



**Tiago  
Tomás  
Moreira  
Soares**

**Sistema servomotorizado de endireitamento de  
chapa em banda**



**Tiago  
Tomás  
Moreira  
Soares**

## **Sistema servomotorizado de endireitamento de chapa em banda**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em (Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica), realizada sob a orientação científica do [Doutor](#) Francisco José Malheiro Queirós de Melo, Professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e do Engenheiro António da Silva Guedes Director técnico da empresa Mecânica Exacta S.A..

Dedico este trabalho aos meus pais e irmã

## **o júri**

presidente

**Prof. Doutora Mónica Sandra Abrantes de Oliveira Correia**  
professor auxiliar da Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor José Luís Soares Esteves**  
professor auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

**Prof. Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo**  
professor associado da Universidade de Aveiro

## **agradecimentos**

Agradeço aos meus orientadores, família e amigos pela ajuda e incentivos dados durante a realização deste trabalho.

**palavras-chave**

Endireitamento, alimentação de chapa em banda, conformação plástica, retorno elástico.

**resumo**

O presente trabalho propõe um conjunto de programas para a validação, em fase de projecto, de endireitadores automáticos. O trabalho é composto por vários capítulos onde são abordados aspectos teóricos sobre o comportamento elástico plástico do endireitamento de uma chapa provenientes de bobinas de chapa metálica, bem como as considerações e simplificações utilizadas na elaboração dos programas. Contem ainda uma parte onde são apresentados os programas e são reveladas algumas experiências realizadas com os mesmos.

**keywords**

Straightening, metal sheet feed, plastic bend, spring back

**abstract**

This report proposes a set of programs for the validation of automatic straighteners in project form. The book consists of several chapters which addresses theoretical aspects of the elastic plastic behavior of a sheet metal straighteners and the considerations and simplifications used in the preparation of the programs. It also contains a part where the programs are introduced, and disclosed some experiments performed.

## Índice

I.	Lista de figuras	Pág.2
II.	Lista de tabelas	Pág.4
1.	Introdução	
1.1.	Objectivos	Pág.5
1.2.	Enquadramento	Pág.6
1.3.	Endireitadores	Pág.9
1.4.	Análise de concorrência	Pág.15
2.	Teoria de flexão em domínio plástico	
2.1.	Introdução	Pág.17
2.2.	Fibra neutra	Pág.17
2.3.	Distribuição de tensões	Pág.19
2.4.	Deformações	Pág.21
2.5.	Retorno elástico <i>spring back</i>	Pág.22
3.	Considerações	
3.1.	Catenária	Pág.27
3.2.	Endireitador	Pág.29
3.3.	Cadeia cinemática	Pág.30
4.	Programa de validação de características	
4.1.	Catenária	Pág.32
4.2.	Endireitador	Pág.35
4.3.	Cadeia cinemática	Pág.38
5.	Exemplos de cálculo/experiências	Pág.42
6.	Conclusões	Pág.47
7.	Referências bibliográficas	Pág.49
	Anexo A	
	Anexo B	
	Anexo C	



## I. Lista de figuras

Fig. 1 -	Desenrolador	Pág.6
Fig. 2 -	Defeitos de chapa	Pág.7
Fig. 3 -	Linha de conformação plástica	Pág.7
Fig. 4 -	Esquema de nivelador de 13 rolos	Pág.8
Fig. 5 -	Endireitamento por martelamento	Pág.10
Fig. 6 -	Esquema de desempenho por estiramento	Pág.11
Fig. 7 -	Exemplo de endireitamento por aquecimento	Pág.11
Fig. 8 -	Prensa de endireitamento	Pág.12
Fig. 9 -	Tensões internas numa chapa	Pág.14
Fig. 10 -	Nivelador com rolos de suporte	Pág.15
Fig. 11 -	Representação fibra neutra	Pág.18
Fig. 12 -	Carregamento elástico, elástoplastico e perfeitamente plástico	Pág.19
Fig. 13 -	Gráfico momento/ curvatura	Pág.21
Fig. 14 -	Tensões nos pontos a,b,c,d da Fig. 13	Pág.22
Fig. 15 -	Recuperação elástica de uma chapa dobrada	Pág.22
Fig. 16 -	Momentos resultantes sob efeito de diversos carregamentos	Pág.23
Fig. 17 -	Representação da reacção do material aos diversos carregamentos	Pág.24
Fig. 18 -	Gráfico carregamento, descarregamento de uma chapa	Pág.25
Fig. 19 -	Tensões residuais resultantes	Pág.26
Fig. 20 -	Curva catenária sob o peso próprio	Pág.27
Fig. 21 -	Esquema dos rolos de acomodação de chapa	Pág.28
Fig. 22 -	Endireitado de sete rolos	Pág.29
Fig. 23 -	Gráfico deslocamento, velocidade, aceleração em ordem ao tempo	Pág.30
Fig. 24 -	Variáveis de entrada do material (catenária)	Pág.32
Fig. 25 -	Variáveis específicas do sistema (catenária)	Pág.33
Fig. 26 -	Geometria de uma catenária em comprimento máximo e com 90% do material para uma velocidade de entrada nula	Pág.33
Fig. 27 -	Valores de saída do programa de validação para uma catenária com velocidade de entrada nula	Pág.34
Fig. 28 -	Geometria de uma catenária em comprimento máximo e com 90% do material para uma velocidade de entrada constante	Pág.34
Fig. 29 -	Valores de saída do programa de validação para uma catenária com velocidade de entrada constante	Pág.35
Fig. 30 -	Variáveis de entrada do material (endireitador)	Pág.36
Fig. 31 -	Variáveis específicas do sistema (endireitador)	Pág.36
Fig. 32 -	Representação da chapa introduzida no endireitador de cinco rolos calculado	Pág.36
Fig. 33 -	Valores de saída do programa de validação para um endireitador de cinco rolos	Pág.37
Fig. 34 -	Representação da chapa introduzida no endireitador de sete rolos calculado	Pág.37
Fig. 35 -	Valores de saída do programa de validação para um endireitador de sete rolos	Pág.38

- Fig. 36 - Variáveis de entrada do sistema (cinemática)\_\_\_\_\_Pág.39
- Fig. 37 - Representação do deslocamento (preto), da velocidade (azul) e da aceleração  
(vermelho) da chapa a passar pelos rolos\_\_\_\_\_Pág.40
- Fig. 38 - Representação da rotatividade (azul) e do binário de accionamento (vermelho) do  
motor\_\_\_\_\_Pág.40
- Fig. 39 - Valores de saída do programa de validação (cinemática)\_\_\_\_\_Pág.41

## II. Lista de tabelas

Tabela. 1 - Parâmetros de entrada com espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 2 - Resultados velocidade de entrada nula espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 3 - Resultados velocidade de entrada constante espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 4 - Parâmetros de entrada com comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 5 - Resultados velocidade de entrada nula comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 6 - Resultados velocidade de entrada constante comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 7 - Parâmetros de entrada para um diâmetro de rolos constante (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 8 - Resultados endireitador 5 rolos espessura de chapa variável (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 9 - Resultados endireitador 7 rolos espessura de chapa variável (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 10 - Parâmetros de entrada para uma espessura de chapa constante (endireitador)_____	Pág.45
Tabela. 11 - Resultados endireitador 5 rolos diâmetro de rolos variável (endireitador)_____	Pág.45
Tabela. 12 - Resultados endireitador 7 rolos diâmetro de rolos variável (endireitador)_____	Pág.46
Tabela. 13 - Parâmetro de entrada constantes para validação de cadências_____	Pág.46
Tabela. 14 - Resultados obtidos para cadência e comprimento de alimentação variáveis_____	Pág.46

## Índice

I.	Lista de figuras	Pág.2
II.	Lista de tabelas	Pág.4
1.	Introdução	
1.1.	Objectivos	Pág.5
1.2.	Enquadramento	Pág.6
1.3.	Endireitadores	Pág.9
1.4.	Análise de concorrência	Pág.15
2.	Teoria de flexão em domínio plástico	
2.1.	Introdução	Pág.17
2.2.	Fibra neutra	Pág.17
2.3.	Distribuição de tensões	Pág.19
2.4.	Deformações	Pág.21
2.5.	Retorno elástico <i>spring back</i>	Pág.22
3.	Considerações	
3.1.	Catenária	Pág.27
3.2.	Endireitador	Pág.29
3.3.	Cadeia cinemática	Pág.30
4.	Programa de validação de características	
4.1.	Catenária	Pág.32
4.2.	Endireitador	Pág.35
4.3.	Cadeia cinemática	Pág.38
5.	Exemplos de cálculo/experiências	Pág.42
6.	Conclusões	Pág.47
7.	Referências bibliográficas	Pág.49
	Anexo A	
	Anexo B	
	Anexo C	

## I. Lista de figuras

Fig. 1 -	Desenrolador	Pág.6
Fig. 2 -	Defeitos de chapa	Pág.7
Fig. 3 -	Linha de conformação plástica	Pág.7
Fig. 4 -	Esquema de nivelador de 13 rolos	Pág.8
Fig. 5 -	Endireitamento por martelamento	Pág.10
Fig. 6 -	Esquema de desempenho por estiramento	Pág.11
Fig. 7 -	Exemplo de endireitamento por aquecimento	Pág.11
Fig. 8 -	Prensa de endireitamento	Pág.12
Fig. 9 -	Tensões internas numa chapa	Pág.14
Fig. 10 -	Nivelador com rolos de suporte	Pág.15
Fig. 11 -	Representação fibra neutra	Pág.18
Fig. 12 -	Carregamento elástico, elástoplastico e perfeitamente plástico	Pág.19
Fig. 13 -	Gráfico momento/ curvatura	Pág.21
Fig. 14 -	Tensões nos pontos a,b,c,d da Fig. 13	Pág.22
Fig. 15 -	Recuperação elástica de uma chapa dobrada	Pág.22
Fig. 16 -	Momentos resultantes sob efeito de diversos carregamentos	Pág.23
Fig. 17 -	Representação da reacção do material aos diversos carregamentos	Pág.24
Fig. 18 -	Gráfico carregamento, descarregamento de uma chapa	Pág.25
Fig. 19 -	Tensões residuais resultantes	Pág.26
Fig. 20 -	Curva catenária sob o peso próprio	Pág.27
Fig. 21 -	Esquema dos rolos de acomodação de chapa	Pág.28
Fig. 22 -	Endireitado de sete rolos	Pág.29
Fig. 23 -	Gráfico deslocamento, velocidade, aceleração em ordem ao tempo	Pág.30
Fig. 24 -	Variáveis de entrada do material (catenária)	Pág.32
Fig. 25 -	Variáveis específicas do sistema (catenária)	Pág.33
Fig. 26 -	Geometria de uma catenária em comprimento máximo e com 90% do material para uma velocidade de entrada nula	Pág.33
Fig. 27 -	Valores de saída do programa de validação para uma catenária com velocidade de entrada nula	Pág.34
Fig. 28 -	Geometria de uma catenária em comprimento máximo e com 90% do material para uma velocidade de entrada constante	Pág.34
Fig. 29 -	Valores de saída do programa de validação para uma catenária com velocidade de entrada constante	Pág.35
Fig. 30 -	Variáveis de entrada do material (endireitador)	Pág.36
Fig. 31 -	Variáveis específicas do sistema (endireitador)	Pág.36
Fig. 32 -	Representação da chapa introduzida no endireitador de cinco rolos calculado	Pág.36
Fig. 33 -	Valores de saída do programa de validação para um endireitador de cinco rolos	Pág.37
Fig. 34 -	Representação da chapa introduzida no endireitador de sete rolos calculado	Pág.37
Fig. 35 -	Valores de saída do programa de validação para um endireitador de sete rolos	Pág.38

- Fig. 36 - Variáveis de entrada do sistema (cinemática)\_\_\_\_\_Pág.39
- Fig. 37 - Representação do deslocamento (preto), da velocidade (azul) e da aceleração  
(vermelho) da chapa a passar pelos rolos\_\_\_\_\_Pág.40
- Fig. 38 - Representação da rotatividade (azul) e do binário de accionamento (vermelho) do  
motor\_\_\_\_\_Pág.40
- Fig. 39 - Valores de saída do programa de validação (cinemática)\_\_\_\_\_Pág.41

## II. Lista de tabelas

Tabela. 1 - Parâmetros de entrada com espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 2 - Resultados velocidade de entrada nula espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 3 - Resultados velocidade de entrada constante espessura variável (catenária)_____	Pág.42
Tabela. 4 - Parâmetros de entrada com comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 5 - Resultados velocidade de entrada nula comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 6 - Resultados velocidade de entrada constante comprimento disponível variável (catenária)_____	Pág.43
Tabela. 7 - Parâmetros de entrada para um diâmetro de rolos constante (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 8 - Resultados endireitador 5 rolos espessura de chapa variável (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 9 - Resultados endireitador 7 rolos espessura de chapa variável (endireitador)_____	Pág.44
Tabela. 10 - Parâmetros de entrada para uma espessura de chapa constante (endireitador)_____	Pág.45
Tabela. 11 - Resultados endireitador 5 rolos diâmetro de rolos variável (endireitador)_____	Pág.45
Tabela. 12 - Resultados endireitador 7 rolos diâmetro de rolos variável (endireitador)_____	Pág.46
Tabela. 13 - Parâmetro de entrada constantes para validação de cadências_____	Pág.46
Tabela. 14 - Resultados obtidos para cadência e comprimento de alimentação variáveis_____	Pág.46

## **1 Introdução**

### **1.1 Objectivos**

O presente trabalho tem como objectivo adquirir competências na área de controlo/correção geométrica de chapa metálica em banda. Também se introduzirão melhorias no desenvolvimento de equipamentos industriais de endireitamento de chapa em banda através de rolos metálicos.

Uma das principais vertentes que este trabalho visa promover é o dimensionamento genérico dos equipamentos, assim como o ajuste dos sistemas que o integram, ou seja, ajudar a definir os seguintes parâmetros de forma iterativa:

- O número de rolos,
- O diâmetro dos rolos,
- O espaçamento entre rolos,
- A regulação de cada um dos rolos superiores,
- As propriedades mecânicas dos rolos,
- As forças de contacto e de reacção nos rolos,
- As velocidades de endireitamento,
- A potência de endireitamento.

De forma a poder conferir uma utilização expedita ao processo de cálculo é utilizado um programa comercial (Mathcad) para fazer um procedimento matemático no qual são impostas condições iniciais pelo utilizador tais como:

- As propriedades mecânicas do material a endireitar,
- As dimensões do material a endireitar,
- O diâmetro dos rolos previsto.

Este trabalho tem como base conhecimentos nas áreas de mecânica dos sólidos, projecto de construção mecânica e mecânica de estruturas. Como tal é realizado um estudo intensivo nos seguintes tópicos considerados relevantes para a compreensão do problema apresentado:

- Linhas de conformação metálica,



- Deformação elástica e plásticas de chapas metálicas sobre uma superfície cilíndrica,
- Tensões residuais e respectivas curvaturas de chapa provocadas por deformações plásticas, conhecido como efeito Baushinger e sua implicação no fenómeno de retorno elástico,
- Leis estáticas de vigas contínuas.

## 1.2 Enquadramento

Os processos de conformação plástica de chapa metálica em banda têm sido alvo de investigação exaustiva em todos os seus domínios devido às capacidades inerentes deste tipo de tecnologia apresenta, tais como as elevadas cadências de produção, a grande eficiência energética e, principalmente, a grande variedade de componentes que estes processo podem realizar com um grau de complexidade e rigor elevados.

Tipicamente uma linha de conformação metálica de chapa em banda é constituída por um desenrolador (Fig. 1) onde se encontra uma bobine de chapa metálica enrolada seguido de um endireitador/ nivelador cuja função é remover defeitos da chapa (Fig. 2).



Fig. 1 Desenrolador [1]

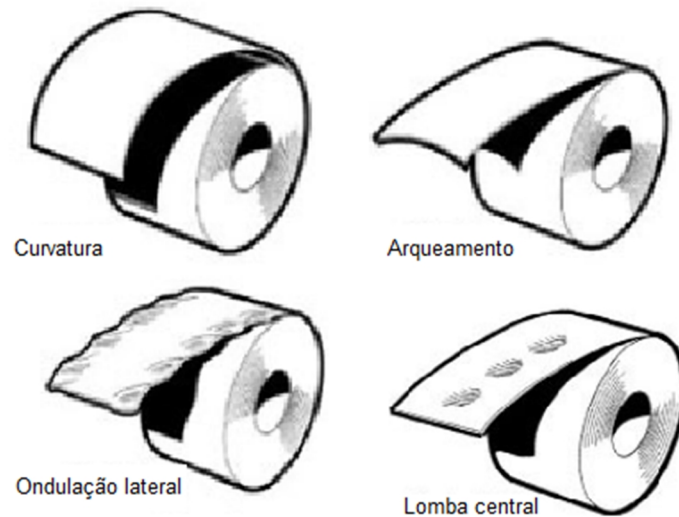


Fig. 2 Defeitos de Chapa [2]

Em seguida há uma zona de armazenamento de material, conhecida como catenária, que é utilizada para compensar as diferenças de velocidade instantâneas do endireitador e do alimentador, uma vez que, por norma, um endireitador funciona em contínuo (a uma velocidade constante) e o alimentador trabalha com velocidades variáveis dependendo da cadência e das janelas de alimentação disponíveis para a alimentação do sistema.

Posteriormente a chapa passa por um alimentador que serve para alimentar o processo de conformação (Fig. 3).

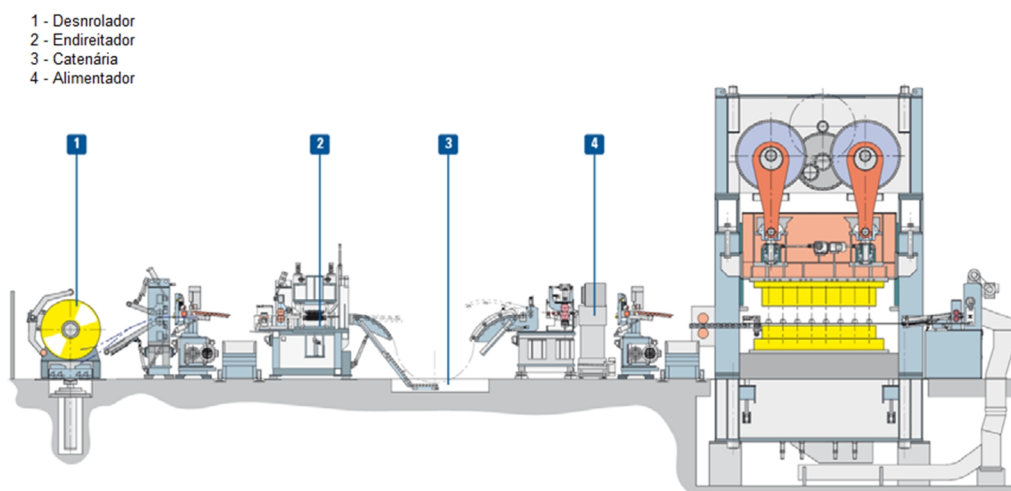


Fig. 3 Linha de conformação plástica [3]

Actualmente há vários tipos de endireitadores e niveladores. Um dos tipos mais explorados e de relevo na indústria, sendo objecto de estudo nesta tese, é o endireitador de rolos, cujo princípio de funcionamento se baseia em curvar e contra curvar a chapa a alimentar através de um conjunto de rolos dispostos em ziguezague.

Tipicamente um endireitador tem cinco ou sete rolos de endireitamento enquanto que um nivelador tem nove a vinte e um rolos (Fig. 4).

