Chaos en de computer

Afscheidscollege, gegeven aan de
Erasmus Universiteit Rotterdam
op vrijdag 9 september 1988

door

Prof. Dr. J. Verhoeff

Chaos en de computer.

Dames en heren, dit afscheidscollege wilde ik gebruiken om een boodschap achter te laten, of zo u wilt, de alarmklok te luiden. Ik doel niet op de bezuinigingen die de universiteit teisteren, die zijn slechts een rimpeling aan de oppervlakte. Daarom heb ik de oorspronkelijke titel "**Chaos en de Universiteit**" veranderd, daar ik bang was dat men zou denken dat ik het over beleid zou gaan hebben. Nee, het gaat om niets minder dan een omwenteling van het wetenschappelijk denken, die zich de laatste vijfentwintig jaar voltrekt. Een essentiële rol in deze ontwikkelingen wordt door de fractals gespeeld.

Hierover zal het eerste deel van dit college gaan, daar de rest niet begrepen kan worden zonder inzicht in dit, voor velen nieuwe, belangrijke begrip.

Alvorens daarmee te beginnen heb ik er behoefte aan om uit te leggen wat mijn rol in deze is. Ik heb de fractals niet uitgevonden en ik heb niet deelgenomen aan de revolutie. De laatste tien jaar heb ik de ontwikkeling van de fractals met belangstelling gevolgd, zonder me aanvankelijk bewust te zijn van de diepe implicaties, waarover het tweede deel van dit college zal gaan. Het verraderlijke van de fractals is namelijk dat ze op zichzelf erg fraai zijn en verrassende inzichten bieden in de structuur van de vaak chaotische natuur. Fractals worden dan ook niet zelden in verband gebracht met de kunst.

Het zal niemand, die mij een beetje kent, verbazen dat ik zelf ook voornamelijk geïnteresseerd ben in de artistieke aspecten van de fractals.

Een groot wiskundige heeft eens gezegd dat alle mooie wiskunde ook goede wiskunde was. Laat je leiden door je gevoel voor schoonheid. Een andere wiskundige heeft eens gezegd dat alle goede wiskunde op den duur ook toepasbaar is. Ergo: mooie wiskunde is op den duur toepasbaar, een soort diepteïnvestering in schoonheid.

Ik geloof dat voor de informatica hetzelfde geldt, het is echter jammer dat men tegenwoordig zo profijtbewust is, of althans meent dat te moeten zijn.

Daarom was ik blij toen ik begin van dit jaar een artikel zag waarin de fractals werden toegepast om gegevens samen te persen.

Opgemerkt moge worden dat de kennis over fractals te danken is aan de algemene beschikbaarheid van de computer.

Slechts geleidelijk drong het tot me door dat de fractals duidelijk maken dat bepaalde systemen een principieel onvoorspelbaar gedrag vertonen. Dit betekent onder meer dat meer informatie over de huidige toestand niet leidt tot betere voorspellingen. Mijn eerste gedachte was: dat moeten mijn modelminnende collega's weten. Misschien weten ze het wel, maar is mij zulks ontgaan. Mijn tweede gedachte was: dat moeten de politici weten, die altijd zo vol vertrouwen de resultaten van de modellen van het CPB, het CBS en dergelijke, gebruiken als rechtvaardiging van hun beleid. Mijn derde gedachte was: dit moet iedereen weten, want de burgers worden misleid met die politieke uitspraken.

Geachte toehoorders, ik weet dat er velen onder u zullen zijn die dit geen prettige boodschap vinden. Wij zijn immers opgegroeid in een cultuur waarin het nastreven van een steeds hogere precisie als grote deugd wordt gezien. Sommigen troosten zich wellicht met de gedachte dat wiskundigen er met veel moeite in zijn geslaagd enige pathologische systemen met deze onprettige eigenschappen te konstrueren. Ik moet ze teleurstellen, de meeste systemen zijn ermee behept en ik heb nog meer narigheid.

Het eeuwenoude geloof dat kleine afwijkingen ook kleine gevolgen hebben blijkt niet juist!

