BOCEHM Boletim Cearense de Educação e História da Matemática

ECEEM Encontro Cearense de Educação Matemática

ISSN: 2447-8504 **DOI**: 10.30938/bocehm.v8i23.4862

MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES SOBRE A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE WINPLOT EM ATIVIDADES

TECHNOLOGICAL MEDIATION IN TEACHING MATHEMATICS: CONSIDERATIONS ABOUT THE UTILIZATION OF WINPLOT SOFTWARE IN SCHOOL ACTIVITIES

Luís Fernando Mesquita de Lima[1]; Willemberg Oliveira da Silva[2]

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar e discutir, numa perspectiva crítica, uma proposta de atividade que faz uso de duas tendências metodológicas para o ensino da Matemática (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação [TDIC] e Investigação Matemática), em particular, para o ensino de funções do primeiro grau, funções do segundo grau e soluções de sistemas de equações lineares com duas variáveis Reais ($\mathbb{R}$). A proposta aqui apresentada faz uso do *software* Winplot como recurso tecnológico com a finalidade de dar significado a alguns conceitos relacionados aos assuntos matemáticos supracitados e é composta por três atividades, dentre as quais, as duas primeiras pretendem dar significado, respectivamente, aos coeficientes de funções do primeiro e do segundo grau, por meio de uma manipulação guiada no *software* por parte do aluno, enquanto que a última pretende dar significado às soluções de sistemas de equações lineares com duas variáveis em $\mathbb{R}$. A proposta foi elaborada em contexto acadêmico como requisito parcial para a obtenção de nota final em componente curricular obrigatório do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e não foi aplicada em contexto real de ensino. No entanto, entendemos que as reflexões, discussões e problematizações aqui suscitadas acerca da proposta apresentada são relevantes para professores de Matemática em formação e/ou em atuação, uma vez que não se trata de uma ideia de natureza inovadora, mas bastante comum. Na promoção dessas discussões nos baseamos no conceito de "obstáculos epistemológicos" proposto por Gaston Bachelard, nos estudos de Lins e Gimenez (2001) e Ribeiro e Cury (2015) sobre o ensino de Álgebra e em Sousa (2020) para entendermos a dinâmica da aliança entre TDIC e Investigação Matemática. Concluímos após análise do que foi apresentado e discutido que a atividade proposta pode possibilitar compreensões equivocadas no aluno com relação aos conceitos de entes geométricos primitivos, tais como: reta, semirreta e segmento. Essas compreensões equivocadas, vistas à luz do conceito de "obstáculos epistemológicos", poderiam culminar em dificuldades de aprendizagem nos alunos em séries posteriores de estudos. Por fim, destacamos que esses obstáculos não seriam causados pela atividade em si, mas pela escolha do *software* para este fim e consideramos

[1] Licenciando em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Endereço para correspondência: Rua Pedro André, 104, Cobé, Vera Cruz, Rio Grande do Norte, Brasil, CEP: 59184-000. E-mail: luis.fernando.2624@gmail.com.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-5248-9790.

[2] Licenciando em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Endereço para correspondência: Rua Dom Pedro I, 385, Centro, Bento Fernandes, Rio Grande do Norte, Brasil, CEP: 59555-000. E-mail: willemberg.silva32@gmail.com.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-0889-9028.

imprescindível, portanto, a atenção dos professores ao utilizarem qualquer meio que possibilite a prática manipulada pelo aluno.
Palavras-chave: Investigação Matemática; TDIC; Obstáculos epistemológicos; Educação Matemática.

