O Que Há de Concreto no Ensino da Matemática?

Lícia de Souza Leão Maia[*]

RESUMO: Propomos discutir a dimensão concreta do ensino da matemática, defendida por aqueles que aspiram à melhoria da qualidade do ensino desta disciplina. Tal problemática será abordada a partir de um estudo sobre a relação entre dois tipos de matemática: uma abstrata e outra concreta. Podemos falar em matemática concreta quando, na sua essência, a ciência matemática é um construto mental, no sentido dado por Piaget à Ação do Homem sobre o mundo? Propomos discutir que elementos do conhecimento de senso comum justificam tal diferenciação. Adotando a teoria das representações sociais como referencial teórico, analisamos as representações sociais de professores sobre a matemática. 127 professores foram interrogados. O que deve ser visto como concreto no ensino da matemática não se refere ao saber matemático, propriamente dito, e sim às situações utilizadas pelo professor em sala de aula.

PALAVRAS CHAVES: Educação Matemática, Formação de Professores, Ensino–Aprendizagem, Psicologia da Educação, Representação social da matemática.

What is concrete in Mathematical Education?

ABSTRACT: In this article we will discuss the concrete dimension of Mathematics education, defended by those who aspire the quality improvement of the education of this discipline. Such subject will be considered by means of a study about the relation between two types of Mathematics: the abstract and the concrete. When we talk about concrete Mathematics in its essence, we mean the mathematical science as a mental construction, in the sense given by Piaget to the Action of the Man towards the world. We also consider arguing that elements of common sense knowledge justify such differentiation. Adopting the social representation theory as theoretical reference, we can analyze the social representation of professors on the discipline of Mathematics. One hundred twenty-seven professors had been interrogated. What it must be seen as concrete in the education of the Mathematics has nothing to do with the knowledge of the mathematician, properly said, but to the situations used by the professors in classroom.

[*] Profa. Do Mestrado em Educação da EFPE.

KEY WORDS: Mathematical Education, Development of Professors, Teaching-Learning, Psychology of Education, Social Representation of Mathematics.

Introdução

Propomos discutir, neste artigo, a dimensão concreta do ensino da matemática, defendida por aqueles que aspiram à melhoria da qualidade do ensino desta disciplina. Tal problemática será abordada a partir de um estudo sobre a relação entre dois tipos de matemática: uma abstrata e outra concreta.

Na realidade, gostaríamos de partir do próprio questionamento sobre a existência de dois tipos de matemática. Será que se pode falar em uma matemática concreta quando, na sua essência, a ciência matemática é um construto mental no sentido dado por Piaget à ação do homem sobre o mundo? Sabemos que para este autor, o conhecimento tem sua origem na atividade do sujeito sobre o meio e, não apenas, nas propriedades objetivas da realidade. Nesse sentido, para ele, a origem do conhecimento humano pode ser explicada a partir da interação entre o indivíduo e a realidade através da atividade humana. Em sua origem, a ação do sujeito sobre as pessoas e os objetos é de ordem apenas perceptivo-gestual. Tal atividade evolui para operações mentais, cada vez mais complexas, que culminam com a possibilidade do indivíduo agir sobre uma situação puramente imaginária inteiramente independente de um suporte real. No que diz respeito ao conhecimento matemático, de maneira específica, Piaget acredita que o mesmo não procede da abstração das propriedades do objeto, mas sim, das propriedades que a ação do sujeito introduz nos objetos, ou seja, da abstração reflexionante (PIAGET, 1995).

A necessidade de se formar um homem conhecedor e ator de sua realidade, fundamento básico do processo de redemocratização do país, levou os educadores a hastearem a bandeira da contextualização do conhecimento escolar. Não há dúvida que este foi um passo fundamental para um processo de transformação da escola, um percurso que ainda não chegou ao fim. Esse projeto foi amplamente discutido no ensino da matemática e, hoje, sua marca pode ser encontrada, tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais, quanto nos próprios livros didáticos avaliados positivamente pelas comissões do MEC, (Ministério de Educação, Desporto e Cultura). Dessa forma, a dimensão concreta da matemática passou a ocupar um lugar de destaque no discurso daqueles que se preocupam com a melhoria do ensino. Embora essa preocupação esteja presente na maioria nos debates educativos referentes a esta disciplina, tem se constatado que, na aula de matemática, o que ainda predomina é uma matemática sem relação com a vida cotidiana, ou seja, um ensino iminentemente abstrato (MAIA et al., 2000).

Propomos então, a partir dos dados de uma pesquisa sobre as representações dos professores sobre o ensino da matemática, discutir que elementos do conhecimento de senso comum da matemática justificam a diferenciação entre dois tipos de matemática, uma concreta e outra abstrata. Pretendemos, a partir dessa análise, discutir até que ponto essa diferenciação e, em particular, a ênfase dada à dimensão concreta, tem se revelado promissora ou limitadora de um ensino de matemática de qualidade. Para esta análise, além da perspectiva piagetiana, tomaremos por referencial a teoria da representações sociais.

Iniciaremos discutindo algumas representações difundidas na sociedade sobre a matemática, em particular, sobre a natureza concreta e abstrata desta disciplina. A seguir, analisaremos em que medida a teoria das representações sociais nos parece uma ferramenta eficaz para por em evidência como um conhecimento é propagado numa sociedade, a partir de uma dinâmica entre suas dimensões científica e social, e de que maneira, ela pode ajudar a compreender o que se passa na sala de aula. Trataremos então da pesquisa realizada, através da descrição da metodologia adotada, da apresentação e da discussão dos resultados obtidos. Discutiremos, finalmente, os limites e as possíveis contribuições da importância da delimitação de campos distintos para o ensino da matemática, um concreto e outro abstrato.

