

FACULTAD DE CIENCIAS
GRADO EN GEOLOGÍA
TRABAJO FIN DE GRADO
CURSO ACADÉMICO 2015-2016

TÍTULO:

Estudio del comportamiento fractal espacial de la superficie del terreno, considerando factores del relieve climáticos, estructurales y litológicos

AUTOR:

Rubén Puertas Poveda

Agradecimientos

Estas son las personas sin las cuales este trabajo no hubiera sido posible. No es una enumeración exhaustiva, así que ruego me disculpen las personas no mencionadas que también han contribuido.

- A mi entorno de amigos por aguantar a un máster de rol ausente.
- A mi familia por soportar el tener un miembros simbiótico con el ordenador.
- A Jaime Cuevas, el tutor del Trabajo Fin de Grado por tener la paciencia de escuchar cada idea o proceso en el que estaba trabajando, y confiar en mi criterio.
- A José Carlos por asesorarme en matemáticas y hacer el esfuerzo de escuchar cuando hablaba de mapas o píxeles, aun sin ser su alumno asignado para Trabajo Fin de Grado.
- A cada profesor que he consultado pidiendo fuentes de datos ("¿para qué quieres un mapa de cohesiones de rocas de España entera?"), todos han colaborado en la manera en que podían, y terminaban diciendo "suena muy interesante tu trabajo, me gustaría saber que resultados obtienes".

A todos ellos, y a los que me dejo por mi mala memoria, espero que este trabajo esté a la altura de sus expectativas.

i Abstract

The present study begins with the hypothesis that there is a numeric relationship between the shape of the geomorphical surface and the relief modelling factors. The used methodology is the multifractal analysis of the contour lines made from Digital Elevation Models of all Spain. In order to achieve that we have utilised free software for all the steps. The obtained results make us think this correlation exists, on climatic factor (maximum annual precipitation gradient) and structural (seismic risk). Lithological factor has made no adjustment, probably due to the lack of accurate data.

Keywords: Land's surface; fractal; geomorphology; factors of relief

ii Resumen

El presente estudio parte de la hipótesis de que hay una relación numérica entre la forma de la superficie geomórfica y los factores de modelado del relieve. La metodología utilizada es el análisis multifractal de las curvas de nivel de Modelos Digitales del Terreno de toda España. Para ello hemos utilizado software libre en todos los pasos. Los resultados obtenidos hacen pensar que esta correlación existe, en el factor climático (gradiente de precipitación máxima anual) y estructural (peligrosidad sísmica). El factor litológico no ha dado ajuste algo, probablemente debido a la falta de datos precisos.

Palabras claves: Superficie del terreno; fractal; Geomorfología; factores del relieve

Índice

1	Introducción y objetivos.....	7
1.1	Introducción.....	7
1.2	Objetivos.....	8
1.3	Hipótesis de trabajo.....	8
2	Antecedentes bibliográficos.....	8
3	Zona de estudio.....	9
3.1	Contexto geológico.....	9
3.1.1	Escala regional.....	9
3.1.2	Escala local.....	10
3.2	Contexto climático y fisiográfico.....	10
3.2.1	Escala regional.....	10
3.2.2	Escala local.....	11
3.3	Tablas resumen.....	11
4	Materiales y método.....	12
4.1	Recolección de datos.....	13
4.1.1	Datos bibliográficos.....	13
4.1.2	Datos digitales.....	13
4.2	Herramientas matemáticas.....	14
4.2.1	Un ejemplo: la Curva de Koch.....	15
4.2.3	El método “Box Counting”.....	17
4.3	Herramientas informáticas.....	18
4.3.1	Procesamiento de mapas.....	18
4.3.1.1	Geométricos.....	18
4.3.1.2	Litológicos.....	19
4.3.1.3	Mapas de fallas.....	20
4.3.1.4	Climáticos.....	21
4.3.1.5	Sísmicos.....	21
4.3.2	Análisis multifractal.....	22
4.3.3	Tratamiento estadístico.....	22
4.3.4	Creación de un mapa de dimensiones.....	23
4.4	Cronograma.....	24

5 Resultados.....	24
5.1 De la primera fase.....	25
5.1.1 Gráficos.....	26
5.2 De la segunda fase.....	27
5.2.1 Gráficos.....	27
5.3 Resumen de resultados.....	30
6 Discusión.....	31
6.1 Fase primera.....	31
6.2 Fase segunda.....	32
6.3 Limitaciones.....	34
6.3.1 En la recolección de datos.....	34
6.3.2 De las herramientas matemáticas.....	35
6.3.3 De las herramientas informáticas.....	36
7 Conclusiones.....	37
8 Conclusions.....	37
9 Consideraciones finales.....	38
9.1 Posibles aplicaciones.....	38
9.2 Trabajos futuros.....	38
10 Fuentes consultadas.....	39
10.1 Referencias bibliográficas.....	40
10.2 Fuentes de datos.....	40
10.3 Índice de figuras y autoría de las mismas.....	41
11 Índice de tablas.....	42
12 Software utilizado.....	42
13 Anexos.....	43
13.1 Programas propios.....	43
13.2 Mapas.....	44
13.3 Análisis multifractal.....	52
13.3.1 Datos primera fase.....	53
13.3.2 Datos segunda fase.....	54

1 Introducción y objetivos

Como capítulo introductorio expondremos las razones que nos han llevado a realizar este trabajo.

1.1 Introducción

Durante todos los años de estudios en el grado en geología, frecuentemente se ha



Imagen 1: imagen generada por computadora mediante el software Terragen, que hace uso de fractales aleatorios para crear paisajes.

dicho que las estructuras geológicas siguen patrones fractales. Esta afirmación, eminentemente cualitativa, es extensible a cualquier otra rama o ciencia empírica, ya sea pura o incluso social. Sin embargo, esto es sólo una aproximación. Si bien se intuye que la superficie del terreno sigue patrones de geometría fractal, y ello se puede comprobar observando el realismo de algunas imágenes generadas por computador que se basan en los fractales (imagen 1), pocos autores han intentado cuantificar esta relación, y hasta donde ha llegado nuestra búsqueda no hemos encontrado ningún autor que la haya correlacionado con los factores (que aquí denominaremos “tradicionales”) del relieve (Pedraza Gilsanz, 1996).

Desde el punto de vista cualitativo (no numérico), muchos autores han tratado el tema. Es de destacar el libro “Geomorfología. Principios, métodos y aplicaciones”

(Pedraza Gilsanz, 1996), en el que se habla de Geomorfología ampliamente, y se muestran las diversas corrientes de pensamiento geomorfológico. En este trabajo trataremos de encontrar relaciones estadísticas partiendo de la hipótesis de los **tres factores de modelado del terreno** (litológico, climático y estructural) que propone este autor.

1.2 Objetivos

Nuestro principal objetivo será buscar alguna relación numérica entre la dimensión fractal de la superficie del terreno y los factores del relieve tradicionales, así como crear un mapa de dimensión fractal lo más realista posible.

1.3 Hipótesis de trabajo

Partiremos de la hipótesis de que hay una relación numérica y medible entre los factores de modelado del relieve y la dimensión fractal de la superficie del terreno, siendo esta última un valor meramente geométrico.

2 Antecedentes bibliográficos

Si bien los fractales se conocían desde al menos el siglo XIX (Falconer, 2003), no

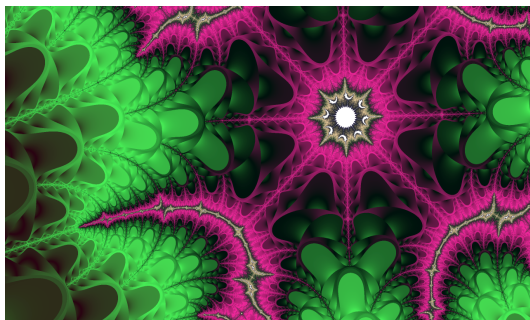


Imagen 2: Los fractales han sido usados también para crear composiciones artísticas. Este es un ejemplo de ello, generado por XaoS, una aplicación libre disponible para Linux.

Se fue hasta finales del siglo XX que se los empezó a estudiar seriamente. El término “fractal” se acuñó en el año 1975, aunque ya se hablaba de ellos unos años antes (Mandelbrot, 1967). En seguida se les encontró aplicaciones en otras ciencias y tecnologías, especialmente Ecología,

Geografía, Informática o Econometría.

Incluso se les ha encontrado aplicación en artes, como puede verse en la imagen 2. Algunos autores los han aplicado a áreas tan

disparos como urbanismo (Myint y Lam, 2005) o computación (Silvetti y Delrieux, 2008). De especial interés para nosotros han sido publicaciones referidas a Ciencias de la Tierra (Paredes Bartolomé, 1995) o Geomorfología (Quintero Delgado y Ruiz Delgado, 2011), siendo ésta última la única publicación que conocemos que relaciona dimensión fractal y relieve topográfico, si bien este estudio estuvo localizado en los Andes de Cundinamarca (Colombia) y el método fue mediante perfiles y no curvas de nivel como proponemos nosotros.

3 Zona de estudio

El estudio se realizó a cuatro escalas, para comprobar si había alguna diferencia entre ellas. Estas son las de los Modelos Digitales del Terreno (a partir de ahora, MDTs) 200, 25, 05 y 01, que tienen resoluciones mínimas de 40000, 625, 25 y 1 m² respectivamente. Ya que sólo disponíamos de MDT01 de la Comunidad Valenciana, diferenciaremos dos escalas de contextos: la escala regional y la local. Hablaremos del contexto geológico, climático y fisiográfico de cada una de ellas.

3.1 Contexto geológico

La geología de España se caracteriza por su variedad, tanto litológica como tectónica. En nuestro trabajo escogimos la mayor variedad posible de contextos.

3.1.1 Escala regional

Escogimos 13 localizaciones con distintos regímenes tectónicos (actuales o pasados) y litologías diferentes, para estudiar zonas en las escalas de MDT200, MDT25 y MDT05. Mostraremos en una tabla los contextos geológicos generales de cada una. Las áreas tenían una extensión de 40x25 píxeles en todas las escalas.

3.1.2 Escala local

Si bien en la Comunidad Valenciana la variabilidad de contextos geológicos es más reducida, para la escala local también escogimos 13 localizaciones con regímenes tectónicos distintos (actuales o pasados) y litologías diferentes. Mostraremos en una tabla los contextos geológicos generales de cada una. Las áreas tenían una extensión de 40x25 píxeles al igual que en las anteriores escalas.

3.2 Contexto climático y fisiográfico

En nuestro estudio tuvimos en cuenta también las configuraciones climáticas y fisiográficas (altitudes y pendientes) de cada una de las zonas analizadas en todas las escalas. Estas zonas comprenden lugares con regímenes de precipitaciones y morfologías del relieve distintas, a fin de trabajar con la mayor amplitud de datos posible. Ya que la pendiente a la que es estable una roca no nos dice casi nada de ella (con pendientes de 0° podemos tener tanto arcillas como granitos), intentaremos encontrar una correlación entre la pendiente máxima y la dimensión fractal. La pendiente máxima antes de colapsar sí es característica de cada tipo de roca. Enumeraremos en una tabla las características referidas a precipitación anual media y pendiente media de cada zona.

3.2.1 Escala regional

España cuenta con zonas con distintas pluviometrías medias, y también con distintas frecuencias de precipitación (que más adelante veremos que es más importante en lo que se refiere a modelado del terreno). Además cuenta con llanuras, mesetas y orógenos activos, lo cual la hace rica también en morfologías. Reflejaremos en una tabla las configuraciones de cada una de nuestras zonas, previamente nombradas, en lo referente a precipitaciones y pendientes.

3.2.2 Escala local

La Comunidad Valenciana contiene dos regiones con pluviometrías distintas. Escogimos Alcoi como una de nuestras zonas por tener como mayor diferencia respecto a la zona de Elda, el régimen de lluvias. La zona de San Vicent del Raspeig fue elegida por tener una pendiente sustancialmente menor que la de Petrer, ya que como zonas a estudiar en éste último sitio se seleccionaron áreas circundantes a vértices geodésicos mientras que en San Vicent del Raspeig se seleccionó las terrazas de una rambla. Hablaremos de las características de precipitación media anual y pendiente media de cada una de las zonas previamente nombradas en una tabla.

3.3 Tablas resumen

Aquí agrupamos los contextos a escala regional en una tabla:

Hoja del MAGNA	Litología ¹	Tectónica ²	Precipitaciones anuales medias	Pendiente media
871 Elda	S	Media	Bajas	Media
1013 Macael	M	Alta	Bajas	Alta
650 Cañaverall	M-S-P	Baja	Medias	Baja
785 Almagro	S-M-V	Baja	Bajas	Baja
87 Elorrio	S	Media	Altas	Media
259 Roses	M-S-P	Media	Medias	Media
1108 I Vecindad de Enfrente	V-S	Media	Bajas	Alta
194 Santa María del Páramo	S	Baja	Medias	Baja
118B Canejan-Vielha	M-S-P	Alta	Altas	Alta
48 Meira	M-S	Media	Altas	Media
156 Monforte de Lemos	M-S	Media	Altas	Alta
302 Verín	P-S-M	Media	Altas	Baja
508 Cercedilla	M-P-S	Baja	Medias	Alta

Tabla 1: Contextos a escala regional de cada zona de estudio.

1 Están ordenadas por porcentaje de superficie aflorada. Leyenda: S= sedimentaria, M=metamórfica, P=plutónica, V=volcánica.

2 Actividad tectónica, medida cualitativamente.

En esta tabla mostramos los contextos a escala local:

Nombre del área ³	Litología ⁴	Tectónica ⁵	Precipitaciones anuales medias	Pendiente media
Petrer1	S	Media-alta	Bajas	Alta
Petrer2	S	Media-alta	Bajas	Alta
Petrer3	S	Media-alta	Bajas	Alta
Petrer4	S	Media-baja	Bajas	Media
Cofrentes1	VV	Baja	Medias	Alta
Cofrentes2	V	Baja	Medias	Media
Cofrentes3	V	Baja	Medias	Baja
Alcoi1	S	Media-baja	Altas	Alta
Alcoi2	S	Media-baja	Altas	Media
Alcoi3	S	Media-baja	Altas	Baja
San Vicent del Raspeig1	S	Media-alta	Medias	Alta
San Vicent del Raspeig2	S	Media-alta	Medias	Baja
San Vicent del Raspeig3	S	Media-alta	Medias	Baja

Tabla 2: Contextos a escala local de cada zona de estudio.

4 Materiales y método

A continuación hablaremos de los procesos que hemos llevado a cabo para hacer este trabajo, así como los datos y materiales de los cuales hemos hecho uso. Hemos dividido la sección en material bibliográfico y digital; y en herramientas matemáticas e informáticas. Después mostraremos el cronograma que se siguió con cada uno de los procesos anteriormente mencionados. En este estudio trabajamos en dos fases distintas. La principal diferencia entre ellas es la manera de calcular la dimensión fractal, como detallaremos más adelante.

