

INVESTIGAR E EXPLORAR COM TECNOLOGIA: UMA POSSIBILIDADE PARA ENSINAR TRIGONOMETRIA

INVESTIGATE AND EXPLORE WITH TECHNOLOGY: A POSSIBILITY TO TEACH TRIGONOMETRY

Carolina Cordeiro Batista¹; Rosa Monteiro Paulo²

RESUMO

Neste texto descrevemos a experiência vivida ao estar junto a um grupo de professores analisando práticas de ensino de matemática desenvolvidas por meio de tarefas de investigação com uma tecnologia - o *software* GeoGebra, cujo objetivo é expor situações que compreendemos ser relevantes para o professor quando ele se volta para a sua prática de investigação com tecnologia. Esse grupo foi constituído para a produção dos dados de uma pesquisa de Doutorado em andamento. O grupo reuniu-se quinzenalmente com a pesquisadora desde o 2º semestre de 2018 até o final de 2019. A experiência aqui descrita é um recorte das ações desenvolvidas nesse período. Iniciamos o texto apresentando nossas compreensões acerca do trabalho de investigação com tecnologia. Seguimos com a descrição do contexto em que tarefas foram planejadas e apresentamos uma delas, proposta por um dos professores do grupo, desenvolvida com seus alunos e discutida com os demais participantes, colegas de uma mesma escola. A aula foi gravada e, posteriormente, editamos o vídeo fazendo recortes que pudessem expor as ações dos alunos e a interação com o professor. Esse vídeo editado com os recortes da aula foi assistido pelo grupo para que eles pudessem discutir o que se mostrava relevante nas ações dos alunos. Trazemos, então, uma descrição dessa discussão dos professores na qual foram destacados os modos de eles lidarem com o erro do aluno, os questionamentos feitos e seus objetivos, os conteúdos que perceberam que os alunos compreenderam ao realizar as explorações com o *software*, as possibilidades que viram para avançar com os conteúdos e o destaque feito para a importância de estarem no grupo discutindo e buscando compreender aspectos da própria prática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Estudo de Aula; Fenomenologia; Formação de Professores; GeoGebra.

ABSTRACT

In this text we will describe the experience lived of being with a group of teachers analyzing mathematics teaching practices developed through investigation tasks with a technology - the GeoGebra software, whose objective is to expose situations that we understand to be relevant for

¹ Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Expedicionário Dilermando de Oliveira Cornetti, 7, Portal das Colinas, Guaratinguetá, São Paulo, Brasil, CEP: 12516-260. E-mail: carolina.batista@unesp.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0923-647X>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Assistente Doutor da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. Rua dos Juazeiros, 350. Belvedere Clube dos Quinhentos, Guaratinguetá, São Paulo, Brasil, CEP. 12523-150. E-mail: rosa.paulo@unesp.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>.



the teacher when he turns to his investigation practice with technology. This group was constituted for the production of data from an ongoing doctoral research. The group met fortnightly with the researcher from the 2nd semester of 2018 until the end of 2019. The experience described here is a cutout of the actions developed in that period. We begin the text by presenting our understandings about investigation work with technology. We continue with the description of the context in which tasks were planned and we present one of them, proposed by one of the group's teachers, developed with his students and discussed with the other participants, colleagues from the same school. The class was recorded and, later, we edited the video making clippings that could expose the students' actions and the interaction with the teacher. This video edited with clippings from the class was watched by the group so that they could discuss what was relevant in the students' actions. We bring, then, a description of this discussion of the teachers in which they highlighted the ways they deal with the student's error, the questions asked and their objectives, the contents that they realized that the students understood when carrying out the explorations with the software, the possibilities who saw to move forward with the content and the emphasis made on the importance of being in the group discussing and seeking to understand aspects of their own practice.

Keywords: Mathematics Education; Lesson Study; Phenomenology; Teacher formation; GeoGebra.



Introdução

Muitos são os trabalhos que apresentam discussões, seguidas de exemplos, acerca de práticas de ensino de matemática com tecnologias para contribuir com o trabalho do professor que se dispõe a ensinar desse modo. Neste texto chamamos a atenção para a possibilidade de desenvolver tarefas de investigação, bem como de exploração, por meio de uma tecnologia - o *software* GeoGebra (PINHEIRO; DETONI, 2018).

Compreendemos que as possibilidades para resolver tarefas de matemática, por meio de uma investigação com esse *software*, são abertas, pois a tecnologia permite “o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 83), o que contribui para certo modo de raciocínio do aluno.

