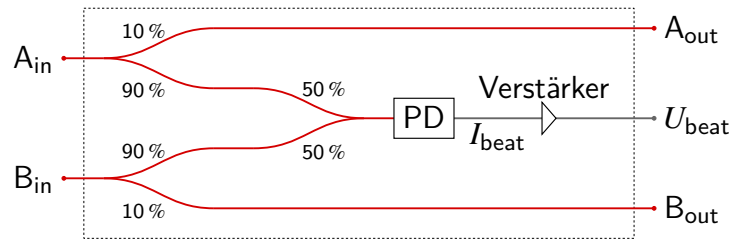


Abbildung 6.9.: Schematischer Aufbau des für die Schwebungsmessung genutzten Beat-Moduls gemäß [98]

von etwa 300 MHz zum Stabilisierungspunkt des Demonstrationssystems und weist dabei dieselbe Frequenzstabilität wie der Referenzlaser des Systems auf.

Zunächst wird das Schwebungssignal am Ausgang des Beat-Moduls mit einem Oszilloskop (Keysight MSOS204A) bei einer Samplerate von 2 GSmp. s^{-1} aufgezeichnet. Aufgrund des begrenzten internen Speichers werden dabei 205 MSmp. aufgezeichnet, was einer Aufzeichnungsdauer von 102,5 ms entspricht. Aus diesen Daten wird mithilfe von Mathworks Matlab 2019b das Spektrogramm, also der Verlauf des Frequenzspektrums über die Zeit, berechnet. Das Ergebnis ist in Abb. 6.10 dargestellt. Die Abbildung zeigt sehr deutlich den charakteristischen, dreieckförmigen Verlauf der optischen Frequenz des Demonstrationssystems, der durch die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung hervorgerufen wird. Darüber hinaus lässt sich ablesen, dass die beiden Laser im Mittel etwa 300 MHz von einander entfernt sind und sich diese mittlere Differenzfrequenz über den kurzen Beobachtungszeitraum kaum verändert.

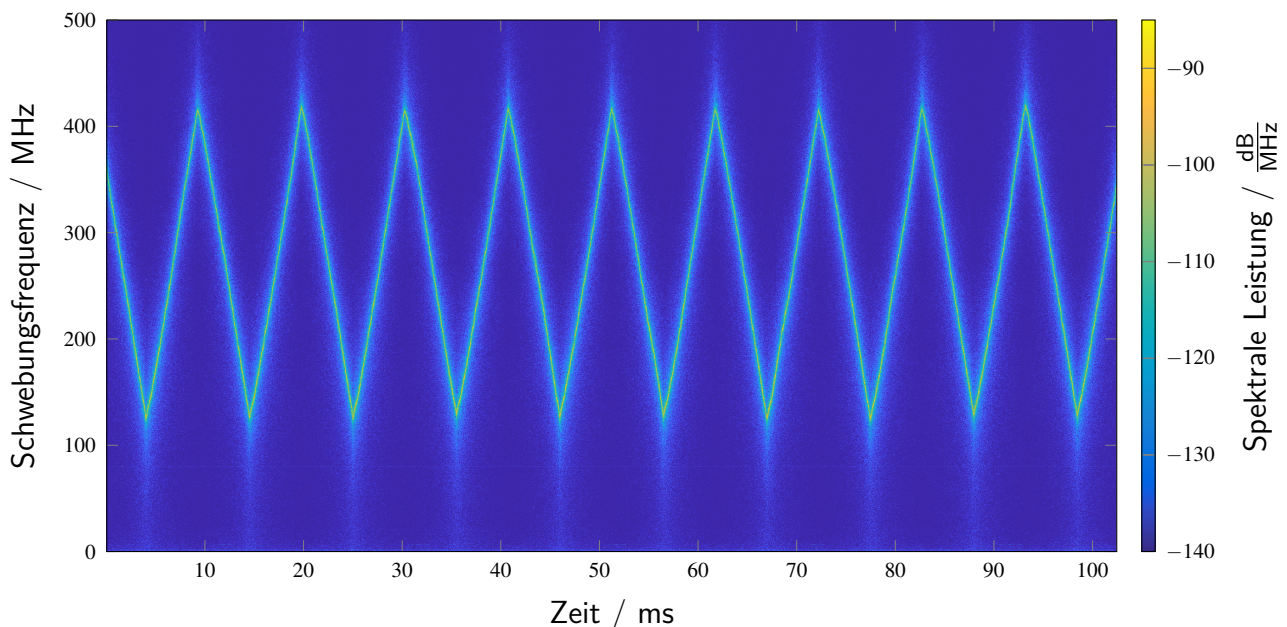
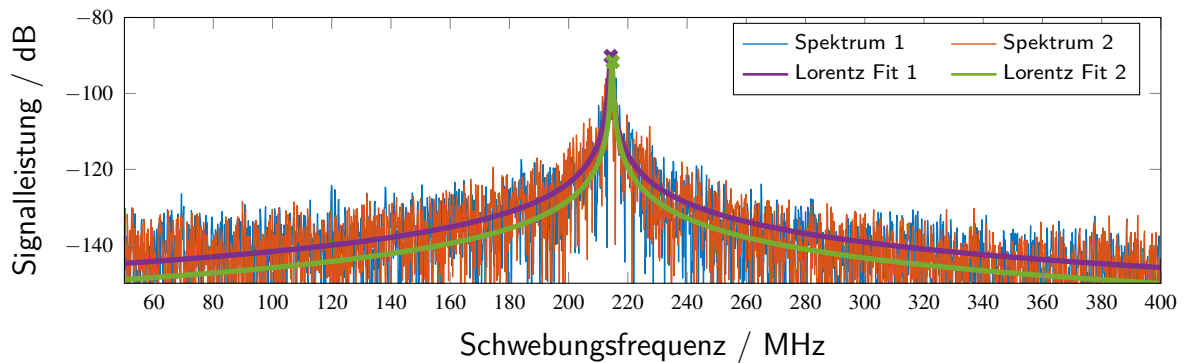
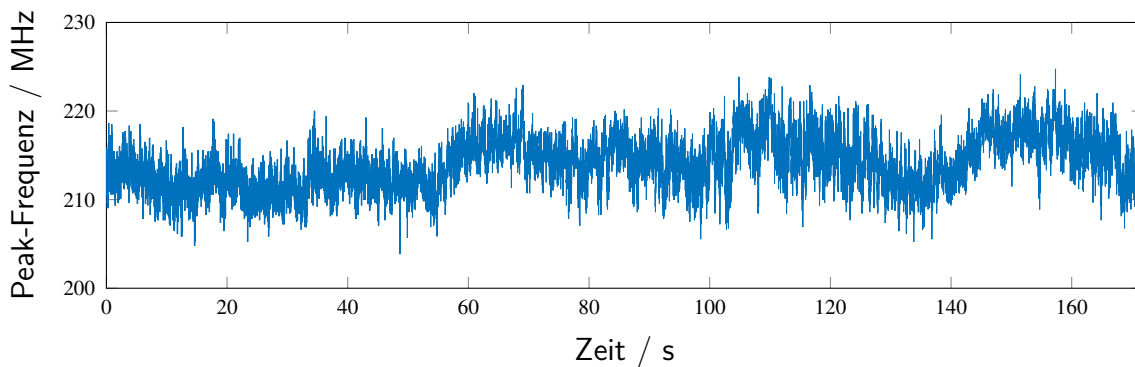


Abbildung 6.10.: Spektrogramm der Schwebungsmessung

Da der begrenzte Beobachtungszeitraum keine belastbare Aussage über die Frequenzstabilität erlaubt, wird die Messmethodik verändert. In einer zweiten Messreihe wird der Speicher des Oszilloskops aufgeteilt: Bei 16.384 aufeinander folgenden Iterationen des Stabilisierungssystems wird jeweils zu Beginn der fallenden Flanke ein kurzes Segment von 12.512 Samples aufgezeichnet. Zum jeweiligen Starten der Aufzeichnung eines Segments wird ein im SoC-FPGA erzeugtes Trigger-Signal genutzt,



(a) Spektrum und gefittete Lorentz-Funktionen zweier Segmente



(b) Verlauf der Peak-Frequenz der gefitteten Lorentz-Funktionen

Abbildung 6.11.: Fit von Lorentz-Funktionen in die Spektren der segmentierten Schwebungsmessung (a) sowie Verlauf der daraus abgeleiteten Peak-Frequenz (b)

das auch innerhalb des Frequenzstabilisierungssystems zum Start der Aufzeichnung des Scan-Signals verwendet wird. Die Differenzfrequenz der beiden Laser liegt bei dieser Messung im Bereich von 200 MHz. Von jedem Segment wird mithilfe von Matlab das Spektrum berechnet. In dieses wird anschließend im Bereich zwischen 50 MHz und 400 MHz eine Lorentz-Funktion gefittet, da das Emissionsspektrum eines Lasers einer Lorentz-Kurve entspricht (vgl. Abschnitt 2.1.1). Abbildung 6.11a zeigt die Spektren zweier exemplarischer Segmente im Bereich von 50 MHz bis 400 MHz sowie die in diese Daten gefitteten Lorentz-Funktionen.

Aus der gefitteten Funktion lässt sich das Maximum der Schwebung bestimmen. Die Frequenz, bei der das Maximum auftritt, wird im Folgenden als Peakfrequenz bezeichnet. Da die Aufzeichnung der Segmente durch das Triggersignal zu einem, relativ zu dem beschriebenen dreieckförmigen Verlauf des Schwebungssignals, konstanten Zeitpunkt erfolgt, gibt die Peakfrequenz den Frequenzabstand der beiden Lasersysteme an. Durch den bekannten zeitlichen Abstand der Segmente, der durch den Regeltakt des Demonstrationssystems bestimmt wird, ergibt sich ein zeitlicher Verlauf des Frequenzabstands, der in Abb. 6.11b gezeigt ist. Die Überlagerung aller Spektren kann Abb. C.4 in Anhang C entnommen werden.

Abbildung 6.11b zeigt den Verlauf der Peakfrequenz über einen Zeitraum von 171 s. Dieser bestätigt die Resultate der oben beschriebenen Evaluation der Ein- und Ausgangssignale des PI-Regler-Moduls. Da das Referenzlasersystem eine Stabilität im kHz-Bereich aufweist, lässt sich die sichtbare Schwingung des Schwebungssignals im Bereich von 15 MHz auf die Stabilität des Demonstrationssystems zurückführen, die nach Abschnitt 6.2 in diesem Bereich liegt. Über den Beobachtungszeitraum von

etwa 3 min ergibt sich bis auf die Streuung in diesem Bereich ein konstanter Verlauf, sodass die Laserfrequenz des Demonstrationssystems als konstant im Bereich von 15 MHz anzusehen ist. Eine Aussage über längere Zeitskalen ließ sich aufgrund der Speicherbegrenzung der zur Verfügung stehenden Messtechnik nicht treffen. Bei wiederholten Messungen zeigte sich jedoch stets ein vergleichbares Bild.

6.4. Zusammenfassung

Mit dem beschriebenen Lasersystem sowie der damit verbundenen Kontrollelektronik konnte die Funktion der Pattern-Matching-basierten Laserfrequenzregelung auf einer SoC-FPGA Plattform demonstriert werden. Dabei ließ sich eine Frequenzstabilität im Bereich von 15 MHz erreichen. Um die Güte der Frequenzstabilität weiter zu steigern, ist die Erhöhung des Regeltakts von derzeit 95,367 Hz notwendig. Ausgehend vom FPGA-Design ist dies möglich, da sich, wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, ein Regeltakt von bis zu 13 kHz erreichen lässt. Als problematisch dabei haben sich die weiteren elektronischen wie optischen Komponenten gezeigt, die aufgrund von Störsignalen und schwachen Nutzsignalen für den gegebenen Aufbau keine Erhöhung des Regeltakts zulassen.

Mit einem optimierten elektronischen wie optischen Aufbau, wie er innerhalb des MAIUS-B Experiments zum Einsatz kommt, sollte sich eine deutliche Erhöhung des Regeltakts jedoch realisieren lassen. Daher sind die Ergebnisse dieser Arbeit als Funktionsdemonstration aufzufassen, sodass durch weitergehende Optimierung deutliche höhere Güten der Frequenzstabilisierung zu erwarten sind.

Darüber hinaus hat sich im Verlauf der Experimente gezeigt, dass die direkte dreieckförmige Ansteuerung des DFB-Lasers problematisch ist, da sich diese direkt auf das Ausgangssignal auswirkt. Daher sollte die notwendige dreieckförmige Frequenzänderung nur innerhalb des Spektroskopiesystems, zum Beispiel wie in Abb. 6.12 mithilfe eines durch das FPGA gesteuerten akustooptischen Modulator (AOM), realisiert werden. Hier stellt der PID-Regler den konstanten Laserstrom, während das Dreiecksignal wie beschrieben über den AOM und die Modulation über einen EOM erzeugt wird. Bei dem vorgeschlagenen Aufbau bleibt der für die Schwebungsmessungen genutzte Teil des Lichts unmoduliert, da er vor dem AOM mithilfe eines polarisierenden Strahlteilers (PBS) ausgekoppelt wird. Die Stabilisierungsmethode hat so keinen Einfluss mehr auf die nachfolgende Verwendung des stabilisierten Lichts. Um den vorgeschlagenen Aufbau zu vereinfachen, kann der EOM eingespart werden. In diesem Fall wird die Frequenzmodulation des Lichts durch direkte Modulation des Lasers erreicht. Diese wirkt sich im Vergleich zum Dreieckprofil nur geringfügig auf nachfolgende Systeme aus und kann daher je nach Anwendung ignoriert werden.

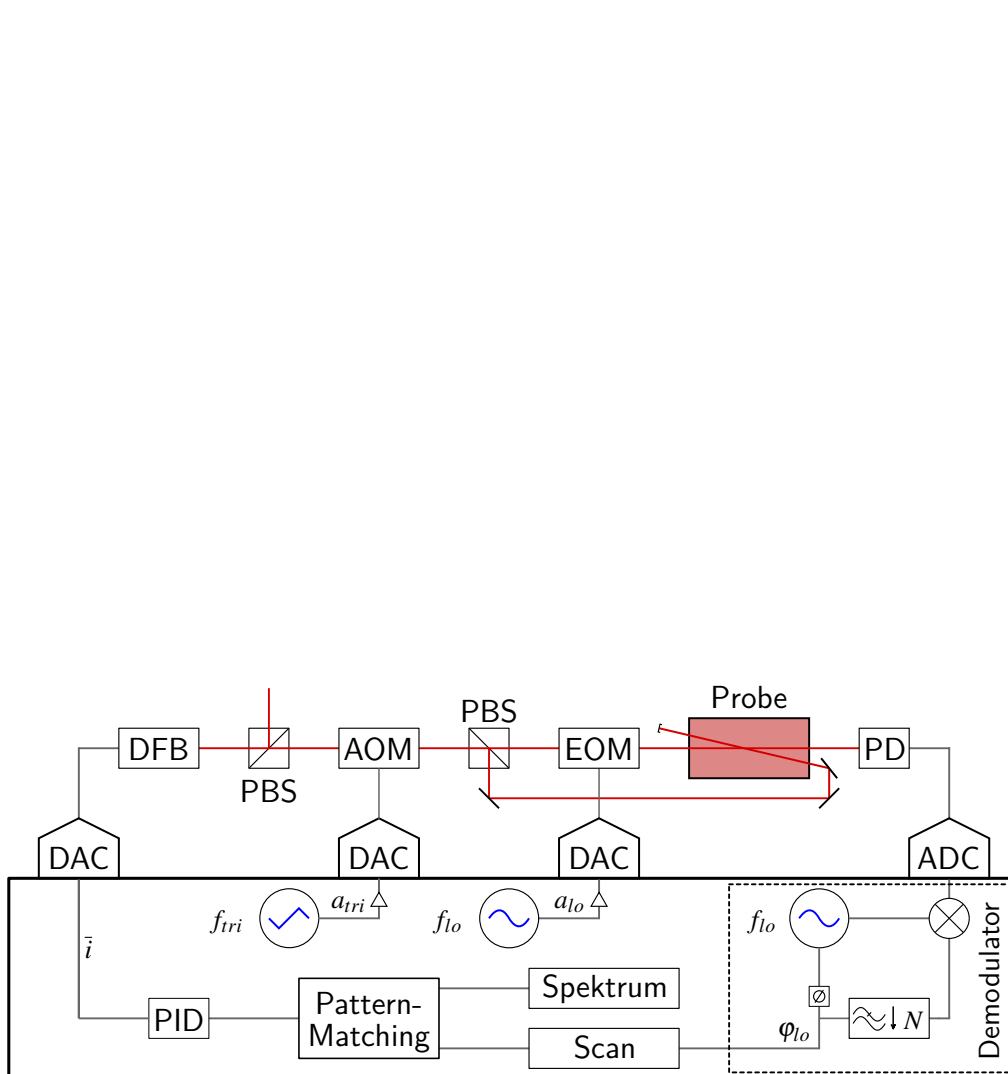


Abbildung 6.12.: Modifizierter Aufbau der digitalen Frequenzstabilisierung eines DFB-Lasers mit frequenzmodulierter Sättigungsspektroskopie und Pattern-Matching-Methode

7. Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Im Rahmen der Höhenforschungsraketenmissionen MAIUS-2 und MAIUS-3 soll mithilfe von Bose-Einstein-Kondensaten ein quantenmechanischer Test der Universalität des freien Falls durchgeführt werden (vgl. Kapitel 1). Um die Bose-Einstein-Kondensation zu erreichen, sind Lichtquellen mit einer Stabilität im Bereich von 1 MHz gegenüber einer absoluten Referenz erforderlich. Aufgrund der Beschränkung einer Höhenforschungsrakete im Bezug auf das verfügbare Massen- und Leistungsbudget werden in der MAIUS-B Apparatur verstimmbare Diodenlaser als Lichtquellen für die Laserkühlung verwendet.

Deren Aufbau und Funktion ist in Kapitel 2 grundlegend erläutert. Auch eine Einführung in die Laserabsorptionsspektroskopie mit besonderem Fokus auf die Sättigungs- sowie die frequenzmodulierte Spektroskopie erfolgt an dieser Stelle. Diese bilden die Grundlage für die Frequenzreferenz, auf die die Laserfrequenz stabilisiert wird. Der relevante Stand der Forschung und Technik wird in Kapitel 3 ausführlich diskutiert. Dabei werden unterschiedliche Frequenzreferenzen, Stabilisierungsmethoden und Reglerkonzepte beleuchtet. Eine Übersicht der in relevanten Veröffentlichungen verwendeten Kombinationen aus Methode, Referenz und Regler sowie die detaillierte Betrachtung ausgewählter, digitaler Frequenzstabilisierungssysteme aus Forschung und Technik bilden den Abschluss des Kapitels. Dabei wurde festgestellt, dass bei allen bekannten Methoden zwei wesentliche Nachteile bestehen: Zum einen muss der Arbeitspunkt der Stabilisierungsmethode manuell gewählt werden, zum anderen ist das Fehlersignal des Reglers nur in einem engen Frequenzreich gültig, sodass große Abweichungen nicht kompensiert werden können. Darüber hinaus lässt das Fehlersignal keinen direkten Rückschluss auf die aktuelle Laserfrequenz zu.

