

Jordi Duch<sup>1</sup>, Mario Gutiérrez-Roig<sup>2</sup>, Jaume Masoliver<sup>2</sup>, Miquel Montero<sup>2</sup>, Josep Perelló<sup>2</sup>, M. Ángeles Serrano<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Departament d'Enginyeria Informàtica i Matemàtiques, Universitat Rovira i Virgili

<sup>2</sup> Departament de Física Fonamental, Universitat de Barcelona

<sup>3</sup> Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats (ICREA)

## RESUM

*Els mercats financers, entre molts altres contextos socials i econòmics, amaguen diverses relacions amb la física estadística. Sense anar més lluny, el model matemàtic de les cotitzacions financeres és el mateix utilitzat per a la teoria de gasos o per les partícules en suspensió en un líquid. En aquest article recorrem la trajectòria de l'anomenada econofísica des de 1900 i presentem algunes de les contribucions a la matèria feta per membres de Complexitat.CAT.*

Doi: <http://dx.doi.org/10.2436/20.2001.01.12>

## 1 Introducció

L'any 1900 un jove actuari de nom Louis Bachelier defensa la tesi doctoral titulada *Teoria de l'especulació* [1]. La recerca proposa per primera vegada un model matemàtic aleatori per explicar les fluctuacions dels valors cotitzats en la borsa de París. Dirigida per Jules Henri Poincaré, el pare de la teoria del caos, la contribució científica va passar força desapercibuda dins els cercles acadèmics i, en el millor dels casos, va ser criticada per la seva heterodòxia. El doctorand Louis Bachelier va tenir una carrera acadèmica posterior força accidentada, saltant d'universitat en universitat de la França de províncies sense rebre grans reconeixements.

És veritat que el treball de Bachelier no conté una anàlisi empírica acurada però sí que exposa arguments raonables per prendre's seriosament els models matemàtics, per donar raó de l'evolució dels mercats financers i avaluar el preu just de productes financers com ara les opcions. La visió quantitativa proposada era inèdita en aquells temps. El fet d'assumir que les cotitzacions resseguien una dinàmica atzarosa era revolucionari. Els canvis de preu resultants es prenien com a gaussians i precedeixen en cinc anys una idèntica aleatorietat proposada per Einstein a l'hora d'explicar com un gra de pol·len [2] es manté flotant en un vas d'aigua a causa de les col·lisions impredecibles amb les molècules d'aigua. Albert Einstein [3] va poder quantificar així magnituds rellevants que caracteritzen i demostren la naturalesa atòmica de la matèria.

Com dièiem, l'«àtom» aleatori de la cotització borsària modelitzat per Bachelier va quedar en l'oblit. Va tornar a aparèixer amb força després de la Segona Guerra Mundial, en part gràcies a la feina de la Cowles Foundation Theory and Measurement, nascuda l'any 1932 com a resposta al crack del 1929. La Cowles Foundation promou la recerca sobre mercats financers basant-se en dades històriques. La recerca en mercats financers es dispara a

partir dels anys 1950 als Estats Units. El llibre *El caràcter aleatori dels mercats financers* [4] esdevé obra de referència perquè recopila diversos articles que estudien els mercats financers i proposen models basats en observacions empíriques. El llibre reivindica la figura de Bachelier. El primer capítol és la versió traduïda a l'anglès de la tesi de l'investigador francès.

La relació amb la física pot resseguir-se en altres capítols del mateix llibre. Cootner també recull el treball de l'any 1959 [5] del físic Matthew F. M. Osborne on millora el model de Bachelier impedint que els preus puguin esdevenir negatius. Osborne suggereix que les diferències de preu no siguin gaussianes sinó que ho siguin les seves diferències logarítmiques, de manera que el preu obedeixi una distribució log-normal. L'article introdueix una anàlisi estadística acurada que permet descartar el model de Bachelier i conclou que efectivament el model log-brownià és un model més adequat.

El llibre de Cootner també reedita el primer article sobre fractals de Benoît Mandelbrot publicat el 1963. Poca gent sap que el primer lloc on s'apliquen els fractals, un concepte ben utilitzat en la física contemporània, és precisament en el context dels mercats financers. Mandelbrot, en aquell moment a IBM Research (sense els seus ordinadors no hauria estat possible la recerca), mira l'evolució en el preu del cotó [6]. La seva estadística alerta sobre l'existència de cues llargues en els extrems de la densitat de probabilitat de les cotitzacions del preu del cotó. Un cop més el treball empíric es combina amb la presentació i l'aplicació d'un model, l'anomenat *procés de Lévy*. També un bon conegut de la física contemporània amb la seva llei d'escala o llei de potències que s'apliquen especialment en processos associats a la física de la matèria condensada i en un medi fora de l'equilibri altament heterogeni.