Tenslotte blijkt het wijdverbreidde vertrouwen, dat systemen naar een evenwicht tenderen, onjuist.

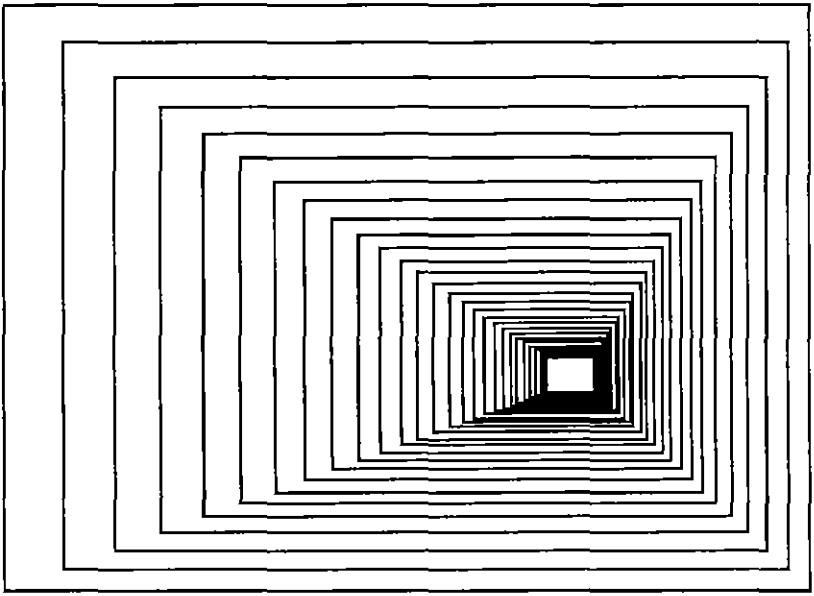
Maar laat ik eerst het waarom duidelijk maken en dus:

De Fractals!

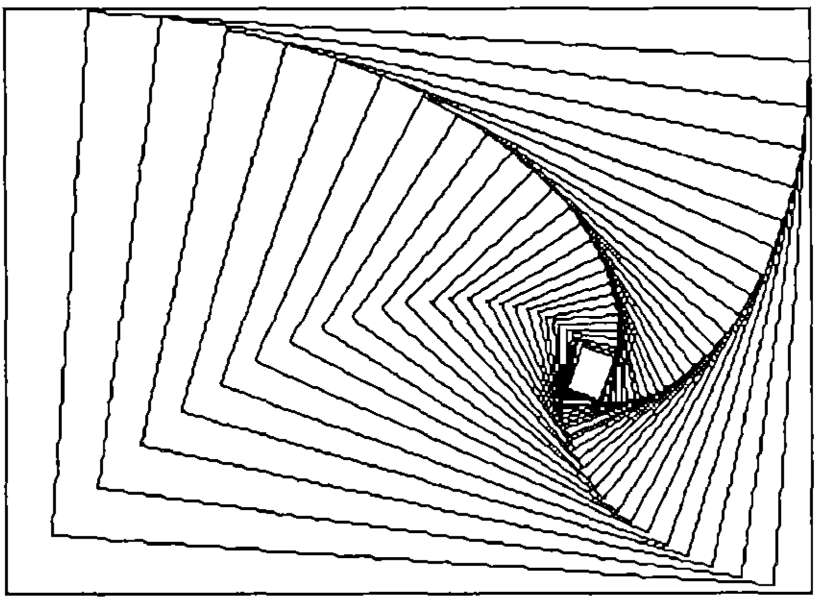
Fractals zijn wiskundige structuren met de eigenschap dat bepaalde delen, hoe klein ook, een (verkleinde) kopie van het geheel zijn. Bij stochastische fractals zijn de delen geen exacte kopie, maar zij lijken op het geheel zoals twee sneeuwvlokken op elkaar lijken zonder gelijk te zijn.