Entsprechend war das Hauptziel dieser Arbeit, einen neuartigen Ansatz zur Frequenzstabilisierung von verstimmbaren Diodenlasern zu finden, umzusetzen und experimentell zu evaluieren. Der Fokus lag dabei auf der Identifikation und Evaluation geeigneter Algorithmen und Signalverarbeitungsplattformen unter Berücksichtigung des stark limitierten Leistungsbudgets einer Höhenforschungsraketenmission und der genannten Einschränkungen gängiger Verfahren.

Daher ist in Kapitel 4 eine Pattern-Matching-basierte Laserfrequenzstabilisierung, die beide Nachteile kompensiert, detailliert erläutert. Kern der Stabilisierungsmethode ist die Bestimmung der Laserfrequenz anhand eines durch eine kurze, lineare Frequenzrampe erzeugten Spektroskopiesignals, dessen Position im Gesamtspektrum mithilfe von Pattern-Matching-Algorithmen bestimmt wird. Das Gesamtspektrum enthält dabei alle optischen Features der frequenzmodulierten Sättigungsspektroskopie einer Atomspezies. Im Rahmen dieser Arbeit wurde exemplarisch die Rubidium D_2 -Linie verwendet. Dabei wurden zunächst die zeitbereichsbasierten Algorithmen Summe der absoluten Differenzen (SAD), Summe der quadratischen Differenzen (SSD), Kreuzkorrelation (CC), mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen (ZSAD), Summe der Hamming-Distanzen (SHD) und normalisierte Kreuzkorrelation (NCC) im Hinblick auf den absoluten Frequenzfehler und die erreichbare Matching-Rate untersucht. Bei der anschließenden Betrachtung der Transformierbarkeit der Algorithmen in den Fourier-Bereich wurde die CC als einzig möglicher Kandidat identifiziert. Da der transformierte Algorithmus auch auf eingebetteten System laufen muss, wurde der FCC-Algorithmus, der auf den

Methoden Split-Radix-2/4-FFT (SRFFT) und Uniformly-Partitioned-Overlap-Save (UPOLS) basiert, detailliert beschrieben und evaluiert. Insgesamt haben sich alle betrachteten Algorithmen als geeignet für die Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierung erwiesen. Die CC ist dabei nur eingeschränkt verwendbar, wenn die Mittelwerte von Referenzspektrum und Scan stark von null abweichen. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn die Doppler-Verbreiterung der optischen Übergänge nicht vollständig unterdrückt wird. Eine abschließende Untersuchung der Ausführungszeit aller Algorithmen auf einem Desktop-PC bestätigte den linearen Zusammenhang zwischen der Größe des Suchbereichs im Gesamtspektrum (RoI) und der Ausführungszeit. Darüber hinaus zeigte sich, dass die Algorithmen mit höherer Rechenkomplexität (ZSAD & NCC) die höchsten Ausführungszeiten aufweisen, aber die Transformation in den Fourier-Bereich die Ausführungszeit massiv verringert.

Ausgehend von diesen Ergebnissen wurde in Kapitel 5 die vollständige Abbildung des Signalflusses auf verschiedene eingebettete Systeme mit einer möglichst geringen Leistungsaufnahme untersucht. Um den gesamten Signalfluss auf einen Chip abzubilden, eignen sich insbesondere FPGA und SoC-FPGA Plattformen. Daher bilden zwei unterschiedliche FPGA-Familien (Cyclone-IV & MAX-10) sowie eine SoC-FPGA-Familie (Cyclone-V) von Intel, die alle bereits im MAIUS-Projekt verwendet werden, die untersuchten Evaluationsplattformen.

Zunächst wurden die für die Extraktion des Nutzsignals sowie die Generation des Ansteuersignals des Lasers notwendigen Hardware-Module samt der enthaltenen Submodule beschrieben. Da die Pattern-Matching-basierte Frequenzschätzung den Kern der untersuchten Frequenzstabilisierungsmethode bildet, wurde die Abbildung dieser zusammen mit einem PI-Regler zur Stabilisation in Software und Hardware eingehend untersucht. Dafür wurden in einer Fixed-Point-Analyse die notwendigen Wortbreiten für eine Transformation in Festkomma-Arithmetik identifiziert. Ausgehend davon wurden alle untersuchten Algorithmen auf die beiden Softcore-Prozessoren NIOS II und LEON3 sowie den im SoC-FPGA enthaltenen Cortex-A9 Prozessor abgebildet. Dabei wurden die Parameter Ausführungszeit und Leistungsaufnahme herangezogen, um die Kombination aus Prozessor, FPGA und Algorithmus zu bewerten. Für eine reale RoI-Größe wurden so Ausführungszeiten zwischen 1,1 s und 7 ms erreicht, wobei die geringen Ausführungszeiten nur mit dem Prozessor des SoC-FPGA erzielt werden konnten. Dieser wies dabei aber eine im Vergleich zu den Softcore-Prozessoren um den Faktor 3,5 höhere Verlustleistung auf.

Um bei geringer Leistungsaufnahme gleichzeitig eine möglichst minimale Ausführungszeit zu erreichen, wurde im Anschluss die Abbildung der Algorithmen SAD, SSD, CC und FCC in ein dediziertes Hardware-Modul untersucht. Da SAD, SSD und CC den gleichen Kontrollfluss aufweisen, wurde für diese ein konfigurierbares Hardware-Modul entworfen, das im Bezug auf die zur Verfügung stehenden Kern-Module skalierbar ist. Die FCC wurde in einem separaten Hardware-Modul umgesetzt, ebenso der PI-Regler. Die Evaluation dieser Abbildungen erfolgte ebenfalls im Bezug auf die Ausführungszeit sowie die Leistungsaufnahme der (SoC-)FPGA Plattformen. Dabei wurde die Kombination aus Cyclone-IV FPGA und SAD als optimal für die Frequenzstabilisierung identifiziert.

Die Zusammenführung aller Evaluationsergebnisse ergab einen Entwurfsraum, der im Bezug auf die Ausführungszeit fünf Größenordnungen umfasst, während die Leistungsaufnahme im Bereich von zwei Größenordnungen liegt. Mit den untersuchten Abbildungsformen lassen sich Regeltakte zwischen 0,9 Hz und 13 kHz realisieren, wobei für Regeltakte oberhalb von 100 Hz dedizierte Hardware-Module notwendig sind. Die optimale Kombination ist dabei die als dediziertes Hardwaremodul umgesetzte SAD, die auf ein Cyclone-IV FPGA abgebildet ist. Hinsichtlich der Skalierbarkeit kann für einen Regeltakt zwischen 75 Hz und 13 kHz die im Bezug auf eine minimale Leistungsaufnahme optimale Anzahl an Core-Modulen gewählt werden. Für die Anwendung als Frequenzstabilisierung des Referenzlasers zur Erzeugung von BECs wurde dabei ein dediziertes Hardware-Modul mit

68 SAD Core-Modulen als optimal identifiziert. Dieses erreicht einen Regeltakt von 2 kHz bei einer Leistungsaufnahme von 210 mW.

Um die grundlegende Funktion der evaluierten Frequenzstabilisierungsmethode zu demonstrieren, wurde in Kapitel 6 ein entsprechendes Gesamtsystem, basierend auf einem DFB-Laser und einem Cyclone-V SoC-FPGA vorgestellt. Der Regeltakt des Systems wurde unter Berücksichtigung des optischen Systems auf 95 Hz beschränkt. Die Evaluation anhand der Ein- und Ausgangssignale des Regler-Moduls ergaben eine Frequenzstabilität von 15 MHz über einen Beobachtungszeitraum von über 3,4 h. Diese wurde durch eine Schwebungsmessung mit einem externen Referenzlaser bestätigt, der Beobachtungszeitraum lag dabei aufgrund von Beschränkungen des Messequipments bei 170 s.

Vergleich zur Ausgangsmethode

Das im Rahmen dieser Arbeit realisierte FPGA-basierte Laserfrequenzstabilisierungssystem wurde wie in Kapitel 4 erwähnt, ausgehend von der in [98] vorgeschlagenen Methode realisiert. Die ursprüngliche Methode basiert auf dem Pattern-Matching Algorithmus normalisierte Kreuzkorrelation (NCC) und wurde auf einem PC/104 kompatiblen embedded PC realisiert. Dieser ist über eine Frequenzregler genannte FPGA-basierte TBUS-Baugruppe mit einem DAC mit $40 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ und einem DAC mit $30 \text{ MSmp} \cdot \text{s}^{-1}$ verbunden. Dieses System erreicht einen Regeltakt von 19 Hz, was maßgeblich der Datenübertragung über die TBUS-Verbindung zugeschrieben wird. Die im embedded PC verwendete CPU (AMD Geode LX 800) hat dabei eine typische Leistungsaufnahme von 3,6 W.

Darauf aufbauend kann mithilfe der in Kapitel 5 vorgestellten Architektur-Varianten eine Steigerung des Regeltakts auf 60 Hz erreicht werden, wenn weiterhin ein Prozessor (Cortex-A9) zum Einsatz kommen soll. Aufgrund der Evaluation verschiedener Algorithmen lässt sich der Regeltakt einer Software-Realisierung auf bis zu 78 Hz steigern, wenn anstelle der NCC die SAD als Pattern-Matching Algorithmus verwendet wird. Diese eignet sich darüber hinaus deutlich besser für die Frequenzstabilisierung als die CC, wie in Kapitel 4 gezeigt wurde. Ein entsprechendes System ist darüber hinaus deutlich kompakter, da anstelle von zwei Bausteinen (Prozessor und FPGA) nur ein SoC-FPGA zum Einsatz kommt. Darüber hinaus verringert sich trotz Steigerung des Regeltakts die Leistungsaufnahme um 25 % auf 2,7 W.

Wird, wie in Kapitel 5 vorgeschlagen, die Frequenzschätzung und der Regler in dedizierte Hardware-Module abgebildet, lässt sich der Regeltakt im Vergleich zu [98] um mehrere Größenordnungen (Faktor 680) auf maximal 13 kHz steigern. Dabei reduziert sich die Leistungsaufnahme um den Faktor 7 auf maximal 0,5 W, wenn das optimale FPGA (Cyclone-IV) als Baustein verwendet wird.

Damit wurde im Rahmen dieser Arbeit das in [98] identifizierte Problem des geringen Regeltakts gelöst sowie die Methode durch die Identifikation besser geeigneter Pattern-Matching Algorithmen weiter optimiert. Mit den Ergebnissen dieser Arbeit lässt sich die Pattern-Matching basierte Frequenzstabilisierung nun als eigenständige Stabilisierungsmethode für einen Referenzlaser in einem System zur Generation von BECs verwenden.

Ausblick

Ausgehend von den Evaluationsergebnissen ist die untersuchte Pattern-Matching-basierte Frequenzstabilisierungsmethode als für das MAIUS-B Experiment geeignet anzusehen. Mit einem optimierten optischen Aufbau lässt sich der Regeltakt um bis zu zwei Größenordnungen steigern, sodass eine

Frequenzstabilität im geforderten Bereich von 1 MHz zu erwarten ist. Aufgrund der ähnlichen Signalformen ist davon auszugehen, dass sich die vorgestellte Methode auch für die im Projekt diskutierte Modulationstransferspektroskopie eignet. Damit bildet die vorgestellte Frequenzstabilisierungsmethode eine gute Alternative zu den bisher bekannten Methoden der Literatur, bei der Nachteile der beschränkten Gültigkeit des Fehlersignals sowie des manuell zu wählenden Arbeitspunkts entfallen.

Die Methode eignet sich daher auch für zukünftige Projekte, wie das BECCAL-Experiment an Board der ISS [150, 151] oder die geplante Satellitenmission STE-QUEST [152]. Da die Signalverarbeitungsplattform bei diesen Missionen über längere Zeitskalen im Weltraum verbleibt, ist der Einfluss der dort herrschenden kosmischen Strahlung auf die verwendeten FPGAs zu berücksichtigen. Die untersuchten Abbildungsformen sind bis auf wenige Ausnahmen (NIOS II & Cortex-A9) aber auf eine Vielzahl anderer FPGA-basierter Plattformen diverser Hersteller portierbar, sodass dies kein Hindernis für die Verwendung der Methode darstellt.

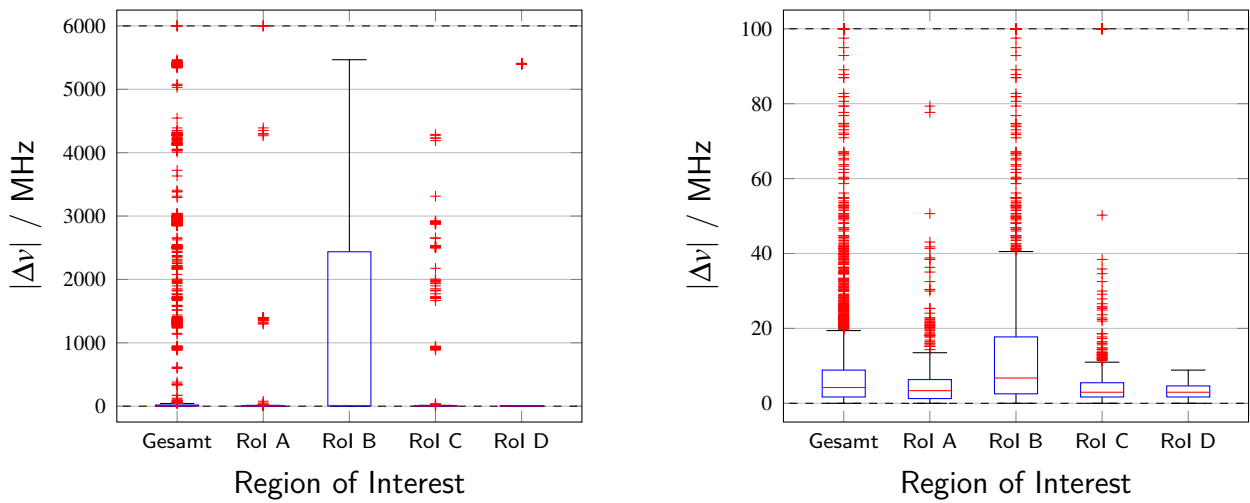
Anhang A. Ergänzende Ergebnisse der Pattern-Matching-Algorithmen Evaluation

Nachfolgend sind die detaillierten Ergebnisse der in Abschnitt 4.4 beschriebenen Evaluation der aufgelisteten Ähnlichkeitsmaße aufgeführt.

- Normalisierte Kreuzkorrelation (NCC)
- Summe der absoluten Differenzen (SAD)
- Mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen (ZSAD)
- Summe der quadratischen Differenzen (SSD)
- Summe der Hamming-Distanzen (SHD)
- FFT-basierte Kreuzkorrelation
- SRFFT-UPOLS-basierte Kreuzkorrelation (FCC)

Darüber hinaus ist in Abb. A.15 eine zu Abb. 4.16 ergänzende Evaluation der Ausführungszeiten auf dem Prozessor des Intel Cyclone-V SoC-FPGA dargestellt.

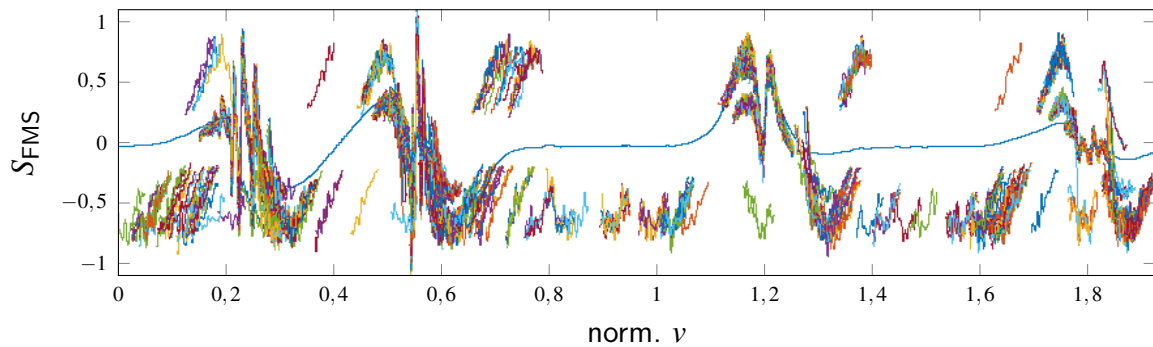
Normalisierte Kreuzkorrelation



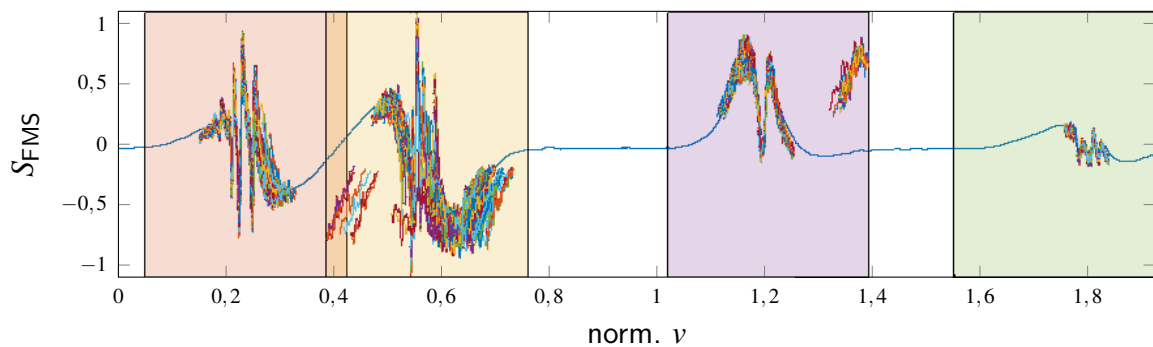
(a) Gesamtes Spektrum

(b) Spektrum Ausschnitt (Rol)

Abbildung A.1.: Absoluter Fehler der NCC basierten Frequenzschätzung



(a) Gesamtes Spektrum



(b) Spektrum Ausschnitt (Rol)

Abbildung A.2.: Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signalen an den mittels NCC geschätzten mittleren Frequenzen