La física en els parquets financers [7] floreix amb la proliferació a gran escala dels ordinadors i Internet durant la dècada dels noranta. El boom és provocat per la

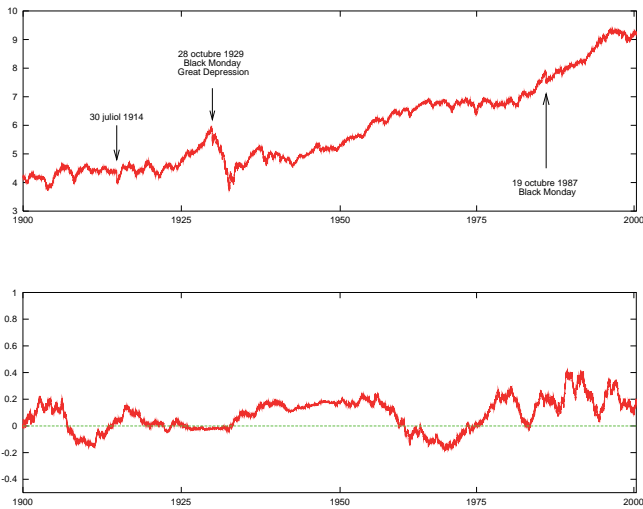


Figura 1: Sèrie històrica de l'índex Dow-Jones on apareixen marcats alguns dels cracs més importants.

capacitat de registrar quantitats ingents de dades de tot tipus. Es reté l'activitat a l'escala dels mil·lsegons de tot el que passa en els mercats mundials. Es pot consultar el llibre d'ordres on els agents dipositen ofertes i demandes de compravenda i finalment, cursar una transacció i, per tant, generar un preu. És paradigmàtic l'article publicat el 1995 a la revista *Nature* on el físic Eugene H. Stanley posa nom a la recerca dels físics sobre els mercats financers: econofísica [8]. Cal afegir a la llista de pioners els investigadors J. Dooyne Farmer i Jean-Philippe Bouchaud. Aquests, fins i tot, van atrevir-se a crear empreses amb els nous models matemàtics.

La física pot estar ben a prop dels mercats financers. La mirada que aporta la física que combina la modelització i l'anàlisi empírica amb solvència pot resultar molt enriquidora. En els mercats financers, les anomenades *dades massives* (*big data*, en anglès) ja existeixen des del moment de la creació dels mercats electrònics a principis dels noranta. Va ser el gran moment dels físics a Wall Street. Ara, però, les dades massives han traspasat els mercats financers i permeten tenir dades molt acurades de fenòmens socials o socioeconòmics molt diversos. Més que una mera descripció estadística, el físic descriu fenòmens socials i econòmics amb eines provinents de la física estadística, de la física matemàtica i del que avui dia anomenem *ciències de la complexitat*.

En les seccions següents pretenem explicar algunes de les línies de recerca que s'han anat desenvolupant dins de *complexitat.CAT* en l'àmbit dels sistemes socioeconòmics i financers. No ho fem de manera exhaustiva però sí prou il·lustrativa sobre les potencialitats de la recerca en aquest camp i sobre el pes específic de *complexitat.CAT* en aquest àmbit.

## 2 Equacions estocàstiques per descriure la dinàmica: models de difusió i volatilitat estocàstica

D'ençà del mencionat treball d'Osborne el 1959, l'anomenat *procés de difusió multiplicatiu*, també conegut com a *moviment brownià geomètric*, ha estat àmpliament acceptat com un model universal per als mercats especulatius. Sobre aquest model es construeix el 1973 el famós model de valoració d'opcions financeres de Black-Scholes (amb idèntiques equacions amb derivades parcials com les que s'utilitzen per exemple en física de fluids) i sobre aquest model també es defineix la mesura més utilitzada per avaluar el risc d'un mercat: la volatilitat. De manera planera, la volatilitat anual es pot calcular mitjançant la desviació estàndard de les fluctuacions del canvi de preu logarítmic al llarg d'un any.