Representações da matemática: do científico ao social

Apresentaremos, nesse seção, algumas representações da matemática que circulam na sociedade e que acreditamos ser fonte de difusão e justificação de certos aspectos do conhecimento de senso comum sobre as relações entre as dimensões abstrata e concreta desta disciplina. Buscaremos identificar elementos que expressem, de maneira mais específica, a dimensão social da representação e elementos considerados como argumentos científicos, presentes em tais representações.

Para tal, vamos recorrer a dois trabalhos realizados por Nimier[1] (1976, 1989) e ao relato de uma importante mesa redonda realizada durante o colóquio internacional sobre a história da matemática, organizado pela UNESCO em Paris no ano de 1992, com o sugestivo título, "Mitos e Realidades da Matemática Européia". Pode parecer estranho, talvez, o fato de recorremos a uma realidade, culturalmente distinta da nossa, para fundamentar um trabalho sobre as representações de professores brasileiros. Justificamos tal procedimento por acreditarmos por um lado, na grande influência da cultura francesa sobre a cultura brasileira, em particular, no campo da educação matemática e, por outro, na consideração de um importante elemento constitutivo dessas representações que corresponde à universalidade desse campo de conhecimento, ou seja, apesar das diferenças culturais, a matemática é sempre considerada como uma linguagem universal[2].

Tendo em vista que o modelo teórico assumido para referenciar nossa análise, a teoria das representações sociais, defende que toda representação é fruto de uma dinâmica que se estabelece entre conhecimento científico e conhecimento de senso comum, acreditamos que o material a ser analisado permite uma aproximação interessante de tais dimensões. Assim, encontraremos na fala dos matemáticos entrevistados por Nimier, elementos do discurso do saber científico, enquanto nos mitos, a expressão genuína de um saber de senso comum.

---

[1]Jacques Nimier, psicólogo francês, foi um dos precursores do estudo da relação afetiva que se estabelece entre o indivíduo (aluno, cientista ou professor) e a matemática. Os dois trabalhos, citados neste artigo, correspondem a entrevistas que ele realizou com alunos e com matemáticos profissionais.

[2] Talvez isto corresponda a um mito, como veremos a seguir, mas não há dúvida que tal argumento vem permeando nossas relações com esse campo do conhecimento.

Em seu estudo, Nimier (1989) entrevistou seis iminentes matemáticos: André Lichnerowicz, um dos principais atores da reforma da matemática moderna na França, André Joyal, Charles Pisot, Bernard Malgrange, Jacques Rignet e René Thom. Em pesquisa anterior ele havia realizado entrevistas com estudantes do ensino médio sobre o que eles pensam sobre a matemática (Nimier 1976).

A mesa redonda, acima mencionada, coordenada por Evelyn Barbin, professora do Instituto de Formação de Professores de Créteil, contou com a participação de especialistas em história da matemática: André Revuz, professor emérito na universidade de Paris 7, Jean Pierre Kahane, Universidade de Paris- Sud Orsay e Gert Schubring da Universidade de Bielefeld, Alemanha.

O conteúdo, apresentado e discutido nas citadas situações, se refere a várias dimensões da matemática que são consideradas por esses matemáticos na definição do objeto e método de estudo dessa ciência. Discutiremos apenas os aspectos que se referem, mais especificamente, às duas dimensões da matemática que propomos discutir neste trabalho.

A questão da possibilidade de ser a matemática uma das poucas, ou talvez a única ciência que possa garantir a veracidade ou falsidade de um conhecimento, nos parece um elemento importante à nossa reflexão. Tal posição é defendida veementemente por Lichnerowicz ao afirmar que o próprio da atividade matemática é poder discernir entre o falso e verdadeiro. Entretanto, relativiza a natureza desta verdade, ao dizer que ela não pode ser considerada em absoluto, mas sim, em relação a um discurso onde o que é essencial é a coerência interna. Uma vez que o conhecimento matemático, tem como ponto de partida o estabelecimento formal das premissas a serem admitidas, não se pode falar em uma verdade absoluta desse conhecimento. Vemos assim, emergir a idéia da matemática como uma ciência da verdade, de uma verdade dos homens e não da realidade sensível, determinada pela coerência das proposições em um campo limitado e preestabelecido do saber. Tal perspectiva vai ser amplamente defendida pelo movimento bourbakista que subsidiou, de certa maneira, a reforma da matemática moderna e sua introdução no ensino desta disciplina. Para os bourbakistas o rigor é o critério de verdade por excelência. A citação de Dieudonné, um dos importantes representantes desse movimento, nos parece ilustrar essa tendência.

> *Parece impossível se fazer alusão à noção de infinito enquanto se considerar que o essencial de uma proposição é o seu conteúdo, isto é, a representação mental da qual é símbolo; mas esta dificuldade desaparece se se admite exatamente o contrário, ou seja, que o essencial de uma proposição é sua forma, dito de outra maneira, é inútil uma proposição evocar uma representação que não seja a percepção dos sinais [símbolos] com os quais é escrita.* (Dieudonné, 1962, citado por Rouche et al., 1991. p 71.)

