DOI 10.22394/1726-1139-2020-11-63-76

Методический подход к оценке индивидуального вклада специалистов при реализации проектов управленческого консультирования

Вилков В. Б.[1], *Плотников В. А.*[2, *], *Черных А. К.*[3]

[1]Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А. В. Хрулева, Санкт-Петербург, Российская Федерация
[2]Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация; *plotnikov_2000@mail.ru
[3]Санкт-Петербургский военный ордена Жукова институт войск национальной гвардии Российской Федерации, Санкт-Петербург, Российская Федерация

РЕФЕРАТ
В статье рассматривается задача оценки вклада отдельных специалистов, работающих в составе группы, оказывающей консалтинговые услуги. До настоящего времени подобные задачи решаются, преимущественно, с использованием экспертного метода. В статье предложено количественное решение указанной задачи, основанное на применении математического аппарата теории кооперативных игр и теории нечетких множеств.

Ключевые слова: оценка вклада специалистов в достижении общей цели, нечеткие кооперативные игры, нечеткие множества, управленческое консультирование

Для цитирования: *Вилков В. Б., Плотников В. А., Черных А. К.* Методический подход к оценке индивидуального вклада специалистов при реализации проектов управленческого консультирования // Управленческое консультирование. 2020. № 11. С. 63–76.

Methodological Approach to Evaluation of Individual Contribution of Specialists in Implementation of Administrative Consulting Projects

Valery B. Vilkov[1], *Vladimir A. Plotnikov*[2, *], *Andrei K. Chernykh*[3]

[1]Military Academy of Logistics named after Army General A. V. Khrulev, Saint-Petersburg, Russian Federation
[2]Saint-Petersburg State University of Economics, Saint-Petersburg, Russian Federation; *plotnikov_2000@mail.ru
[3]Saint-Petersburg Military Institute of National Guard Troops of the Russian Federation, Saint-Petersburg, Russian Federation

ABSTRACT
The article discusses the task of assessing the contribution of individual specialists working in the consulting services group. To date, such problems are solved mainly using the expert method. The article proposes a quantitative solution to this problem, based on the application of the mathematical apparatus of the theory of cooperative games and the theory of fuzzy sets.

Keywords: assessment of specialists contribution to achievement of common goal, fuzzy cooperative games, fuzzy sets, administrative consulting

For citing: Vilkov V. B., Plotnikov V. A., Chernykh A. K. Methodological Approach to Evaluation of Individual Contribution of Specialists in Implementation of Administrative Consulting Projects // Administrative consulting. 2020. N 11. P. 63–76.

Введение

Развитие рыночных отношений в постсоветской России привело к возникновению значительного числа новых видов хозяйственной деятельности. Большая часть из них, по экспертной оценке авторов, связана с оказанием различного рода услуг. Фундаментальной причиной этого явился переход от модели командной экономики, в которой организации и предприятия, по сути, выполняли функции обособленных подразделений корпорации национального масштаба, к экономике, выстроенной на рыночных принципах [10; 13; 15 и др.]. Одним из признаков такой модели экономики является экономическое обособление фирм.

Итогом этого обособления является резкое возрастание количества внешних взаимодействий, которые в старой модели экономики, формально являясь внешними, по существу носили внутрикорпоративный характер. И рост числа этих взаимодействий приводит к увеличению трансакционных издержек, одним из способов контроля за которыми является фиксация их величины, чем снимается неопределенность, через заключение контрактов со специализированными рыночными организациями, обслуживающими соответствующие трансакции с должным (гарантированным) качеством.

В частности, появился такой вид услуг, как консалтинговые услуги [1]. Они оказываются конкретной организации и, как правило, включают комплексный анализ (анализ ситуации в целом и конкретных ее деталей), оценку потенциала развития организации и степени его реализации, исследование юридической составляющей деятельности, проведение аудита, предоставление необходимой информации и рекомендаций для повышения эффективности работы и т. д. Задача внешних консультантов — оказание менеджменту организации-заказчика услуг по повышению эффективности бизнес-процессов и управления ими.

Наиболее уязвимые позиции компании и возможность корректировки ее деятельности в целом определяются в рамках управленческого консалтинга [3; 14]. С этой целью решаются различные задачи, например: анализируется рынок сбыта и просчитываются возможные риски выхода на него; для увеличения продаж и снижения издержек разрабатывается стратегия выхода на рынок и оценивается целевая аудитория; выявляются нестыковки и несогласованности в реализации функций и процессов менеджмента; оказывается помощь в разработке стратегии развития; даются рекомендации по цифровизации имеющейся бизнес-модели и т. д. Управленческий консалтинг помогает решить задачи улучшения работы всех структур управления организацией, проектирования более эффективной системы управления бизнес-процессами и их оптимизации, подбора персонала и разработки системы его мотивации и т. д.

Управленческое консультирование и консалтинг в целом достаточно хорошо изучены. В стране сложился самостоятельный рынок консалтинга. В то же время внутренние механизмы оказания услуг управленческого консультирования остаются недостаточно изученными. Между тем управление процессами деятельности самих консультантов требует анализа с целью последующего совершенствования. В частности, имеются проблемы с оценкой вклада отдельных консультантов в получение результата в случае их совместной командной работы.

В целом проблеме повышения эффективности выполнения проектов коллективами специалистов в различных сферах деятельности уделяется большое внимание. Для проведения такого рода исследований используется значительное число экономико-математических методов, реализующих оптимальные решения частных задач указанной проблемы, в том числе и математическая теория игр.

С учетом изложенного, мы предполагаем раскрыть в статье подход к оценке роли специалистов-консультантов, выполняющих работы в рамках реализации консалтингового проекта, с использованием методического аппарата теории игр.

Материалы и методы

Следует отметить, что для решения рассматриваемой в статье задачи, с учетом предлагаемого методического аппарата, необходимо уметь оценивать роль различных групп специалистов в достижении поставленной цели. Понятно, что оценки такого рода, как правило, не являются четкими, однозначно заданными величинами, а носят нечеткий, довольно расплывчатый характер. Например, роль данной группы специалистов-консультантов в достижении общей цели консалтингового проекта может быть оценена качественно, как «существенная», «незначительная» и т. п. В этой связи возникает необходимость для обработки нечетко определенной информации использовать теорию нечетких множеств.