El model brownià geomètric pressuposa una volatilitat constant, és a dir, un coeficient de difusió constant. No obstant això, i especialment després de la crisi de 1987, no sembla haver-hi evidència empírica que pugui defensar aquesta afirmació. El treball de Stanley i Mantegna de 1995 també desautoritza el model quan observa unes cues extremadament pesades en la densitat de probabilitat dels preus logarítmics. Finalment es confirma aquesta impressió atès l'estadística dels preus plasmada en els anomenats *fets estilitzats* [9]. Els més importants són:

1. Curtosi positiva i notable o cues pesades en la distribució dels canvis logarítmics de preu.
2. Biaix en la distribució lleugerament negatiu: la cua de caigudes de preu és més important que la dels increments.
3. Els canvis de preu no tenen memòria: autocorrelació gairebé nul·la.
4. Els canvis en la volatilitat o en el valor absolut dels canvis logarítmics de preu tenen una memòria de molt llarg abast amb una escala temporal superior a un any.
5. Hi ha una correlació creuada asimètrica i negativa entre volatilitat i canvi de preu. Les dades descriuen correlació en un sol sentit i afirmen que les caigudes de preu generen un increment de la volatilitat. Els canvis en la volatilitat no afecten els preus futurs. El fenomen és conegut com *palanquejament*.

El supòsit de volatilitat constant contradiu el fet estilitzat, i la seva assumpció implica, doncs, que no es tinguin en compte adequadament diverses característiques importants dels mercats financers. Una opció per evitar aquest problema és suposar que la volatilitat és una funció donada d'un procés aleatori. Els models de volatilitat estocàstica (SV) suposen que la volatilitat té el seu propi procés de difusió. Aquest tipus de models van ser propo-

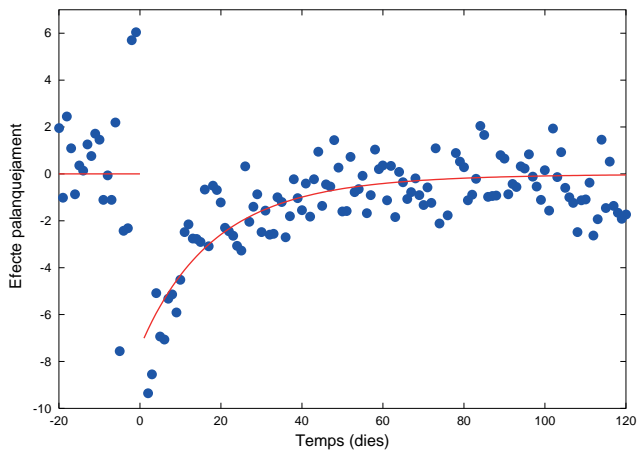


Figura 2: Efecte palanquejament o correlació creuada i negativa entre canvi de preu logarítmic i volatilitat.

sats inicialment per diversos matemàtics financers, especialment després que els preus dels derivats financers van patir greument el crac del 1987. No obstant això, no van ser explorats profundament com a models capaços de reproduir les sèries temporals dels mercats financers.

Alguns de nosaltres vam adonar-nos que els models d'SV (també anomenats en física *de difusió aleatòria*) són una opció molt natural per explicar l'efecte palanquejament [10]. Vam arribar a la conclusió que entre els models més simples, l'Ornstein-Uhlenbeck exponencial és la millor opció [11]. Aquest model és l'únic capaç d'explicar simultàniament l'efecte palanquejament i l'autocorrelació de la volatilitat. El model també permet aplicar mètodes d'avaluació de la mateixa volatilitat amb mètodes de màxima versemblança [12].

Després d'aquests resultats, també ens va cridar l'atenció la creació de noves eines per quantificar el risc. L'estudi dels problemes de primer pas i sortida també tenen una llarga tradició en la física, l'enginyeria, i les ciències naturals (vegeu també l'apartat següent). En els models més clàssics d'SV [13], hem resolt el problema global d'escapament associat [14] i, en alguns casos, hem obtingut expressions analítiques exactes per la probabilitat de supervivència que mostren, entre altres propietats interessants, la inexistència d'un temps mitjà de primer pas [15].

### 3 Camins aleatoris a temps continu: una visió del tick a tick dels mercats financers nascuda en la física matemàtica

Els camins aleatoris de temps continu (en anglès, *continuous-time random walk*, CTRW) introduïts per Montroll i Weiss [16] s'han convertit en una eina de gran valor per estudiar la microestructura dels processos aleatoris, vàlida per a una gran varietat de fenòmens físics que van des

del transport en medis desordenats fins a terratrèmols o fins i tot l'estudi de la superfície solar. Una de les raons sòlides en favor de models CTRW és que són una aproximació constructiva a qualsevol mena de dinàmica aleatòria. El CTRW segrega la dinàmica en forma de salts, de magnitud aleatòria, que poden ocórrer després d'interval·ls de repòs, de durada també aleatòria.