3 Todos los mapas de Petrer forman parte de la hoja 871 del MAGNA, los de Cofrentes de la hoja 745, los de Alcoi de la hoja 821 y los de San Vicent del Raspeig de la hoja 872.

4 Están ordenadas por porcentaje de superficie aflorada. Leyenda: S= sedimentaria, M=metamórfica, P=plutónica, V=volcánica.

5 Actividad tectónica, medida cualitativamente.

4.1 Recolección de datos

En primer lugar hablaremos de los datos que fueron necesarios para el presente estudio.

4.1.1 Datos bibliográficos

Para conseguir la bibliografía necesaria para nuestro trabajo, buscamos publicaciones relativas a los dos bloques principales de nuestro estudio. Uno de ellos, el más familiar debido a nuestra formación, es el de la Geomorfología. Buscamos publicaciones en la biblioteca de la universidad y bases de datos de Internet, para hacernos una idea de si había algún trabajo previo del cual pudiéramos extraer información útil para nuestra investigación. El resultado de dicha búsqueda fue la visión general del estado de la Geomorfología, como ciencia, en la actualidad.

El segundo bloque, referente a los estudios en ciencias de la computación y/o matemáticas, nos llevó más tiempo. Debido a nuestra formación no tan extensa en estos campos, buscamos entre más artículos, libros y publicaciones en general. Buscábamos principalmente modelos ya existentes que pudieran aplicarse a la superficie topográfica y además fuera posible aplicarlo de manera eficiente en el equipo informático del que disponíamos. Además, buscamos antecedentes de investigadores que hubieran tratado el mismo, o un similar tema que nosotros.

Gracias a todo lo comentado, pudimos hacernos una idea bastante exacta de qué podíamos hacer, cómo y qué había ya hecho. Por último, buscamos material bibliográfico referente a estadística, para saber interpretar correctamente los resultados que pudieran aparecer.

4.1.2 Datos digitales

La práctica totalidad de los datos a partir de los cuáles realizamos nuestro trabajo son digitales.

Descargamos todos los modelos digitales del terreno (MDTs) de España, a escala 200, y los de escalas 25 y 05 de las zonas de estudio. Estos mapas se obtuvieron del la

página de Internet del Centro Nacional de Información Geográfica (CNIG a partir de ahora). Para los MDTs de escala 01 (Elda, San Vicent del Raspeig, Alcoi y Cofrentes) utilizamos la página de Internet del Instituto Cartográfico Valenciano (TerraSIT a partir de ahora).

Para los datos referentes a litología y fallas, utilizamos los mapas geológicos digitales, en escala 1:200000 y 1:50000. Descargamos todos los existentes a fecha de diciembre de 2015, del sitio web del Sistema de Información Geológica Continua (SIGECO a partir de ahora).

En cuanto a los datos de sismología, fueron descargados de la página web del Instituto Geológico y Minero de España (IGME a partir de ahora), en un formato que hubo de ser transformado para poder trabajar con ellos.

Los datos pluviométricos fueron descargados, en formato de hoja de cálculo, de la página web de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET a partir de ahora). De dicho documento extrajimos posteriormente sólo los datos de pluviometría media anual.

Por último, las capas administrativas que pueden verse sobre los distintos mapas que fueron generados, fueron proporcionadas por el director de este trabajo.

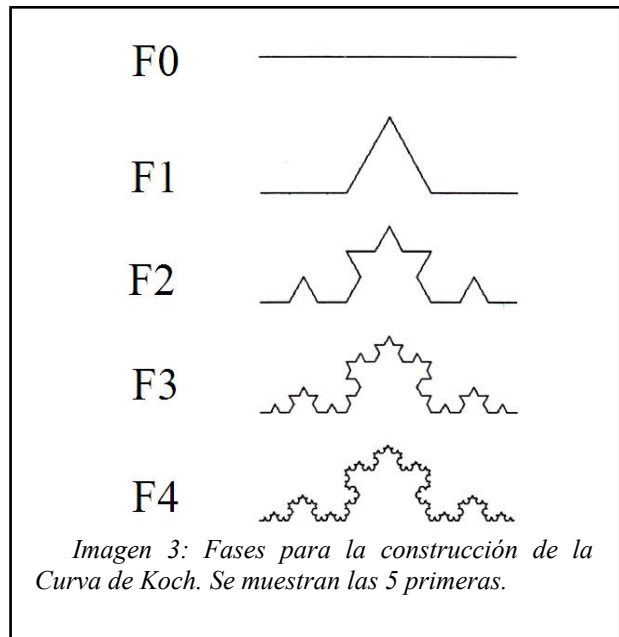
4.2 Herramientas matemáticas

En este apartado hablaremos de los conceptos puramente matemáticos concernientes a nuestro estudio. Éstos son los fractales, y un concepto asociado a ellos: la dimensión fractal. Como anteriormente dijimos, trataremos solamente los fractales que concuerdan con la definición (no rigurosa) de “aquel elemento geométrico con longitud infinita pero superficie nula”. Antes de seguir debemos hacer una matización. Hay un tipo de cuerpos geométricos que cumplen esta “norma” sin ser fractales: las rectas. Las rectas son infinitas en longitud, pero no ocupan área alguna. Sin embargo, para que se les pudiera considerar fractales falta otro concepto: deben de tener un punto inicial y otro final. O lo que es lo mismo, son curvas con longitud infinita comprendida entre dos puntos.

4.2.1 Un ejemplo: la Curva de Koch

Para entender esto mejor hablaremos de uno de los fractales más famosos: la Curva de Koch. Esta curva se genera por iteración infinita del siguiente algoritmo. Sea un segmento de recta, de medida 1 (podría medir cualquier otra cantidad, pero por simplicidad utilizaremos la unidad).

Eliminamos el tercio central de dicho segmento, y lo sustituimos por dos segmentos nuevos que forman 120° con los fragmentos inicial y final y 60° entre sí, como dos de los tres lados de un triángulo equilátero. Repetimos esta operación con todos los segmentos del conjunto infinitas veces. El resultado final es la Curva de Koch (imagen 3).



Este conjunto tiene unas propiedades muy interesantes. Veamos qué pasa cuando intentamos medirlo. La primera iteración mide 1. En la segunda dividimos en 3, quitamos el segmento del medio y luego añadimos otros dos. Esto es:

$$1 - 1/3 + 2 \cdot 1/3 = 4/3$$

Es decir, hemos multiplicado la longitud por $4/3$. En la tercera iteración ocurre lo siguiente:

$$(1/3 \cdot 4/3) \cdot 4 = 4^2/3^2 = 16/9$$

En las subsiguientes iteraciones, el conjunto mide $4^3/3^3$, $4^4/3^4$, y así sucesivamente, siendo la fórmula general de la medida de este conjunto en su iteración n la siguiente:

$$(4/3)^{n-1}$$

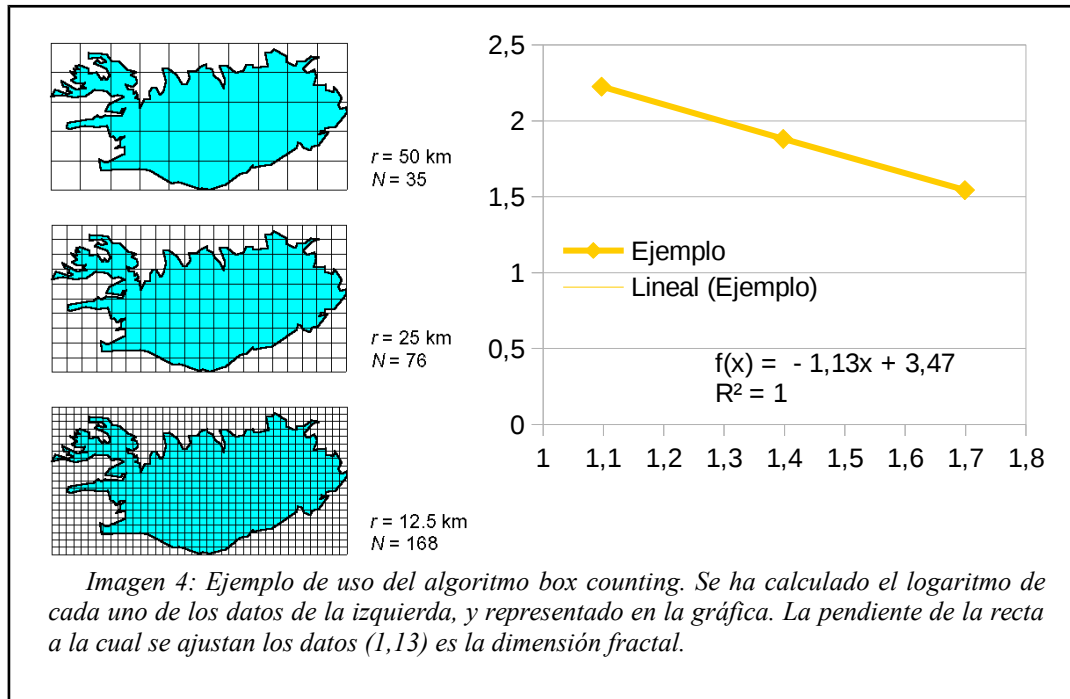
Para conocer la medida del conjunto tras infinitas iteraciones, hayamos el límite de la expresión cuando n tiende a infinito:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (4/3)^{n-1} = +\infty$$

Como podemos ver, tenemos un objeto intuitivamente unidimensional, acotado entre dos puntos, pero que mide de un extremo a otro infinitas unidades. Esta medida no depende de la medida del segmento inicial, puesto que si multiplicamos ∞ por cualquier número distinto de 0, sigue siendo ∞ . Además es un objeto continuo y no diferenciable en ninguno de sus puntos, lo que hace más complicado su estudio.

Los matemáticos se dieron cuenta de que este y otros objetos similares, a los cuales llamaron fractales, poseen (en la mayoría de casos) una dimensión asociada que no es entera. A este concepto se le llama dimensión fractal, y existen varias formas de calcularla, que a veces no dan el mismo resultado, debido a que hay gran cantidad de parámetros a los cuales se les podría llamar “dimensión”.

4.2.3 El método “Box Counting”



Uno de los métodos más populares y que más fácilmente se puede implementar en una computadora es el método de “Box Counting”, o conteo de cajas. Este método consiste en cubrir con retícula de medida conocida toda el área que ocupa nuestro posible fractal. Se cuenta el número de cuadrados que cubren la curva. Se anota esta cantidad y lo que mide cada cuadrado de la retícula. Se repite la operación tantas veces como se desee con distintas medidas de tamaño de retícula. Finalmente se expresan en un gráfico logarítmico estos datos (cantidad de cuadrados frente a medida de los mismos). Se ajustan los datos a una recta de regresión. Si hay correlación, la dimensión fractal es la pendiente de la recta. En caso de que sea un número entero, el objeto no es fractal. Si no hay correlación, el objeto es un multifractal, es decir, un objeto con distintas dimensiones fractales (o enteras) en cada punto. En tal caso, se puede repetir el algoritmo acotando la región para averiguar dimensiones locales. Mostramos un ejemplo sencillo en la imagen 4.

4.3 Herramientas informáticas

Este estudio posee una gran carga de trabajo informático. Desde el software necesario para manejar grandes cantidades de datos y hacerlos compatibles con los programas que trabajan con mapas, hasta los propios programas de mapeo y los que convierten en comprensibles los resultados. A continuación hablaremos de todos ellos, así como de qué procesos han sido necesarios para cada fase o tipo de dato en la investigación.

4.3.1 Procesamiento de mapas

Para crear algunos de los mapas fue necesario descargar hasta más de 10000 archivos vectoriales, cada uno con su código. Tantas capas eran costosas de manejar a la vez, así que creamos unas herramientas informáticas que automatizaba el proceso de selección de los archivos vectoriales adecuados y los distribuía en grupos más manejables.

4.3.1.1 Geométricos

Como dijimos anteriormente, en este estudio llamamos “mapas geométricos” a los mapas de altitudes y de pendientes. Al igual que al resto de mapas, a éstos fueron procesados de manera ligeramente distinta en las fases primera y segunda de la investigación.

Para la primera fase, se descendieron los MDTs correspondientes a nuestras zonas de estudio, en escalas 200, 25, 05 y 01; siendo estos últimos disponibles solamente de la Comunidad Valenciana. Después se seleccionó en cada uno de ellos una zona de especial interés para nuestro estudio. Para uniformizar la información, todas las zonas tenían la misma área, aunque posteriormente se comprobó que esto no influía en el resultado. Se recortó cada porción de MDT y se generó un mapa de curvas de nivel vectoriales, cuya equidistancia era siempre la quinta parte de la escala del fragmento de MDT. Se pudo comprobar que, en esta primera fase, distintas equidistancias daban distintos resultados. También se generó un mapa de pendientes de cada una de las zonas

estudiadas, con un tamaño de píxel igual al del MDT (para no falsearlas). Las capas de curvas de nivel vectoriales fueron rasterizadas, con un tamaño de píxel 10 veces menor que el original del MDT y reducida su profundidad de bits a 4, para poder obtener una imagen con píxeles blancos y negros, que era lo necesario para hacer los cálculos de dimensión fractal. Con posterioridad se repitió el proceso con rasterizaciones a tamaños de píxel 50 veces menor que el MDT, para aumentar la precisión y comprobar si ésta afectaba a los resultados.

Para la segunda fase se unieron todos los MDT200 de la España peninsular en uno sólo, ya que se había comprobado en la anterior fase que los resultados no dependían de la escala. Se generó una capa de curvas de nivel de dicho mapa, con una equidistancia de 100 metros, y un mapa de pendientes con tamaño de píxel 200. Se separó cada curva de nivel en un archivo vectorial distinto, y se rasterizó cada uno de ellos en dos escalas: una con píxeles de 200 metros y otra con píxeles de 20 metros. A los mapas de escala 20 metros se les redujo la profundidad de bits a 4, por la razón anteriormente comentada. Los mapas de píxel 200 metros se transformaron en capas vectoriales de polígonos, en cuya tabla de atributos se escribió el área, la altitud de la curva de nivel a partir de la cual se había generado, la dimensión fractal asociada a dicha curva, y máximos, mínimos, medias y varianzas de cada mapa climático, de pendientes o estructural que generamos previamente (ver siguientes secciones).

4.3.1.2 Litológicos

Tanto para los mapas de litologías como para los mapas de fallas se utilizaron los mapas geológicos digitales disponibles en la web del SIGECO. Se descargaron todos los disponibles a fecha de diciembre de 2015, en escala 1:50000. Mediante los scripts previamente mencionados se seleccionaron los archivos vectoriales de polígonos. Se unieron todos en un mismo archivo vectorial, del cual se seleccionaron unas 80 litologías características. El resto se eliminaron, y se agruparon en un mismo polígono cada una de las litologías resultantes. Se midió el área de cada uno de los 80 polígonos y se generó en la tabla de atributos columnas correspondientes a máximos, mínimos, medias y varianzas de altitudes, pendientes, mapas climáticos y estructurales.