ABSTRACT

This work aims to present and discuss, in a critical perspective, an activity proposal that makes use of two methodological trends for the teaching of Mathematics (Digital Technologies of Information and Communication [TDIC] and Mathematical Research), in particular, for teaching of functions of the first degree, functions of the second degree and solutions of systems of linear equations with two Real variables (ℝ). The proposal presented here makes use of the Winplot software as a technological resource in order to give meaning to some concepts related to the aforementioned mathematical subjects and consists of three activities, among which, the first two intend to give meaning, respectively, to the function coefficients of the first and the second degree, through a guided manipulation in the software by the student, while the last one intends to give meaning to the solutions of systems of linear equations with two variables in ℝ. The proposal was developed in an academic context as a partial requirement for obtaining a final grade in the compulsory curricular component of the Mathematics Degree course at the Federal University of Rio Grande do Norte (UFRN) and was not applied in a real teaching context. However, we understand that the reflections, discussions and questions raised here about the proposal presented are relevant for mathematics teachers in training and / or in practice, since it is not an idea of an innovative nature, but quite common. In promoting these discussions, we based on the concept of "epistemological obstacles" proposed by Gaston Bachelard, in the studies of Lins and Gimenez (2001) and Ribeiro and Cury (2015) on the teaching of Algebra and in Sousa (2020) to understand the dynamics of alliance between TDIC and Mathematical Research. We conclude after analyzing what was presented and discussed that the proposed activity may allow misunderstandings in the student regarding the concepts of primitive geometric entities, such as: straight, semi-straight and segment. These misunderstandings, seen in the light of the concept of "epistemological obstacles", could culminate in learning difficulties for students in later series of studies. Finally, we highlight that these obstacles would not be caused by the activity itself, but by the choice of software for this purpose and we consider, therefore, the attention of teachers when using any means that allows the practice manipulated by the student.
Keywords: Mathematical Research; TDIC; Epistemological obstacles; Mathematical Education.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo apresentar e discutir, numa perspectiva crítica, uma proposta de atividade que faz uso de duas tendências metodológicas para o ensino da Matemática, a saber: (1) Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e (2) Investigação Matemática.

A proposta foi elaborada em contexto acadêmico como requisito parcial para a obtenção de nota final no componente curricular obrigatório "MAT1512 - Informática no Ensino da Matemática (60h)" do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), campus Natal, e não foi aplicada pelos autores em contexto real de ensino. No entanto, entendemos que as reflexões, discussões e problematizações aqui suscitadas acerca da proposta apresentada são relevantes para professores de Matemática em formação e/ou em atuação, uma vez que não se trata de uma ideia de natureza inovadora, mas bastante comum.

A proposta é composta por três atividades, dentre as quais, as duas primeiras visam a possibilidade de dar significado aos coeficientes de funções do primeiro e do segundo grau, respectivamente, ao passo em que a terceira objetiva dar significado às soluções de sistemas lineares com duas variáveis Reais ($\mathbb{R}$). Além disso, para a sua execução, optamos pelo *software* Winplot. A escolha por esse *software* se deu por dois motivos principais: (1) tratava-se de um *software* não visto em sala de aula durante a disciplina de Informática no Ensino da Matemática e, portanto, de um *software* no qual não conhecíamos em profundidade, mas que já havíamos ouvido/lido menções a respeito; (2) porque ao efetuarmos buscas na internet, nos deparamos com uma carência de propostas que, de fato, explorassem os potenciais educacionais do *software* em questão, uma vez que as atividades que encontramos possuem muito mais um sentido de ensinar a utilizar o *software* do que de ensinar algum conteúdo por meio dele.

Apesar de a proposta ser composta por três atividades, nossas reflexões, discussões e problematizações se voltarão especialmente para a terceira, por termos identificado nela a possibilidade de equívocos durante o processo de aprendizagem de alguns conceitos geométricos primitivos (reta, semirreta e segmento).

Destacamos, ainda, que na promoção dessas discussões nos baseamos no conceito de "obstáculos epistemológicos" proposto pelo filósofo da Ciência Gaston Bachelard, presente em Trindade, Nagashima e Andrade (2019); nos estudos de Lins e Gimenez (2001) e Ribeiro e Cury (2015) sobre o ensino de Álgebra, uma vez que a terceira atividade está inserida neste campo, e em Sousa (2020) para entendermos a dinâmica da aliança entre TDIC e Investigação Matemática.

Um (muito) breve panorama do ensino de Álgebra nos últimos tempos...