Summe der absoluten Differenzen

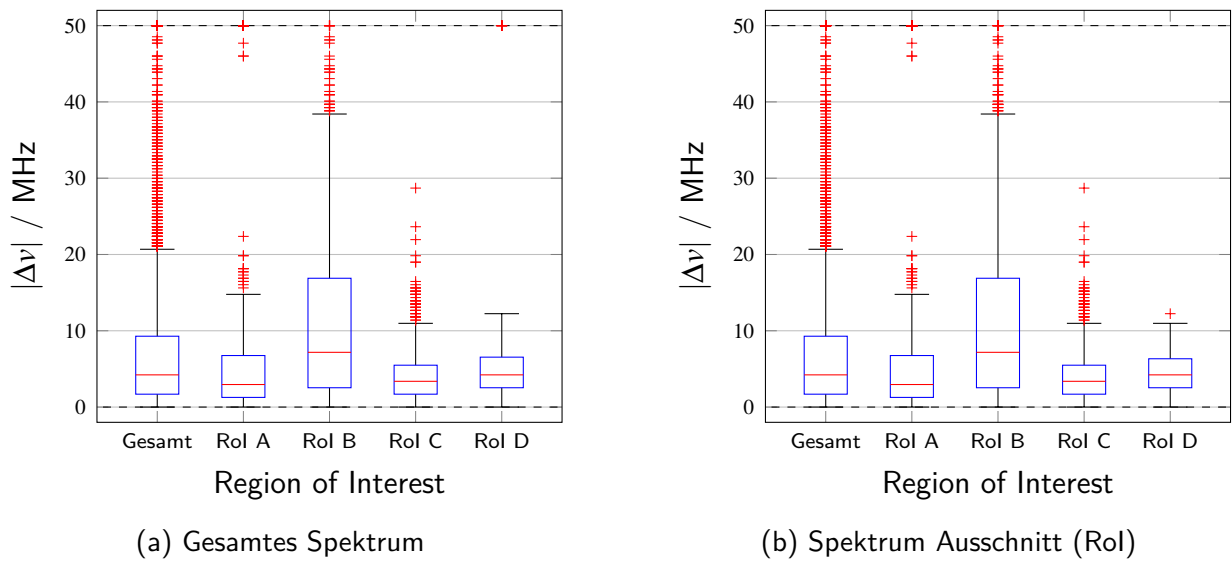


Abbildung A.3.: Absoluter Fehler der SAD basierten Frequenzschätzung

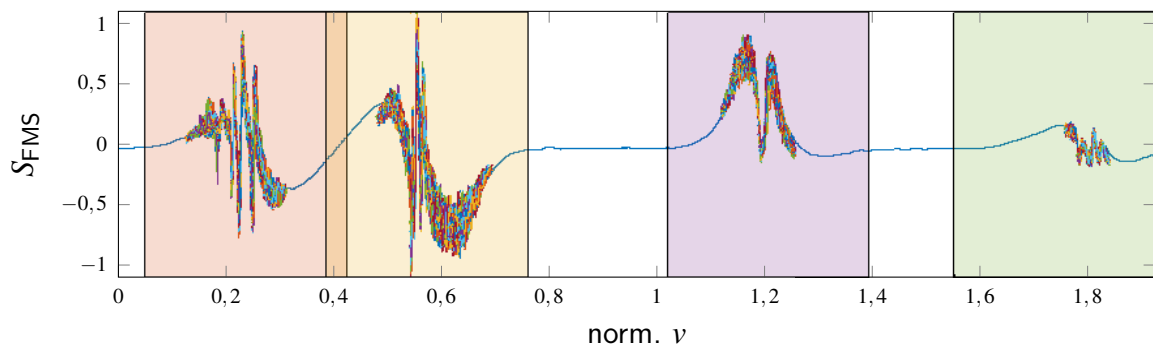
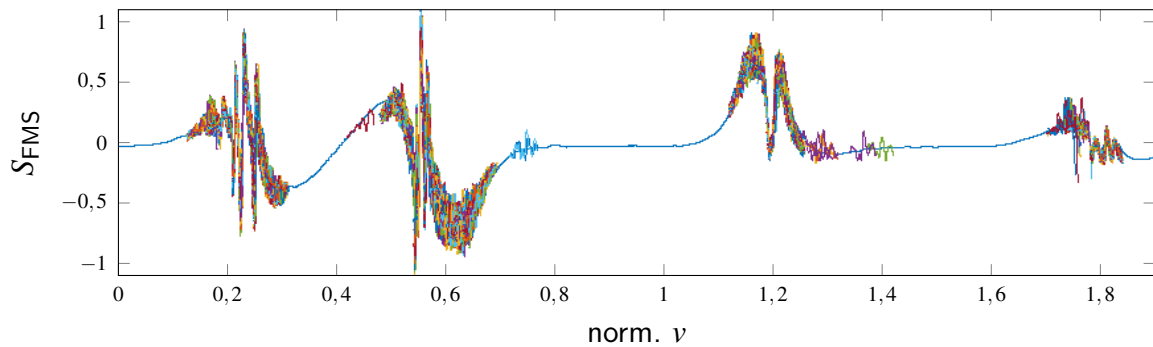


Abbildung A.4.: Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie mit Scan-Signalen an den mittels SAD geschätzten mittleren Frequenzen

Mittelwertfreie Summe der absoluten Differenzen

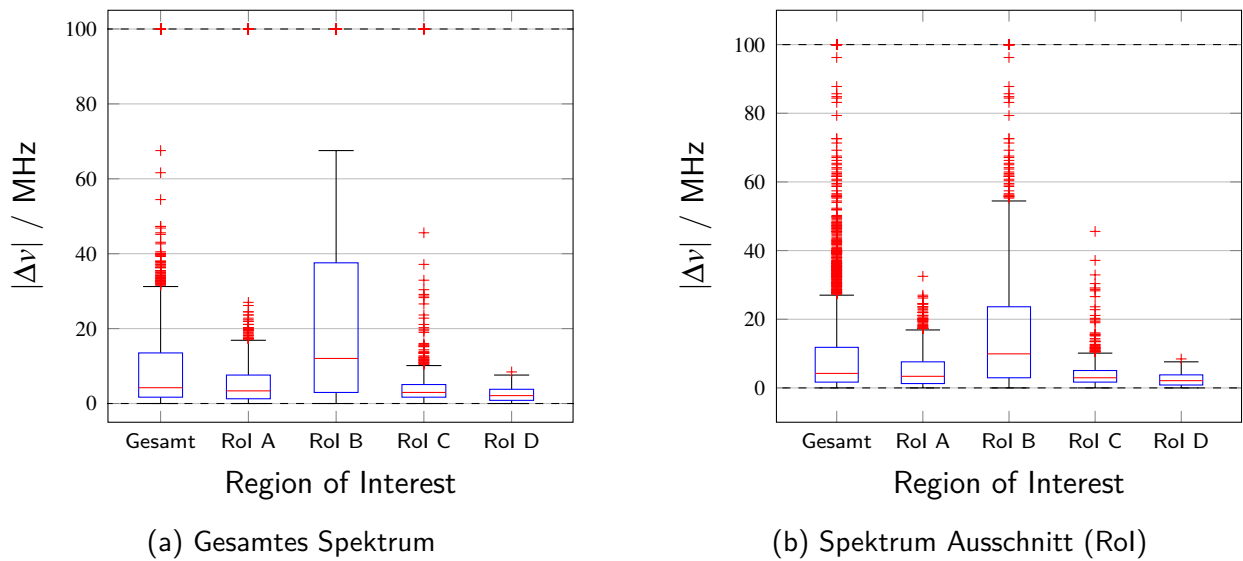
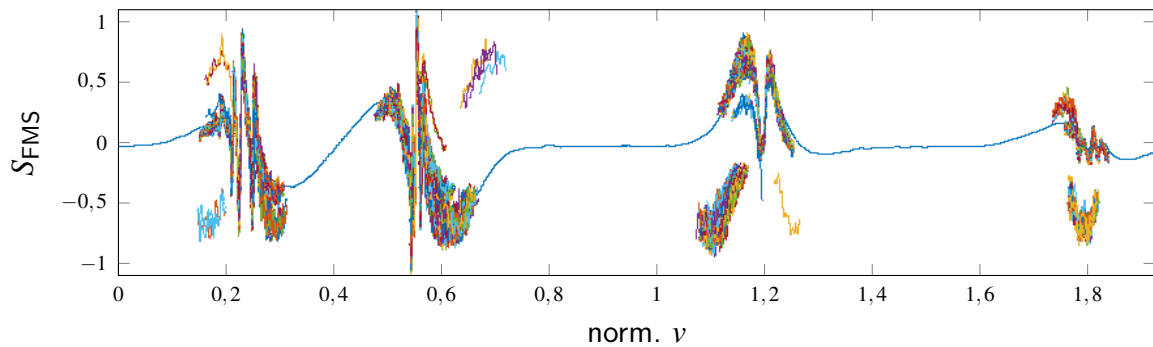
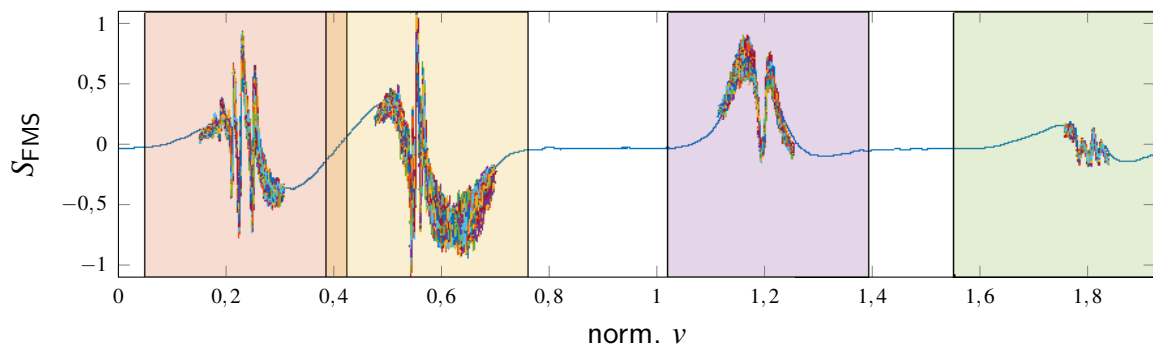


Abbildung A.5.: Absoluter Fehler der ZSAD basierten Frequenzschätzung



(a) Gesamtes Spektrum



(b) Spektrum Ausschnitt (Rol)

Abbildung A.6.: Referenzspektrum der Rubidium D_2 -Linie mit Scan-Signalen an den mittels ZSAD geschätzten mittleren Frequenzen

Summe der quadratischen Differenzen

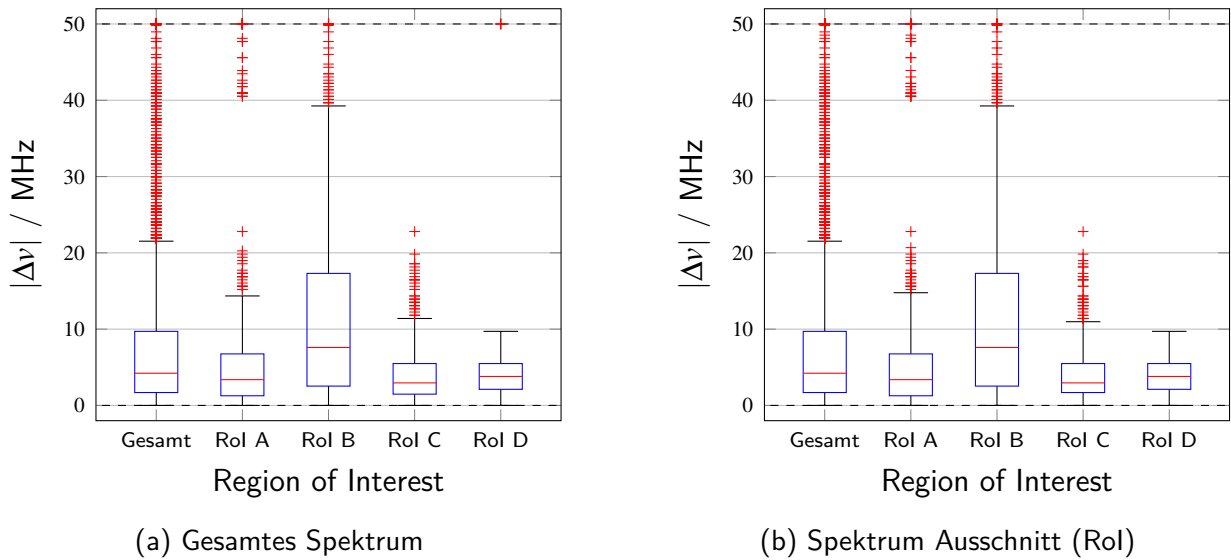


Abbildung A.7.: Absoluter Fehler der SSD basierten Frequenzschätzung

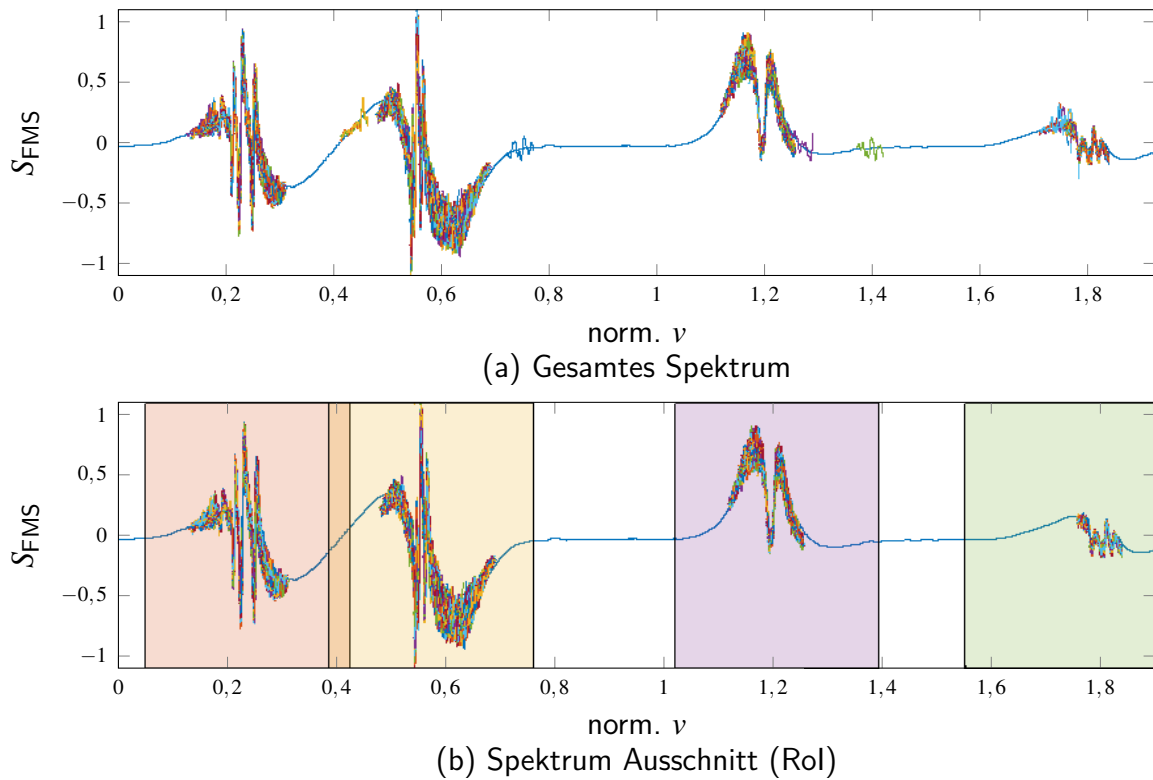


Abbildung A.8.: Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signalen an den mittels SSD geschätzten mittleren Frequenzen

Summe der Hamming-Distanzen

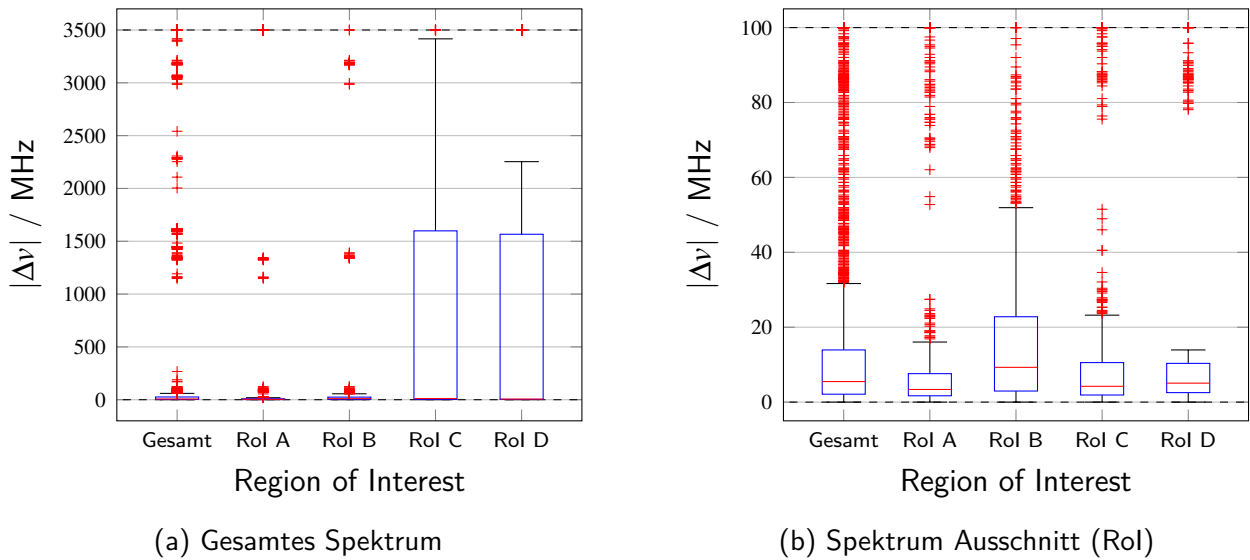


Abbildung A.9.: Absoluter Fehler der SHD basierten Frequenzschätzung

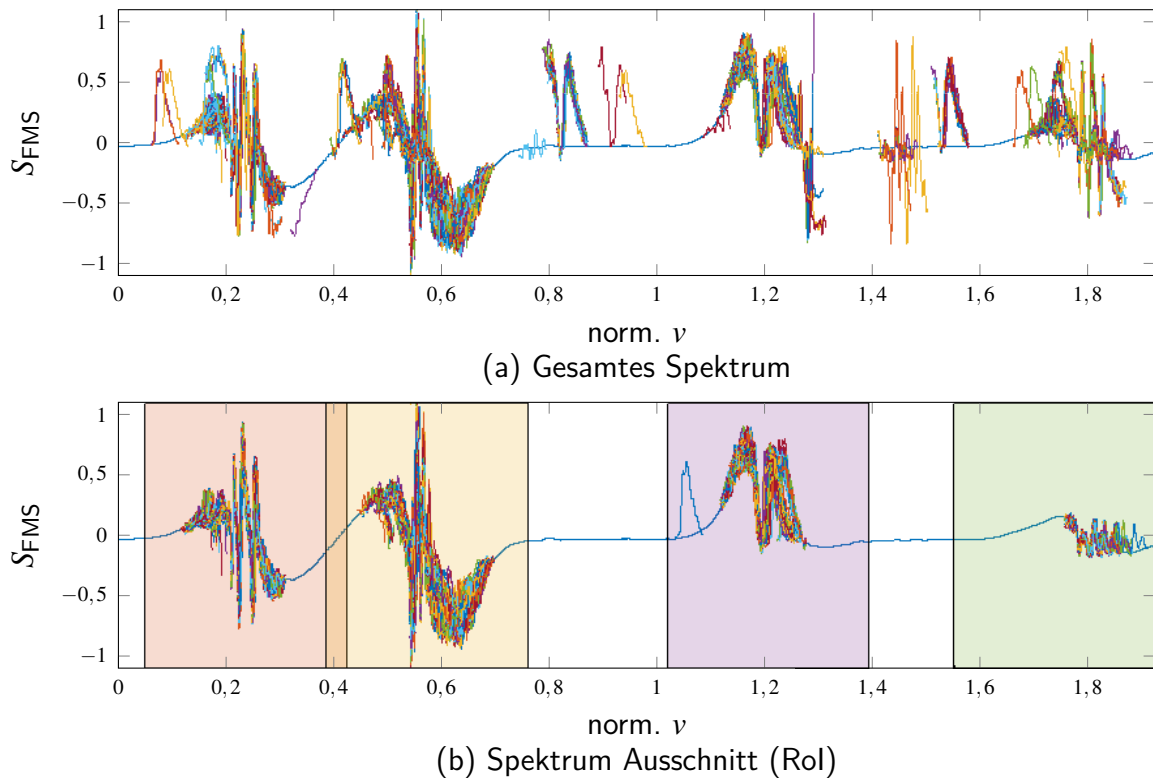


Abbildung A.10.: Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signalen an den mittels SHD geschätzten mittleren Frequenzen