Приведем далее необходимые для дальнейшего рассмотрения теоретико-методические положения теории кооперативных игр и теории нечетких множеств.

Кооперативной называется игра, в которой группы игроков (коалиции) могут объединять свои усилия. Этим такая игра отличается от игр, в которых коалиции неприемлемы, и каждый обязан играть за себя (например, матричные и бескоалиционные игры). Развлекательные игры редко являются кооперативными, из-за отсутствия механизмов, которые могли бы навязывать координацию действий между членами коалиции. Однако такие механизмы нередки в повседневной жизни и в социально-экономических процессах.

При этом различаются кооперативные игры с побочными платежами и без побочных платежей. В первых суммарный выигрыш коалиции может распределяться между ее участниками в любых долях, во вторых же возможно не любое распределение суммарного выигрыша. Изучение нечетких кооперативных игр началось с введения нечетких коалиций [2; 18; 19; 21].

В [23] авторы для рассматриваемых игр для каждой коалиции вводят понятие нечеткой цели, которая определяется как нечеткое множество, заданное на универсальном множестве дележей (исходов игры). Решением игры, в соответствии с идеями Заде — Беллмана [20], предлагается считать множество дележей, для которых минимальное по коалициям значение степени достижения нечеткой цели максимально.

В этой же работе авторы рассматривают еще один подход к вводу нечеткости в кооперативную игру. Они под нечеткой кооперативной игрой n лиц предлагают рассматривать множество нечетких чисел $\nu(S)$, $S \subseteq N$, здесь и далее $N = \{1, 2, ..., n\}$ — множество игроков, $1, 2, ..., n$ — игроки, S — коалиция, $\nu(S)$ — максимальная общая сумма, которую игроки из S могут себе обеспечить, не прибегая к помощи других игроков.

В ряде работ, например, в [22; 24] рассматриваются игры с нечеткими множествами выигрышей коалиций, множество дележей, доступных для коалиции, предполагается нечетким. В частности, в [26] рассматриваются игры без побочных платежей (N, Φ, H), в которых каждой коалиции S, $S \subseteq N$ соотносится нечеткое множество дележей $\Phi(S)$ из H, где H — некоторое множество из R^N, трактуемое как множество доступных исходов (дележей) игры.

В [26] с использованием понятия «эксцесс», введенного Шмайдлером в [25], строится отношение доминирования, аналогичное понятию «Σ-доминирование», предложенному Вилковым в [4]. В дальнейшем нам потребуются ряд понятий теории игр, которые можно найти, например, в [12] и в ряде других публикаций по теории кооперативных игр.

Пусть $N = \{1, 2, ..., n\}$ — номера игроков, в дальнейшем игрока будем отождествлять с его номером, множество $S \subseteq N$ будем называть коалицией. С коалицией S свяжем вектор $\bar{S} = (S^1, S^2, ..., S^n)$, где

$$s^i = \begin{cases} 1 \text{ при } i \in S, \\ 0, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Чтобы задать кооперативную игру с побочными платежами $g = (N, \nu)$ в форме характеристической функции, надо указать множество игроков N и характеристическую функцию ν, которая каждой коалиции S соотносит число $\nu(S)$. Это число интерпретируется как максимально возможный для коалиции S выигрыш, который она может себе гарантировать, не прибегая к помощи других игроков. Требуется определить, как следует распределить между игроками их общий выигрыш $\nu(N)$. Предполагается, что увеличение коалиции не уменьшает ее возможностей, т. е. если

$$S,\ T \subseteq N,\ S \cap T = \lambda,$$

то

$$\nu(S \cup T) \geq \nu(S) + \nu(T).$$

Будем рассматривать игры в 0-1 редуцированной форме, т. е. будем предполагать, что $\nu(i) = 0$ для любого игрока i и $\nu(N) = 1$.

Рассмотрим множество:

$$X = \{x \in R^n\colon x^i \geq 0 \text{ для любого } i \in N \text{ и } \sum_{i=1}^{n} x^i = 1\},$$

где вектор $x = (x^1, x^2, ..., x^n)$ из X называется дележом (вектором платежей), множество X — множеством дележей, которые могут быть достигнуты в результате игры, x^i интерпретируется как возможный выигрыш игрока i.

Введем обозначение:

$$x(S) = (x, \overline{S}) = \sum_{i \in S} x^i = \sum_{i=1}^{n} x^i \cdot s^i,$$

где $\overline{S} \subseteq R^n$, $\overline{S} = (s^1, s^2, ..., s^n)$.

Существует целый ряд подходов к тому, какой дележ (множество дележей) считать решением игры. Остановимся на двух из них.

Множество таких дележей x из X, что $X(S) \geq \nu(S)$, для любой коалиции S называется ядром. Заметим, что ядро является выпуклым многогранником. Будем предполагать, что на множестве дележей задано отношение доминирования. Например, следуя создателям теории игр Д. фон Нейману и О. Моргенштерну [16], скажем, что дележ x доминирует дележ y, если существует такая коалиция S, что

$$X(S) \leqslant \nu(S) \text{ и } x^i > y^i \text{ для любого } i \in S.$$

В качестве решения игры Нейман и Моргенштерн предлагали рассматривать множество дележей $V \subseteq X$, удовлетворяющих условиям:

- дележи из V не доминируют друг друга (внутренняя устойчивость);
- для любого дележа, не принадлежащего V, найдется дележ из V, доминирующий его (внешняя устойчивость).

Используемые в дальнейшем изложении понятия теории нечетких множеств, включая «универсальное множество», «нечеткое множество», «функция принадлежности нечеткого множества», «нечеткая величина», «нечеткое число» и др., приведены, например, в [5–7; 9; 11; 27 и др.].