Por otra parte, con los archivos vectoriales originales, se hicieron recortes de cada una de las zonas de interés, las polígonos de las cuales fueron agrupados por litología y calculadas sus áreas. Se calculó finalmente el porcentaje de rocas sedimentarias, plutónicas, volcánicas y metamórficas de cada porción de mapa.

Por razones de las que se hablará más adelante, estos mapas no se utilizaron en la segunda fase.

4.3.1.3 Mapas de fallas

Para crear un mapa de densidad de fallado se utilizaron los mapas geológicos del SIGECO, pero a diferencia de los de escala 1:50000 se optó por los de escala 1:200000, ya que con los primeros la mayoría de zonas aparecían con 0 fallas. Si bien con los segundos pasaría lo mismo, eran más adecuados para generar un mapa a escala regional, que es lo que finalmente hicimos. Mediante un script semejante al que se utilizó con los mapas de litologías se separaron los archivos vectoriales de líneas. Se unieron todos en uno que contenía todas las líneas de España, y de éste se eliminaron todos los objetos que no fueran fallas. Se recortó este archivo vectorial según los bounding box (los polígonos que cubrían) cada uno de los MDT200 de España. Se calcularon perímetros (longitudes de todas las fallas) y áreas de cada uno de los recortes resultantes. Estos datos se introdujeron en un nuevo archivo vectorial de puntos, generado a partir de los centroides de los bounding box de cada provincia. Finalmente se rasterizó el archivo vectorial de puntos mediante el algoritmo de vecindad, que genera un mapa formado por polígono de Voronoi (polígonos creados uniendo las mediatrices de los segmentos que unen los puntos del archivo vectorial). Se escogió dicho algoritmo porque el resto de algoritmos de interpolación disponibles (densidad, decremento lineal, decremento inverso, kriging, etc) daban resultados poco verosímiles debido a la escasez de puntos (tan sólo 50). El mapa final fue el que se utilizó posteriormente para crear estadísticas tanto en la fase primera como en la segunda.

4.3.1.4 Climáticos

Para los mapas climáticos se utilizaron los datos de pluviometría disponibles en el AEMET. Éstos se podían descargar en formato *Excel*. Seleccionamos los datos de pluviometría anual media de cada estación meteorológica desde 1981 hasta 2010, sumando las pluviometrías mensuales. Creamos una segunda tabla con estos datos, que introdujimos en el software de tratamiento de mapas para generar un archivo vectorial de puntos con las pluviometrías medias anuales. El archivo vectorial se rasterizó mediante el algoritmo de decremento lineal, que es el que habitualmente se utiliza para este tipo de datos. Las estadísticas se crearon utilizando este mapa y otro generado a partir de él, de pendientes, que representa el gradiente climático, o cuán rápido cambian las condiciones de pluviometría media anual cuando te mueves por el mapa de España. Sin embargo, este último se descartó por proporcionar datos demasiado sesgados.

4.3.1.5 Sísmicos

En el caso de los mapas de peligrosidad sísmica hicimos uso de los datos disponibles en la web del CNIG. Éstos vienen en formato *kmz* (un formato comprimido utilizado para *GoogleEarth*) y tienen la opción de añadir los datos referentes a terremotos desde 1340 hasta 2016. Ya que el formato *kmz* es un formato comprimido, lo primero que hicimos fue convertirlo en *kml*, que es legible por nuestro software de tratamiento de mapas. Para ello utilizamos un programa disponible para *Linux* de conversión de formatos para GPS (enumeraremos las aplicaciones necesitadas en los anexos). Una vez en el programa de mapeo, lo primero era transformar las coordenadas del *kml* para que se ajustaran a las del resto de mapas mediante una reproyección. Guardamos el resultado como un archivos vectoriales de puntos, y eliminamos todas las columnas de su tabla de atributos excepto la de magnitud del terremoto. Por último los convertimos en una imagen susceptible de ser utilizada como mapa (rasterizar a partir de ahora) mediante el algoritmo de densidad kernel (que tiene en cuenta tanto los valores de magnitud como la densidad de puntos de cada zona y luego los normaliza mediante una campana de Gauss). Este mapa es a partir del cual generamos las estadísticas de sismicidad tanto en la fase primera como en la segunda.

4.3.2 Análisis multifractal

Para poder calcular la dimensión fractal de un objeto plano necesitábamos una imagen que contuviese únicamente píxeles blancos y negros. Realmente el software calcula la dimensión fractal del objeto pintado de negro, así que a la hora de sacar conclusiones había que tener en cuenta qué es lo que habíamos introducido en el programa exactamente. Todas las imágenes de profundidad de 4 bits (o sea, con píxeles blancos o negros únicamente) creados a partir de los mapas geométricos se analizaron mediante este software, el cual ejecutó el algoritmo *Counting Box* sobre ellos para averiguar la dimensión de los cuerpos.

Estos resultados se reunieron en hojas de cálculo para su posterior tratamiento estadístico. Los resultados con coeficientes de bondad (más adelante R^2) bajos o con cantidades de datos de entrada insuficientes se descartaron. Se pueden consultar dichos resultados en los anexos.

4.3.3 Tratamiento estadístico

Todos los mapas, así como los datos obtenidos mediante el cálculo de dimensión fractal se procesaron en archivos vectoriales de polígonos. En la primera fase estos archivos vectoriales eran los de litologías, ya que eran los únicos datos que no podían parametrizarse (es decir, eran cualitativos). Mediante estadísticas en el plano se buscaron correlaciones entre los distintos conceptos referidos a los factores tradicionales de modelado del terreno. El mapa de litologías regional se utilizó para, en caso de encontrar una correlación buena del clima, estructura o geometría con la dimensión fractal, utilizar este dato (el que mejor correlación diera) para ver si determinados valores del dato (y, por tanto, diferentes dimensiones fractales) se correspondían con litologías concretas.

Por razones que se detallarán en el apartado de limitaciones, se decidió hacer una segunda fase. En ésta, el archivos vectoriales de polígonos en el cual se realizaron las estadísticas fue el generado a partir de las curvas de nivel de la España peninsular. Debido a la gran cantidad de polígonos de este archivo vectorial (alrededor de 950000), para hacer más manejables los datos se hizo las siguientes transformaciones. Se unieron

todos los datos de cada curva de nivel en uno solo, dando como resultado una tabla de tan sólo 35 filas. Concretamente se hicieron los siguientes cálculos:

- Para los mínimos el valor de la curva es el mínimo de todos ellos.
- Para los máximos, análogamente, el valor de la curva es el máximo de todos.
- Para las medias, el valor de la curva es la media ponderada, teniendo en cuenta las áreas de cada polígono, de cada una de las medias.
- Para las varianzas se hizo la misma transformación que con las medias, pues su cálculo es similar (es un valor que se divide entre el número de datos).

Estas transformaciones dieron como resultado una tabla con 35 filas y una columna de identificación de la curva, dimensión fractal asociada y mínimos, máximos, medias y varianzas de altitudes, pendientes, pluviometría, gradiente pluviométrico, densidad de fallado y peligrosidad sísmica, similar a la de la primera fase, pero con la diferencia de que la dimensión fractal se había calculado sobre distintos objetos.

Se representaron los datos gráficamente y se trataron de ajustar los más representativos (elegidos teniendo en cuenta las varianzas) mediante regresiones lineales, polinómicas, exponenciales, logarítmicas, hiperbólicas o potenciales.

4.3.4 Creación de un mapa de dimensiones

Finalmente, en los caso en que había una buena correlación de los parámetros de entrada con la dimensión fractal, se creó un mapa derivado del de dicho parámetro, mediante la calculadora de mapas de nuestro software de mapeo. Hubo buenas correlaciones tanto en la fase primera como en la segunda, así que se crearon dos mapas independientes. En el apartado de conclusiones se analizará el significado de cada uno de ellos.

4.4 Cronograma

A continuación mostramos un cronograma que refleja un resumen de todos los pasos de los que hemos hablado previamente, así como de los posteriores.

	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Establecimiento del tema	█							
Elegir zonas	█	█						
Recogida de datos digitales y bibliográficos	█	█	█					
Recogida de datos de campo		█						
Procesamiento de datos		█	█					
Cálculo estadístico			█	█	█			
Interpretación de resultados				█	█			
Ampliación de resultados (2ª fase)				█	█	█		
Redacción/presentación					█	█	█	█

Tabla 3: Cronograma de trabajo a lo largo del curso 2015/2016.

5 Resultados

A continuación hablaremos de los resultados de nuestra investigación. La mayoría de ellos serán gráficos, en los anexos se los podrá ver en tamaño A4 los mapas asociados a ellos. Diferenciaremos entre resultados de la primera fase y de la segunda fase, ya que no se consiguieron mediante el mismo algoritmo, y ello tiene implicaciones a la hora de sacar conclusiones. La principal diferencia entre ambas fases es que en la primera se

calculó la dimensión fractal de cada mapa de curvas de nivel como un todo, sin diferenciar las distintas curvas; mientras que en la segunda se hizo cálculo sobre cada curva de nivel de la Península Ibérica, con una equidistancia de 100 metros.

5.1 De la primera fase

De todos los datos cualitativos que se tuvieron en cuenta en esta fase, el que mejor correlación dio con la dimensión fractal fue la pendiente.

Debido a su R^2 de más de 0,99, se utilizó la pendiente posteriormente para intentar encontrar correlaciones con el resto de parámetros, mediante la fórmula de ajuste potencial.

No conseguimos buenos resultados con las litologías, ni en precipitaciones.

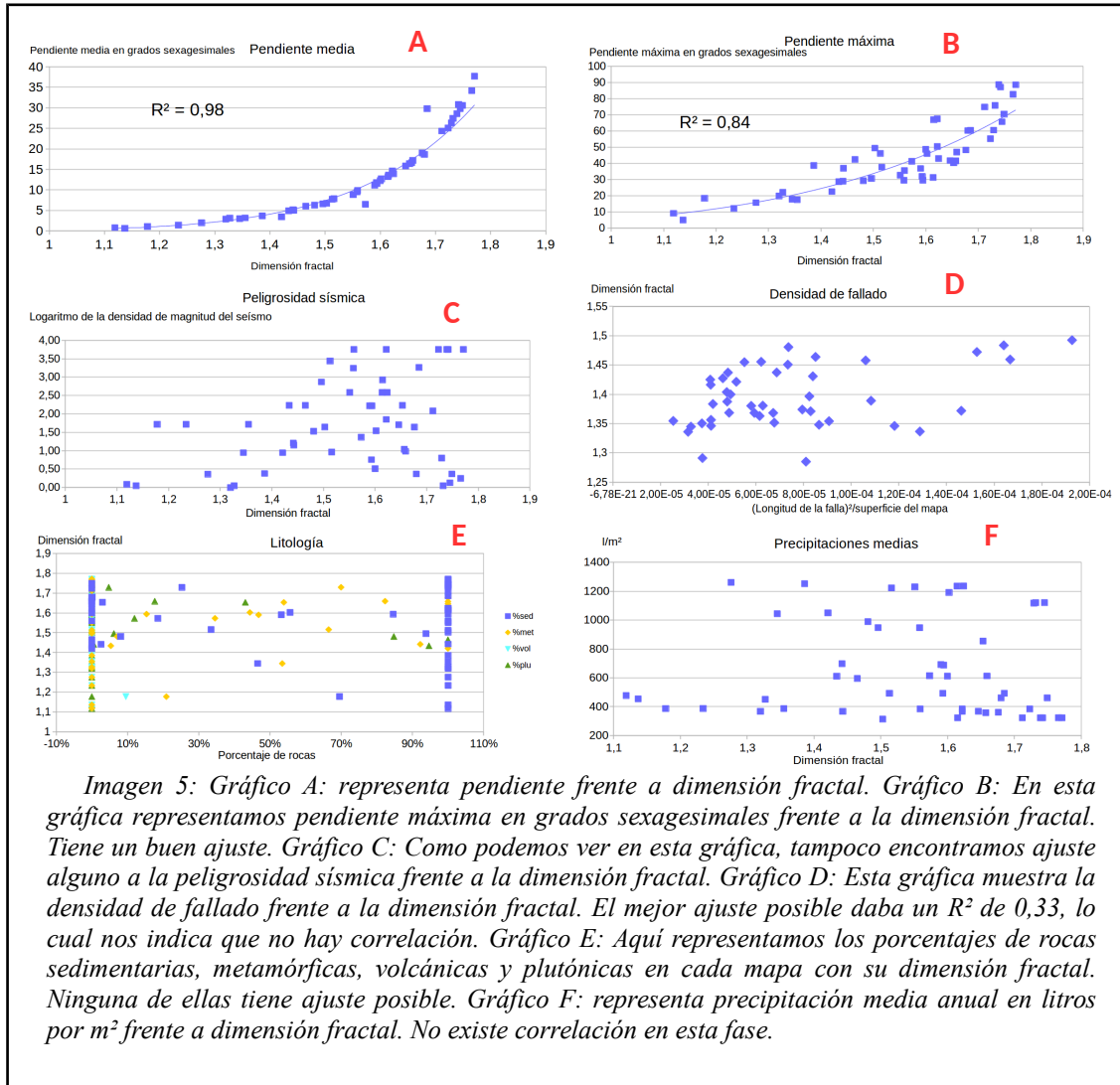
Las unidades del mapa de peligrosidad sísmica, y por lo tanto también las de la gráfica son arbitrarias. El mapa se generó sumando en cada punto las magnitudes de los terremotos que estaban dentro de un radio de 50 Km. De esta manera se tuvo en cuenta tanto las magnitudes de los terremotos como la frecuencia con la que ha habido terremotos en cada área. Luego se calculó sobre estos valores el logaritmo en base 10.

Las unidades de densidad de fallado son adimensionales. Se generaron dividiendo la longitud de todas las fallas de una zona, al cuadrado, por el área de dicha zona.

Después de analizar todos los gráficos, y al darnos cuenta de que el que mejor ajuste tenía era el de pendiente, generamos a partir del mapa de pendientes un mapa de dimensión fractal. Éste no debe confundirse con el que generamos en la segunda fase, para el cual se utilizó un algoritmo distinto. Ambos pueden consultarse en los anexos.

5.1.1 Gráficos

La imagen 5 agrupa todos los gráficos de esta fase, numerados de la A a la F.