FFT-basierte Kreuzkorrelation

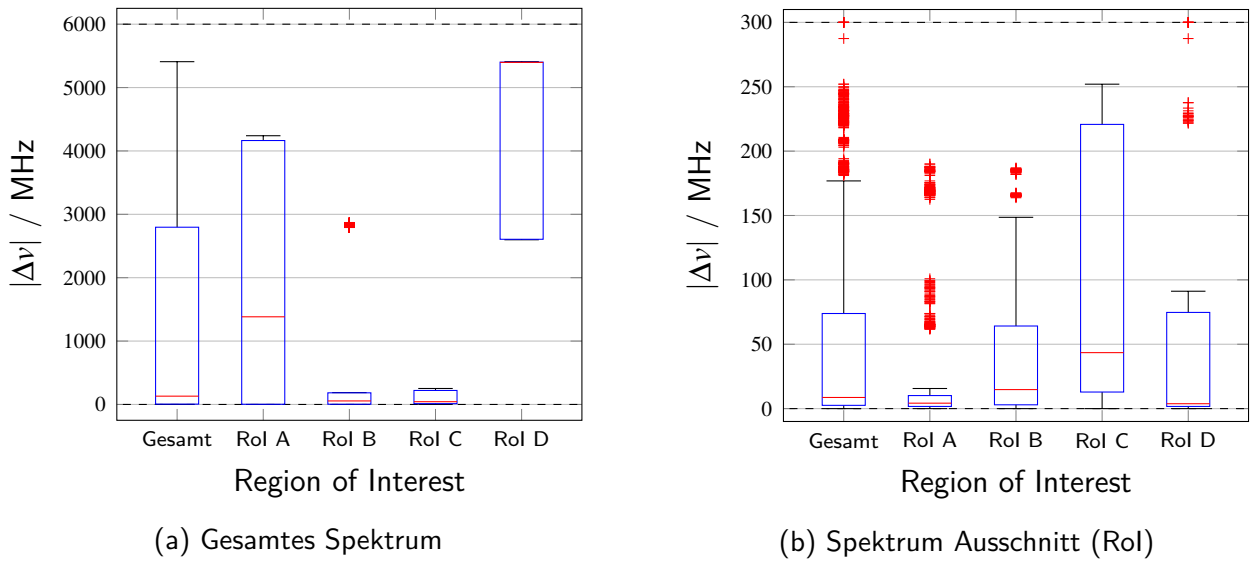


Abbildung A.11.: Absoluter Fehler der FFT-CC basierten Frequenzschätzung

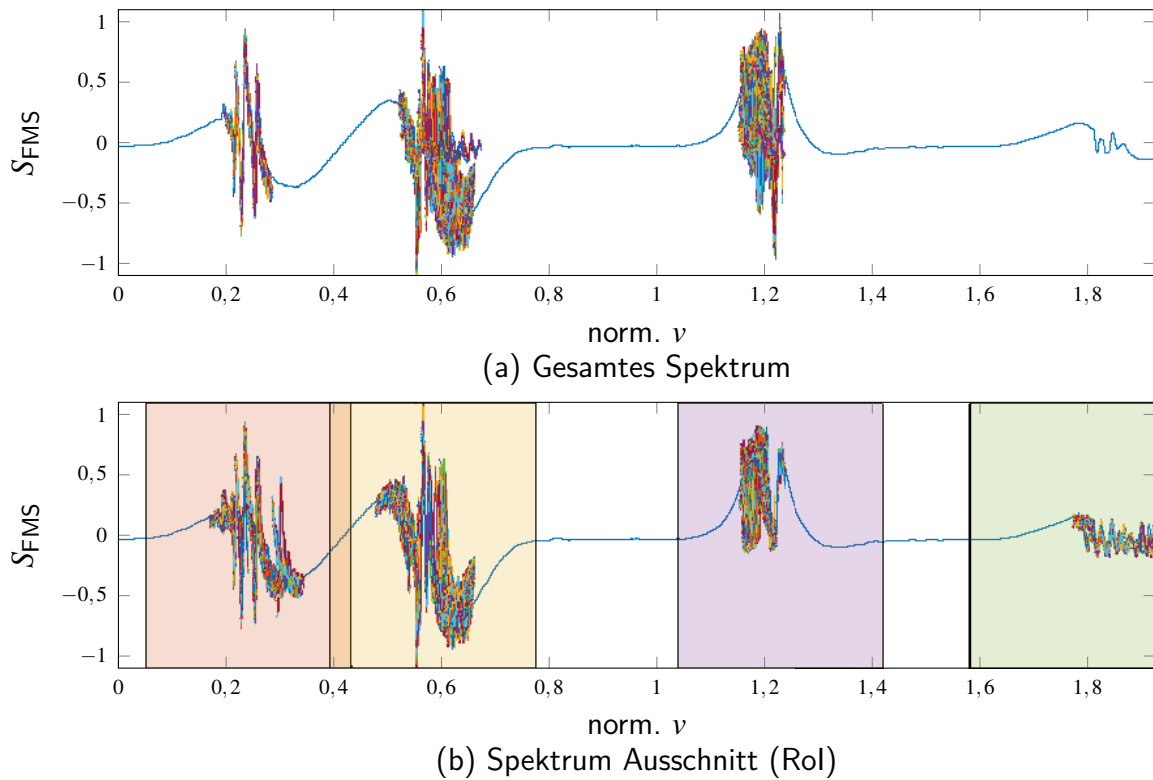


Abbildung A.12.: Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signalen an den mittels FFT-CC geschätzten mittleren Frequenzen

SRFFT-UPOLS-basierte Kreuzkorrelation

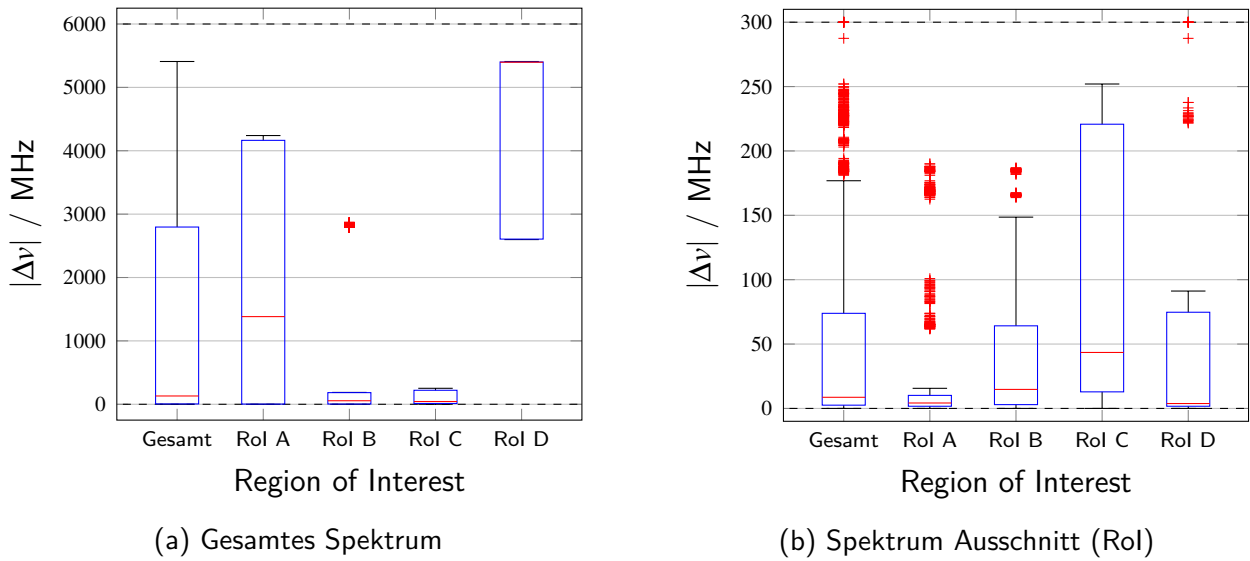


Abbildung A.13.: Absoluter Fehler der SRFFT-UPOLS-CC (FCC) basierten Frequenzschätzung

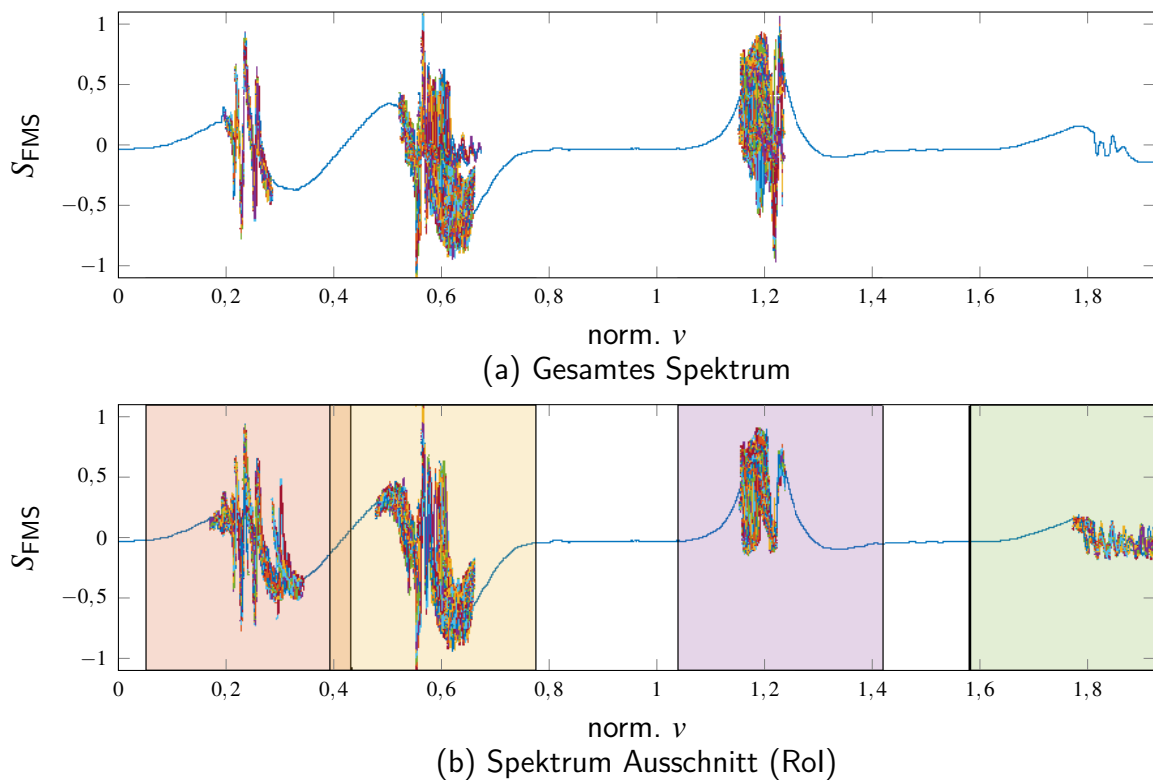


Abbildung A.14.: Referenzspektrum der Rubidium D₂-Linie mit Scan-Signalen an den mittels SRFFT-UPOLS-CC (FCC) geschätzten mittleren Frequenzen

Evaluation der Ausführungszeiten

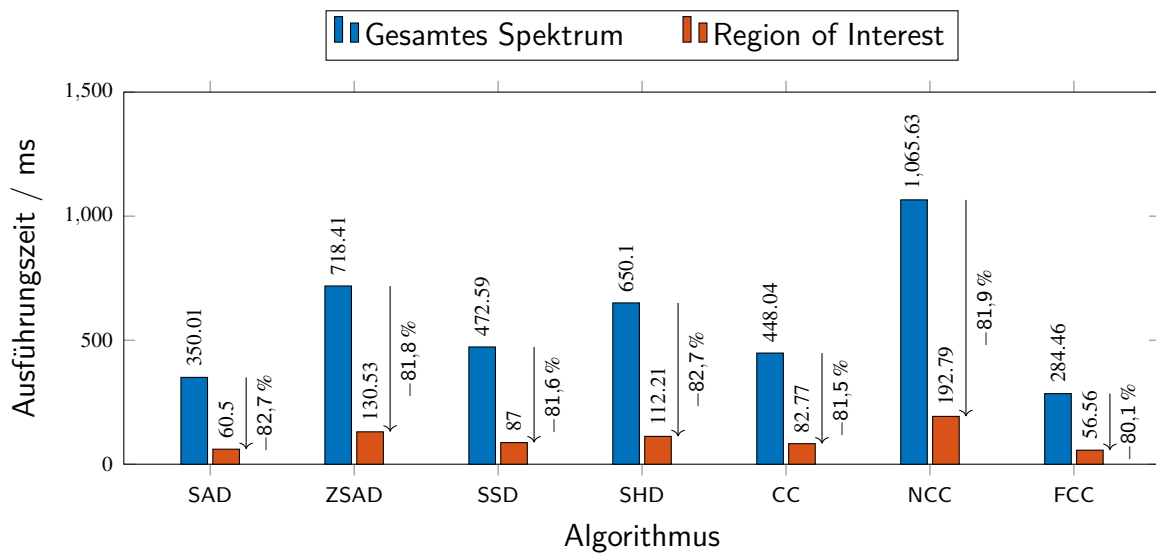


Abbildung A.15.: Ausführungszeiten aller Pattern-Matching-Algorithmen realisiert in Festkomma-Arithmetik auf dem ARM Cortex-A9 eines Intel Cyclone-V SoC-FPGA mit einer Taktfrequenz von 800 MHz bei einer Rol-Größe von 3.818 Samples

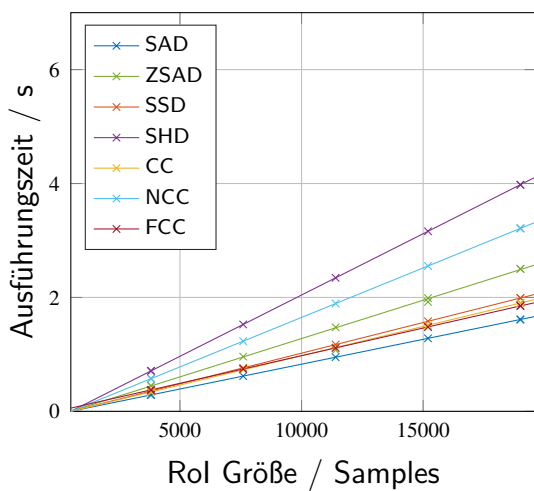
Anhang B. Ergänzende Ergebnisse der Entwurfsraum Exploration

Im Folgenden sind ergänzend zu Abschnitt 5.2.2 die detaillierten Ergebnisse der Evaluation von Ausführungszeit und Leistungsaufnahme der Abbildung von Frequenzschätzung und Regler in Software-Applikationen auf den Plattformkombinationen NIOS II auf Cyclone-IV FPGA, MAX-10 FPGA und Cyclone-V SoC-FPGA, LEON3 auf Cyclone-IV FPGA sowie Cortex-A9 des Cyclone-V SoC-FPGA dargestellt. Darüber hinaus sind zu jeder dieser Evaluationen die in die jeweilige Abbildung eingezeichneten Modellfunktionen der Ausführungszeiten in Abhängigkeit der Größe der Rol N_{Rol} angegeben.

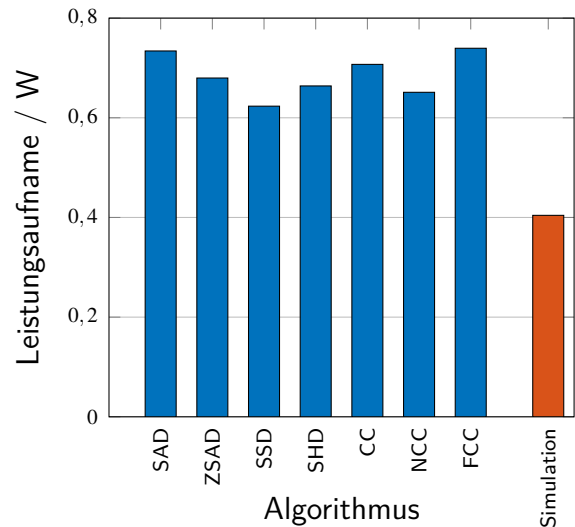
Weiterhin sind in Ergänzung zu Abschnitt 5.2.3 die detaillierten Ergebnisse der Abbildung von Frequenzschätzung und Regler in dedizierte Hardware-Module auf den Cyclone-IV FPGA sowie die Cyclone-V SoC-FPGA dargestellt. Für die jeweils maximal abbildbaren Konfigurationen ist außerdem die Anzahl benötigter FPGA-Ressourcen angegeben.

Ergänzend zu Abb. 5.35 sind außerdem der Entwurfsraum der Abbildung von Frequenzschätzung und PI-Regler in dedizierte Hardware-Module sowie der vollständige Entwurfsraum jeweils unter Berücksichtigung des gesamten Spektrum dargestellt.