André Joyal vai se contrapor a esta posição alertando para o risco de que a exigência absoluta de rigor leve ao desenvolvimento de uma metamatemática onde a verdade é definida apenas por convenção. Dessa forma, a questão da realidade da matemática não é consenso entre os matemáticos. Se para Lichnerowicz, a verdade é determinada por um consenso pré-definido, Joyal defende a busca da compreensão a partir da identificação do sentido desta ciência.

Charles Pisot vai apontar a ausência do aspecto físico na matemática. Para ele, a matemática é independente da realidade e o que é fundamental na atividade matemática é o raciocínio, no sentido piagetiano da abstração reflexionante. É a prática do rigor do raciocínio que dá a matemática o status de ciência da verdade absoluta que, por sua vez, garante a universalidade desta ciência. Como Pisot, Bernard Malgrange aponta o distanciamento entre a matemática e a realidade que, diferentemente da Física, não pode fazer apelo ao controle experimental da realidade concreta como forma de validação do conhecimento.

Nicolas Kuiper traz um novo elemento para o debate tratando da eficiência da atividade matemática. Mas esta eficácia não está ligada à resolução de problemas da vida real e, sim, à possibilidade de resolução de questões internas à matemática através do raciocínio lógico, essencialmente matemático.

Réné Thom, embora admita a importância do rigor como garantia à universalidade da matemática, considera a importância da intuição como elemento fundamental à sua compreensão. Para ele, a realidade, ela mesma é matemática. Dessa forma, tal ciência ocupa um lugar extremamente importante para esse autor no descobrimento do Real. Conne (1993) retoma esta idéia enquanto um dos mitos que circulam na sociedade: a eficácia da matemática para compreensão dos outros domínios de conhecimento. Este é um novo aspecto da eficiência e da utilidade da matemática, mito ou realidade?

Na mesa redonda, acima citada, uma diferenciação feita por Schubring (op. cit.) nos parece interessante ao objetivo de nosso trabalho. Este historiador distingue dois campos da matemática: a matemática profissional e a matemática formadora do pensamento. Desde as grandes civilizações da antigüidade, na Mesopotâmia, no Egito já havia ensino da matemática, de uma matemática voltada para o comércio, para a resolução de problemas da vida de todos os dias. Citando Eccarius, Schubring (1998), mostra em que medida este tipo de atividade matemática, influenciou a matemática enquanto ciência.

É no século XVI que o interesse pela matemática se diversifica e a matemática se estende a outros domínios que o comércio, através dos tratados de álgebra, por exemplo.

> *É na Europa do leste que a ordem entre o saber prático com finalidade profissional e o saber teórico se inverte: o ensino começa então com os elementos teóricos comuns para todos e progride para as partes práticas em função das divisões e especializações profissionais.* (SCHUBRING, op. cit.)

Acredita o autor, que a manutenção de um ensino da matemática de ordem geral e teórica, permanece apoiado no mito da potencialidade da matemática para a formação do pensamento. Ele vai defender a posição de que, de maneira alguma, a matemática pode, nem deve, abandonar a sua função social e profissional de origem: contar, calcular, resolver problemas. Parece-nos bastante interessante essa dimensão utilitária da matemática trazida por Schubring. A relação entre matemática e realidade, é admitida, sem dúvida alguma, mas ela nos parece inovar em relação ao que foi dito pelos matemáticos. Esta visão também não corresponde à matemática como ferramenta de leitura, de modelização imediata da realidade. Como veremos mais adiante, tal ponto de vista nos ajudará a compreender o sentido a ser dado à dimensão concreta da matemática.

Terminaremos essa seção com a fala de um aluno que ilustra a dicotomia entre as dimensão funcional e teórica da matemática.

> *"Eu não me sinto de forma alguma obrigado a aprender matemática para me virar na vida. Eu não vou dizer que não é preciso saber contar, isso não é matemática, é cálculo. Quando a gente está numa loja, não tem necessidade de dizer ao vendedor: eu queria 2 metros e raiz quadrada de 5 de um tecido, por exemplo!"* (aluno do 1º ano do ensino médio formação literária, citado por Nimier, op. cit. p. 83)

Vemos assim emergir do discurso científico da matemática, da conotação social difundida através de mitos e da versão escolar desta disciplina, elementos que, certamente, estão na base das representações que circulam na nossa sociedade sobre esse domínio do conhecimento: ciência universal, critério de verdade absoluta, ferramenta para o desenvolvimento do pensamento, instrumento de resolução de problemas da vida, distanciamento da realidade. O que há de concreto nos diversos elementos então presentes?

Tentaremos responder a esta questão juntamente com a apresentação e discussão dos resultados de nossa pesquisa.

A contribuição da teoria das representações sociais à educação

Reconhecendo o homem como agente do seu próprio conhecimento do mundo, diversos modelos psicológicos têm levado em consideração a importância da imagem que o homem se faz de si mesmo e de seu meio, na determinação da maneira de se conduzir ou de explicar as experiências vividas ou pensadas. O ato, propriamente humano, de se representar um objeto, um semelhante, uma ou várias situações, de se aproximar daquilo que está ausente e de compartilhar com o seu semelhante, pelas palavras ou expressão artística, por exemplo, assume importância na psicologia como elemento a ser considerado para a explicação do comportamento humano.

Moscovici (1961) revivificando a noção de representação coletiva de Durkheim, pela noção de representação social, contribui de maneira fundamental à compreensão do processo de construção do conhecimento.

Ao estabelecer uma teoria do senso comum, ele aponta para a interdependência entre conhecimento científico e conhecimento popular e rompe com a dicotomia entre esses dois tipos de conhecimento. Desta forma, o conhecimento popular é considerado como um verdadeiro conhecimento.