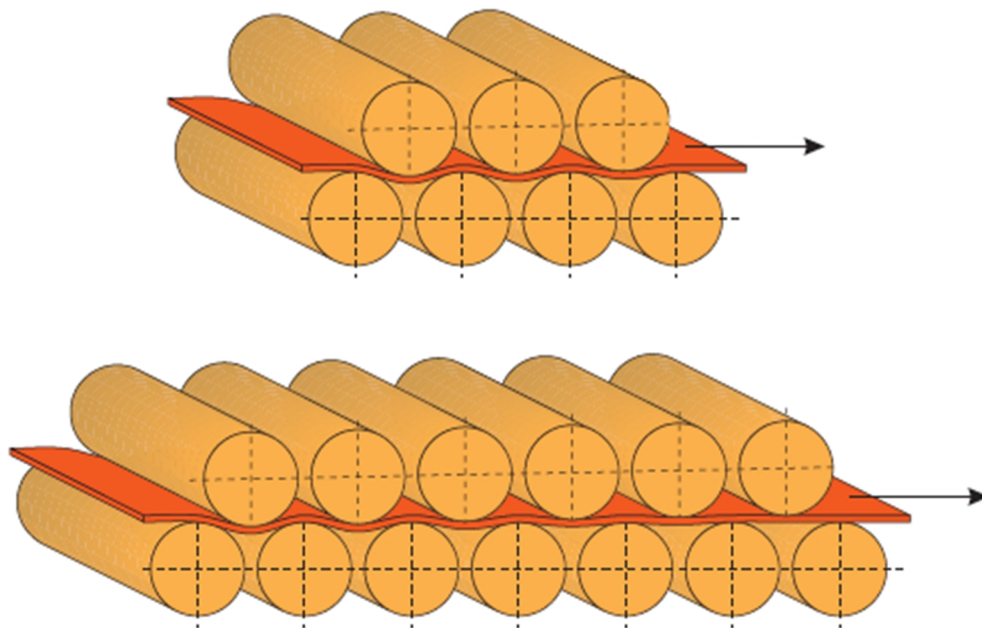


Fig. 4 Esquema de um endireitador de 7 rolos e um nivelador de 13 rolos [4]

O número de rolos depende do nível de planeza, dos defeitos de chapa a corrigir e as propriedades mecânicas do material a endireitar.

Num endireitador de rolos é realizado um conjunto de deformações progressivas. A deformação realizada no 1º rolo é a mais severa, de tal modo que a curvatura da chapa após o 1º rolo seja conhecida [5] independentemente da curvatura da chapa inicial, o que só é conseguido se a deformação imposta for superior à deformação existente na entrada. Os rolos seguintes servem para endireitar a curvatura imposta no 1º rolo, garantindo a planeza final desejada.

No processo de deformação de chapa existem parâmetros do sistema que são facilmente controláveis na execução do projecto tais como o diâmetro dos rolos, a espaçamento entre rolos, o número de rolos e a regulação máxima dos rolos reguláveis.

Há outro tipo de parâmetros que não são controlados tão facilmente como por exemplo a regulação dos rolos para materiais diferentes e até para chapas do mesmo material mas com espessura diferente.

O processo de endireitamento de chapa nasce da necessidade de melhorar a eficiência e geometria do produtos obtidos a partir dos processos de conformação plástica e corte de chapa metálica, sendo para tal necessário controlar a planeza do material de entrada bem como o próprio armazenamento do mesmo.

A nível do armazenamento, a solução típica, em chapas de pequenas espessuras, é o enrolamento das mesmas em bobina. Este enrolamento provoca deformações plásticas ao longo de toda a extensão da bobina de forma variável (maior no interior do que no exterior da bobina). Este efeito é, na realidade bastante indesejado porque a chapa a ser utilizada, aparece já com uma curvatura e como tal exige que se faça um endireitamento aquando da sua utilização de modo a garantir que a planeza da chapa alimentada ao sistema tenha sempre as mesmas propriedades geométricas.

### **1.3 Endireitadores**

#### **Introdução**

Os aços de utilização corrente na indústria provenientes de siderurgias sofrem alterações indesejadas na sua forma que podem ser divididas em três tipos principais: erros no processo de obtenção/fabricação do material (laminagem), dificuldade de acomodamento/ armazenamento do material e ainda no transporte do material entre o fabricante e o consumidor final. Estes defeitos são bastante prejudiciais para os processos de conformação plástica provocando propagação de fissuras e roturas em variações bruscas de geometria. Como tal há a necessidade de realizar o endireitamento do material antes dos processos de conformação.

### **Desempeno por martelamento**

Neste tipo de endireitamento o material a endireitar é martelado a quente ou a frio até atingir a forma desejada, este processo é utilizado principalmente em peças únicas em que não justifica a utilização de qualquer outro método de endireitamento.

O princípio básico deste tipo de endireitamento é a deformação pontual do material através do fornecimento de energia com o martelamento do material (Fig. 5), [5].

Este método é o método mais antigo, no entanto, é o método mais lento, requer experiência e habilidade do operador e há ainda o facto de não poder ser empregue a materiais de grandes espessura. Tem as vantagens de não necessitar de equipamento específico e possibilitar realizar alguns endireitamentos, que de outro modo, não são possíveis.

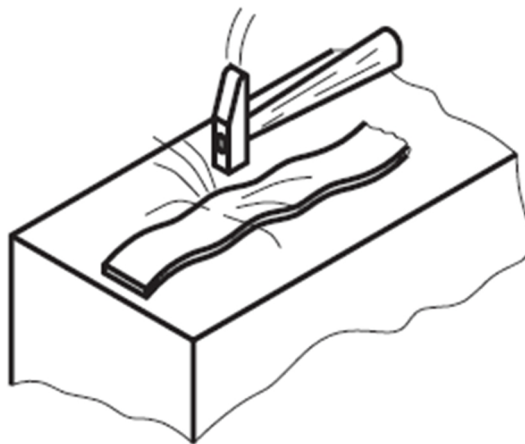


Fig. 5 Endireitamento por martelamento

### **Desempeno por estiramento**

Neste tipo de endireitamento o material a endireitar é fixo por mordentes nas extremidades e esticado, sendo regra geral apenas utilizado nas siderurgias.

O princípio básico é a deformação de todo o material para além do limite elástico do mesmo, de modo a plastificar o material uniformemente (Fig. 6), [5].

Este método tem a vantagem do material resultante ter tensões internas uniformes no entanto necessita de um equipamento específico para o efeito e não pode ser aplicado a

peças de grandes áreas transversais devido as forças envolvida no processo. Tem ainda como limitação a geometria dos materiais, devido a dificuldade de fixação dos mesmos.



Fig. 6 Esquema de desempenho por estiramento

### Desempeno térmico

Neste tipo de endireitamento o material a endireitar é sujeito a um aquecimento pontual ou em áreas específicas em que o aquecimento é feito por indução ou através de chama (Fig. 7). Este método é geralmente empregue a peças de grande dimensão e a peças soldadas acabadas ou semi-acabadas [6].

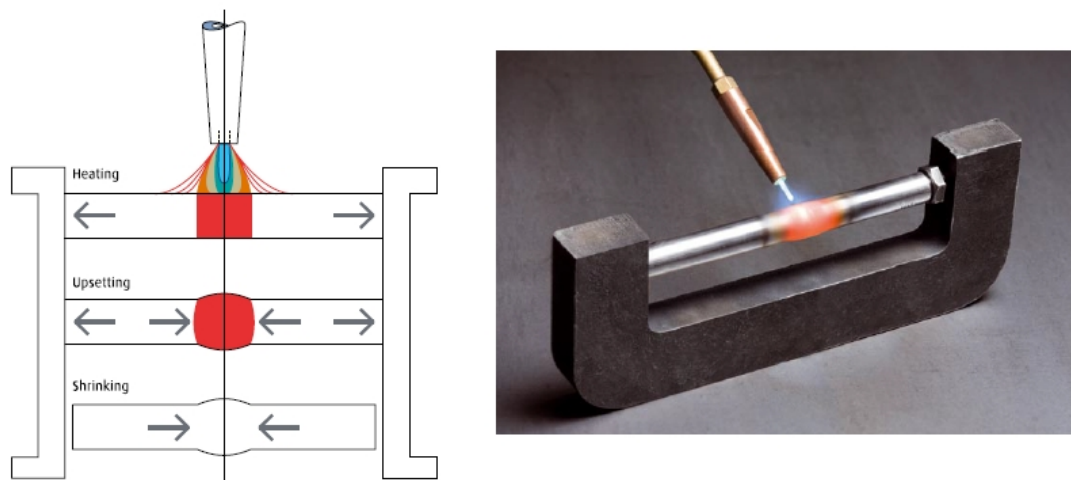


Fig. 7 Exemplificação de endireitamento por aquecimento [7]

O princípio básico deste processo é a formação de tensões internas no material provocados pelo aquecimento e arrefecimento controlado do material.

Este método tem como principal vantagem a possibilidade de endireitar materiais de dimensões muito grande e, no caso do aquecimento por chama, não necessitar de equipamento específico para o trabalho. Contudo este processo provoca grandes alterações no comportamento do material e também não pode ser aplicado a materiais de grande condutividade térmica (como, por exemplo, ligas de alumínio).

### **Desempeno por prensagem**

Neste tipo de endireitamento o material a endireitar é sujeito a aplicações pontuais ou em áreas de tensões através da ferramenta de uma prensa (Fig. 8). Este método é utilizado em peças de grande dimensão.

O princípio básico deste processo é a aplicação de deformações controladas na zonas empenadas de modo a equilibrar as tensões residuais internas do material e assim conduzir ao seu endireitamento.

Este método tem como principal vantagem a possibilidade de endireitar materiais de grandes dimensões tendo as desvantagens da necessidade de equipamento específico, dificuldade do controlo do processo e o tempo de execução do endireitamento.



Fig. 8 Prensa de endireitamento [8]

### Desempeno por feiras/ endireitadores automáticos

Um endireitador é constituído geralmente por dois ou quatro rolos de arrasto também conhecidos como *pinch rolls*, montados no mesmo alinhamento vertical, e cinco ou sete rolos de endireitamento, montados em ziguezague. Três ou quatro dos rolos de endireitamento são bem como os rolos de arrasto motorizados e os restantes conduzidos.

Os rolos conduzidos são os rolos em que é feito o ajuste da profundidade de plastificação, ou seja onde é feita a regulação da profundidade de penetração, aumentando assim a força exercida da chapa e diminuindo o seu raio de curvatura. Tal como num processo de calandragem a profundidade máxima ( $Z_{max}$ ) não pode exceder o resultado do cálculo [4]:

$$Z_{max} = D_{rolos} + h_{chapa} - \sqrt{(D_{rolos} + h_{chapa})^2 - L_{linha}^2}$$

Onde  $D_{rolos}$  é o diâmetro dos rolos,  $h_{chapa}$  a espessura da chapa e  $L_{linha}$  a distancia entre rolos.

O conjunto de rolos inferiores é montado de forma rígida e motorizada, enquanto os rolos superiores são conduzidos e reguláveis em altura, onde são aplicadas deformações sucessiva no material com um grau de deformação plástica cada vez mais pequeno sendo que, no 1º rolo, a deformação imposta terá sempre de ser superior a deformação presente na chapa antes de entrar no endireitador (curvatura da chapa).

Os sucessivos rolos do endireitador servem para fazer o controlo da curvatura imposta no 1º rolo. Desde que a regulação dos rolos seja suficiente para controlar a curvatura imposta pode-se dizer que a configuração é válida para toda a bobina sendo que a chapa das camadas exteriores da bobina terá uma eliminação de defeitos superior devido a natureza do processo de endireitamento.

No endireitamento de chapa, tal como já foi referido, o principal objectivo é realizar uma uniformização da planeza do material. Contudo, há vários tipos de defeitos que podem surgir antes do enrolamento da chapa nas bobinas (Fig.2) e que devem ser também eles controlados. Para tal pode ser utilizado um nivelador que na realidade não é mais que um simples endireitador com mais rolos através do qual são aplicadas



deformações controladas, de tal ordem que superam as deformações existentes na chapa. No entanto, em muitos processos o que se opta por fazer é apenas aplicar um endireitador e como tal existe a necessidade de se controlar a deformação imposta na chapa entre cada conjunto de rolos.

Quanto maior o número de deformações que a chapa sofre menores são as tensões residuais no interior da mesma (Fig. 9), como tal é benéfico ter o maior número de rolos possível. Contudo a potência necessária ao accionamento do mecanismo aumenta com o número de rolos [4].

É com base neste princípio que um nivelador/endireitador trabalha, ou seja, realiza múltiplas operações de dobragem consecutivas aplicando em cada uma delas uma tensão residual que permanece na chapa. Assim sendo o resultado final é um perfil de tensões residuais em forma de "serra".

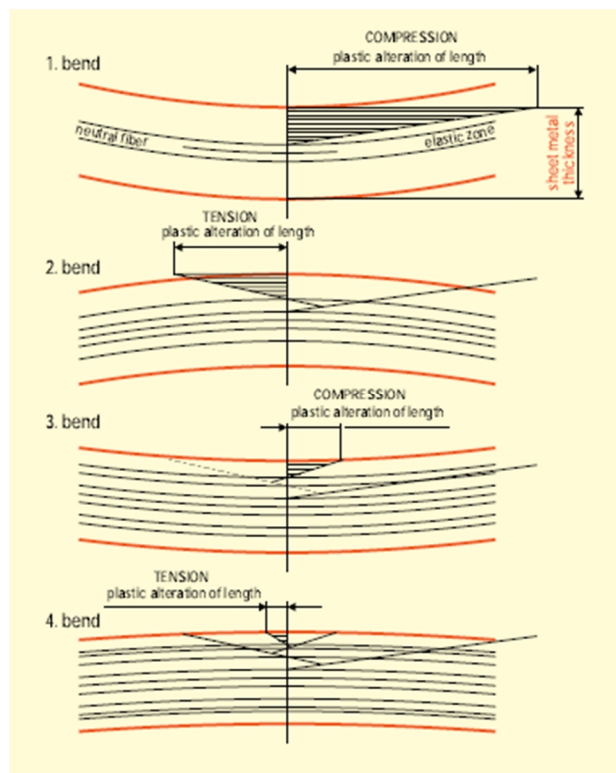


Fig. 9 Tensões internas na chapa [4]

Quanto maior a largura da banda a endireitar maior terá de ser o comprimento dos rolos de endireitamento e como tal a rigidez dos rolos do endireitador deve ser suficiente para suportar este acréscimo de cargas. Quando a rigidez dos rolos deixa de ser suficiente para suportar as cargas podem ser utilizados rolos de apoio (Fig. 10) de modo a aumentar a rigidez do cilindro, sem ser necessário alterar a geometria dos rolos. De outro modo também pode ser feito um incremento no diâmetro dos rolos, no entanto esta alteração interfere negativamente com a capacidade de endireitamento.



Fig. 10 Nivelador com rolos de suporte

#### **1.4 Análise de concorrência**

Todos os endireitadores analisados estão idealizados para trabalhar a velocidade constante, tendo uma velocidade de alimentação de até 0.67m/s (40m/min), regulada geralmente com um potenciômetro [1].

O diâmetro mínimo de rolos utilizado é de 40 mm em endireitadores de 5 rolos e 50mm em endireitadores de 7 rolos.

A dureza superficial de todos os rolos de endireitamento analisados é de 60HRC conseguida através da cementação.

Os *Pinch roll's* podem ter o mesmo tratamento dos rolos de endireitamento ou uma cromagem dura, obtendo com este tratamento uma dureza superficial de 70HRC. A cromagem dura só é utilizada em endireitadores com 7 rolos de endireitamento e um diâmetro dos rolos de arrasto superior a 100mm

Regra geral quando as chapas tem uma espessura superior a 5mm e/ou largura de banda superiores a 1000mm são utilizados rolos de suporte em todos os rolos.

## **2. Teoria da flexão em domínio plástico**

### **2.1 Introdução**

A deformação plástica por flexão é um modo de deformação presente em muitos processos de conformação metálica, sendo o material sujeito a dobragem, no qual a flexão é predominante. Neste capítulo serão introduzidos conceitos teóricos sobre a flexão em domínio plástico predominante na dobragem de chapa. Neste modelo são desprezados os efeitos da distribuição de cargas ao longo da espessura do material dado que para o processo em análise, o raio de curvatura do material é, regra geral, muito superior à espessura do mesmo.

O método de análise utilizado baseia-se no método da fatia elementar que está sujeito a uma série de pressupostos tais como:

- O material é homogéneo e isotrópico,
- O comportamento do material é compreendido como sendo um material elástico perfeitamente plástico (EPP) com uma tensão de cedência igual para a compressão e tracção,
- As secções transversais do material permanecem sempre planas durante o processo,
- O princípio de sobreposição de cargas e o princípio de Saint Venant (princípio da elasticidade) são aplicados.

De notar ainda que o material a utilizar tem secção transversal rectangular.

### **2.2 Fibra neutra**

Na Fig. 11 está representada uma peça antes e depois de uma acção de dobragem. A fibra AB aumenta de comprimento e a fibra CD mantém o comprimento (fibra neutra da secção).

Considera-se que o material não tem nenhuma tensão de corte associada.

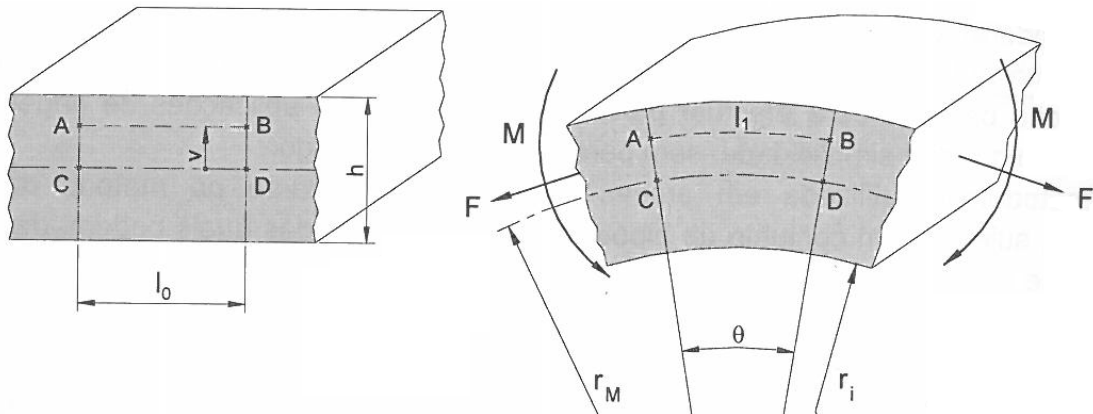


Fig. 11 Representação fibra neutra [9]

Como pode ser observado a fibra AB de comprimento inicial  $l_0$  sofre tracção e como tal o seu comprimento final é dado por:

$$l_1 = (r_M + v) * \theta$$

Sendo  $r_M$  o raio de curvatura de fibra neutra,  $v$  a distancia entre a fibra média e a fibra pretendida e  $\theta$  o ângulo da deformação (a fibra neutra e a fibra média para este caso são as mesmas). Deste modo podemos afirmar que o comprimento da linha média após a deformação é dado por:

$$l_M = r_M * \theta$$

Como tal a extensão tangencial da fibra AB é dada por:

$$(\epsilon_\theta)_{AB} = \ln \frac{l_1}{l_0} = \ln \left[ \frac{l_M}{l_0} * \left( 1 + \frac{v}{r_M} \right) \right] = \ln \left( \frac{l_M}{l_0} \right) + \ln \left( 1 + \frac{v}{r_M} \right)$$

Analisando a equação podemos notar que esta tem duas parcelas sendo que a primeira é relativa à extensão da linha média e que a segunda é relativa a flexão do material. Assim sendo, surge o conceito de linha neutra como sendo o ponto em que a variação do comprimento dessa linha não sofre variação.

Esta formulação é importante pois é a partir dele que se podem fazer planificações mais exactas da dimensão do material necessário a uma operação.