Abbildung in Software auf NIOS II / Cyclone-IV FPGA



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung B.1.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers und Leistungsaufnahme des NIOS II SoC abgebildet auf das Cyclone-IV FPGA

$$t_{\text{exec,SAD,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,087217 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 44,164435 \text{ ms} \quad (\text{B.1a})$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,134590 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 67,923636 \text{ ms} \quad (\text{B.1b})$$

$$t_{\text{exec,SSD,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,107584 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 54,584109 \text{ ms} \quad (\text{B.1c})$$

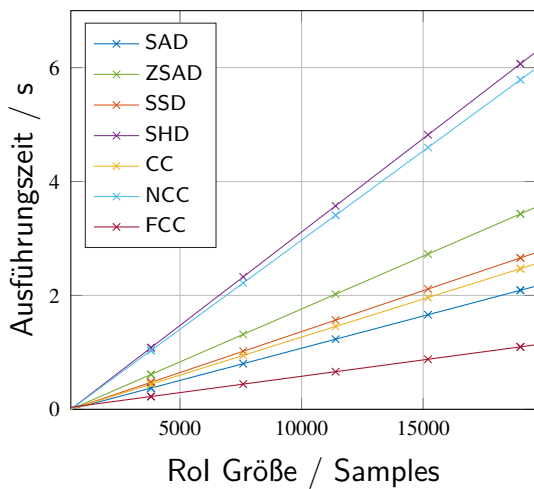
$$t_{\text{exec,SHD,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,215218 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 109,831115 \text{ ms} \quad (\text{B.1d})$$

$$t_{\text{exec,CC,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,102805 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 52,083338 \text{ ms} \quad (\text{B.1e})$$

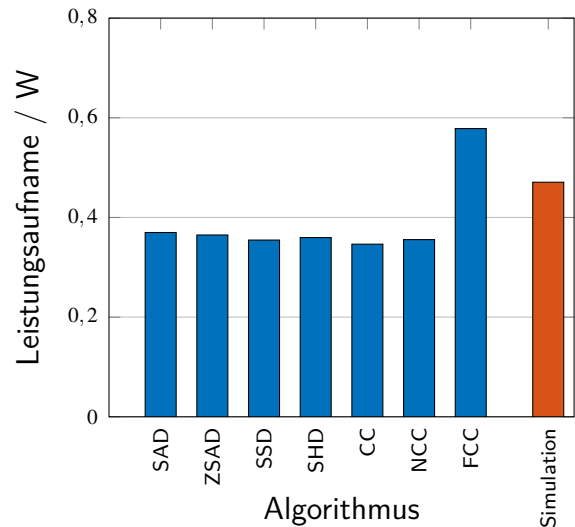
$$t_{\text{exec,NCC,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,173717 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 88,157222 \text{ ms} \quad (\text{B.1f})$$

$$t_{\text{exec,FCC,NIOS II,Cyclone-IV}} = 0,097071 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + 6,516900 \text{ ms} \quad (\text{B.1g})$$

Abbildung in Software auf LEON3 / Cyclone-IV FPGA



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung B.2.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers und Leistungsaufnahme des LEON3 SoC abgebildet auf das Cyclone-IV FPGA

$$t_{\text{exec,SAD,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,113059 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 57,752018 \text{ ms} \quad (\text{B.2a})$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,185598 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 94,837690 \text{ ms} \quad (\text{B.2b})$$

$$t_{\text{exec,SSD,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,143798 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 73,436301 \text{ ms} \quad (\text{B.2c})$$

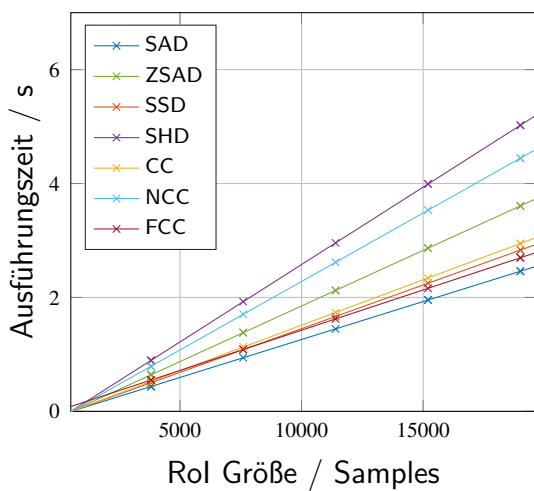
$$t_{\text{exec,SHD,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,328138 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 167,870782 \text{ ms} \quad (\text{B.2d})$$

$$t_{\text{exec,CC,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,133582 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 68,129616 \text{ ms} \quad (\text{B.2e})$$

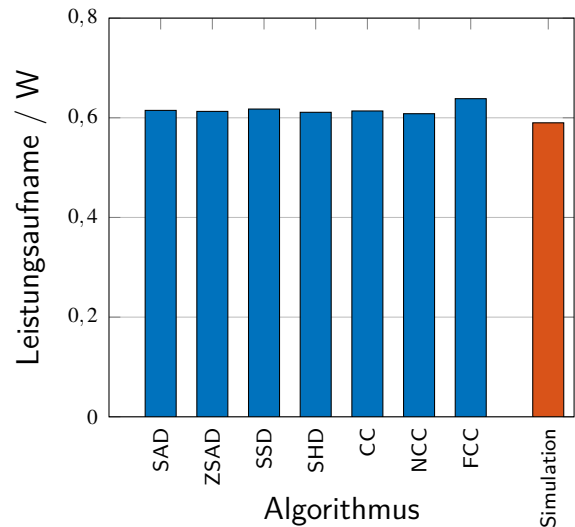
$$t_{\text{exec,NCC,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,312967 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 159,905705 \text{ ms} \quad (\text{B.2f})$$

$$t_{\text{exec,FCC,LEON3,Cyclone-IV}} = 0,057396 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + 6,516342 \text{ ms} \quad (\text{B.2g})$$

Abbildung in Software auf NIOS II / MAX-10 FPGA



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung B.3.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers und Leistungsaufnahme des NIOS II SoC abgebildet auf das MAX-10 FPGA

$$t_{\text{exec,SAD,NIOS II,MAX-10}} = 0,133263 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 71,453320 \text{ ms} \quad (\text{B.3a})$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,NIOS II,MAX-10}} = 0,195243 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 102,498824 \text{ ms} \quad (\text{B.3b})$$

$$t_{\text{exec,SSD,NIOS II,MAX-10}} = 0,153351 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 81,742366 \text{ ms} \quad (\text{B.3c})$$

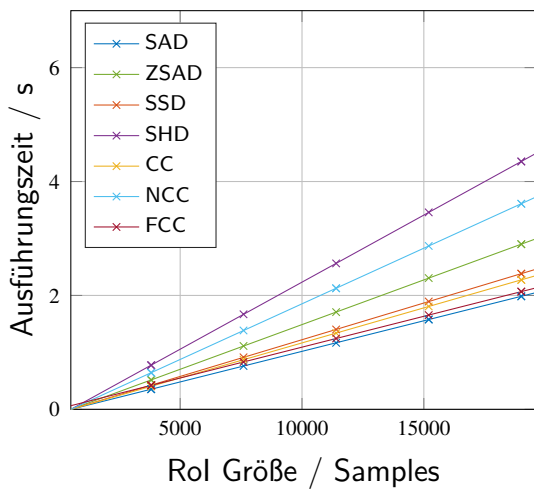
$$t_{\text{exec,SHD,NIOS II,MAX-10}} = 0,271794 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 140,715326 \text{ ms} \quad (\text{B.3d})$$

$$t_{\text{exec,CC,NIOS II,MAX-10}} = 0,159560 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 83,563928 \text{ ms} \quad (\text{B.3e})$$

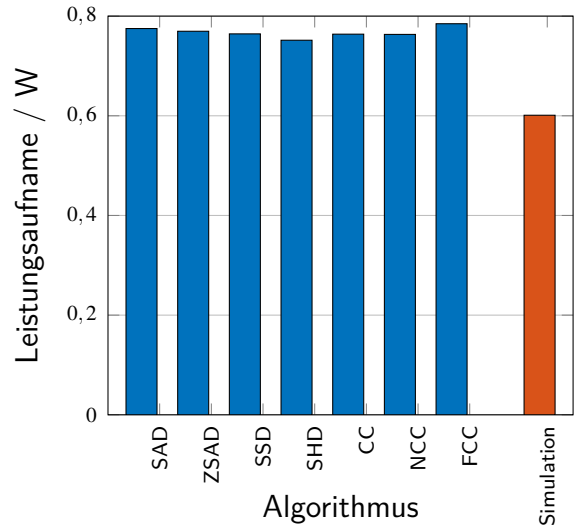
$$t_{\text{exec,NCC,NIOS II,MAX-10}} = 0,240572 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} - 125,055117 \text{ ms} \quad (\text{B.3f})$$

$$t_{\text{exec,FCC,NIOS II,MAX-10}} = 0,141348 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + 11,285031 \text{ ms} \quad (\text{B.3g})$$

Abbildung in Software auf NIOS II / Cyclone-V SoC-FPGA



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung B.4.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers und Leistungsaufnahme des NIOS II SoC abgebildet auf das Cyclone-V SoC-FPGA

$$t_{\text{exec,SAD,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,107401 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -55,972940 \text{ ms} \quad (\text{B.4a})$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,156920 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -81,282968 \text{ ms} \quad (\text{B.4b})$$

$$t_{\text{exec,SSD,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,128920 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -67,004220 \text{ ms} \quad (\text{B.4c})$$

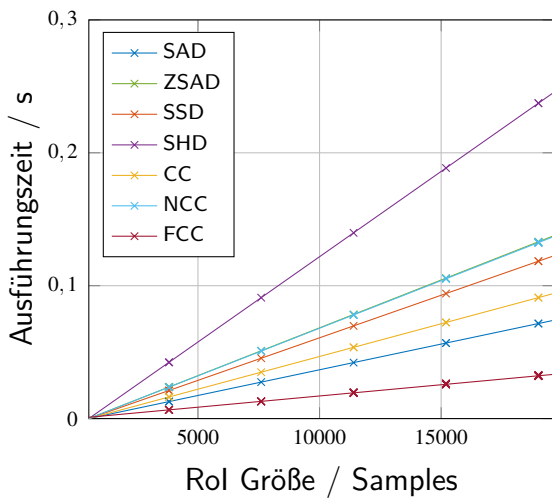
$$t_{\text{exec,SHD,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,235473 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -121,564570 \text{ ms} \quad (\text{B.4d})$$

$$t_{\text{exec,CC,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,123031 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -63,976071 \text{ ms} \quad (\text{B.4e})$$

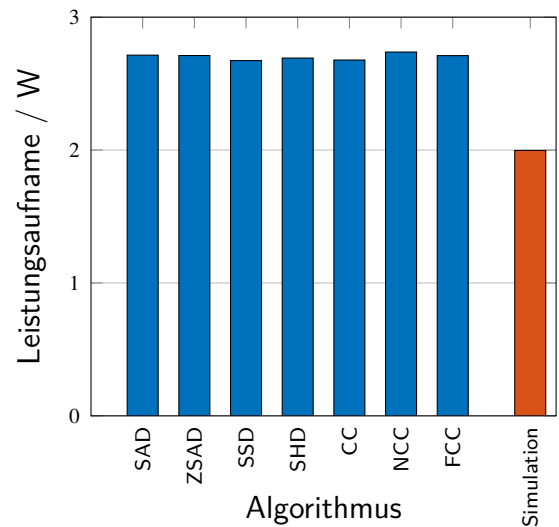
$$t_{\text{exec,NCC,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,195338 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + -100,838296 \text{ ms} \quad (\text{B.4f})$$

$$t_{\text{exec,FCC,NIOS II,Cyclone-V}} = 0,108358 \text{ ms} \cdot N_{\text{Rol}} + 8,130636 \text{ ms} \quad (\text{B.4g})$$

Abbildung in Software auf Cortex-A9 / Cyclone-V SoC-FPGA



(a) Ausführungszeit von Frequenzschätzung und PI-Controller



(b) Leistungsaufnahme

Abbildung B.5.: Ausführungszeit der Frequenzschätzung sowie des PI-Controllers und Leistungsaufnahme des ARM Cortex-A9 SoC des Cyclone-V SoC-FPGA

$$t_{\text{exec,SAD,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,003867 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 1,934635 \text{ ms} \quad (\text{B.5a})$$

$$t_{\text{exec,ZSAD,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,007196 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 3,655357 \text{ ms} \quad (\text{B.5b})$$

$$t_{\text{exec,SSD,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,006404 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 3,245496 \text{ ms} \quad (\text{B.5c})$$

$$t_{\text{exec,SHD,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,012835 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 6,541892 \text{ ms} \quad (\text{B.5d})$$

$$t_{\text{exec,CC,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,004923 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 2,499154 \text{ ms} \quad (\text{B.5e})$$

$$t_{\text{exec,NCC,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,007160 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} - 3,616318 \text{ ms} \quad (\text{B.5f})$$

$$t_{\text{exec,FCC,Cortex-A9,Cyclone-V}} = 0,001689 \text{ ms} \cdot N_{\text{ROI}} + 0,127333 \text{ ms} \quad (\text{B.5g})$$

Abbildung in Hardware-Module auf das Cyclone-IV FPGA

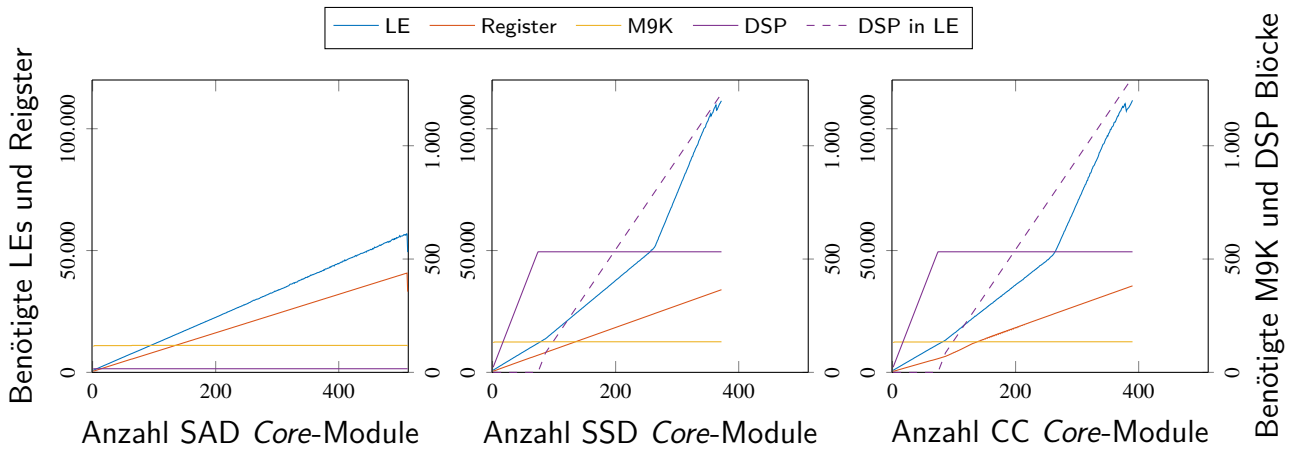


Abbildung B.6.: Verbrauch an FPGA-Ressourcen von Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Modulen auf dem Cyclone-IV FPGA

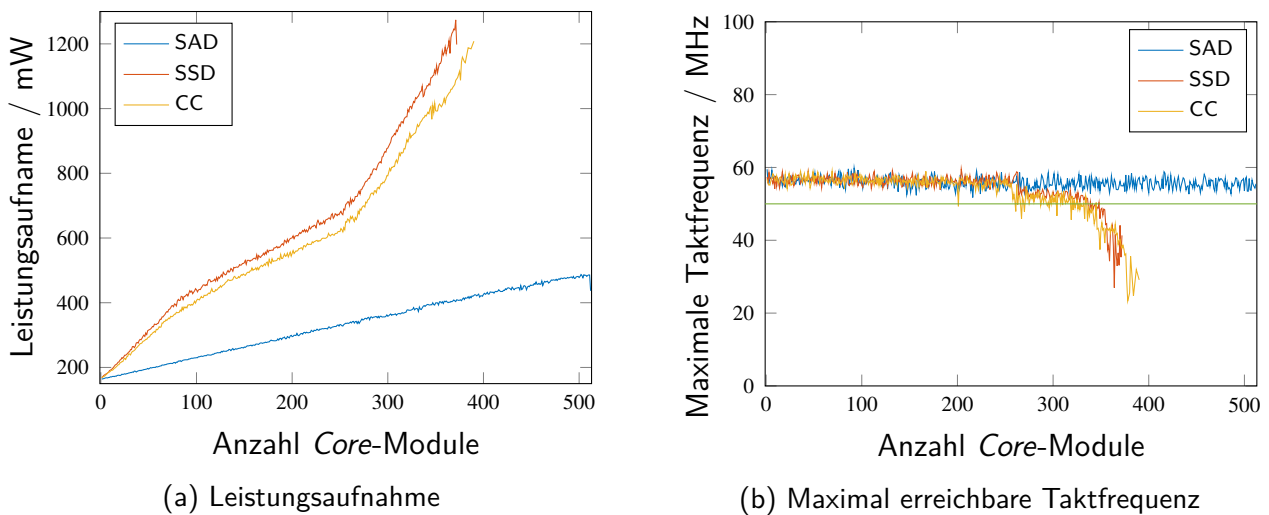


Abbildung B.7.: Leistungsaufnahme und maximal erreichbare Taktfrequenz der Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Module auf dem Cyclone-IV FPGA

Tabelle B.1.: Benötigte FPGA-Ressourcen und Leistungsaufnahme der maximal abbildbaren Konfigurationen der Kombination aus Pattern-Matching-Modul und PI-Controller auf dem Cyclone-IV FPGA

Algorithmus	N_{Core}	LE	Register	M9K	DSP	Leistung
SAD	512	49.351	33.139	116	16	436,75 mW
SSD	372	111.425	33.928	135	532	1.197,98 mW
CC	390	111.648	35.500	135	532	1.208,27 mW
FCC	2 ¹	55.176	12.279	199	532	777,36 mW

¹ 2 komplexe Multiplizierer, vgl. Abschnitt 5.2.3

Abbildung in Hardware-Module auf das Cyclone-V SoC-FPGA

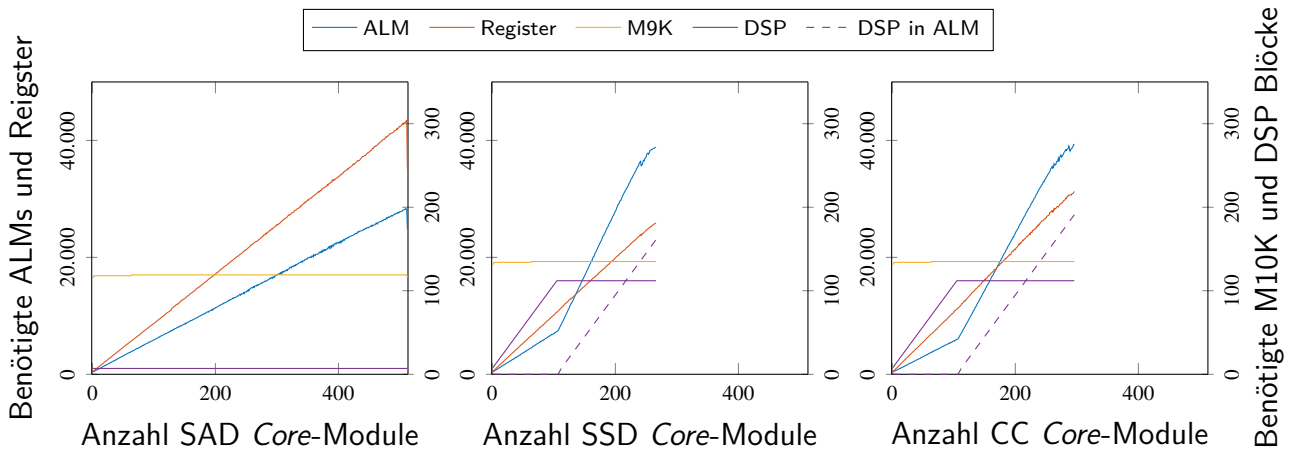


Abbildung B.8.: Verbrauch an FPGA-Ressourcen von Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Modulen auf dem Cyclone-V SoC-FPGA