5.2 De la segunda fase

La principal diferencia entre los algoritmos utilizados en la primera fase y los de la segunda fue que en la primera se introducía en el software de cálculo de dimensión fractal una imagen con todas las curvas de nivel de una determinada zona. Ya que el software interpretaba una mayor cantidad de píxeles negros como una mayor dimensión fractal (lo cual es cierto), aquellos mapas con mayor pendiente tendían a dar mayores dimensiones fractales. Para saber si esto era debido a una falacia matemática o no, decidimos hacer una segunda fase utilizando imágenes tan sólo con una curva de nivel cada una. Esto nos dio una dimensión fractal asociada a cada curva, o sea, a la altitud. Gracias al teorema que relaciona la dimensión fractal de una curva con su equivalente bidimensional (Silvetti y Delrieux, 2008), generamos un mapa de dimensión de la superficie del terreno. Estos son los resultados de la segunda fase (imagen 6).

5.2.1 Gráficos

Hablaremos aquí de los gráficos de la página 29.

- Gráfico G: Altitud frente a dimensión fractal. En esta fase es el conjunto de datos con mejor correlación. Encontramos una curva que ajustaba aún mejor, un polinomio de grado 8, pero lo descartamos por no tener suficientes puntos como para ajustar bien. Esta correlación fue la utilizada para generar el segundo mapa de dimensiones fractales.
- Gráfico H: Aquí se muestra la pendiente, frente a la dimensión fractal. La pendiente en esta fase obtuvo un ajuste mucho peor, pero existente. Adjuntamos las varianzas para mostrar que los últimos datos pudieran no tenerse en cuenta debido a su distribución.
- Gráfico I: Aquí se puede ver la relación entre pendiente máxima en Gran Canaria frente a dimensión fractal. En lugares concretos la correlación aumenta, pero sólo asumiendo que la pendiente 0 da dimensión fractal 1, tal como muestra este gráfico.
- Gráfico J: En esta fase, las precipitaciones anuales medias tampoco dieron una correlación clara. Su calidad de previsión es prácticamente nula.

- Gráfico K: Sin embargo, en el factor del relieve estructural, referido a la peligrosidad sísmica, sí conseguimos un ajuste medianamente aceptable.
- Gráfico L: Aquí tampoco obtuvimos un buen ajuste con las fallas.
- Gráfico M: Sin embargo, para nuestra sorpresa, el gradiente máximo de precipitación anual (es decir, el valor del lugar donde más rápidamente cambia el clima según te mueves por el mapa), sí nos dio una buena correlación. Detectamos tres poblaciones distintas, de las cuales hablaremos a continuación. Por separado dieron ajustes aún mejores. Una posible explicación daremos en la sección de discusión.
- Gráfico N: Aquí mostramos la misma gráfica, sólo que se han tomado valores recíprocos. El ajuste es mejor que en el anterior.
- Gráfico O: Esta gráfica representa la población enmarcada en la elipse roja de la anterior gráfica. Corresponde con las altitudes de las grandes cordilleras de España, de 1500 a 2400 metros de altitud.
- Gráfico P: A su vez esta gráfica representa la población de la elipse verde, correspondiente a las altitudes comprendidas entre 400 y 1100 metros (las mesetas).
- Gráfico Q: Por último esta gráfica representa la tercera población, o sea, el resto de dimensiones fractales asociadas a las altitudes de costa, picos intermedios y alta montaña (0-300, 1200-1400, 2500-3300 metros de altitud). Para encontrar este ajuste calculamos el recíproco de cada punto (es decir, $1/x$) pues intuimos que el mejor ajuste era hiperbólico y nuestro software estadístico no lo generaba directamente.

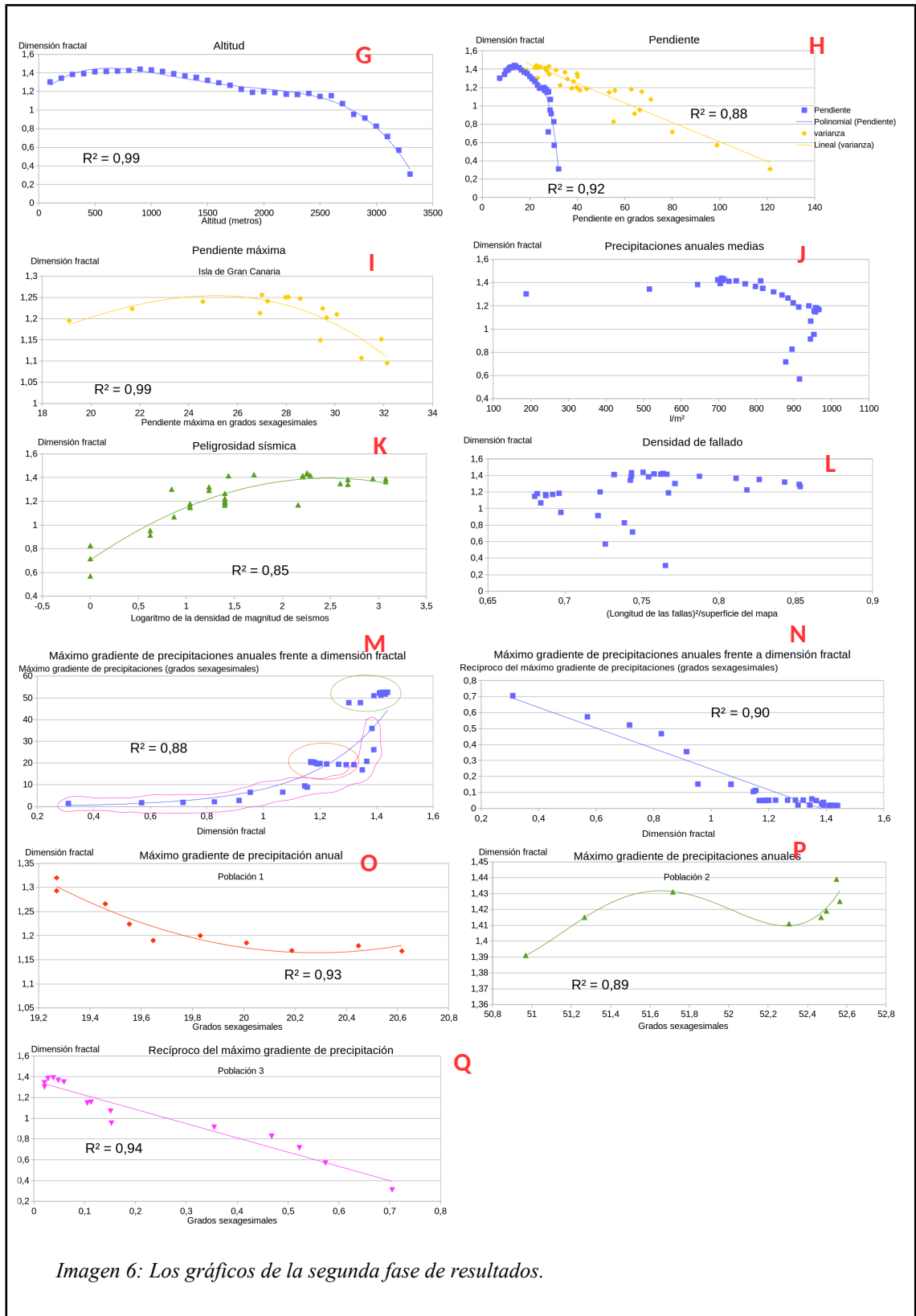


Imagen 6: Los gráficos de la segunda fase de resultados.

5.3 Resumen de resultados

Dado el gran volumen de resultados, haremos un resumen para clarificar los mismos.

- ◆ Durante la primera fase la mejor correlación con la dimensión fractal es la de la pendiente, con un $R^2 > 0,99$.
- ◆ Durante la segunda fase sin embargo hay buenas correlaciones con la dimensión fractal en altitudes y precipitación máxima, así como peligrosidad sísmica.
- ◆ La densidad de fallado no ha tenido un buen ajuste en ninguna fase, como tampoco lo ha tenido el gradiente climático ni la litología.
- ◆ Los mapas de dimensiones fractales resultantes de las fases 1 y 2 son semejantes pero no exactamente iguales.

Fase	Factor	Variable	R ²	Tipo	Función
1	Pendiente	Media	+0,99	Potencial	$D=1,13 p^{0,112}$
		Máxima	0,84	Potencial	$D=0,703x^{0,215}$
	Litología	%	-	-	-
	Precipitación	Media	-	-	-
	Sismicidad	Media	-	-	-
	Fallas	Densidad	-	-	-
2	Altitud	Media	0,99	Polinómica	$D=-1,02 \cdot 10^{-13} a^4 + 6,42 \cdot 10^{-10} a^3 - 1,42 \cdot 10^{-6} a^2 + 1,11 \cdot 10^{-3} a + 1,16$
	Pendiente	Media	0,92	Polinómica	$D=-2,30 \cdot 10^{-5} p^4 + 1,65 \cdot 10^{-3} p^3 - 4,40 \cdot 10^{-2} p^2 + 0,501 p - 0,632$
		Varianza	0,88	Lineal	$D=-1,06 \cdot 10^{-2} p + 1,67$
		Máxima ⁶	0,99 ⁷	Polinómica	$D=-7,86 \cdot 10^{-5} p^3 + 3,54 \cdot 10^{-3} p^2 - 2,92 \cdot 10^{-2} p + 1$
	Fallas	Media	-	-	-
	Sismicidad	Media	0,85	Polinómica	$D=-0,112 s^2 + 0,557 s + 0,705$
	Precipitación	Media	-	-	-
	Gradiente precipitación	Máximo	0,88	Exponencial	$0,166 e^{3,88 x}$
			0,90	Hiperbólica	$D = \frac{1}{-0,645 g + 0,891}$
			0,93	Polinómica ⁸	$D = 0,135 g^2 - 5,46 g + 56,5$
0,89			Polinómica ⁹	$D = 0,109 g^4 - 22,5 g^3 + 1740 g^2 - 60000 g + 773000$	
0,94			Hiperbólica ¹⁰	$D = \frac{1}{-1,37 g + 1,36}$	

Tabla 4: Resumen de resultados.

6 En la isla de Gran Canaria.

7 Forzando la función a pasar por el punto (0,1).

8 Población 1.

9 Población 2.

10 Población 3.

6 Discusión

Al igual que con los resultados, diferenciaremos la discusión de lo obtenido en las fases primera y segunda.

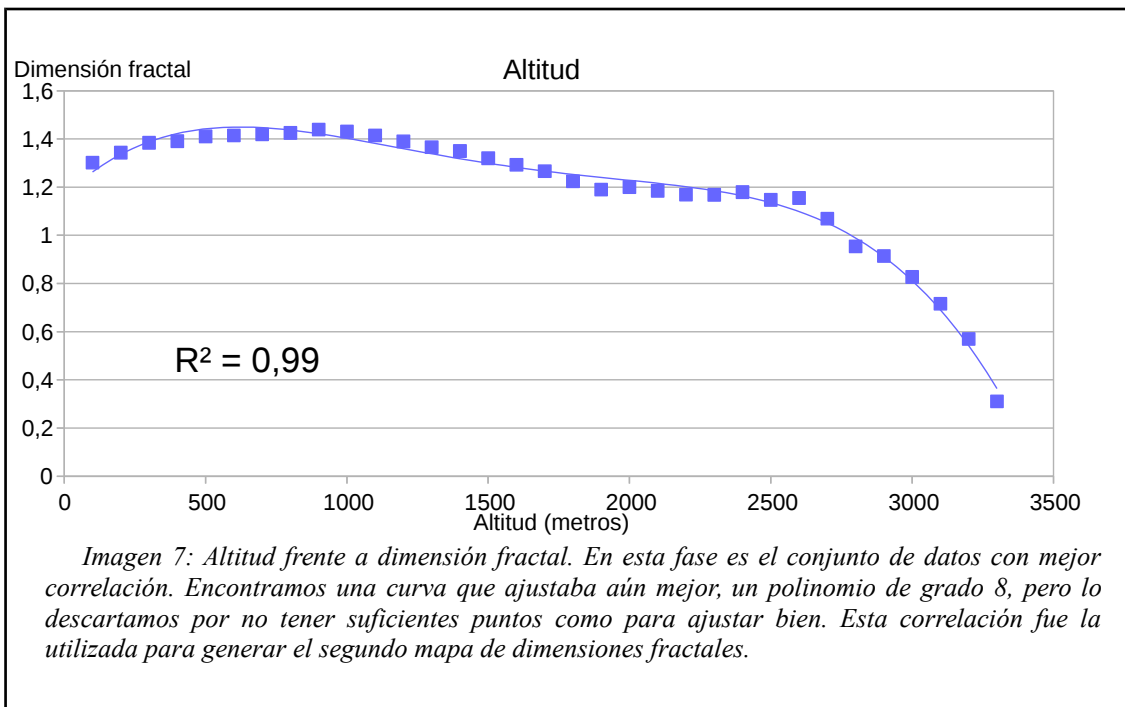
6.1 Fase primera

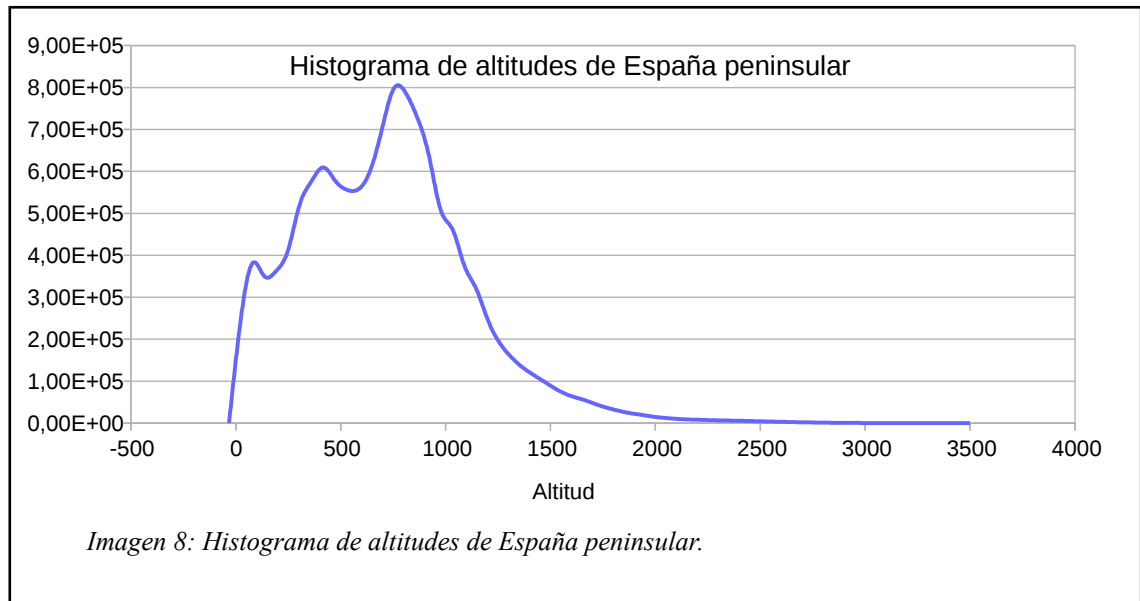
Todos los mapas excepto el de densidad de fallado han dado mejores o peores resultados, mientras que éste no ha dado resultado alguno. Esto puede deberse a la poca cantidad de datos referentes a fallas con los que trabajamos, o bien a la diferencia de precisión entre mapas. Las litologías tampoco han dado buenos resultados. Esto puede deberse a que una misma litología (por ejemplo, un carbonato) puede estar en distintas formas en el campo, sin ser reflejado en el mapa geológico. Por ejemplo, puede estar laminada, meteorizada, diaclasada, karstificada, o tener gran cantidad de fósiles, así como una granulometría con una gran variabilidad espacial. Además, distintas humedades, vegetación suprayacente, cohesiones, o grado de antropización, afectan gravemente a la Geomorfología, siendo esto tampoco generalmente reflejado. La poca correlación del gradiente climático puede deberse a su vez a que el algoritmo utilizado para generar este mapa añadía gran cantidad de ruido al mismo, dando máximos de 17000, cuando no puede existir un número mayor de 90 (ángulo recto).