### 2.3 Distribuição de tensões

Para se conseguir obter a distribuição de tensões de uma peça de dimensões  $h$  e  $b$ , espessura e largura respectivamente, solicitado por um momento puro  $M_z$ , considerando ainda que se trata de um peça em que a linha neutra e linha média coincidem, ou seja  $\sigma_x = 0$ , a distribuição de tensões depende logicamente do momento aplicado ao material que, por sua vez, provoca uma tensão no mesmo podendo a sua distribuição ser representada por um dos três seguintes casos de carregamento: elástico, elástico plástico e totalmente plástico (Fig. 12).

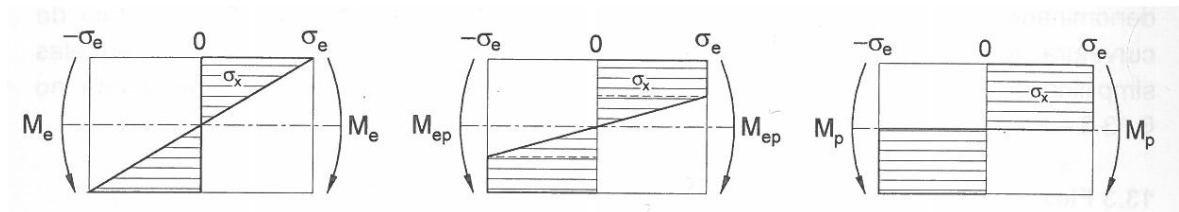


Fig. 12 Carregamento elástico, elástoplastico e perfeitamente plástico

Para o caso do material se manter em regime elástico a distribuição de tensões pode ser obtida através de:

$$\sigma_x = \pm \frac{M_e y}{I_z}$$

Sendo que  $M_e$  é o momento flector aplicado,  $y$  é a distancia entre a fibra em análise e a fibra neutra e  $I_z$  é a inércia da secção do material sendo que o sinal  $\pm$  se deve ao facto de metade da chapa estar a compressão e a outra a tracção de tal modo que a fibra neutra se encontra completamente descarregada.

Podemos então afirmar que, como a chapa se encontra em domínio elástico, as fibras exteriores estão com uma tensão de tracção e compressão iguais aos dos limites de elasticidade do material. O momento elástico máximo suportado por uma chapa metálica, sendo  $I_z = \frac{bh^3}{12}$ , a fibra exterior representada como sendo a fibra de cota  $y = \frac{h}{2}$  e a tensão na fibra exterior  $\sigma_x = \sigma_e$  (limite elástico), é dado por:

$$M_e = \sigma_e \frac{bh^2}{6}$$

Aumentando este momento pode-se verificar que as fibras exteriores ultrapassam a tensão limite de elasticidade o que significa que o material entra em regime EPP (Fig. 12).

O momento resultante neste tipo de carregamento pode ser calculado através do cálculo dos momentos ponderados presentes no perfil. Com a força elástica  $F_e$  e a espessura em regime elástico  $d_e$ , podemos calcular o momento elástico ficando a faltar o momento plástico que é calculado através da força plástica  $F_p$  e da distancia de plasticidade  $d_p$ . Fazendo o equilíbrio de tensões obtém-se:

$$M_{ep} = F_e \frac{4}{3} d_e + F_p (h - d_p)$$

De notar que se a zona de plasticidade for igual à espessura total do material podemos então dizer que o momento total nessa secção é dado por:

$$M_p = \frac{\sigma_e bh^2}{4}$$

Tendo-se adoptado por um modelo EPP quando o momento atingido é igual ao momento plástico do material podemos dizer que o material funciona como uma rótula plástica o que na realidade não é verdade. Devido ao facto dos materiais terem uma deformação plástica limitada entram em ruptura plástica antes da formação da dita rótula plástica.

Por outro lado devido às leis da continuidade, a diferença de tensões entre a parte a tracção e compressão não pode ser descontínua como aparentam. Na realidade há sempre uma zona de lâmina elástica no material o que equivale a ter uma zona do material que nunca chega a plastificar e cujo declive das tensões instaladas é extremamente elevado.

## 2.4 Deformações

Como foi adoptado um modelo EPP há portanto apenas dois comportamentos de deformação considerados, um comportamento elástico e outro EPP. Para o regime elástico:

$$\sigma = E\varepsilon \quad 0 \leq \varepsilon \leq \frac{\sigma_e}{E}$$

Enquanto em regime plástico:

$$\sigma = \sigma_e \quad \varepsilon \geq \frac{\sigma_e}{E}$$

Em que  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $\varepsilon$  a deformação e  $\sigma_e$  a tensão de cedência.

Considere-mos agora o caso de uma flexão elásto plástica sujeita a momento puro, a curvatura do material pode ser calculada de tal modo que, se o raio de curvatura for  $\rho$  então a curvatura será dada por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_e}{E\left(\frac{h}{2} - d_p\right)}$$

Sendo  $h$  a espessura e  $d_p$  o rácio de plastificação do material Esta curva está representada na Fig. 13.

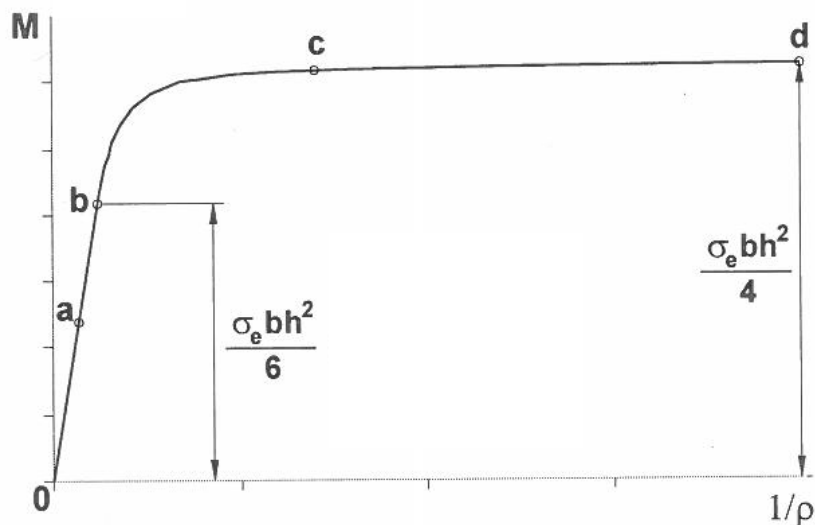


Fig. 13 Gráfico momento/curvatura



Analisando a Fig. 14 podemos ver que estão representados quatro estados de carregamento, (a), (b), (c) e (d). Entre a origem do gráfico e o ponto (b) Fig. 13, o material encontra-se em regime elástico e como tal a distribuição de tensões ao longo da espessura é proporcional à distância de linha neutra, sendo que no ponto (b) as extremidades do material estão no limiar da elasticidade. Entre os pontos (b) e (d) o material está em regime plástico chegando à plastificação total no ponto (d).

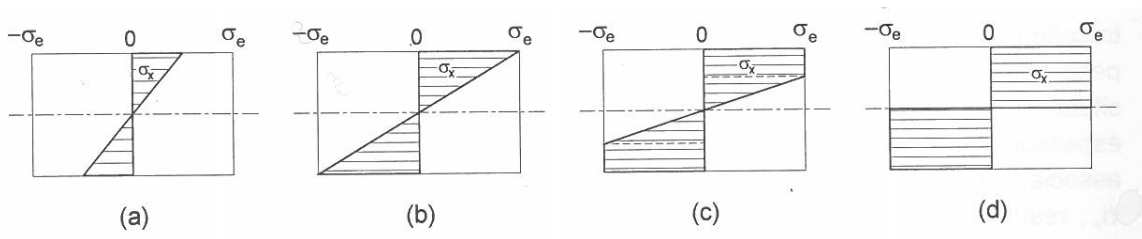


Fig. 14 Tensões nos pontos a,b,c,d da Fig. 13

### 2.5 Retorno elástico (spring-back)

A recuperação elástica é um efeito que ocorre sempre que uma peça sujeita a uma carga é descarregada, tendo como consequência a alteração da geometria da peça, nomeadamente, raio de curvatura e ângulo de curvado (Fig. 15).

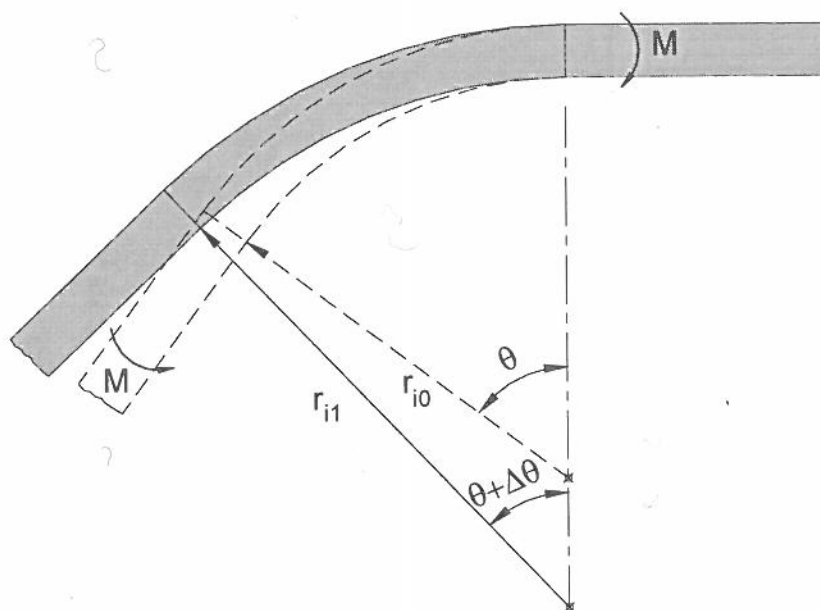


Fig. 15 Recuperação elástica de uma chapa dobrada

Sabendo que há duas fases principais na conformação de uma peça, carregamento e descarregamento, é necessário saber as distribuições de tensões em cada uma delas.

Relativo a fase de carga os momentos presentes no material são os representados na Fig. 16.

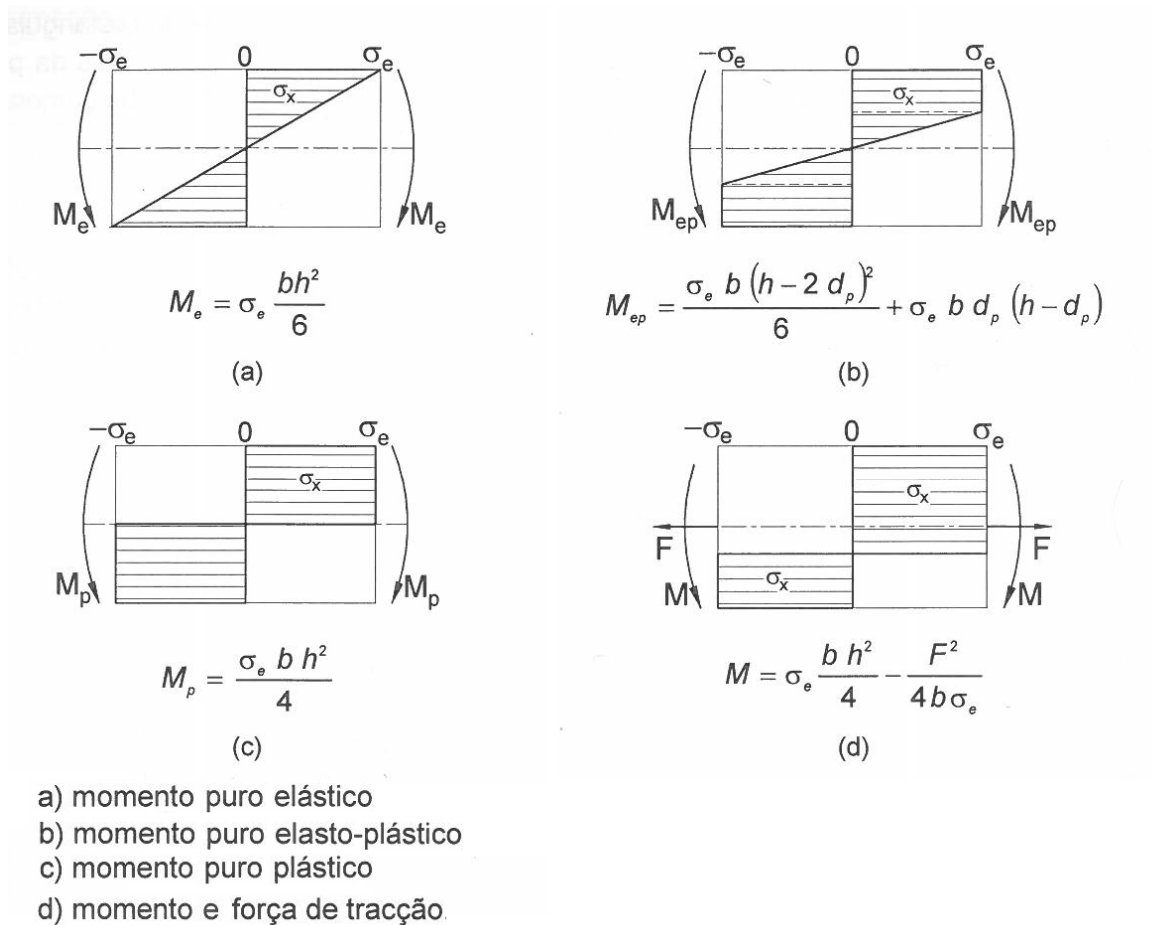


Fig. 16 Momentos resultantes sob o efeito de diversos carregamentos

Após esta fase a peça entra em descarregamento. Nesta fase o material entra em descompensação de forças e como tal gera ele próprio uma força de compensação, força essa que vai provoca o retorno elástico do material (Fig. 17).

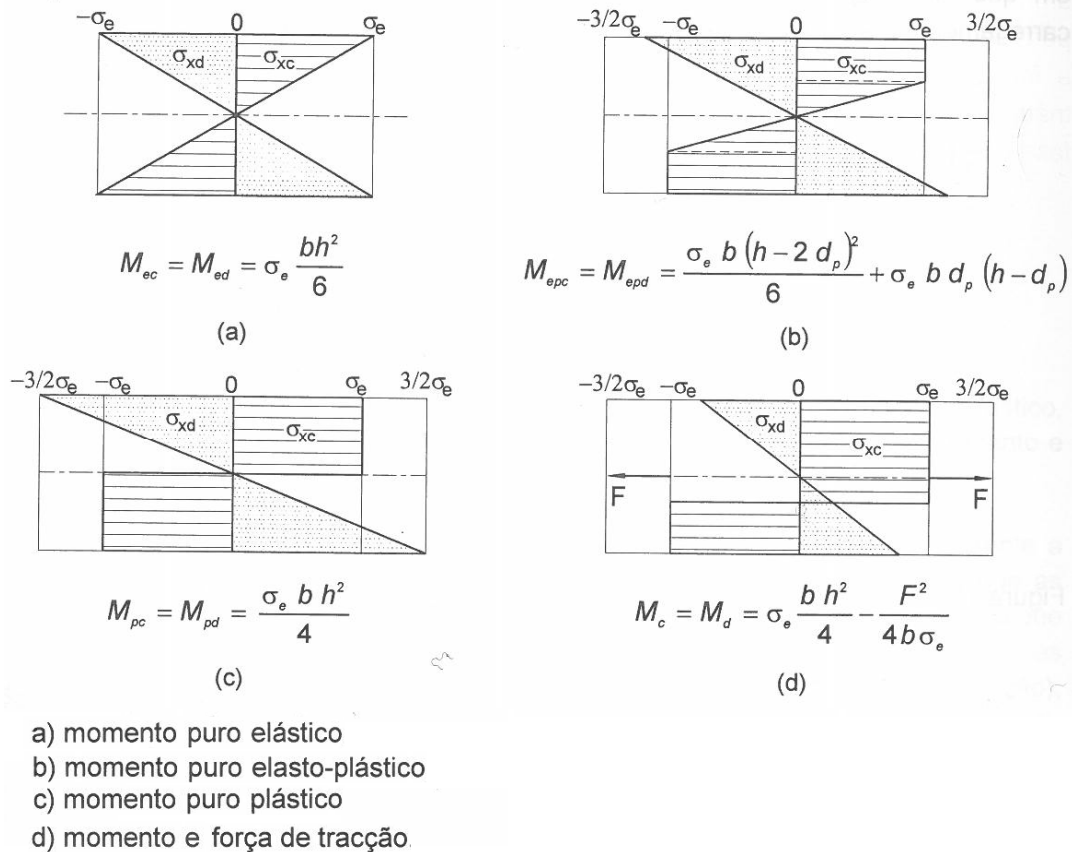


Fig. 17 Representação da reacção do material aos diversos descarregamentos

Utilizando o princípio da sobreposição no instante em que a fase de carregamento termina, o material exerce um momento flector (e força radial caso exista) com o mesmo valor em sentido oposto de modo a que o material fique em equilíbrio estático. Nesta fase o material é regido pelas leis constitutivas lineares elásticas e como tal podemos calcular a recuperação elástica do material. Olhando para a curva do material (Fig. 18) pode-se calcular a recuperação elástica do material com base no seu carregamento através de:

$$\Delta \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{2 \Delta \sigma_{ext}}{E h}$$

Onde  $\Delta \sigma_{ext}$  é a variação de tensão na fibra exterior:

$$\Delta \sigma_{ext} = \sigma_{maximo} - \sigma_e$$

Em que  $\sigma_{maximo}$  é a tensão máxima atingida pelo material.

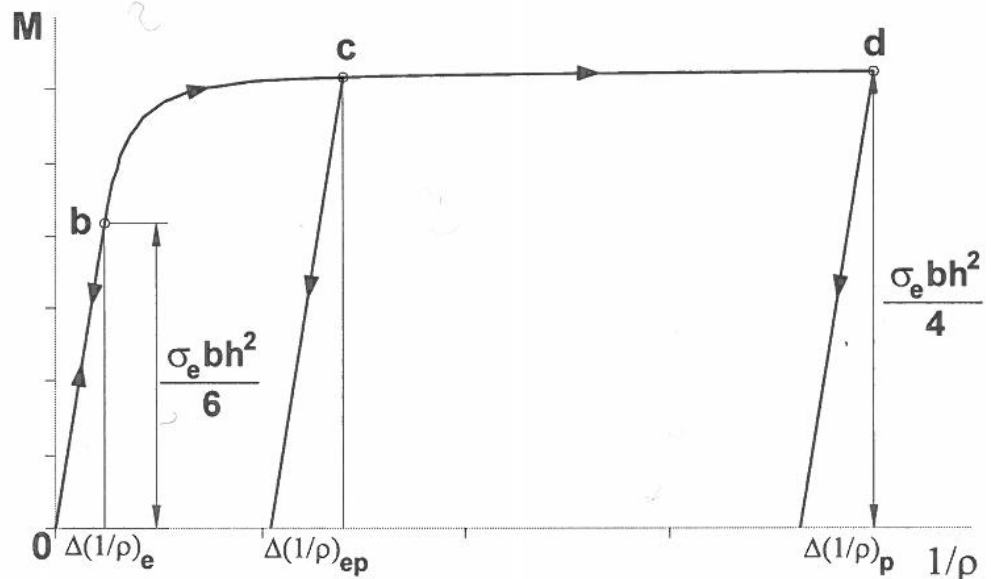


Fig. 18 Gráfico do carregamento e descarregamento de uma chapa em ordem à curvatura

Para se conhecer as tensões residuais que ficam na chapa é preciso sobrepor as tensões de carga e descarga (Fig. 17). A tensão de descarga pode ser obtida por:

$$\sigma_{xd} = -\sigma_e \left[ 1 + 2 \frac{d_p}{h} \left( 1 - \frac{d_p}{h} \right) \right]$$

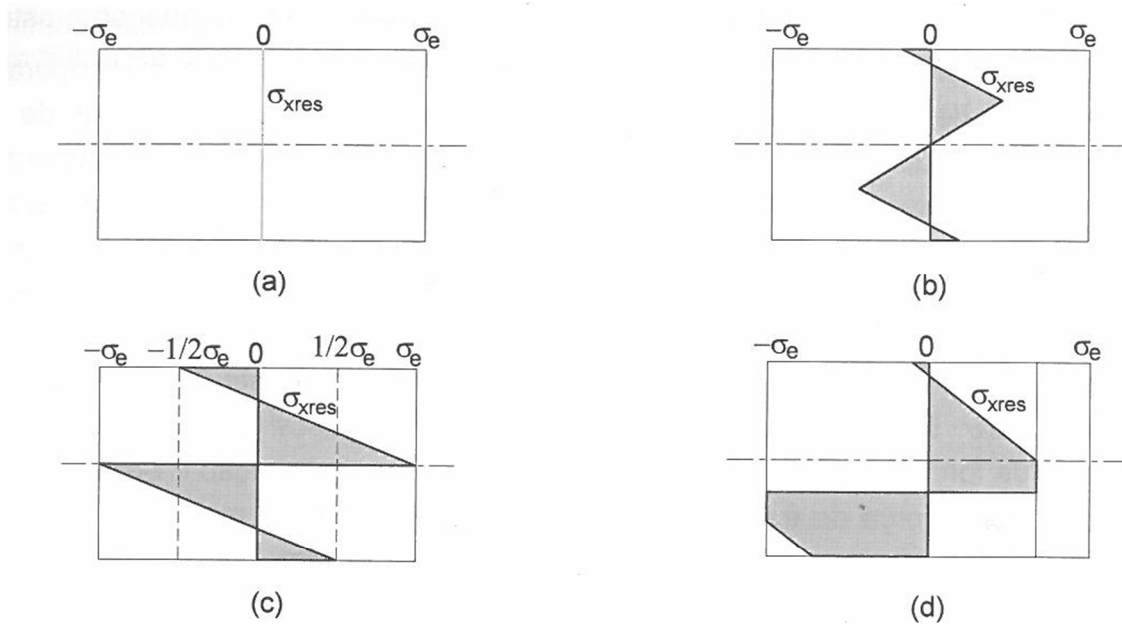
De notar que quando a solitação é elástica, ou seja  $d_p = 0$  o valor da tensão de reacção é igual a:

$$\sigma_{xd} = -\sigma_e$$

Enquanto um carregamento completamente plástico ou seja  $d_p = \frac{h}{2}$  o valor da tensão de reacção é igual a:

$$\sigma_{xd} = -\sigma_e \frac{3}{2}$$

As tensões residuais que permanecem na chapa depois da fase de descarga são observadas na Fig. 19.



