

# O Medir de Crianças Pré-Escolares

*Anna Regina Lanner de Moura<sup>\*</sup> e Sergio Lorenzato<sup>\*\*</sup>*

**RESUMO:** Este trabalho consiste numa reflexão retrospectiva sobre a pesquisa de doutorado que estudou as ações de medir de crianças pré-escolares, em situações interativas de ensino, ao resolverem situações-problema que envolvem a necessidade de medir o espaço unidimensional. A metodologia fundamentou-se numa perspectiva de análise qualitativa das noções manifestas em episódios de ensino, transcritos de registros videográficos do desenvolvimento das atividades de pesquisa. Para a elaboração destas, considerou-se a gênese da medida unidimensional e para a análise interpretativa, aspectos matemáticos e educacionais com enfoque na teoria sócio-histórica. Da análise dos episódios, ficou evidenciado como as crianças elaboram os três aspectos constitutivos da idéia da medida: a seleção da unidade de medida, a comparação da unidade com a grandeza a ser medida e a expressão numérica da comparação. Considerou-se que o enfoque metodológico assumido permitiu uma análise em profundidade das ações de medir das crianças da pesquisa, da qual decorrem contribuições para a prática pedagógica pré-escolar.

**PALAVRAS-CHAVES:** ações de medir, interações, pré-escola, metodologia de pesquisa.

## Measurement Actions of Pre-School Children

**ABSTRACT:** This paper is a retrospective reflection of a doctorate research project that studied the actions of pre-school children with respect to measurement in interactive situations. The children solved situation-problems that required one-dimensional measurement. The methodological perspective is based on a qualitative analysis of the notions manifested in the teaching episodes of the research activities as registered in the transcripts of video recordings. The elaboration of the activities considered the genesis of one-dimensional measurement and the interpretative analysis of mathematical and educational aspects with an emphasis on the social-historical theory. The analysis of the episodes revealed how the children elaborate the three aspects that constitute the idea of measurement: the selection of a unit of measure, the comparison of the unit with the magnitude to be measured and the numeric expression of the comparison. It is considered that the methodological

---

<sup>\*</sup> Professora Doutora do Departamento de Metodologia do Ensino da Faculdade de Educação da Unicamp

<sup>\*\*</sup> Professor Doutor da Universidade de Franca - Unifran

perspective used in the research permitted an in-depth analysis of the children's measurement actions, from which is derived contributions for pre-school pedagogy.

**KEY WORDS:** measurement actions, interactions, pre-school, research methods.

## Introdução

É quase impossível considerar objeto de estudo uma pesquisa enquanto está sendo desenvolvida, quando apenas balbucia hesitações e tende a tomar forma. Por outro lado, rever, à distância, seus caminhos é tarefa sempre difícil e arriscada, mas não menos importante. Como diz Caraça (1975), ao longo do tempo, as idéias se misturam, se combatem, dão vida e morte umas às outras – muitas idéias sobre o mesmo assunto – e é difícil destacar desse emaranhado aquelas que a geraram sem que este ato de isolar lhe faça perder vida e cor. Mesmo assim, a tentativa de reconstrução, a partir de considerações atuais sobre o modo como foi pensada, pode estender a experiência da pesquisa já construída para novas pesquisas que a integrem e a superem.

O objetivo que nos leva a fazer esta discussão tem origem na fala de um colega que por ocasião de uma banca de exame de qualificação observou que deveríamos reunir nossas experiências de pesquisa em ensino para formalizar metodologias a partir das tendências que nelas se manifestam. Este artigo fundamenta-se na pesquisa<sup>1</sup> que teve como objetivo estudar as noções de medida de crianças em idade pré-escolar em atividades de ensino que lhes propusessem situações-problema de medir.

Quando realizamos este estudo, a pesquisa em ensino de matemática, no Brasil, estava começando a manifestar-se. O debate qualitativo e quantitativo sobre a pesquisa em educação tomava vigor nos Congressos e Encontros em vários países da América e da Europa. Landsheere (1996) ilustra um quadro deste debate afirmando que ao longo do Século XX encontram-se as seguintes atitudes frente à pesquisa: por um lado, para alguns, a idéia de uma ciência exata do homem é insuportável; para outros, a noção de conhecimento objetivo é rechaçada por dificultar o desenvolvimento de uma filosofia educacional. Em outros casos, ainda, o debate é fundamentalmente

---

<sup>1</sup> Moura, A R. L. *A medida e a criança pré-escolar*. Tese de doutorado defendida na Faculdade de Educação da UNICAMP em 1995, sob a orientação do Professor Doutor Sergio Lorenzato.

epistemológico, entendendo-se que a explicação científica, em termos de relações entre variáveis, deixa de lado o essencial: a compreensão.

A pesquisa do ensino em seu processo natural de sala de aula dava os primeiros passos sob as críticas de quem entendia que somente podem ser tratados pela pesquisa os aspectos mensuráveis do ensino, pois somente esses podem ser isolados e comparativamente controlados. O ensino, em seu modo de acontecer, é complexo, e se nos detivermos a estudar apenas alguns de seus aspectos não avançaremos além de um conhecimento fragmentado de sua natureza. Havia, porém, pesquisadores que vinham tratando suas pesquisas mediante uma metodologia qualitativa, denominação consagrada pelo movimento da pesquisa em Sociologia, no início do século passado e que segundo Bogdan e Biklen (1994), em 1954, teve seu reconhecimento oficial como metodologia de pesquisa em educação.

É natural que, nesse começo, as dúvidas e as hesitações assolassem o propósito de se pesquisar sem recorrer ao rigor da mensuração. Isso, desde enunciar precisamente a questão orientadora da pesquisa, embora tendo o tema bem definido, até estabelecer os métodos de construção do material empírico e a definição das categorias de análise.

Ao contrário do rigor da neutralidade dos métodos de coleta dos dados, sob a perspectiva da pesquisa quantitativa, a pesquisa qualitativa constrói sua consistência esclarecendo a interferência do pesquisador na construção do material empírico. Sob este aspecto da pesquisa, acreditamos que um dos caminhos para se entender a realidade considera o contexto social um verdadeiro protagonista das idéias que dela se constroem. É no contexto social, pelo processo de sua vida orgânica, que se geram atitudes e pensamentos em relação aos seus problemas, atitudes e pensamentos que se alteram conforme a evolução social o exige. Este caminho tem como pressuposto que o pesquisador é parte da realidade que investiga. Por mais que se instrumentalize para distanciar-se e tomar-se observador externo ao objeto que estuda, suas observações terão características próprias de uma visão de mundo que lhe é peculiar.

Um outro pressuposto, construído a partir da literatura sobre a pesquisa como estudo da realidade educacional, é de que para entendermos a realidade de forma diferente da que já a compreendemos, é necessário modificar nosso modo de interagir com ela, da mesma forma que se acelera o átomo para conhecê-lo. É preciso perturbar o

estado natural da nossa relação com ela. Analogamente, para que pudéssemos conhecer em profundidade a relação da criança com a medida, desenvolvemos com ela atividades que lhe sugerissem situações- problema de medir que a colocassem no movimento de medir. Este modo de pensar a pesquisa pode parecer ter implícito que se pesquisa o que já se conhece, pois, como afirmam as críticas a essa concepção metodológica, o pensamento e a ação da criança se manifestarão necessariamente da forma como a atividade os estará orientando e, nestas condições, caberia perguntar qual seria o conhecimento novo construído pela pesquisa.

Entre outras argumentações contrárias a essa crítica, citamos a de Azanha (1992), que esclarece que assim como a bússola seria inútil para o navegador que não definiu seu ponto de destino, também as metodologias podem ter efeitos esterilizantes para quem não definiu uma perspectiva teórica para o estudo da realidade. Neste trabalho, estaremos discutindo os referenciais teóricos que assumimos comprometidos com a questão central da pesquisa.

A outra forma que assumimos para argumentar contrariamente à afirmação de que este modo de pesquisar é redundante é a de descrever o caminho que escolhemos para a nossa pesquisa, de modo que o leitor possa elaborar suas considerações sobre a questão levantada.

Não tínhamos como objetivo na pesquisa mencionada estabelecer uma relação de causa e efeito, mas, dado um problema em determinada condição psicológica, estudar como a criança elabora a solução num contexto de interação.

A característica metodológica deste estudo o diferencia dos que pesquisaram os estágios cognitivos da medida na criança. Não era intenção dessas pesquisas avaliar os processos de medir da criança em situações interativas de aprendizagem, pelo contrário, suas metodologias são cépticas em relação a qualquer influência exógena aos processos da criança. Embora a contribuição que têm dado para o entendimento do desenvolvimento cognitivo da medida seja inegável, sabemos que o ensino não se condiciona aos resultados dessas pesquisas quando é pensado do ponto de vista da orientação das capacidades cognitivas da criança, ainda, em desenvolvimento.