De naam "fractal" is pas in 1975 door Mandelbrot geïntroduceerd, hoewel de eerste fractals al ongeveer een eeuw oud zijn.

Fractals zijn overal om ons heen. Een huiselijke fractal is het verpleegstertje op de cacaoblikjes van Droste. Het zich oneindig vaak herhalende patroon noemt men een fractal. Elk blikje op een blikje is het verschoven en verkleinde beeld van dat blikje.



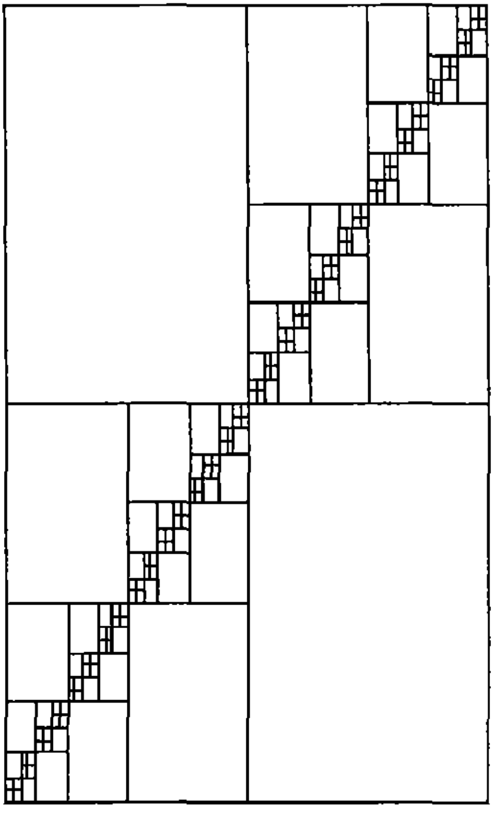
Boven een krimping en onder een krimpdraai.



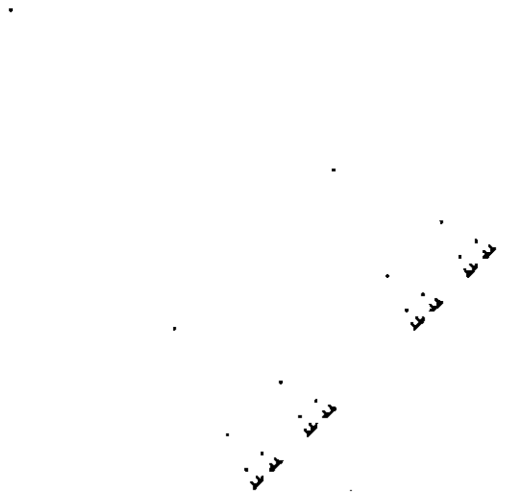
De blikjes op de blikjes verdwijnen als het ware in één punt. De neuspuntjes van de verpleegstertjes doen dat uiteraard ook.

Een nieuwe wereld opent zich als het verpleegstertje het blikje scheef houdt. De verkleinde kopie is dan ook nog gedraaid, een 'krimpdraaiverschuiving'. De neuspuntjes gaan dan spiralend naar een verdwijnpunt.

Nog interessanter wordt het als elk verpleegstertje in iedere hand een blikje houdt. Elke volgende generatie is dan dubbel zo talrijk als de voorafgaande.



De neuspuntjes zwermen uit naar een lijnstuk als er twee blikjes worden aangeboden.