- a) momento puro elástico
- b) momento puro elasto-plástico
- c) momento puro plástico
- d) momento e força de tracção.

Fig. 19 Tensões residuais resultantes

### 3. Considerações e desenvolvimento

Esta parte foi dividida em três partes principais:

1. Catenária,
2. Endireitador,
3. Cadeia cinemática.

Em cada um deles é feito o estudo dos esforços presentes na banda e nas partes constituintes de cada sistema.

#### 3.1 Catenária

A catenária de uma banda de chapa metálica pode ser dividida em três partes:

- Geometria de corpo livre (GCL)
- Forças presentes no sistema,
- Geometria imposta.

A geometria de corpo livre é o equivalente a ter um corpo suspenso com 2 apoios simples de fixação Fig. 20, [10].

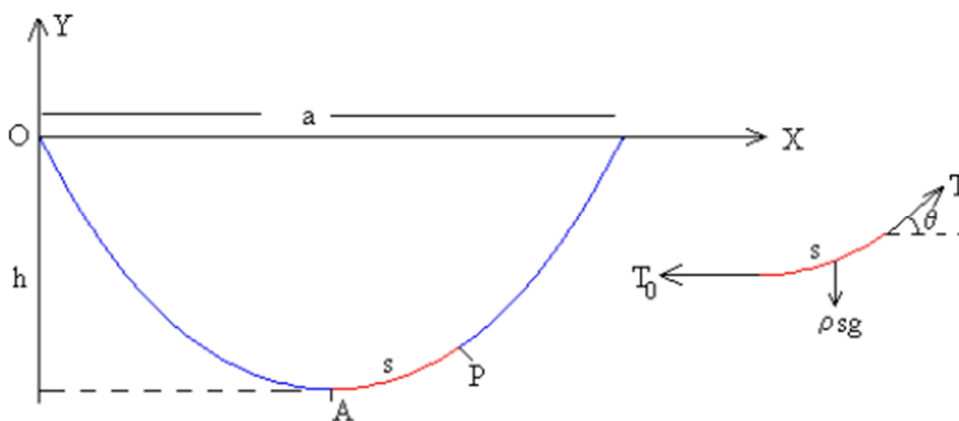


Fig. 20 Curva catenária sob o peso próprio

Com esta geometria podemos calcular as forças presentes na chapa devido à tensão na chapa provocada pelo peso próprio da mesma.

Dando continuidade ao estudo das forças é analisada a curvatura da chapa [11] ao longo de todo o seu comprimento de modo a calcular a tração/compressão que é provocada na fibra exterior da chapa. Deste modo sabemos se a geometria é válida ou não (pode ser válida para uma chapa fina e não o ser para uma chapa de espessura superior). Posteriormente são analisadas as forças provenientes do movimento de alimentação da chapa que provoca uma variação no comprimento total de chapa armazenada. Com as forças calculadas até agora é realizada a validação da geometria da catenária arbitrada.

Em relação à geometria imposta estamos a falar dos rolos de entrada e saída dos equipamentos entre os quais a catenária está formada tendo estes uma geometria imposta, tipicamente um quarto de elipse. No entanto para este procedimento de cálculo por motivos de simplificação, é considerada uma geometria de arco de círculo (Fig. 21,[12]) definida através dos esforços a que o material está sujeito bem como a GCL. Desta forma é garantido que o material nunca entra em plastificação nesta parte da curva conseguindo deste modo traçar toda a curva com uma função contínua.

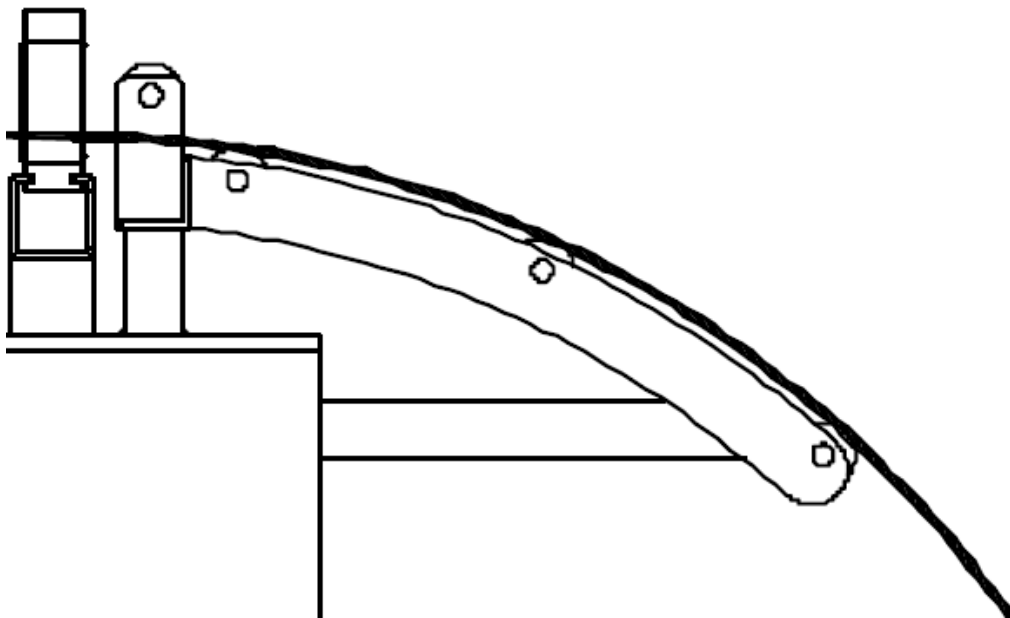


Fig. 21 Esquema do rolos de acomodação da chapa

### 3.2 Endireitador

Neste trabalho são tidos em consideração apenas endireitadores com cinco ou sete rolos de endireitamento e quatro rolos de arrasto como é visto na Fig. 22.

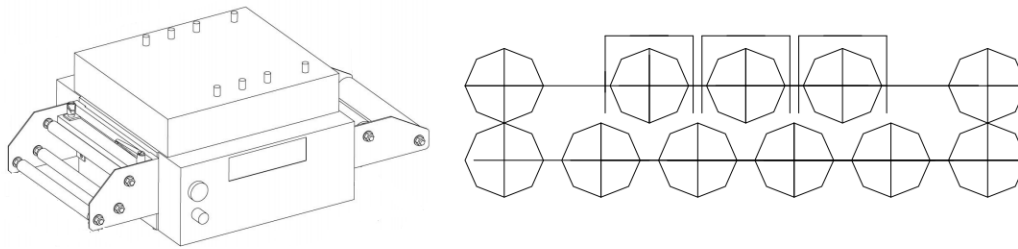


Fig. 22 Endireitador 7 rolos

O estudo da chapa é feito através da aproximação de uma viga contínua em regime elástico considerando deste modo que a parte plástica do material se comporta como rótula elástica. Deste modo é possível obter uma aproximação realista da geometria do material, sendo que o nível de plastificação imposto em cada conjunto de rolos é conhecido [13]. A geometria da banda é obtida através do cálculo das deformações da lâmina elástica do material de tal modo que o restante material acompanha a curvatura dessa camada [14], [15] e [16].

Tendo em vista a agilização do processo de cálculo é considerado que os rolos de arrasto também conhecidos como *Pinch rolls* representam um encastramento no material deste modo é possibilitado o cálculo das forças e deslocamentos dos rolos reguláveis do sistema através das equações de mecânica de estruturas de vigas hiperestéticas.

As condições de fronteira utilizadas são:

- Encastramento no ponto inicial e final,
- Deslocamento nulo nos rolos motorizados do sistema,
- Momento nos rolos reguláveis igual ao momento calculado através do grau de plastificação do material.



Analisando os esforços resultantes, é calculado o binário necessário ao accionamento do mecanismo através da diferença de curvaturas entre rolos e os momentos sobre os quais tais variações são realizadas. É ainda feito o estudo do binário máximo admissível no sistema de modo aos rolos não entrem em deslizamento em relação a chapa.

Com os dados obtidos é possível validar os diâmetros dos rolos bem como o seu espaçamento e ainda os binários, necessários e críticos a que o sistema pode trabalhar. O binário necessário é o binário mínimo que é preciso fornecer ao sistema para conseguir endireitar o material e o crítico o binário máximo possível de aplicar no sistema sem entrar que a banda entre em escorregamento nos rolos.

### 3.3 Cadeia cinemática

Para o estudo da cadeia cinemática é realizado o estudo dinâmico do comportamento do material e equipamento.

O perfil de movimento adoptado é um perfil polinomial de 5º grau conhecido como "polinómio 3-4-5" devido aos 3 termos que o polinómio apresenta. Através deste perfil são traçadas as curvas de deslocamento, velocidade e aceleração (Fig. 23).

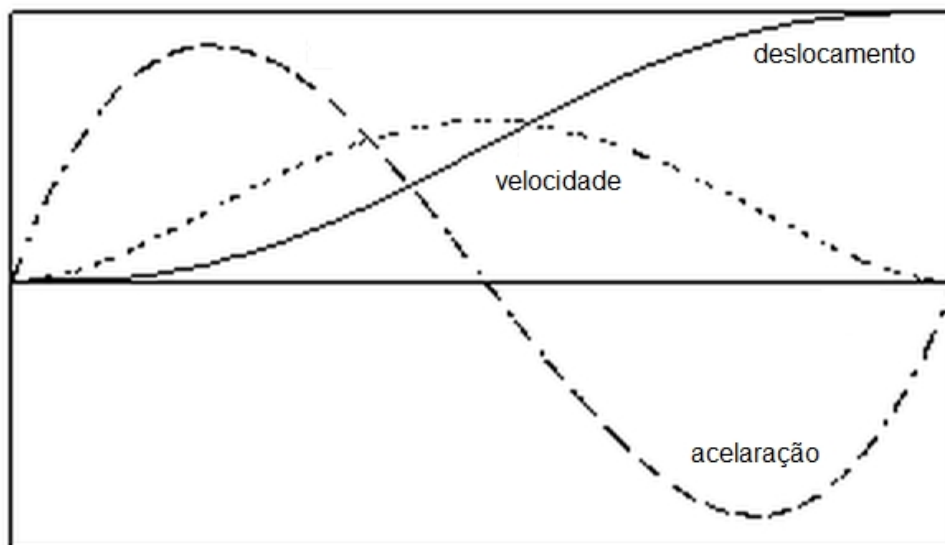


Fig. 23 Gráfico deslocamento, velocidade e aceleração em ordem ao tempo

Através dos dados obtidos é possível calcular e validar o conjunto motor/redutor necessário para o accionamento do sistema [17].

## 4 Programa de validação de características

Em concordância com o capítulo anterior, e para tornar a aquisição de dados mais simples e directa, foram realizados três procedimentos/programas para validar todo o sistema. Cada um deles respectivo a um dos sistemas principais.

### 4.1 Catenária

Este procedimento visa calcular e validar parâmetros específicos de uma catenária, prevendo o comportamento e esforços do material quando sujeito a uma catenária em dois tipos de movimentação, velocidade de entrada de material nula e velocidade de entrada constante. Para tal é necessário introduzir parâmetros de entrada gerais e específicos (Anexo A).

A Introdução de parâmetros gerais e específicos são feitas em áreas específicas do programa. Estas áreas são representadas pelas Fig. 24 e Fig. 25 respectivamente.

<b>1. Variáveis de entrada</b>	
<b>1.1 Variáveis gerais</b>	
Espesura de chapa	$h := 0.5 \text{ mm}$
Largura de banda	$b := 190 \text{ mm}$
Módulo de elasticidade	$E := 210 \text{ GPa}$
Tensão de cêdencia	$\sigma_e := 260 \text{ MPa}$
Densidade mássica	$\rho := 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Fig. 24 Variáveis de entrada do material (catenária)

## 1.2 Variáveis catenária e cinemáticas

Comprimento da catenária	$a_{disponivel} := 4 \text{ m}$
Altura da catenária	$H_{disponivel} := 1 \text{ m}$
Comprimento de alimentação	$stroke := 100 \text{ mm}$
Cadência	$Golpes := 80$
Janela de alimentação	$\theta_{alimentação} := 70 \text{ deg}$
Afastamento entre rolos de apoio (aproximado)	$\Delta L_{rolos} := 60 \text{ mm}$
Raio do rolos de apoio	$R_{rol} := \frac{50}{2} \text{ mm}$

Fig. 25 Variáveis específicas do sistema (catenária)

Com os parâmetros inseridos, o programa calcula a geometria e os parâmetros necessários para os procedimentos seguintes, bem como os parâmetros necessários para a validação da catenária sugerida nos parâmetros de entrada.

### Catenária com velocidade de entrada nula

No caso de uma catenária com velocidade de entrada nula a geometria da catenária é a representada na Fig. 26.

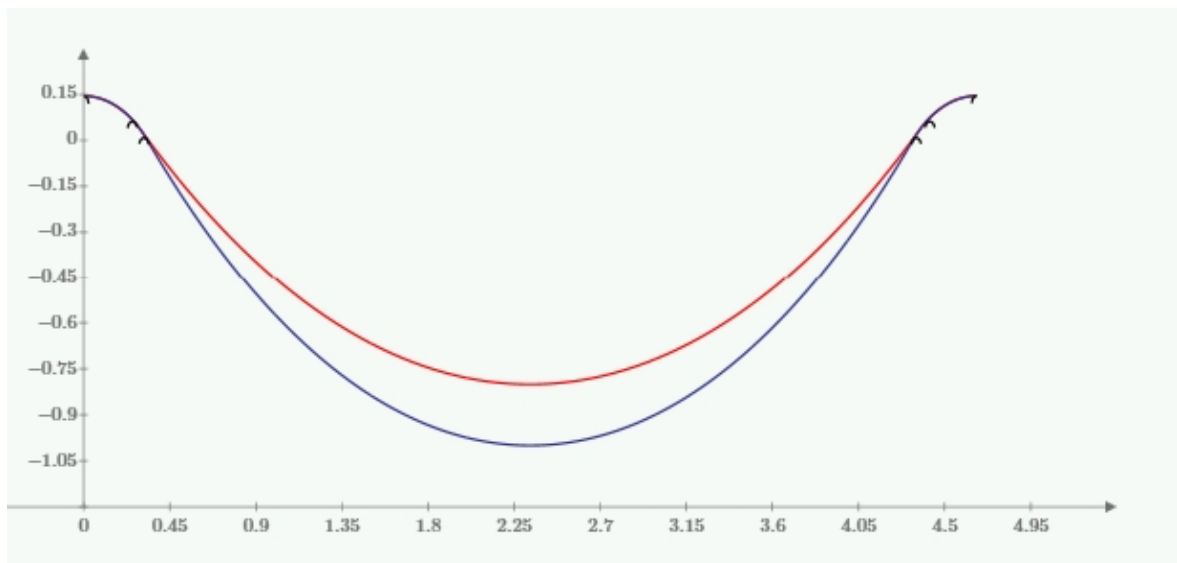


Fig. 26 Geometria da catenária em comprimento máximo e a 90% do comprimento máximo

Para o caso estudado, os resultados obtidos são os representados na Fig. 27.

<b>Características modelo com velocidade nula de entrada</b>	
Raio de curvatura mínimo admissível	$R_{\text{mínimo}} = 0.202 \text{ m}$
Raio mínimo atingido na catenária	
Em comprimento máximo	$r1_{\text{mín}} = 2.149 \text{ m}$
Em comprimento mínimo	$r2_{\text{mín}} = 2.61 \text{ m}$
Força de tensão na chapa	$T_{2.1} = 25.286 \text{ N}$
Força normal de tensionamento	
$F_{\text{normal}_{2.1}} := \frac{T_{2.1}}{0.1}$	$F_{\text{normal}_{2.1}} = 252.863 \text{ N}$
Ângulo de entrada máximo	$\theta_{2.1} = 43.032 \text{ deg}$
Variação do ângulo de entrada	$\Delta\theta = 5.56 \text{ deg}$
Flecha mínima	$H_{\text{mín}_{2.1}} = 0.805 \text{ m}$
Massa equivalente ( inércia )	$m_{\text{equivalente}_{2.1}} = 2.925 \text{ kg}$
Número de rolos de apoio	$N_{r1} = 5$
Raio de entreixo dos rolos de apoio	$R_{r1} = 0.456 \text{ m}$

Fig. 27 Output de uma catenária com velocidade de entrada nula

### Catenária com velocidade de entrada constante

No caso de uma catenária com velocidade de entrada constante a geometria da catenária é a representada na Fig. 28.

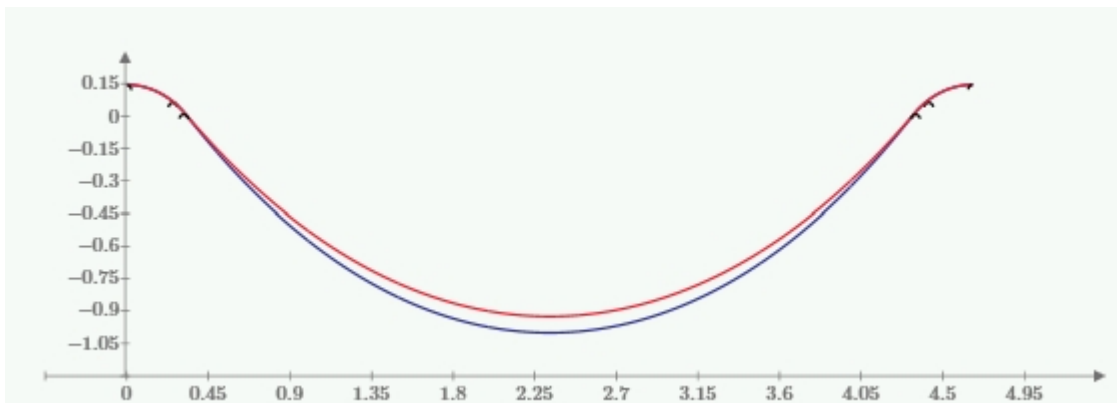


Fig. 28 Geometria catenária comprimento máximo e a 90% do comprimento máximo

Para o caso estudado, os resultados obtidos são os representados na Fig. 29.