De fet, el mateix model dinàmic de Bachelier pot llegir-se com la versió més senzilla d'un CTRW. En cada instant, només hi ha dos esdeveniments possibles en aquest model binomial: els preus es modifiquen una unitat a cada instant de temps amb una probabilitat  $p$  de pujar i  $(1-p)$  de baixar.

Des del 2000 els físics han proporcionat alguns exemples de com el formalisme del CTRW pot ser aplicat als mercats financers [17]. Un cas ben evident és quan només es té informació parcial sobre el mercat. Quantitats com ara la distribució de preus diaris pot ser inferida a partir del coneixement microscòpic de l'estadística de la mag-

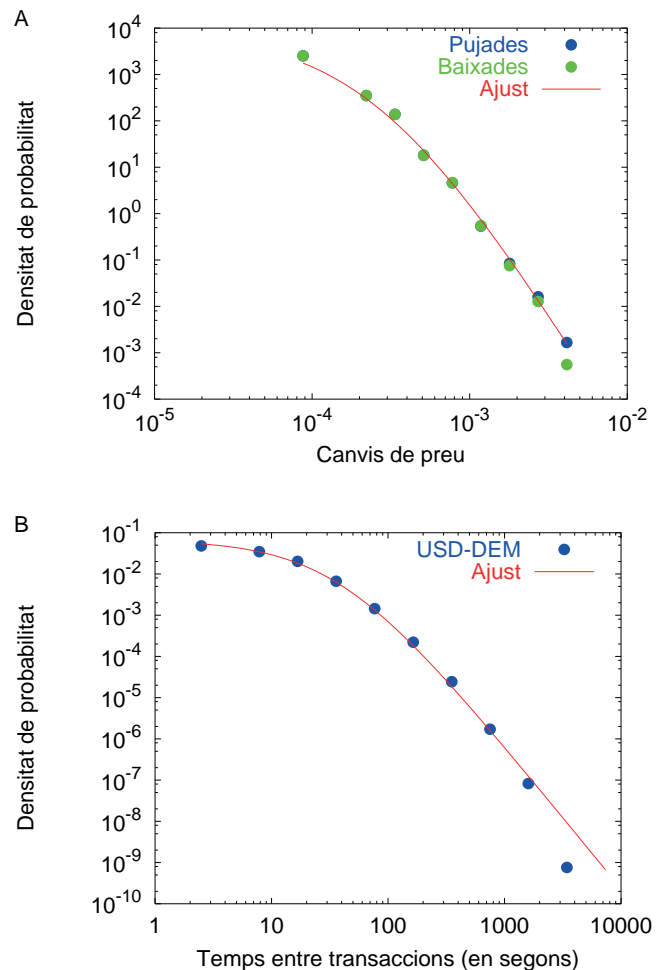


Figura 3: Densitats de probabilitat (A) dels canvis logarítmics de la cotització del marc alemany i el dòlar americà i (B) dels temps d'espera entre canvis.

nitid dels canvis de preu entre dues transaccions consecutives, juntament amb l'estadística dels temps d'espera entre les esmentades transaccions. I, al seu torn, el CTRW permet també tractar problemes inversos, és a dir: inferir el comportament en la microestructura del mercat a partir de dades macroscòpiques com ara la distribució dels canvis diaris en la cotització. La valoració d'opcions financeres té també un enorme potencial dins el marc del CTRW [18a,18b].

Un altre aspecte rellevant es relaciona amb l'avaluació del risc. El CTRW permet estudiar amb solvència aspectes teòrics i empírics de valors estadístics com ara el temps mitjà de sortida (MET) del preu d'un cert interval regió, el temps de primer pas o la probabilitat de supervivència de la cotització en un interval. Alguns de nosaltres hem observat empíricament que el temps mitjà de sortida d'una certa regió segueix una llei d'escala quadràtica en relació amb la mida de l'interval i s'ha associat a un simple pre-factor la influència de les autocorrelacions dels canvis de preu consecutius en aquesta mesura [19].