O desenvolvimento de tarefas envolvendo conteúdos de matemática subsidiou as discussões de um grupo de formação de professores, do qual participaram três docentes de uma mesma escola. Esse grupo foi constituído para a produção de dados de uma pesquisa de Doutorado que está em andamento. As discussões no grupo ocorreram em diferentes fases e com objetivos distintos, desde o planejamento da aula até a análise do que havia sido feito em sala de aula.

No decorrer deste texto apresentaremos nossa compreensão acerca de práticas de ensino de matemática por meio da investigação com tecnologias e o relato da experiência vivida com os professores na análise de uma das aulas desenvolvidas dessa maneira por um membro do grupo. Neste texto nosso objetivo, com esse relato, é expor situações que compreendemos ser relevantes para o professor, quando ele se volta para a sua prática de investigação com tecnologia.

Compreensões sobre práticas de investigação com tecnologia

Quando voltamos nosso olhar para a prática do professor que se dispõe a ensinar com tecnologias, muitos são os horizontes que se abrem à compreensão. Iniciamos essa discussão considerando o modo pelo qual elas se tornaram uma alternativa para o desenvolvimento de tarefas no ambiente escolar. Conforme apontam Mocrosky, Mondini e Orlovski (2018), de modo geral, a inserção das tecnologias em sala de aula se deu a partir da preocupação com o ter recursos tecnológicos e com o saber usá-los, que levou



ao oferecimento de cursos de formação para que os professores pudessem aprender as principais funcionalidades daquelas que estavam disponíveis nas escolas. No entanto, isso não foi suficiente para construir uma prática de ensino que promovesse a aprendizagem, pois “mais do que compreender a tecnologia, **é preciso compreender-se com ela**, tanto o professor como o aluno. É preciso ir além do ter e do saber usar” (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018, p. 42, grifo do autor).

Ir além do ter – tecnologias – e do saber usar – as ferramentas tecnológicas – que as autoras mencionam, como compreendemos, diz de tratar a formação do professor oferecendo um espaço de diálogo para ele analisar as possibilidades que tem para ensinar e aprender com elas. Trata-se de uma postura na qual se busca, cada vez mais, ficar distante de tentativas de reproduzir - com a tecnologia - as mesmas tarefas desenvolvidas – com lápis e papel, com materiais manipulativos, etc – (ROSA; SEIDEL, 2014; ROSA; BICUDO, 2018) e de compreender que com a tecnologia pode ser possível levar o aluno a avançar no seu processo de construção de conhecimento de um modo que não seria possível (ou seria mais difícil) sem ela.

Uma possibilidade que consideramos discutir é a de o professor assumir em seu trabalho as tarefas de investigação e de exploração matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016). Para Ponte, Quaresma e Branco (2017, p. 214), esse tipo de tarefa requer um trabalho atento de interpretação e reformulação de questões e de construção de representações, isto é, mais “do que um contexto para aplicar conceitos já aprendidos, estas tarefas servem principalmente para promover o desenvolvimento de novos conceitos e para aprender novas representações e procedimentos matemáticos”. Os autores acrescentam, ainda, que o trabalho com tecnologias nas escolas pode ter favorecido a aceitação e a divulgação das tarefas de investigação e exploração.

Investigação e exploração são termos tratados, muitas vezes, como sinônimos. No entanto, conforme Ponte, Quaresma e Branco (2017, p. 216), as tarefas de investigação envolvem um “contexto matemático mais sofisticado com um considerável grau de desafio matemático”, enquanto as tarefas de exploração são aquelas que tratam “de situações que permitem um fácil envolvimento da generalidade dos alunos”. Essa diferenciação é importante mesmo que, para o professor, o grau de dificuldade que uma tarefa poderá representar aos seus alunos não esteja bem claro (PONTE, 2003).



Conforme compreendemos, no cenário em que há a presença da tecnologia, as possibilidades de investigação são abertas no encontro do sujeito – professor e aluno - com o *software* (PINHEIRO; DETONI, 2018), à medida que este se mostra para o sujeito com abertura para o movimento. Esse movimento é impulsionado pelo seu querer fazer, isto é, o sujeito quer mover-se com o *software* para atualizar uma possibilidade, explorar o ambiente disponível, atualizar um pensamento sobre o fazer; verificar uma conjectura, confirmar ou refutar uma resposta. Ainda, quer-se mover *para* compreender e ser compreendido (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2018). Isto é, no querer fazer o sujeito se dispõe ao movimento, explora as possibilidades que tem com a tecnologia para mover, busca compreensões e reorganiza suas próximas ações considerando o que se mostra na tela do computador.