Под пересечением нечетких множеств $\hat{A}$ и $\hat{B}$ понимают нечеткое множество $\hat{C}$, для которого (см. рис. 1) выполняется условие:

$$\mu_{\hat{C}}(u) = \min\{\mu_{\hat{A}}(u), \mu_{\hat{B}}(u)\}. \quad (1)$$

Используемые далее понятия нечеткого высказывания и его степени истинности заимствованы из [8; 17]. Обозначать степень истинности нечёткого высказывания $\tilde{A}$ будем $\mathfrak{I}_{\tilde{A}}$. Рассмотрим нечёткие высказывания $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, степень истинности их конъюнкции обозначим $\mathfrak{I}_{\tilde{A} \wedge \tilde{B}}$, тогда, следуя Заде, по аналогии с (1):

$$\mathfrak{I}_{\tilde{A} \wedge \tilde{B}} = \min\{\mathfrak{I}_{\tilde{A}}, \mathfrak{I}_{\tilde{B}}\}. \quad (2)$$

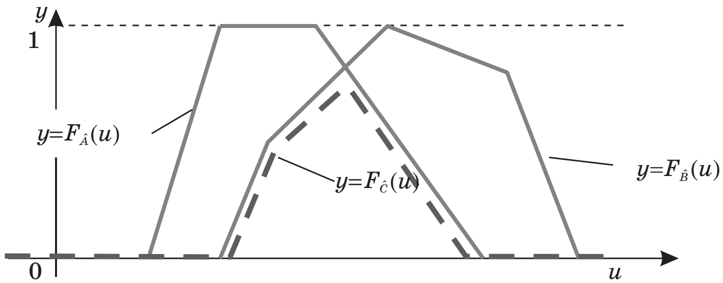

Рис. 1. Пересечение нечетких множеств $\hat{A}$ и $\hat{B}$ (пунктир)

Fig. 1. Intersection of fuzzy sets $\hat{A}$ and $\hat{B}$ (dashed line)

Рассмотрим некоторое подмножество G множества всех кооперативных игр $g = (N, \nu_g)$ с побочными платежами (в дальнейшем для краткости — просто кооперативных игр) с множеством игроков $N = \{1, 2, ..., n\}$ и характеристической функцией $\nu_g(S)$, $S \subseteq N$.

Будем рассматривать G как универсальное множество, на котором задана нечеткая кооперативная игра $\hat{f} = \left(N, \hat{v}_{\hat{f}}\right)$ с функцией принадлежности $\mu_{\hat{f}}(g)$, $g \in G$. Здесь $\hat{v}_{\hat{f}}(S)$ — отображение, которое каждой коалиции $S \subseteq N$ соотносит нечеткую величину $\hat{v}_S^{\hat{f}}$ с функцией принадлежности $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}(u)$, $u \in [0, 1]$. Тогда, в силу (2), можно записать:

$$\mu_{\hat{f}}(g) = \min_{S \subseteq N} \mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right). \tag{3}$$

Скажем, что вектор платежей $x \in X$ является элементом ядра $C_{\hat{f}}$ нечеткой игры $\hat{f}$ с надежностью α, если существует такая игра $g \in G$, что:

- g имеет не пустое ядро, ядро игры g будем обозначать C_g;
- $X \in C_g$;
- $-\mu_{\hat{f}}(g) = \alpha$.

Отметим, что таких игр может быть целое множество.

Пусть $x^* \in C_g$ и $\mu_{\hat{f}}(g) = \alpha$. Следовательно, существует такая коалиция S_0, что

$$\mu_{\hat{v}_{S_0}^{\hat{f}}}\left(v_g\left(S_0\right)\right) = \alpha \text{ и } x^*(S) \geq \nu_g(S)$$

для любого $S \subseteq N$.

Определим на множестве X нечеткое множество $\hat{W}\left(\hat{f}\right)$ — «$x \in X$ является оптимальным исходом игры $\hat{f}$ с функцией принадлежности $\mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x)$, $x \in X$. Элементы этого множества должны в какой-то мере обладать свойством: существует такая игра $g_x \in G$, что:

а) рассматриваемый элемент $x \in X$ образует ядро этой игры;

б) рассматриваемый элемент $x \in X$ в этой игре доминирует все другие элементы из X.

То есть, g_x — это такая игра, что рассматриваемый дележ x образует в ней ядро и доминирует все другие дележи, являясь решением в смысле Неймана—Моргенштерна.

Представляется естественным считать, что:

$$\mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x) = \mu_{\hat{f}}(g_x),$$

где g_x — игра, для которой выполнены условия а) и б).

Элемент множества $\hat{W}(\hat{f})$, обладающий указанными свойствами в наибольшей степени, предлагается считать решением нечеткой игры $\hat{f}$. То есть решением предлагается считать такой вектор платежей $x_0 \in X$, что:

$$\mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x_0) = \max_{x \in X} \mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x). \tag{4}$$

Рассмотрим множество кооперативных игр n лиц, в которых разрешены только коалиции из $(n - 1)$ игроков. Коалицию из $(n - 1)$ игроков, в которой отсутствует игрок с номером i, будем обозначать S_i.

Тот факт, что коалиция S запрещена, будем выражать тем, что $\nu(S) = 0$. Обозначим это множество $\tilde{G}$. В дальнейшем будем рассматривать нечеткие игры $\hat{f}$, для которых $\mu_{\hat{f}}(g) = 0$, если $g \notin \tilde{G}$. Будем предполагать, что в рассматриваемых нечетких кооперативных играх $\hat{f}$ для коалиции S, состоящей из $(n - 1)$ игрока, функция принадлежности $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}(v_g(S))$ задается равенством:

$$\mu_{\hat{v}_{S_i}^{\hat{f}}}(v_0(S_i)) = \begin{cases} \dfrac{v_g(S_i)}{v_0(S_i)}, \text{если } 0 \le v_g(S_i) \le v_0(S_i), \\ \dfrac{1 - v_g(S_i)}{1 - v_0(S_i)}, \text{если } 1 \ge v_g(S_i) > v_0(S_i), \end{cases} \tag{5}$$

где $\nu_0(S_i)$ — некоторая планируемая оценка степени достижения цели коалицией (подгруппой) S_i, полученная по результатам тренировок, $\mu_{\hat{v}_{S_i}^{\hat{f}}}(v_0(S_i)) = 1$, для остальных $S \neq N$ — равенством:

$$\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}(v_g(S)) = \begin{cases} 1, \text{если } v_g(S) = 0, \\ 0, \text{иначе}, \end{cases} \tag{6}$$

при $S = N$ — равенством:

$$\mu_{\hat{v}_{\{i\}}^{\hat{f}}}(v_g(N)) = \begin{cases} 1, \text{если } v_g(N) = 1, \\ 0, \text{иначе}. \end{cases} \tag{7}$$

Соответствующие графики представлены на рис. 2, 3 и 4.

