УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
май–июнь 2021 Том 21 № 3 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
May–June 2021 Vol. 21 No 3 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА
AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-3-374-379
УДК 681.51

Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами

Бинь Хак Данг [1], Антон Александрович Пыркин[2]✉, Алексей Алексеевич Бобцов[3], Алексей Алексеевич Ведяков[4]

[1,2,3,4] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] Dangkhacbinh90@gmail.com, http://orcid.org/0000-0001-7805-4445
[2] a.pyrkin@gmail.com✉, http://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[3] bobstov@mail.ru, http://orcid.org/0000-0003-1854-6717
[4] vedyakov@ifmo.ru, http://orcid.org/0000-0003-4336-1220

Аннотация
Предмет исследования. Многие методы управления предполагают использование в реальном времени значений вектора переменных состояния или его оценок. В работе рассмотрена задача синтеза наблюдателя переменных состояния для нелинейного нестационарного объекта управления более широкого класса в сравнении с известными аналогами. **Метод.** Для решения задачи допущено, что параметры объекта являются частично неизвестными функциями времени и имеют полиномиальный вид. Каждый неизвестный параметр представляет собой полином функций времени с неизвестными коэффициентами. Задача синтеза наблюдателя решается в классе идентификационных методов, которые предусматривают преобразование исходной нелинейной математической модели объекта к линейной статической регрессии. В этой задаче вместо привычных неизвестных постоянных параметров присутствуют неизвестные функции времени, подлежащие оцениванию. Для восстановления переменных неизвестных параметров используется метод динамического расширения и декомпозиции (смешивания) регрессора. Метод позволяет получать монотонные оценки, а также обеспечивать ускорение сходимости оценок к истинным значениям. **Основные результаты.** Предложенный подход позволяет получать точные параметризации нелинейной нестационарной системы, включая экспоненциально затухающие слагаемые, связанные с введением динамических фильтров. Сформированные регрессионные уравнения зависят от настроечных параметров, и при смене значений данных параметров составляется система линейно независимых регрессионных уравнений, которая может быть декомпозирована на скалярные регрессионные уравнения. На основе полученных уравнений и допущений относительно моделей нестационарных параметров синтезирован наблюдатель параметров и переменных состояния системы. **Практическая значимость.** Применение предложенного подхода позволяет решать задачи восстановления неизмеряемых переменных и сигналов реальных систем управления, а также дает возможность идентифицировать неизвестные нестационарные параметры. Это, в свою очередь, представляет собой актуальную самостоятельную задачу. Подход может найти применение в задачах управления химическими процессами, преобразований напряжения, а также в ряде других технических приложений.

Ключевые слова
нестационарные линейные системы, идентификация полиномиальных параметров, метод динамического расширения и смешивания регрессора, синтез наблюдателей состояния

Ссылка для цитирования: Данг Бинь Хак, Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А. Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 3. С. 374–379. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-3-374-379

Adaptive observer design for time-varying nonlinear systems with unknown polynomial parameters

Binh Khac Dang[1], Anton A. Pyrkin[2]✉, Alexey A. Bobtsov[3], Alexey A. Vedyakov[4]

[1,2,3,4] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] Dangkhacbinh90@gmail.com, http://orcid.org/0000-0001-7805-4445
[2] a.pyrkin@gmail.com✉, http://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[3] bobstov@mail.ru, http://orcid.org/0000-0003-1854-6717
[4] vedyakov@ifmo.ru, http://orcid.org/0000-0003-4336-1220

Abstract

Many control methods involve the use of real-time values of the vector of state variables or its estimates. The article considers the problem of state variables observer design for a nonlinear non-stationary plant of a wider class compared to the known analogs. To solve the problem, some assumptions are introduced and assume that the plant parameters are partially unknown functions of time that have a polynomial form. Each unknown parameter is polynomial functions of time with unknown coefficients. The problem of observer design is solved in a class of identification methods that involve the transformation of the original nonlinear mathematical model of the plant to a linear static regression. In this problem, instead of the usual unknown constant parameters, there are unknown functions of time which are estimated. To recover variables of unknown parameters, the method of dynamic regressor extension and mixing (DREM) is used. The method allows getting monotone estimates, as well as accelerating the convergence of estimates to true values. The proposed approach allows obtaining accurate parametrizations of a nonlinear nonstationary system, including exponentially decaying terms associated with using dynamic filters. The resulting regression equations explicitly depend on the tuning parameters and changing the values of these parameters yields a system of linearly independent regression equations, which can be decomposed then into scalar regression equations. An observer of the parameters and state variables of the system is designed on the basis of scalar regression equations and considered assumptions about models of non-stationary parameters. The application of the proposed approach allows solving the problems of restoring unmeasured variables and signals of real control systems and also makes it possible to identify unknown time-varying parameters, which in turn is an actual self-contained problem. The approach can be applied in control of chemical processes, electrical converters, as well as in a number of other technical applications.