Realizar investigação e exploração com o *software* pode levar ao desenvolvimento de ações como focar, desfocar e arrastar, que possibilitam ao aluno ver os objetos matemáticos se configurando e desconfigurando (PINHEIRO; DETONI, 2018), enquanto ele realiza uma construção ou move suas partes na busca por identificar regularidades. Compreendemos que essa abertura possibilita ao professor propor a realização de um trabalho de descoberta, com situações que favoreçam a argumentação e a negociação de significados para os conteúdos discutidos, visando levar os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático, ao invés de mostrar procedimentos e exemplos para eles seguirem ou praticarem por meio de exercícios (PONTE; QUARESMA, 2017).

Autores como Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) afirmam que o trabalho de investigação e o de exploração, pode ser desenvolvido em sala de aula em três fases: a primeira em que o professor faz a proposta de tarefa à turma, a segunda em que os alunos, de modo individual, em pares ou grupos, realizam a investigação, e a terceira em que é estabelecida uma discussão coletiva para que os alunos sejam capazes de expor as estratégias utilizadas e os resultados obtidos, dando ao professor a possibilidade de sistematizar o que foi feito pela turma.

Durante a atividade dos alunos, cabe ao professor acompanhar o trabalho procurando maneiras de apoiá-los, dando-lhes autonomia para realizar a tarefa sem direcionar o fazer, desafiando-os, para promover uma postura interrogativa e para que eles entendam que o trabalho do professor não deve se limitar à validação de respostas, ou seja, para que eles comecem a buscar formas de avaliar o trabalho que estão realizando.



Além disso, o professor também poderá fazer-lhes perguntas, individualmente ou para um grupo de alunos, para compreender o raciocínio empregado na elaboração das estratégias ou na resolução da tarefa; ele deverá, ainda, estar atento aos conhecimentos prévios dos alunos, buscando não propor tarefas com nível de dificuldade muito elevado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016), isto é, o professor deve propor tarefas que sejam possíveis de serem resolvidas.

Entendendo a relevância do trabalho com investigação e o modo pelo qual ela pode ser tratada na sala de aula, propusemos algumas tarefas e acompanhamos as ações de um grupo de professores, buscando compreender os modos de ensinar matemática com tecnologia. Para tanto, os conteúdos de matemática foram explorados com o *software* GeoGebra e os professores trabalharam com seus alunos. A seguir trazemos um recorte da experiência vivida descrevendo o trabalho do grupo.

O cenário da experiência vivida

A experiência descrita neste texto, conforme já mencionado, se deu nos encontros de um grupo de estudos e formação, do qual participaram três professores de matemática. Nomeamos esses professores de Euclides, Leonardo e Luciana³.

A criação do grupo se deu a partir de um convite feito à professora Luciana que já havia participado de um curso de extensão oferecido durante o desenvolvimento da pesquisa de mestrado da pesquisadora (BATISTA, 2017). Nesse curso, participaram cerca de 21 professores e eles tiveram a possibilidade de discutir e desenvolver tarefas de matemática com o GeoGebra, familiarizando-se com o *software*. Após Luciana aceitar o convite, o estendemos aos outros dois professores de matemática que trabalhavam naquela escola. A intenção era que o grupo fosse constituído por professores de uma mesma escola, tornando possível a organização dos horários para os encontros. Com o aceite dos professores, o trabalho de formação teve início.

Os três professores contam com mais de vinte anos de experiência no ensino de matemática na educação básica e, segundo o relato deles, já haviam desenvolvido algumas ações com o GeoGebra. Eles são professores de uma escola pública de Tempo Integral da rede estadual paulista e lecionam para alunos do 1º ao 3º ano do Ensino Médio.

³ Foram atribuídos nomes fictícios aos professores visando a preservação de suas identidades.



Nos encontros, que ocorreram do início do 2º semestre de 2018 ao final do 2º semestre letivo de 2019, as ações foram organizadas seguindo as etapas de uma prática de formação de professores conhecida como estudo de aula.