Значение функции $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}(v_g(S))$ является показателем степени уверенности лица, принимающего решение, в том, что значение роли коалиции S в достижении общей цели равно $\nu_g(S)$. Предполагается, что $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}(v_g(S))$ формализуются нечеткими треугольными числами $< 0, \nu_0(S), 1 >$ с функциями принадлежности, заданными формулами (5), (6), (7).

Будем предполагать, что на множестве X введено отношение доминирования, которое мы будем, следуя [4], называть Σ-доминированием.

Определение. Скажем, что x Σ-доминирует y по коалиции S, если $x, y \in X$, $x(S) \leqslant \nu(S)$, $x(S) > y(S)$. Скажем, что x Σ-доминирует y, если существует такая коалиция S, что x Σ-доминирует y по коалиции S. Σ-решением игры будем называть множество внешне и внутренне устойчивое в смысле Σ-доминирования.

Лемма. Для нечеткой игры $\hat{f}$ существуют такая игра $g \in \tilde{G}$ и такой $x^* \in X$, что $\mu_{\hat{f}}(g) > 0$, $x^{*i} \geq \varepsilon > 0$ и $x^*(S_i) = \nu_g(S)$ для $i = 1, 2, \ldots, n$ и $x^*(S) \geq \nu_g(S)$ для любого $S \subseteq N$.

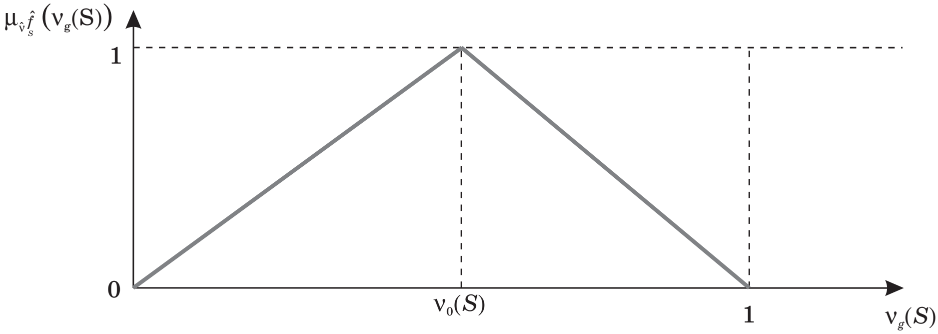

Рис. 2. График функции $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right)$ при $|S| = n - 1$

Fig. 2. Function Graph $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right)$ ($|S| = n - 1$)

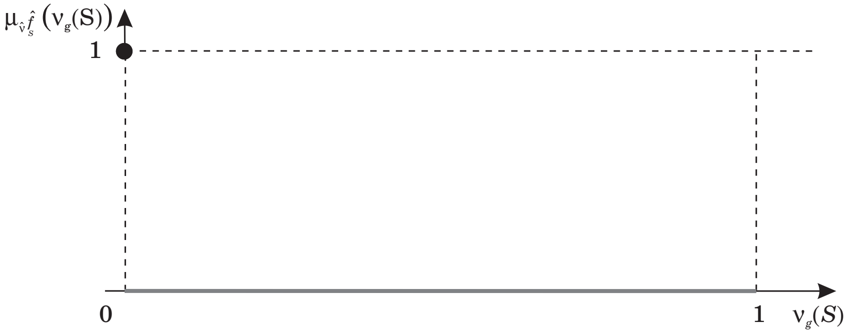

Рис. 3. График функции $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right)$ при $|S| < n - 1$

Fig. 3. Function Graph $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right)$ ($|S| < n - 1$)

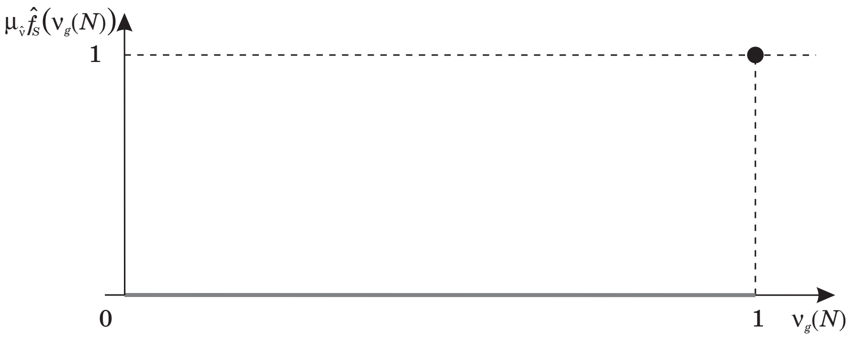

Рис. 4. График функции $\mu_{\hat{v}_N^{\hat{f}}}\left(v_g(N)\right)$

Fig. 4. Function Graph $\mu_{\hat{v}_N^{\hat{f}}}\left(v_g(N)\right)$

Доказательство. Рассмотрим такую игру $g \in \tilde{G}$, что $\nu_g(S_i) = (n - 1)/n$ $i = 1, 2, \ldots, n$, $\nu_g(S) = 0$ для остальных $S \subset N$, $\nu_g(N) = 1$. В силу (5), (6), (7) и (3) $\mu_{\hat{f}}(g) > 0.$ В качестве x^* возьмем вектор $(1/n, 1/n, \ldots, 1/n)$. Очевидно, что для этого вектора выполняются все условия из заключения леммы. Это завершает ее доказательство.

Утверждение 1. Пусть $x^* \in X$, $x^*_i \geq \varepsilon > 0$ для любого i, $x^*(S_i) = \nu_g(S)$ для любого $i = 1, 2, \ldots, n$ и $x^*(S) \geq \nu_g(S)$ для любого $S \subseteq N$. Тогда игра g имеет ядро C_g, состоящее из единственного дележа x^*, и при этом x^* Σ-доминирует в игре g любой другой дележ из X.