Keywords

LTV systems, identification of polynomial parameters, dynamic regressor extension and mixing (DREM), state observer design

For citation: Dang Binh Khac, Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. Adaptive observer design for time-varying nonlinear systems with unknown polynomial parameters. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 374–379 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-3-374-379

Введение

Проблема синтеза наблюдателей переменных состояния для нелинейных объектов является классической и актуальной задачей современной теории систем. В настоящей работе нет обширного обзора методов синтеза наблюдателей переменных состояния для нелинейных систем, но представлены подходы, которые близки по идеологии к предлагаемому методу. В работах [1–3] предложена идея сведения динамической модели нелинейных систем к линейной регрессионной модели, известной в теории идентификации [4].

Подобная идея — представление динамической системы в форме линейной регрессионной модели рассмотрена в рамках данной работы. Важное отличие от исследований [1–3] является тот факт, что нелинейная система содержит неизвестные нестационарные параметры, наличие которых усложняет использование стандартных методов синтеза наблюдателей переменных состояния. Отметим, что существуют косвенные методы решения задачи стабилизации по выходу — без измерения вектора переменных состояния, не предусматривающие прямого синтеза наблюдателя в контуре обратной связи [5]. Данные методы, как правило, носят частный характер, т. е. предусматривают решение задачи синтеза регуляторов для частной структуры математической модели объекта управления.

В работе [6] предложен алгоритм синтеза наблюдателей для линейной нестационарной системы, математическая модель которой содержит неизвестные нестационарные параметры. Также выдвинуто допущение о том, что параметр представляет собой произведение неизвестного постоянного коэффициента на измеряемую функцию времени.

В настоящей работе рассмотрены более сложные допущения по неизвестным изменяющимся во времени параметрам и предположено, что каждый параметр может быть представлен в виде полинома времени с неизвестными коэффициентами. Близкая задача для линейных нестационарных объектов исследована в работах [7, 8], где неизвестные параметры не имели полиномиальную структуру, но представляли собой неизвестные функции времени, производная которой принимала на разных интервалах времени отличающиеся числовые значения. Также заметим, что в [7, 8] задача синтеза наблюдателя переменных состояния не рассматривалась, что является существенным отличием от предлагаемого в настоящей работе подхода.

Результаты работы могут найти применение в задачах управления химическими процессами [9], преобразователями напряжения [10–12], а также в ряде других технических приложениях, математические модели которых могут быть приведены к рассматриваемому в данной работе виду.

Постановка задачи

Рассмотрим нестационарную нелинейную систему вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{Q}(y(t))\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{B}(t)u(t),\ y(t) = \mathbf{C}^{\top}\mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x} \in R^N$ — неизмеряемый вектор переменных состояния; $u \in R^1$ — управляющее воздействие; $y(t)$ — измеряемая выходная переменная; элементы матрицы $\mathbf{Q}(t)$ являются полностью определенными; матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{C}$ имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{N\times N} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

векторы неизвестных параметров $\boldsymbol{\theta}(t) \in R^N$ и $\mathbf{B}(t) \in R^N$ представлены в виде полиномов времени

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \boldsymbol{\theta}_0 + \boldsymbol{\theta}_1 t + \boldsymbol{\theta}_2 t^2 + \dots + \boldsymbol{\theta}_m t^m,$$
$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 t + \mathbf{B}_2 t^2 + \dots + \mathbf{B}_n t^n, \quad (2)$$

с известными степенями n и m и неизвестными коэффициентами $\boldsymbol{\theta}_i$, $i = 0, \dots, m$ и $\mathbf{B}_k$, $k = 0, \dots, n$.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания параметров и переменных состояния, обеспечивающий выполнение условий

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = 0,\ \lim_{t\to\infty}\mathbf{B}(t) - \hat{\mathbf{B}}(t) = 0,$$
$$\lim_{t\to\infty}\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) = 0. \quad (3)$$

Параметризация модели объекта управления

Покажем методологию параметризации нестационарных линейных систем с нестационарными параметрами полиномиального вида для частного случая $\boldsymbol{\theta}(t) \equiv 0$. Затем представим переход к более общей постановке задачи.