La pendiente ha sido el parámetro que mejor ajuste ha tenido. Como explicaremos en el apartado de limitaciones, un ajuste tan bueno es sospechoso. Por tanto pensamos que este ajuste tan bueno responde más a una mala interpretación de los resultados de dimensión fractal antes que con una correlación real. Por tanto interpretamos este resultado como algo meramente matemático, sin relación con la Geomorfología. Además, la diferencia con el resultado de la segunda fase, así como la nula correlación entre litología y dimensión, mientras que algunas rocas sí se situaban en pendientes máximas preferenciales, apoya esta hipótesis.

6.2 Fase segunda

Los mejores resultados en la segunda fase corresponden a peligrosidad sísmica, altitudes y gradiente máximo de precipitación. Interpretamos la correlación con las altitudes como un ajuste realista, pero restringido a la zona de estudio. Si este trabajo se hubiera hecho en otro área, como por ejemplo Francia, creemos que, si bien hubiera habido un ajuste bueno, la curva de regresión hubiera sido distinta. Además, pensamos que el ajuste será peor cuanto más extensa sea el área, debido a debilidades intrínsecas del algoritmo de cálculo de dimensión fractal que expondremos en la sección de limitaciones. También intentamos averiguar si la forma del gráfico de altitudes frente a dimensión fractal tenía relación con el histograma imágenes 7 y 8.





Es curioso, no obstante, que la peligrosidad sísmica haya dado mejor correlación que la densidad de fallado. Nuestra interpretación es que los terremotos influyen tal como hemos comprobado, pero dado que las fallas están asociadas a terremotos, la falta de correlación de éstas se debe más bien a falta de datos.

Por último la correlación en precipitación máxima requiere una mayor reflexión. Es lógico que el gradiente máximo precipitación dé mejor ajuste que la media, debido a que son los episodios violentos los que efectivamente se consideran culpables del relieve climático tradicionalmente (Pedraza Gilsanz, 1996). La existencia de tres poblaciones con ajustes tan buenos, pero tan diferentes puede deberse al efecto en el relieve de las llamadas barreras orogénicas. Hemos interpretado la población de altitudes de 1500 a 2400 metros como cordilleras con una geometría general lineal (Béticas y Pirineos principalmente), lo cual les asignaría comportamiento de barrera climática. La población correspondiente a la meseta carece de este comportamiento, es llana en su mayoría. Por último, la tercera población es la más difícil de interpretar. Si bien forman todos los puntos parte de esta población, tal como se puede deducir de su muy buen ajuste, corresponden a lugares totalmente distintos: las cumbres de alta montaña y los valles y costas. Interpretamos esta última población como el resultado de: por una parte la cercanía al mar aumenta la humedad, lo que propicia las precipitaciones y modela el relieve, y por otra parte, los picos aislados de las grandes cordilleras pueden alcanzar una humedad similar gracias al efecto barrera de cotas inferiores que hace

pasar las nubes por los collados entre las cumbres. Todo esto da como resultado un comportamiento fractal similar, y por tanto a una misma población.

6.3 Limitaciones

Si bien en el apartado de discusión y conclusiones hablaremos de la interpretación de los resultados, o sea, de *qué* pueden significar, ahora vamos a hablar de *qué no* pueden significar. Por errores en la recogida o procesamiento de datos, o por las características intrínsecas de los algoritmos utilizados, hay una serie de conclusiones a las que nunca se van a poder llegar dados los datos y procesos nombrados. Aquí enumeraremos algunos de los más importantes.

6.3.1 En la recolección de datos

Los datos de que disponemos en este trabajo son limitados y de muy variadas fuentes. Por ejemplo, mientras que el mapa de riesgo geológico se realizó a partir de los datos de más de 100000 terremotos, el mapa de fallas contaba con tan sólo 50 puntos. Las precisiones son muy distintas.

Hay mapas con píxeles de tamaño desde 1 m² hasta 4 Km², y ninguno de ellos tiene (ni nunca podrá tener) precisión infinita, que sería lo ideal para hacer cálculos de dimensión fractal exactos. Por otra parte, los mapas están restringidos a la franja temporal en la cual sus datos fueron recogidos, así como a la tecnología del momento de registro.

Los mapas geológicos no son totalmente exactos, y las fallas que se encuentran en ellos no son todas las que existen, e incluso alguna puede estar mal representada.

Los datos de terremotos reflejan seísmos desde 1340 hasta la actualidad, pero todos los primeros están inferidos por textos históricos, y conforme van acercándose a la actualidad, aumenta el número de entradas, al haber aumentado la precisión de los sismógrafos. Esto se puede comprobar claramente al ver que la mayor concentración de terremotos según el mapa está localizada y aislada sobre la isla de El Hierro, debido a la reciente actividad volcánica de la zona.

Por último los datos climáticos reflejan las precipitaciones desde 1981 hasta 2010. Se sabe que en España hay relieves de origen climático que se formaron en el Pleistoceno (los accidentes geográficos creados durante la última glaciación). Por tanto, asumir que los datos de 31 años, de finales del siglo XX y principios del XXI, son representativos, quizá no sea correcto.

6.3.2 De las herramientas matemáticas

Hay un problema importante a la hora de hacer análisis multifractal sobre una imagen que trata de representar la realidad. Éste tiene que ver con el hecho de que la superficie del terreno, en caso de ser un objeto con dimensión fractal, es un multifractal cuasi-aleatorio. Cuasi-aleatorio porque si bien la distribución de los relieves no responde estrictamente al azar (o al menos no desde el punto de vista macroscópico), las propiedades del terreno y/u objetos suprayacentes son tan complejas, numerosas y variadas que simplemente medir la altitud en cada punto es, desde el punto de vista de eficiencia algorítmica, mejor que intentar representar una función que genere exactamente esos puntos, la cual por otra parte no tenemos la seguridad de que exista.

Multifractal porque hemos comprobado que, usemos el algoritmo que usemos, la dimensión fractal no es constante en el espacio, que es precisamente la definición de multifractal.

Esto nos lleva a un nuevo problema. El algoritmo box counting calcula la dimensión fractal media de una zona. Cuanto más ajustada esté la recta de regresión, menos variabilidad espacial tendrá este parámetro. El ajuste a la recta será más exacto cuantos más puntos haya, pero también los puntos estarán más dispersos. Esto significa que tenemos el dilema de escoger una medición más exacta (con más cifras significativas y más representativa) pero con una varianza mayor, o una medida menos distribuida con una precisión menor. No existe la solución ideal, porque los fractales no pueden ser objeto de cálculo infinitesimal, Además, si aumentamos infinitamente un área para estudiar la dimensión en un punto, obtendremos un 0, que es la dimensión de un punto.

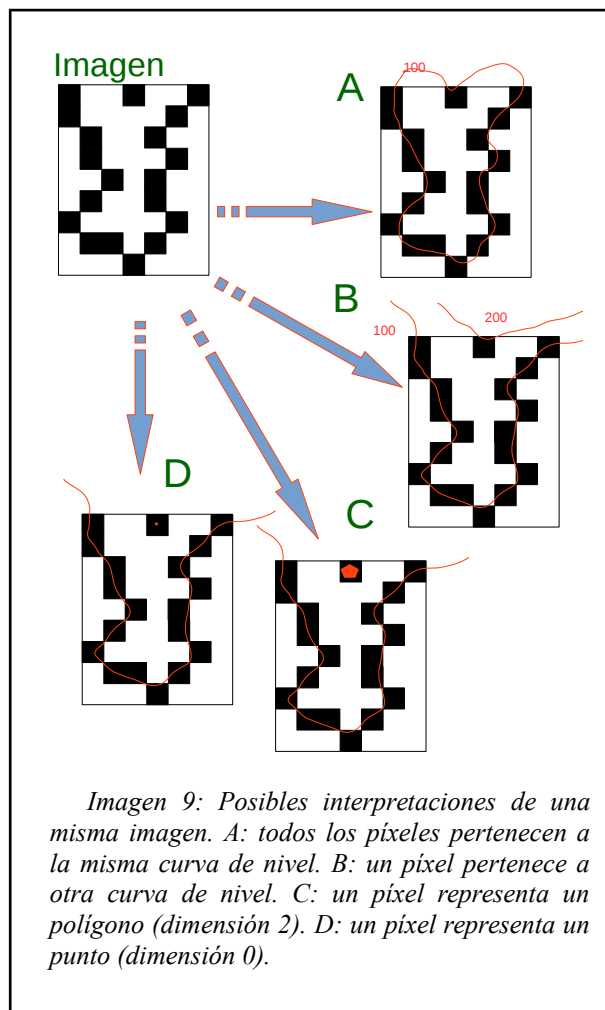
El anterior problema introduce un error intrínseco cuando pasamos a la siguiente fase, que es la de buscar correlaciones. Primero, nosotros hemos intentado encontrar ajustes lineales, polinómicos, exponenciales, logarítmicos, hiperbólicos y potenciales,

porque son las opciones que nos permite nuestro software, pero hay más tipos de ajustes que no se han buscado y pudieran dar mejores resultados (por ejemplo, un ajuste algebraico con exponentes decimales). Por otra parte, tenemos unos conjuntos de datos parcialmente sesgados a los cuales hemos aplicado un algoritmo que no puede ser exacto del todo. ¿Qué pasa si obtenemos correlaciones con R^2 muy buenos? Seguramente estos ajustes tan buenos se deban a relaciones intrínsecas entre los algoritmos utilizados (por ejemplo, el algoritmo de cálculo de pendientes y el de box counting), más que a relaciones reales entre los procesos estudiados. Por lo tanto, en este trabajo hemos tratado a las correlaciones muy buenas más como un resultado de índole matemática que geomorfológica.

6.3.3 De las herramientas informáticas

Los resultados están restringidos en última instancia al hardware y software utilizado. Una máquina más potente daría resultados más ajustados a la realidad, y hay que encontrar los mejores resultados posibles con el hardware de que disponemos. Estas restricciones pueden ser parcialmente solucionadas mediante un uso más optimizado de los algoritmos.

Los programas también tienen sus limitaciones. El software de cálculo de dimensión fractal asume que el objeto que mide puede ser un fractal, y por tanto intenta calcular la dimensión que tendría en ese caso. Matemáticamente hablando, el algoritmo box counting puede repetirse en tantas escalas como se desee, pero cuando se trabaja con



una imagen finita, las escalas están acotadas por el tamaño de la imagen. Una vez aumentas el zoom hasta que un píxel llena más de un cuadrado, no puedes obtener información adicional. Y lo que es peor (ver imagen 23), el software puede interpretar ese píxel como un punto (de dimensión 0), cuando en realidad puede ser un objeto de dimensión entre 0 y 2, sólo que ocupa menos espacio que un píxel. El análisis multifractal queda de nuevo limitado.

7 Conclusiones

Concluimos el presente trabajo con las siguientes afirmaciones:

1. Existe relación entre los factores tradicionales de modelado del terreno y la dimensión fractal del mismo.
2. Esta relación, por su complejidad, requiere de estudios profundos y con gran cantidad de datos precisos.
3. Matemáticamente la forma del terreno se ajusta más a un multifractal cuasi-aleatorio que a cualquier otro objeto geométrico.
4. Podemos decir que, de acuerdo con los resultados obtenidos, el factor del relieve que más afecta a la superficie geomórfica es el clima, al menos en España.

8 Conclusions

We finish this work with the following affirmations:

1. *Exists a relationship between the traditional relief factors and fractal dimension of the land itself.*
2. *This relationship, due its complexity, requires deep studies and a great amount of accurate data sets.*
3. *Mathematically, the shape of the land is more adjusted to a quasi-random multifractal than to another geometrical object.*
4. *We can say, according to the obtained results, the relief factor which affects the geomorphical surface more drastically is the weather, at least in Spain.*

9 Consideraciones finales

Aquí propondremos posibles aplicaciones de este trabajo, y sugeriremos cómo continuar la investigación en un futuro próximo.

9.1 Posibles aplicaciones

En un futuro próximo habrá datos más fiables, precisos y abundantes. Se utilizarán algoritmos más eficientes, el primero de los cuales propondremos en el apartado de trabajos futuros. Gracias a todo esto, se podrá encontrar relaciones más exactas y predictivas, lo cual podrá hacer posible, con un simple mapa de elevaciones, averiguar qué régimen climático, tectónico y qué rocas hay en la superficie sin tener que visitarla in situ, al menos en líneas generales. Esto tiene aplicaciones en exploraciones preliminares de lugares remotos o de difícil acceso, o incluso, utilizando parámetros de corrección por gravedad, presión atmosférica y condiciones químicas, para ubicaciones localizadas en otros planetas, satélites o asteroides.

9.2 Trabajos futuros

Para poder obtener un mapa de dimensión fractal más preciso, proponemos el siguiente algoritmo, que es susceptible de ser utilizado sobre cualquier superficie (no sólo sobre áreas locales como Comunidad Valenciana o España).

Creación de un mapa, con las mismas dimensiones y escala que un MDT previo, cuyo valor en cada punto se consiga de la siguiente manera:

1. Crear una zona de estudio en torno a cada punto, con forma de cuadrado de 99 píxeles de lado, con el punto en el píxel central. Que sean 99 es algo completamente arbitrario, se utilizarán otros valores para ver cuál es el más adecuado.
2. Las zonas que corten bordes, se descartarán, ya que de no hacerlo darán valores anómalos.