Estudos como os de Lins e Gimenez (2001) e Ribeiro e Cury (2015) nos ajudam a ter uma visão panorâmica sobre como tem se dado o ensino de Álgebra na Educação Básica nos últimos tempos. Ambos os autores nos apresentam dificuldades, inclusive, por parte dos professores, tendo em vista que as pessoas, em suma maioria, não conseguem definir exatamente o que é “Álgebra” e normalmente a definem por meio da descrição de suas características (como a presença de “letras”, por exemplo) e/ou métodos (com a listagem de seus procedimentos de resolução) (LINS; GIMENEZ, 2001).

De fato, embora “[...] pareça consensual, nem sempre há uma ‘definição’ de Álgebra que seja aceita por todos os matemáticos ou educadores matemáticos” (RIBEIRO; CURY, 2015. p. 12). Além disso, em seu estudo, Ribeiro e Cury (2015) apontam ainda que a Álgebra pode ser vista como um conjunto de conteúdos, métodos ou formas de pensamento.

Evidentemente, tal dificuldade em conceituar o que seria a “Álgebra” tem implicações no modo como ela é ensinada, por parte dos professores, e aprendida, por parte dos alunos. Conforme apresentado por Ribeiro e Cury (2015), com base em outros estudos, os alunos da Educação Básica, de um modo geral, utilizam procedimentos meramente mecânicos e algorítmicos na resolução de questões envolvendo conceitos algébricos, além de apresentarem grandes dificuldades nessas resoluções, fato que aponta para uma suposta falta de compreensão dos passos que estão sendo seguidos. Ou seja, podemos observar traços de um aprendizado sem significado. Outro ponto destacado foi a dificuldade encontrada pelos alunos para caracterizarem o conceito de equação (RIBEIRO; CURY, 2015).

Por outro lado, os professores também enfrentam dificuldades no ensino de álgebra na escola básica. Os mesmos autores, Ribeiro e Cury (2015), nos mostram que os professores de matemática apresentam concepções distorcidas acerca, por exemplo, do conceito de equação:

> Numa investigação envolvendo dez professores secundários, Attorps (2003) discute as concepções de equação apresentadas por professores. Por meio de entrevistas a autora apresenta aos participantes cinco categorias de expressões que não são equações e uma que representa equação. Em seus resultados, ela percebe que os professores, em primeiro lugar, **nem sempre associam o conceito de equação ao conceito de igualdade**. Em segundo lugar, a pesquisadora destaca o fato de que alguns desses professores **não reconheceram algumas expressões como uma equação, por não saberem como encontrar a sua solução** (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 19, grifos nossos).

De acordo com Lorenzato (1995), não se ensina o que não sabe, desse pensamento inferimos que se ensina o que se sabe e da forma que se sabe e se conhece. Do trecho de Ribeiro e Cury (2015), acima exposto, inferimos que o aprendizado mecânico dos alunos pode, também, estar relacionado com as concepções um pouco vazias de sentido por parte dos que ensinam. Não estamos, com isso, querendo apontar culpados, inclusive, porque os mesmos autores ainda apontam e destacam problemas relacionados à formação algébrica desse profissional em sua formação inicial[3]. Desejamos apenas mostrar, de forma bastante geral, como tem se dado o ensino de álgebra nos últimos tempos.

Os documentos brasileiros oficiais que norteiam a ação pedagógica, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) apontam, dentre outros aspectos, para um ensino de álgebra relacionado com o cotidiano do estudante e, portanto, significativo. As "letras" da álgebra precisam de significado para serem compreendidas. Nesse sentido, apresentaremos aqui, em especial, uma proposta de atividade que almeja dar significado a um conceito algébrico que muitas vezes passa despercebido no processo de ensino e aprendizagem da álgebra escolar, o de soluções de sistemas lineares com duas variáveis Reais. Para tanto, recorremos à utilização das TDIC aliadas à Investigação Matemática.