Утверждение 1. Рассмотрим объект управления вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t),\ y(t) = \mathbf{C}^{\top}\mathbf{x}(t)$$

и фильтры

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{K}y\ (t),$$
$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_1(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_1(t) - \mathbf{I}u(t),$$
$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{k+1}(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_{k+1}(t) - \boldsymbol{\Omega}_k(t),\ k = 1, \dots, n,$$

где векторная функция $\boldsymbol{\zeta} \in R^N$ и матричные функции $\boldsymbol{\Omega}_k \in R^{N\times N}$ — переменные состояния фильтров; вектор-столбец $\mathbf{K}$ такой, что матрица $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{CK}$ является гурвицевой; $\mathbf{I}$ — единичная матрица размерности $N \times N$.

Тогда справедлива следующая параметризация

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) + \boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots$$
$$+ \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \mathbf{e}(t),$$

где $\mathbf{e}(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени.

Доказательство. Рассмотрим вспомогательную переменную

$$\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\zeta}(t) - \mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \dots$$
$$- \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t)$$

и вычислим ее производную

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_1(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) -$$
$$- \boldsymbol{\Omega}_2(t)\ddot{\mathbf{B}}(t) - \dots - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\underbrace{\mathbf{B}^{(n+1)}(t)}_{=0} =$$
$$= \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{K}y(t) - \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}(t)u(t) - (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_1(t) - \mathbf{I}u(t))\mathbf{B}(t) -$$
$$- \boldsymbol{\Omega}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_2(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t))\dot{\mathbf{B}}(t) - \boldsymbol{\Omega}_2(t)\ddot{\mathbf{B}}(t) - \dots$$
$$- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_n(t) - \boldsymbol{\Omega}_{n-1}(t))\mathbf{B}^{(n-1)}(t) - \boldsymbol{\Omega}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) -$$
$$- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t) - \boldsymbol{\Omega}_n(t))\mathbf{B}^{(n)}(t) =$$
$$= \mathbf{F}(\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \dots - \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t)) =$$
$$= \mathbf{F}\mathbf{e}(t).$$

В вычислении производной $\mathbf{e}(t)$ выполним сокращения членов вида $\boldsymbol{\Omega}_k(t)\mathbf{B}^{(k)}(t)$ для $k = 1, \dots, n$. На основании того, что матрица $\mathbf{F}$ является гурвицевой, то функция $\mathbf{e}(t)$, удовлетворяющая уравнению $\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{e}(t)$, экспоненциально стремится к нулю, что и требовалось доказать.

Рассмотрим более общий случай, сформулированный в разделе «Постановка задачи». В следующем утверждении представлена параметризация модели (1), аналогичная Утверждению 1.

Утверждение 2. Рассмотрим нестационарную линейную систему вида (1) и фильтры

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{K}y(t),$$
$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_1(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_1(t) - \mathbf{I}u(t),$$
$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{k+1}(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_{k+1}(t) - \boldsymbol{\Omega}_k(t),\ k = 1, \dots, n, \quad (4)$$
$$\dot{\mathbf{P}}_1(t) = \mathbf{F}\mathbf{P}_1(t) - \mathbf{Q}(y(t)),$$
$$\dot{\mathbf{P}}_{i+1}(t) = \mathbf{F}\mathbf{P}_{i+1}(t) - \mathbf{P}_i(t),\ i = 1, \dots, m,$$

где векторная функция $\boldsymbol{\zeta} \in R^N$ и матричные функции $\boldsymbol{\Omega}_k \in R^{N\times N}$; $\mathbf{P}_i \in R^{N\times N}$ — переменные состояния фильтров; вектор-столбец $\mathbf{K}$, матрицы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{I}$ определены в Утверждении 1.

Тогда справедлива следующая параметризация

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) + \boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots$$
$$+ \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \mathbf{P}_1(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{P}_2(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \dots \quad (5)$$
$$+ \mathbf{P}_{m+1}(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) + \bar{\mathbf{e}}(t),$$

где $\bar{\mathbf{e}}(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени.