<b>Características modelo com velocidade constante de entrada</b>	
Raio de curvatura mínimo admissível	$R_{\text{mínimo}} = 0.202 \text{ m}$
Raio mínimo admissível nos rolos de suporte	$R_{\text{rolos2.2}_i} = 0.455 \text{ m}$
Raio mínimo da catenária	
Em flecha máxima	$r1_{\text{min}} = 2.149 \text{ m}$
Em flecha mínima	$r2_{\text{min}} = 2.302 \text{ m}$
Força de tensão na chapa	$T_{2.1} = 23.654 \text{ N}$
Força normal de tensionamento	
$F_{\text{normal}_2.1} := \frac{T_{2.1}}{0.1}$	$F_{\text{normal}_2.1} = 236.543 \text{ N}$
Ângulo de entrada máximo	$\theta_{2.1} = 43.032 \text{ deg}$
Variação do ângulo de entrada	$\Delta\theta = 1.972 \text{ deg}$
Flecha mínima	$H_{\text{min}_2.1} = 0.805 \text{ m}$
Massa equivalente ( inércia )	$m_{\text{equivalente}_2.1} = 1.141 \text{ kg}$
Número de rolos de apoio	$N_{r2} = 5$
Raio de entreixo dos rolos de apoio	$R_{r2} = 0.455 \text{ m}$

Fig. 29 Output de uma catenária com velocidade de entrada constante

## 4.2 Endireitador

Este procedimento visa calcular e validar parâmetros específicos de um endireitador, prevendo o comportamento e esforços do material quando sujeito a um processo de endireitamento num endireitador de 5 e 7 rolos. Para tal é necessário introduzir parâmetros de entrada gerais e específicos (Anexo B).

A Introdução de parâmetros gerais e específicos são feitas no início do procedimento. Estas áreas são representadas pelas Fig. 30 e Fig. 31 respectivamente.

## 1. Variáveis de entrada

### 1.1 Variáveis gerais

Espessura de chapa	$h := 2 \text{ mm}$
Largura de banda	$b := 190 \text{ mm}$
Módulo de elasticidade	$E := 210 \text{ GPa}$
Tensão de cedência	$\sigma_e := 260 \text{ MPa}$
Densidade mássica	$\rho := 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Fig. 30 Variáveis de entrada do material (endireitador)

### 1.2 Variáveis endireitador

Diâmetro de rolos	$D_{\text{rolos}} := 100 \text{ mm}$
Espaçamento entre rolos da mesma linha	$L_{\text{rolos}} := D_{\text{rolos}} \cdot 1.25$
Coefficiente de plastificação 1º rolo	$k_{p\_1} := 0.7$
Coefficiente de plastificação 2º rolo	$k_{p\_2} := 0.5$
Coefficiente de plastificação 3º rolo	$k_{p\_3} := 0$

Fig. 31 Variáveis específicas do sistema (endireitador)

## Endireitador de 5 rolos

Para o caso de um endireitador de 5 rolos, a geometria prevista para o material, baseada nos cálculos efectuados pelo procedimento, é representada na Fig. 32.

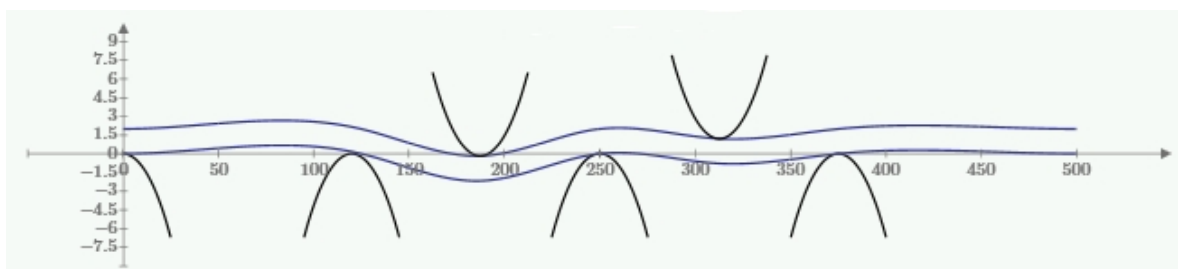


Fig. 32 Representação chapa em endireitador de 5 rolos

Num endireitador de 5 rolos são obtidos os valores representados na Fig. 33.

Diâmetro máximo dos rolos	$D_{max} = 242.308 \text{ mm}$
Penetração do 1º rolo	$\delta_1 = -2.174 \text{ mm}$
Penetração do 2º rolo	$\delta_2 = -0.782 \text{ mm}$
Força necessária para endireitar	$F_{endireitar} = 189.079 \text{ N}$
Força máxima admissível de entrada	$F_{max} = 667.449 \text{ N}$
Binário mínimo de entrada	$T_{min} = 9.454 \text{ N} \cdot \text{m}$
Binário máximo admissível de entrada	$T_{max} = 33.372 \text{ N} \cdot \text{m}$

Fig. 33 Output endireitador 5 rolos

### Endireitador de 7 rolos

Para o caso de um endireitador de 7 rolos, a geometria prevista para o material, baseada nos cálculos efectuados pelo procedimento, é representada na Fig. 34.

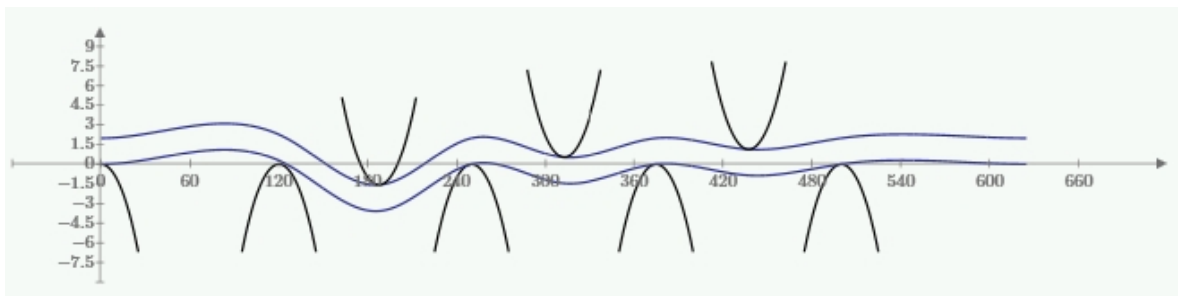


Fig. 34 Representação chapa em endireitador de 7 rolos

Num endireitador de 7 rolos são obtidos os valores representados na Fig. 35.



Diâmetro máximo dos rolos	$D_{max} = 145.385 \text{ mm}$
Penetração do 1º rolo	$\delta_1 = -3.579 \text{ mm}$
Penetração do 2º rolo	$\delta_2 = -1.464 \text{ mm}$
Penetração do 3º rolo	$\delta_3 = -0.854 \text{ mm}$
Força de endireitamento	$F_{endireitar} = 635.065 \text{ N}$
Força máxima admissível de entrada	$F_{max} = (1.464 \cdot 10^3) \text{ N}$
Binário mínimo de entrada	$T_{min} = 31.753 \text{ N} \cdot \text{m}$
Binário máximo admissível de entrada	$T_{max} = 73.222 \text{ N} \cdot \text{m}$

Fig. 35 Output endireitador 7 rolos

### 4.3 Cadeia cinemática

Este procedimento visa validar o conjunto motor/redutor escolhido (Anexo C), Introdução das variáveis de entrada intrínsecas do sistema projectado e parâmetros de movimento (Fig. 36).

**Parâmetros dados :**

Rendimento do mecanismo de transmissão:	$\eta. := 0.99$
Massa da carga:	$m_{Load} := 97.945 \cdot kg$
Força resistente:	$F_{Thrust} := 0 \ N$
Raio dos Rolos	$r_{Rolos} := 31.5 \cdot mm$
Inércia do mecanismo ( rolos + engrenagens ) :	$J_{Mechanism} := 5.274 \cdot 10^{-3} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do acoplamento redutor/carga:	$J_{GBC} := 3.7 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do acoplamento motor/redutor:	$J_{MC} := 1.3 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do redutor referida ao veio de entrada:	$J_{GB} := 8.5 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Razão de transmissão do redutor:	$i_{GB} := 5.2$
Rendimento do redutor:	$\eta_{GB} := 0.94$
Coefficiente de atrito do mecanismo de transmissão:	$\mu. := 0.003$
Frequência de rotação nominal do motor:	$n_{Mnom} := 1500 \cdot rpm$
Binário nominal do motor:	$T_{Mnom} := 9.55 \ N \cdot m$
Binário de pico do motor:	$T_{Mpeak} := 28.7 \ N \cdot m$
Constante de binário do motor:	$K_{Mtor} := 1.27 \ N \cdot m \cdot A^{-1}$
Momento de inércia do motor:	$J_M := 8.72 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Momento de inércia do travão:	$J_{Br} := 1.28 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Comprimento de alimentação:	$stroke := 100 \ mm$
Cadência:	$Golpes := 40$
Janela de alimentação:	$\theta_{alimentação} := 70 \ deg$

Fig. 36 Parâmetros de entrada (cinemática)

Perfil de deslocamento, velocidade e aceleração da chapa (Fig. 37).

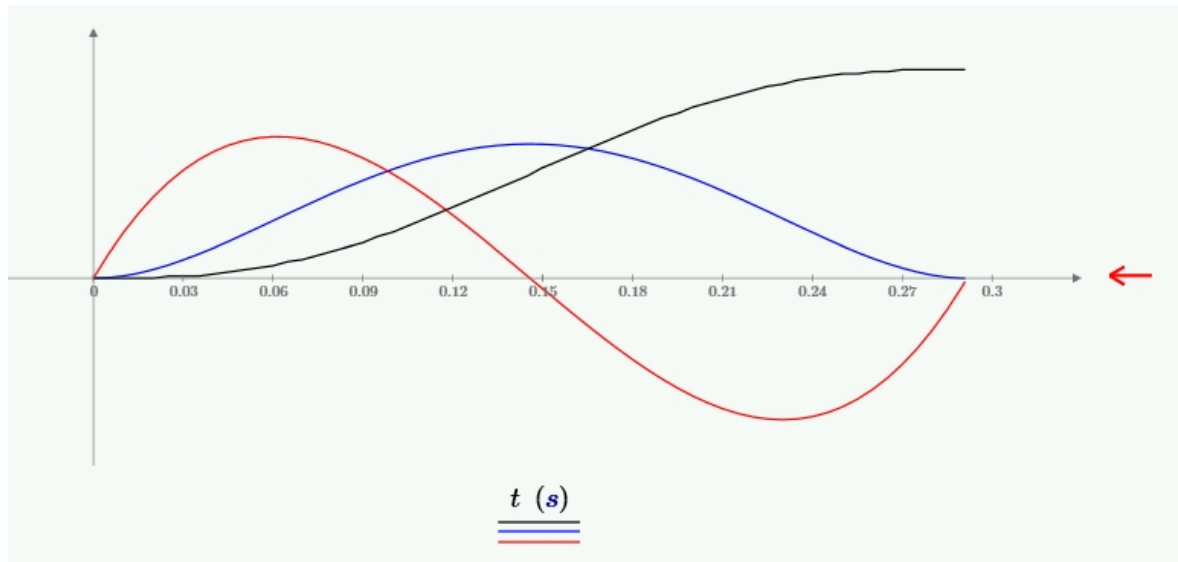


Fig. 37 Gráfico deslocamento (preto), velocidade (azul) e aceleração (vermelho)

Perfil de rotação e binário de accionamento do mecanismo (Fig. 38).

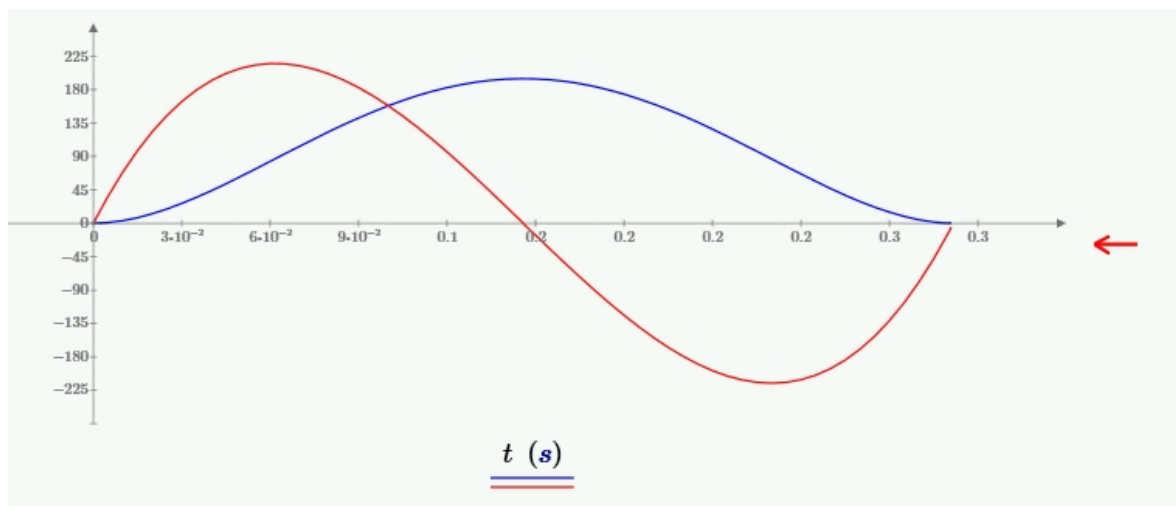


Fig. 38 Gráfico rotação motor (azul) e binário de accionamento (vermelho)

Validação do conjunto motor/redutor introduzidos (Fig. 39).

Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão faz parte da inércia do sistema):

$$IM_{T_{yp1}} := \frac{\frac{J_{DM}}{2} + J_{GB} + J_{Br}}{i_{GB} J_M} \quad IM_{T_{yp1}} = 5.467$$

Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão faz parte da inércia do motor):

$$IM_{T_{yp2}} := \frac{\frac{J_{DM}}{2} + J_{GB}}{J_M + J_{Br}} \quad IM_{T_{yp2}} = 4.639$$

Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão e o redutor fazem parte da inércia do motor):

$$IM_{T_{yp3}} := \frac{\frac{J_{DM}}{2}}{J_M + J_{Br} + J_{GB}} \quad IM_{T_{yp3}} = 2.048$$

Razão entre o binário de pico exigido e o binário máximo do motor:

$$R_{T_{max}} := \frac{T_{Mmax}}{T_{Mpeak}} \quad R_{T_{max}} = 0.239$$

Razão entre o binário efectivo exigido e o binário nominal do motor:

$$R_{T_{rms}} := \frac{T_{Mrms}}{T_{Mnom}} \quad R_{T_{rms}} = 0.488$$

Razão entre a velocidade angular máxima exigida e a velocidade angular nominal do motor:

$$R_{\omega_{max}} := \frac{\omega_{Mmax}}{n_{Mnom}} \quad R_{\omega_{max}} = 0.676$$

Fig. 39 Parâmetros de validação (cinemática)

## 5. Exemplos de cálculo

### Cálculo de catenárias

Os parâmetros fixos utilizados Tabela 1 e resultados obtidos para várias espessuras de material Tabela 2 e Tabela 3.

Tabela 1 Parâmetros de entrada com espessura variável (catenária)

<b>Parâmetros de entrada</b>	
Largura da Banda	190 mm
Módulo de elasticidade	210 GPa
Tensão de cedência	260 MPa
Densidade mássica	7800 kg/m <sup>3</sup>
Comprimento disponível	6 m
Altura disponível	1,5 m

Tabela 2 Resultados velocidade de entrada nula espessura variável (catenária)

<b>Catenária com velocidade de entrada nula</b>							
Variável Espessura (mm)	Conformidade	Força de esticamento	Massa equivalente	Raio de circunferência dos rolos de apoio	Número de rolos de apoio	Comprimento necessário	Altura da catenária máxima
<b>0,5</b>	Conf.	25,286 N	2,925 kg	0,456 m	4	4,667 m	1,145 m
<b>1</b>	Conf.	50,573 N	5,849 kg	0,912 m	7	5,334 m	1,29 m
<b>1,5</b>	N Conf.	75,859 N	8,774 kg	1,369 m	10	6,01 m	1,435 m

Tabela 3 Resultados velocidade de entrada constante espessura variável (catenária)

<b>Catenária com velocidade de entrada constante</b>							
Variável Espessura (mm)	Conformidade	Força de esticamento	Massa equivalente	Raio de circunferência dos rolos de apoio	Número de rolos de apoio	Comprimento necessário	Altura da catenária máxima
<b>0,5</b>	Conf.	23,954 N	1,141 kg	0,455 m	4	4,667 m	1,145 m
<b>1</b>	Conf.	47,309 N	2,281 kg	0,91 m	7	5,334 m	1,29 m
<b>1,5</b>	N Conf.	70,963 N	3,422 kg	1,364 m	10	6,01 m	1,435 m

Os parâmetros fixos utilizados Tabela 4 e resultados obtidos para vários comprimentos disponíveis Tabela 5 e Tabela 6.

Tabela 4 Parâmetros de entrada com comprimento disponível variável (catenária)

<b>Parâmetros de entrada</b>	
Largura da Banda	190 mm
Módulo de elasticidade	210 GPa
Tensão de cedência	260 MPa
Densidade mássica	7800 kg/m <sup>3</sup>
Espessura da chapa	0,5 mm
Altura disponível	1,5 m

Tabela 5 Resultados velocidade de entrada nula comprimento disponível variável (catenária)

<b>Catenária com velocidade de entrada nula</b>							
<b>Comprimento disponível (m)</b>	Conformidade	Força de esticamento	Massa equivalente	Raio de entreixo	Número de rolos de apoio	Comprimento necessário	Altura necessária
<b>6</b>	Conf.	25,286 N	2,925 kg	0,456 m	3	4,667 m	1,145 m
<b>5</b>	Conf.	18,92 N	2.304 kg	0,456 m	4	4.058 m	1,18 m
<b>4</b>	Conf.	14.933 N	1.847 kg	0,456 m	4	3.452 m	1,225 m
<b>3</b>	Conf.	11.848 N	1.469 kg	0,456 m	5	2.841 m	1.281 m
<b>2.5</b>	N Conf.	10.621 N	1.308 kg	0,456 m	5	2.531 m	1.312 m

Tabela 6 Resultados velocidade de entrada constante comprimento disponível variável (catenária)

<b>Catenária com velocidade de entrada constante</b>							
<b>Comprimento disponível (m)</b>	Conformidade	Força de esticamento	Massa equivalente	Raio de entreixo	Número de rolos de apoio	Comprimento necessário	Altura necessária
<b>6</b>	Conf.	23,954 N	1,141 kg	0,455 m	3	4,667 m	1,145 m
<b>5</b>	Conf.	18.589 N	0.917 kg	0,455 m	4	4.058 m	1,18 m
<b>4</b>	Conf.	14.784 N	0.736 kg	0,455 m	4	3.452 m	1,225 m
<b>3</b>	Conf.	11.795 N	0.586 kg	0,455 m	5	2.841 m	1.281 m
<b>2.5</b>	N Conf.	10.594 N	0.521 kg	0,455 m	5	2.531 m	1.312 m

### Cálculo de endireitadores

Os parâmetros fixos utilizados para o estudo, da variação da espessura da chapa, no comportamento do endireitador estão representados na Tabela 7. Os resultados obtidos para espessuras compreendidas entre 0.5 mm e 2mm são expressos nas tabelas 8 e 9.