O estudo de aula, segundo Ponte *et al.* (2016) e Souza, Wrobel e Baldin (2018), é uma prática de formação de professores que tem como foco o aluno, ou seja, os professores se voltam para as ações de seus alunos, seu raciocínio, suas dificuldades, etc. É um modelo formativo que prioriza pequenos grupos e visa o desenvolvimento de ações estruturadas em quatro etapas. Inicia-se com a definição de uma questão ou tema pelo grupo, segue-se com o planejamento de uma aula na qual se trabalhe os conteúdos ou habilidades relativos a esse tema, desenvolve-se a aula e se faz uma análise da vivência. A aula é desenvolvida por um dos professores do grupo e acompanhada pelos demais. As ações são gravadas e, posteriormente, todos se reúnem para discutí-las.

Em nosso grupo os professores elegeram temas para estudo, planejaram e desenvolveram aulas com pelo menos seis temas diferentes e, após o seu desenvolvimento, retornaram ao grupo para assistir a um vídeo com recortes das gravações, feito pela pesquisadora com o objetivo de subsidiar as discussões.

Na pesquisa, para conduzir as ações no grupo e analisar os dados, assumimos a abordagem qualitativa e uma postura fenomenológica, o que nos permite “descrever fenômenos e não explicá-los, não se preocupando em buscar relações causais e, também, que esta descrição supõe um rigor, pois é através dela que se chega à essência do fenômeno” (FINI, 1994, p. 24). A postura fenomenológica na pesquisa permite investigar o modo pelo qual o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia. Para isso, junto ao grupo, os professores buscaram formas de desenvolver conteúdos de matemática, por meio de tarefas de investigação e de exploração (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016; PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017; PINHEIRO; DETONI, 2018) com uma tecnologia, o *software* GeoGebra.

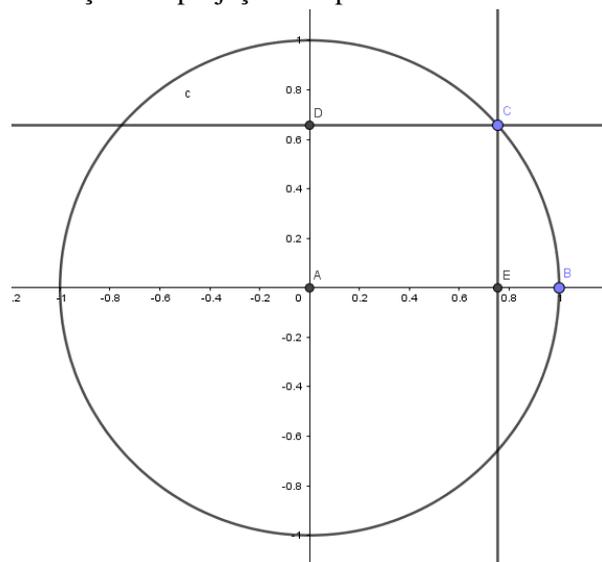
Orientando-se pelas discussões do grupo e considerando os conteúdos previstos para serem trabalhados com seus alunos, o professor Leonardo tomou a iniciativa de, em seu tempo livre, preparar uma aula com o tema “Introdução à Trigonometria”.

Leonardo planejou trabalhar com seus alunos situações nas quais eles realizassem explorações sem, a princípio, dizer-lhes que se tratava de conteúdos de trigonometria. A aula teria início com a construção de uma circunferência c , de centro A e raio igual a 1



centímetro. Nela seria inserido um ponto C que pudesse ser arrastado, movendo-se na circunferência. A intenção era pedir aos alunos que encontrassem dois pontos para representar a projeção de C sobre os eixos coordenados x e y, deixando-os livres para escolher as estratégias de construção da projeção. Uma construção está representada na Figura 1.

Figura 1 - Construção das projeções do ponto C sobre os eixos coordenados.



Fonte: Elaborado pelo professor Leonardo (sujeito da pesquisa, 2019).

Feita a construção, os alunos deveriam mover o ponto C e observar o que acontece com os pontos (D e E) da projeção quando C se move pelos diferentes quadrantes do plano cartesiano. Outras explorações também poderiam ser solicitadas, como medir o ângulo $\hat{B}AC$, construir o triângulo retângulo com vértices nos pontos A, C e E e estabelecer relações entre as medidas dos segmentos \overline{AD} e \overline{AE} e os valores de seno e cosseno do ângulo $\hat{B}AC$.

Após planejar a aula, Leonardo solicitou a ajuda dos colegas, Euclides e Luciana, para acompanhar o seu desenvolvimento e assistir a gravação com ele para que, juntos, pudessem analisar as ações dos alunos. A pesquisadora também acompanhou realizando as filmagens tanto da aula, como das telas dos computadores dos alunos⁴ e ajudou a esclarecer as dúvidas dos alunos com as funcionalidades do *software*. Com esse material

⁴ As telas dos computadores dos alunos foram filmadas com o *software aTube Catcher*, que é de livre acesso e se encontra disponível para *download* em: <https://www.atube.me/pt-br/>.



elaborou um vídeo com recortes das gravações, destacando ações dos alunos que poderiam ser relevantes para a discussão do grupo.