Доказательство. Доказательство выполняется аналогично Утверждению 1. Рассмотрим переменную

$$\bar{\mathbf{e}}(t) = \boldsymbol{\zeta}(t) - \mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \dots$$
$$- \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \mathbf{P}_1(t)\boldsymbol{\theta}(t) - \mathbf{P}_2(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \dots$$
$$- \mathbf{P}_{m+1}(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t).$$

Вычисление производной $\bar{\mathbf{e}}(t)$ с учетом (4) приводит к аналогичному выводу: функция $\bar{\mathbf{e}}(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = \mathbf{F}\bar{\mathbf{e}}(t)$, что и требовалось доказать.

Синтез наблюдателей для нестационарных параметров

Получив параметризацию модели объекта (1) в виде линейного регрессионного уравнения (5), запишем линейное регрессионное уравнение, зависящее от неизмеряемых переменных $\mathbf{x}(t)$, а также нестационарных параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$ и $\mathbf{B}(t)$, включая их производные. Умножим уравнение (5) на вектор-строку $\mathbf{C}^\top$:

$$\mathbf{C}^\top\zeta(t) = \mathbf{C}^\top\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}^\top\boldsymbol{\Omega}_1(t)\mathbf{B}(t) + \mathbf{C}^\top\boldsymbol{\Omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \ldots$$
$$+ \mathbf{C}^\top\boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \mathbf{C}^\top\mathbf{P}_1(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{C}^\top\mathbf{P}_2(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \ldots$$
$$+ \mathbf{C}^\top\mathbf{P}_{m+1}(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) + \mathbf{C}^\top\bar{\mathbf{e}}(t)$$

или

$$z(t) - y(t) = \boldsymbol{\omega}_1(t)\mathbf{B}(t) + \boldsymbol{\omega}_2(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \ldots$$
$$+ \boldsymbol{\omega}_{n+1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \boldsymbol{\pi}_1(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\pi}_2(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \ldots \quad (6)$$
$$+ \boldsymbol{\pi}_{m+1}(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) + \varepsilon(t),$$

где $z(t) = \mathbf{C}^\top\zeta(t)$, $\boldsymbol{\omega}_k(t) = \mathbf{C}^\top\boldsymbol{\Omega}_k(t)$, $\boldsymbol{\pi}_i(t) = \mathbf{C}^\top\mathbf{P}_i(t)$ — известные функции времени для $k = 1, \ldots, (n + 1)$, $i = 1, \ldots, (m + 1)$, и $\varepsilon(t) = \mathbf{C}^\top\bar{\mathbf{e}}(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени.

Воспользуемся методом динамического расширения и декомпозиции (смешивания) регрессора [13–15] для получения скалярных регрессоров относительно элементов векторов $\mathbf{B}(t)$ и $\boldsymbol{\theta}(t)$, а также их производных. Так как переменные $z(t)$, $\boldsymbol{\omega}_k(t)$ и $\boldsymbol{\pi}_i(t)$ зависят от параметров вектора $\mathbf{K}$, то для удобства опустим аргумент времени и перепишем уравнение (6) в виде

$$z(\mathbf{K}) - y = \boldsymbol{\omega}_1(\mathbf{K})\mathbf{B} + \boldsymbol{\omega}_2(\mathbf{K})\dot{\mathbf{B}} + \ldots + \boldsymbol{\omega}_{n+1}(\mathbf{K})\mathbf{B}^{(n)} +$$
$$+ \boldsymbol{\pi}_1(\mathbf{K})\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\pi}_2(\mathbf{K})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \ldots + \boldsymbol{\pi}_{m+1}(\mathbf{K})\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \varepsilon(\mathbf{K}).$$

Выберем $l = (n + m + 2)N$ различных значений вектора $\mathbf{K}$, и запишем систему из полученных уравнений в матричном виде

$$\underbrace{\begin{bmatrix} z(1) - y \\ \vdots \\ z(l) - y \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} =$$
$$= \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1(1) & \ldots & \boldsymbol{\omega}_{n+1}(1) & \boldsymbol{\pi}_1(1) & \ldots & \boldsymbol{\pi}_{m+1}(1) \\ & \vdots & & & & \\ \boldsymbol{\omega}_1(l) & \ldots & \boldsymbol{\omega}_{n+1}(l) & \boldsymbol{\pi}_1(l) & \ldots & \boldsymbol{\pi}_{m+1}(l) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Phi}} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(n)} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}^{(m)} \end{bmatrix},$$