Доказательство. Пусть x^* удовлетворяет всем условиям данного утверждения. Из этих условий непосредственно следует, что $x^* \in$ Cg, и что x^* удовлетворяет системе уравнений (8) и неравенству (9):

$$\begin{cases} x^*(S_i) = v_g(S_i), i = 1, 2, \ldots, n, \\ x^*(N) = 1, \end{cases} \tag{8}$$

$$x^*(S) \geq \nu_g(S),\ S \subseteq N. \tag{9}$$

Заметим, что система векторов $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \ldots, \bar{S}_n$ — линейно независимая. Имеет место равенство:

$$\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \ldots + \bar{S}_n = (n-1)\bar{N} \text{ или } \frac{1}{n-1}\bar{S}_1 + \frac{1}{n-1}\bar{S}_2 + \ldots + \frac{1}{n-1}\bar{S}_n = \bar{N}.$$

Отсюда следует, что

$$1 = x^*(N) = (x^*, \bar{N}) = \left(x^*, \frac{1}{n-1}(\bar{S}_1 + \ldots + \bar{S}_n)\right) = \frac{1}{n-1}\left((x^*, \bar{S}_1) + \ldots + (x^*, \bar{S}_n)\right) =$$

$$= \frac{1}{n-1}\left(v_g(S_1) + v_g(S_2) + \ldots + v_g(S_n)\right).$$

Покажем, что x^* Σ-доминирует любой другой дележ $y \in X$.

Если не верно, что x^* Σ-доминирует y, то при любом $S \subset N$ либо $y(S) \geq \nu(S)$, либо $y(S) > x^*(S)$ и, в частности, при $S = S_i$ при $i = 1, 2, \ldots, n$. Если $y(S_i) \geq \nu(S_i)$ при некотором i, то в силу равенства $\nu(S_i) = x^*(S_i)$ для этого i получаем, что $y(S_i) \geq x^*(S_i)$. Тогда $y(S_i) \geq x^*(S_i)$ при $i = 1, 2, \ldots, n$.

Если $y(S_i) = x^*(S_i)$ при $i = 1, 2, \ldots, n$, то в силу линейной независимости векторов $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \ldots, \bar{S}_n$ получаем, что $y = x^*$, что противоречит предположению о том, что y не совпадает с x^*.

Следовательно, $y(S_i) > x^*(S_i)$ для некоторого i, но тогда

$$1 = x^*(N) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n-1} x^*(S_i) < \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n-1} y(S_i) = y(N) = 1.$$

Полученное противоречие доказывает, что любой вектор из X, не совпадающий с x^*, Σ-доминируется вектором x^* и, следовательно, ядро игры состоит из единственного вектора x^* и Σ-доминирует все другие дележи. Что и требовалось доказать.

Замечание 1. В силу утверждения 1 и леммы существуют такой дележ $x^* \in X$ и такая игра $g_{x^*} \in \tilde{G}$, что $\mu_{\hat{f}}(g_{x^*}) > 0$. Следовательно, $\mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x_0) = \max_{x \in X} \mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x)$ > 0. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только такие игры $g \in G$, для которых $\mu_{\hat{f}}(g) > 0.$

Замечание 2. Из замечания 1 следует, что любая из рассматриваемых нечетких игр $\hat{f}$ имеет решение, определяемое равенством (4).

Утверждение 2. Пусть $C_g = \{x^*\}$, $x^*_i \geq \varepsilon > 0$ для любого i, x^* Σ-доминирует любой другой дележ в игре g, тогда $x^*(S_i) = \nu_g(S_i)$, $i = 1, 2, ..., n$.

Доказательство. Чтобы задать точку в R^n, надо указать (в нашем случае) систему из n линейно независимых уравнений, для которой эта точка является решением. Такими системами могут быть:

1) система

$$x^*(S_i) = \nu_g(S_i),\ i = 1, 2, ..., n$$

в предположении, что

$$(\nu_g(S_1) + \nu_g(S_2) + ... + \nu_g(S_n))/(n - 1) = 1,$$

так как для x^* должно выполняться условие: $x^*(N) = 1$;

2) система, получающаяся из системы (8) после удаления одного из уравнений вида $x^*(S_n) = \nu_g(S_n)$, пусть для определенности это система $x^*(S_i) = \nu_g(S_i)$, $i = 1, 2, ..., n - 1$. Заметим, что в силу (9) $x^*(S) > \nu_g(S)$ для $S \neq S_i$, $i = 1, 2, ..., n - 1$. Действительно, если $i^*(S_n) = \nu_g(S_n)$, то мы получаем первый случай. Если S — запрещенная коалиция, то $\nu_g(S) = 0$ и $x^*(S) > \nu(S)$ (по предположению $x^*_i \geq \varepsilon$ для любого i);

3) система, содержащая уравнения вида $x^*(S) = \nu_g(S)$, где $S \neq S_i$, $i = 1, 2, ..., n$.

В случае 1) x^* Σ-доминирует в игре g любой другой дележ и является решением игры.

В случае 2) имеем: $\bigcap_{i=1}^{n-1} S_i = \{n\}$. Напомним, что $x^*_i \geq \varepsilon$ для любого i.

Рассмотрим такой дележ y, что

$$y^n = x^{*n} + (n - 1)\delta,$$

$$y^i = x^{*i} - \delta,\ i = 1, 2, ..., n - 1.$$

Здесь $\delta > 0$ и настолько мало, что $y^i > 0$ для любого i и $y(S) > \nu_g(S)$ при любом $S \neq S_i$, $i = 1, 2, ..., n - 1$. Рассмотрим S_i при $i \neq n - 1$, имеем:

$$y(S_i) = y^n + \sum_{k=1}^{n-1} y^k - y^i = x^{*n} + (n-1)\cdot\delta + \sum_{k=1}^{n-1}\left(x^{*k} - \delta\right) - \left(x^{*i} - \delta\right) =$$

$$= x^{*n} + \sum_{k=1}^{n-1} x^{*k} - x^{*i} + \delta\cdot\left(n - 1 - (n-1) + 1\right) = x^*(S_i) + \delta > v_g(S_i),$$

$$y(N) = \sum_{k=1}^{n} x^{*k} + \delta\left(n - 1 - (n-1)\right) = 1.$$

То есть во втором случае нашелся дележ y, который не Σ-доминируется дележом x^* и, значит, x^* не является решением игры g.

В случае 3) если $x^*(S) = \nu_g(S)$, то $\nu_g(S) > 0$, а так как S — запрещенная коалиция, то $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right) = 0$ и тогда $\mu_{\hat{f}}(g) = \min_{S\subseteq N} \mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g(S)\right) = 0$, что противоречит нашему предположению (см. замечание 1).