Considerando assim que o conhecimento popular é um dos vários tipos de conhecimento, um conhecimento verdadeiro, e uma forma de evolução do conhecimento científico, a teoria das representações sociais abre uma perspectiva para que este conhecimento tenha lugar no seio das instituições formais produtoras e reprodutoras de conhecimento como é o caso do sistema educativo.

A noção de representação social vai levar em consideração, ao mesmo tempo, a atividade do sujeito sobre o mundo e, reciprocamente, da ação do meio, empírico e social, sobre o indivíduo. O produto dessa interação é um conhecimento particular que corresponde ao que Moscovici chamou de *representação social.*

A identificação dessas representações tanto a nível dos professores quanto dos alunos, pode nos ajudar a compreender alguns aspectos da sala de aula que venham contribuir com o movimento de melhoria da qualidade do ensino. Durante um certo tempo, o conhecimento popular foi silenciado na escola. Ora, toda sociedade, segundo Moscovici está permeada por esse conhecimento que ele denominou de representação social. Será que a escola é um espaço de puro saber científico? Estamos certos que não. O professor, o aluno, como atores de uma sociedade em movimento, carregam consigo um saber que se constrói no dia a dia, tanto social, familiar quanto profissional. E este conhecimento eles trazem para a escola. Identificar elementos desse conhecimento e estabelecer relações com o conhecimento científico, objeto específico de "transmissão" escolar, nos parecer ser um importante passo para a compreensão de entraves e desvios que observamos no dia a dia escolar.

É neste sentido, que concebemos que a identificação das representações dos professores sobre as dimensões abstrata e concreta da matemática, possa contribuir com a análise da realidade educacional em relação a esta disciplina. Se por um lado, a concretização da matemática, como critério a ser adotado para melhoria da qualidade do ensino da matemática, foi amplamente discutida e propagada[3], os índices de aprendizagem nesta disciplina ainda correspondem a um dos maiores marcos do fracasso da escola[4].

Acreditamos que um estudo sobre as representações dos professores sobre a questão permita identificar alguns dos aspectos que estão impedindo o sucesso da escola.

---

[3] Ver, em particular, Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – 5ª a 8ª séries, 1998.
[4] Consultar as últimas avaliações realizadas e publicadas pela SAEB.

Objetivos

Este trabalho é o prolongamento de uma pesquisa[5] cujo objetivo geral foi estudar as representações do professor sobre o ensino da matemática e o impacto de formações continuadas realizadas. Durante a sua realização, identificamos um aspecto dessas representações que nos parecia importante a ser elucidado: a dicotomia entre dois tipos de matemática, uma concreta e outra abstrata. Encontramos ainda, uma forte tendência do professor a atribuir à dita matemática concreta um lugar fundamental no ensino da matemática.

Assim, o presente estudo teve por objetivo analisar as representações dos professores sobre cada um desses domínios da matemática, concreto e abstrato, visando compreender a dinâmica que pode se estabelecer entre eles.

Método

O estudo das representações sociais necessita de estratégias que permitam, além de identificar seus elementos constitutivos, determinar a organização desses elementos em termos de hierarquia e, finalmente, descrever o núcleo central da representação. Esse "triplo" objetivo implica na adoção de uma abordagem multi-metodológica das representações (Abric, 1994).

Para a coleta dos dados, utilizamos os seguintes instrumentos: entrevista semi-estruturada, um questionário de associação livre e um questionário múltipla escolha.

127 professores foram interrogados professores de matemática, em sua maioria, e professores de metodologia da matemática do curso de magistério. O tempo de participação do professor nas formações continuadas, oferecidas pelo Laboratório de Ensino da Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (LEMAT), foi o critério

[5] Esta pesquisa correspondeu à nossa tese de doutorado, concluída em 1997, sob a orientação do Prof. Gérard Vergnaud.

utilizado para classificá-los em seis grupos distintos. Procedimento que nos permitiu identificar o impacto da formação:

TLE6: grupo de professores que nunca participaram das formações oferecidas;

TLE5: grupo dos formadores;

TLE4: grupo de professores que participam das formações há mais de três anos;

TLE3: grupo cujo o tempo de participação de formação varia de dois a três anos;

TLE2: grupo de professores cujo tempo de formação varia entre um e dois anos;

TLE1: grupo standard, professores com menos de um ano de formação.

Em um primeiro momento da pesquisa, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas para definição dos instrumentos de coleta de dados a serem usados. Elaborados os instrumentos estes foram apresentados aos professores na seguinte ordem: questionário de associação livre[6] e questionário escrito[7].

Resultados

Apresentaremos inicialmente as palavras associadas à matemática abstrata e à matemática concreta. A seguir, indicaremos as palavras consideradas mais importantes com suas respectivas freqüências. A análise destas listas de palavras nos permitirá por um lado, a aproximação do campo semântico das representações dos professores sobre essas duas dimensões da matemática e, por outro, a identificação de seus elementos nucleares.

A organização dessas palavras em planos fatoriais nos ajudará a analisar as diferenças entre essas representações e suas relações com as formações continuadas, o que nos permite, de certa maneira, avaliar o impacto das formações oferecidas.

[6] Neste momento, o professor era solicitado a “citar seis palavras ou expressões que o termo matemática concreta e, a seguir, matemática abstrata lhe faziam pensar.” A seguir, deviam indicar, dentre as palavras citadas, as duas que lhes pareciam mais próximas de cada uma das expressões sugeridas.