A aula foi realizada com a turma de 2º ano A do professor Leonardo, no dia 1º de abril de 2019. Na semana seguinte, no encontro do grupo, foi discutida a experiência vivida. Na próxima seção trazemos algumas das situações que se mostraram relevantes para o professor nessa discussão.

Assistir e refletir: o que se mostrou ao estar com a tecnologia?

O professor Leonardo foi quem deu início à discussão da aula, retomando o modo pelo qual o tema foi trabalhado. Os professores assistiram ao vídeo com os recortes das gravações por duas vezes. Na primeira vez, eles fizeram anotações sobre os aspectos que gostariam de destacar. Na segunda vez, fomos pausando o vídeo para discutir cenas que lhes chamaram a atenção. Euclides foi o primeiro a expor sua compreensão sobre a aula. Ele mostrou, pelo seu dizer, que considerou a experiência vivida com os alunos bastante positiva: “Eu notei a participação maior deles, eles enxergando melhor as posições, do seno e do cosseno” (professor Euclides, sujeito da pesquisa, 2019).

De modo geral, o grupo destacou trechos da gravação em que era possível ver como as tarefas eram desenvolvidas pelos alunos, considerando se havia ou não um favorecimento à construção de conhecimento, e analisou a própria prática. Em uma das situações, Leonardo iniciou um diálogo chamando a atenção dos colegas para uma estratégia da professora Luciana, por meio da qual ela buscava auxiliar um aluno levando-o a identificar um erro na construção

Professor Leonardo: Mas uma coisa que eu vi que você [Luciana] fez e eu não fiz. Porque, o que eles estavam fazendo? Para eles [alunos] perpendicular tinha que ser uma linha que cruzava o eixo retinho, mas eu vi que eles usaram a [ferramenta] reta e iam no “achometro”, então eu deveria ter perguntado: Vocês chegaram no 90 [graus]? Será que essa reta forma um ângulo de 90 graus? Coisa que eu vi que você [Luciana] fez. [...] Faltou esse ponto, eu poderia ter mexido na construção [dos alunos] [...] eu poderia ter voltado lá e falado: Que ferramenta você utilizou que não deu 90 [graus]? Eu poderia dizer: Você foi meio aproximado, não foi exatamente na ideia da perpendicular. Era um trabalho a mais que eu poderia ter voltado, para lembrar esses pré-requisitos.

O professor Leonardo percebeu, ao assistir ao trecho do vídeo, que o aluno fez a construção usando a ferramenta “Reta” e foi movimentando-a até uma posição em que

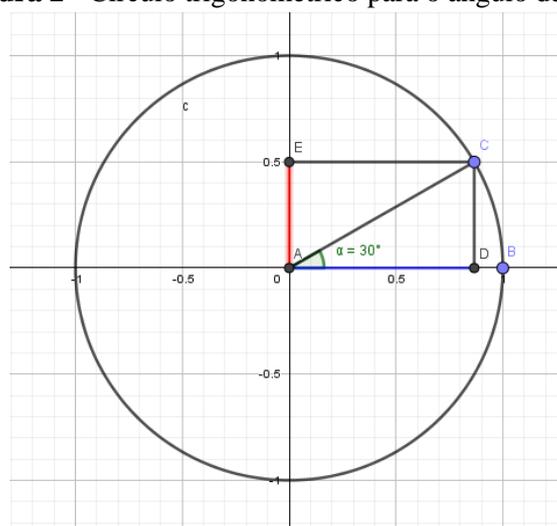


considerava que ela era perpendicular ao eixo x. A professora Luciana identificou o modo pelo qual o aluno fez a construção e solicitou que ele movesse a reta para ver se a característica de ser perpendicular seria mantida com o movimento. Leonardo, ao ver essa atitude da professora, comentou que havia alternativas para levar o aluno a avançar na compreensão dos conteúdos, seja movendo a construção como proposto para que, ao vê-la se desconfigurando (PINHEIRO; DETONI, 2018), ele identificasse o seu erro, isto é, que o ângulo de 90 graus não se mantém com o movimento, porque suas propriedades não foram levadas em consideração durante a realização da construção, ou por meio de questionamentos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016) que o fizesse expor o raciocínio que levou à escolha da estratégia de resolução ou, ainda, desafiasse-o a procurar por ferramentas para a realização de novas explorações.