Tabela 7 Parâmetros de entrada para um diâmetro de rolos constante (endireitador)

<b>Parâmetros de entrada</b>	
Largura da Banda	190 mm
Módulo de elasticidade	210 GPa
Tensão de cedência	260 MPa
Densidade mássica	7800 kg/m <sup>3</sup>
Diâmetro rolos	60 mm

Tabela 8 Resultados endireitador 5 rolos espessura variável

<b>Endireitador 5 rolos com rolos de 60 mm diâmetro</b>							
Espessura da chapa (mm)	Conformidade	Regulação		Força de endireitamento	Binário de endireitamento	Binário máximo admissível	Diâmetro máximo dos rolos
		1° Rolo (mm)	2° Rolo (mm)				
<b>2</b>	Conf.	-0,78	-0,28	189 N	5,67 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>1,5</b>	Conf.	-1,04	-0,38	141 N	4,25 Nm	18,77 Nm	181 mm
<b>1</b>	Conf.	-1,57	-0,56	95 N	2,84 Nm	8,34 Nm	121 mm
<b>0,5</b>	Conf.	-3,13	-1,13	47 N	1,42 Nm	2,09 Nm	61 mm
<b>0,3</b>	N Conf.	-5,22	-1,88	28 N	0,85 Nm	0,75 Nm	36 mm

Tabela 9 Resultados endireitador 7 rolos espessura variável

<b>Endireitador 7 rolos com rolos de 60 mm diâmetro</b>								
Espessura da chapa (mm)	Conformidade	Regulação			Força de endireitamento	Binário de endireitamento	Binário máximo admissível	Diâmetro máximo dos rolos
		1° Rolo (mm)	2° Rolo (mm)	3° Rolo (mm)				
<b>2</b>	Conf.	-1,29	-0,53	-0,31	635 N	19,05 Nm	73,22 Nm	145 mm
<b>1,5</b>	Conf.	-1,72	-0,7	-0,41	476 N	14,29 Nm	41,19 Nm	109 mm
<b>1</b>	Conf.	-2,58	-1,05	-0,62	317 N	9,53 Nm	16,31 Nm	73 mm
<b>0,5</b>	N Conf.	-5,154	-2,11	-1,23	158 N	4,76 Nm	4,58 Nm	36 mm

Os parâmetros fixos utilizados para o estudo, da variação do diâmetro dos rolos, no comportamento do endireitador estão representados na Tabela 10. Os resultados obtidos para diâmetros compreendidos entre 60 mm e 260 mm estão referidos nas tabelas 11 e 12.

Tabela 10 Parâmetros de entrada para uma espessura de chapa constante (endireitador)

<b>Parâmetros de entrada</b>	
Largura da Banda	190 mm
Módulo de elasticidade	210 GPa
Tensão de cedência	260 MPa
Densidade mássica	7800 kg/m <sup>3</sup>
Espessura da chapa	2 mm

Tabela 11 Resultados endireitador 5 rolos diâmetros variáveis

<b>Endireitador 5 rolos com chapa de 2mm</b>							
<b>Diâmetro do rolos (mm)</b>	Conformidade	Regulação		Força de endireitamento	Binário de endireitamento	Binário máximo admissível	Diâmetro máximo dos rolos
		1 ° Rolo (mm)	2 ° Rolo (mm)				
<b>60</b>	Conf.	-0,78	-0,28	189 N	5,67 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>80</b>	Conf.	-1,39	-0,5	189 N	7,56 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>100</b>	Conf.	-2,17	-0,78	189 N	9,45 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>120</b>	Conf.	-3,16	-1,13	189 N	11,35 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>140</b>	Conf.	-4,26	-1,53	189 N	13,24 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>160</b>	Conf.	-5,57	-2	189 N	15,16 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>180</b>	Conf.	-7,04	-2,53	189 N	17,02 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>200</b>	Conf.	-8,7	-3,13	189 N	18,91 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>220</b>	Conf.	-10,52	-3,78	189 N	20,80 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>240</b>	Conf.	-12,52	-4,5	189 N	22,67 Nm	33,37 Nm	242 mm
<b>260</b>	N Conf.	-14,7	-5,28	189 N	24,58 Nm	33,37 Nm	242 mm



Tabela 12 Resultados endireitador 7 rolos diâmetros variáveis

<b>Endireitador 7 rolos com rolos de 60 mm diâmetro</b>								
Diâmetro do rolos (mm)	Conformidade	Regulação			Força de endireitamento	Binário de endireitamento	Binário máximo admissível	Diâmetro máximo dos rolos
		1 ° Rolo (mm)	2 ° Rolo (mm)	3 ° Rolo (mm)				
60	Conf.	-1,29	-0,53	-0,31	635 N	19,05 Nm	73,22 Nm	145 mm
80	Conf.	-2,29	-0,94	-0,55	635 N	25,40 Nm	73,22 Nm	145 mm
100	Conf.	-3,58	-1,46	-0,85	635 N	31,75 Nm	73,22 Nm	145 mm
120	Conf.	-5,15	-2,11	-1,23	635 N	38,10 Nm	73,22 Nm	145 mm
140	Conf.	-7,02	-2,87	-1,67	635 N	44,46 Nm	73,22 Nm	145 mm
160	N Conf.	-9,16	-3,75	-2,19	635 N	50,81 Nm	73,22 Nm	145 mm

### Cálculo de cadências

Os parâmetros fixos utilizados para o estudo, da variação da cadência e do comprimento de alimentação, na alimentação do sistema Tabela 13(Nota: redutor/motor utilizados segundo referencia [18] /[19]). Os resultados obtidos para uma cadência entre 40gpm e 70gpm e um comprimento de alimentação entre 100 mm e 300 mm Tabela 14.

Tabela 13 Parâmetros de entrada constantes para validação de cadências

<b>Parametros de entrada</b>	
Catenária (A,H,e,l)	6m, 1m, 2mm, 190mm
Endireitador (Nrolos,Drolos)	5, 60mm
Redutor	Dynabox 90 I_5.2:1
Motor	Omron R88M-K2K02C
Janela de alimentação	70°

Tabela 14 Resultados obtidos para cadencia e comprimentos de alimentação variáveis

Alimentação de Chapa em banda	Comprimento de alimentação constante 100mm				Cadencia contante 40gpm	
	40 gpm	50gpm	60gpm	70gpm	200mm	300mm
Binário máximo nos rolos (Nm)	18,8	23,9	30,2	37,6	27,9	37,1
Disparidade de inercias	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8
Razão de binarios de pico	0,22	0,3	0,4	0,53	0,367	0,52
Razão de binarios efectivos	0,38	0,54	0,74	0,98	0,67	0,96
Razão de velocidades angulares	0,532	0,67	0,8	0,93	1,06	1,6
Conformidade	Conf.	Conf.	Conf.	N Conf.	Conf.	N Conf.

## 6. Conclusões

O presente trabalho apresenta um modelo de validação de primeira linha para um sistema completo de armazenamento, endireitamento e alimentação de chapa em banda. Deste modo, este trabalho tem particular relevo na sua utilização a nível industrial. Como tal foi desenvolvido de acordo com as necessidades da empresa “MECÂNICA EXACTA S.A.” enquadrando-se assim no objectivo inicial do trabalho.

No armazenamento de material, é de realçar o efeito da espessura do material com o comprimento necessário para a validação da catenária. É também significativo o aumento da tensão de esticamento presente na chapa com a redução da altura da catenária, esta força interfere directamente no binário de accionamento de sistema, sendo representado como um binário resistente. Outro facto visível é a redução da massa equivalente do sistema quando o sistema está animado com uma velocidade de entrada constante (Tabela 2,3,5 e 6).

Com base nos dados obtidos (Tabela 8,9,11 e 12) podem ser estabelecidas comparações entre um endireitador de 5 e 7 rolos:

- O binário de accionamento é inferior no primeiro e aumenta com o aumento do diâmetro dos rolos,
- O binário máximo admissível é superior no segundo e é constante com a variação do diâmetro dos rolos,
- O diâmetro máximo dos rolos admitido é superior no primeiro e aumenta com o aumento da espessura da chapa,
- A força de endireitamento é superior no segundo e é independente do diâmetro dos rolos,
- A regulação necessária é superior no segundo e aumenta com o aumento do diâmetro dos rolos.

Relativamente a alimentação da chapa pode-se observar que, quanto maior a cadência, maior os binários exercidos na banda e pelo motor. Numa cadência de 70 golpes por minuto o binário exercido é superior ao máximo admitido pelo endireitador como tal já não é uma cadência válida de accionamento (Tabela 14) para um endireitador de 5 rolos.

Um outro ponto que se deve ter em conta é o facto do comprimento de alimentação interferir com maior severidade na velocidade de rotação como era de espectável tornado a sistema inviável para um comprimento de alimentação de 300mm (Tabela 14).

O nível de simplificações utilizado devido a falta de investigação de uma melhor solução e complexidade da implementação gera temas para a realização de trabalhos futuros tais como:

- A influência do encruamento do material e da velocidade de deformação da chapa no momento necessário a aplicar ao sistema para atingir o grau de plastificação exigido,
- O estudo dinâmico das tensões de esticamento e do efeito "chicote" da catenária,
- O estudo das tensões internas presente numa banda proveniente de uma bobina e sua propagação ao longo de um endireitador tendo em conta o encruamento do material e a velocidade de deformação.

O modelo apresentado deverá ser avaliado através da elaboração de um protótipo cujas características sejam todas validadas através dos procedimentos realizados (ver anexos).

## 7.Referencias bibliográficas

- [1] Dimeco, *PRESSFIIDING 2005*, Catálogo promocional, 2005
- [2] Eric Theis, *How flat-rolled metal gets flat*, The Fabricators, 2002
- [3] Schuler, *The entire World of Metal Forming*, Catálogo promocional, 2013
- [4] Schuler, *Metal Forming handbook*, Springer-Verlog Berlin Heidelberg, 1998
- [5] Arku, *Métodos de endireitamento*, Catálogo promocional, 2011
- [6] EFD, *Induction heating applications*, EFD-201039-002/10
- [7] BOC, *Fundamentals of flame straightening*, Catálogo promocional, 2014
- [8] Mecânica Exacta S.A., *Soluções dirigidas*, 2014
- [9] Jorge Rodrigues e Paulo Martins, *Tecnologia Mecânica , Tecnologia de Deformação Plástica Vol.1 Fundamentos teóricos* ,Cap. 13,Escolar Editora
- [10]Adeler,C, *Catenaries on the computer: A Freshman Physics Assignment*, The physics Teacher , 1999
- [11]Meisenbach Verlag, *The positioning of straightening rolls*, Wire 2/2002
- [12]Dallas, *Estimated Slack Loop information*, catálogo promocional, 2008
- [13]COE Press Equipment Corporation ,*Straightning* , Catálogo promocional, 2013
- [14]Khromov and Kawalla, *Simulation fo a Steel Wire Straighthning Taking into Account Nonlinear Hardening of Material*, Engineering,Technology & Applied Science Research Vol2, No.6,2012
- [15]Lamiera, *Il Froceso De Spianatura* ,Lamiera, 2006
- [16]Teodor Sima, *Analysis of the Working Parameters in Some of the Plastic Deformation Processes*,REV.CHIM. (Bucharest) 61 N°1, 2010
- [17]António Guedes, *Sistema de Manipulação Programável de Dois Eixos Mecânica Exacta S.A.*, Tese de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, Julho de 2009
- [18]Tecnopower, *TRANSMICIÓN Y MOVIMIENTO LINEAL*, Catálogo geral, 2014
- [19]OMRON,*Accurax G5 rotary servo motors*, Catálogo promocional,2014

**Anexo A**

Título : Parâmetros de validação de um catenária

---

Projecto nº : 0000-2014

Nota de cálculo nº : 0000

Data : 04.08.2014

Calculado : TTMS

Assunto :

Data : 04.08.2014

Verificado : TTMS

---

## 1. Variáveis de entrada

### 1.1 Variáveis gerais

Espesura de chapa

$$h := 0.5 \text{ mm}$$

Largura de banda

$$b := 190 \text{ mm}$$

Módulo de elasticidade

$$E := 210 \text{ GPa}$$

Tensão de cedência

$$\sigma_e := 260 \text{ MPa}$$

Densidade mássica

$$\rho := 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

### 1.2 Variáveis catenária e cinemáticas

Comprimento da catenária

$$a_{disponível} := 2.5 \text{ m}$$

Altura da catenária

$$H_{disponível} := 1 \text{ m}$$

Comprimento de alimentação

$$stroke := 50 \text{ mm}$$

Cadência

$$Golpes := 80$$

Janela de alimentação

$$\theta_{alimentação} := 70 \text{ deg}$$

Afastamento entre rolos de apoio (aproximado)

$$\Delta L_{rolos} := 60 \text{ mm}$$

Raio do rolos de apoio

$$R_{rol} := \frac{50}{2} \text{ mm}$$

Data : 04.08.2014

Data : 04.08.2014

Data : 04.08.2014

Elaborado : TTMS

Revisto : TTMS

Aprovado : TTMS

---

## 2. Catenária

### 2.1 Catenária com velocidade de entrada nula

Raio de entrada e saída nos rolos de apoio

$$R_{\text{rolos2.1}_i} = 0.253 \text{ m}$$

$$R_{\text{rolos2.1}_f} = 0.253 \text{ m}$$

Comprimento de entrada e saída nos rolos de apoio

$$\theta R_{2.1}_i = 0.316 \text{ m}$$

$$\theta R_{2.1}_f = 0.313 \text{ m}$$

Equação da catenária em flecha máxima

$$x := 0, 0.001 \dots a$$

$$y1(x) := \frac{1}{2 \gamma_{2.1}_i} (\cosh(\gamma_{2.1}_i \cdot (2 \cdot x - a)) - \cosh(\gamma_{2.1}_i \cdot a))$$

Raio de curvatura mínimo da catenária

$$R_{2.1.1}(x) := \frac{\left(1 + \left(\frac{d}{dx} y1(x)\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2}{dx^2} y1(x)\right|}$$

$$r_{1_{min}} := R_{2.1.1}\left(\frac{a}{2}\right) \cdot m = 0.456 \text{ m}$$

Equação da catenária em flecha mínima

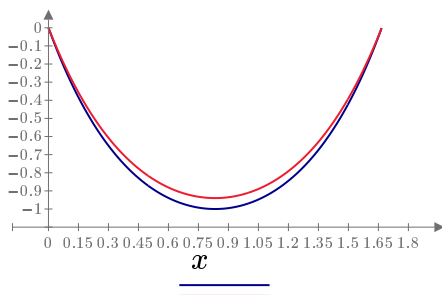
$$y2(x) := \frac{1}{2 \gamma_{2.1}_f} (\cosh(\gamma_{2.1}_f \cdot (2 \cdot x - a)) - \cosh(\gamma_{2.1}_f \cdot a))$$

Raio de curvatura mínimo da catenária

$$R_{2.1.2}(x) := \frac{\left( 1 + \left( \frac{d}{dx} y_2(x) \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\left| \frac{d^2}{dx^2} y_2(x) \right|}$$

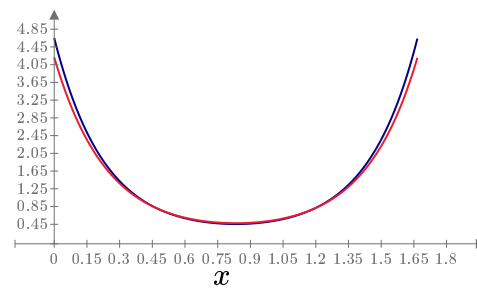
$$r_{2min} := R_{2.1.2}\left(\frac{a}{2}\right) \cdot m = 0.475 \text{ m}$$

Graficos da flexa e do raio de curvatura da catenária ( máximo e mínimo)



$y_1(x)$

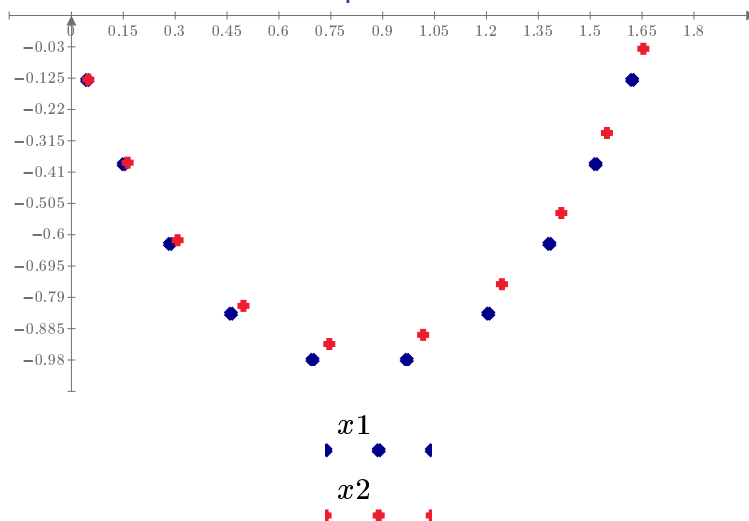
$y_2(x)$



$R_{2.1.1}(x)$

$R_{2.1.2}(x)$

Grafico dos deslocamentos parciais



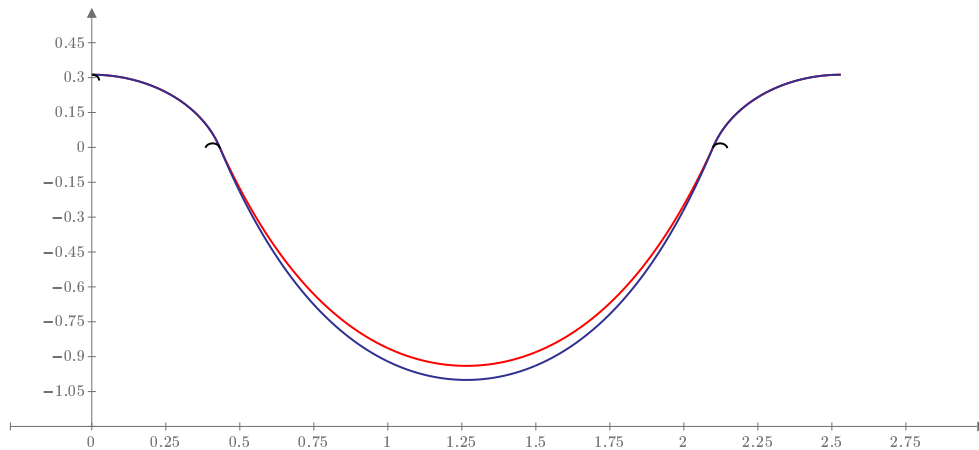
$y_1$

$y_2$

$x_1$

$x_2$





**Características modelo com velocidade nula de entrada**

Raio de curvatura mínimo admissível

$$R_{\text{mínimo}} = 0.202 \text{ m}$$

Raio mínimo atingido na catenária

Em comprimento máximo

$$r1_{\text{min}} = 0.456 \text{ m}$$

Em comprimento mínimo

$$r2_{\text{min}} = 0.475 \text{ m}$$

Força de tensão na chapa

$$T_{2,1} = 10.621 \text{ N}$$

Força normal de tensionamento

$$F_{\text{normal}_{2,1}} := \frac{T_{2,1}}{0.1}$$

$$F_{\text{normal}_{2,1}} = 106.213 \text{ N}$$

Ângulo de entrada máximo

$$\theta_{2,1} = 18.238 \text{ deg}$$

Varição do ângulo de entrada

$$\Delta\theta = 0.713 \text{ deg}$$

Flecha mínima

$$H_{\text{min}_{2,1}} = 0.94 \text{ m}$$

Massa equivalente ( inercia )

$$m_{\text{equivalente}_{2,1}} = 1.308 \text{ kg}$$

Número de rolos de apoio

$$N_{r1} = 5$$

Raio de entreixo dos rolos de apoio

$$R_{r1} = 0.455 \text{ m}$$

Comprimento total entre equipamentos

$$a_{\text{total}} = 2.531 \text{ m}$$

Altura total necessária

$$H_{\text{total}} = 1.312 \text{ m}$$

## 2.2 Catenária com "H" defenido com velocidade de entrada constante

Raio de entrada e saída nos rolos de apoio

$$R_{\text{rolos2.2}_i} = 0.253 \text{ m}$$

$$R_{\text{rolos2.2}_f} = 0.253 \text{ m}$$

Comprimento de entrada e saída dos rolos de apoio

$$\theta R_{2.2}_i = 0.316 \text{ m}$$

$$\theta R_{2.2}_f = 0.315 \text{ m}$$

Equação da catenária em flecha máxima

$$x := 0, 0.001 \dots a$$

$$y1(x) := \frac{1}{2 \gamma_{2.2}_i} (\cosh(\gamma_{2.2}_i \cdot (2 \cdot x - a)) - \cosh(\gamma_{2.2}_i \cdot a))$$