A opção por centrar o estudo no ensino se dá por entendermos que cabe essencialmente à escola a formação dos conceitos científicos e que a criança os aprende

na relação com os outros, intencionalmente orientada para que os construa com significados próprios. Entendíamos que o caminho mais correto para se construir a pesquisa consistiria em estudar as ações de medir relacionadas à intencionalidade do ensino organizado e desenvolvido pelo pesquisador e professor.

## O ponto de destino

Tendo pesquisado anteriormente como o professor trabalha com a criança a contagem e os cálculos com os números naturais, tínhamos interesse em aprofundar o estudo de como ela se refere à contagem dos aspectos contínuos dos objetos de seu entorno. Propor-lhe atividades de medir nos pareceu gerar situações observáveis do seu modo de tratar esse aspecto matemático. Como este assunto raramente é abordado em idade pré-escolar, focalizamos neste nível a investigação. Pela convivência com a educação pré-escolar, tínhamos alguns pressupostos a respeito de como as crianças tratam o assunto. Elas manifestavam que situações de medir lhes eram algo familiares. Falavam, por exemplo, de sua altura, peso, preço de mercadorias, do número que calçavam. A naturalidade com que enunciam valores de medida de seu cotidiano nos fez supor que questões sobre a origem dos números que representam esses valores não as inquietam, ou porque consideram esses números tão naturais quanto aqueles que obtêm contando os objetos de seu entorno ou, ainda, porque podem lê-los em algum instrumento de medida da mesma forma que vêem os adultos fazê-lo.

Supúnhamos que se, para a criança, o número indicado na balança quando alguém se pesa tem a mesma origem do número obtido contando os dedos das mãos, sua primeira iniciativa, ao medir uma distância ou o comprimento de algum objeto, seria contar unidades da mesma maneira que conta os dedos, as bananas, as pessoas. E, ainda, se a operação que faz para obter o número de dedos ou o número de bananas é a de fazer corresponder a cada dedo um número natural, ela o faria do mesmo modo ao medir o espaço.

Inquietações como essas nos levaram a definir o objeto de estudo. A questão central que passou a orientar a construção da pesquisa ficou assim definida: *quais podem ser as noções manifestas pelas ações de medir da criança, construídas interativamente, em situações planejadas de ensino?*

O desenvolvimento desta questão exigiu que aprofundássemos aspectos teóricos sobre o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, em particular, da medida, que servissem de base para a elaboração das situações-problema e discussões sobre as ações de medir da criança.

A decisão de considerar o ensino como um processo interativo nos levou aos pressupostos teóricos sócio-interacionistas da relação entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento, que nos situaram diante da impossibilidade de desvincular, seja na prática, seja na teoria, os significados da aprendizagem, do desenvolvimento e do ensino. Tiveram origem nesse aprofundamento os aspectos educacionais que iriam orientar as atividades e a discussão sobre as ações de medir das crianças.

A outra decisão, a de observar o movimento de medir da criança em idade pré-escolar, nos deixava diante do desafio de determinar as conexões conceituais da medida possíveis de serem tratadas pelas crianças, mesmo que minimamente, já que este assunto assume, na matemática complexidade formal não acessível ao desenvolvimento cognitivo da faixa escolar em questão.

Encontramos em Caraça (1975) e em Alexandrov (1988) um referencial teórico esclarecedor das ações de medir da criança. O primeiro discute definições que consideram o aspecto experimental da medida e o segundo, definições que contemplam as relações entre número, medida e geometria. Este estudo definiu os referenciais da análise quanto aos aspectos matemáticos das atividades e das ações das crianças.

Uma das preocupações básicas da pesquisa consistia em pensar como deixar ativa a criança, de forma a que ela manifestasse significações próprias do movimento de seu desenvolvimento.

A fundamentação de Leontiev (1988), também usada por Moura (1992), que trata a atividade como aquela que resulta de ações planejadas e de atuações coletivas com um objetivo comum, nos deu a orientação de como tratar a medida de forma que medir fosse uma necessidade real para a criança, e não apenas uma tarefa. A atividade deveria possibilitar que as ações fossem construídas a partir dos conhecimentos culturais de medida já elaborados pela criança e, possivelmente, permitir o avanço para conhecimentos mais elaborados.

A modalidade que encontramos e que confere estas características à atividade foi a da brincadeira sob o aspecto do jogo. Esta abordagem, já experimentada por Moura (1992), na construção de noções numéricas em crianças dessa idade, aproxima-se do que Leontiev (1988) chama de jogo didático. O caráter social da atividade lúdica, desenvolvida com objetivos de ensino, confere à criança a possibilidade de realizar o que provavelmente não realizaria sozinha, operando conjuntamente, compartilhando e fazendo convergir pontos de vista, elaborando significações, dividindo tarefas, desempenhando papéis.

Criamos a modalidade “jogo de medir”, envolvendo situações-problema que provocassem ações relativas aos três aspectos da medida enunciados por Caraça (1975), ou seja: a seleção da unidade, a comparação da unidade com a grandeza e a expressão numérica da comparação, aspectos esses que desencadeariam ações de representação do espaço, de representação numérica e de grandeza.

Para a análise das ações das crianças, definimos *a priori* duas categorias, às quais nos referimos anteriormente, ou seja, os aspectos matemáticos e educacionais; e uma terceira, os aspectos culturais, deduzida de regularidades emergentes do movimento das ações manifestas na resolução das atividades. Da leitura recursiva do material empírico, vimos denotada das ações de medir das crianças a importância dos aspectos emocional, imaginário e simbólico, que consideramos incluídos nessa terceira categoria, por entender que eles possibilitariam fazer uma leitura das manifestações das crianças do ponto de vista de suas experiências culturais. Embora o assunto em discussão fosse o mesmo para todos, cada criança se diferencia na participação da discussão pela experiência cultural que tem relativamente ao assunto e por aquilo que elabora a partir dessa experiência.

Estar dentro da escola com uma preocupação de pesquisa exigiu que participássemos do planejamento dos professores. Em reuniões semanais, elaboramos e discutimos as atividades com os professores e as desenvolvemos – professora e pesquisadora – com as crianças, em sala de aula, orientando os grupos e propondo questões elas.

Realizamos a pesquisa em duas classes de uma creche da rede pública de educação, no estado de São Paulo. As classes apresentavam uma frequência média diária de vinte alunos e uma frequência máxima, não diária, de vinte e cinco alunos por

classe. Por se tratar de uma situação de sala de aula, estávamos condicionados à variação diária do número de presenças, fenômeno intrínseco a esta realidade, o que nos impossibilitava de observar regularmente as mesmas crianças. Acompanhamos uma classe de jardim de faixa etária de quatro anos e meio a cinco e meio e uma classe de pré-escola, de faixa etária de cinco anos e meio a seis e meio.

As atividades foram desenvolvidas de Setembro a Novembro de 1993, numa frequência de cinco encontros semanais com a professora da classe, com a presença e a participação da pesquisadora.

Por termos gravado, na íntegra, o desenvolvimento das atividades em sala de aula, selecionamos episódios de ensino da totalidade dos registros. Assumimos a modalidade episódio segundo a definição que considera o episódio *o conjunto de ações que desencadeia o processo de busca da resposta do problema em questão* (MOURA, 1992: 77).

A seguir, pretendemos exemplificar, mediante a descrição de episódios de duas atividades, como discutimos a qualidade das ações de medir das crianças da pesquisa, as quais foram possíveis de serem observadas enquanto elas resolviam as situações-problema de medir.

## O movimento de medir da criança

Adiante, estaremos apresentando sucintamente a atividade e a situação-problema nela envolvida, em seguida, um episódio representado por um extrato dos diálogos ocorridos em sala de aula, ao desenvolver com as crianças a atividade, e por fim uma discussão e análise das ações das crianças manifestas no episódio, tendo presente os aspectos matemáticos, educacionais e culturais como referência de análise.



### A atividade O Curupira

O desenvolvimento desta atividade teve por objetivo possibilitar à criança reconstruir a unidade com que foi medida uma distância cujo valor está definido.

A atividade consistiu na narração da lenda do Curupira, adaptada para propor à criança uma situação-problema de medir. Nesta adaptação, o indiozinho não tem os pés voltados para trás. Em resumo, a narração diz que o Curupira convidou o gigante e o anão para tomarem uma sopa de cogumelos em sua casa, e explicou que esta estava distante trinta passos do lugar onde se encontravam, andando sempre em frente, por aquele mesmo caminho. Dito isto, o Curupira desapareceu pela floresta.

Situação problema: O professor terminou a história dizendo que os dois amigos, embora tivessem dado os trinta passos, não conseguiram chegar à casa do Curupira. Depois, propôs o seguinte problema para as crianças: – Por que os dois erraram, como vocês poderiam ajudá-los de forma que chegassem à casa do indiozinho?

Selecionamos alguns diálogos das crianças quando discutiam a solução do problema, e dividimos esses episódios em cenas para facilitar a análise das elaborações das crianças.