3. Generar 8 líneas cuyo punto de corte sea el punto de estudio, separadas por $22,5^\circ$ entre sí.
4. Generar los perfiles topográficos a partir de las líneas del paso 3, las curvas resultado se rasterizarán y transformarán en una imagen de 4 bits.
5. A cada una de las 8 imágenes resultantes aplicarles el algoritmo de *box counting*. No descartaremos valores mal ajustados ya que estos errores se contrarrestarán por el hecho de hacer una serie de cálculos por cada punto central. Hallar la media geométrica de los valores resultantes. La varianza de estos valores determinarán si el área inicial de estudio, de 99×99 píxeles era adecuada o no. En el caso de que sean varias las varianzas grandes, reducir el cuadrado a la mitad tanto en la horizontal como en la vertical. Repetir el proceso hasta conseguir unas buenas varianzas (el valor exacto a partir del cual se considerará “buena” una varianza será arbitrario, pero nunca mayor que el cuadrado de la semi-diferencia entre mínimo y máximo). Cuando las medias sean representativas, sumar a este valor 1 y asignar la cantidad resultante al píxel de estudio.
6. Repetir el algoritmo sobre todos los puntos del mapa.
7. El resultado final será un mapa de dimensión fractal de la superficie del terreno mucho más realista que cualquiera de los que hemos generado hasta ahora, que podrá ser relacionado de manera mucho más apropiada con mapas estructurales, climáticos y litológicos detallados.

Es evidente que para aplicar este algoritmo será necesario un hardware potente, del cual no disponemos en la actualidad, pero proponemos a otros equipos o investigadores mejor preparados que lo utilicen. Asimismo recomendamos para su ejecución el uso de modelos, que la mayoría de software de tratamiento de mapas permite.

10 Fuentes consultadas

Enumeraremos tanto los documentos consultados para crear el trabajo (referencias bibliográficas) como las fuentes de datos digitales utilizados en el mismo.

10.1 Referencias bibliográficas

- Falconer, K., 2003. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, 2^a ed. John Wiley & Sons.
- Mandelbrot, B., 1967. How long is the coast of Britain? *Science* 156, 636-638.
- Myint, S.W., Lam, N., 2005. A study of lacunarity-based texture analysis approaches to improve urban image classification. *Computers, Environment and Urban Systems*.
- Paredes Bartolomé, C., 1995. Aplicación de la geometría fractal en las ciencias de la Tierra. Universidad Politécnica de Madrid.
- Pedraza Gilsanz, J., 1996. *Geomorfología: principios, métodos y aplicaciones*. Rueda, Madrid.
- Quintero Delgado, O.Y., Ruiz Delgado, J., 2011. Estimación del exponente de Hurst y la dimensión fractal de una superficie topográfica a través de la extracción de perfiles. *Geomática UD.GEO* 84-91.
- Silvetti, A., Delrieux, C., 2008. Segmentación en Imágenes 3D utilizando Dimensión Fractal de Autocorrelación Local. Presentado en XIV Congreso Argentino de Ciencias de la Computación, Red de Universidades con Carreras en Informática (RedUNCI), p. 12.

10.2 Fuentes de datos

- Instituto Geográfico Nacional: MDT200 (todos)
- Instituto Geográfico Nacional: MDT25 (118B, 148, 145, 149, 149B, 302, 302B, 48, 156, 87, 62, 1103, 1104, 1107, 1103, 1106, 259, 508, 650, 1013, 194, 871, 785)
- Instituto Geográfico Nacional : MDT05 (118B, 148, 145, 149, 149B, 302, 302B, 48, 156, 87, 62, 1103, 1104, 1107, 1103, 1106, 259, 508, 650, 1013, 194, 871, 785)
- TerraSIT: MDT01 (Alcoi, Cofrentes, Petrer, San Vicent del Raspeig)
- Agencia Estatal de Meteorología : Datos de precipitaciones entre los años 1981 y 2010
- GEODE. Mapa Geológico Digital continuo de España [en línea]. Sistema de Información Geológica Continua: SIGECO. IGME. Editor: J. Navas [Fecha de consulta 01/12/2015]. Disponible en: <http://cuarzo.igme.es/sigeco/default.htm>

10.3 Índice de figuras y autoría de las mismas

Imagen 1.....	7
Imagen 2.....	8
Imagen 3.....	15
Imagen 4.....	17
Imagen 5.....	26
Imagen 6.....	29
Imagen 7.....	32
Imagen 8.....	33
Imagen 9.....	36
Imagen 10.....	44
Imagen 11.....	45
Imagen 12.....	46
Imagen 13.....	47
Imagen 14.....	48
Imagen 15.....	49
Imagen 16.....	50
Imagen 17.....	51
Imagen 18.....	52

Todas las figuras son propias del autor a excepción de las siguientes:

Imagen 1: <http://planetside.co.uk/galleries/terrigen-gallery>, visitada 30/03/2016 a las 17:00.

Imagen 3: https://geniincomprese.files.wordpress.com/2011/03/curva_di_koch_post_operazione.jpg, consultada a las 17:00 el 26/04/2016.

Imagen 4: <https://web4.wzw.tum.de/ane/dimensions/boxdim.gif> accedido el 26/04/2016 a las 18:45. La gráfica incorporada es nuestra.

11 Índice de tablas

Tabla 1: Contextos a escala regional de cada zona de estudio.....	11
Tabla 2: Contextos a escala local de cada zona de estudio.....	12
Tabla 3: Cronograma de trabajo a lo largo del curso 2015/2016.....	24
Tabla 4: Resumen de resultados.....	30
Tabla 5: Resultados de dimensión fractal de cada área de estudio de la primera fase en distintas escalas.....	53
Tabla 6: Resultados de dimensión fractal en cada curva de nivel durante la segunda fase.....	54

12 Software utilizado

Para el presente trabajo hemos utilizado las siguientes aplicaciones, todas ellas software libre.

- *Fractalyse* 2.4
- *Gimp* 2.8.10
- *Gnumeric* 6.2.1.6014 (beta)
- *GpsPrune* 15.1
- *GVSig* 2.2.0
- *KolourPaint* 4.13.1
- *LibreOffice Base* 4.2.8.2
- *LibreOffice Calc* 4.2.8.2
- *LibreOffice Writer* 4.2.8.2
- *QGIS* 2.8.1-Wien
- *Xaos* 3.5
- *yEd* 3.14.4
- *Zotero* 4.0.29.2

13 Anexos

Aquí mostraremos detalladamente los resultados del trabajo.

13.1 Programas propios

Todos los programas se escribieron en el lenguaje *Shell Script* de *Unix*.

```
cd /home/andor/Desktop/Descargas/tfg/comp

unzip "*.zip" -d ./desc

cd ./desc

for g in {0..10}; do

mkdir ./con$g
unzip "*.ZIP" -p "_*$g*LCON*" -d ./con$g
unzip "*.ZIP" -p "_*$g*LEJE*" -d ./con$g

done;
```

Este programa descomprime los archivos vectoriales de líneas de una carpeta en concreto, que tiene más tipos de archivos vectoriales, y luego los distribuye en 10 carpetas nuevas. Análogamente se hizo uno similar para los polígonos. Fuente: el autor.

```
for f in $(ls *.eps);

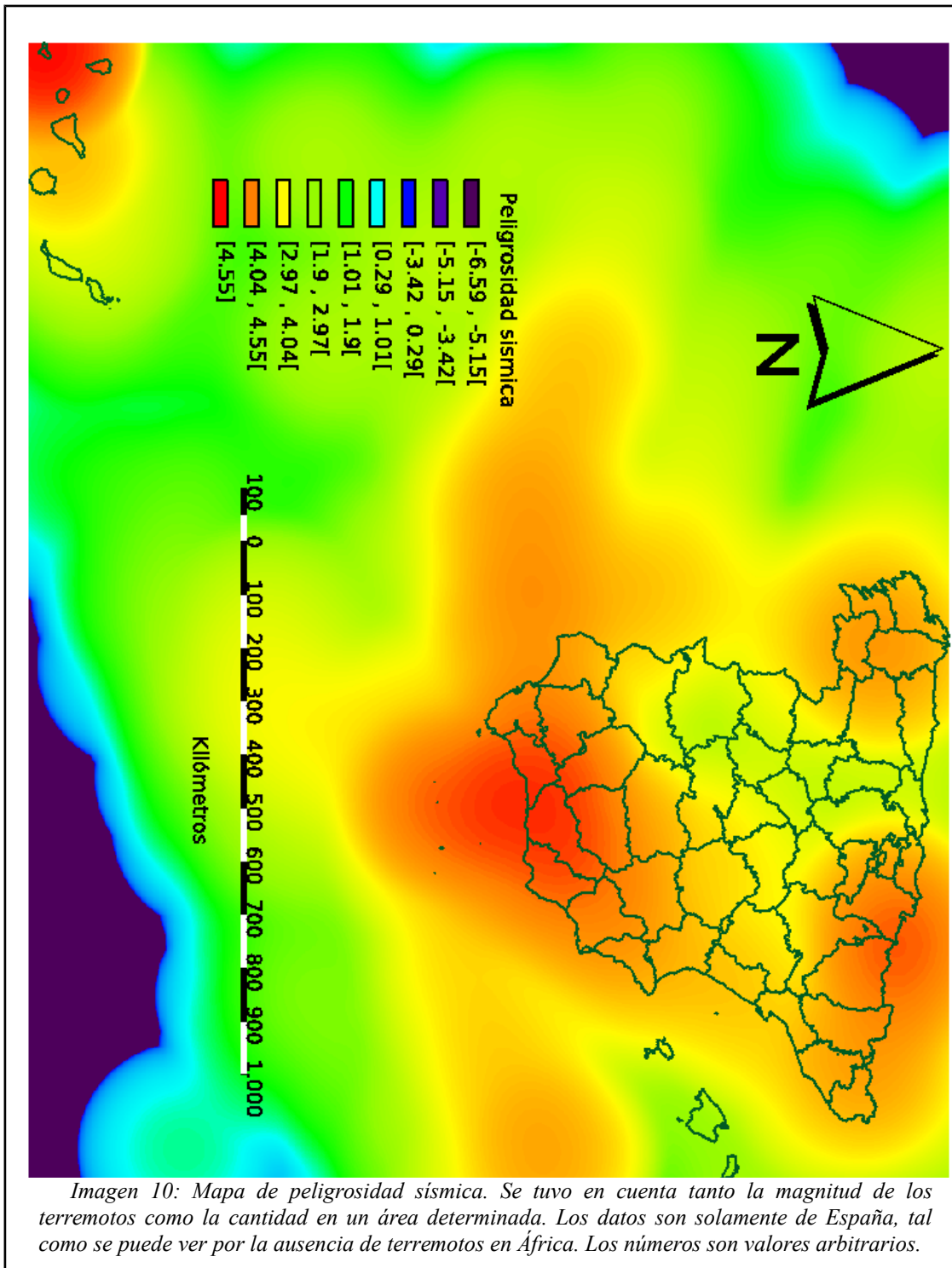
do gs -sDEVICE=jpeg -dJPEGQ=100 -dNOPAUSE -dBATCH -dSAFER -r600
-sOutputFile=$f.jpg $f;

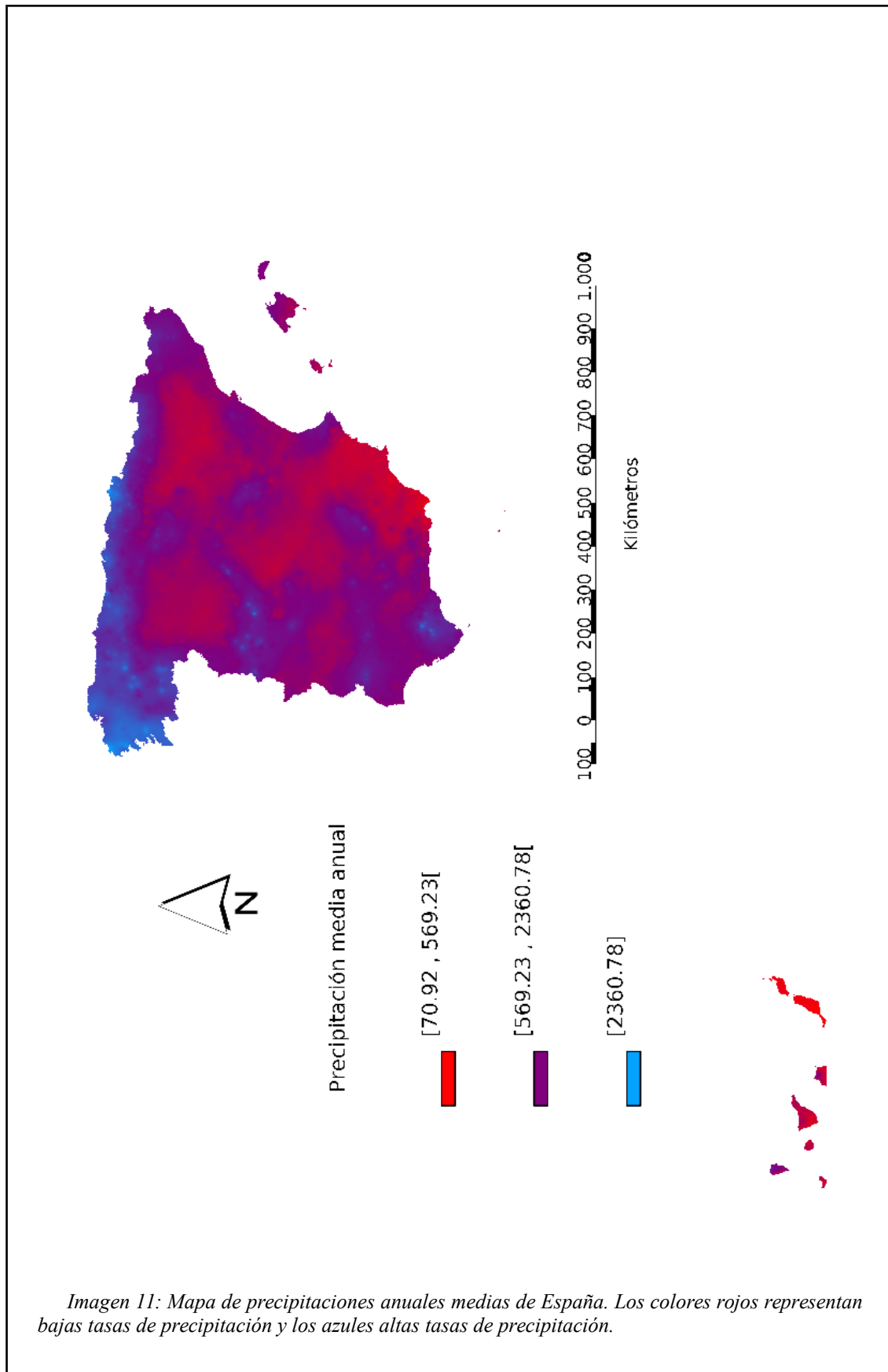
done;
```

Este programa convierte las imágenes .eps que generaba el software de análisis multifractal en imágenes .jpg de alta resolución, para su posterior tratamiento con otras aplicaciones gráficas. Fuente: el autor.