[7] Questionário composto por 39 questões do tipo múltipla escolha, questões abertas ou recorrendo a escalas de medida em torno dos temas: matemática, ensino da matemática, matemática concreta e matemática abstrata.

Alguns resultados referentes ao questionário múltipla escolha nos auxiliará a esclarecer e precisar certos aspectos das representações identificados nas etapas anteriores.

LISTA DE PALAVRAS MAIS FREQÜENTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA CONCRETA

Jogos	25	*Problema*	24	*Cotidiano*	22	Cálculo	20
Raciocínio	17	Realidade	13	Lógica	13	Número	11
Material concreto	10	Compreensão	9	Manipular	9	Prática	9
Aplicação	8	Quantidade	8	Fração	8	Sucata	7
Aprendizagem	6	Experiência	6	Fórmula	6	Operação	6
Resolver	6	Estudo	5	Exatidão	5	Descoberta	5
Laboratório	5	Construção	5	Operação fundamental	5	Relação	5
Análise	4	Demonstrar	4	Dinheiro	4	Facilidade	4
Formas	4	Observar	4	Vida	4	Viver	4

LISTA DE PALAVRAS MAIS IMPORTANTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA CONCRETA

Cotidiano	10	Problema	10	Cálculo	8	Lógica	8
Prática	8	Raciocínio	8	*Jogos*	7	Fração	5
Material didático	5	Compreensão	4	Exatidão	4	Número	4
Resolver	4	Sucata	4	Material concreto	4		

LISTA DE PALAVRAS MAIS FREQÜENTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA ABSTRATA

Raciocínio	33	Lógica	20	Dificuldade	19	Álgebra	18
Análise	13	Imaginar	13	Cálculo	11	Abstração	10
Pensar	9	Memorizar	8	Número	8	Problema	8
Pesquisa	7	Teoria	7	Teorema	7	Livro	7
Compreensão	6	Geometria	6	Demonstração	6	Conceito	5
Dúvida	5	Dedução	5	Equação	5	Estudo	5
Fórmula	5	Infinito	5	Concentração	4	Cálculo mental	4
Construção	4	Espaço	4	Idéia	4	Conhecimento	4
Função	4	Número irracional	4	Universal	4	Incógnita	4

LISTA DE PALAVRAS MAIS IMPORTANTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA ABSTRATA

Raciocínio	22	Lógica	11	Álgebra	9	Análise	7
Pesquisa	7	Imaginar	6	Abstração	5	Cálculo	5
Dificuldade	5	Número	5	Teorema	5	Teoria	5
Estudo	4	Complexidade	3	Pensar	3	Memorizar	3

Se analisarmos as palavras tomando por critério o princípio piagetiano de que o conhecimento tem sua origem na atividade do sujeito, podemos encontrar algumas diferenças entre as atividades relativas a cada um desses domínios da matemática. Identificamos, assim, nas palavras, *manipular, prática, experiência, operação e observar* a possibilidade de, pela matemática concreta, o sujeito estabelecer uma relação com o mundo sensível. No que diz respeito à matemática abstrata, as atividades mediadas não se referem ao mundo real e, sim, ao mundo mental. Veja, por exemplo, as palavras *raciocínio, imaginar, pensar, memorizar, demonstração, dedução, concentração e idéia.*

Esta diferença é ratificada pela constatação, por exemplo, das palavras *cotidiano* como elemento central da representação da matemática concreta e *raciocínio* da representação da matemática abstrata. Intrigante talvez observar que a palavra *raciocínio*, embora menos freqüente, é também um elemento central da matemática concreta[8]. Entretanto, as tabelas que sintetizam os elementos centrais destas duas representações da matemática, são bastante reveladoras de suas diferenças. Em termos de situações[9] a matemática concreta está associada a *cotidiano*, a *prática* enquanto que a abstrata a *pesquisa*, a *teoria*.

Tal constatação pode parecer banal, afinal, a abstração sempre esteve associada a algo que não é real. Isto não é tão simples. A diferenciação piagetiana entre dois tipos de abstração nos ajuda a avançar na nossa análise. Para Piaget, a abstração empírica corresponde a atividade mental capaz de abstrair dos objetos suas propriedades. Dessa forma, este tipo de abstração necessita da realidade concreta para ser desencadeada. Ela está na base do pensamento operatório concreto. A abstração reflexionante, mais freqüente no estágio das operações formais, não tem mais como suporte o mundo das

[8] Voltaremos a essa discussão um pouco mais adiante.
[9] A palavra situação é aqui utilizada com o significado que lhe é atribuído por Vergnaud(1990): conjuntode situações que dão sentido ao conceito.

coisas e, sim, o mundo das idéias e das relações. Ora, será que a observação, a manipulação são mesmos condições necessárias à atividade matemática? Vimos o que os matemáticos pensam a este respeito. Para alguns, a matemática é pura abstração, abstração reflexionante, no sentido piagetiano do termo. Esta é a posição defendida, por exemplo, por Lichnerowicz e Charles Pisot. Para outros, Joyal ou Schubring, existe sem dúvida, uma relação desta ciência com o mundo concreto.

A questão é saber como estabelecer a relação entre a dimensão concreta, presente nas representações dos professores sobre a matemática, e as dimensões científica e escolar, próprias ao conhecimento científico.