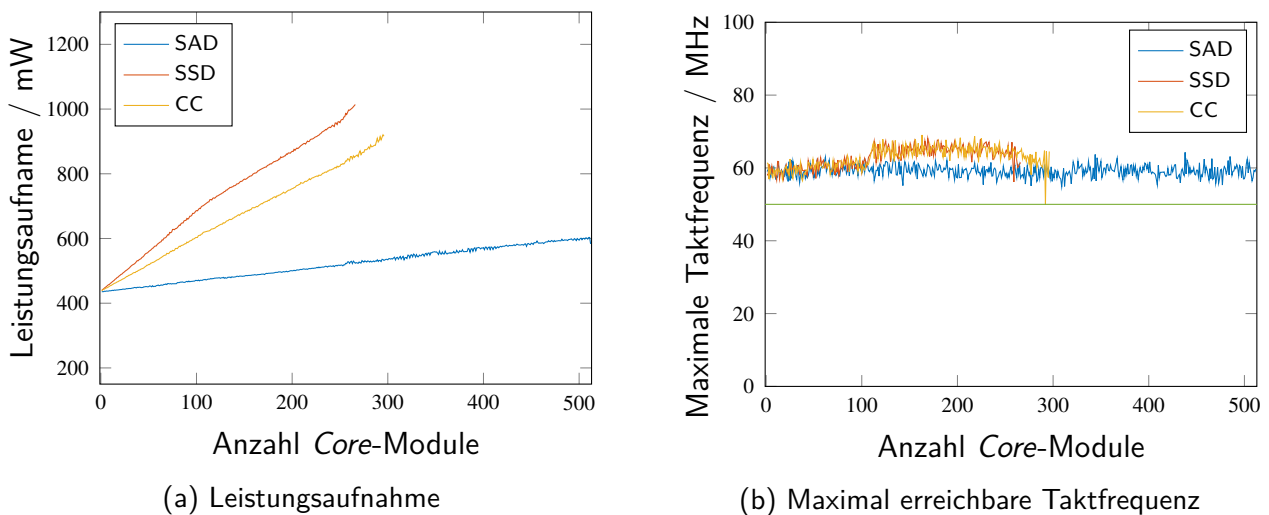


Abbildung B.9.: Leistungsaufnahme und maximal erreichbare Taktfrequenz der Frequenzschätzung und PI-Controller Hardware-Module auf dem Cyclone V SX SoC-FPGA

Tabelle B.2.: Benötigte FPGA-Ressourcen und Leistungsaufnahme der maximal abbildbaren Konfigurationen der Kombination aus Pattern-Matching-Modul und PI-Controller auf dem Cyclone-V SoC-FPGA

Algorithmus	N_{Core}	LE	Register	M9K	DSP	Leistung
SAD	512	24.834	35.095	116	7	583,22 mW
SSD	266	38.852	25.894	135	112	1.014,06 mW
CC	296	39.329	31.253	135	112	916,13 mW
FCC	2 ¹	31.146	13.062	195	112	957,33 mW

¹ 2 komplexe Multiplizierer, vgl. Abschnitt 5.2.3

Entwurfsraum der Abbildung in Hardware-Module

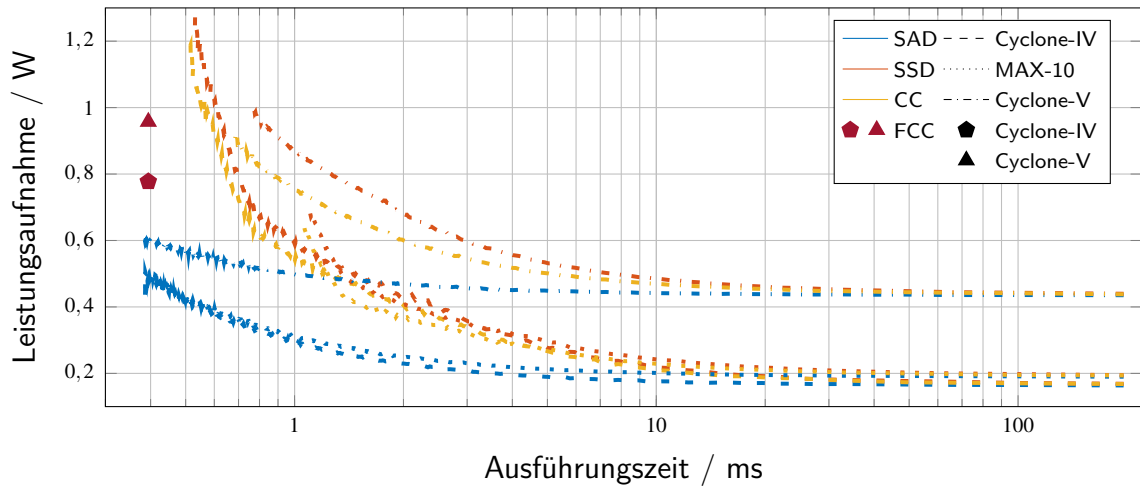


Abbildung B.10.: Entwurfsraum der Abbildung in dedizierte Hardware auf verschiedenen (SoC-)FPGAs bei der Berücksichtigung des gesamten Spektrum ($N_{ROI} = 19.638$ Samples)

Entwurfsraum der Abbildung in Software-Applikationen und Hardware-Module

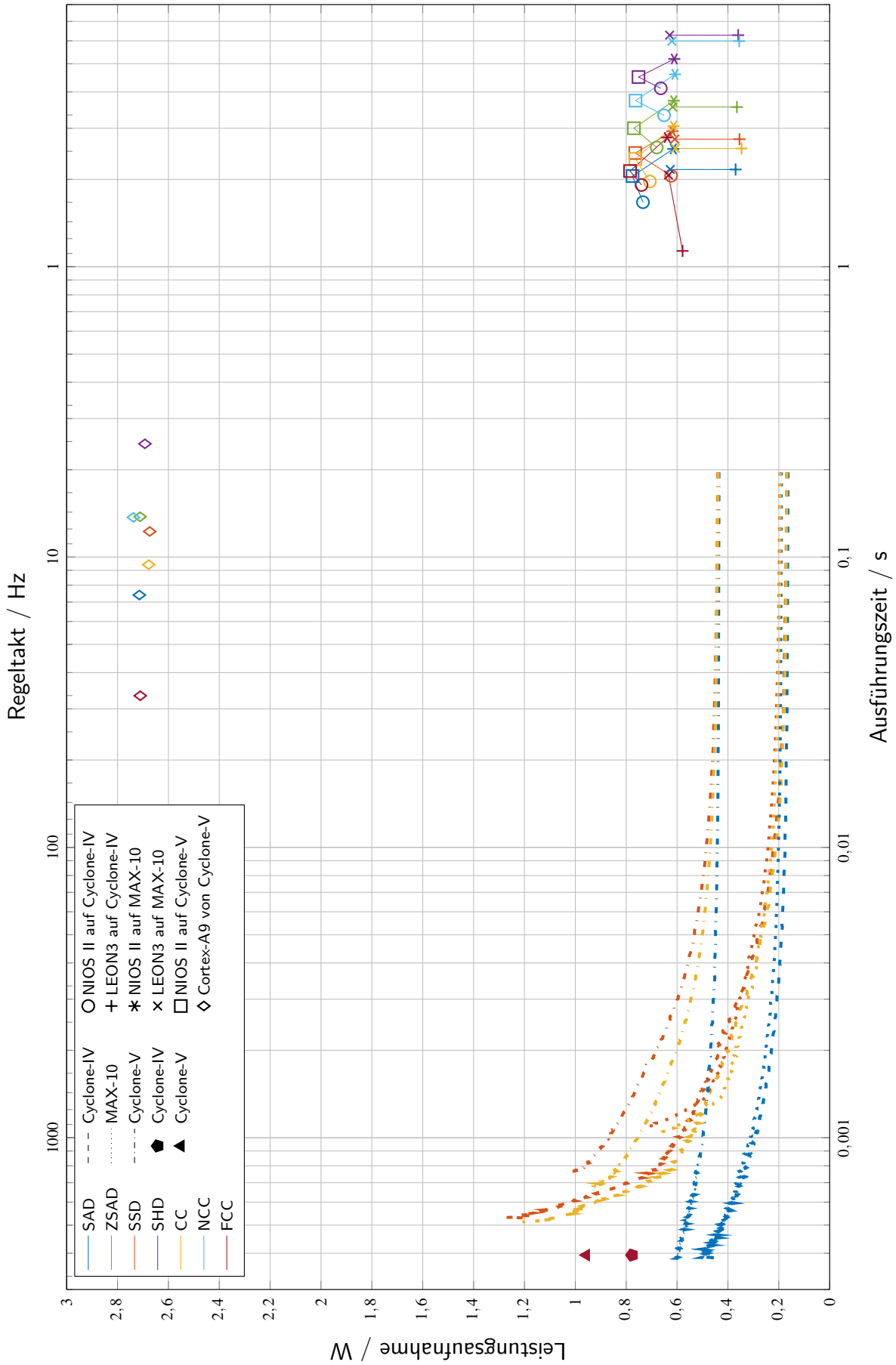


Abbildung B.11.: Vollständiger Entwurfsraum der Abbildung in Soft- und Hardware auf verschiedenen (SoC-)FPGAs bei der Berücksichtigung des gesamten Spektrum ($N_{\text{RoI}} = 19.638$ Samples)

Anhang C. Ergänzende Informationen zur experimentellen Evaluation

Im Folgenden sind ergänzende Details zu dem in Kapitel 6 verwendeten Demonstrationssystem sowie der Auswertung der Evaluation mit einer externen Referenz angegeben.

Optischer Aufbau des Demonstrationslasersystems

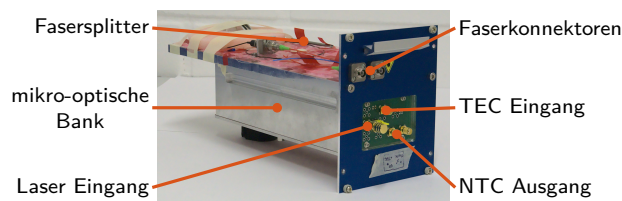


Abbildung C.1.: Aufbau des Lasermoduls

Verwendeter TBUS-Stack

Tabelle C.1.: Module des im Demonstrationssystem verwendeten TBUS-Stack

Bezeichnung	Version	Seriennummer	Funktion
TA Current Driver ¹	4.2	327	Laserstromtreiber
Temperature Controller	2.0	290	Laser Temperaturregler
Power Supply	2.1	721	Spannungsversorgung
Ethernet	1.0	695	Ethernet Interface
Fan	1.0	1059	Lüftersteuerung

¹ Erweitert um einen Modulationseingang als SMA Buchse

Eingangsschaltung des ADC auf der MAIUS-HSMC Erweiterungskarte

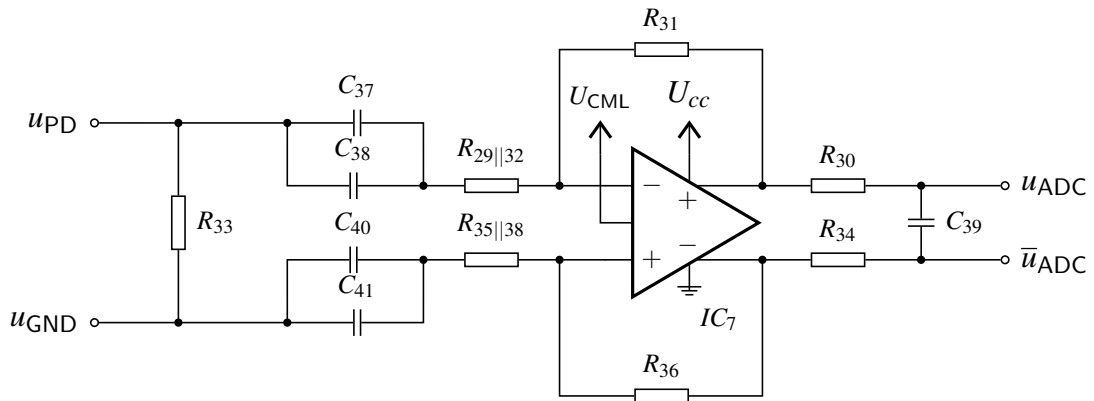


Abbildung C.2.: MAIUS-HSMC ADC Eingangsschaltung [146]

Tabelle C.2.: Bauelemente der MAIUS-HSMC ADC Eingangsschaltung [146]

Bauteil	Bezeichnung	Wert	Toleranz
ADC	Analog Devices AD9254		
IC7	Texas Instruments THS4541		
R33 ¹	Widerstand	56 Ω	5 %
C37	Kapazität	10 μF	10 %
C38	Kapazität	100 nF	5 %
C40	Kapazität	100 nF	5 %
C41	Kapazität	10 μF	10 %
R29 ¹	Widerstand	430 Ω	5 %
R32 ¹	Widerstand	5,6 kΩ	5 %
R35 ¹	Widerstand	470 Ω	5 %
R38 ¹	Widerstand	4,3 kΩ	5 %
R31	Widerstand	402 Ω	1 %
R36	Widerstand	402 Ω	1 %
R30	Widerstand	16,9 Ω	1 %
R34	Widerstand	16,9 Ω	1 %
C39	Kapazität	22 pF	1 %

¹ Verändert gegenüber [146]

Ausgangsschaltungen von DAC und DDS auf der MAIUS-HSMC Erweiterungskarte

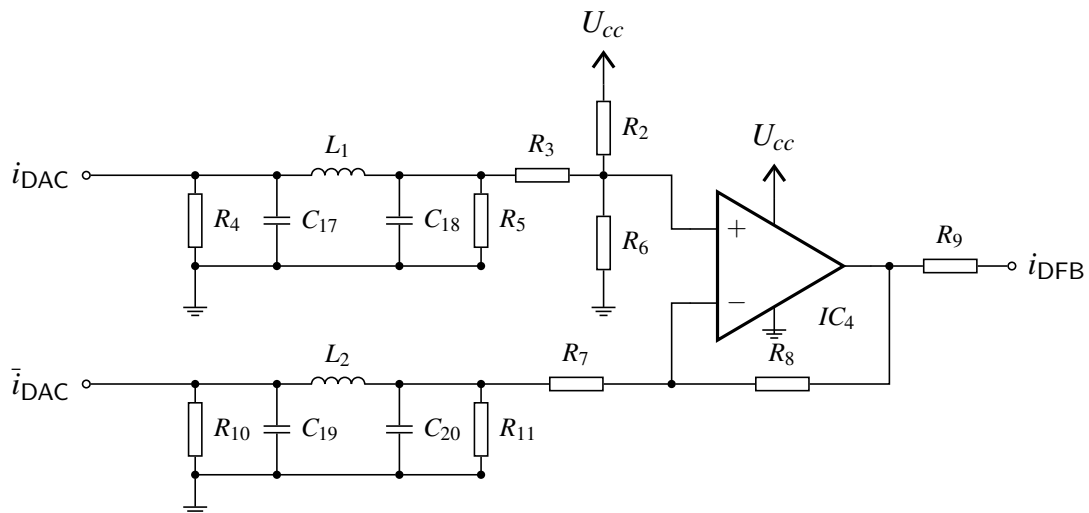


Abbildung C.3.: MAIUS-HSMC DDS & DAC Ausgangsschaltung [146]

Tabelle C.3.: Bauelemente der MAIUS-HSMC DAC & DDS Ausgangsschaltung [146]

Bauteil	Bezeichnung	Wert	Toleranz
DAC	Texas Instruments DAC5672		
DDS	Analog Devices AD9910		
IC4	Texas Instruments OPA2355		
R4	Widerstand	49,9 Ω	1 %
R10	Widerstand	49,9 Ω	1 %
C17	Kapazität	30 pF	1 %
C19	Kapazität	30 pF	1 %
L1	Induktivität	150 nH	5 %
L2	Induktivität	150 nH	5 %
C18	Kapazität	30 nF	1 %
C20	Kapazität	30 pF	1 %
R5	Widerstand	49,9 Ω	1 %
R11	Widerstand	49,9 Ω	1 %
R3	Widerstand	332 Ω	1 %
R7	Widerstand	332 Ω	1 %
R2	Widerstand	2 k Ω	1 %
R6	Widerstand	2 k Ω	1 %
R8	Widerstand	1 k Ω	1 %
R9	Widerstand	47,5 Ω	1 %

Evaluation mit einer externen Referenz

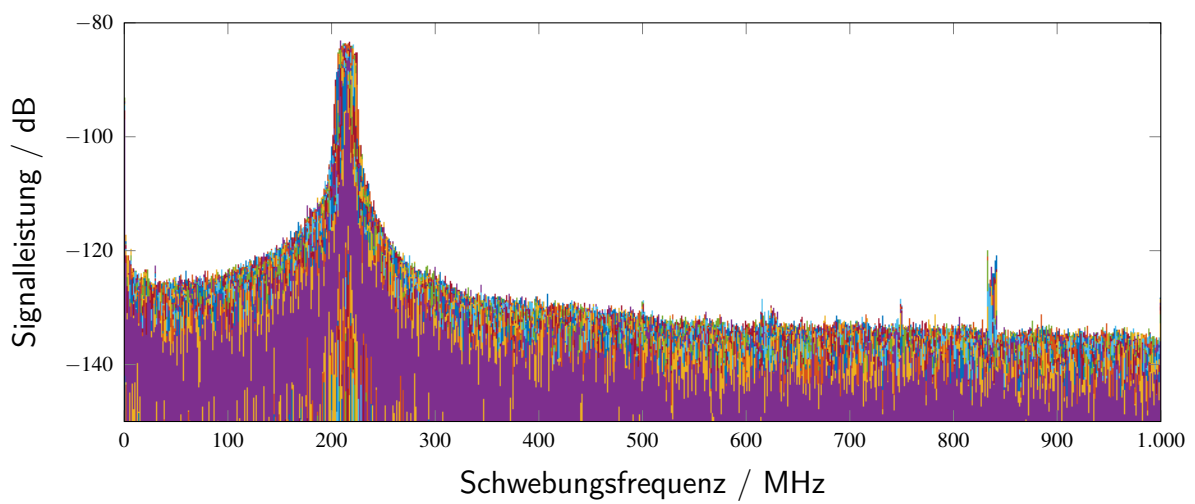


Abbildung C.4.: Überlagerung der Spektren aller Segmente der segmentierten Schwebungsmessung

Literatur

- [1] B. Povh, K. Rith, C. Scholz u. a., *Teilchen Und Kerne: Eine Einführung in Die Physikalischen Konzepte*, 9. Aufl. Springer Spektrum, 2014, ISBN: 978-3-642-37821-8.
- [2] A. Einstein, „Prinzipielles Zur Allgemeinen Relativitätstheorie“, *Annalen der Physik*, Jg. 360, Nr. 4, 1918, ISSN: 1521-3889. DOI: 10.1002/andp.19183600402.
- [3] K. Becker, M. Becker und J. H. Schwarz, *String Theory and M-Theory: A Modern Introduction*. Cambridge University Press, 2006, ISBN: 978-0-511-81608-6.
- [4] C. Rovelli, „Loop Quantum Gravity“, *Living Reviews in Relativity*, Jg. 11, Nr. 1, 2008, ISSN: 1433-8351. DOI: 10.12942/lrr-2008-5.
- [5] M. A. Hohensee, H. Müller und R. B. Wiringa, „Equivalence Principle and Bound Kinetic Energy“, *Physical Review Letters*, Jg. 111, Nr. 15, 2013. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.151102.
- [6] T. Damour, „Theoretical Aspects of the Equivalence Principle“, *Classical and Quantum Gravity*, Jg. 29, Nr. 18, 2012, ISSN: 0264-9381. DOI: 10.1088/0264-9381/29/18/184001.
- [7] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Aufl. Springer Spektrum, 2015, ISBN: 978-3-662-45976-8.
- [8] S. Schlamminger, K.-Y. Choi, T. A. Wagner u. a., „Test of the Equivalence Principle Using a Rotating Torsion Balance“, *Physical Review Letters*, Jg. 100, Nr. 4, 2008. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.041101.
- [9] P. Touboul, G. Métris, M. Rodrigues u. a., „MICROSCOPE Mission: First Results of a Space Test of the Equivalence Principle“, *Physical Review Letters*, Jg. 119, Nr. 23, 2017. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.231101.
- [10] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik u. a., „Interferometry with Bose-Einstein Condensates in Microgravity“, *Physical Review Letters*, Jg. 110, Nr. 9, 2013. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.093602.
- [11] D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers u. a., „Quantum Test of the Universality of Free Fall“, *Physical Review Letters*, Jg. 112, Nr. 20, 2014. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.203002.
- [12] G. Rosi, G. D’Amico, L. Cacciapuoti u. a., „Quantum Test of the Equivalence Principle for Atoms in Coherent Superposition of Internal Energy States“, *Nature Communications*, Jg. 8, 2017, ISSN: 2041-1723. DOI: 10.1038/ncomms15529.
- [13] S. Herrmann, H. Dittus und C. Lämmerzahl, „Testing the Equivalence Principle with Atomic Interferometry“, *Classical and Quantum Gravity*, Jg. 29, Nr. 18, 2012, ISSN: 0264-9381. DOI: 10.1088/0264-9381/29/18/184003.
- [14] B. Altschul, Q. G. Bailey, L. Blanchet u. a., „Quantum Tests of the Einstein Equivalence Principle with the STE-QUEST Space Mission“, *Advances in Space Research*, Jg. 55, Nr. 1, 2015, ISSN: 0273-1177. DOI: 10.1016/j.asr.2014.07.014.
- [15] E. Cornell, „Very Cold Indeed: The Nanokelvin Physics of Bose-Einstein Condensation“, *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, Jg. 101, Nr. 4, 1996, ISSN: 1044-677X. DOI: 10.6028/jres.101.045. PMID: 27805098.