#### Cena 1

*Yago – Eu sei, é porque o passo de um é maior e o do outro é menor.*

*P – Então venha aqui e mostre para nós o que aconteceu.*

*Yago – Mas eu não consigo, o passo do gigante é maior do que o meu.*

*P – Quem tem outra idéia? Vamos ouvir a Bia.*

*Bia – Eles tinham um passo maior do que o outro.*

*Rafa – Eu acho que o anão dá um passinho porque ele é muito pequeno, mas mesmo assim, se os dois ficam juntos, e o gigante vai seguindo o anão e faz passo pequeno, os dois chegam juntos.*

*P – Então o gigante fez passos do tamanho do passo do anão?*

*Rafa – É [e mostra como o gigante diminui o passo].*

*P – Quem tem mais alguma idéia?*

*Juli – [levanta-se, vai até a lousa e desenha aí uma casa e um caminho, explicando para a classe que aquela era a casa do Curupira. Depois, encena o passo do gigante e do anão, dizendo]: – O gigante deu passos tão grandes que passou da casa. O anão deu passos tão pititinhos que errou o caminho.*

Nesta cena, Yago, Bia e Juli explicam porque os dois personagens não chegaram ao local, e Rafa sugere uma solução para o problema. As elaborações das quatro crianças supõem que os dois personagens chegariam juntos ao local, somente, se ambos andassem com passos de igual comprimento. A idéia que prevalece para construir a solução é a de *chegarem juntos* ao local. Não estabelecem uma relação entre o comprimento do passo que cada um deve dar e os trinta passos da distância que devem percorrer. A solução que criam não envolve o pensamento de medida, apenas a idéia de se deslocarem juntos, com passos iguais, como garantia de chegarem juntos ao mesmo lugar.

Rafa e Juli procuram construir uma argumentação para a solução. Juli usa o recurso do desenho na lousa; ao mesmo tempo demonstra com o seu passo como o passo grande do gigante é bem maior do que o do anão, argumentando que por este motivo não podem jamais chegar juntos à casa do Curupira. Cada um tenta tornar mais convincente a sua solução.

Manifestamente, as crianças se envolvem com o problema, pensam e elaboram soluções e usam diferentes linguagens para expressá-las.

## Cena 2

*P – Que passo, então, a gente tem que dar para chegar à casa do Curupira?*

*Algumas crianças respondem isoladamente: – Médio, médio.*

*Caio – O passo do Curupira.*

*P – Por que tem que ser o passo do Curupira?*

*Rafa – Porque o passo do Curupira é médio.*

*Pe – Por que, Caio? Como você teve a idéia de que tem que ser o passo do Curupira?*

*Caio – Porque ó, o do gigante não é grande e do anão não é pequeno? Então, tem que ter o médio do Curupira!*

Nesta cena, a idéia que leva à solução deve ter origem na convicção de que *sempre que houver algo grande e pequeno deve haver um médio*. O passo do Curupira fica definido como o passo médio entre o do gigante e o do anão. Isto parece ser feito mais por uma tendência natural de automaticamente completar a seqüência pequeno-médio-grande do que por entender o passo médio como uma unidade de medida. Esta tendência decorre possivelmente de uma forma cultural de a criança comparar tamanhos, de um modo geral. Rafa que, na cena anterior, havia sugerido como solução o gigante tomar seu passo de comprimento igual ao do anão, frente à solução do passo médio, dada por Caio, integra agora esta idéia. Interage com a forma de pensar o problema elaborada por Caio e modifica a sua.

### Cena 3

*Pe – Como é que o Curupira sabia que eram trinta passos?*

*Yago – Porque foi ele que deu os trinta passos.*

*A professora dirige-se a Yago pedindo que explique para todos como está pensando.*

*Yago – O Curupira mediu primeiro, só que a medida do passo do Curupira não serviu nem para o anão nem para o gigante, o do gigante passava e do anão faltava, então, nenhum conseguiu chegar.*

*Pe – E agora, com o passo de quem eles vão medir?*

*Yago – Ah! isto eu não sei.*

*Felipe – O gigante deu passos assim [mostra o comprimento do passo, distanciando as duas mãos] o anão deu assim [mostra um comprimento bem menor que o anterior, e continua explicando] – então o Curupira tem que dar assim [mostra um comprimento intermediário que chama de médio. Depois, levanta-se e caminha em direção à professora, dizendo, pausadamente]: Eu acho que o anão e o gigante têm que ir depressa se não vão comer a sopa fria.*

*Pe – Mas então Felipe, qual é a medida de passos que eles têm que dar?*

*Felipe olha admirado para a professora e repete baixinho: “meee...dida?” Depois acrescenta: – Com o passo do Curupira.*

*Pe – André, o Felipe acabou de dizer que eles devem medir com o passo do Curupira, você concorda?*

*André fala compassadamente: – Eu acho que o Curupira devia mostrar o passo dele para o gigante e para o anão para eles dar o passo igual ao dele.*

Nesta cena, Felipe retoma a idéia da cena anterior e argumenta, demonstrando que o comprimento do passo a ser dado para percorrer os trinta passos deve ser médio, entre o do gigante e o do anão, e que ele atribui ao passo do Curupira. A insistência em responder pelo passo médio atribuído ao Curupira, como já observamos, denota uma tendência a manter a seqüência indicativa de intensidade “pequeno-médio-grande”, e essa naturalização pode estar obstruindo a possibilidade de pensar em outra forma de medir a distância de trinta passos.

Percebe-se a surpresa de Felipe ao ouvir a palavra “medida”, pois repete-a devagar como quem procura lembrar seu significado. Ao mesmo tempo deixa a entender que saber ou não este significado não alterará sua resposta, pois, abandona o que parece não entender a favor da expressão sincrética “passo de fulano”, ficando implícito que está se referindo ao tamanho do passo e que, para ele, não está relacionado à expressão “medida”.

André, que já havia, anteriormente, concordado com a afirmação de Yago, é convidado a refletir sobre a solução de Felipe. Ao fazê-lo, elabora outra solução. Após ter escutado várias soluções dos colegas e as respectivas argumentações, expressa e explica a sua com muita firmeza. Tem tanta certeza de que o comprimento do passo a ser dado deve ser igual ao do passo que definiu a distância de trinta passos que solicita a presença do Curupira para mostrar o comprimento do passo que usou para medir a distância até a sua casa.

André afirma que deve ser um passo de comprimento igual ao do Curupira, da mesma forma que Felipe, Yago, Rafa e Caio, mas com uma grande diferença conceitual, que está na idéia subjacente a sua solução e pode ser interpretada da seguinte maneira: esse comprimento não é médio, mas exatamente o do passo que o indiozinho usou para contar os trinta passos. Tanto que explica que o Curupira deveria vir mostrar seu passo para que o gigante e o anão pudessem medir os seus na medida exata do dele. A solução de André apresenta uma idéia intuitiva de unidade: o passo a ser dado deve ser o mesmo que contou os trinta passos. E, mais, entende que o comprimento desse passo não está dado, mas que ele mesmo pode defini-lo. Suas ações posteriores representam a elaboração dessa definição.

André avança para o centro da roda, dá um passo e diz “faz de conta que esse é o passo do Curupira”. É como se pensasse que o comprimento da unidade “passo” é uma variável e, uma vez definido seu valor, o gigante e o anão devem ajustar a ele o comprimento de seus passos para dar os trinta passos e chegar à casa do Curupira. Ele solicita à professora fazer com giz as marcas de seus pés no chão para que o gigante e o anão possam tirar delas as medidas de seus passos.

Para André a história tornou-se real, os personagens são verdadeiros, e o problema também o é, é seu problema, tanto que afirma que, para solucioná-lo, é necessário que o Curupira venha mostrar seu passo. Nesse momento, o imaginário e o real se fundem. É através da alternância do real e do imaginário que a criança vai construindo, gradativamente, o conhecimento do real.

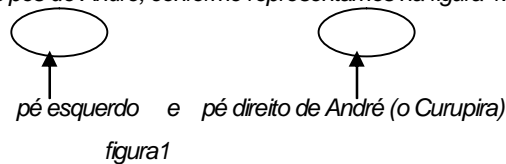
O aflorar espontâneo da vivência cultural da criança indica que ela está inteira na brincadeira, ela se envolve, manifesta-se espontaneamente, seu pensamento e ações fluem sem serem aprisionados pela censura do certo ou errado.

As contribuições de André podem ser uma amostra da influência do lúdico na elaboração do pensamento abstrato. Segundo Vygotsky (1989), a essência do brincar é a criação de uma nova relação entre o campo do significado e o campo da percepção, o que possibilita o desenvolvimento do pensamento abstrato. Embora, anteriormente, tenha contribuído para a formulação das elaborações incorretas dos colegas, com a intensificação dos elementos fantasiosos nas argumentações ele elabora a sua solução, usando, também, um desses elementos, ou seja, condiciona à presença do Curupira a representação do comprimento da unidade-passo. Sem dúvida, neste momento, sua elaboração avançou, e apresenta um domínio do conceito mais elaborado do que o dos colegas que também discutiam o problema. Enquanto seus colegas definem um comprimento para o passo sem relacioná-lo à expressão numérica da medida, trinta passos, André estabelece a relação de influência entre a escolha da unidade (o comprimento do passo que o Curupira deu) e a expressão da comparação desta unidade com a dimensão a ser medida (a distância do ponto onde se encontravam até a casa).