Raio de curvatura mínimo da catenária

$$R_{2.1.1}(x) := \frac{\left(1 + \left(\frac{d}{dx} y1(x)\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2}{dx^2} y1(x)\right|}$$

$$r1_{\text{min}} := R_{2.1.1}\left(\frac{a}{2}\right) \cdot m = 0.456 \text{ m}$$

Equação da catenária em flecha mínima

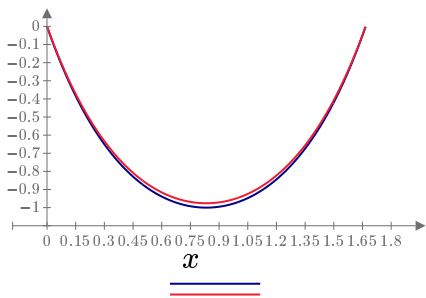
$$y2(x) := \frac{1}{2 \gamma_{2.2}_f} (\cosh(\gamma_{2.2}_f \cdot (2 \cdot x - a)) - \cosh(\gamma_{2.2}_f \cdot a))$$

Raio de curvatura mínimo da catenária

$$R_{2.1.2}(x) := \frac{\left(1 + \left(\frac{d}{dx} y_2(x)\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2}{dx^2} y_2(x)\right|}$$

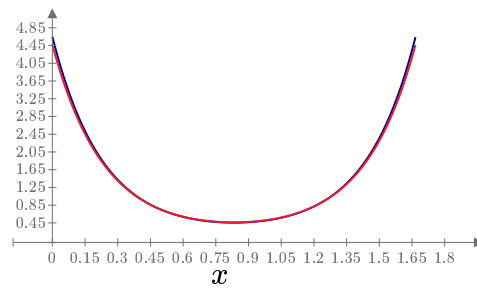
$$r_{2min} := R_{2.1.2}\left(\frac{a}{2}\right) \cdot m = 0.463 \text{ m}$$

Gráficos da flecha e do raio de curvatura da catenária ( máximo e mínimo)



$y_1(x)$

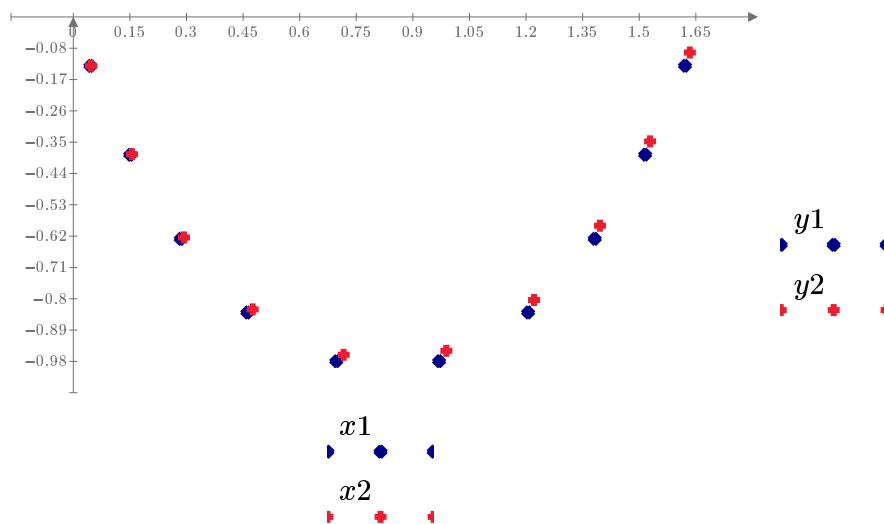
$y_2(x)$

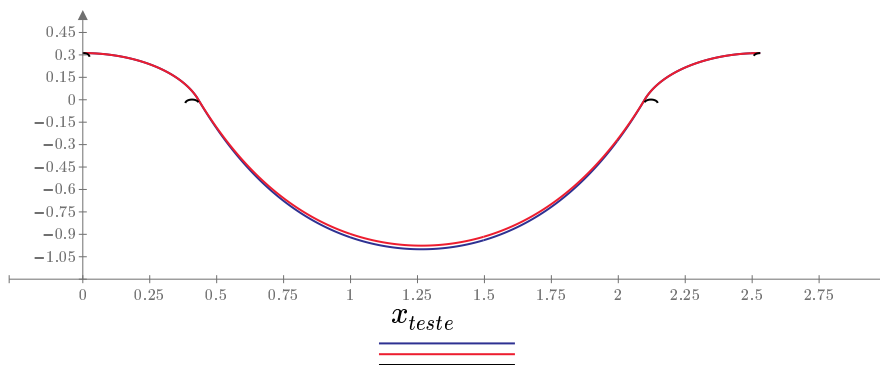


$R_{2.1.1}(x)$

$R_{2.1.2}(x)$

Gráfico dos deslocamentos parciais





$$\underline{y_{\text{maximo}}(x_{\text{teste}}) \text{ (m)}}$$

$$\underline{y_{\text{minimo}}(x_{\text{teste}}) \text{ (m)}}$$

$$\underline{y_{\text{rolos}}(x_{\text{teste}}) \text{ (m)}}$$

**Características modelo com velocidade constante de entrada**

Raio de curvatura mínimo admissível

$$R_{\text{minimo}} = 0.202 \text{ m}$$

Raio mínimo admissível nos rolos de suporte

$$R_{\text{rolos}_{2.2_i}} = 0.455 \text{ m}$$

Raio mínimo da catenária

Em flecha máxima

$$r1_{\text{min}} = 0.456 \text{ m}$$

Em flecha mínima

$$r2_{\text{min}} = 0.463 \text{ m}$$

Força de tensão na chapa

$$T_{2.1} = 10.594 \text{ N}$$

Força normal de tensionamento

$$F_{\text{normal}_{2.1}} := \frac{T_{2.1}}{0.1}$$

$$F_{\text{normal}_{2.1}} = 105.938 \text{ N}$$

Ângulo de entrada máximo

$$\theta_{2.1} = 18.238 \text{ deg}$$

Varição do ângulo de entrada

$$\Delta\theta = 0.275 \text{ deg}$$

Flecha mínima

$$H_{\text{min}_{2.1}} = 0.94 \text{ m}$$

Massa equivalente ( inercia )

$$m_{\text{equivalente}_{2.1}} = 0.521 \text{ kg}$$

Número de rolos de apoio

$$N_{r2} = 5$$

Raio de entreixo dos rolos de apoio

$$R_{r2} = 0.455 \text{ m}$$

Comprimento total entre equipamentos

$$a_{\text{total}} = 2.53 \text{ m}$$

Altura total necessaria

$$H_{\text{total}} = 1.312 \text{ m}$$



**Anexo B**

Título : Parâmetros de validação de um endireitador ( 2/3 )

---

Projecto nº : 0000-2014

Nota de cálculo nº : 0000

Data : 04.08.2014

Calculado : TTMS

Assunto :

Data : 04.08.2014

Verificado : TTMS

---

## 1. Variáveis de entrada

### 1.1 Variáveis gerais

Espesura de chapa

$$h := 2 \text{ mm}$$

Largura de banda

$$b := 190 \text{ mm}$$

Módulo de elasticidade

$$E := 210 \text{ GPa}$$

Tensão de cedência

$$\sigma_e := 260 \text{ MPa}$$

Densidade mássica

$$\rho := 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Inércia da banda

$$I := \frac{b \cdot h^3}{12} = 126.667 \text{ mm}^4$$

### 1.2 Variáveis endireitador

Diametro de rolos

$$D_{\text{rolos}} := 260 \text{ mm}$$

Espaçamento entre rolos da mesma linha

$$L_{\text{rolos}} := D_{\text{rolos}} \cdot 1.25$$

Coeficiente de plastificação 1º rolo

$$k_{p_1} := 0.7$$

Coeficiente de plastificação 2º rolo

$$k_{p_2} := 0.5$$

Coeficiente de plastificação 3º rolo

$$k_{p_3} := 0$$

---

Data : 04.08.2014

Data : 04.08.2014

Data : 04.08.2014

Elaborado : TTMS

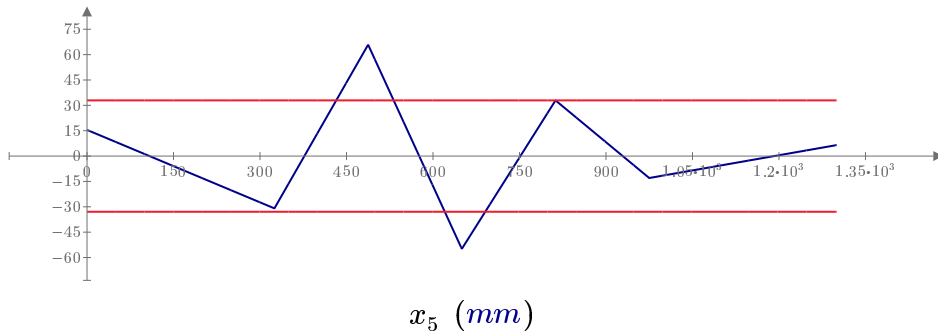
Revisto : TTMS

Aprovado : TTMS

---

2. Endireitamento da chapa

2.1 Endireitamento da chapa com 5 rolos de endireitamento

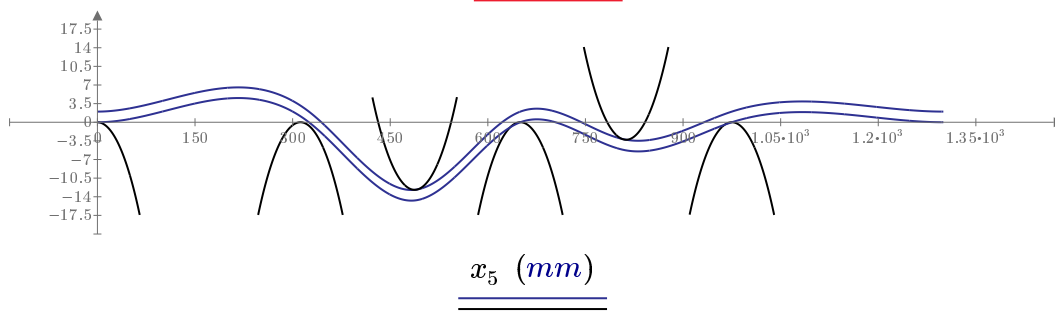


$$M(x_5) \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

$$M_{b_0} \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

$$-M_{b_0} \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

$$x_5 \text{ (mm)}$$



$$\delta(x_5) + h \text{ (mm)}$$

$$\delta_{\text{rolos}}(x_5) \text{ (mm)}$$

$$\delta(x_5) \text{ (mm)}$$

$$x_5 \text{ (mm)}$$

Diametro máximo dos rolos

$$D_{max} = 242.308 \text{ mm}$$

Penetração do 1º rolo

$$\delta_1 = -14.696 \text{ mm}$$

Penetração do 2º rolo

$$\delta_2 = -5.284 \text{ mm}$$

$$M_0 := \frac{\sigma_e \cdot b \cdot h^2}{6} = 32.933 \text{ J}$$

$$k_{pr_1} := 1 - \frac{M_0}{M\left(\frac{3}{2} L_{\text{rolos}}\right)} = 0.5$$

$$K_0 := \frac{2 \cdot \sigma_e}{h \cdot E} = 1.238 \frac{1}{m}$$

$$k_{pr_2} := 1 - \frac{M_0}{-M\left(\frac{4}{2} L_{\text{rolos}}\right)} = 0.4$$

$$M_{br_1} := \frac{\sigma_e \cdot b \cdot h^2}{12} (2 + 2 k_{pr_1} - k_{pr_1}^2) = 45.283 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$k_{pr_3} := 1 - \frac{M_0}{M\left(\frac{5}{2} L_{\text{rolos}}\right)} = -1.11 \cdot 10^{-14}$$

$$M_{br_2} := \frac{\sigma_e \cdot b \cdot h^2}{12} (2 + 2 k_{pr_2} - k_{pr_2}^2) = 43.472 \text{ N}\cdot\text{m}$$



$$M_{br\_3} := \frac{\sigma_e \cdot b \cdot h^2}{12} (2 + 2 k_{pr\_3} - k_{pr\_3}^2) = 32.933 \text{ N} \cdot m$$

$$K_{i_1} := \frac{M_{br\_1} \cdot K_0}{M_0} = 1.702 \frac{1}{m} \quad K_{f_1} := \frac{2 \cdot \sigma_e}{h \cdot E \cdot (1 - k_{pr\_1})} = 2.476 \frac{1}{m} \quad \Delta K_1 := K_{f_1} - K_{i_1}$$

$$K_{i_2} := \frac{M_{br\_2} \cdot K_0}{M_0} = 1.634 \frac{1}{m} \quad K_{f_2} := \frac{2 \cdot \sigma_e}{h \cdot E \cdot (1 - k_{pr\_2})} = 2.063 \frac{1}{m} \quad \Delta K_2 := K_{f_2} - K_{i_2}$$

$$K_{i_3} := \frac{M_{br\_3} \cdot K_0}{M_0} = 1.238 \frac{1}{m} \quad K_{f_3} := \frac{2 \cdot \sigma_e}{h \cdot E \cdot (1 - k_{pr\_3})} = 1.238 \frac{1}{m} \quad \Delta K_3 := K_{f_3} - K_{i_3}$$

$$F_{elastico} := \left( M (0 L_{rolos})^2 + M (L_{rolos})^2 + 3 \cdot M_0^2 + M (3 L_{rolos})^2 + M (4 L_{rolos})^2 \right) \cdot \frac{K_0}{2 \cdot M_0} = 87.605 \text{ N}$$

$$F_{plastico} := (\Delta K_1 \cdot M_{br\_1} + \Delta K_1 \cdot M_{br\_2} + \Delta K_2 \cdot M_{br\_2} + \Delta K_2 \cdot M_{br\_3} + \Delta K_3 \cdot M_{br\_3}) = 101.473 \text{ N}$$

$$F_{endireitar} := F_{plastico} + F_{elastico}$$

Força de necessária para endireitar

$$F_{endireitar} = 189.079 \text{ N}$$

Força de atrito máxima

$$F_{a\_max} := (|F_1| + |F_2| + |F_4| + |F_6| + |F_7|) \cdot 0.1 = 256.711 \text{ N}$$

considerando um coeficiente de atrito de 0.1

Binário máximo de entrada

$$T_{max} := F_{a\_max} \cdot \frac{D_{rolos}}{2} = 33.372 \text{ N} \cdot m$$

Binário mínimo de entrada

$$T_{min} := (F_{plastico} + F_{elastico}) \cdot \frac{D_{rolos}}{2} = 24.58 \text{ N} \cdot m$$

Força máxima admissível de entrada

$$F_{max} := F_{a\_max} = 256.711 \text{ N}$$

Força máxima admissível de entrada

$$F_{max} = 256.711 \text{ N}$$

Binário mínimo de entrada

$$T_{min} = 24.58 \text{ N} \cdot m$$

Binário máximo admissível de entrada

$$T_{max} = 33.372 \text{ N} \cdot m$$

Data : 04.08.2014

Data : 04.08.2014

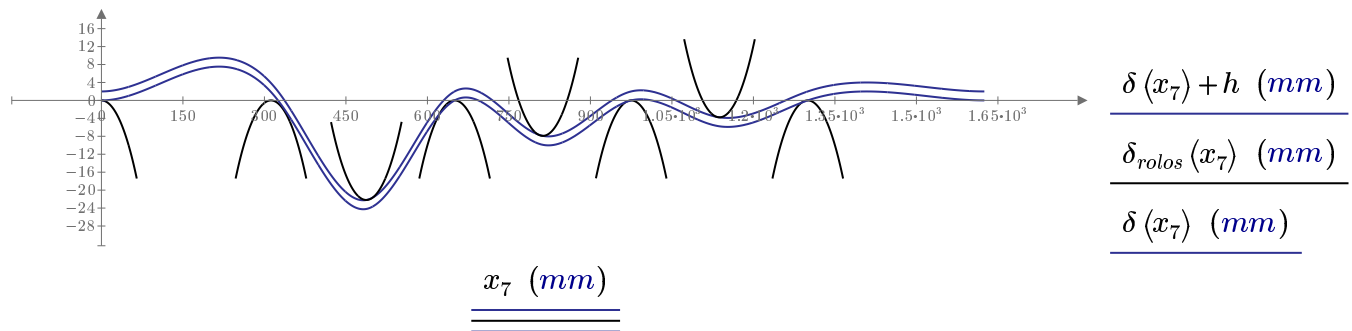
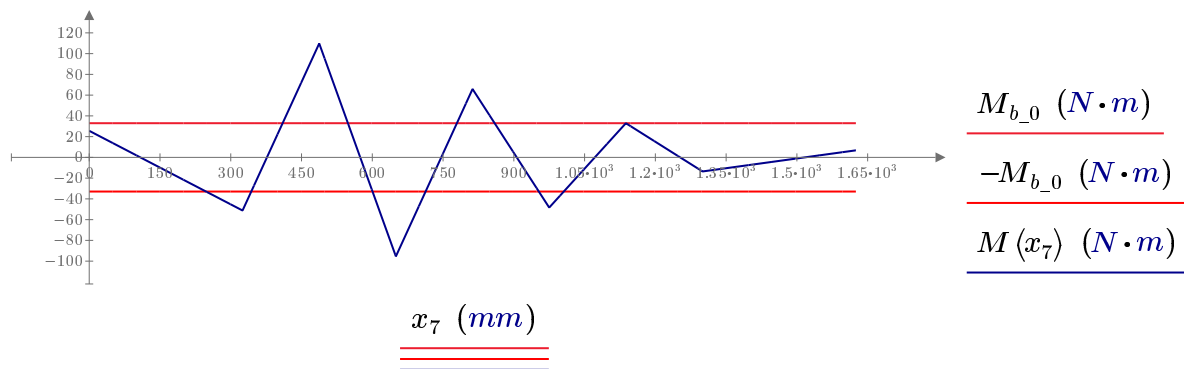
Data : 04.08.2014

Elaborado : TTMS

Revisto : TTMS

Aprovado : TTMS

2.2 Endireitamento da chapa com 7 rolos de endireitamento



Data : 04.08.2014  
Elaborado : TTMS

Data : 04.08.2014  
Revisto : TTMS

Data : 04.08.2014  
Aprovado : TTMS

**Anexo C**

Título : Parâmetros de endireitador com catenária ( 3/3 )

---

Projecto nº : 0000-  
Assunto :