Таким образом, утверждение 2 доказано.

Для отыскания такого решения x^* нечеткой игры $\hat{f}$, что $x^* \in X$, $x^*_i \geq \varepsilon$ для любого i, $\{x^*\} = C_g$, x^* Σ-доминирует любой другой дележ в игре g и $\mu_{\hat{W}(\hat{f})}\left(x^*\right) = \max_{x\in X} \mu_{\hat{W}(\hat{f})}(x) = \mu_{\hat{f}}(g)$, можно решить задачу математического программирования вида:

$$\begin{cases} \mu \to \max, \\ 0 \le \mu \le 1, \\ \mu \le \mu_{\hat{v}_{S_i}^{\hat{f}}}\left(v_g\left(S_i\right)\right), i = 1, 2, \ldots, n, \\ x\left(S_i\right) = v_g\left(S_i\right), i = 1, 2, \ldots, n, \\ x\left(N\right) = 1, \\ x^i \ge \varepsilon,\ i = 1, 2, \ldots, n, \\ 1 \ge v_g\left(S_i\right) \ge 0, i = 1, 2, \ldots, n. \end{cases} \tag{10}$$

Пусть (x^*, v_{g^*}) — оптимальный план задачи (10), g^* — игра, для которой выполнены условия а) и б). Тогда x^* — решение, в рассматриваемом смысле, нечеткой игры $\hat{f}_*$. Действительно, $x^* \in C_{g^*}$, g^* — игра с максимальной надежностью: $\mu_{\hat{W}(\hat{f})}\left(x^*\right) = \max_{x \in X} \mu_{\hat{W}(\hat{f})}\left(x\right)$. Из утверждений 1 и 2 следует, что $C_g{}^* = \{x^*\}$ и что x^* Σ-доминирует любой другой дележ из X.

Результаты и обсуждение

Вернемся к задаче оценки роли специалистов-консультантов, работающих в группе при реализации проекта управленческого консультирования. Попробуем, с использованием вышеописанной методологии, оценить их вклад в достижение целей проекта.

Предполагается, что роль любого из консультантов не меньше некоторого $\varepsilon > 0$. В связи со сформулированной задачей рассмотрим нечеткую кооперативную игру $\hat{f} = \left(N, \hat{v}_{\hat{f}}\right)$, определенную на универсальном множестве G, где N — множество обследуемых, переговорное множество (множество всех возможных значений ролей участников), X задается равенством:

$$X = \{x \in R^n\colon x_i \ge 0 \text{ для любого } i \in N \text{ и } \sum_{i=1}^{n} x^i = 1\},$$

при этом, если $x \in X$ и $x = (x^1, x^2, \ldots, x^n)$, то x^i при $i = 1, 2, \ldots, n$ интерпретируется как оценка значения роли (в долях единицы) обследуемого участника группы с номером i в достижении общей цели. Под $x(S)$ понимается суммарное значение роли коалиции S, если роль i-го участника равна x^i. То есть предполагается, что роль коалиции в достижении цели равна сумме значений ролей ее участников.

Предполагается, что для коалиции S, состоящей из $(n - 1)$ игрока, функция принадлежности $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g\left(S\right)\right)$ задается равенством (5), для остальных $S \ne N$ — равенством (6), при $S = N$ — равенством (7), их графики представлены на рис. 2, 3 и 4 соответственно.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий предложенные теоретические положения. Пусть рабочая группа состоит из трех специалистов-универсалов по проведению работ в рамках консалтингового проекта, но разные работы по оказанию консалтинговых услуг, что естественно, они выполняют с различной эффективностью. Эффективность работы группы специалистов оценивается долей выполненного объема необходимых работ за заданное время. Предполагается, что эти эффективности для разных групп известны и являются нечеткими величинами. Требуется определить значимость каждого члена группы при выполнении работ проекта. Предполагается, что она не меньше $\varepsilon > 0$ для любого из них.

Для моделирования предлагается использовать нечеткую кооперативную игру $\hat{f}$, в которой $N = \{1, 2, 3\}$, функции принадлежности $\mu_{\hat{v}_S^{\hat{f}}}\left(v_g\left(S\right)\right)$ задаются формулами:

$$\mu_{\hat{v}^{f}_{\{i\}}}\left(v_g\left(\{i\}\right)\right)=\begin{cases}1, \text{если } v_g\left(\{i\}\right)=0,\\ 0, \text{иначе,}\end{cases} \quad i=1,\ 2,\ \ldots,\ n, \tag{11}$$

для остальных коалиций $S \subset N$

$$\mu_{\hat{v}^{f}_{S}}\left(v_g(S)\right) = \begin{cases}\dfrac{v_g(S)}{v_0(S)}, \text{если } 0 \le v_g(S) \le v_0(S),\\ \dfrac{1-v_g(S)}{1-v_0(S)}, \text{если } v_g(S) > v_0(S) \ge 1.\end{cases} \tag{12}$$

$$\mu_{\hat{v}^{f}_{\{i\}}}\left(v_g\left(\{i\}\right)\right) = \begin{cases}1, \text{если } v_g(N)=1,\\ 0, \text{иначе.}\end{cases} \tag{13}$$

Заметим, что задача (10) с учетом (12) эквивалентна задаче (14), математическая запись которой представлена ниже. Действительно, ограничения $\mu \le \mu_{\hat{v}^{f}_{S_i}}\left(v_g(S_i)\right)$ и $1 \ge \nu_g(S) \ge 0$ задачи (10) в совокупности с учетом равенства (12) эквивалентны системе ограничений $\mu \le \nu_g(S_i) / \nu_0(S_i)$, $\mu \le (1 - \nu_g(S_i)) / (1 - \nu_0(S_i))$, $1 \ge \nu_g(S_i) \ge 0$ задачи (14).