Tecnologias Digitais e Investigação no ensino da Matemática

Em uma perspectiva mais abrangente, a sociedade se desenvolveu (e ainda se desenvolve) a partir do uso de tecnologias no seu cotidiano. Tal fato se deve pela

[3] Por não ser foco do nosso trabalho e para não nos alongarmos tanto nessa discussão, sugerimos a leitura de Ribeiro e Cury (2015), caso deseje conhecer mais sobre o tema.

necessidade diária pelas quais o homem passou ao longo de sua história; seja pela descoberta do fogo, permitindo o aperfeiçoamento de diversas atividades do dia a dia; seja pelo surgimento da informática, que possibilitou, segundo Lévy (1993), o que ele chama de "tempo real", no qual torna a transmissão de informações cada vez mais rápida, a partir de uma rede digital. Este trabalho, em específico, trata do uso da tecnologia para o aprimoramento e/ou solução, assim como possibilidade para que o professor de matemática a tenha em mãos como aliada no processo de ensino.

Diante desse contexto, é natural que o uso de tecnologias digitais se faça presente nas novas metodologias de ensino e aprendizagem da sociedade moderna. De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014), existem quatro fases das tecnologias digitais na exploração de atividades de matemática na sala de aula, a saber: (1) quando se falava nas tecnologias informacionais e computacionais, como por exemplo estudos em computadores, utilização de calculadoras; (2) quando se teve a popularização dos computadores pessoais e a representação gráfica de funções através de *softwares*, como é o caso do Winplot; (3) quando se tem o avanço da internet no Brasil e os meios de comunicação e fontes de informações digitais se propagam, possibilitando o pensamento sobre a Educação a Distância; (4) quando se tem um acesso rápido à internet e também um aperfeiçoamento nos meios de comunicação digital, possibilitando o ensino híbrido, em que o ensino presencial e a distância são unidos.

Em atenção às fases propostas por Borba, Silva e Gadanidis (2014), verifica-se que elas não são disjuntas e que o advento de uma leva à outra. Dessa maneira, a utilização do *software* Winplot, que é o mecanismo utilizado na proposta deste trabalho, está presente na fase (2), em que é possível a representação de funções e será de extrema importância para que o objetivo da proposta seja atingido. No entanto, a utilização desse *software* não se limita à segunda fase, em que a fase anterior a ela, e as seguintes, serão trabalhadas de forma conjunta a fim de que a interação e os processos de ensino e aprendizagem possibilitem uma eficaz manipulação do Winplot, objetivando uma abordagem precisa dos termos que serão trabalhados.

Alinhadas a esse contexto, duas das três tendências abordadas na aliança proposta por Sousa (2020) se fazem de suma importância para o ensino e à aprendizagem de Matemática, em especial, no trabalho aqui proposto. Essa aliança diz respeito a junção das três tendências a seguir: História da Matemática; Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e Investigação Matemática. Unidas, essas tendências formam a referida aliança citada anteriormente. Especificamente, as duas últimas se mostram fortemente abordadas e entrelaçadas neste trabalho. As perspectivas da aliança proposta por Sousa (2020) apontam para a positividade de sua utilização nos processos de ensino e de aprendizagem. Em particular, compreendemos a Investigação Matemática sob a mesma égide, sendo capaz de possibilitar ao aluno a significação de conceitos matemáticos.

Apresentação da proposta

Como já mencionamos, a proposta consiste em três atividades sequenciadas da seguinte maneira: a primeira, visa à significação dos coeficientes de funções afins (1º grau); a segunda, visa à significação dos coeficientes de funções quadráticas (2º grau) e a terceira, visa à significação das soluções de sistemas lineares com duas variáveis Reais.

Tendo em vista a natureza da proposta, ou seja, o fato de utilizar tecnologias digitais, especificamente, um *software* de computador, uma aula que utilize essa proposta pressupõe a disponibilidade de um Laboratório de Informática na escola.

Com esse recurso disponível, o professor pode optar por realizar as tarefas de forma individual ou em duplas/trios/grupos, a depender da quantidade de computadores disponíveis; do número de alunos matriculados em sua turma e, obviamente, de suas preferências pedagógicas.