Poderíamos levantar também a hipótese que esta separação seria artificial e fruto da estratégia metodológica utilizada; ao se propor a expressão matemática concreta como termo indutor, talvez tenha levado os professores a darem esse tom às suas respostas. Tal hipótese pode ser descartada em primeiro lugar, pelo fato de tal expressão ter sido identificada no vocabulário dos próprios professores em pesquisa preliminar para a elaboração dos instrumentos de coleta de dados (Maia, 1993). Em segundo lugar, a análise de algumas questões do questionário nos permite reafirmar a importância, dada pelos professores, a relação entre matemática e realidade. Vejamos então tais resultados.

Questão 5: *Marque a alternativa que mais lhe convém.*

Que grau de relação a matemática estabelece com a realidade?

FREQÜENCIAS DE RESPOSTAS

Total (%)	*Não respondeu*	*Nenhum*	Fraco	*Médio*	*Forte*	Muito forte
100	2.4	0.0	2.4	10.2	26.0	59.0

Podemos constatar que 75% das respostas afirmam uma forte ou muito forte relação da matemática com a realidade.

Parece-nos que o que pode nos fazer ir mais adiante no nosso questionamento é tentar compreender o tipo de relação que se estabelece entre a matemática e a realidade. Na análise das palavras associadas à matemática concreta, essa relação seria direta cujas propriedades matemáticas seriam acessíveis através da *manipulação*, da *observação*. Acreditamos que esse é um conhecimento de senso comum que precisa ser superado para que o ensino da matemática possa avançar. Garantir a funcionalidade desse conhecimento parece-nos fundamental na formação básica do cidadão. Entretanto, é preciso se ter uma maior clareza quanto à possibilidade de tornar a matemática concreta.

Podemos talvez encontrar uma pista nas próprias respostas dos professores a uma das questões propostas.

Questão 2: *Para cada proposição, indicada no quadro abaixo, marque com um X a casa correspondente a alternativa que mais lhe convém.*

O estudo da matemática ajuda a:

FREQÜENCIA DAS RESPOSTAS

Item	Não respondeu	De modo algum	Um pouco	Mais ou menos	*Muito*	Muitíssimo
Desenvolver a pesquisa	0.8	2.4	7.9	7.9	35.4	45.7
Classificar os aluno em função da inteligência	2.4	33.9	23.6	26.0	9.4	4.7
Evitar erros de raciocínio	4.7	9.4	16.5	24.4	34.6	10.2
Conhecer o meio ambiente	4.7	9.4	30.7	31.5	18.1	5.5
Classificar os alunos em função de aptidões	2.4	19.7	22.8	30.7	18.9	5.5
Orientar o futuro sócio-profissional dos alunos	2.4	18.1	22.8	26.8	23.6	6.3
Resolver problemas da vida	0.0	4.7	6.3	12.6	38.6	37.8

Duas fortes tendências podem ser identificadas: o *desenvolvimento da pesquisa* e a *resolução dos problemas da vida*. Comparemos este último item com o item *conhecer o meio ambiente.* Neste, a maioria das respostas se concentram numa posição mediana, que corresponde do ponto de vista estatístico, a um tipo de resposta "nula". Isto nos permite dizer que, para os professores entrevistados, a matemática tem pouco a contribuir para o conhecimento do meio ambiente. Entretanto, 76.4% considera que o seu estudo pode ajudar muito na resolução dos problemas da vida. Será que há uma incoerência entre esses resultados? Acreditamos que não. Identificamos aqui uma “saída” para o sentido que pode ser dado a uma dimensão concreta da matemática que possa ser útil ao ensino da mesma. A matemática não pode apreender, sempre, os aspectos do meio ambiente, no sentido de uma relação direta mas ela pode resolver problemas da vida. Encontramos aqui o que dizia Schubring (op. cit.) quanto a importância de se preservar a finalidade primeira da matemática de contar, calcular, resolver problemas da vida.

O terceiro item da tabela acima, nos parece esclarecer, de certo modo, a presença da palavra *raciocínio*, tanto no campo semântico da matemática concreta quanto da matemática abstrata, anteriormente identificados. Penso que essa dimensão, presente tanto no discurso da ciência quanto no dos mitos, é uma dimensão central da representação da matemática enquanto ferramenta para o desenvolvimento do pensamento.

Um dado para o qual nos parece conveniente chamar atenção, é a presença da palavra *exatidão*[10] como elemento do núcleo central da representação da matemática concreta. Ao mesmo tempo, podemos identificar a palavra *universal* como elemento periférico[11] da representação da matemática abstrata. Ora, se a universalidade da matemática é um dos temas de reflexão privilegiados pelos matemáticos, logo pelo discurso da ciência, os professores não estão tão preocupados com tal característica. Talvez o que mais os preocupe e daí a importância do concreto na matemática, seja a possibilidade de ser a mesma uma ferramenta suscetível de garantir a exatidão do conhecimento. Dessa forma, não é pelo exercício de um rigor dedutivo que o professor se aproximará da verdade desta ciência e, sim, pela possibilidade de precisão que ela pode lhes oferecer. Acreditamos termos assim um elemento precioso à compreensão da importância dada à dimensão concreta da matemática pelos professores entrevistados.