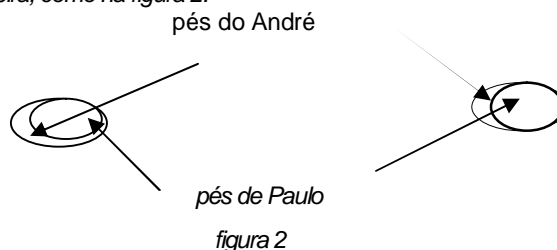
Na verdade, a unidade pode ser escolhida arbitrariamente, mas na prática o número que se obtém como resultado da medição condiciona a escolha da unidade. Isto depende da natureza das grandezas que se quer medir. Uma mesma grandeza tem, portanto, tantas medidas quantas forem as unidades com as quais será medida, comenta Caraça (1975). O nível de elaboração do conceito de medida de André pode ser indicador do nível possível de ser atingido pela classe toda.

Cena 4

*P, dirigindo-se a André: – E como vamos fazer isto?  
André se posiciona, prontamente, no centro da sala e diz: – Eu acho que o Curupira devia de dar um passo assim [dá um passo e permanecendo na posição de pernas afastadas continua falando]: E depois marca aqui [apontando para as extremidades de cada pé] e depois mede. Neste momento, a professora marca com giz, onde ele aponta. Permanecem no chão as marcas do comprimento de ambos os pés de André, conforme representamos na figura 1.*



A professora chama Vitor, que representa o gigante, para medir seu passo com o do Curupira, agora desenhado no chão. Ele ajusta corretamente calcanhar com calcanhar. Em seguida, é a vez do anão. Paulo coloca um pé e outro no espaço das marcas, mas seus pés são bem menores. A professora pede que ajuste ao do Curupira. Paulo não sabe como ajustar. Rodrigo aproxima-se e ajuda a ajustar os calcanhares de Paulo às marcas dos pés do Curupira, como na figura 2.



Algumas crianças observam, dizendo que “assim vai sobrar”. Foi então, que a professora percebeu que estas crianças estavam entendendo por comprimento do passo o comprimento do pé. Para elas, o comprimento do passo não estava sendo entendido como a distância entre um pé e outro, mas como o comprimento isolado de um e de outro pé. A professora chama algumas crianças para mostrarem, nas marcas, onde estaria representado o comprimento do passo do Curupira e elas apontam para um pé e depois para o outro.

Pe, indignada, diz: – É o “tamanho” do passo e não do pé! Quem vem mostrar, no desenho, o “tamanho” do passo do Curupira?

André, espontaneamente, ajusta novamente seus pés às marcas. Juli pega um pedaço de giz, contorna os pés de André, e explica que estes são o “tamanho” do passo.

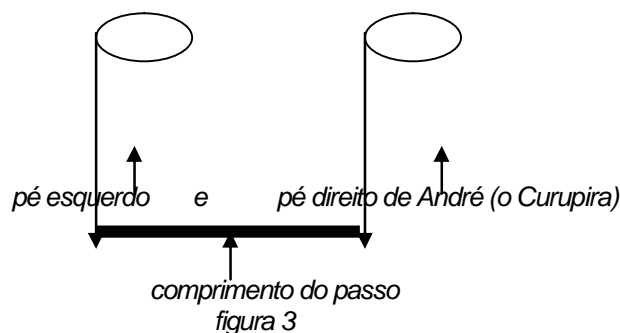
Pe – Juli este é o “tamanho” do pé! Mostre o “tamanho” do passo. Juli contorna com giz as marcas já feitas, confirmando a hipótese de que estavam entendendo por comprimento do passo o número de vezes que se põe um pé e outro no chão.

P – Juli, quando você anda, o que você coloca primeiro no chão?

Juli – O pé?

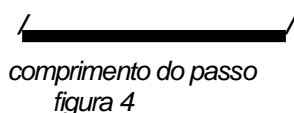
P – Mas que parte do pé.

Juli experimenta caminhar e diz: – O calcanhar, e se dirige, novamente, para o desenho e marca corretamente o comprimento do passo do Curupira, fazendo um traço horizontal desde a marca de um dos calcanhares à marca do outro, conforme a figura 3.



*Pe – Isto Juli, este é o “tamanho” do passo. Apague agora os outros riscos para não confundir.*

*Juli apaga os riscos que representam as pontas de cada pé. Permanece o desenho dos dois traços que representam a distância de um calcanhar ao outro. Depois, Juli apaga o traço horizontal, deixando apenas as marcas que indicam onde termina um e outro calcanhar, conforme figura 4*



*As crianças agora experimentam medir seus passos com o comprimento do passo do Curupira, que ficou representado no chão por Juli.*

A noção de medida está intimamente ligada à de grandeza. Nem todas as grandezas são perceptíveis através de procedimentos de comparação. É relativamente fácil comparar dois objetos longos e retilíneos, como por exemplo, dois cabos de vassoura, dois palitos, dois canudos, dois pedaços de barbante, dois sapatos, duas garrafas. Dependendo da forma do objeto, é possível sobrepô-los, fazendo coincidir uma de suas extremidades para, de forma perceptível, identificar uma qualidade comum a eles que varia, quantitativamente, como pode ser o comprimento. Há situações em que isto não é possível. Como sobrepôr os pés de uma mesa? É preciso estabelecer algo comum aos objetos e comparável sem precisar transpô-los uns sobre os outros.

Na cena da representação do passo do Curupira, Juli e a classe encontram-se diante desse desafio de representar uma grandeza não imediatamente perceptível: o

comprimento do passo. Esta só é possível de ser entendida quando se responde à pergunta: qual é a qualidade comum a todos os passos que varia quantitativamente? Como diz Rouche (1981), pode-se comparar aquela qualidade que os objetos têm em comum, e que dividem com exclusividade com todos aqueles que lhes são declarados iguais, do ponto de vista desta qualidade. Mas como descobrir esta qualidade, que não é nem a cor, nem a forma, nem o material de que é feito o objeto? E como fazê-lo, no caso do objeto “passo”?

Consideramos que a representação correta do comprimento do passo a que chegou Juli não é necessariamente uma generalização do conceito de grandeza relativo ao comprimento do passo. Ela chegou a essa representação por um procedimento empírico de elaborações fragmentadas, pois as questões lhe eram feitas a partir das gradativas investidas de representações que vinha tendo, e não por elaboração de uma resposta a uma questão generalizadora sobre o comprimento do passo. Esta é, portanto, uma elaboração perceptiva cujos significados estão vinculados ao caso particular desta situação-problema. Esta solução particular poderia dar sustentação para respostas a questões generalizadoras sobre tipos de grandezas, o que não foi feito nesta atividade.

Na Cena 4, André faz uma demonstração do comprimento do passo do Curupira. Ele solicita à professora marcar, no chão, o comprimento de seu passo. Nesse momento, está assumindo o papel do personagem que detinha o segredo do comprimento da unidade-passo, ao mesmo tempo em que contribui para quebrar o encanto do mítico, distante, impossível de ser imitado. Ele torna real o imaginário, tanto que agora todas as crianças ajustam os seus passos ao real passo do Curupira. A iniciativa de André desencadeia um elemento novo na solução do problema: a representação simbólica do comprimento do passo.

André poderia, simplesmente, dar o passo, mostrando ser aquele o comprimento do passo do Curupira, e se retirar. Mas sabia que, ao fazê-lo, desapareceriam as marcas do passo que havia criado. Era preciso que elas permanecessem impressas no chão, após desfazê-lo, de forma que todos pudessem ajustar seu passo ao dele, exatamente, como havia projetado para a solução do problema quando disse que o Curupira deveria mostrar o seu passo para que os outros dois personagens pudessem copiá-lo.



Ao solicitar à professora que fizesse com giz as marcas do comprimento do passo, André criou o símbolo<sup>2</sup> do comprimento do passo. As marcas no chão passam a ser um símbolo matemático desse comprimento. Assim, na mesma atividade, um símbolo criado conjuntamente, para ilustrar a solução do problema, assume dois significados, um de desenho da solução – o passo do Curupira – e outro de representação do elemento matemático da unidade-passo: o comprimento.

Neste episódio, consideramos que houve um avanço no processo de medir da classe, que vai desde a noção de medir como contagem de objetos discretos, aos quais é atribuída a idéia de unidade absoluta, tendo valor em si mesma, até a definição do comprimento do passo do Curupira como unidade relativa à distância dada, tendo valor relativo aos trinta passos. Inicialmente, as sugestões de algumas crianças de que os dois personagens deveriam andar com passos de comprimentos iguais, e juntos, ou com um passo médio, mostram que elas estão considerando os passos como objetos discretos, como unidades de valor em si e não relativo aos trinta passos. Do mesmo modo, elas o fazem quando dão significado de passo às marcas dos dois pés no chão e não à distância entre eles.