Com a escolha realizada, o professor deve entregar a atividade impressa para os alunos ou enviar a eles em formato PDF[4] para que a abram nos respectivos computadores em que estão alocados.

A atividade utiliza, além das TDIC, a tendência metodológica de Investigação Matemática. Nesse sentido, o aluno, seguindo as instruções postas na atividade e manipulando o *software*, irá descobrir os significados dos conceitos envolvidos na tarefa. Destacamos que entendemos essa metodologia na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 13), os quais nos dizem que a Investigação Matemática consiste na descoberta de "[...] relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos,

[4] *Portable Document Format*.

procurando identificar as respectivas propriedades [...]". A Figura 1 mostra a primeira dessas atividades:

Figura 1 - Atividade 01.

COEFICIENTES DA FUNÇÃO AFIM

1. Siga os seguintes passos:

Winplot → Janela → 2-dim → Equação → 1. Explícita

Defina a função $f(x) = ax + b$

Feito isso, siga os seguintes passos:

Anim → Parâmetros A-W

Selecione o parâmetro "A" e faça-o variar no intervalo que preferir.

Agora selecione o parâmetro "B" e faça-o variar no intervalo que preferir.

a) O que acontece com a reta quando "A" assume valores positivos?
b) O que acontece com a reta quando "A" assume valores negativos?
c) O que podemos concluir sobre o papel de "A"?
d) O que acontece com a reta quando "B" assume valores positivos?
e) O que acontece com a reta quando "B" assume valores negativos?
f) O que podemos concluir sobre o papel de "B"?

Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

Nessa primeira atividade (Figura 1), o aluno deverá, no *software* Winplot, seguir os passos nela indicados. Observe que esses passos o levam a uma janela na qual ele deverá manipular os coeficientes para perceber o papel que cada um deles desempenha na função afim (1º grau). Observe, ainda, que essa manipulação não é arbitrária, mas sim guiada, uma vez que as perguntas propostas (**a** a **f**) a norteiam.

Salientamos que as atividades não foram elaboradas de forma a serem o primeiro contato dos alunos com os assuntos, mas algo posterior a um primeiro momento. Portanto, os alunos já detêm previamente de certos conhecimentos para compreenderem minimante o que significa dizer que "A/B assume valores positivos/negativos". De todo modo, o aluno poderá atribuir esses valores no próprio *software* de forma bastante intuitiva.

Uma resposta possível para a pergunta **f**, por exemplo, seria a de que o coeficiente B "faz o gráfico subir e descer". Respostas assim, livres de rigor, podem (e provavelmente irão) surgir com frequência. Essas respostas não são ruins, pelo contrário, fazem parte desse processo de significação dos conceitos abstratos.

A seguir mostraremos a segunda dessas atividades (Figura 2):

Figura 2 - Atividade 02.

COEFICIENTES DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

1. Siga os seguintes passos:

Winplot → Janela → 2-dim → Equação → 1. Explícita

Defina a função $f(x) = ax^2 + bx + c$

Feito isso, siga os seguintes passos:

Anim → Parâmetros A-W

Selecione o parâmetro "A" e faça-o variar no intervalo que preferir.

Agora selecione o parâmetro "B" e faça-o variar no intervalo que preferir.

Finalmente, selecione o parâmetro "C" e faça-o variar no intervalo que preferir.

a) O que acontece com a concavidade da parábola quando "A" varia?

b) O que acontece quando "B" varia?

c) O que acontece quando "C" varia?

Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

A atividade acima, a segunda da proposta, muito se assemelha à primeira em diversos aspectos. Podemos dizer que é a mesma atividade adaptada a distintos contextos. Portanto, o que apontamos na atividade anterior vale para essa também.

Sem mais delongas, apresentaremos a terceira e última atividade (Figura 3):

Figura 3 - Atividade 03.

SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS

1. Resolva os seguintes sistemas de equações:

a) $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 10 \\ -x - y = 10 \end{cases}$

Feito isso, siga os seguintes passos:

Winplot → Janela → 2-dim → Equação → 3. Implícita

Digite a primeira equação do sistema **a)** e clique em "ok"

Digite a segunda equação do sistema **a)** e clique em "ok"

Siga os seguintes passos:

Equação → Ponto → (x,y)

Caso tenha encontrado solução, digite as coordenadas da solução que você encontrou para o sistema **a)** e clique em "ok". Caso não tenha encontrado solução, digite as equações e observe-as.

Qual a relação gráfica da solução com as equações do sistema?

Repita os procedimentos para os sistemas **b)**[1] e **c)**.

O que você observou em cada um deles?

Por que a solução de **b)** e de **c)** não é um ponto?

[1] **SUGESTÃO:** para observar melhor, altere a cor do gráfico da primeira equação para preto com espessura 10 e da segunda para amarelo com espessura 1.

Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

Nessa atividade são propostos três exercícios envolvendo sistemas lineares, dentre os quais, o primeiro é possível e determinado com solução igual ao ponto (3, 5); o segundo é possível e indeterminado, portanto, possui infinitas soluções e o terceiro é um sistema impossível, logo, sem solução.

Note que essa atividade exige, de forma mais clara que as anteriores, que o aluno já tenha visto o assunto previamente. A atividade visa apenas à significação, a conexão entre o abstrato e o concreto. Tanto isso é verdade que é solicitado que o aluno calcule e encontre as soluções. Evidentemente, encontrar as soluções implica dizer, por exemplo, que o sistema é “indeterminado” ou “impossível” quando o aluno não encontrar uma única solução para tal.

Desejamos por meio dessa atividade, portanto, responder às seguintes questões: o que significa dizer que um sistema linear é (1) Possível e determinado; (2) Possível e indeterminado ou (3) Impossível? Afinal de contas, qual é o significado das soluções de sistemas lineares com duas variáveis Reais?

Observe que após o aluno encontrar as respostas dos sistemas propostos, ele irá plotar elas no *software* e observar graficamente o que elas representam e qual é a relação que elas mantêm com as equações do sistema. Mais ainda, note que os sistemas propostos não estão dispostos de forma aleatória: propositalmente, o primeiro possui solução única; o segundo possui infinitas soluções e o terceiro não possui nenhuma solução. Essa disposição se justifica pelo fato de que após encontrar a solução do sistema **a** e ter plotado suas equações e sua solução, o aluno notará que a solução representa exatamente a interseção entre as retas do sistema. Para o sistema seguinte (**b**), ele notará que as duas retas estão sobrepostas, então sendo a solução as interseções, isso justifica o porquê de ter infinitas; já para o sistema **c**, ele irá perceber que as duas retas não se tocam, então não têm interseção, portanto, não têm solução.

Aqui discorremos sobre os procedimentos da execução da atividade e temos ciência de que, da forma linear como tudo foi exposto, pode aparentar que os alunos perceberiam de forma rápida e trivial esses significados. Sabemos que isso demanda tempo. No entanto, motivados pelas perguntas propostas (e até por outras que o professor queira propor) os alunos seriam guiados a perceberem tal fato. Portanto, destacamos a atividade utilizando TDIC e Investigação Matemática, por meio do *software* Winplot, como potencialmente didática. Contudo, também identificamos uma característica que logo nos chamou a atenção: a possibilidade da aprendizagem equivocada de alguns conceitos geométricos primitivos (reta, segmento e semirreta).