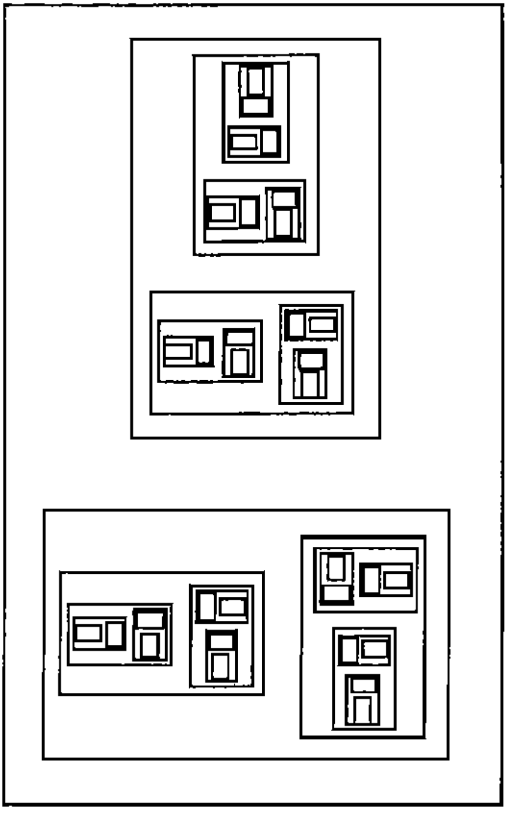


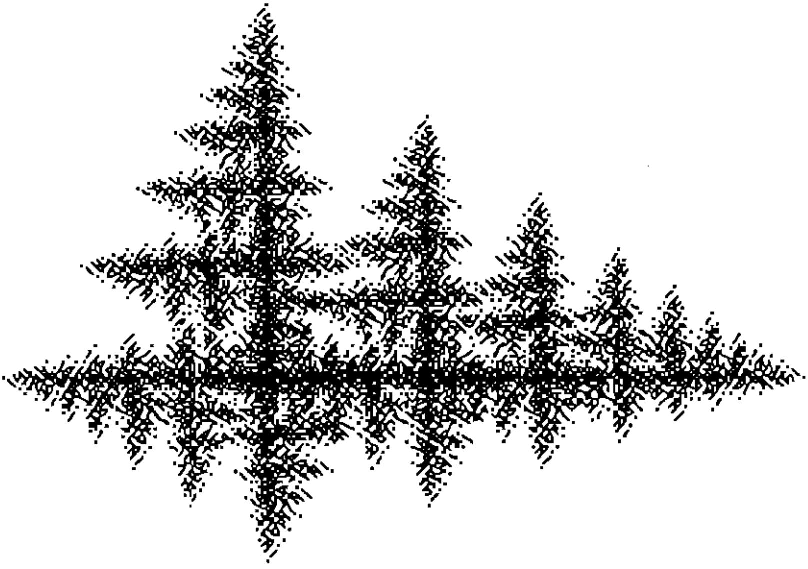
De verzameling van neuspuntjes is ook een fractal. Kiest men een verkleining met een factor drie dan ontstaat één van de oudste fractals, namelijk de Cantor-verzameling. Deze kan men maken door uit het midden van een lijnstuk één derde gedeelte weg te halen en steeds hetzelfde te doen met de beide overgebleven stukken.

De Cantor-verzameling is een voorbeeld van een stoffractal. Een stoffractal is zo onsamenhangend dat elk stukje onder de loupe genomen toch weer uit verschillende delen blijkt te bestaan. Als men de Cantor-verzameling vanuit één der eindpunten met een factor drie verkleint is het resultaat gelijk aan een derde deel van de fractal. De verzameling ontstaat ook als men op een willekeurig punt herhaaldelijk de beide verkleiningen, in alle mogelijke volgorden, toepast.

Ook verkrijgt men een goed beeld als men door kruis en munt gooien bepaalt of men de ene of de andere samentrekking toepast.

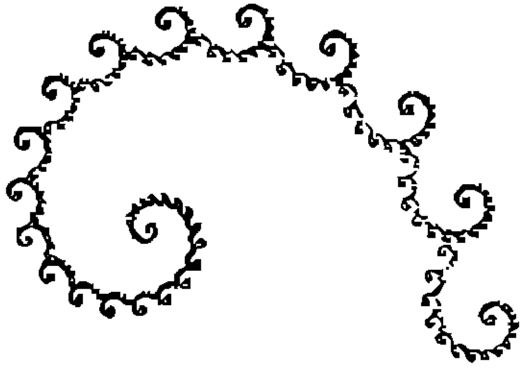
Bepaald verrassend is het neusjesbeeld van de verpleegstertjes die in elke hand een blikje hebben waarvan er één op z'n kant ligt (zie volgende pagina.)