Caraça explica que na comparação de dois ou mais objetos nem sempre é suficiente a simples avaliação maior que, menor que. Na maioria dos casos, é preciso saber quanto eles medem. No problema de medir podemos considerar três fases, três aspectos distintos: a escolha da unidade; a comparação com a unidade e a expressão numérica do resultado dessa comparação por um número. Diz, ainda, que *o primeiro e o terceiro aspectos do problema estão intimamente ligados e cada um deles condiciona o outro* (CARAÇA, 1975:30).

Posteriormente, a solução de André e a representação do comprimento do passo feita por Juli são demonstrativos de um nível mais elaborado do conceito, de uma elaboração, mesmo que perceptível, da contagem do aspecto contínuo do espaço.

As situações interativas de diferentes naturezas, como questões levantadas pelo professor, pela pesquisadora e pelas crianças, desenhos feitos na lousa, encenação dos passos e o imaginário da lenda contribuíram para a construção coletiva da solução do problema. A solução, num primeiro momento, estava sendo discutida apenas oralmente

---

<sup>2</sup> Estamos considerando símbolo a representação negociada de um significado internalizado na

pelas crianças e o professor. Essa condição levou ao esgotamento das soluções que se repetiam de forma insatisfatória. Num segundo momento, o elemento perceptivo advindo da experimentação dos passos parece ter acelerado a solução. As crianças simularam o passo grande do gigante e o pequeno do anão, e só então surgiram elementos novos que permitiram elaborar a solução do problema.

A experiência de imaginar-se personagem da história contribuiu para agilizar a solução. Fantasia e raciocínio complementam-se para a sua criação. A brincadeira da criança une-se ao sério pedagógico do professor e esta parece dar movimento ao raciocínio das crianças, que interativamente elaboram a solução. O imaginário e o real possibilitam à criança deitar o seu conhecimento cultural da medida na cultura científica deste conceito, como nos sugerem os comentários a este respeito, de Snyders (1993). Aproximação esta que tradicionalmente fica a cargo de um exercício escolar amargo e difícil para a criança.

Vygotsky (1984, 1987, 1988, 1989) destaca a organização social da instrução como a única forma de cooperação entre a criança e o adulto, a qual é o elemento central do processo educativo, e como por este processo interativo se transfere conhecimento à criança em um sistema culturalmente definido. Ensinar significa oferecer ajuda em alguns pontos de possíveis avanços, e serão indicativos destes aqueles que a criança manifesta já ter alcançado, passando a constituir-se base para novas aprendizagens. Ao atender a esse princípio, a escola estará orientando a criança para aquilo que ela ainda não é capaz de fazer, dando ênfase às potencialidades a serem desenvolvidas e desta forma ampliando sua capacidade de desenvolvimento. À medida que a criança interage com outros em busca de pistas para solucionar algum problema que esteja além de sua capacidade momentânea, aos poucos organiza seu pensamento e sua ação de forma a determinar a solução sozinha.

A certeza da descoberta da solução faz uma criança saltitar frente ao professor para dar a sua resposta, a outra desenhar na lousa a sua solução, a classe se permitir encenar passos pela sala. Esse conjunto de ações representa uma situação de ensino em que a criança está inteira para pensar, estando em jogo na busca da solução do problema de medir não somente suas funções cognitivas mas também o emocional, o imaginário e o simbólico.

---

discussão do episódio ou anteriormente; neste caso, o desenho do comprimento do passo.

### A Atividade Salto em Distância

O objetivo desta atividade consistiu em medir a distância saltada com um instrumento não convencional.

As crianças foram convidadas a participar de uma olimpíada, cujas atividades seriam desenvolvidas durante as aulas de Educação Física, ao ar livre. Do conjunto de atividades da competição: salto em distância, salto em altura, arremesso de saquinhos, quem andou mais, trazemos para esta discussão episódios do "salto em distância".

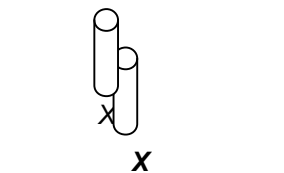
Organizadas em duplas, as crianças receberam uma prancheta com papel e lápis para registrar o valor da distância do salto de cada uma. A professora propôs medirem a distância com canudos. Foram colocados a disposição das crianças dois tipos de canudos: canudos pretos de plástico e canudos cinzas de papelão, de diâmetro e comprimento maiores do que os dos canudos pretos. As crianças, uma por vez, correram e saltaram a partir de uma barra traçada no chão. Em seguida, marcaram com giz onde caíram, e mediram a distância da barra até a marca.

Situação problema: Duas crianças saltaram e tentaram medir com os canudos a distância saltada e registrar o valor obtido.

#### Episódio

*É a vez da dupla Gui e Alê; Gui salta, Alê faz um X no chão, no ponto onde o parceiro caiu.*

*Gui mede a distância que saltou. Pega dois canudos pretos (iguais) e coloca-os em posição vertical, isto é, perpendicularmente ao chão a partir do X, deixando um espaço entre eles, como mostra a figura 5.*



*figura 5*

*Alê traz mais canudos e os posiciona, dando continuidade à seqüência iniciada pelo colega. Gui acerta o arranjo, deixando os canudos igualmente espaçados, como mostra a figura 6.*

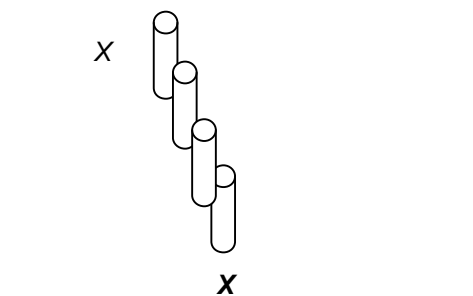


figura 6

Ao observar o procedimento das duas crianças, Pe intervém dizendo: – Gui, não tem outro jeito de medir com os canudos?

Gui responde imediatamente: – Sim. Coloca, então, a mão esticada por cima das extremidades dos canudos, mostrando que são do mesmo tamanho, e continua arranjando-os como anteriormente, na posição vertical, quando inesperadamente o vento os derruba. Gui abandona, então, o arranjo anterior. Olha para os canudos caídos e os reorganiza em posição horizontal, colocando-os um a um, a partir do X, paralelamente à barra, emparelhando cuidadosamente suas extremidades com as duas mãos, conforme figura 7.

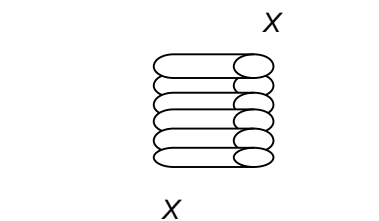


figura 7

Neste momento a professora pergunta:

P – Será que assim vai dar, os canudos?

Alê continua acrescentando mais canudos ao arranjo de Gui.

P – Será que vocês vão ter canudos suficientes para chegar até lá? (apontando para a barra de onde saltaram).

Gui – Tem. E continua colocando os canudos, na mesma posição. Primeiramente coloca todos os pretos e, em seguida, os cinzas, até acabar todos os canudos. Então, a professora pergunta:

P – Deu para chegar até lá? (apontando para a barra)

Gabi, que se aproximou espontaneamente da dupla Alê e Gui ajudando-os a trazer canudos, diz: – Não.

P – Será que tem outro jeito de você medir com os canudos, que dê para chegar até lá? (apontando para a barra).

Ivan, que se aproximou do grupo e vem acompanhando atentamente o que está acontecendo, diz espontaneamente: – Eu tenho um jeito que dá pra medir até lá.

Pe – Você tem um jeito? Qual é seu jeito Ivan?