Luciana concordou com o colega e disse que ficar atento ao aluno é importante para poder “depois explorar aquilo com eles. A gente percebe onde está o erro, o que ele não entendeu ainda, a gente vai percebendo” (professora Luciana, sujeito da pesquisa, 2019).

Além de favorecer a identificação de erros, os professores também destacaram que realizar explorações que levem o aluno a ver a construção em movimento é importante para a compreensão de conteúdos matemáticos, conforme apontaram ao observarem uma aluna movendo partes da construção representada na Figura 2.

Figura 2 - Círculo trigonométrico para o ângulo de 30° .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Professora Luciana: Tem uma parte aí que a pessoa [aluna] está vendo, está mexendo, mas na hora que olhou o ângulo ali, falou: “Nossa!”. Daí que parece



que ela se tocou que aquele ângulo ali [D \hat{A} C] tinha relação com o valor do seno e do cosseno. Eu acho que ela começou a se tocar que aquela variação que estava tendo [no valor de seno e do cosseno] tinha a ver com o ângulo. Até então acho que não estava marcado o ângulo. Depois que marcou, ela começou a ver. Olha lá! Então se eu mexo no [ponto] C, aqui [\overline{AE}] é o seno, aqui [\overline{AD}] é o cosseno e vai, começou a relacionar [...] É essa variação que ele [aluno] não consegue enxergar. Coisa que a gente dentro da sala vai fazendo pedacinho e vai e fica estático. Daí quando você faz ali [GeoGebra] ele vê, está mexendo com o ângulo, está mexendo com as medidas [do seno e do cosseno].

A fala de Luciana mostrou que ela entende que exibir a medida do ângulo D \hat{A} C e mover o ponto C sobre a circunferência fez a aluna ver que há uma relação entre o ângulo destacado e a medida dos segmentos construídos para as projeções do ponto C sobre os eixos coordenados. Para a professora, a aluna foi capaz de ver que, quando a medida do ângulo é alterada, as medidas dos segmentos \overline{AE} (valor do seno) e \overline{AD} (valor do cosseno) também são. Sua afirmação nos levou a compreender que ela viu na abertura ao movimento o querer que impulsionou a aluna a explorar as possibilidades do *software* para que, movendo-se junto a ele, pudesse compreender (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2018) o que se mostrava na tela do computador.

Luciana considerou que o aluno tem dificuldade em associar a variação do ângulo com os valores de seno e cosseno quando o círculo trigonométrico é construído na lousa. Ressaltou que vê uma diferença quando uma tarefa é desenvolvida com e sem a tecnologia

Professora Luciana: O que acontece no GeoGebra? Se a reta é perpendicular, no quadro ele simplesmente copia. Se é perpendicular ou não, aquilo [construção no caderno] não vai dizer nada para ele. Na construção no GeoGebra os conceitos vêm à tona. Ele vai ter que saber o que é aquilo, se ele está construindo errado [ele vê] [...] No GeoGebra o aluno vai mexendo e já vai vendo o que está variando [na construção]. Então isso é bem interessante.

Pelo que disse, Luciana considerou que há tarefas que podem levar o aluno a reproduzir no papel o que o professor constrói na lousa, sem que haja possibilidade de ele investigar se está correto ou não o que fez. Nessas situações, segundo interpreta, trabalhar com o *software* é importante, pois favorece a exploração pelo aluno, uma vez que ele tem possibilidade de fazer variações e, à medida que move partes da construção, observar o que se mantém e o que é alterado, algo que não poderia ser feito se estivesse trabalhando no papel (ROSA; SEIDEL, 2014; ROSA; BICUDO, 2018). Para Luciana, com esse procedimento, o círculo trigonométrico que antes se mostrava estático – desenhado no quadro ou no papel –, ganha novo significado (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017),



possibilitando ver a construção se reorganizando na duração do movimento, quando uma de suas partes é alterada ou reorganizada, sendo, portanto, uma alternativa que pode trazer um avanço para a aprendizagem do aluno.