- [16] W. D. Phillips, „Nobel Lecture: Laser Cooling and Trapping of Neutral Atoms“, *Reviews of Modern Physics*, Jg. 70, Nr. 3, 1998. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.721.
- [17] H. J. Metcalf, P. van der Straten und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Ser. Graduate Texts in Contemporary Physics. Springer-Verlag, 1999, ISBN: 978-0-387-98728-6.
- [18] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston u. a., „Optical Molasses“, *JOSA B*, Jg. 6, Nr. 11, 1989, ISSN: 1520-8540. DOI: 10.1364/JOSAB.6.002084.
- [19] E. A. Cornell und C. E. Wieman, „Nobel Lecture: Bose-Einstein Condensation in a Dilute Gas, the First 70 Years and Some Recent Experiments“, *Reviews of Modern Physics*, Jg. 74, Nr. 3, 2002. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.875.
- [20] T. van Zoest, N. Gaaloul, Y. Singh u. a., „Bose-Einstein Condensation in Microgravity“, *Science*, Jg. 328, Nr. 5985, 2010, ISSN: 0036-8075, 1095-9203. DOI: 10.1126/science.1189164. pmid: 20558713.
- [21] J. Hartwig, S. Abend, C. Schubert u. a., „Testing the Universality of Free Fall with Rubidium and Ytterbium in a Very Large Baseline Atom Interferometer“, *New Journal of Physics*, Jg. 17, Nr. 3, 2015, ISSN: 1367-2630. DOI: 10.1088/1367-2630/17/3/035011.
- [22] G. Seibert, B. Fitton und B. Battrick, *A World without Gravity*. ESA Publications, 2001.
- [23] J. Rudolph, N. Gaaloul, Y. Singh u. a., „Degenerate Quantum Gases in Microgravity“, *Microgravity Science and Technology*, Jg. 23, Nr. 3, 2011, ISSN: 1875-0494. DOI: 10.1007/s12217-010-9247-0.
- [24] S. Kulas, C. Vogt, A. Resch u. a., „Miniaturized Lab System for Future Cold Atom Experiments in Microgravity“, *Microgravity Science and Technology*, Jg. 29, Nr. 1, 2017, ISSN: 1875-0494. DOI: 10.1007/s12217-016-9524-7.
- [25] ZARM FABmbH, *ZARM Drop Tower Bremen User Manual*, 2012.
- [26] A. Stamminger, J. Ettl, J. Grosse u. a., „MAIUS-1- Vehicle, Subsystems Design and Mission Operations“, in *22nd ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research*, Bd. 730, 2015.
- [27] S. T. Seidel, „Eine Quelle Für Die Interferometrie Mit Bose-Einstein-Kondensaten Auf Höhenforschungsraketen“, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Hannover, 2014. DOI: 10.15488/8368.
- [28] J. Grosse, „Thermal and Mechanical Design and Simulation for the First High Precision Quantum Optics Experiment on a Sounding Rocket“, Dissertation, Universität Bremen, 2016.
- [29] D. Becker, M. D. Lachmann, S. T. Seidel u. a., „Space-Borne Bose-Einstein Condensation for Precision Interferometry“, *Nature*, Jg. 562, Nr. 7727, 2018, ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/s41586-018-0605-1.
- [30] M. Elsen, J. Grosse, E. Rasel u. a., „The Pathway to Launch the MAIUS-2/3 Payload on a Sounding Rocket“, in *70th International Astronautical Congress (IAC 2019)*, 2019.
- [31] V. Schkolnik, O. Hellmig, A. Wenzlawski u. a., „A Compact and Robust Diode Laser System for Atom Interferometry on a Sounding Rocket“, *Applied Physics B*, Jg. 122, Nr. 8, 2016, ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/s00340-016-6490-0.
- [32] F. Riehle, *Frequency Standards : Basics and Applications*. Wiley-VCH, 2004, ISBN: 978-3-527-60599-6.

-
- [33] H. J. Eichler, J. Eichler und O. Lux, *Lasers: Basics, Advances and Applications*, Ser. Springer Series in Optical Sciences. Springer International Publishing, 2018, ISBN: 978-3-319-99893-0.
- [34] G. P. Agrawal und N. K. Dutta, *Semiconductor Lasers*, 2. Aufl. Springer, 1993, ISBN: 978-1-4613-0481-4.
- [35] P. Werle, „A Review of Recent Advances in Semiconductor Laser Based Gas Monitors“, *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, Jg. 54, Nr. 2, 1998, ISSN: 1386-1425. DOI: 10.1016/S1386-1425(97)00227-8.
- [36] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy 2: Experimental Techniques*, 5. Aufl. Springer-Verlag, 2015, ISBN: 978-3-662-44640-9.
- [37] H. Blume, „Exploration Des Entwurfsraumes Für Heterogene Architekturen Zur Digitalen Videosignalverarbeitung“, Habilitationsschrift, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2008.
- [38] M. W. Sigrist, *Laser: Theorie, Typen Und Anwendungen*, 8. Aufl. Springer Spektrum, 2018, ISBN: 978-3-662-57514-7.
- [39] D. Meschede, *Optik, Licht Und Laser*, 3. Aufl. Vieweg+Teubner Verlag, 2008, ISBN: 978-3-8351-0143-2.
- [40] Z. Fang, H. Cai, G. Chen u. a., *Single Frequency Semiconductor Lasers*, Ser. Optical and Fiber Communications Reports. Springer, 2017, ISBN: 978-981-10-5256-9.
- [41] M. Schiemangk, K. Lampmann, A. Dinkelaker u. a., „High-Power, Micro-Integrated Diode Laser Modules at 767 and 780 Nm for Portable Quantum Gas Experiments“, *Applied Optics*, Jg. 54, Nr. 17, 2015, ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.54.005332.
- [42] J. Zheng, *Optical Frequency-Modulated Continuous-Wave (FMCW) Interferometry*, Ser. Springer Series in Optical Sciences. Springer-Verlag, 2005, ISBN: 978-0-387-23009-2.
- [43] N. Satyan, „Optoelectronic Control of the Phase and Frequency of Semiconductor Lasers“, Dissertation, California Institute of Technology, 2011. DOI: 10.7907/24DM-VW62.
- [44] G. Morthier und P. Vankwikelberge, *Handbook of Distributed Feedback Laser Diodes*. Artech House, 2013, ISBN: 978-1-60807-701-4.
- [45] E. Luvsandamdin, C. Kürbis, M. Schiemangk u. a., „Micro-Integrated Extended Cavity Diode Lasers for Precision Potassium Spectroscopy in Space“, *Optics Express*, Jg. 22, Nr. 7, 2014, ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.22.007790.
- [46] D. A. Steck, „Rubidium 85 D Line Data“, Vers. 2.1.6, 2013.
- [47] D. A. Steck, „Rubidium 87 D Line Data“, Vers. 2.1.5, 2015.
- [48] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle Und Festkörper*, 5. Aufl. Springer Spektrum, 2016, ISBN: 978-3-662-49093-8.
- [49] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy 1: Basic Principles*, 5. Aufl. Springer-Verlag, 2014, ISBN: 978-3-642-53858-2.
- [50] Y.-R. Shen, *Principles of Nonlinear Optics*, Ser. Wiley Classics Library. Hoboken, NJ: Wiley, 2003, ISBN: 978-0-471-43080-3.
- [51] G. C. Bjorklund, „Frequency-Modulation Spectroscopy: A New Method for Measuring Weak Absorptions and Dispersions“, *Optics Letters*, Jg. 5, Nr. 1, 1980, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.5.000015.

- [52] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth u. a., „Frequency Modulation (FM) Spectroscopy“, *Applied Physics B*, Jg. 32, Nr. 3, 1983, ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/BF00688820.
- [53] E. R. Menzel, *Laser Spectroscopy: Techniques and Applications*. Dekker, 1995, ISBN: 978-8247-9265-3.
- [54] Y. C. Chung, J. Jeong und L. S. Cheng, „Aging-Induced Wavelength Shifts in 1.5-Mm DFB Lasers“, *IEEE Photonics Technology Letters*, Jg. 6, Nr. 7, Juli 1994, ISSN: 1041-1135. DOI: 10.1109/68.311456.
- [55] „Single Frequency Laser Diodes - Distributed Feedback Laser: EYP-DFB-0780-00080-1500-TOC03-0000“, eagleyard Photonics GmbH, Datasheet Rev. 1.02, 2018.
- [56] C. Clivati, A. Mura, D. Calonico u. a., „Planar-Waveguide External Cavity Laser Stabilization for an Optical Link with 10^{-19} Frequency Stability“, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Jg. 58, Nr. 12, 2011, ISSN: 0885-3010. DOI: 10.1109/TUFFC.2011.2121.
- [57] H. Chen, Y. Jiang, S. Fang u. a., „Frequency Stabilization of Nd:YAG Lasers with a Most Probable Linewidth of 0.6 Hz“, *JOSA B*, Jg. 30, Nr. 6, 2013, ISSN: 1520-8540. DOI: 10.1364/JOSAB.30.001546.
- [58] Q.-F. Chen, A. Nevsky, M. Cardace u. a., „A Compact, Robust, and Transportable Ultra-Stable Laser with a Fractional Frequency Instability of 1×10^{-15} “, *Review of Scientific Instruments*, Jg. 85, Nr. 11, 2014, ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.4898334.
- [59] S. Häfner, S. Falke, C. Grebing u. a., „ 8×10^{-17} Fractional Laser Frequency Instability with a Long Room-Temperature Cavity“, *Optics Letters*, Jg. 40, Nr. 9, 2015, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.40.002112.
- [60] D. R. Leibrandt, M. J. Thorpe, M. Notcutt u. a., „Spherical Reference Cavities for Frequency Stabilization of Lasers in Non-Laboratory Environments“, *Optics Express*, Jg. 19, Nr. 4, 2011, ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.19.003471.
- [61] D. O’Shea, A. Rettenmaier und A. Rauschenbeutel, „Active Frequency Stabilization of an Ultra-High Q Whispering-Gallery-Mode Microresonator“, *Applied Physics B*, Jg. 99, Nr. 4, 2010, ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/s00340-010-4014-x.
- [62] J. Alnis, A. Schliesser, C. Y. Wang u. a., „Thermal-Noise-Limited Crystalline Whispering-Gallery-Mode Resonator for Laser Stabilization“, *Physical Review A*, Jg. 84, Nr. 1, 2011. DOI: 10.1103/PhysRevA.84.011804.
- [63] J. D. Swaim, J. Knittel und W. P. Bowen, „Detection of Nanoparticles with a Frequency Locked Whispering Gallery Mode Microresonator“, *Applied Physics Letters*, Jg. 102, Nr. 18, 2013, ISSN: 0003-6951. DOI: 10.1063/1.4804243.
- [64] J. Paul, Y. Kaneda, T.-L. Wang u. a., „Doppler-Free Spectroscopy of Mercury at 253.7 Nm Using a High-Power, Frequency-Quadrupled, Optically Pumped External-Cavity Semiconductor Laser“, *Optics Letters*, Jg. 36, Nr. 1, 2011, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.000061.
- [65] P. Kwee, C. Bogan, K. Danzmann u. a., „Stabilized High-Power Laser System for the Gravitational Wave Detector Advanced LIGO“, *Optics Express*, Jg. 20, Nr. 10, 2012, ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.20.010617.
- [66] T. Accadia, F. Acernese, M. Alshourbagy u. a., „Virgo: A Laser Interferometer to Detect Gravitational Waves“, *Journal of Instrumentation*, Jg. 7, Nr. 03, 2012, ISSN: 1748-0221. DOI: 10.1088/1748-0221/7/03/P03012.

-
- [67] J. C. Livas, J. I. Thorpe, K. Numata u. a., „Frequency-Tunable Pre-Stabilized Lasers for LISA via Sideband Locking“, *Classical and Quantum Gravity*, Jg. 26, Nr. 9, 2009, ISSN: 0264-9381. DOI: 10.1088/0264-9381/26/9/094016.
- [68] W. M. Folkner, K. McKenzie, D. Shaddock u. a., „Laser Frequency Stabilization for GRACE-II“, in *Earth Science Technology Forum (ESTF2010)*, NASA, 2010.
- [69] Y. Luo, H. Li, H.-C. Yeh u. a., „A Self-Analyzing Double-Loop Digital Controller in Laser Frequency Stabilization for Inter-Satellite Laser Ranging“, *Review of Scientific Instruments*, Jg. 86, Nr. 4, 2015, ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.4917072.
- [70] T. Schuldt, S. Saraf, A. Stochino u. a., „mSTAR: Testing Special Relativity in Space Using High Performance Optical Frequency References“, in *2015 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium & the European Frequency and Time Forum*, 2015. DOI: 10.1109/FCS.2015.7138789.
- [71] H. Richter, S. G. Pavlov, A. D. Semenov u. a., „Submegahertz Frequency Stabilization of a Terahertz Quantum Cascade Laser to a Molecular Absorption Line“, *Applied Physics Letters*, Jg. 96, Nr. 7, 2010, ISSN: 0003-6951. DOI: 10.1063/1.3324703.
- [72] M. S. Vitiello, L. Consolino, S. Bartalini u. a., „Quantum-Limited Frequency Fluctuations in a Terahertz Laser“, *Nature Photonics*, Jg. 6, Nr. 8, S. 525–528, 2012, ISSN: 1749-4893. DOI: 10.1038/nphoton.2012.145.
- [73] K. Numata, J. Camp, M. A. Krainak u. a., „Performance of Planar-Waveguide External Cavity Laser for Precision Measurements“, *Optics Express*, Jg. 18, Nr. 22, S. 22 781–22 788, 2010, ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.18.022781.
- [74] K. Numata, J. R. Chen, S. T. Wu u. a., „Frequency Stabilization of Distributed-Feedback Laser Diodes at 1572 Nm for Lidar Measurements of Atmospheric Carbon Dioxide“, *Applied Optics*, Jg. 50, Nr. 7, S. 1047–1056, 2011, ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.50.001047.
- [75] A. N. Dinkelaker, M. Schiemangk, V. Schkolnik u. a., „Autonomous Frequency Stabilization of Two Extended-Cavity Diode Lasers at the Potassium Wavelength on a Sounding Rocket“, *Applied Optics*, Jg. 56, Nr. 5, 2017, ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.56.001388.
- [76] N. B. Jørgensen, D. Birkmose, K. Trelborg u. a., „A Simple Laser Locking System Based on a Field-Programmable Gate Array“, *Review of Scientific Instruments*, Jg. 87, Nr. 7, 2016, ISSN: 0034-6748, 1089-7623. DOI: 10.1063/1.4959545.
- [77] J.-B. Long, S.-J. Yang, S. Chen u. a., „Magnetic-Enhanced Modulation Transfer Spectroscopy and Laser Locking for ^{87}Rb Repump Transition“, *Optics Express*, Jg. 26, Nr. 21, 2018, ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.26.027773.
- [78] F. Zi, X. Wu, W. Zhong u. a., „Laser Frequency Stabilization by Combining Modulation Transfer and Frequency Modulation Spectroscopy“, *Applied Optics*, Jg. 56, Nr. 10, 2017, ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.56.002649.
- [79] S. Vasilyev, A. Nevsky, I. Ernsting u. a., „Compact All-Solid-State Continuous-Wave Single-Frequency UV Source with Frequency Stabilization for Laser Cooling of Be^+ Ions“, *Applied Physics B*, Jg. 103, Nr. 1, 2011, ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/s00340-011-4435-1.
- [80] T. Schuldt, K. Döringshoff, M. Oswald u. a., „Absolute Laser Frequency Stabilization for LISA“, *International Journal of Modern Physics D*, 2018, ISSN: 0218-2718. DOI: 10.1142/S0218271818450025.