Finalment, el Valley Model, que pertany al formalisme CTRW, va ser un model proposat per descriure la relaxació del sistema en forma d'una llei de potències (decaïment hiperbòlic) de corrent elèctric en materials amorfs. És ben sabut que el temps entre esdeveniments en accions i decisions humanes té una estadística que obeeix també una llei de potències que es justifica amb un teixit entre períodes de descans i períodes actius. L'enfocament del Valley Model representa una alternativa analítica als models de prioritat en presa de decisions que s'han proposat recentment. L'anàlisi de l'activitat dels mercats financers també permet veure l'estructura multifractal en les decisions humanes [20].

#### 4 La xarxa de comerç mundial

Un dels mecanismes bàsics de l'economia real és el comerç, l'intercanvi de béns i serveis. A escala internacional, aquestes interaccions involucren una part significativa de l'economia dels països i s'efectuen bàsicament per mitjà d'estructures de mercat. Els països importen o compren productes d'altres països i a la vegada ells mateixos són venedors o exportadors. Aquest comerç requereix infraestructures de transmissió que, des de temps prehistòrics, s'han desenvolupat en paral·lel a l'increment en la capacitat de producció i al desenvolupament de vies de comunicació entre els diferents grups humans.

Aquests avenços han evolucionat en onades de globalització, períodes en els quals un conjunt de canvis complexos ha disparat dràsticament la interdependència entre un nombre cada vegada més gran de persones i organitzacions socials en diferents regions geogràfiques. En termes de comerç de mercaderies, s'han pogut identi-

car dues onades de globalització en la història recent que corresponen a processos de descolonització i trencament de barreres tècniques i, en conseqüència, a una baixada de costos de producció i d'intercanvi. La primera onada s'identifica als voltants del 1870, propiciada per la revolució industrial, i la segona onada, des d'aproximadament el 1960 [21], està totalment relacionada amb la revolució de les tecnologies de la informació. No hi ha acord sobre una possible tercera onada intermèdia [22].

Com a resultat d'aquests processos de globalització, avui dia les diverses economies del món es relacionen en un sistema integrat globalment i el comerç té un paper central com un dels canals d'interacció més importants entre països, capaç d'actuar com a propagador a escala global dels efectes de polítiques econòmiques o dels estralls de les crisis econòmiques. Per tant, sembla natural analitzar el sistema de comerç internacional des de la perspectiva del sistema global, tenint en compte tots els països incloent-hi els petits o pobres. Això contrasta amb les anàlisis tradicionals del comerç internacional que s'han basat en estudis a escala local i bilateral entre parelles de països. No obstant això, la mida del sistema de comerç mundial i l'entramat de connectivitats que caracteritzen la seva organització indiquen que es tracta d'un sistema



Figura 4: Segment principal de la xarxa de comerç mundial en termes de fluxos nets d'intercanvis comercials entre països en dos anys diferents.

complex amb propietats i comportaments emergents que depenen de la seva estructura global. De fet, la xarxa de comerç mundial comparteix propietats paradigmàtiques amb altres sistemes autoorganitzats complexos que evolucionen sense la intervenció d'un control centralitzat que en reguli el creixement o rendiment.

Des d'aquesta perspectiva, la ciència de les xarxes complexes [23] ens ha aportat noves metodologies interdisciplinàries per a l'estudi del sistema de comerç mundial com a sistema complex [24], lluny de les visions reduccionistes del passat. En la modelització com a xarxa complexa, els països es representen com a nodes de la xarxa i les relacions comercials entre ells com a enllaços que els uneixen. Atesa la direccionalitat dels intercanvis, la forta heterogeneïtat en les quantitats intercanviades i la seva asimetria, aquests enllaços poden ser pesats —per reflectir la variació d'intensitat de les diferents relacions comercials— i també dirigits —per indicar quin país exporta i quin importa o bé quin sentit té el flux net dels intercanvis. D'aquesta manera, la xarxa de comerç mundial ofereix un altre nivell de descripció global que va més enllà de les anàlisis específiques de països individuals i el seu comerç bilateral.

Hem vist que la xarxa de comerç mundial presenta propietats típiques de xarxa complexa —distribució de connectivitats molt heterogènia amb països que presenten un nombre elevadíssim de connexions, propietat de món petit, elevat coeficient de transitivitat i altres correlacions entre la connectivitat dels nodes, etc.—, i està lluny de ser ben descrita a través d'una descripció de relacions aleatòries [25]. Aquesta complexitat es manifesta, per exemple, en els efectes no locals dels intercanvis comercials entre països, de manera que economies que no comercien directament poden malgrat tot influenciar-se a causa de la interdependència global [26], un fenomen que no és accessible a través d'una pura anàlisi local.