Relativamente ao envolvimento dos alunos com as explorações, Leonardo observou que: “um ajudou o outro ali. Eles falavam, ‘vocês conseguiram? Deu certo?’. Quer dizer, bem ou mal, errado ou certo, um tentou ajudar o outro a fazer” (professor Leonardo, sujeito da pesquisa, 2019). O professor notou a preocupação dos alunos em se ajudarem, iniciando um trabalho colaborativo por meio do qual as dúvidas foram sendo esclarecidas e as estratégias compartilhadas. A postura do aluno que, como interpretamos, é incentivada pelo contexto do trabalho com a investigação, no qual a autonomia deles é favorecida (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016), também foi uma abertura para que o professor compreendesse que, juntamente com a realização das tarefas, os alunos têm a iniciativa de buscar por respostas e modos de verificá-las, sem depender, exclusivamente, da ajuda do professor.

Na discussão, a relevância de estarem participando de um grupo de formação também foi mencionada. Para os professores essa oportunidade de estar junto ao outro, de assistirem aos vídeos com os recortes da aula, de estarem atentos às ações do aluno e de compartilharem ideias e modos de conduzir o trabalho, foi relevante tanto para a compreensão da atividade do aluno, quanto para a análise da própria prática.

Professor Leonardo: Esse feedback, essa volta que a gente tem aqui com você [pesquisadora] é que faz falta. Vendo [no vídeo] o que eu já fiz. Eu achei que estava muito pior. Pode até não ter sido a melhor aula, mas eu achei que não dava para tirar nada. E agora, assistindo, você viu que saiu alguma coisa [risos]. [...]

Professor Euclides: Assistindo parece que deu tudo certinho e na aula parece que eles não estão entendendo.

Professora Luciana: É engraçado mesmo a percepção que a gente tem.

Professor Euclides: Assistindo e conversando a gente vê que eles [alunos] estão envolvidos. Ajuda bastante.

Para Leonardo e Luciana a oportunidade de estar junto ao grupo analisando a experiência vivida é importante, pois ver a aula lhes permite considerar os aspectos positivos do seu trabalho que nem sempre estão claros. Euclides salientou que, assistir aos trechos do vídeo e ver os alunos realizando as tarefas, ajudou, inclusive, a mudar a sua expectativa com relação a aprendizagem do aluno.



Ao final do encontro, considerando as explorações dos alunos, o professor também identificou possibilidades para avançar com a tarefa propondo o trabalho com outros conteúdos

Professor Leonardo: O que a gente poderia fazer também? Com o triângulo dentro do retângulo, além do ângulo de 90 graus, a gente pode colocar esse mesmo ângulo em cima, porque eles são alternos internos [referindo-se aos pares de ângulos $\widehat{D\hat{A}C}$ e $\widehat{E\hat{C}A}$; $\widehat{C\hat{A}E}$ e $\widehat{A\hat{C}D}$]. Então têm o mesmo valor. Mas para o aluno isso não é claro, aí conforme ele vai variando, a gente vai vendo que o ângulo que está mexendo aqui [o ângulo $\widehat{C\hat{A}D}$ no triângulo ACD], o valor é o mesmo que está lá em cima [o ângulo $\widehat{E\hat{C}A}$ no triângulo AEC]. Como a gente sempre está falando que o eixo vertical é o seno, você cria um triângulo em cima [triângulo AEC] e mais um triângulo embaixo [triângulo ACD]. Isso é para ele [aluno] visualizar mais fácil.

Pesquisadora: Mas você viu que teve um aluno que desenhou esse outro triângulo?

Professor Leonardo: Foi em cima disso que eu vi, porque não está errado ele usar. Inclusive, se for verificar, ele usou o certo. Se ele sabe que o seno é o eixo vertical, o único jeito dele chegar no eixo vertical é o triângulo de cima [triângulo AEC].

Leonardo viu a possibilidade de, ao considerar os triângulos ACD e AEC, construir o círculo trigonométrico para mostrar aos alunos a igualdade entre os ângulos dos triângulos classificados como “alternos internos” e relacionar os catetos dos triângulos com as projeções. Conforme compreendemos, essa afirmação do professor mostra que ele reconhece que, a medida que o trabalho de investigação avança, a oportunidade para se trabalhar com novos conceitos (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017) vai se mostrando a partir do que o aluno faz, dando ao professor uma abertura para planejar novas experiências, novos desafios.

Após esse diálogo dos professores o encontro foi encerrado.

Considerações Finais

A experiência vivida nos permitiu ver que os professores se abriram ao diálogo expressando compreensões acerca da prática desenvolvida com a tecnologia e identificaram situações em que as explorações realizadas pelos alunos podem ter favorecido a compreensão dos conteúdos propostos e, conseqüentemente, contribuído para a sua construção de conhecimento.