Ivan pega dois canudos, coloca-os um em continuidade do outro, enfileirados pelo comprimento, perpendicularmente à barra, em posição horizontal, e segurando-os nesta posição levanta-os para que todos vejam o seu jeito de medir. Veja figura 8.



figura 8

Gui, sentado sobre os calcanhares, acompanha atento à demonstração de Ivan. Assim que este ergue os dois canudos enfileirados, Gui subitamente se levanta, toma os canudos das mãos de Ivan, coloca-os no chão, desfaz o arranjo anterior, afastando, decididamente, todos os outros canudos e preenche a distância do X até a barra posicionando os canudos da forma que Ivan sugeriu. Escolhe somente os canudos cinzas (canudos iguais), deixando o último canudo avançar além da barra de salto, um pouco mais da metade de seu comprimento. Obtém, assim, uma linha de canudos posicionada desde o X até a barra, passando desta, por aproximadamente metade de um canudo, conforme figura 9

X



figura 9

Afasta-se então um pouco e, sentado sobre os calcanhares, põe-se a observar a sua construção. Imediatamente, é interrompido pela professora, que lhe pergunta:

*P – Agora, como é que você vai marcar?*

*Pe – Quanto foi Gui, quanto foi que você saltou?*

*Gui conta todos os canudos um por um, inclusive o que passa da barra, e diz: - Seis.*

*P – Este aqui [mostrando o último canudo] que não está inteiro, como é que você conta?*

*Gui permanece um instante olhando para os canudos.*

*P – Você saltou até este último canudo?*

*Gui – Não.*

*Celso, que acompanha o diálogo, retira o último canudo. Fica, então, um espaço vazio, um "buraco" entre o último canudo e a barra.*

*Gui, que permanece olhando para os canudos, diz: - Então, precisa de um pequeno.*

*Celso – Tem um pequeno aqui, enquanto coloca um canudo de mesmo comprimento dos outros, mas de diâmetro menor, introduzindo-o na cavidade do anterior até encostar a extremidade livre deste na barra de salto, conforme figura 10.*

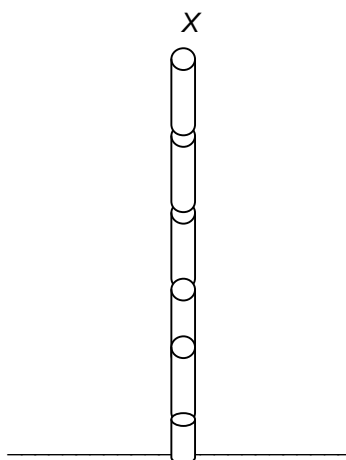


figura 10

*P, voltando-se para Gui e apontando para o último canudo, pergunta: – Você usou este canudo inteiro?*

*Gui responde: – Não.*

*P – Como é que você usou?*

*Gui – Um pedaço.*

*Pe – Então marque quanto você pulou.*

*Gui conta os canudos inteiros até cinco, suspende, então, a contagem apontando para o último (um pedaço), olha para a professora como quem está com dúvida.*

*P – Você usou este canudo inteiro? Os outros, você usou, por isso que você (os) contou, e agora como é que você conta este?*

*Gui – Um pedaço.*

*P – Cinco e um pedaço?*

*Gui pega a prancheta e em atitude de quem está pensando, bate repetidamente com o lápis na prancheta.*

*Pe – Como você pode marcar cinco e um pedaço?*

*Gui desenha cinco traços verticais da seguinte maneira: ||||| e volta a bater, repetidamente com o lápis na prancheta, enquanto permanece absorto, olhando para a folha.*

*P – Como é que você marca um pedaço?*

*Gui – Um risquinho menor.*

*P – Então marque.*

*Gui marca, ao lado dos cinco traços, um menor do que os anteriores, assim:*



*Em seguida, resvala o lápis por baixo dos traços, fazendo a leitura numérica e, enquanto sorri, olhando para a pesquisadora diz: – Cinco e um pedaço.*

A solução apresentada por Gui, neste episódio, pode ser um exemplo de manifestação da autodeterminação na realização da tarefa, decorrente das interações entre os participantes. Esta criança hesita diante de dois problemas. O primeiro consiste em como posicionar os canudos para contar a distância saltada, e o segundo, em como contar o último canudo, que representa uma fração de canudo. Uma das crianças, Ivan diz saber um jeito de medir e fazendo uma demonstração com os canudos, sugere a Gui enfileirá-los ao longo do comprimento. Esta intervenção do colega foi determinante para que Gui tivesse uma nova ação de medir a distância, pois já havia apresentado várias soluções, sem êxito. Ele reage ao visível desânimo, levanta, desfaz o arranjo que projetava, até então, como solução e traça com determinação uma linha reta com os canudos, enfileirando-os pela dimensão maior.

Sentado sobre os calcanhares, observa sorridente o seu feito. Sua atitude é expressão da certeza de que finalmente chegou a uma solução satisfatória: tem diante de si um desenho da distância na fileira de canudos e, ao mesmo tempo, uma quantidade de canudos que poderá contar.

É possível que a imediata reação de Gui à configuração dos canudos seja devida à percepção de uma qualidade comum entre a fileira de canudos e a distância saltada, qualidade esta não percebida nos arranjos anteriores, daí sua decisão por este procedimento que lhe deve parecer mais adequado para contar o espaço do que os anteriores. Para um observador, na solução construída pelas crianças, a fileira tem dois significados: um geométrico – o de representar a grandeza distância – e o outro, aritmético – o de calcular quantas vezes foi aplicada a unidade ao longo da distância. A representação elaborada por Gui e Ivan pode ser uma aproximação da representação geométrica da distância. Estas representações são traçados lineares, perceptíveis, e não têm certamente a forma generalizadora de uma compreensão euclidiana do espaço.

Os autores Caraça (1975) e Alexandrov (1988), consideram que a medida de uma grandeza unidimensional pode representar a fusão de conceitos aritméticos e geométricos. Para medir o comprimento de um objeto, faz-se necessário dois tipos de operação: um de caráter geométrico, que aplica a unidade ao longo da grandeza a ser



medida; o outro de caráter aritmético, que calcula quantas vezes é possível repetir a operação anterior. Uma está estritamente relacionada à outra, dando lugar a uma nova operação: a de medir.

Por este motivo consideramos as elaborações manifestas nas ações de medir deste episódio, mesmo que de caráter perceptível, elaborações que fazem parte dos nexos conceituais básicos da medida, como a noção de grandeza. Fala-se da distância saltada, mas as crianças não têm elaborada uma representação prévia desta. Construir uma linha de canudos pode ser uma imagem perceptiva da distância que saltaram e, ao mesmo tempo, a obtenção de um número que conta esta distância. A fileira de canudos tem uma qualidade igual à do risco que fariam acompanhando o salto de um ponto ao outro. Esta elaboração, como diz Rouche (1981), parece ser de natureza intuitiva. No pensamento de senso comum, afirma, existem primeiro os objetos, e a grandeza é considerada como propriedade deles. A noção de grandeza pode ser dissimulada, pela experiência com os objetos, por trás de uma regra evidente: em todas as comparações de dois objetos, pode-se, sem alterar o resultado da comparação, substituir cada um dos dois objetos por um objeto equivalente.

A intervenção de Ivã funciona como mediação no processo de Gui, como lembra Vygotsky (1987), quando faz referência à mediação como um processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação. A mediação se estabelece quando Gui percebe na demonstração de Ivan uma forma de representar a distância com os canudos. Imediatamente, ele desenvolve uma seqüência de ações para construir a solução. A mediação, um processo essencial para tornar possíveis atividades psicológicas controladas pelo próprio indivíduo, explica a repentina autodeterminação de Gui ao construir a resposta ao problema.

Novamente, pela mediação dada pelo processo de intervenção dos presentes, Gui cria uma escrita numérica para representar a quantidade de unidades inteiras de canudos e uma fração da unidade.

Este momento, tão corriqueiro em nossas aulas, mas altamente significativo para a construção do pensamento numérico, mostra que, em situações de medida, passa despercebida para a criança a necessidade de representar numericamente partes do todo a ser medido.

Gui e seus colegas se encontram diante do desafio de ler numericamente a fileira de canudos, por esta não representar um número inteiro de vezes a unidade, ou seja, se encontram diante de um dos problemas da medida experimental, o que requer o salto da contagem do discreto para a do contínuo, e a ampliação dos números naturais para os racionais. No processo de medida, nem sempre o cálculo aritmético é expresso por um número natural. Pode ocorrer que a unidade escolhida não esteja contida em um número inteiro de vezes na grandeza a ser medida. Surge, então, a necessidade de fracionar a unidade para expressar exatamente o valor da grandeza em partes da unidade, o que não é possível fazer com números naturais, mas com os racionais. Este aspecto é demonstrativo da interdependência entre as duas operações da medida: a expressão numérica depende da operação de aplicação da unidade, como afirma Caraça.

Dividir a unidade em partes iguais significa poder dividir as partes novamente em partes e assim sucessivamente, até ser possível expressar com exatidão numérica o valor da dimensão a ser medida. A possibilidade da divisão ilimitada de uma grandeza sem que esta perca seu caráter essencial lhe dá o caráter de uma grandeza contínua. Encontram-se, dessa forma, duas classes de grandezas, a discreta e a contínua, e suas respectivas representações matemáticas: o número e a extensão geométrica. Como vimos anteriormente, o processo da medida consiste na interação operacional entre estas duas classes conceituais.

A orientação do professor e as sugestões dos colegas foram essenciais para que Gui se desse conta que precisaria expressar com precisão o valor da distância e que isto não significava contar um número inteiro de canudos para onde sua cultura numérica o impelia. A insistência das intervenções em solicitar um ajustamento exato da fileira de canudos ao salto e a definição de um número correspondente pode estar contribuindo para que a criança entenda que medir lida numericamente com algo que não tem as características do inteiro que lhe é culturalmente natural quando conta objetos.

Neste episódio, a criança hesita, ao definir a expressão numérica referente à quantidade de canudos, porque precisaria de um número entre cinco e seis. Para ela, cinco representa canudos inteiros, pois quando decide escrever o número correspondente à leitura “cinco canudos e um pedaço de canudo”, não escreve mais o numeral 5. Reescreve cinco analiticamente: cinco traços verticais e um menor. Não lhe

ocorre escrever uma expressão numérica mista composta do numeral 5 e um traço representativo de uma parte da unidade-canudo. Na verdade, este traço não teria referência visual no numeral 5 como parte da unidade-canudo. No caso dos cinco traços iguais e um menor, estaria representado perceptivelmente o inteiro e sua parte.