получим декомпозицию матричного уравнения на скалярные с помощью операций вычисления определителя det(*) и союзной матрицы adj(*). Отбросим экспоненциально затухающие члены, которые тем быстрее сходятся к нулю, чем меньше значение параметра $\max \operatorname{Re} \lambda\{\mathbf{A} - \mathbf{KC}\}$.

Имеем

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\rho}_{n+1} \\ \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(n)} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}^{(m)} \end{bmatrix} \Delta(t),$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\rho}_{n+1} \\ \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1} \end{bmatrix} = \operatorname{adj}(\boldsymbol{\Phi}(t))\mathbf{Y}(t),\ \boldsymbol{\Delta}(t) = \det(\boldsymbol{\Phi}(t)), \quad (7)$$

где $\rho_k(t) = \mathbf{B}^{(k-1)}(t)\Delta(t)$ и $\sigma_i(t) = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)}(t)\Delta(t)$ соответственно.

Замечание 1. Для упрощения реализации воспользуемся правилом Крамера [16] для вычисления значений $\boldsymbol{\rho}_k(t)$ и $\boldsymbol{\sigma}_i(t)$ через определители матриц, сформированные на основе матриц $\boldsymbol{\Phi}(t)$ и $\mathbf{Y}(t)$: l-й элемент вектора $\operatorname{adj}(\boldsymbol{\Phi}(t))\mathbf{Y}(t)$ равен определителю $\boldsymbol{\Phi}(t)$, в котором l-й столбец заменен вектором $\mathbf{Y}(t)$.

Замечание 2. Поскольку параметризация (6) содержит член $\varepsilon(t) = \mathbf{C}^\top\exp(\mathbf{F}t)\bar{\mathbf{e}}(0)$, то декомпозиция (7) верна с точностью до экспоненциально затухающего члена. Соответственно, оценки векторов $\mathbf{B}(t)$ и $\boldsymbol{\theta}(t)$ не могут быть получены за конечное время на основе неточного уравнения (7). Включим переменную $\varepsilon(t)$ в параметризацию:

$$\varepsilon(t) = \boldsymbol{\varphi}(t)\bar{\mathbf{e}}(0),\ \boldsymbol{\varphi}(t) = \mathbf{C}^\top\boldsymbol{\chi}(t),\ \dot{\boldsymbol{\chi}}(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\chi}(t),\ \boldsymbol{\chi}(0) = \mathbf{I}.$$

Выберем $l + 1$ различных значений вектора $\mathbf{K}$, и запишем систему из полученных уравнений в матричном виде

$$\bar{\mathbf{Y}} := \begin{bmatrix} z(1) - y \\ \vdots \\ z(l) - y \\ z(l+1) - y \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1(1) & \ldots & \boldsymbol{\omega}_{n+1}(1) & \boldsymbol{\pi}_1(1) & \ldots & \boldsymbol{\pi}_{m+1}(1) \\ & \vdots & & & & \\ \boldsymbol{\omega}_1(l+1) & \ldots & \boldsymbol{\omega}_{n+1}(l+1) & \boldsymbol{\pi}_1(l+1) & \ldots & \boldsymbol{\pi}_{m+1}(l+1) \end{bmatrix} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(n)} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}^{(m)} \\ \bar{\mathbf{e}}(0) \end{bmatrix} =: \boldsymbol{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(n)} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}^{(m)} \\ \bar{\mathbf{e}}(0) \end{bmatrix}.$$

В следующем утверждении сформулирован основной результат, представляющий собой процедуру синтеза наблюдателей нестационарных параметров и переменных состояния $\mathbf{x}(t)$ модели (1).