- [81] W.-L. Wang, J. Ye, H.-L. Jiang u. a., „Frequency Stabilization of a 399-Nm Laser by Modulation Transfer Spectroscopy in an Ytterbium Hollow Cathode Lamp“, *Chinese Physics B*, Jg. 20, Nr. 1, 2011, ISSN: 1674-1056. DOI: 10.1088/1674-1056/20/1/013201.
- [82] A. L. Marchant, S. Händel, T. P. Wiles u. a., „Off-Resonance Laser Frequency Stabilization Using the Faraday Effect“, *Optics Letters*, Jg. 36, Nr. 1, 2011, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.000064.
- [83] W. Quan, Y. Li, R. Li u. a., „Far Off-Resonance Laser Frequency Stabilization Using Multipass Cells in Faraday Rotation Spectroscopy“, *Applied Optics*, Jg. 55, Nr. 10, 2016, ISSN: 2155-3165. DOI: 10.1364/AO.55.002503.
- [84] F. Träger, Hrsg., *Springer Handbook of Lasers and Optics*, 2. Aufl., Ser. Springer Handbooks. Springer-Verlag, 2012, ISBN: 978-3-642-19408-5.
- [85] A. Schwettmann, J. Sedlacek und J. P. Shaffer, „Field-Programmable Gate Array Based Locking Circuit for External Cavity Diode Laser Frequency Stabilization“, *Review of Scientific Instruments*, Jg. 82, Nr. 10, 2011, ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.3646477.
- [86] D. Pabœuf, P. J. Schlosser und J. E. Hastie, „Frequency Stabilization of an Ultraviolet Semiconductor Disk Laser“, *Optics Letters*, Jg. 38, Nr. 10, 2013, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.38.001736.
- [87] W. Zhang, M. J. Martin, C. Benko u. a., „Reduction of Residual Amplitude Modulation to 1×10^{-6} for Frequency Modulation and Laser Stabilization“, *Optics Letters*, Jg. 39, Nr. 7, 2014, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.39.001980.
- [88] A. Cygan, D. Lisak, P. Masłowski u. a., „Pound-Drever-Hall-Locked, Frequency-Stabilized Cavity Ring-down Spectrometer“, *Review of Scientific Instruments*, Jg. 82, Nr. 6, S. 063 107, 2011, ISSN: 0034-6748. DOI: 10.1063/1.3595680.
- [89] T. G. McRae, S. Ngo, D. A. Shaddock u. a., „Frequency Stabilization for Space-Based Missions Using Optical Fiber Interferometry“, *Optics Letters*, Jg. 38, Nr. 3, 2013, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.38.000278.
- [90] T. T.-. Lam, B. J. J. Slagmolen, J. H. Chow u. a., „Digital Laser Frequency Stabilization Using an Optical Cavity“, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Jg. 46, Nr. 8, 2010, ISSN: 0018-9197. DOI: 10.1109/JQE.2010.2044867.
- [91] L.-S. Ma und J. L. Hall, „Optical Heterodyne Spectroscopy Enhanced by an External Optical Cavity: Toward Improved Working Standards“, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Jg. 26, Nr. 11, S. 2006–2012, Nov. 1990, ISSN: 0018-9197. DOI: 10.1109/3.62120.
- [92] D. J. McCarron, S. A. King und S. L. Cornish, „Modulation Transfer Spectroscopy in Atomic Rubidium“, *Measurement Science and Technology*, Jg. 19, Nr. 10, 2008, ISSN: 1361-6501. DOI: 10.1088/0957-0233/19/10/105601.
- [93] J. H. Shirley, „Modulation Transfer Processes in Optical Heterodyne Saturation Spectroscopy“, *Optics Letters*, Jg. 7, Nr. 11, 1982, ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.7.000537.
- [94] V. Schkolnik, K. Döringshoff, F. B. Gutsch u. a., „JOKARUS - Design of a Compact Optical Iodine Frequency Reference for a Sounding Rocket Mission“, *European Physics Journal - Quantum Technology*, Jg. 4, Nr. 1, 2017, ISSN: 2196-0763. DOI: 10.1140/epjqt/s40507-017-0063-y.

-
- [95] P. Maddaloni, M. Bellini und P. De Natale, *Laser-Based Measurements for Time and Frequency Domain Applications : A Handbook*. Boca Raton, Fla. [u.a.]: CRC Press, 2013, ISBN: 978-1-4398-4151-8.
- [96] G. Yang, J. F. Barry, E. S. Shuman u. a., „A Low-Cost, FPGA-Based Servo Controller with Lock-in Amplifier“, *Journal of Instrumentation*, Jg. 7, Nr. 10, 2012, ISSN: 1748-0221. DOI: 10.1088/1748-0221/7/10/P10026.
- [97] L. Neuhaus, R. Metzdorff, S. Chua u. a., „PyRPL (Python Red Pitaya Lockbox) - An Open-Source Software Package for FPGA-Controlled Quantum Optics Experiments“, in *2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*, 2017. DOI: 10.1109/CLEOE-EQEC.2017.8087380.
- [98] W. Bartosch, „Automatic Frequency Lock of a Diode Laser for Rubidium Spectroscopy“, Bachelorarbeit, Institut für Quantenoptik, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013.
- [99] Y. Wang, „Concept, Implementation and Evaluation of a FPGA Based Frequency Lock for a Distributed Feedback Laser“, Masterarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2015.
- [100] C. Spindeldreier, T. Wendrich, E. M. Rasel u. a., „FPGA-Based Frequency Estimation of a DFB Laser Using Rb Spectroscopy for Space Missions“, in *2016 IEEE 27th International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors (ASAP)*, 2016. DOI: 10.1109/ASAP.2016.7760795.
- [101] F. Essannouni, R. O. H. Thami, D. Aboutajdine u. a., „Simple Noncircular Correlation Method for Exhaustive Sum Square Difference Matching“, *Optical Engineering*, Jg. 46, Nr. 10, 2007, ISSN: 0091-3286, 1560-2303. DOI: 10.1117/1.2786469.
- [102] F. Essannouni, R. O. H. Thami, D. Aboutajdine u. a., „Adjustable SAD Matching Algorithm Using Frequency Domain“, *Journal of Real-Time Image Processing*, Jg. 1, Nr. 4, 2007, ISSN: 1861-8219. DOI: 10.1007/s11554-007-0026-0.
- [103] K. D. Rao und M. N. S. Swamy, *Digital Signal Processing: Theory and Practice*. Springer, 2018, ISBN: 978-981-10-8080-7.
- [104] T. Witte, „Konzeption Und Evaluation Eines STFT-Basierten Hardware Moduls Zur Wellenlängenregelung Eines Verstimmbaren Diodenlaser Für Weltraummissionen“, Masterarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2018.
- [105] E. Chu und A. George, *Inside the FFT Black Box : Serial and Parallel Fast Fourier Transform Algorithms*, Ser. Computational Mathematics Series. CRC Press, 2000, ISBN: 978-0-8493-0270-1.
- [106] P. Duhamel, „Implementation of "Split-Radix"FFT Algorithms for Complex, Real, and Real-Symmetric Data“, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Jg. 34, Nr. 2, 1986, ISSN: 0096-3518. DOI: 10.1109/TASSP.1986.1164811.
- [107] F. Wefers, „Partitioned Convolution Algorithms for Real-Time Auralization“, Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2015, ISBN: 978-3-8325-3943-6.
- [108] *Intel 64 and IA-32 Architectures Software Developer's Manual*. Intel Corporation, 2020, Bd. 2 (Instruction Set Reference).
- [109] „FPGA Architecture“, Altera Corporation, Whitepaper WP-01003-1.0, 2006.

- [110] *Cyclone IV Device Handbook*, Vers. 2.2. Altera Corporation, 2016, Bd. Volume 1.
- [111] *MAX 10 FPGA Device Architecture*, Vers. 2017.02.21. Intel Corporation, 2017.
- [112] *Intel MAX 10 FPGA Device Overview*, Vers. 2017.12.15. Intel Corporation, 2017.
- [113] *Cyclone V Device Handbook*, Vers. 2019.10.03. Intel Corporation, 2019, Bd. Volume 1: Device Interfaces and Integration.
- [114] *Cyclone V Hard Processor System Technical Reference Manual*, Vers. 2020.02.28. Intel Corporation, 2020.
- [115] *Cyclone V Device Overview*, Vers. 2018.05.07. Intel Corporation, 2018.
- [116] *DE2-115 User Manual*, Vers. 2.3. Terasic Inc., 2017.
- [117] *MAX 10 FPGA Development Kit User Guide*, Vers. 2017.09.07. Intel Corporation, 2017.
- [118] *DE10-Standard User Manual*, Vers. 1.0.6. Terasic Inc., 2018.
- [119] P. K. Meher, J. Valls, T. Juang u. a., „50 Years of CORDIC: Algorithms, Architectures, and Applications“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, Jg. 56, Nr. 9, 2009, ISSN: 1549-8328. DOI: 10.1109/TCSI.2009.2025803.
- [120] F. J. Harris, *Multirate Signal Processing for Communication Systems*. Prentice Hall PTR, 2004, ISBN: 978-0-13-146511-4.
- [121] J. Vuori, „Implementation of a Digital Phase-Locked Loop Using CORDIC Algorithm“, in *1996 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Bd. 4, 1996. DOI: 10.1109/ISCAS.1996.541925.
- [122] M. Pfitzner, „FPGA-Basierte Hardware-Architektur Für Die Echtzeit-SAR-Bilddatengenerierung Mit Integrierter Motion Compensation“, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Hannover, 2015, ISBN: 978-3-8439-2121-3.
- [123] Z.-J. Mou, „Symmetry Exploitation in Digital Interpolators/Decimators“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jg. 44, Nr. 10, Okt. 1996, ISSN: 1941-0476. DOI: 10.1109/78.539044.
- [124] „IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic“, *IEEE Std 754-2019 (Revision of IEEE 754-2008)*, 2019. DOI: 10.1109/IEEESTD.2019.8766229.
- [125] S. Blume, „Zur Systematischen Ermittlung Hardware-Geeigneter Zahlendarstellungen Für Algorithmen Der Digitalen Signalverarbeitung“, Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2015, ISBN: 978-3-8440-3691-6.
- [126] A. Visioli, Hrsg., *Practical PID Control*, Ser. Advances in Industrial Control. London: Springer, 2006, ISBN: 978-1-84628-586-8. DOI: 10.1007/1-84628-586-0.
- [127] *Nios II Processor Reference Guide*, Vers. 2019.12.20. Intel Corporation, 2019.
- [128] *Nios II Performance Benchmarks*, Vers. 2018.10.15. Intel Corporation, 2018.
- [129] *Avalon Interface Specifications*, Vers. 2020.01.03. Intel Corporation, 2020.
- [130] *Embedded Peripherals IP User Guide*, Vers 2020.01.22. Intel Corporation.
- [131] *Nios II Software Developer Handbook*, Vers. 2019.12.04. Intel Corporation, 2019.
- [132] *GRLIB IP Core User's Manual*, Vers. 2019.4. Cobham Gaisler AB, 2019.
- [133] *AMBA Specification*, Rev 2.0, Vers. A. ARM Limited, 1999.
- [134] *GRLIB IP Library User's Manual*, Vers. 2019.4. Cobham Gaisler AB, 2019.

-
- [135] *BCC User's Manual*, Vers. 2.0.8. Cobham Gaisler AB, 2019.
- [136] *AMBA AXI and ACE Protocol Specification*, Vers. G. Arm Limited, 2019.
- [137] *AMBA APB Protocol Specification v2.0*, C. ARM Limited, 2010.
- [138] J.-S. Ardaens, S. D'Amico, D. Ulrich u. a., „Tandem-x Autonomous Formation Flying System“, in *Proceedings of the 3rd International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies*, Noordwijk, The Netherlands: European Space Agency, 2008, ISBN: 978-92-9221-218-6.
- [139] P. Burkhart, T. Ely, C. Duncan u. a., „Real-Time EDL Navigation Performance Using Spacecraft to Spacecraft Radiometric Data“, in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Ser. Guidance, Navigation, and Control and Co-Located Conferences, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. DOI: 10.2514/6.2006-6566.
- [140] T. Ely, C. Duncan, G. Lightsey u. a., „Real-Time Mars Approach Navigation Aided by the Mars Network“, in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Ser. Guidance, Navigation, and Control and Co-Located Conferences, 0 Bde., American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. DOI: 10.2514/6.2006-6565.
- [141] K. Gantois, F. Teston, O. Montenbruck u. a., „PROBA-2 Mission and New Technologies Overview“, in *Proceedings of the 4S Symposium: Small Satellites, Systems and Services*, Bd. 625, ESA Publications, 2006, ISBN: 92-9092-936-7.
- [142] J. A. Ortega-Ruiz, A. Conchillo, X. Xirgu u. a., „Mission Critical Software in LISA Pathfinder“, *AIP Conference Proceedings*, Jg. 873, Nr. 1, 2006, ISSN: 0094-243X. DOI: 10.1063/1.2405119.
- [143] A. Wicht, „Abschlussbericht : LASUS - Neuartige Diodenlaser Für Präzisionsexperimente Unter Schwerelosigkeit“, Ferdinand-Braun-Institut, Leibniz-Institut für Höchstfrequenztechnik im Forschungsverbund Berlin e.V., 2012.
- [144] E. Luvsandamdin, S. Spießberger, M. Schiemangk u. a., „Development of Narrow Linewidth, Micro-Integrated Extended Cavity Diode Lasers for Quantum Optics Experiments in Space“, *Applied Physics B*, Jg. 111, Nr. 2, 2013, ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/s00340-012-5327-8.
- [145] C. Spindeldreier, W. Bartosch, T. Wendrich u. a., „FPGA Based Laser Frequency Stabilization Using FM Spectroscopy“, in *Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XX*, Bd. 10518, SPIE, 2018. DOI: 10.1117/12.2288370.
- [146] V. Kuswik, „Konzeption Eines Analog/Digital Interfaces Für Einen Distributed-Feedback-Laser Und Integration in Ein FPGA-Basiertes SoC Zur Wellenlängenregelung“, Bachelorarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2017.
- [147] M. A. Popp, „Compact, Low-Noise Current Drivers for Quantum Sensors with Atom Chips“, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2018. DOI: 10.15488/3688.
- [148] W. J. Witteman, *Detection and Signal Processing: Technical Realization*, Ser. Springer Series in Advanced Microelectronics. Springer-Verlag, 2006, ISBN: 978-3-540-29599-0.
- [149] A. Herbst, „A Laser System for Testing the MAIUS-B Payload“, Masterarbeit, Institut für Quantenoptik, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2018.
- [150] L. Wörner, J. Grosse, M. Warner u. a., „Quantum Gases Aboard the ISS - Capabilities of the BECCAL Project“, in *69th International Astronautical Congress (IAC 2018)*, 2018.

- [151] K. Frye, S. Abend, W. Bartosch u. a., „The Bose-Einstein Condensate and Cold Atom Laboratory“, *EPJ Quantum Technology*, Jg. 8, Nr. 1, 2021, ISSN: 2196-0763. DOI: 10.1140/epjqt/s40507-020-00090-8.
- [152] D. Aguilera, H. Ahlers, B. Battelier u. a., „STE-QUEST - Test of the Universality of Free Fall Using Cold Atom Interferometry“, *Classical and Quantum Gravity*, Jg. 31, Nr. 11, 2014, ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: 10.1088/0264-9381/31/11/115010.

Wissenschaftlicher Werdegang

- 10/2008-06/2013 **Studium der Elektrotechnik und Technischen Informatik**
Leibniz Universität Hannover (Diplom)
- 10/2010-04/2012 **Studentische Hilfskraft**
Institut für Mikroelektronische Systeme, Fachgebiet Architekturen und Systeme an der Leibniz Universität Hannover
- 07/2013-03/2020 **Wissenschaftlicher Mitarbeiter**
Institut für Mikroelektronische Systeme, Fachgebiet Architekturen und Systeme an der Leibniz Universität Hannover

Publikationsliste

K. Frye, S. Abend, W. Bartosch, A. Bawamia, D. Becker, H. Blume, C. Braxmaier, S.-W. Chiow, M. A. Efremov, W. Ertmer, P. Fierlinger, T. Franz, N. Gaaloul, J. Grosse, C. Grzeschik, O. Hellmig, V. A. Henderson, W. Herr, U. Israelsson, J. Kohel, M. Krutzik, C. Kürbis, C. Lämmerzahl, M. List, D. Lüdtke, N. Lundblad, J. P. Marburger, M. Meister, M. Mihm, H. Müller, H. Müntinga, A. M. Nepal, T. Oberschulte, A. Papakonstantinou, J. Perovšek, A. Peters, A. Prat, E. M. Rasel, A. Roura, M. Sbroscia, W. P. Schleich, C. Schubert, S. T. Seidel, J. Sommer, **C. Spindeldreier**, D. Stamper-Kurn, B. K. Stuhl, M. Warner, T. Wendrich, A. Wenzlawski, A. Wicht, P. Windpassinger, N. Yu und L. Wörner, „The Bose-Einstein Condensate and Cold Atom Laboratory“, *EPJ Quantum Technology*, Jg. 8, Nr. 1, 2021, ISSN: 2196-0763. DOI: 10.1140/epjqt/s40507-020-00090-8.

C. Spindeldreier, W. Bartosch, T. Wendrich, E. M. Rasel, W. Ertmer und H. Blume, „FPGA Based Laser Frequency Stabilization Using FM Spectroscopy“, in *Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XX*, Bd. 10518, SPIE, 2018. DOI: 10.1117/12.2288370.

L. Wörner, J. Grosse, M. Warner, C. Schubert, D. Becker, K. Frye, W. Herr, T. Wendrich, N. Gaaloul, **C. Spindeldreier**, M. Meister, A. Wenzlawski, J.-P. Marburger, M. Krutzik, V. Henderson, A. I. Bawamia, S. Herrmann, H. Müntinga, J. Sommer, A. Prat, A. Peters, A. Wicht, D. Lüdtke, P. Windpassinger, H. Blume, E. M. Rasel, W. P. Schleich und C. Braxmaier, „Quantum Gases Aboard the ISS - Capabilities of the BECCAL Project“, in *69th International Astronautical Congress (IAC 2018)*, 2018.

O. J. Arndt, **C. Spindeldreier**, K. Wohnrade, D. Pfefferkorn, M. Neuenhahn und H. Blume, „FPGA Accelerated NoC-Simulation: A Case Study on the Intel Xeon Phi Ringbus Topology“, in *Proceedings of the 8th International Symposium on Highly Efficient Accelerators and Reconfigurable Technologies*, Ser. HEART2017, ACM, 2017, ISBN: 978-1-4503-5316-8. DOI: 10.1145/3120895.3120916.

C. Spindeldreier, T. Wendrich, E. M. Rasel, W. Ertmer und H. Blume, „FPGA-Based Frequency Estimation of a DFB Laser Using Rb Spectroscopy for Space Missions“, in *2016 IEEE 27th International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors (ASAP)*, 2016. DOI: 10.1109/ASAP.2016.7760795.

H.-P. Brückner, **C. Spindeldreier** und H. Blume, „Design and Evaluation of a Hardware-Accelerator for Energy Efficient Inertial Sensor Fusion on Heterogeneous SoC Architectures“, in *The 15th International Conference on Biomedical Engineering*, Ser. IFMBE Proceedings, Springer International Publishing, 2014, ISBN: 978-3-319-02913-9. DOI: 10.1007/978-3-319-02913-9_58.

H.-P. Brückner, **C. Spindeldreier** und H. Blume, „Exploring Energy Efficiency of Hardware-Architectures for IMU Based Orientation Estimation“, in *Sensing Technology: Current Status and Future Trends III*, Ser. Smart Sensors, Measurement and Instrumentation, Bd. 11, Springer, Cham, 2014, ISBN: 978-3-319-10947-3. DOI: 10.1007/978-3-319-10948-0_8.

H.-P. Brückner, **C. Spindeldreier** und H. Blume, „Energy-Efficient Inertial Sensor Fusion on Heterogeneous FPGA-Fabric/RISC System on Chip“, in *2013 Seventh International Conference on Sensing Technology (ICST)*, 2013. DOI: 10.1109/ICSensT.2013.6727704.

H.-P. Brückner, **C. Spindeldreier** und H. Blume, „Modification and Fixed-Point Analysis of a Kalman Filter for Orientation Estimation Based on 9D Inertial Measurement Unit Data“, in *2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, 2013. DOI: 10.1109/EMBC.2013.6610410.

H.-P. Brückner, **C. Spindeldreier**, H. Blume, E. Schoonderwaldt und E. Altenmüller, „Evaluation of Inertial Sensor Fusion Algorithms in Grasping Tasks Using Real Input Data: Comparison of Computational Costs and Root Mean Square Error“, in *2012 Ninth International Conference on Wearable and Implantable Body Sensor Networks*, 2012. DOI: 10.1109/BSN.2012.9.