A tendência a numerar pelo número natural as relações quantitativas do cotidiano pode gerar vieses na concepção numérica da realidade, como o de arredondar todos os valores para valores inteiros, supondo que o arredondamento para mais ou para menos não afete o resultado. Um outro viés da contagem decorrente do anterior consiste no desenvolvimento da percepção somente do aspecto discreto, ao efetuar contagens, ficando imperceptível, sobretudo para a criança, o aspecto contínuo da realidade.

A primeira contagem de Gui, obtendo a expressão seis canudos foi conduzida pela tendência natural de só usar os números naturais na contagem, mas a segunda, cinco e um pedaço, já é decorrente de um esforço de superação dessa tendência, quando alertado pela professora que a medida seis canudos não correspondia exatamente à distância que havia saltado.

Inicialmente, Gui, ao responder quanto saltou, elabora a expressão numérica “6 canudos”. Quando alertado pela professora que esta não corresponde à comparação da unidade com a distância a ser medida, mantém-se concentrado em criar uma expressão numérica que corresponda a essa comparação. Cria, então, um número para representar parte e todo. Sabe que criou e entende o que criou, pois estampa num sorriso, a satisfação de saber-se sabendo.

## As representações

Para a análise das representações de espaço e de número, presentes nas ações de medir, precisávamos esclarecer o nível possível de elaboração simbólica que as crianças estariam apresentando. Uma das premissas fundamentais da teoria de Vygotsky é de que a transformação dos processos básicos em funções psicológicas superiores se produz no seio da interação social da criança e através do emprego de instrumentos e de símbolos culturalmente determinados

A totalidade da linguagem usual, falada e escrita, é de natureza simbólica. Sob este ponto de vista, consideramos as elaborações que as crianças apresentaram, mediante a fala, a escrita e as ações, buscando representar as soluções para as situações-problema de medir, mesmo que estas representações tenham significados convencionados apenas pelo grupo de crianças envolvido no episódio de ensino, o que significa dizer que a regra de uso tem validade somente para este grupo.

Usamos a idéia de símbolo sob duas conotações, não excludentes: uma do ponto de vista da mediação, enquanto instrumento que tem a função de mediar os significados comuns ao grupo; a outra sob o ponto de vista da representação, que tem a função de comunicar a elaboração individual desses significados.

Não se trata da representação direta da realidade, na qual não há lugar para o imaginário, mas de representação da realidade imaginada. Assim, quando a criança representa a distância saltada por uma linha reta, é esta uma representação não da realidade, imediatamente, perceptível mas imaginada, pois as distâncias não estão representadas no espaço por linhas retas, da mesma forma que não o estão o comprimento ou a altura dos objetos.

Sob o aspecto da mediação, as representações são resultado dos significados de medir comuns ao grupo que as convencionam. A validade destas enquanto símbolo-representação-mediação está em constituir-se num conceito cotidiano que cresce no sentido do conceito científico. Quando a criança é orientada pela atividade a discutir como se mede, o conceito cotidiano deixa de atuar somente como discurso cotidiano que tem forma habitual na expressão “tal coisa mede tanto” e passa a fazer parte do discurso escolar como objeto de estudo. Ao refletir sobre a questão de como se mede o comprimento de tal coisa, o conceito cotidiano cresce em direção ao conceito científico. Vai perdendo o significado restrito a um valor numérico, como o da expressão “peso 24 quilos”, e assumindo o da escolha da unidade, da comparação desta com a grandeza que se quer medir, e por último, da expressão numérica desta comparação.

A leitura mecânica da régua, da balança, de qualquer tecnologia de medir forma na criança um pensamento de medir tecnologicamente mágico e restrito à indicação de um número. No instrumento de medir, o conceito assume natureza tecnológica e linguagem formal, que o torna ágil e de fácil aplicabilidade. Está totalmente abstraído de sua dinâmica de criação. Se a criança o aprender somente a partir deste estágio de

elaboração, aprende somente sua forma mecânica e por isso mecânica será também a relação de entendimento com o mesmo. A aprendizagem do conceito acontece pela repetição do aspecto lógico formal dentro de um espaço conceitual do já criado que, por conseguinte, restringe a capacidade do sujeito de (re)criá-lo em sua subjetividade.

Quando, ao contrário, a criança pode aprendê-lo, desenvolvendo os nexos mais simples que o constituem, tendo destes definibilidades próprias, seu movimento criativo é mais intenso do que apenas repetir o conceito. Estará desenvolvendo modos de pensar a realidade internamente ao conceito e não deste fragmentada. Quando ela cria um símbolo gráfico ou uma palavra para representar uma idéia conceitual, está presente, também, a imaginação. Não como uma atividade mental inconsciente, de caráter não-social, mas segundo Vygotsky (1982), como uma função vitalmente necessária. Concebemos a imaginação como forma humana de apreensão do real, buscando compreendê-lo e comunicá-lo, uma vez que o real não se apresenta de forma direta e imediata, mas representado por uma formação imaginária.

A imaginação é a base de toda a atividade criadora, aquela que possibilita a criação artística, científica, e técnica. Neste sentido, tudo o que nos rodeia e que não é natureza é fruto da imaginação humana.

A imaginação não está em oposição ao real como se fosse uma função do irreal, do que não existe realmente. O irreal, ou seja, o real imaginado, segundo Vygotsky (1982), tem suas raízes na realidade, nas experiências anteriores do homem.

Quando a criança elabora representações simbólicas da medida ela poderá combinar elementos de seu conhecimento cultural de medida, buscando em suas experiências as bases imaginárias de sua criação. Vimos no episódio do Curupira que uma solução mais própria para o problema foi construída pela classe somente quando as crianças assumiram ser os personagens da história, dando passos muito longos como os do gigante e muito pequenos como os do anão. Este tipo de experiência proporciona à criança a projeção de suas experiências em novas experiências.

Interpretando Held (1980), consideramos que decorre daí a necessidade de ampliar a experiência da criança, para proporcionar-lhe bases sólidas para a sua atividade criadora. Quanto mais ela é solicitada a recriar as representações culturais do conceito, a representar suas idéias sobre os nexos conceituais, ou aquelas construídas

na interação com outros, tanto mais os conceitos que aprende aumentam sua capacidade de entender seu mundo. Quando o desenvolvimento da linguagem é vinculado ao exercício da imaginação, permite à criança liberar-se de suas impressões imediatas e expressar-se num plano desvinculado da realidade, podendo imaginar e criar além do real imediato, desenvolvendo sua capacidade de abstração.

Para Vygotsky (1982), não é possível conhecer a realidade sem uma certa dose de imaginação, sem o distanciamento dela, das impressões individuais concretas que representam esta realidade nas ações elementares da nossa consciência.

Um outro aspecto importante que consideramos nas análises e que acompanha a imaginação é o emocional. Em diferentes momentos das atividades as crianças manifestam satisfação frente às soluções que apresentam, ou apreensão quando avaliam não ter conseguido dar uma resposta que o grupo considere satisfatória. Essas manifestações são representativas de seu envolvimento emocional com a atividade.

A separação intelecto e afeto não explica o pensamento em sua plenitude de vida. Referimo-nos ao emocional que se manifesta através da satisfação, alegria, ou insatisfação perante o ato de criar. A criança participa integralmente de seus feitos. Não é incomum vê-la vibrar, saltar, sorrir, quando percebe que construiu algo novo. No desenvolvimento das atividades pudemos observar manifestações espontâneas como esfregar as mãos por satisfação, bater palmas, sorrir e outras, quando sua criação simbólica ou solução era reconhecida pelos adultos e pelos pares.

Vygotsky (1982) afirma que todas as formas de criar encerram em si elementos afetivos. Isto significa dizer que tudo o que a fantasia produz influencia reciprocamente nossos sentimentos, mesmo que o que foi produzido não tenha referência direta na realidade, todos os sentimentos experimentados pelo criador são reais, vividos intensamente por ele.

Quando, em sala de aula, a criança tem a possibilidade de participar ativamente da construção da solução dos problemas propostos, o que significa participar dos diálogos, das ações que se desencadeiam, suas ações e pensamento estão sendo movidos pelos sentimentos e imaginação.

Nas situações interativas de ensino, ao confrontar sua ação e pensamento com os dos colegas ou do professor, a criança pode experimentar a dúvida, a hesitação, o

medo do erro, a expectativa do acerto, a certeza da descoberta. Todas estas tensões internas colocam em movimento uma complexidade de outras funções psicológicas que contribuem, juntamente com a função cognitiva, para uma aprendizagem significativa dos conceitos científicos.