Pel que fa a la modelització, ara podem entendre algunes de les variables clau en la topologia que observem [27] i que porta a la conjectura que les components internes i externes de les economies dels diferents països estan en constant interacció mútua. A més, aquests models suggereixen que l'evolució de la xarxa de comerç mundial WTW és deguda a fenòmens col·lectius, i que l'autoorganització té un paper fonamental en l'estructuració de les seves heterogeneïtats i la seva arquitectura jeràrquica.

Malgrat els avenços recents, queden molts interrogants per ser explorats en profunditat i que requeriran la integració de la xarxa de comerç mundial amb la resta d'interaccions econòmiques entre països —fluxos de serveis, treballadors, actius financers, etc.— amb els quals està fortament correlacionada [28]. A llarg termini, una de les línies d'investigació més interessants i d'alt impacte social serà entendre la dinàmica global subjacent a les importants crisis econòmiques que pateix el món globalitzat

i com la xarxa de comerç mundial forma part dels mecanismes de propagació.

## 5 Mr. Banks, un experiment d'economia conductual

Són racionals totes les decisions que es prenen dins l'àmbit dels mercats financers? Quantes d'aquestes decisions són fruit de deixar-se portar pel nerviosisme, l'efecte ramat o altres biaixos de caràcter més humà? Aquesta és una pregunta que es planteja recentment l'economia conductual (*behavioural economics*) i que qüestiona els postulats de l'economia i les finances més clàssiques basats en la racionalitat del mercat i la hipòtesi de mercat eficient. El debat roman obert i així ho mostra el fet que el Premi Nobel d'Economia de 2013 s'atorgués a la vegada a Eugene F. Fama i Robert J. Shiller, dos investigadors que representen aquestes dues visions tan oposades.

El preu de qualsevol producte dins dels mercats financers es forma a partir de les expectatives, valoracions i decisions de tots els agents que hi participen. Quan un agent vol vendre un producte a un preu  $X$  es troba amb un altre agent que està disposat a comprar-lo a aquest preu; llavors es produeix la transacció [29]. Aquest procés de doble subhasta consisteix en un entramat d'expectatives i valoracions de compradors i venedors altament complex que físics i matemàtics, a més d'economistes [30a,30b], estan estudiant i modelitzant en els últims anys. A ningú se li escapa la dificultat teòrica que presenten aquests sistemes, ja que es basen en decisions humanes que moltes vegades no parteixen d'una visió objectiva i racional [31]. Tot i així, tenim un gran avantatge: és un sistema fàcilment quantificable. El preu és un valor mesurable que prové de les expectatives dels mateixos agents (el preu pujarà o baixarà) i de les decisions (comprar o vendre).

Als físics, tan acostumats al laboratori i a contrastar teories, se'ns presenta així la possibilitat d'exportar eines d'anàlisi de dades i models teòrics utilitzats en altres àmbits per poder experimentar en aquest camp [32].

Aprofitant el context del festival del joc Dau Barcelona del 2013, vam plantejar un experiment de ciència ciutadana ([www.mr-banks.com](http://www.mr-banks.com)) en el qual hi van participar voluntaris de totes les edats i condicions. L'objectiu de l'experiment era estudiar el procés de presa de decisions en un entorn tan incert com el mercat borsari real. Presentàvem als participants informació de dades reals de la borsa a través d'una interfície amena i divertida, i ells havien d'intentar predir si el preu baixaria o pujaria al següent moviment del mercat basant-se en la pròpia intuïció i en certa informació objectiva (també basada en dades reals) que tenien disponible. Totes les accions dels participants durant el joc quedaven registrades per poder-ne analitzar posteriorment el comportament i les decisions.

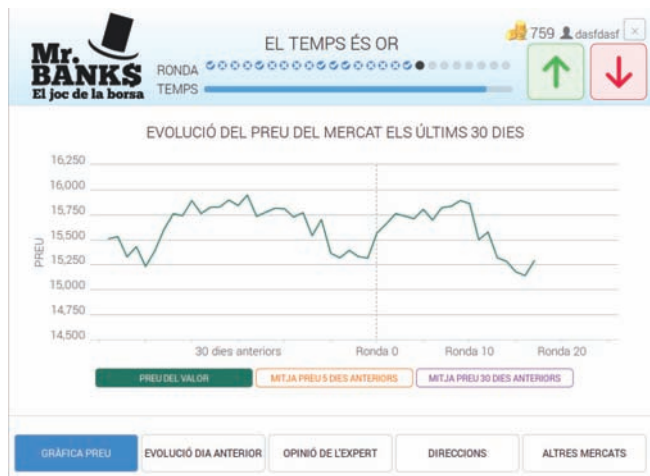


Figura 5: Captura de pantalla durant l'experiment. Al centre es mostra l'evolució del preu del mercat. A la part superior es pot observar el resultat de cada ronda juntament amb la barra de temps restant i els botons per prendre una decisió. A la part inferior hi ha els botons que mostren el tipus d'informació que es pot consultar.