Nas discussões, os professores destacaram modos de lidar com o erro, seja levando os alunos a ver e a expressar o raciocínio que levou àquela resposta, por meio de perguntas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016), ou propondo movimentar partes da



construção (PINHEIRO; DETONI, 2018) para ver se há regularidades que não se mantêm com o movimento. O modo pelo qual a construção foi feita com o GeoGebra fez com que o círculo trigonométrico fosse trabalhado por meio de um procedimento diferenciado, assumindo novas representações (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017), quer fossem elas a de fazer a construção usando as projeções de pontos para analisar a variação dos segmentos construídos nos eixos coordenados ou a de mover os objetos construídos para buscar regularidades (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2018).

Ao se voltarem para a atividade dos alunos, os professores viram a preocupação em auxiliar os colegas, o que favoreceu o diálogo e contribuiu para o desenvolvimento da autonomia (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016), fazendo com que eles não dependessem exclusivamente da ajuda do professor. A atenção à exploração realizada pelos alunos também deu aos professores a oportunidade de identificar novas possibilidades de trabalho com esse conteúdo, analisando a construção.

Relativamente aos aspectos formativos, os professores reconheceram que a oportunidade de estar no grupo foi importante para o diálogo que os levou a ver que há um envolvimento dos alunos com a tarefa de exploração, bem como para estabelecer uma parceria em que as sugestões enriquecem a elaboração das propostas de ação em sala de aula. Isso, segundo interpretamos, indica uma abertura para que práticas semelhantes sejam desenvolvidas no futuro. Além disso, considerando que a pesquisa de Doutorado ainda está na fase de análise dos dados e que esse diálogo foi apenas um recorte do produzido, ainda não foi possível responder à interrogação da pesquisa por meio do que se mostrou. Entretanto, as situações destacadas pelo professor, ao se voltar para a sua prática com tecnologia, apontam aspectos relevantes para a análise do que buscamos compreender e estão contribuindo para uma explicitação de como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia.

Referências

BATISTA, Carolina Cordeiro. **O Estudo de Aula na Formação de Professores de Matemática para Ensinar com Tecnologia: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos**. 2017. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista_cc_me_rcla.pdf?sequence=3>. Acesso em: 25 abr. 2021.



FINI, Maria Inês. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação que tem a Fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs). **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994. p. 23-33.

MOCROSKY, Luciane Ferreira; MONDINI, Fabiane; ORLOVSKI, Nelem. A quem interessar possa. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados**. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. p. 41-54. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em: 3 fev. 2021.

PINHEIRO, José Milton Lopes; DETONI, Adlai Ralph. Possibilidades do trabalho investigativo com a Geometria Dinâmica. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. p. 55-75. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em 3 fev. 2021.

PINHEIRO, José Milton Lopes; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; DETONI, Adlai Ralph. O movimento do corpo-próprio e o movimento deste corpo com softwares de Geometria Dinâmica. In: KAHLMEYER-MERTENS, R. S. *et al.* (Orgs). **A Fenomenologia no oeste do Paraná: retrato de uma comunidade**. Toledo: Editora Vivens, 2018. p. 157-180. Disponível em: <http://www.mariabicudo.com.br/resources/CAPITULOS_DE_LIVROS/A-Fenomenologia-no-Oeste-do-Paran%C3%A1-157-180.pdf>. Acesso em: 4 fev. 2021.

PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e aprender. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (PROFMAT), Lisboa. **Actas do ProfMat...** Lisboa: APM, 2003. p. 25-39. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Acesso em: 4 fev. 2021.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. 160 p.

PONTE, João Pedro da *et al.* O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2016000300868&script=sci_abstract&tlng=pt> . Acesso em: 5 fev. 2021.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. In: PONTE, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 281-310.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; BRANCO, Neusa. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.).



Investigações matemáticas e investigações na prática profissional. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 213-252.

ROSA, Maurício; SEIDEL, Denílson José. Cyberformação com professores de matemática: desvelando o movimento de perceber-se como professor on-line. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Cyberespaço: Possibilidades que abre ao mundo da educação.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 343-390.

ROSA, Maurício; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. p. 13-40. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em: 30 mar. 2021.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; WROBEL, Julia Schaetzle; BALDIN, Yuriko Yamamoto. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 73, p. 115-130, 2018. Disponível em: <<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>>. Acesso em: 30 mar. 2021.

Recebido em: 14 / 02 / 2021
Aprovado em: 18 / 04 / 2021