Bovenstaand neusjesbeeld is een stoffractal die ontstaat door een krimpdraai (0,7 en 90°) en een inkrimping (0,7) te gebruiken. (Lauwerier, blz. 77)

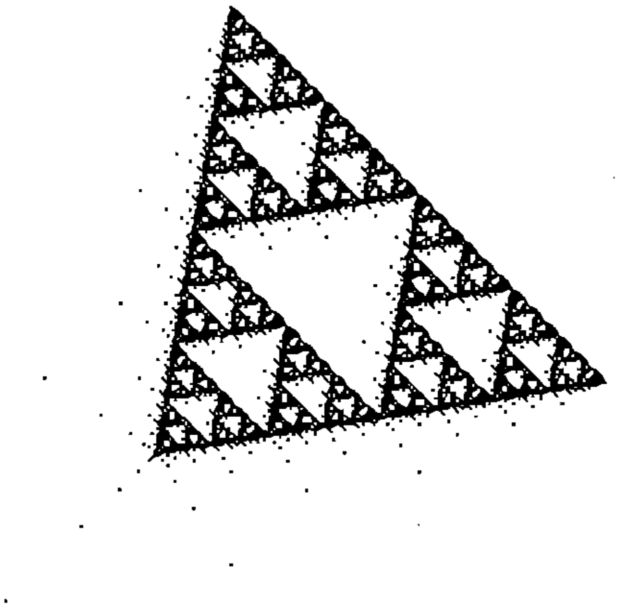
Het onderstaande neusjesbeeld ontstaat als beide blikjes een beetje scheef gehouden worden. Zeer fraai kan men de spiralen, opgebouwd uit spiralen, zien.



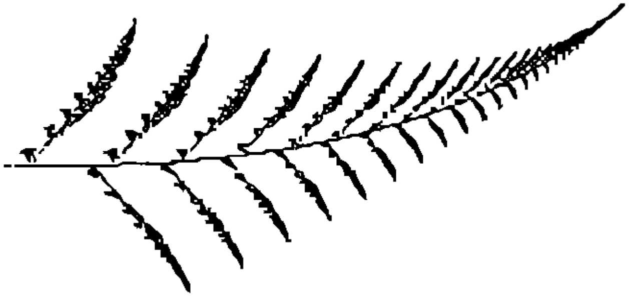
Hier volgt nog een voorbeeld uit het boek "Fractals", door Hans Lauwerier, waarin uitvoerig op de verschillende mogelijke transformaties wordt ingegaan.

Als de vorige, maar nu met een krimpdraai van 0,85 over 45° en een krimping van 0,53. (Lauwerier, blz. 78)

Dames en heren, hoewel de natuur verpleegstertjes slechts met twee handen uitrust, zullen we deze beperking even laten vallen en zien wat er gebeurt met driehandige wezens. Hier ziet u de stoffractal die de neuzen weergeeft als elke verpleegster drie blikjes (met drie verpleegsters) aanbiedt.



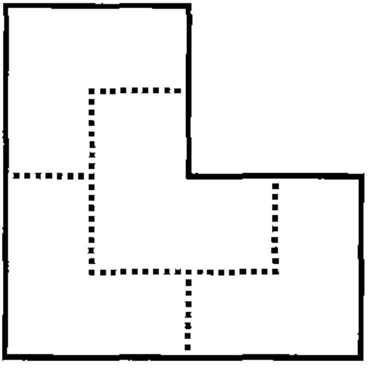
Het is een soort tweedimensionale Cantor-verzameling, die ontstaat door uit het midden van de driehoek een driehoek te verwijderen en dat op kleinere schaal te herhalen met de drie overblijvende driehoeken. Ook deze fractal kan men maken door met behulp van loting te kiezen uit drie transformaties en wel krimpingen, met een factor twee, ten opzichte van de hoekpunten.