Um outro aspecto importante, a ser considerado a partir da identificação das representações dos professores sobre estas duas dimensões da matemática, é que para

[10] Ver lista de palavras associadas à matemática concreta.
[11] Observe que o mesmo não faz parte das palavras mais importantes associadas à matemática abstrata, daí considerarmo-lo periférico.

os professores a matemática concreta guarda uma dimensão de *facilidade,* palavra citada para definir este tipo de matemática, enquanto a abstração evoca *dificuldade* e *dúvida.*

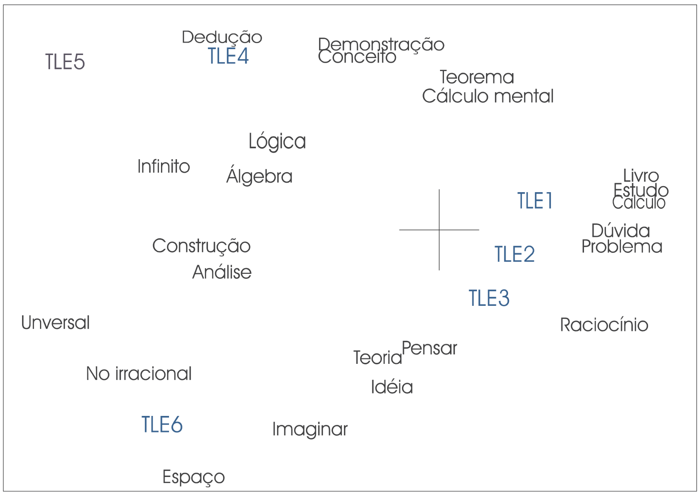
Vejamos agora, através da análise dos planos fatoriais, como essas palavras se organizam entre si, e em relação à variável tempo de participação nas formações continuadas. Tal análise nos permite identificar por um lado, as diferentes representações e, por outro, suas relações com a participação nas citadas formações.

Apresentaremos apenas o plano fatorial, formado pelos eixos 1 e 2, que corresponde à organização fatorial das palavras associadas à matemática abstrata e a variável tempo de participação nas formações continuadas, por ser nele que encontramos as informações mais interessantes. As palavras projetadas neste plano têm contribuição superior à contribuição média.

PLANO FATORIAL 1-2

MATEMÁTICA ABSTRATA

Inércia acumulada = 69,0%



Em primeiro lugar, podemos observar na parte superior do plano, uma representação da matemática como instrumento de pensamento, as palavras *dedução*, *demonstração*, *conceito* e *lógica* se agrupam perto da palavra *infinito*, *teorema* e *cálculo* *mental*. Vejam que todas as palavras têm uma conotação de atividade mental no sentido a que se referia Piaget ao falar de abstração reflexionante. Interessante também encontrar nesse conjunto a palavra *infinito,* se pensarmos no que dizia Dieudonné a respeito da impossibilidade de se apreender o sentido desse conceito fora de uma de uma perspectiva puramente dedutiva. Analisando tal representação em função do tempo de participação nas formações, podemos constatar que ela corresponde à representação dos formadores (TLE5) e dos professores que há mais tempo vêm participando das citadas formações (TLE4), proximidade que pode ser interpretada como um impacto da formação.

Além do mais, tal representação se opõe àquela dos professores que nunca participaram das formações continuadas (TLE6) e cujos elementos constitutivos podemos dizer que se referem a dimensões gerais da matemática que, refletem o distanciamento da realidade. Entretanto, são muito amplas para serem lidas em termos de funcionalidade.

À direita, temos a representação dos professores cuja formação varia entre 6 meses e 3 anos (TLE1, TLE2 e TLE3) que vão se agrupar em torno das palavras *raciocínio*, *dúvida*, *problema*, entre outras. Vemos assim que, se anteriormente pudemos constatar a importância do raciocínio para a eficiência do pensamento, ele emerge como elemento unificador, sobretudo, da representação da dimensão abstrata da matemática.

Para finalizar vejamos três questões que trataram dos conteúdos relativos a esses campos da matemática.

Questão 6: *Algumas pessoas acham que existe dois tipos de matemática, uma abstrata e outra concreta. Você concorda com essa divisão?*

FREQÜÊNCIAS DE RESPOSTAS

Total (%)	Não respondeu	De modo algum	Um pouco	Mais ou menos	Muito	Muitíssimo
100	2.4	7.1	20.5	20.5	18.1	31.5

Questão 7: *Que temas, dentre os abaixo mencionados, mais se aproximam da matemática abstrata. Enumere três deles por ordem de importância.*

FREQÜÊNCIA DAS RESPOSTAS

TEMA	1ª escolha	2ª escolha
Aritmética	2.7	4.2
Álgebra	23.3	22.4
Proporcionalidade	0.4	2.7
Percentagem	1.2	0.9
Geometria	5.1	7.9
Aplicação linear	13.1	19.6
Número	4.3	4.0
Função	5.2	7.3
Cálculo	6.7	11.8
Lógica	30.6	12.5
As quatro operações	2.7	0.7

Questão 8: *Idem para matemática concreta*

FREQÜÊNCIA DAS RESPOSTA

TEMA	1ª escolha	2ª escolha
Aritmética	12.2	18.0
Álgebra	2.6	0.9
Proporcionalidade	1.7	5.8
Percentagem	1.7	10.5
Geometria	7.7	9.8
Aplicação linear	0.9	0.0
Número	11.6	11.6
Função	0.0	1.7
Cálculo	7.7	10.9
Lógica	9.3	2.5
As quatro operações	40.5	24.9

Podemos observar quanto a crença na existência de dois tipos de matemática quando a questão é formulada diretamente. Os conteúdos que refletem cada um desses campos da matemática, nos parecem bastante sugestivos do que pode levar à verdadeira diferenciação entre o concreto e o abstrato da matemática. É o que discutiremos em forma de conclusão do presente trabalho. A *lógica* e a *álgebra* como elementos privilegiados da matemática abstrata e as quatro operações e a aritmética como expressões fundamentais da matemática concreta, refletem, de certa maneira, os distanciamentos que marcam os discursos dos especialistas. Matemática, disciplina da razão, do raciocínio lógico ou da simbolização e matemática, instrumento de profissionalização, do contar, do juntar ou do separar.