Пусть $\nu_0(\{1,\ 2\}) = 0{,}6$, $\nu_0(\{1,\ 3\}) = 0{,}6$, $\nu_0(\{2,\ 3\}) = 0{,}7$, $\varepsilon = 0{,}01$.

$$\begin{cases}\mu \to \max,\\ 0 \le \mu \le 1,\\ \mu \le \dfrac{v_g(S_i)}{v_0(S_i)},\ i=1,2,3,\\ \mu \le \dfrac{1-v_g(S_i)}{1-v_0(S_i)},\ i=1,2,3,\\ x(S_i)=v_g(S_i),\ i=1,2,3,\\ x^i \ge \varepsilon,\ i=1,2,\ldots,n,\\ 0 \le v_g(S_i) \le 1, i=1,2,\ldots,n,\\ x \in X.\end{cases} \tag{14}$$

При указанных исходных данных в результате решения задачи (14) получаем, что оптимальные значения переменных этой задачи равны, соответственно:

$$\mu = 10/11,\ x = (3/11,\ 4/11,\ 4/11),\ \nu_g(S_1) =$$
$$\mu = 8/11,\ \nu_g(S_2) = 7/11,\ \nu_g(S_3) = 7/11.$$

Таким образом, роль первого участника в достижении цели оценивается в $3/11$, второго в $4/11$, третьего в $4/11$. Значение μ, равное $10/11$, предлагается рассматривать как степень уверенности лица, принимающего решение (в нашем случае — менеджера консалтинговой организации) в справедливости полученных оценок. Подчеркнем, что это значение степени уверенности (надежности) максимальное.

Заключение

Предложенный в статье научно-методический аппарат, базирующийся на положениях теорий игр и нечетких множеств, позволяет в количественной форме, с использованием строгих аналитических выражений, оценить роль каждого из группы специалистов-консультантов, участвующих в реализации консалтингового проекта. Это значительно повышает строгость и достоверность оценки, по сравнению с, как правило, используемыми в настоящее время экспертными подходами к решению такого рода задач. Кроме того, наличие количественных моделей и алгоритма их использования создает предпосылки для того, чтобы разработать компьютерную программу, реализующую необходимые расчеты. Она может использоваться для определения коэффициентов трудового участия при групповой работе консультантов, для распределения получаемого ими дохода и т. п. Помимо этого, универсализм предложенного инструментария позволяет применять его для решения аналогичных задач в других предметных областях.

Литература

1. *Алешникова В. И.* Концепция развития управленческого консультирования в Российской Федерации (теоретико-методологический аспект) : дис. … д-ра экон. наук. М., 2000. 329 с.
2. *Васильев В. А.* Неблокируемые дележи нечетких игр I. Существование // Сибирский журнал чистой и прикладной математики. 2018. № 18-1. С. 35–53.
3. *Вертакова Ю. В., Серебрякова Н. А.* Оценка формирования процесса управленческого консультирования // Известия Юго-Западного государственного университета. 2012. № 3-2 (42). С. 103–112.
4. *Вилков В. Б.* Σ-доминирование в классических кооперативных играх // Вестник ЛГУ. 1976. № 7. С. 17–20.
5. *Вилков В. Б., Флегонтов А. В., Черных А. К.* Математическая модель задачи о распределении в условиях неопределенности // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2018. № 2. С. 180–191.
6. *Вилков В. Б., Черных А. К., Федорова Н. В.* Решение задачи об охране объекта на основе матричной игры с нечеткими выигрышами // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. 2020. № 1-2 (139-140). С. 79–85.
7. *Вилков В. Б., Черных А. К., Флегонтов А. В.* Теория и практика оптимизации решений на основе нечетких множеств и нечеткой логики. СПб. : Изд. РГПУ им. А. И. Герцена, 2017. 160 с.
8. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М. : Мир, 1976. 166 с.
9. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. М. : Радио и связь, 1982. 429 с.
10. *Миропольский Д. Ю., Дятлов С. А., Плотников В. А., Попов А. И.* Государство и рынок: проблемы выбора подходов к управлению развитием национальной экономики // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. 2011. № 1 (67). С. 141–145.
11. *Нечеткие* множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. М. : Наука, 1986. 312 с.
12. *Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А.* Теория игр. М. : Высш. шк., 1998. 304 с.
13. *Плотников В. А.* Понятие смешанной экономики: эволюция развития и современная трактовка // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Экономика. Социология. Менеджмент. 2018. Т. 8. № 2 (27). С. 8–16.
14. *Серебрякова Н. А.* Обеспечение эффективности системы менеджмента организации на основе развития управленческого консультирования : дис. … д-ра экон. наук / Юго-Западный государственный университет. Курск, 2013. 420 с.
15. *Структурная* трансформация экономики: соотношение плановых и рыночных механизмов реализации : монография / Санкт-Петербургский государственный университет экономики и финансов. СПб., 2001. 336 с.
16. *Фон Нейман Д., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. М. : Наука, 1971. 707 с.

17. *Штовба С. Д.* Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 2001. 198 с.
18. *Aubin J.-P.* Cooperative fuzzy game // Mathematics of Operations Research. 1981. Vol. 6. P. 1–13.
19. *Aubin J.-P.* Mathematical Methods of Game and Economic Theory. North-Holland Publishing Company, 1979. 620 p.
20. *Bellman R. E., Zadeh L. A.* Decision making in a fuzzy environment // Management Science. 1970. Vol. 17. P. 141–164.
21. *Butnariu D.* Fuzzy games; a description of the concept // Fuzzy Sets and Systems. 1978. Vol. 1. P. 181–192.
22. *Mares M.* Fuzzy Cooperative Games. Cooperation with Vague Expectations. Physica, Heidelberg Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001. 177 p.
23. *Nishizaki I., Sakawa M.* Fuzzy and Multiobjective Games for Conflict Resolution. Physica, Heidelberg Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001. 271 p.
24. *Nishizaki I., Sakawa M.* Fuzzy cooperative games arising from linear production programming problems with fuzzy parameters // Fuzzy Sets and Systems. 2000. Vol. 114 (1). P. 11–21.
25. *Schmaidler D.* The Nucleolus of a Characteristic Function Games // SIAM J. App. Math. 1969. Vol. 17. P. 1163–1170.
26. *Yamada A., Tsurumi S.* Mathematical foundation of general cooperative fuzzy games // Tohoku Math. Journ. 1983. V. 35, No. 1. P. 53–63.
27. *Zadeh L.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. No. 8. P. 338–353.