Nota de cálculo nº : 0000

Data : 07.08.2014  
Data : 07.08.2014Calculado : TTMS  
Verificado : TTMS

---

**Parâmetros dados :**

Rendimento do mecanismo de transmissão:	$\eta. := 0.99$
Massa da carga:	$m_{Load} := 97.945 \cdot kg$
Força resistente:	$F_{Thrust} := 0 \ N$
Raio dos Rolos	$r_{Rolos} := 31.5 \cdot mm$
Inércia do mecanismo ( rolos + engrenagens ) :	$J_{Mechanism} := 5.274 \cdot 10^{-3} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do acoplamento redutor/carga:	$J_{GBC} := 3.7 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do acoplamento motor/redutor:	$J_{MC} := 1.3 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Inércia do redutor referida ao veio de entrada:	$J_{GB} := 8.5 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Razão de transmissão do redutor:	$i_{GB} := 5.2$
Rendimento do redutor:	$\eta_{GB} := 0.94$
Coefficiente de atrito do mecanismo de transmissão:	$\mu. := 0.003$
Frequência de rotação nominal do motor:	$n_{Mnom} := 1500 \cdot rpm$
Binário nominal do motor:	$T_{Mnom} := 9.55 \ N \cdot m$
Binário de pico do motor:	$T_{Mpeak} := 28.7 \cdot N \cdot m$
Constante de binário do motor:	$K_{Mtor} := 1.27 \cdot N \cdot m \cdot A^{-1}$
Momento de inércia do motor:	$J_M := 8.72 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Momento de inércia do travão:	$J_{Br} := 1.28 \cdot 10^{-4} \cdot kg \cdot m^2$
Comprimento de alimentação:	$stroke := 100 \ mm$
Cadência:	$Golpes := 40$
Janela de alimentação:	$\theta_{alimentação} := 70 \ deg$
Tempo de ciclo:	$T_{cicle\_feed} := \frac{60 \ s}{Golpes} \cdot \frac{\theta_{alimentação}}{360 \ deg} = 0.292 \ s$

Velocidade angular inicial do mecanismo (rolo endireitado) na fase n:

$$\omega_{DMs_n} := \frac{v_{s_n}}{r_{Rolos}}$$

Velocidade angular final do mecanismo (rolo endireitado) na fase n:

$$\omega_{DMe_n} := \frac{v_{e_n}}{r_{Rolos}}$$

Aceleração angular inicial do mecanismo (rolo endireitado) na fase n:

$$\alpha_{DMs_n} := \frac{a_{s_n}}{r_{Rolos}}$$

Aceleração angular final do mecanismo (rolo endireitado) na fase n:

$$\alpha_{DMe_n} := \frac{a_{e_n}}{r_{Rolos}}$$

Velocidade angular inicial do motor na fase n:

$$\omega_{Ms_n} := i_{GB} \cdot \omega_{DMs_n}$$

Velocidade angular final do motor na fase n:

$$\omega_{Me_n} := i_{GB} \cdot \omega_{DMe_n}$$

Aceleração angular inicial do motor na fase n:

$$\alpha_{Ms_n} := i_{GB} \cdot \alpha_{DMs_n}$$

Aceleração angular final do motor na fase n:

$$\alpha_{Me_n} := i_{GB} \cdot \alpha_{DMe_n}$$

Variável tempo:

$$t := 0 \cdot s, 0.001 \cdot s .. T_{cicle\_feed}$$

Função para identificação da fase:

$$Phase(t) := \begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in 1 .. n_0 \\ \quad \text{if } t \geq t_{s_n} \wedge t \leq t_{e_n} \\ \quad \quad j \leftarrow n \\ \end{cases} j$$

## 2. Momentos de inércia

Massas em movimento linear:

$$m_1 := m_{Load}$$

Momento de inércia parcial relativa ao mecanismo de transmissão (massas em movimento linear):

$$J_1 := (m_1) \cdot r_{Rolos}^2$$

$$J_1 = 971.859 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

Momento de inércia total relativa ao mecanismo de transmissão:

$$J_{DM} := J_{Mechanism} + J_1$$

$$J_{DM} = (1 \cdot 10^3) \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

**3. Velocidade, deslocamento e aceleração linear da chapa**

Função deslocamento da chapa:

$$x_{Slide}(t) := \begin{cases} n \leftarrow Phase(t) \\ d_{e_n} - d_{s_n} \\ \omega \leftarrow \frac{d_{e_n} - d_{s_n}}{t_{e_n} - t_{s_n}} \cdot (t - t_{s_n}) + d_{s_n} \end{cases}$$

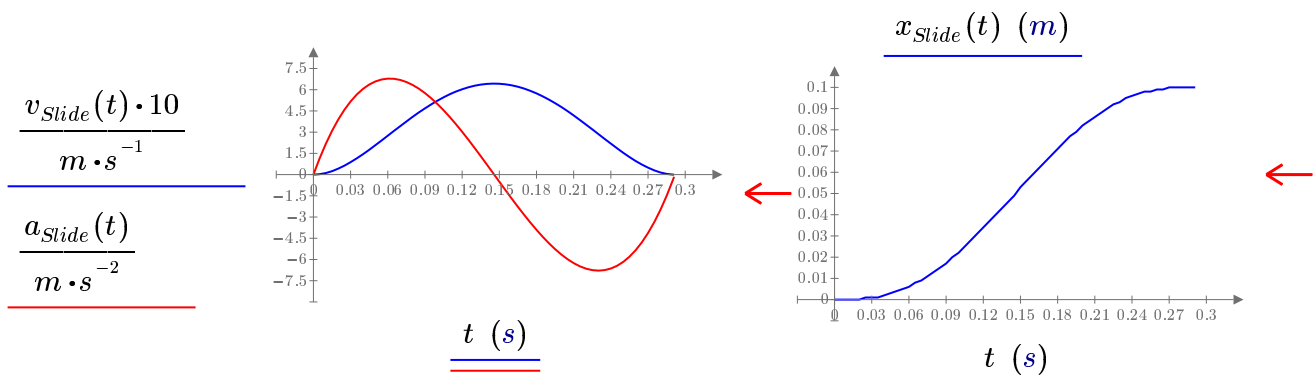
Função velocidade linear da chapa:

$$v_{Slide}(t) := \begin{cases} n \leftarrow Phase(t) \\ v_{e_n} - v_{s_n} \\ v \leftarrow \frac{v_{e_n} - v_{s_n}}{t_{e_n} - t_{s_n}} \cdot (t - t_{s_n}) + v_{s_n} \end{cases}$$

Função aceleração linear da chapa:

$$a_{Slide}(t) := \begin{cases} n \leftarrow Phase(t) \\ a_{e_n} - a_{s_n} \\ a \leftarrow \frac{a_{e_n} - a_{s_n}}{t_{e_n} - t_{s_n}} \cdot (t - t_{s_n}) + a_{s_n} \end{cases}$$

Gráfico da velocidade/aceleração e gráfico do deslocamento da chapa :



**4. Velocidade, aceleração angular e binário do mecanismo (Chapa)**

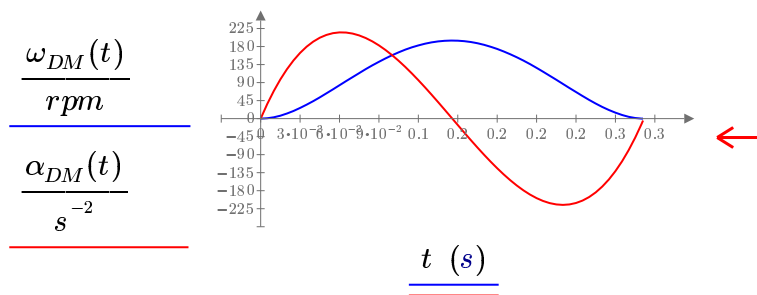
Função velocidade angular do mecanismo (rolo):

$$\omega_{DM}(t) := \begin{cases} i \leftarrow Phase(t) \\ \omega_{DMe_i} - \omega_{DMs_i} \\ \omega \leftarrow \frac{\omega_{DMe_i} - \omega_{DMs_i}}{t_{e_i} - t_{s_i}} \cdot (t - t_{s_i}) + \omega_{DMs_i} \end{cases}$$

Função aceleração angular do mecanismo (rolo):

$$\alpha_{DM}(t) := \begin{cases} i \leftarrow Phase(t) \\ \alpha \leftarrow \frac{\alpha_{DMe_i} - \alpha_{DMs_i}}{t_{e_i} - t_{s_i}} \cdot (t - t_{s_i}) + \alpha_{DMs_i} \end{cases}$$

Gráfico da velocidade e da aceleração angular do mecanismo (rolo):

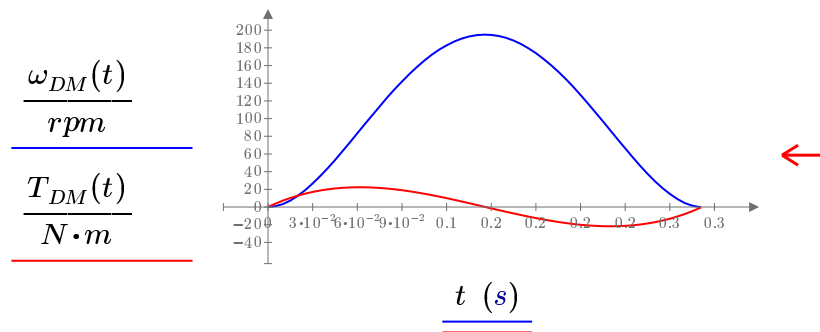


Função binário de accionamento do mecanismo (rolo):

$$F_{Th} := F_{Thrust} + \mu \cdot m_1 \cdot g$$

$$T_{DM}(t) := \begin{cases} i \leftarrow Phase(t) \\ A. \leftarrow J_{Mechanism} \cdot \alpha_{DM}(t) + \frac{1}{\eta} \cdot (J_1 \cdot \alpha_{DM}(t) + F_{Th} \cdot r_{Rolos}) \\ B. \leftarrow J_{Mechanism} \cdot \alpha_{DM}(t) + \eta \cdot (J_1 \cdot \alpha_{DM}(t) + F_{Th} \cdot r_{Rolos}) \\ C. \leftarrow J_{Mechanism} \cdot \alpha_{DM}(t) + \frac{1}{\eta} \cdot (J_1 \cdot \alpha_{DM}(t) - F_{Th} \cdot r_{Rolos}) \\ D. \leftarrow J_{Mechanism} \cdot \alpha_{DM}(t) + \eta \cdot (J_1 \cdot \alpha_{DM}(t) - F_{Th} \cdot r_{Rolos}) \\ \text{if } \omega_{DMs_i} \geq 0 \wedge A. \geq 0 \\ \quad \text{return } A. \\ \text{if } \omega_{DMs_i} \geq 0 \wedge B. \leq 0 \\ \quad \text{return } B. \\ \text{if } \omega_{DMs_i} \leq 0 \wedge C. \leq 0 \\ \quad \text{return } C. \\ \text{if } \omega_{DMs_i} \leq 0 \wedge D. \geq 0 \\ \quad \text{return } D. \end{cases}$$

Gráfico da velocidade angular e do binário do mecanismo (rolo):



**5. Velocidade, aceleração angular e binário do motor**

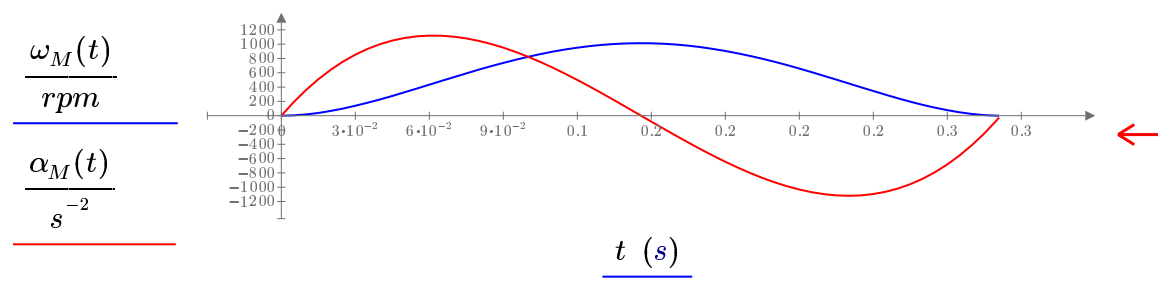
Função velocidade angular do motor:

$$\omega_M(t) := \begin{cases} n \leftarrow Phase(t) \\ \omega \leftarrow \frac{\omega_{Me_n} - \omega_{Ms_n}}{t_{e_n} - t_{s_n}} \cdot (t - t_{s_n}) + \omega_{Ms_n} \end{cases}$$

Função aceleração angular do motor:

$$\alpha_M(t) := \begin{cases} n \leftarrow Phase(t) \\ \alpha \leftarrow \frac{\alpha_{Me_n} - \alpha_{Ms_n}}{t_{e_n} - t_{s_n}} \cdot (t - t_{s_n}) + \alpha_{Ms_n} \end{cases}$$

Gráfico da velocidade e da aceleração angular do motor:

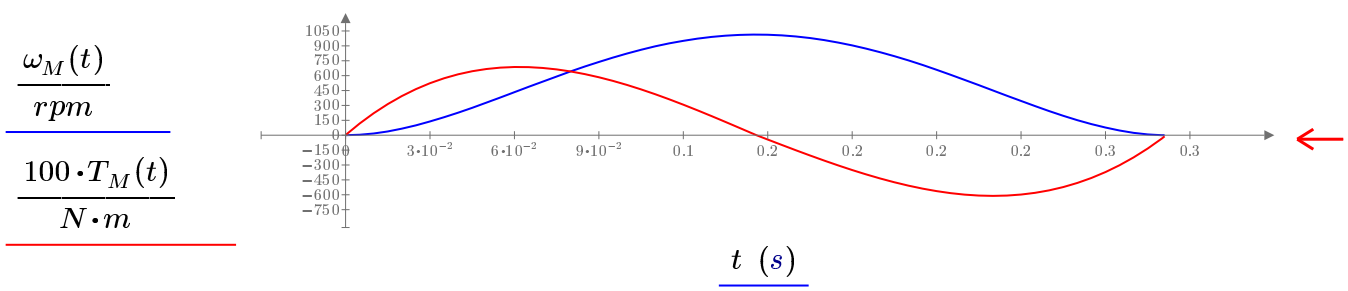




Função binário de accionamento do motor:

$$T_M(t) := \left\| \begin{array}{l} n \leftarrow Phase(t) \\ J_2 \leftarrow J_{GB} + \frac{J_{GBC}}{i_{GB}^2} \\ J_1 \leftarrow J_M + J_{Br} + J_{MC} \\ A. \leftarrow J_1 \cdot \alpha_M(t) + \frac{1}{\eta_{GB}} \cdot \left( J_2 \cdot \alpha_M(t) + \frac{T_{DM}(t)}{i_{GB}} \right) \\ B. \leftarrow J_1 \cdot \alpha_M(t) + \eta_{GB} \cdot \left( J_2 \cdot \alpha_M(t) + \frac{T_{DM}(t)}{i_{GB}} \right) \\ C. \leftarrow J_1 \cdot \alpha_M(t) + \frac{1}{\eta_{GB}} \cdot \left( J_2 \cdot \alpha_M(t) + \frac{T_{DM}(t)}{i_{GB}} \right) \\ D. \leftarrow J_1 \cdot \alpha_M(t) + \eta_{GB} \cdot \left( J_2 \cdot \alpha_M(t) + \frac{T_{DM}(t)}{i_{GB}} \right) \\ \text{if } \omega_{Ms_n} \geq 0 \wedge A. \geq 0 \\ \quad \left\| \text{return } A. \\ \text{if } \omega_{Ms_n} \geq 0 \wedge B. \leq 0 \\ \quad \left\| \text{return } B. \\ \text{if } \omega_{Ms_n} \leq 0 \wedge C. \leq 0 \\ \quad \left\| \text{return } C. \\ \text{if } \omega_{Ms_n} \leq 0 \wedge D. \geq 0 \\ \quad \left\| \text{return } D. \end{array} \right. \right.$$

Gráfico da velocidade angular e do binário do motor:



Velocidade angular máxima necessária no motor:

$$\omega_{Mmax} := \begin{cases} \omega_{max} \leftarrow 0 \cdot rpm \\ \text{for } t \in 0 \cdot s, 0.001 \cdot s .. T_{cicle\_feed} \\ \quad \begin{cases} \text{if } |\omega_M(t)| \leq \omega_{max} \\ \quad \omega_{max} \\ \text{else} \\ \quad \omega_{max} \leftarrow |\omega_M(t)| \end{cases} \\ \omega_{max} \end{cases}$$

$$\omega_{Mmax} = 1014 \text{ rpm}$$

Binário máximo necessário no motor:

$$T_{Mmax} := \begin{cases} T_{max} \leftarrow 0 \cdot N \cdot m \\ \text{for } t \in 0 \cdot s, 0.001 \cdot s .. T_{cicle\_feed} \\ \quad \begin{cases} \text{if } |T_M(t)| \leq T_{max} \\ \quad T_{max} \\ \text{else} \\ \quad T_{max} \leftarrow |T_M(t)| \end{cases} \\ T_{max} \end{cases}$$

$$T_{Mmax} = 6.87 \text{ N} \cdot m$$

Binário efectivo necessário no motor:

$$T_{Mrms} := \sqrt{\frac{1}{T_{cicle\_feed}} \cdot \int_{0 \cdot s}^{T_{cicle\_feed}} T_M(t)^2 dt}$$

$$T_{Mrms} = 4.66 \text{ N} \cdot m$$

## 6. Validação do motor seleccionado

Momento de inércia do mecanismo reduzido ao veio motor:

$$J_{red_1} := \frac{J_{DM}}{i_{GB}^2}$$

$$J_{red_1} = 37.892 \text{ kg} \cdot cm^2$$

Momentos de inércia do reductor reduzido ao veio motor:

$$J_{red_2} := J_{GB}$$

$$J_{red_2} = 8.5 \text{ kg} \cdot cm^2$$

Momentos de inércia do travão do motor reduzido ao veio motor:

$$J_{red_3} := J_{Br}$$

$$J_{red_3} = 1.28 \text{ kg} \cdot cm^2$$

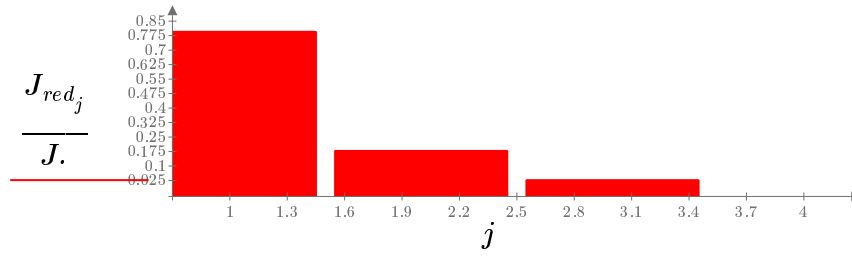
Momento de inércia do sistema reduzido ao veio motor:

$$J := J_{red_1} + J_{red_2} + J_{red_3}$$

$$J = 47.672 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

Peso relativo das inércias:

$$j := 1 \dots 3$$



Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão faz parte da inércia do sistema):

$$IM_{Typ1} := \frac{\frac{J_{DM}}{i_{GB}^2} + J_{GB} + J_{Br}}{J_M}$$

$$IM_{Typ1} = 5.467$$

Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão faz parte da inércia do motor):

$$IM_{Typ2} := \frac{\frac{J_{DM}}{i_{GB}^2} + J_{GB}}{J_M + J_{Br}}$$

$$IM_{Typ2} = 4.639$$

Disparidade entre as inércias do sistema e do motor (o travão e o redutor fazem parte da inércia do motor):

$$IM_{Typ3} := \frac{\frac{J_{DM}}{i_{GB}^2}}{J_M + J_{Br} + J_{GB}}$$

$$IM_{Typ3} = 2.048$$

Razão entre o binário de pico exigido e o binário máximo do motor:

$$R_{Tmax} := \frac{T_{Mmax}}{T_{Mpeak}}$$

$$R_{Tmax} = 0.239$$

Razão entre o binário efectivo exigido e o binário nominal do motor:

$$R_{Trms} := \frac{T_{Mrms}}{T_{Mnom}}$$

$$R_{Trms} = 0.488$$

Razão entre a velocidade angular máxima exigida e a velocidade angular nominal do motor:

$$R_{\omega,max} := \frac{\omega_{Mmax}}{n_{Mnom}}$$

$$R_{\omega,max} = 0.676$$