À guisa de conclusão

Ao iniciarmos essa apresentação, questionávamos sobre o sentido e a pertinência de utilizarmos os adjetivos concreto e abstrato para classificar duas áreas da matemática. Como elucidamos no curso do mesmo, a expressão matemática concreta foi encontrada, de maneira sistemática, no próprio discurso do professor. Isto nos levou à busca do seu sentido através da análise das representações dos professores por acreditar serem as mesmas um conhecimento de senso comum, que permeia as instituições sociais, e, em particular a escola, e que tais representações se originam de uma dinâmica entre o saber científico e o saber popular.

Os resultados obtidos nos parecem reveladores da pertinência desta escolha teórico-metodológica, na medida em que nos permitem identificar elementos tanto do conhecimento científico quanto de um conhecimento difundido socialmente, elaborado em termos de conhecimento de senso comum. Ao final de nossa análise, chegamos à conclusão que a expressão *matemática concreta* é ela própria uma dimensão da representação, ou seja, um conhecimento de senso comum tal como o definiu Moscovici (op. cit.).

Na realidade, os elementos que caracterizam essa dimensão da matemática, em sua grande maioria, se referem à atividade do sujeito sobre o mundo, não no sentido de uma leitura imediata de uma realidade sensível, mas de uma elaboração do homem que lhe permite, por um lado melhor apreender essa realidade, com *exatidão*, e por outro, lhe fornece uma ferramenta de ordenação dos fatos, de *operação*, de *contagem*. O que há de concreto não é a matemática, mas as situações nas quais o homem pode e deve atuar tendo por domínio este instrumento de mediação cultural que é a matemática.

Nesse sentido, acreditamos que as análises propostas, nos levam a refletir e identificar nas diversas representações, sejam elas dos cientistas, do povo, dos alunos ou dos professores, a concepção piagetiana sobre o conhecimento matemático, a saber, que o mesmo não procede da abstração das propriedades do objeto, mas sim das propriedades que a ação do sujeito introduz nos objetos Ferreiro (1999). Elas nos permitem também vislumbrar a dimensão "concreta", ansiada por aqueles preocupados em dar um sentido ao ensino da matemática, não no sentido de uma abstração empírica mas de uma reflexão sobre fatos, coisas e idéias que tenham uma "finalidade profissional", segundo a terminologia proposta por Schubring (op. cit.).

Nesta medida, o conhecimento de senso comum que almeja a presença na escola da dimensão concreta da matemática, precisa ser questionado, não no sentido de eliminar o sentido desta disciplina ou sua utilidade, mas de entender que a matemática é, em sua essência, uma disciplina da razão e, como tal, uma produção humana. Aprender matemática não é apenas resolver problemas da vida cotidiana, embora também o seja, mas para que a escola cumpra o seu papel social, ela deve promover o pleno desenvolvimento do Homem, e uma das especificidades da espécie, é a possibilidade de refletir sobre fatos nunca vividos. A matemática como ciência da razão e da abstração reflexiva pode ser um meio à concretização deste projeto.

Referências Bibliográficas

ABRIC, J. C. *Pratiques sociales et représentations*. Paris. PUF, 1994, 251 p.

FERREIRO, E. Jean Piaget: el hombre y su obra. In: *Vigencia de Jean Piaget.* Buenos Aires, Siglo XXI editores, 1999, p. 93-134.

JODELET, D., MOSCOVICI, S. Editorial. *Revue Internationale de Psychologie Sociale*,. Paris, T.3. n. 3, 1990.

MAIA, L. *Les représentations des enseignants sur les mathématiques: l'exemple des pourcentages*. Mémoire de DEA en Sciences de l'Education, Université René Descartes, Paris V, 1993.

MAIA, L. O ensino da geometria: analisando diferentes representações. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, ano 7, n. 8, p. 24 –33, 2000.

MAIA, L. *Les représentations des mathématiques et de leur enseignement: exemple des pourcentages.* 343p., 1997. Tese de doutorado. Presses Universitaires du Septentrion, Villeneuve D'Asq, França.

MOSCOVICI, S. *La psychanalyse, son image et son public*, 1ª Édition, Paris, PUF, 1961.

NIMIER, J. *Mathématique et affectivité.* Paris, Editions Stock, 1976.

NIMIER, J. *Entretiens avec mathématiciens*. Lyon, IREM, 1989.

SCHUBRING, G., GOLDSTEIN, C., KAHANE, J.P., BARBIN, E., REVUZ ,A.. *Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation.* Paris: IREM, Université Paris VII, 1993.

PIAGET, J. et al. *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações spaciais;* Trad. Fernando Becker e Petronillha G. da Silva. Porto Alegre, Artes Médicas, 1995, 291p.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem de recentes concepçãoes matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). *Zetetiké,* - CEMPEM – FE/UNICAMP, Campinas, v.6, n. 10, p. 9-34, junho 1998.

VERGNAUD, G., La théorie des champs conceptuels. *Recherches en*Didactiques des Mathématiques, v. 10, n.23, p. 133-170, nov. 1990.