Об авторах:

Вилков Валерий Борисович, доцент кафедры общенаучных и общетехнических дисциплин Военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А. В. Хрулева (Санкт-Петербург, Российская Федерация), кандидат физико-математических наук, доцент; amirusha@rambler.ru

Плотников Владимир Александрович, профессор кафедры общей экономической теории и истории экономической мысли Санкт-Петербургского государственного экономического университета (Санкт-Петербург, Российская Федерация), доктор экономических наук, профессор; plotnikov_2000@mail.ru

Черных Андрей Климентьевич, профессор кафедры информатики и математики Санкт-Петербургского военного ордена Жукова института войск национальной гвардии Российской Федерации (Санкт-Петербург, Российская Федерация), доктор технических наук, доцент; nataliachernykh@mail.ru

References

1. Aleshnikova V. I. Concept of the development of management consulting in the Russian Federation (theoretical and methodological aspect): doctoral dissertation. M., 2000. 329 p. (In rus)
2. Vasiliev V. A. Unblocked imputations of fuzzy games I. Existence // Siberian journal of pure and applied mathematics [Sibirskii zhurnal chistoi i prikladnoi matematiki]. 2018. No. 18-1. P. 35–53. (In rus)
3. Vertakova Yu. V., Serebryakova N. A. Assessment of formation of process management consulting // News of Southwestern State University [Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta]. 2012. No. 3-2 (42). P. 103–112. (In rus)
4. Vilkov V. B. Σ-domination in classical cooperative games // Bulletin of Leningrad State University [Vestnik LGU]. 1976. No. 7. P. 17–20. (In rus)
5. Vilkov V. B., Flegontov A. V., Chernykh A. K. Mathematical model of the problem on distribution in conditions of uncertainty // Differential equations and control processes [Differentsial'nye uravneniya i protsessy upravleniya]. 2018. No. 2. P. 180–191. (In rus)
6. Vilkov V. B., Chernykh A. K., Fedorova N. V. Solution of the problem on protection of facility on the basis of matrix game with indistinct wins // Defense technology issues. Series 16: Technical means of countering terrorism [Voprosy oboronnoi tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie sredstva protivodeistviya terrorizmu]. 2020. No. 1-2 (139-140). P. 79–85. (In rus)
7. Vilkov V. B., Chernykh A. K., Flegontov A. V. Theory and practice of optimizing solutions based on fuzzy sets and fuzzy logic. St. Petersburg : Russian State Pedagogical University named after A. I. Herzen, 2017. 160 p. (In rus)

8. Zade L. The concept of a linguistic variable and its application to the adoption of approximate decisions. M. : World, 1976. 166 p. (In rus)
9. Kofman A. Introduction to fuzzy set theory. M. : Radio and communications, 1982. 429 p. (In rus)
10. Miropolsky D. Yu., Dyatlov S. A., Plotnikov V. A., Popov A. I. State and market: problems of choosing approaches to managing the development of the national economy // News of St. Petersburg University of Economics and Finance [Izvestiya Sankt-Peterburgskogo universiteta ekonomiki i finansov]. 2011. No. 1 (67). P. 141–145. (In rus)
11. Fuzzy sets in control and artificial intelligence models / ed. D. A. Pospelov. M. : Science, 1986. 312 p. (In rus)
12. Petrosyan L. A., Zenkevich N. A., Semina E. A. Theory of games. M. : Higher school, 1998. 304 p. (In rus)
13. Plotnikov V. A. The concept of a mixed economy: the evolution of development and modern interpretation // News of Southwestern State University. Series: Economics. Sociology. Management [Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika. Sotsiologiya. Menedzhment]. 2018. Vol. 8. No. 2 (27). P. 8–16. (In rus)
14. Serebryakova N. A. Ensuring the effectiveness of the organization's management system based on the development of management consulting: doctoral dissertation / Southwest State University. Kursk, 2013. 420 p. (In rus)
15. Structural transformation of the economy: the ratio of planned and market mechanisms of implementation: monograph / St. Petersburg State University of Economics and Finance. St. Petersburg, 2001. 336 p. (In rus)
16. Von Neumann D., Morgenstern O. Game theory and economic behaviour. M. : Science, 1971. 707 p. (In rus)
17. Shtovba S. D. Introduction to fuzzy set theory and fuzzy logic. Vinnitsa : UNIVERSUM-Vinnitsa, 2001. 198 p. (In rus)
18. Aubin J.-P. Cooperative fuzzy game // Mathematics of Operations Research. 1981. Vol. 6. P. 1–13.
19. Aubin J.-P. Mathematical Methods of Game and Economic Theory. North-Holland Publishing Company, 1979. 620 p.
20. Bellman R. E., Zadeh L. A. Decision making in a fuzzy environment // Management Science. 1970. Vol. 17. P. 141–164.
21. Butnariu D. Fuzzy games; a description of the concept // Fuzzy Sets and Systems. 1978. Vol. 1. P. 181–192.
22. Mares M. Fuzzy Cooperative Games. Cooperation with Vague Expectations. Physica, Heidelberg Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001. 177 p.
23. Nishizaki I., Sakawa M. Fuzzy and Multiobjective Games for Conflict Resolution. Physica, Heidelberg Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001. 271 p.
24. Nishizaki I., Sakawa M. Fuzzy cooperative games arising from linear production programming problems with fuzzy parameters // Fuzzy Sets and Systems. 2000. Vol. 114 (1). P. 11–21.
25. Schmaidler D. The Nucleolus of a Characteristic Function Games // SIAM J. App. Math. 1969. Vol. 17. P. 1163–1170.
26. Yamada A., Tsurumi S. Mathematical foundation of general cooperative fuzzy games // Tohoku Math. Journ. 1983. V. 35, No. 1. P. 53–63.
27. Zadeh L. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. No. 8. P. 338–353.

About the authors:

Valery B. Vilkov, Associate Professor of the Chair of General Scientific and General Technical Disciplines of the Military Academy of Logistics named after Army General A. V. Khrulev (St. Petersburg, Russian Federation), PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor; amirusha@rambler.ru

Vladimir A. Plotnikov, Professor of the Chair of the General Economic Theory and History of an Economic Thought of St. Petersburg State University of Economics (St. Petersburg, Russian Federation), Doctor of Science (Economics), Professor, plotnikov_2000@mail.ru

Andrei K. Chernykh, Professor of the Chair of Informatics and Mathematics of the St. Petersburg Military Institute of National Guard Troops of the Russian Federation (St. Petersburg, Russian Federation), Doctor of Science (Engineering), Associate Professor; nataliachernykh@mail.ru