Mediante o jogo das representações, das expectativas, do intercâmbio de informações, do consenso de regras, em suma, mediante os processos psicossociológicos presentes na situação de ensino, a criança aprende e desenvolve suas capacidades mentais, afetivas e imaginárias.

## Conclusão

O conhecimento que elaboramos a respeito de como as crianças desta pesquisa entendem a medida e melhoram esse entendimento é o argumento mais convincente de que o caminho que traçamos permitiu perturbar a realidade de modo a interagirmos com aspectos antes não conhecidos nem por nós nem pelas pesquisas sobre o tema A que tivemos acesso. A metodologia de natureza qualitativa e de intervenção permitiu um conhecimento em profundidade dos aspectos matemáticos expressos nas ações de medir das crianças, destacadas pelos episódios, bem como a multilateralidade psicológica e educacional dessas ações. Concluímos este artigo fazendo um delineamento síntese dos aspectos do movimento do entendimento dessas crianças sobre o conceito de medida que foram possíveis de serem presumidos nas análises.

O conhecimento primeiro manifesto pelas crianças foi de adaptar seu modo de contar objetos discretos ao contínuo do espaço, considerando a unidade um objeto discreto sem nenhuma relação com a natureza do espaço que está sendo contado. O número que elas definem como medida da distância é obtido contando o número de vezes que colocam o palmo ou o pé no chão, quando medem usando essas partes do corpo. Trata-se, portanto, de uma contagem de unidades discretas – unidades naturais - e não de uma comparação entre grandezas contínuas, envolvendo a elaboração de unidades convencionadas e coerentes à natureza da grandeza a ser numerada.

Este conhecimento primeiro é reelaborado, à medida que as intervenções entre os pares, professora e pesquisadora assumem para algumas crianças o caráter de mediação do significado de medir. Esta reelaboração é expressa por atitudes de autodeterminação na resolução da situação problema-proposta pela atividade.

Foi possível evidenciar a elaboração de níveis de compreensão da numeração do aspecto contínuo do espaço unidimensional. Em situações em que o espaço a ser medido não compreendia um número inteiro de vezes a unidade convencionada, as crianças completam a comparação entre as grandezas com partes da unidade, ao mesmo tempo em que evidenciam a limitação de seu domínio numérico para elaborar uma expressão numérica desta comparação. Algumas crianças superam esta limitação representando perceptivelmente as partes da unidade. Criam uma representação cuja grafia imita a realidade contada em unidades inteiras e partes da unidade.

Não podemos afirmar que as crianças que evidenciaram avanços em seus conhecimentos tenham elaborado o conceito científico da medida definido pela interdependência dos três aspectos: a seleção da unidade, a comparação da unidade com a grandeza a ser medida e a expressão numérica desta comparação. Consideramos as manifestações como elaborações aproximadas do conceito, porque explicadas e representadas por elementos perceptíveis que compõem as ações inerentes a situações específicas de medir, portanto, não generalizáveis para qualquer situação. Sob este aspecto não apresentam a operacionalidade do conceito científico.

Não tínhamos a expectativa de que a criança elaborasse, através das atividades o conceito operacional da medida, mas pretendíamos estudar nas ações de medir, sua disponibilidade cognitiva, afetiva e de imaginação para a aprendizagem e desenvolvimento deste conceito. Supomos que esta disponibilidade manifestou-se mediante o crescimento gradativo do conceito cotidiano em direção ao científico, passando por representações que o foram destituindo de seu significado imediato, de sua forma perceptiva e conferindo-lhe aspectos sempre mais generalizáveis.

A denominação de elaborações aproximadas de medida tem referência, segundo Moll (1993), na teoria vygotskiana sobre a formação do conceito científico, a qual não pressupõe a formação de estruturas lógicas de transitividade e do conceito euclidiano de espaço como condição cognitiva anterior à formação do conceito de medida.



Em síntese, percebemos uma evolução do grupo, desde estabelecer a interdependência entre os três elementos constitutivos da medida através de uma relação de contagem de grandezas discretas até estabelecer uma relação perceptível, não generalizável, de comparação de grandezas contínuas.

Na análise foram discutidos, com referências nos aspectos matemáticos, educacionais e culturais das ações relacionados à influência da imaginação nas representações simbólicas, os significados culturais de medida mediados pelas interações e o aspecto emocional nas construções representativas das crianças.

As discussões que fizemos sobre as cenas do episódio do Curupira têm referências nas categorias que elegemos. Analisamos o movimento conceitual de indivíduos e do grupo envolvido nos diálogos, considerando os aspectos matemáticos do conceito. Ao mesmo tempo, a análise desse movimento tem referências na categoria educacional, pela qual buscamos entender como a natureza das interações entre os sujeitos influencia o movimento conceitual e os processos de autodeterminação dos sujeitos.

Consideramos que houve um avanço da classe na elaboração da idéia de medida. Não podemos afirmar, porém, que esta evolução tenha ocorrido em cada criança. Acompanhamos as crianças que se manifestaram até elaborarem uma solução possível e de consenso.

Observamos que os aspectos do imaginário e DO simbólico aparecem imbricados nos diálogos e ações, contribuindo para a construção da solução do problema e para a elaboração do pensamento e linguagem da medida com uma maior qualidade matemática do que apresentavam anteriormente à atividade.

Os aspectos psicológicos da aprendizagem e desenvolvimento que configuram a dimensão educacional das ações tanto dos adultos envolvidos na pesquisa quanto das crianças dão sustentação epistemológica às qualidades matemáticas dessas ações. Contribuem para esclarecer que na elaboração dos conceitos matemáticos da medida não concorrem apenas aspectos cognitivos, mas a interdependência desses aspectos com todas as funções psicológicas que tornam a criança ativa frente à solução das situações-problema propostas.

Embora concordemos com as pesquisas que enunciam que o desenvolvimento cognitivo desta faixa etária não possibilita a elaboração do conceito científico da medida, tentamos discutir que os dados que construímos permitiram conhecer elementos novos da natureza das elaborações que foram possíveis a essas crianças dentro das condições declaradas desta investigação.

Partindo do pressuposto de que o pensamento de medir se desenvolve por uma contínua graduação de intensidades qualitativas, podemos falar que algumas crianças apresentaram mudanças qualitativas em seu pensamento de medir, desde um entendimento de contagem natural, culturalmente elaborado, até o estabelecimento de relações de contagem de grandezas contínuas, próximas a um entendimento científico do conceito.

Nos exemplos de análises que discutimos, viemos mostrando como o referencial teórico contribuiu para esclarecer as qualidades matemáticas das ações das crianças e como estas variam segundo a interdependência das relações objetivas que se estabelecem entre a intencionalidade pedagógica da atividade de ensino e a atividade da criança.

As análises são um indicador da importância pedagógica de se desenvolver com a criança pré-escolar atividades que instiguem seu pensamento de medir.

## Referências Bibliográficas

- ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N. e LAURENTIEV, M. A. *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza editorial, 1988.
- AZANHA, J. M. P. *Uma idéia de pesquisa educacional*. São Paulo: Edusp, 1992.
- CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa, 1975.
- BOGDAN, R. e BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação, uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.
- HELD, J. *O Imaginário no poder: as crianças e a literatura fantástica*. trad. de Carlos Rezzi. São Paulo: Summus editorial, 1980.
- LEONTIEV, A.N. Uma contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In: Vygotsky, L. S. et al, *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 1988.

- LANDSHEERE, G. de *La investigación educativa en el mundo, con un capítulo especial sobre México*. México: Fondo de Cultura Económica, 1996.
- MOLL, L. C. (comp.) *Vygotsky y la Educación*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 1993.
- MOURA, M. O. *A Construção do Signo Numérico em Situação de Ensino*. 1992. São Paulo, FEUSP(Tese Doutorado em Educação).
- MOURA, M. O. O Professor em Formação. In: *Universidade e Aprendizado Escolar de Ciências, Projeto USP/BID – Formação de Professores de Ciências*, São Paulo: 1993.
- OLIVEIRA, M., K. *Vygotsky, Aprendizado e Desenvolvimento, um Processo Sócio-Histórico*. São Paulo: Editora Scipione, 1993.
- ROUCHE, N. *Le Sens de la Mesure*. Paris: Didier Hatier, 1981.
- SNYDERS, G. *Para onde vão as Pedagogias não-diretivas*. Lisboa: Moraes editores, 1978.
- SNYDERS, G. *Alunos Felizes: Reflexão sobre a alegria na escola a partir de textos literários*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1993.
- VYGOTSKY, L.S. *A Formação Social da Mente*. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1984.
- VYGOTSKY, L.S. *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Critica Grupo editorial Grijalbo, 1989.
- VYGOTSKY, L.S., LURIA, A. R. e LEONTIEV, A. N. *Linguagem Desenvolvimento e Aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 1988.
- VYGOTSKY, L.S. *Historia del Desarrollo de las Funciones Psíquicas Superiores*. Haba: Editorial Científico-Técnica, 1987.
- VYGOTSKY, L.S. *La Imaginacion y el arte en la Infancia*. Madrid: Akal bolsillo, 1982.