Утверждение 3. Для состояния $\mathbf{x}(t)$ нестационарной системы (1) и функций времени $\boldsymbol{\theta}(t)$ и $\mathbf{B}(t)$, удовлетворяющих уравнениям (2) и (7), наблюдатели вида

$$\hat{\mathbf{x}} = \zeta(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\hat{\varsigma}_1(t) - \ldots - \boldsymbol{\Omega}_{n+1}(t)\hat{\varsigma}_{m+1}(t) -$$
$$- \mathbf{P}_1(t)\hat{\xi}_1(t) - \ldots - \mathbf{P}_{m+1}(t)\hat{\xi}_{n+1}(t),$$
$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \hat{\xi}_1(t),\ \hat{\mathbf{B}}(t) = \hat{\varsigma}_1(t),$$
$$\dot{\hat{\xi}}_i = \hat{\xi}_{i+1} + \gamma\Delta(\boldsymbol{\rho}_i - \hat{\xi}_i\Delta),\ i = 1, \ldots, n,$$
$$\dot{\hat{\xi}}_{n+1} = \gamma\Delta(\boldsymbol{\rho}_{n+1} - \hat{\xi}_{n+1}\Delta),$$
$$\dot{\hat{\varsigma}}_k = \hat{\varsigma}_{k+1} + \gamma\Delta(\boldsymbol{\sigma}_k - \hat{\varsigma}_i\Delta),\ k = 1, \ldots, m,$$
$$\dot{\hat{\varsigma}}_{m+1} = \gamma\Delta(\boldsymbol{\sigma}_{m+1} - \hat{\varsigma}_{m+1}\Delta)$$

обеспечивают выполнение цели (3) при $\gamma > 0$ и удовлетворении условия неисчезающего возбуждения для переменной $\Delta(t)$.

Доказательство. Рассмотрим переменные ошибок $\tilde{\xi}_i = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)} - \hat{\xi}_i$, $i = 1, \ldots, n + 1$ и $\tilde{\varsigma}_k = \mathbf{B}^{(k-1)} - \hat{\varsigma}_k$, $k = 1, \ldots, m + 1$, производные которых удовлетворяют следующей системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\xi}}_i = \tilde{\xi}_{i+1} - \gamma\Delta^2\tilde{\xi}_i,\ i = 1, \ldots, n, \\ \dot{\tilde{\xi}}_{n+1} = -\gamma\Delta^2\tilde{\xi}_{n+1}, \\ \dot{\tilde{\varsigma}}_k = \tilde{\varsigma}_{k+1} - \gamma\Delta^2\tilde{\varsigma}_k,\ k = 1, \ldots, m, \\ \dot{\tilde{\varsigma}}_{m+1} = -\gamma\Delta^2\tilde{\varsigma}_{m+1}. \end{cases} \tag{8}$$

Последовательное интегрирование моделей ошибок от $n + 1$ к 1 и от $m + 1$ к 1 позволяют утверждать об асимптотической сходимости к нулю всех переменных состояния модели (8). Следовательно, с учетом уравнения (5) делаем аналогичный вывод относительно ошибки $\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, что соответствует выполнению цели (3).

Заключение

В работе представлен новый алгоритм оценивания нестационарных параметров и переменных состояния для отдельного класса нелинейных систем. Решение задачи основано на преобразовании динамической модели объекта управления к линейной регрессионной модели. Регрессионная модель включает в себя переменные состояния генераторов, выходы которых описывают искомые параметры. Задача восстановления всех переменных состояния решена с привлечением метода динамического расширения и декомпозиции регрессора (или смешивания регрессора).

Литература

1. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 2015. V. 85. P. 84–94. doi: 10.1016/j.sysconle.2015.09.008
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. V. 133. P. 104519. doi: 10.1016/j.sysconle.2019.104519
3. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. State observers for reaction systems with improved convergence rates // Journal of Process Control. 2019. V. 83. P. 53–62. doi: 10.1016/j.jprocont.2019.08.003
4. Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
5. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Shavetov S.V., Kapitanyuk Y.A., Kapitonov A.A. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and L∞-stability for nonlinear systems with delay and disturbance // Proc. 20th IEEE International Conference on Control Applications. 2011. P. 1499–1504. doi: 10.1109/CCA.2011.6044373
6. Куок Д.В., Бобцов А.А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100–110. doi: 10.31857/S0005231020120065
7. Ле В.Т., Коротина М.М., Бобцов А.А., Арановский С.В., Во К.Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 5. С. 259–265. doi: 10.17587/mau.20.259-265
8. Ван Ц., Ле В.Т., Пыркин А.А., Колюбин С.А., Бобцов А.А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71–82. doi: 10.31857/S000523100002858-7
9. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889
10. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: continuous and discrete-time cases // IEEE Transactions on Automatic Control. 2021. V. 66. N 5. P. 2265–2272. doi: 10.1109/TAC.2020.3003651
11. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. V. 49. N 13. P. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
12. Cramer G. Introduction a l’analyse des lignes courbes algebriques. chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750. 680 p.
13. Mohd Ali J., Ha Hoang N., Hussain M.A., Dochain D. Review and classification of recent observers applied in chemical process systems