13.2 Mapas

En las siguientes páginas mostramos los mapa nombrado en el texto (imágenes 10 a 17), cada uno en una página. La proyección de todos ellos es EPGS25830.





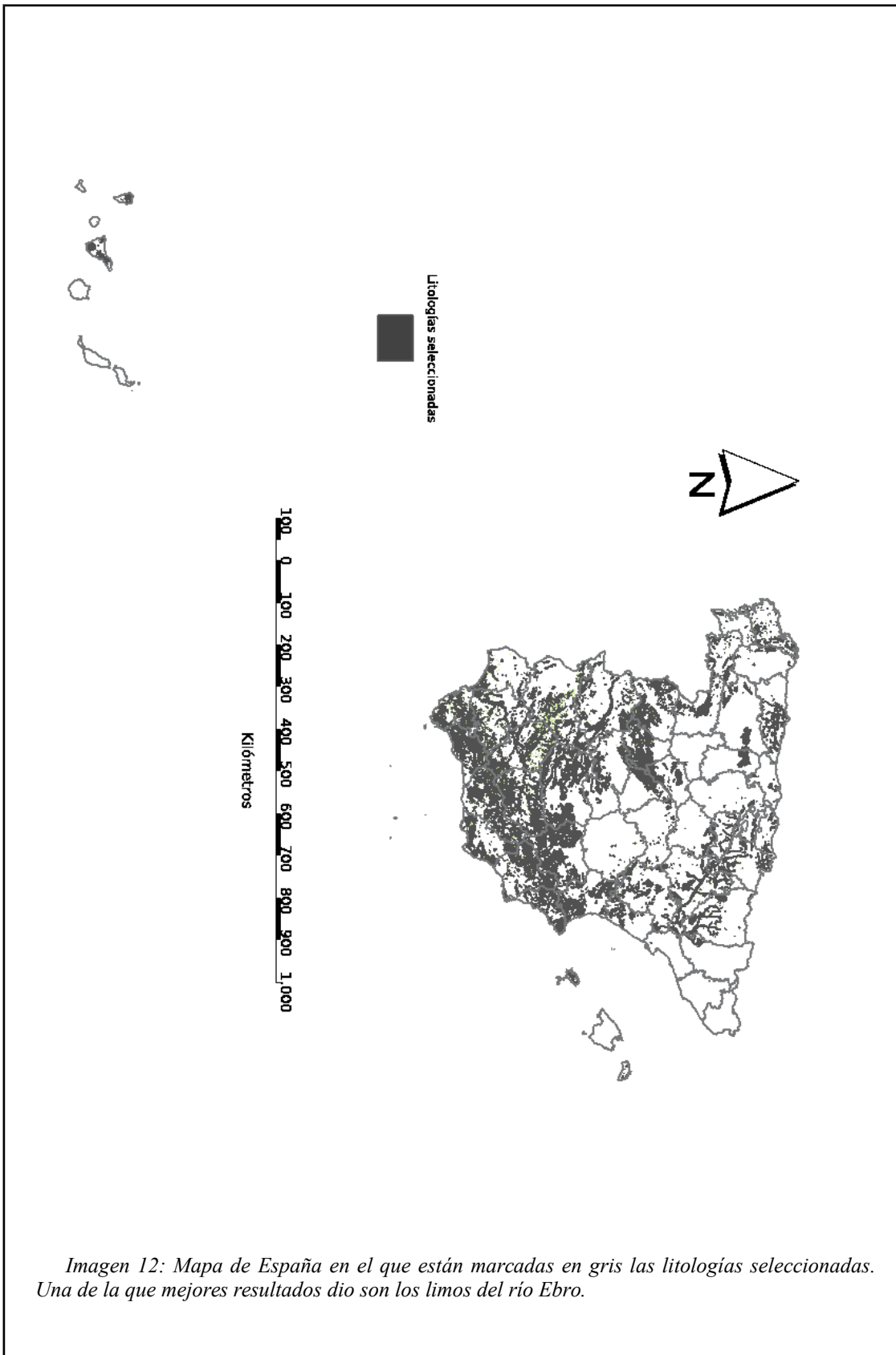
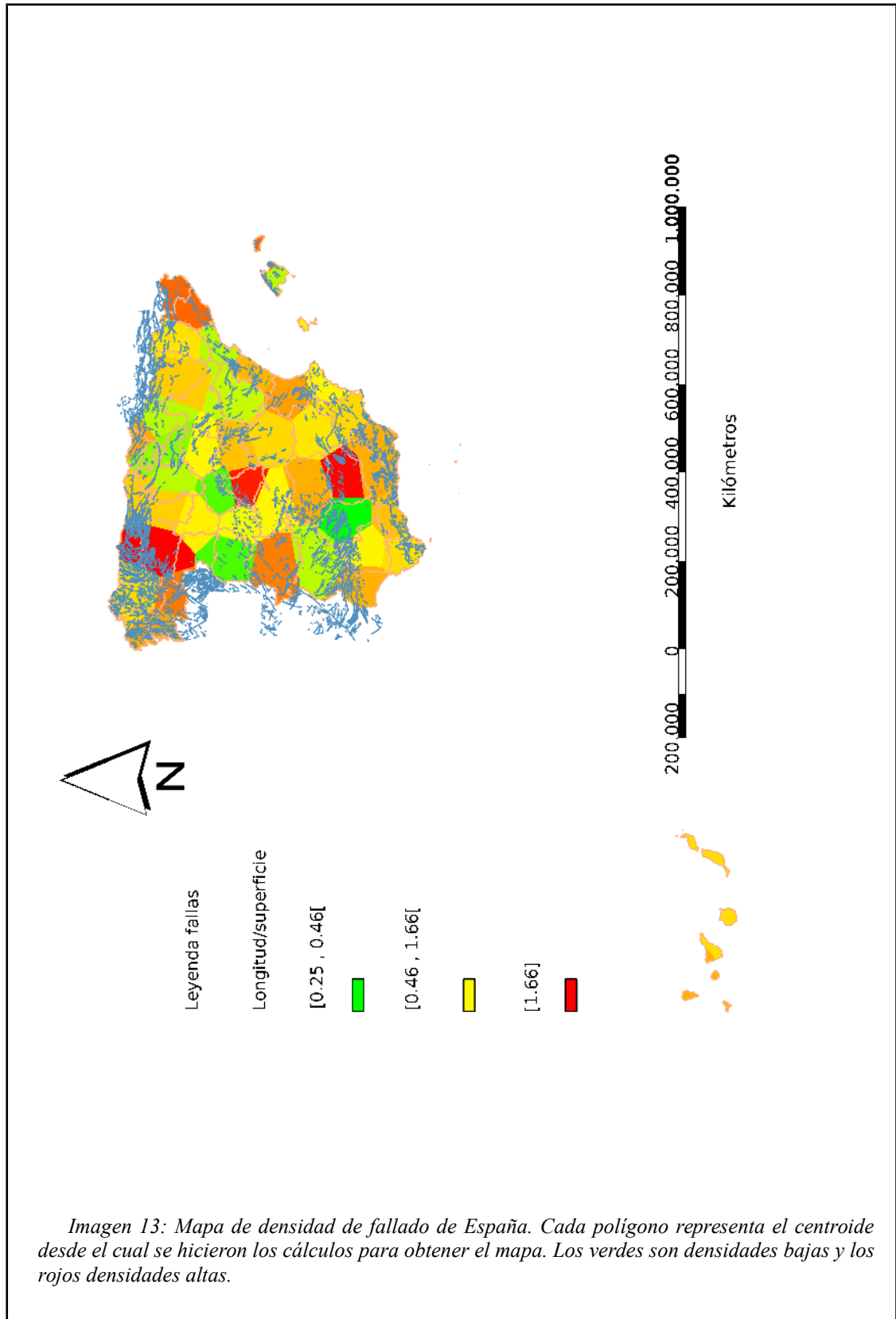
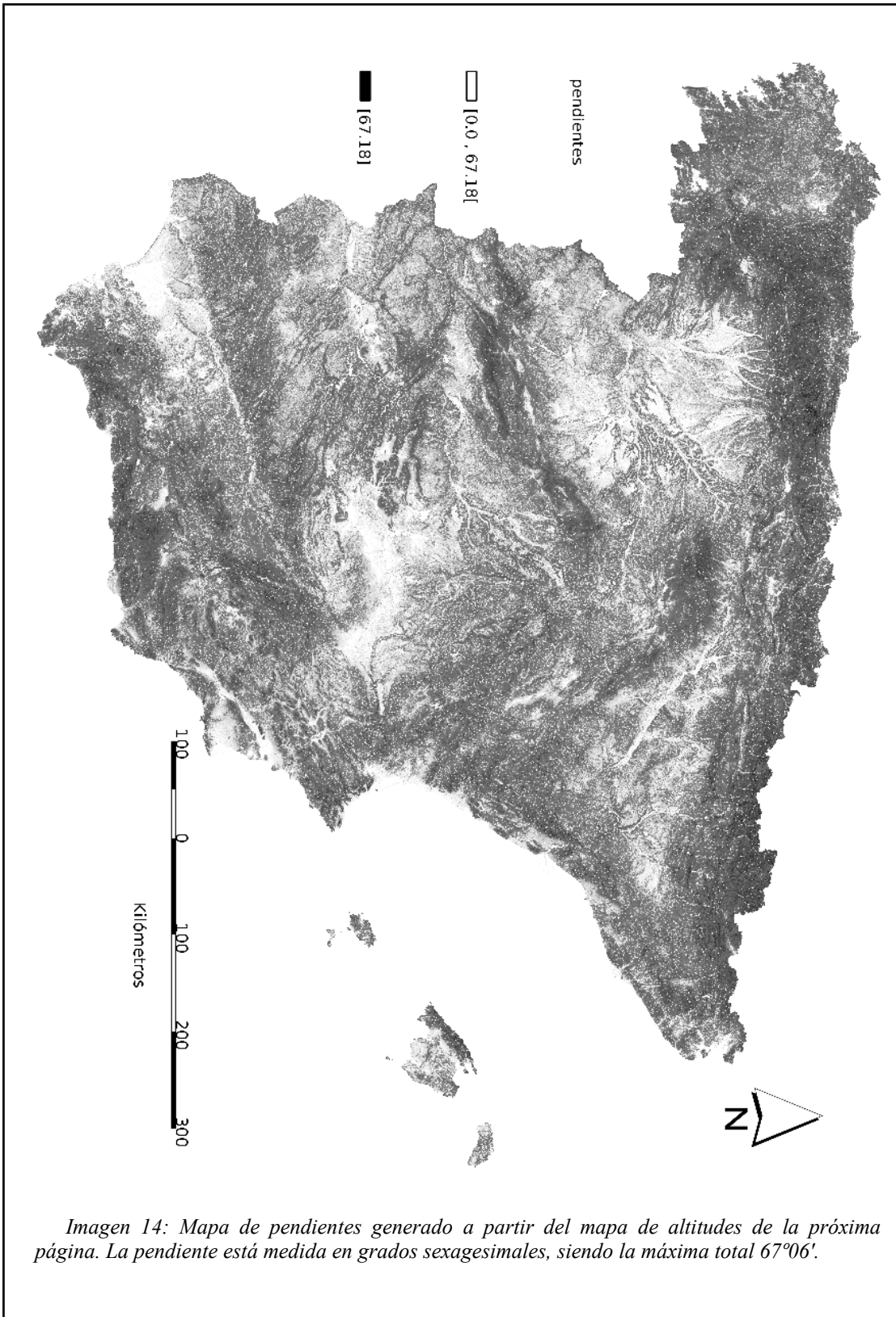
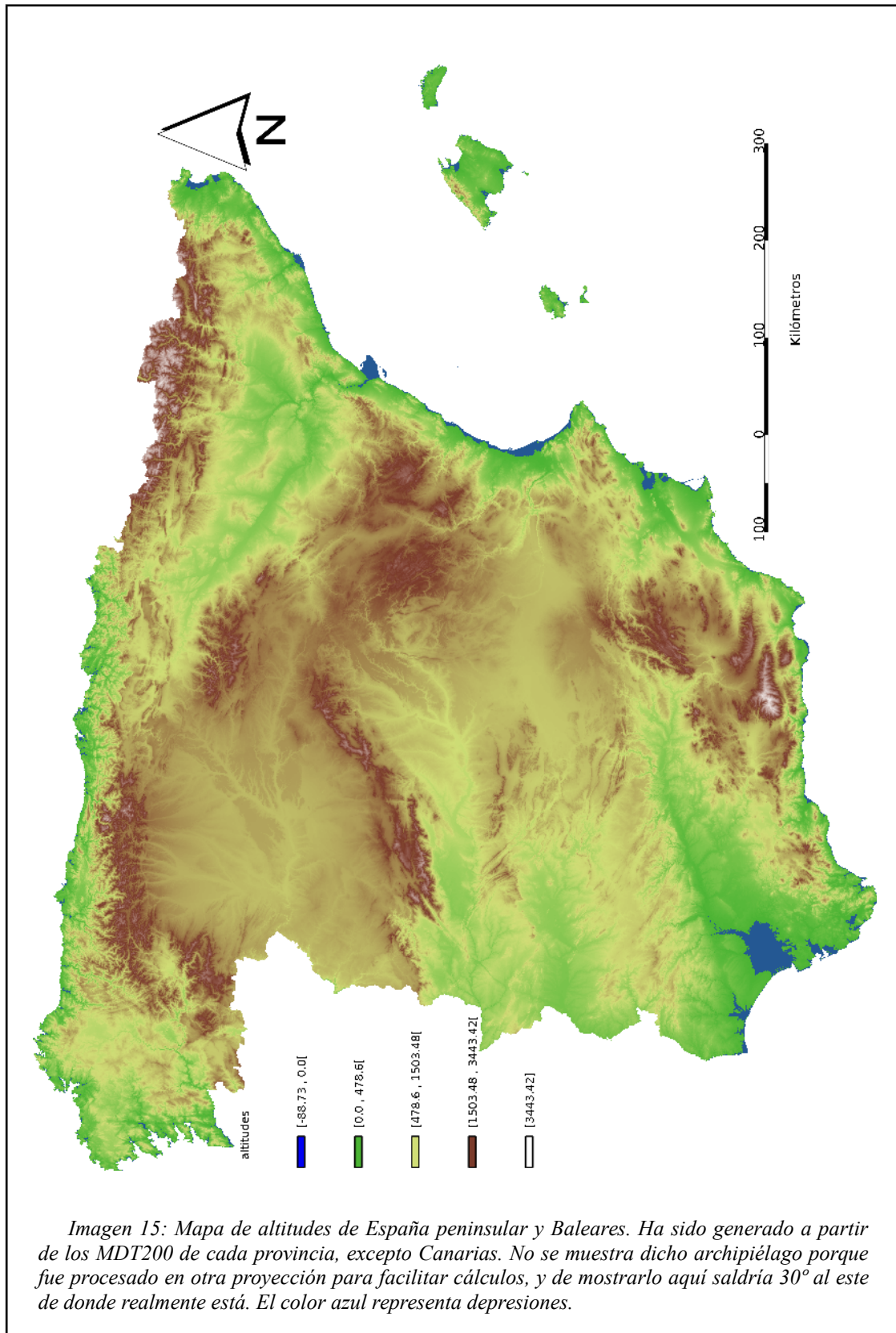
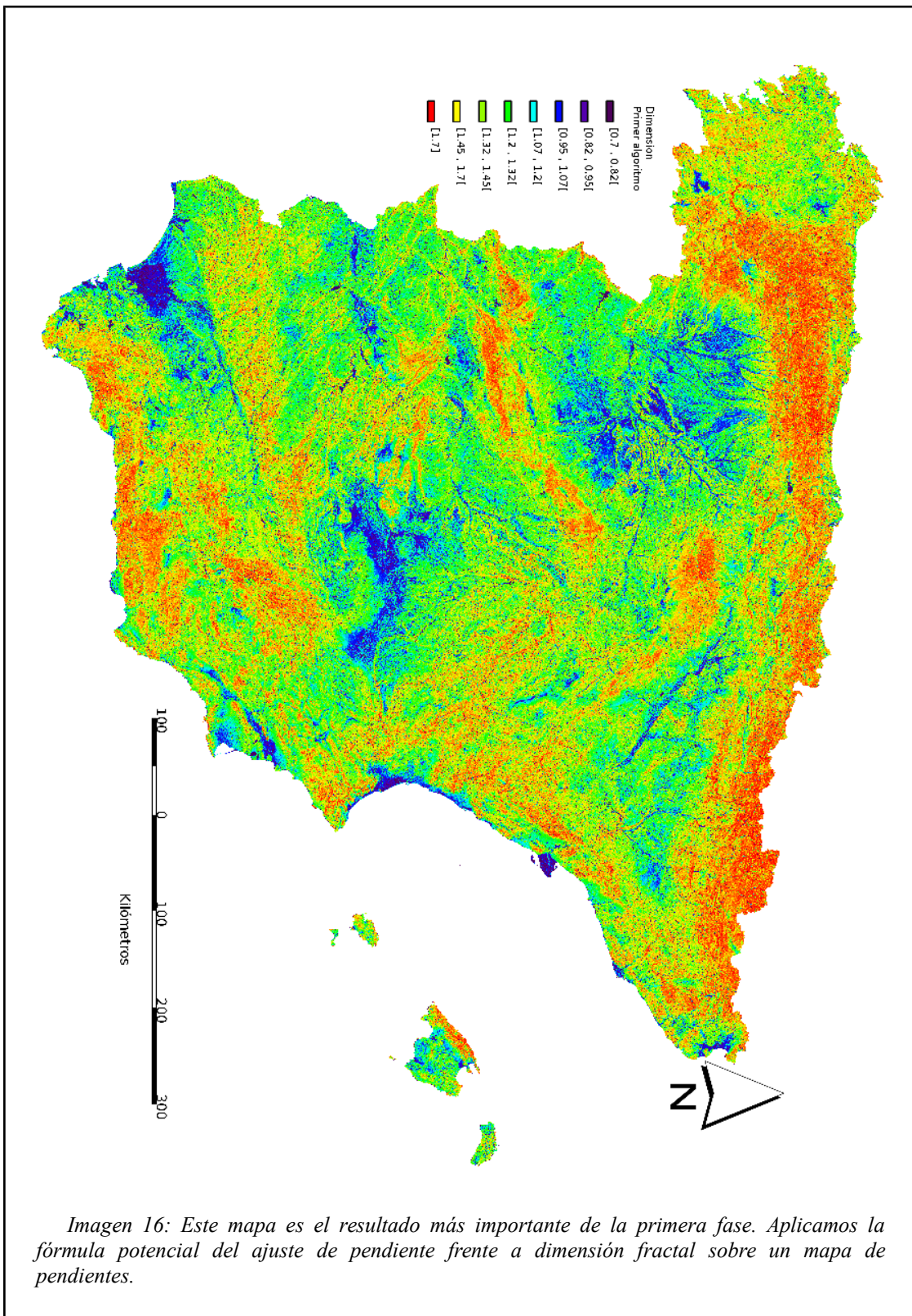