La primera conclusió que podem treure de l'anàlisi de les dades generades en l'experiment és que, tal com esperàvem, els jugadors no són capaços de predir la borsa, ni tan sols quan consulten tota la informació proporcionada. No obstant això, hem pogut observar que els humans tendim a desenvolupar certes estratègies intuïtives que ens ajuden a prendre una decisió sota condicions de molta incertesa. Dos exemples de comportaments que es repeteixen són seguir la tendència que està marcant el mercat i repetir aquelles decisions que han resultat correctes. Curiosament aquests comportaments s'han observat en jocs on l'estratègia guanyadora depèn del que facin la resta de contrincants [33a,33b,34].

Un altre resultat rellevant és la influència de la informació que l'usuari té disponible sobre aquestes estratègies. Encara que la informació no sigui útil per garantir que es pugui encertar en la predicció, el sol fet de considerar-la provoca que aquestes estratègies tendeixin a desaparèixer. Es creu que aquests comportaments, tan genuïnament humans i tan allunyats de l'atzar pur, són uns dels principals responsables que apareguin bombolles en els mercats financers i episodis d'una molt alta volatilitat.

## 6 Conclusions

Els sistemes socioeconòmics i financers presenten un territori molt interessant per a la física i especialment per a la física dels sistemes complexos. Hi ha una quantitat ingent de dades pendents de ser analitzades. L'aproximació experimental i la capacitat del físic de formular models simples té un enorme potencial.

En aquest article hem procurat donar una perspectiva històrica complementant-la amb alguns exemples i recordant que la física ha estat ben a prop de l'estudi dels mercats financers des del seu inici el 1900. Algunes aportacions posteriors mantenen aquesta proximitat i l'explosió de les dades massives ha facilitat aquesta relació els darrers anys. Podem imaginar-nos models estocàstics, teoria i models de xarxes o bé simplement experiments que pretenen respondre preguntes ben concretes sobre l'economia i els mercats financers.

## Bibliografia

- [1] BACHELIER, L. Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, **3(17)**, 21-86 (1900).
- [2] L'anomenat *moviment brownià* en homenatge al botànic escocès Robert Brown que documenta l'estrany fenomen l'any 1827.
- [3] EINSTEIN, A., Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Ann. Phys.*, (Leipzig) **17**, 549-560 (1905).
- [4] COOTNER, P.H. (Ed.), *The Random Character of Stock Market Prices*, Cambridge, Mass., MIT Press, (1964).
- [5] OSBORNE, M.F.M., Brownian Motion in the Stock Market. *Operations Research*, **7(2)**, 145-174 (1959).
- [6] MANDELROT, B.B., The Variation of Certain Speculative Prices, *J. Business*, **36**, 394-419 (1963).
- [7] BUCHANAN, M., The physics of the trading floor. *Nature*, **415**, 10-12 (2002)
- [8] STANLEY, E.H., MANTEGNA, R.N., Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, **376**, 46-49 (1995).
- [9] CONT, R., Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, **1**, 223-236 (2001).
- [10] PERELLÓ, J., MASOLIVER, J., Random diffusion and leverage effect in financial markets. *Physical Review E*, **67**, 037102 (2003).
- [11] MASOLIVER, J., PERELLÓ, J., Multiple time scales and the exponential Ornstein-Uhlenbeck stochastic volatility model. *Quantitative Finance*, **6**, 423-433 (2006).