Obstáculos epistemológicos e didáticos

Nesta seção teceremos apontamentos e reflexões sobre a presença da possibilidade de criação de obstáculos epistemológicos a partir do *software* escolhido para a execução da atividade apresentada. Antes lembramos que o termo "obstáculos epistemológicos" foi proposto pelo filósofo da Ciência Gaston Bachelard, e apontamos que concordamos com Trindade, Nagashima e Andrade (2019) quando nos dizem que:

> **Nos dias atuais, é comum a utilização de diversos métodos que facilitem a aprendizagem. Entre eles pode-se citar o emprego de analogias, imagens, modelos, metáforas, trechos de filmes, entre vários outros**, que deveriam contribuir para a construção do conhecimento dos estudantes. Porém, na realidade, não é isso que acontece, com exceção de alguns casos em que os conteúdos são muito bem desenvolvidos pelos professores. Dessa forma, muitas linhas de raciocínio acabam sendo substituídas por esquematizações, as quais podem ser prejudiciais ao ensino. **No momento em que as atividades empíricas que os estudantes vivenciam no seu cotidiano resultam em assimilações inadequadas, podemos observar a formação de obstáculos epistemológicos** (TRINDADE; NAGASHIMA; ANDRADE, 2019, p. 17830, grifos nossos).

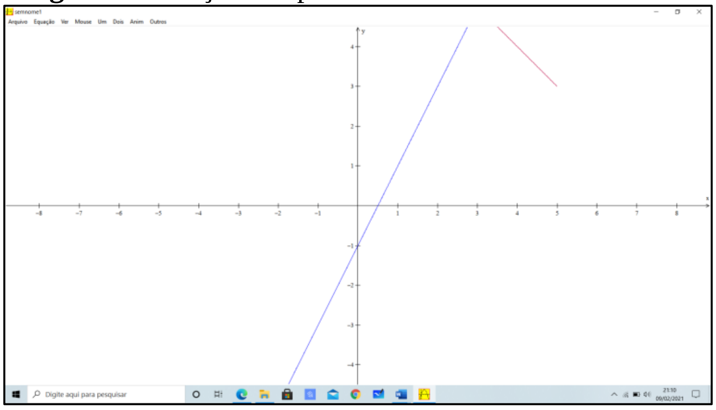
Diante do exposto e tendo em vista, ainda, os problemas apresentados por Lins e Gimenez (2001) e Ribeiro e Cury (2015) acerca da aprendizagem algébrica escolar, uma solução que nos vem à mente de forma quase imediata seria a utilização de metodologias diferenciadas no ensino de conceitos algébricos. A exemplo, temos as três atividades aqui propostas, que utilizam TDIC aliadas à Investigação Matemática. Ou seja, a utilização de um recurso que foge ao tradicional e que objetiva significar diversos conceitos, dentre os quais, os relacionados às soluções de sistemas lineares.

No entanto, notamos algo que poderia formar obstáculos epistemológicos na aprendizagem dos alunos. Por ser de natureza investigativa, as atividades exigem pouca intervenção do professor, o que coloca o aluno na posição de construtor do próprio conhecimento, mediado tecnologicamente, haja vista que embora seja uma manipulação guiada, o contato direto do aluno será com a máquina e não com o professor. Entendemos que "[...] a mediação só pode existir quando exercida por um agente mediador [...]" (CONSANI, 2018, p. 62), que nesse caso seria atividade e o computador.

Observamos que o *software* Winplot apresenta falhas na exibição de equações na forma implícita. Plotamos as equações de retas do sistema **a** da Atividade 03 (portanto, $x + y = 8$ e $2x - y = 1$) e obtemos o que está posto na Figura 4.

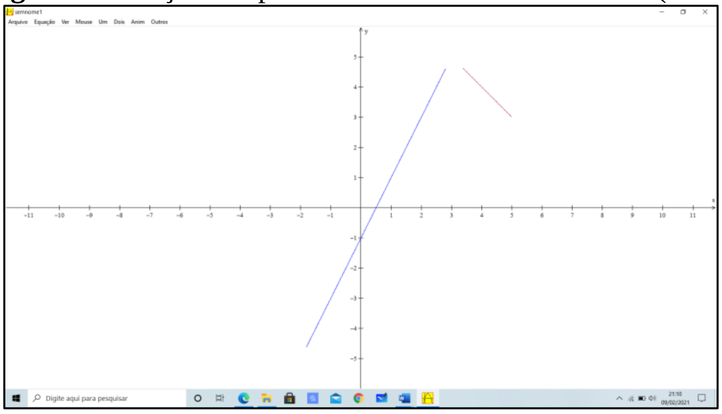
Contudo, ao afastarmos o plano, ou seja, ao diminuirmos o *zoom*, com o intuito de obtermos uma melhor visualização das representações gráficas das retas, nos deparamos com a situação mostrada na Figura 5. Há, claramente, um erro na representação. O *software* Winplot limita a representação à tela em que ela foi plotada, não sendo possível afastar a tela, pois as retas não vão até o infinito como deveriam.