References

1. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94. doi: 10.1016/j.sysconle.2015.09.008
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519. doi: 10.1016/j.sysconle.2019.104519
3. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. State observers for reaction systems with improved convergence rates. *Journal of Process Control*, 2019, vol. 83, pp. 53–62. doi: 10.1016/j.jprocont.2019.08.003
4. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall, 1987, 519 p.
5. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Shavetov S.V., Kapitanyuk Y.A., Kapitonov A.A. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and L∞-stability for nonlinear systems with delay and disturbance. *Proc. 20th IEEE International Conference on Control Applications*, 2011, pp. 1499–1504. doi: 10.1109/CCA.2011.6044373
6. Quoc D.V., Bobtsov A.A. An adaptive state observer for linear time-varying systems with inaccurate parameters. *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, no. 12, pp. 2220–2229. doi: 10.1134/S0005117920120061
7. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. Identification of linear time-varying parameters of nonstationary systems. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 5, pp. 269–265. (in Russian). doi: 10.17587/mau.20.259-265
8. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. Identification of piecewise linear parameters of regression models of non-stationary deterministic systems. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 12, pp. 2159–2168. doi: 10.1134/S0005117918120068
9. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889
10. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, vol. 66, no. 5, pp. 2265–2272. doi: 10.1109/TAC.2020.3003651
11. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
12. Cramer G. *Introduction a l’analyse des lignes courbes algebriques*. chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750, 680 p.
13. Mohd Ali J., Ha Hoang N., Hussain M.A., Dochain D. Review and classification of recent observers applied in chemical process systems.

// Computers and Chemical Engineering. 2015. V. 76. P. 27–41. doi: 10.1016/j.compchemeng.2015.01.019
14. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. John Wiley & Sons, 2007. 400 p.
15. Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R. Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2008. XVI, 290 p. doi: 10.1007/978-1-84800-066-7
16. Ortega R., Loria Perez J.A., Nicklasson P.J., Sira–Ramirez H. Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems. Springer-Verlag, 2014. 543 p.

Computers and Chemical Engineering, 2015, vol. 76, pp. 27–41. doi: 10.1016/j.compchemeng.2015.01.019
14. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. John Wiley & Sons, 2007, 400 p.
15. Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Berlin, Springer-Verlag, 2008, XVI, 290 p. doi: 10.1007/978-1-84800-066-7
16. Ortega R., Loria Perez J.A., Nicklasson P.J., Sira–Ramirez H. *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 2014, 543 p.

Авторы

Данг Бинь Хак — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, http://orcid.org/0000-0001-7805-4445, Dangkhacbinh90@gmail.com

Пыркин Антон Александрович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, SC 26656070700, http://orcid.org/0000-0001-8806-4057, a.pyrkin@gmail.com

Бобцов Алексей Алексеевич — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, SC 8046819200, http://orcid.org/0000-0003-1854-6717, bobstov@mail.ru

Ведяков Алексей Алексеевич — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, SC 49664023200, http://orcid.org/0000-0003-4336-1220, vedyakov@ifmo.ru

Authors

Binh Khac Dang — Postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, http://orcid.org/0000-0001-7805-4445, Dangkhacbinh90@gmail.com

Anton A. Pyrkin — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, SC 26656070700, http://orcid.org/0000-0001-8806-4057, a.pyrkin@gmail.com

Alexey A. Bobtsov — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, SC 8046819200, http://orcid.org/0000-0003-1854-6717, bobstov@mail.ru

Alexey A. Vedyakov — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, SC 49664023200, http://orcid.org/0000-0003-4336-1220, vedyakov@ifmo.ru

Статья поступила в редакцию 24.03.2021
Одобрена после рецензирования 26.04.2021
Принята к печати 04.06.2021

Received 24.03.2021
Approved after reviewing 26.04.2021
Accepted 04.06.2021