- [12] EISLER, Z., PERELLÓ, J., MASOLIVER, J., Volatility: a hidden Markov process in financial times series. *Physical Review E*, **76**, 056105 (2007).
- [13] MASOLIVER, J., PERELLÓ, J., First-passage and risk evaluation under stochastic volatility. *Physical Review E*, **80**, 016108 (2009).
- [14] MASOLIVER, J., PERELLÓ, J., Escape problem under stochastic volatility: the Heston model. *Physical Review E*, **78**, 056104 (2008).
- [15] MASOLIVER, J., PERELLÓ, J., First-passage and escape problems in the Feller process. *Physical Review E*, **86**, 041116 (2012).
- [16] MONTROLL, E.W., WEISS, G.H., Random walks on lattices. II, *Journal of Mathematical Physics*, pp. 167-181 (1965).
- [17] MASOLIVER, J., MONTERO, M., PERELLÓ, J., WEISS, G.H., The continuous time random walk formalism in financial markets. *Journal of Economic Behaviour and Organization*, **61**, 577-591 (2006).
- [18a] MONTERO, M., Perpetual American options within CTRWs, *Physica A*, **387**, 3936-3941 (2008). [18b] MONTERO, M., Renewal equations for option pricing. *European Physical Journal B*, **65**, 295-306 (2008).
- [19] MONTERO, M., PERELLÓ, J., MASOLIVER, J., LILLO, F., MICCICHÈ, S., MANTEGNA, R.N., Scaling and data collapse for the mean exit time of asset prices. *Physical Review E*, **72**, 056101 (2005).
- [20] PERELLÓ, J., MASOLIVER, J., Kasprzak, A., Kutner, R., Model for interevent times with long tails and multifractality in human communications: An application to financial trading. *Physical Review E*, **78**, 036108 (2008).
- [21] SERRANO, M.Á., Phase transition in the globalization of trade. *J. Stat. Mech.* L01002 (2007).
- [22] CHASE-DUNN, C., KAWANO, Y., BREWER, B.D., Trade globalization since 1795: Waves of integration in the World-System. *American Sociological Review*, **65**, 77-95 (2000).
- [23] NEWMAN, M.E.J., *Networks: An Introduction*, 784 pages Oxford University Press (2010).
- [24] SERRANO, M.Á., GARLASCHELLI, D., BOGUÑÁ, M., LOFFREDO, M., The world trade web: structure, evolution and modeling, in *Complex Networks*, edited by G. Caldarelli. *Encyclopedia of Life Support Systems EOLSS*, Eolss Publishers, Oxford, UK (2010).
- [25] SERRANO, M.Á., BOGUÑÁ, M., Topology of the world trade web. *Phys. Rev. E*, **68**, 015101(R) (2003).
- [26] SERRANO, M.Á., BOGUÑÁ, M., VESPIGNANI, A., Patterns of dominant flows in the world trade web. *J Econ Interact Coord*, **2**, 111, 2007.
- [27] GARLASCHELLI, D., LOFFREDO, M., Fitness-dependent topological properties of the World Trade Web. *Phys Rev Lett*, **93**, 188701 (2004).
- [28] KRUGMAN, P.R., OBSTFELD, M., *International economics: theory and Policy*, 7th edn. Addison-Wesley, Lebanon (2005).
- [29] SMITH, E., FARMER, J.D., GILLEMOT, L.S., KRISHNAMURTHY, S., Statistical theory of the continuous double auction. *Quantitative Finance*, **3(6)**, 481-514 (2003).
- [30a] TEDESCHI, G., IORI, G., GALLEGATI, M., Herding effects in order driven markets: the rise and fall of gurus. *Journal of Economic Behavior & Organization*, **81(1)**, 82-96 (2010). [30b] CHIARELLA, C., IORI, G., PERELLÓ, J., The Impact of Heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, **33**, 525-537 (2009).
- [31] KAHNEMAN, D., TVERSKY, A., Prospect Theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, **47(2)**, 263-291 (1979).
- [32] BIONDO, A.E., PLUCHINO, A., RAPISARDA, A., HELBING, D., Are random trading strategies more successful than technical ones? *PLoS One*, **8(7)**, e68344 (2013).
- [33a] NOWAK, M., SIGMUND, K., A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the Prisoner's Dilemma game. *Nature*, **364(6432)**, 56-58 (1993). [33b] COOK, R., BIRD, G., LÜNSER, G., HUCK, S., HEYES, C., Automatic imitation in a strategic context: players of rock-paper-scissors imitate opponents' gestures. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, **279(1729)**, 780-786 (2012).
- [34] GUTIERREZ-ROIG, M., GRACIA-LAZARO, C., PERELLÓ, J., MORENO, Y., SANCHEZ, A., Transition from reciprocal cooperation to persistent behaviour in social dilemmas at the end of adolescence. *Nature Communications*, **5**, 4362 (2014).