Figura 4 - Funções do primeiro sistema da Atividade 03.



Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

Figura 5 - Funções do primeiro sistema da Atividade 03 (falha).



Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

A noção de reta já não é algo simples em que os alunos assimilam facilmente, isso porque envolve a noção de infinito (conceito não trivial). É comum os alunos da Educação Básica pensarem em “reta” como sendo simplesmente algo reto, sem necessariamente ser infinito, e sem demarcações de pontos indicando começo e fim (fato que a diferencia do segmento). Observe que na Figura 5 temos algo reto, sem demarcações de começo e fim e, mais ainda, os alunos saberiam no momento de realização desta atividade[5] que as equações do primeiro grau representam retas no plano cartesiano, portanto, teríamos aqui a possibilidade de formação de um obstáculo epistemológico na perspectiva de Gaston Bachelard, conforme nos mostra Trindade, Nagashima e Andrade (2019).

Apontamentos finais

Embora tenhamos desenvolvido até aqui uma argumentação que aponta para a possibilidade de formação de obstáculos epistemológicos por meio dessa atividade, destacamos que ela apresenta características interessantes para uma aprendizagem significativa e que a causa de tais obstáculos seria a opção por este *software* para este fim. A falha está presente apenas na exibição de equações na forma implícita, não identificamos problemas quanto a realização das demais atividades (01 e 02). Contudo, o professor pode optar por realizá-las em outros *softwares*, inclusive, para fugir do que foi apontado para a Atividade 03, uma opção seria o bastante conhecido Geogebra. Por fim, novamente concordamos com Trindade, Nagashima e Andrade (2019) que os professores precisam estar atentos com respeito às atividades que desejam propor aos seus alunos, com o intuito de que estas estejam livres da possibilidade de formação de obstáculos epistemológicos. Especialmente, no que tange à utilização de metodologias diferenciadas, o que não significa ser contra a inserção de recursos didáticos no ensino, mas sim que os professores devem estar atentos a estes recursos (seus limites e possibilidades).

Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2021.

[5] Lembramos novamente que a atividade não foi pensada como sendo o primeiro contato dos alunos com o conteúdo.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2021.

CONSANI, Marciel Aparecido. Mediação Tecnológica na Educação: os aportes teóricos e práticos da Educomunicação para a Educação a Distância. **Revista de Graduação USP**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 59-65, 2018. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/gradmais/article/view/147199/140769>. Acesso em: 27 jan. 2021.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da Informática. Tradução: Carlos Irineu da Costa. 1. ed. São Paulo: Editora 34, 1993.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

LORENZATO, Sérgio Apparecido. Por que não ensinar Geometria?. **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, ano 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. A Álgebra, seu ensino e sua aprendizagem. *In*: ______. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de função e de equação. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. cap. 1, p. 11-27.

SOUSA, Giselle Costa de. Aliança entre HM, TDIC e IM: fundamentos e aplicações. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Belém, ano 15, p. 117-136, 2020. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/239/202>. Acesso em: 27 jan. 2021.

TRINDADE, Daniela Jéssica; NAGASHIMA, Lucila Akiko; ANDRADE, Cíntia Cristiane de. Obstáculos epistemológicos sob a perspectiva de Bachelard. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 5, n. 10, p. 17829-17843, 2019. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/3612/3674>. Acesso em: 27 jan. 2021.

Recebido em: 16 / 02 / 2021
Aprovado em: 20 / 04 / 2021