ÖZET

SONSUZ SİMETRİK GRUPLAR

Ayşe BÜTE

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Erdal ÖZYURT
2012, 45 sayfa

Bu tezde; Otto H. Kegel'in "Regular Limits of Infinite Symmetric Groups" makalesi ile Otto H. Kegel ve Bertram A. F. Wehrfritz'in "Locally Finite Groups" kitabının "Universal Groups" ünitesi işlenmiştir. Ayrıca bu konularla ilişkili olarak Roger C. Lyndon ve Paul E. Schupp'un "Combinatorial Group Theory" kitabından HNN-genişlemeleri ile ilgili bölümü okunmuştur.

Bir G grubunun sonlu üreteçli her altgrubu sonlu ise G'ye yerel sonlu grup denir. G yerel sonlu grup olmak üzere bu grup; her sonlu grubun bir kopyasını içeriyorsa ve izomorfik olan sonlu iki altgrubu eşlenik oluyorsa G'ye evrensel grup denir. P. Hall, "Some Construction for Locally Finite Groups" adlı makalesinde evrensel yerel sonlu grupların varlığını ve genel özelliklerini vermiştir. P. Hall, herhangi bir kardinal için o kardinalitede evrensel bir grup bulunduğunu ve iki sayılabilir evrensel grubun izomorfik olduğunu kanıtlamıştır. Ayrıca evrensel grupların basit ve her sayılabilir yerel sonlu grubun izomorfik bir kopyasını içerdiğini ispatlamıştır.

"Embedding Theorems for Groups" [5] adlı makalede her sayılabilir sonsuz mertebeli grubun, sonsuz mertebeli iki eleman tarafından üretilen bir grubun içine gömüldüğü kanıtlanmıştır. Ayrıca bu teoreminde yardımıyla, iki üreteçli $2^{\aleph_0}$ tane eşyapılı olmayan grup olduğu kanıtlanmıştır.

G bir grup ve A ile B, G'nin iki eş yapılı altgrubu olsun. ϕ, A'dan B'ye bir izomorfizma olmak üzere, $H = \langle G, t \mid \forall$a $\in$ A için $\phi(a) = t^{-1}at\rangle$ şeklinde tanımlanan H grubuna G'nin HNN-genişlemesi denir.

$\{\kappa_\nu\}$ sonsuz kardinallerin, tüm ν ordinalleri için $\kappa_{\nu+1} = 2^{\kappa_\nu}$ ve λ limit ordinali için $\kappa_\lambda = \sup\{\kappa_\nu : \nu < \lambda\}$ olan bir dizisi olsun. Her ν ordinali için $S_{\nu+1} := Sym(S_\nu)$ ve eğer λ bir limit ordinal ise $S_\lambda = \cup_{\nu<\lambda} S_\nu$ olan gruplarının bir $\{S_\nu\}$ dizisi olsun. Burada $\rho_\nu : S_\nu \hookrightarrow Sym(S_\nu)$ sağ düzenli temsil olmak üzere $\{(S_\nu, \rho_\nu) \mid \nu < \lambda\}$ direkt sistemini elde ederiz. Bu direkt sistemden de $S_\lambda = \cup_{\nu<\lambda} S_\nu$ direkt limit grubu tanımlarız. Bu S_λ limit grubuna düzenli limit grubu denir.([1]) O. H. Kegel bu düzenli limit gruplarının temel özelliklerini kanıtlamıştır. λ limit ordinal olmak üzere, S_λ düzenli limit grubunda $B \subseteq S_\nu$ olacak şekilde $\nu < \lambda$ varsa B altgrubuna S_λ'nın sınırlı altgrubu denir. Bölüm 4'te sınırlı altgrupların temel özellikleri verilmiştir.

G bir grup ve H, G'yi içeren bir üst grup olsun. Eğer G üzerindeki eşitlik ve eşitsizliklerden oluşan her Ξ sonlu sisteminin H'de çözülebilir olduğu durumlarda G'de de bir çözümü varsa G grubuna H grubu içinde varlıksal kapalı grup denir. Eğer G, kendisini içeren bütün üst gruplar içinde varlıksal kapalı ise G grubu varlıksal kapalıdır. S_λ düzenli limit grubu, homojen ve sonlu üreteçli her grubun bir kopyasını altgrup olarak içerdiğinden varlıksal kapalı bir gruptur.

Mertebesi kendisinden küçük eşit olan bütün grupların izomorfik kopyasını içeren gruba evrensel grup denir. Ayrıca her sonsuz limit ordinal λ için S_λ düzenli limit grubu evrenseldir.

Anahtar Sözcükler
Sonsuz simetrik gruplar, varlıksal kapalı gruplar, evrensel gruplar, HNN-genişlemeleri