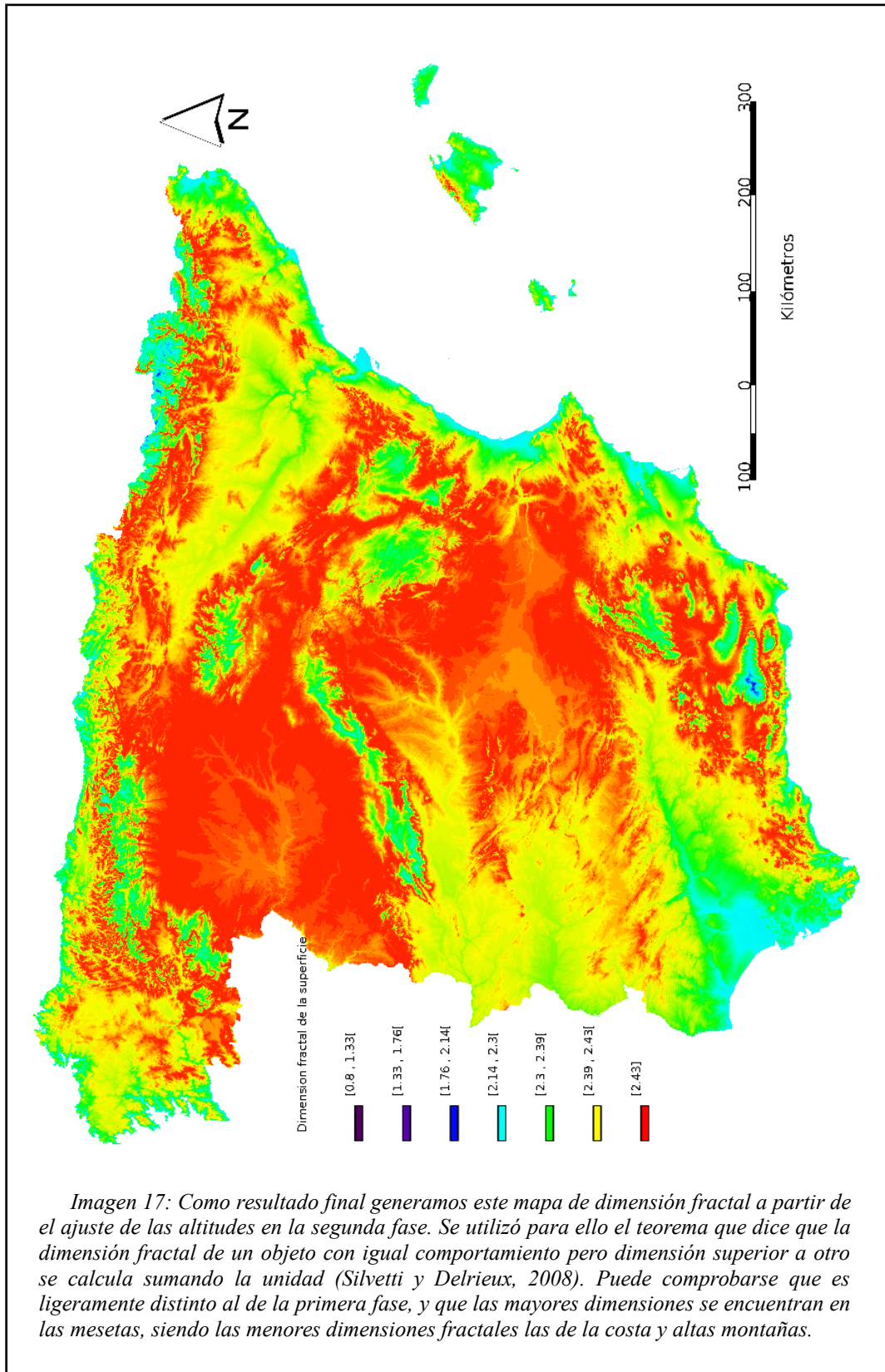
Imagen 12: Mapa de España en el que están marcadas en gris las litologías seleccionadas. Una de la que mejores resultados dio son los limos del río Ebro.





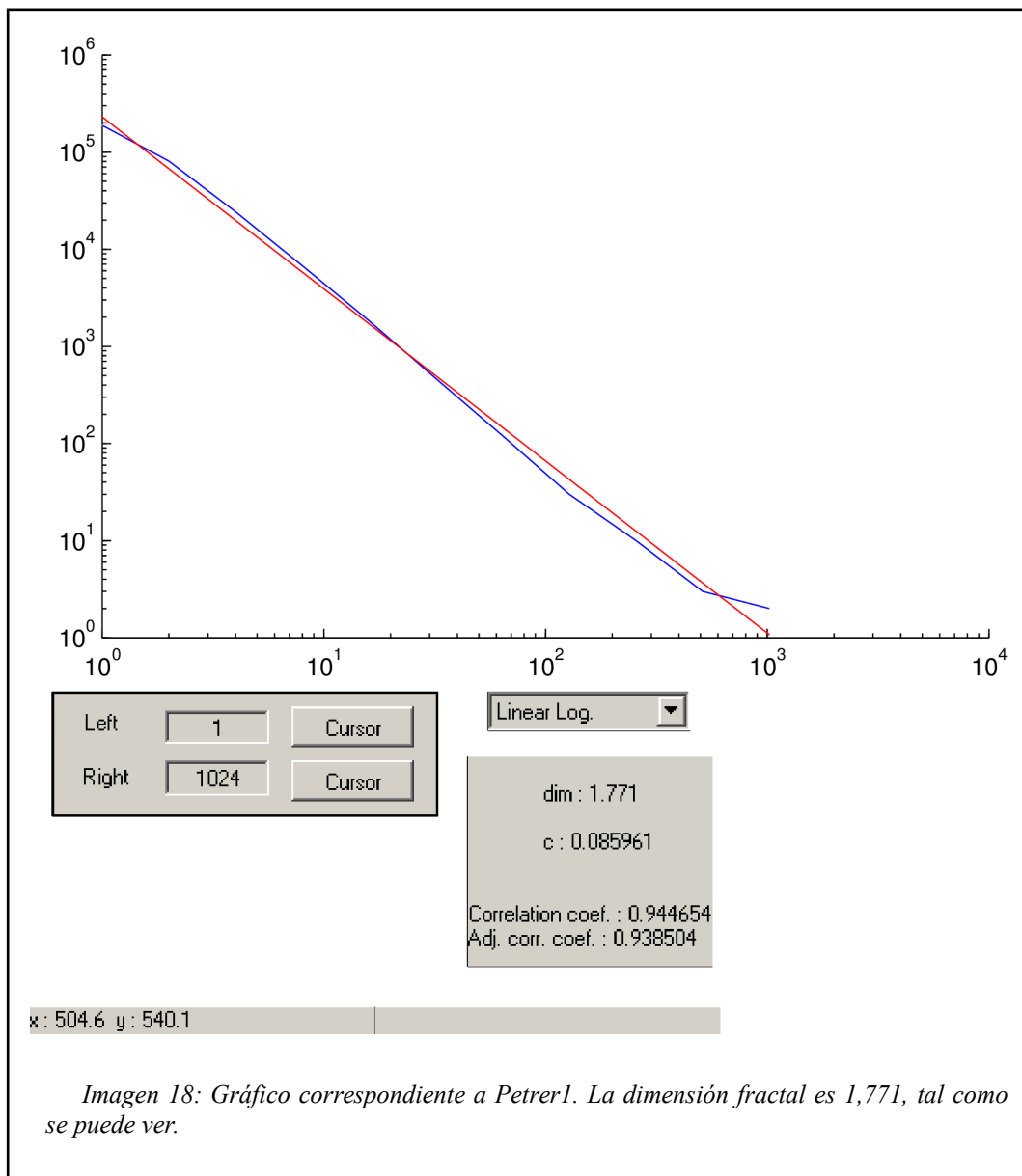






13.3 Análisis multifractal

A partir de aquí mostraremos un ejemplo de gráfico generados por nuestro software de cálculo de dimensión fractal. Además, expondremos en una tabla los datos obtenidos de todos los gráficos.



13.3.1 Datos primera fase

Escala	Zona	Dimensión	Escala	Zona	Dimensión
200	Alicante	1,406	05	Almagro	1,281
200	Almería	1,540	05	Canejan-Viehla	1,648
200	Cáceres	1,350	05	Cañaverál	1,487
200	Ciudad Real	1,166	05	Cercedilla	1,378
200	Euskadi	1,452	05	Elda	1,690
200	Girona	1,445	05	Elorrio	1,518
200	Gran Canaria	1,580	05	Macael	1,541
200	León	1,107	05	Meira	1,218
200	Lleida/Huesca	1,636	05	Monforte de Lemos	1,288
200	Lugo-Meira	1,432	05	Roses	1,504
200	Lugo-Monforte	1,506	05	Santa María del Páramo	1,261
200	Ourense	1,390	05	Vecindad de Enfrente	1,658
200	Segovia	1,547	05	Verín	1,452
25	Almagro	1,190	01	Alcoi1	1,638
25	Canejan-Viehla	1,654	01	Alcoi2	1,487
25	Cañaverál	1,486	01	Alcoi3	1,420
25	Cercedilla	1,345	01	Cofrentes1	1,524
25	Elda	1,621	01	Cofrentes2	1,462
25	Elorrio	1,509	01	Cofrentes3	1,622
25	Macael	1,566	01	Petrer1	1,771
25	Meira	1,312	01	Petrer2	1,682
25	Monforte de Lemos	1,275	01	Petrer3	1,679
25	Roses	1,558	01	Petrer4	1,518
25	Santa María del Páramo	1,103	01	San Vicent del Raspeig1	1,359
25	Vecindad de Enfrente	1,395	01	San Vicent del Raspeig2	1,253
25	Verín	1,658	01	San Vicent del Raspeig3	1,531

Tabla 5: Resultados de dimensión fractal de cada área de estudio de la primera fase en distintas escalas.

13.3.2 Datos segunda fase

Curva	Dimensión	Curva	Dimensión	Curva	Dimensión
100	1,302	1200	1,390	2300	1,168
200	1,343	1300	1,366	2400	1,179
300	1,384	1400	1,350	2500	1,147
400	1,391	1500	1,320	2600	1,155
500	1,411	1600	1,293	2700	1,069
600	1,415	1700	1,266	2800	0,9540
700	1,419	1800	1,224	2900	0,9144
800	1,425	1900	1,190	3000	0,8269
900	1,439	2000	1,200	3100	0,7162
1000	1,431	2100	1,185	3200	0,5700
1100	1,415	2200	1,169	3300	0,3106

Tabla 6: Resultados de dimensión fractal en cada curva de nivel durante la segunda fase.