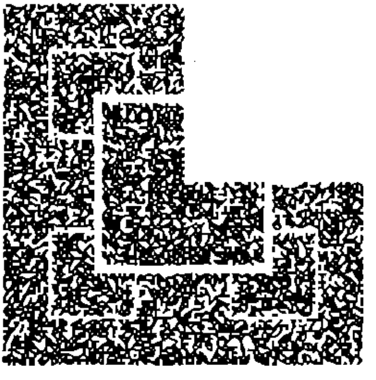


Dan nu nog twee voorbeelden van stoffractals die gemaakt zijn met behulp van vier transformaties.

Het bovenstaande plaatje, dat aan een varen doet denken, wordt beschreven in het artikel van Barnsley en Sloan.

In dit artikel wordt de zogenaamde Collage Stelling genoemd. De stelling zegt dat, als men enige vorm kan overdekken met verkleinde kopieën van deze vorm, er dan een fractal is met juist die vorm. Een paar voorbeelden:



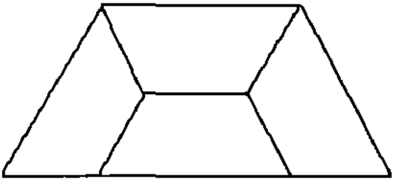


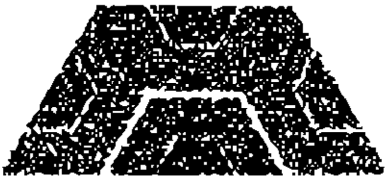
De puzzel met oplossing. De bijbehorende fractal

Als grapje heb ik wat kieren ingesmokkeld.

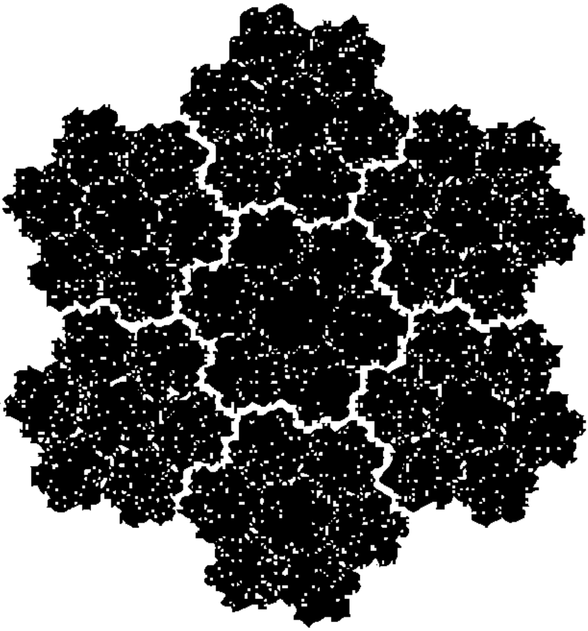
Het eerste voorbeeld is een toepassing van de bekende puzzel om driekwart van een vierkant stuk land in vier identieke stukken te verdelen, u weet wel van die erfenis.

Het tweede voorbeeld gaat over de bekende trapeziumvormige vergadertafeltjespuzzel.



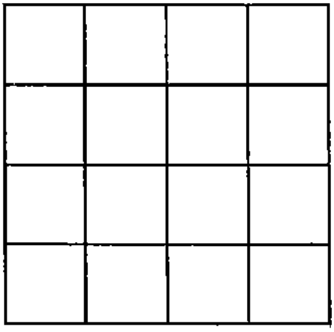


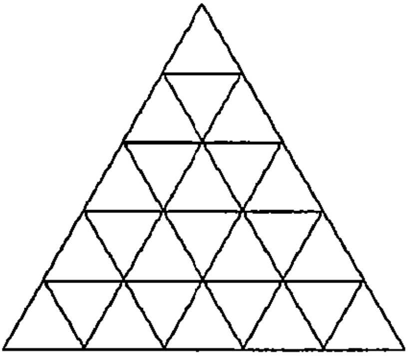
Het derde voorbeeld betreft een vorm die bedekt wordt door zeven kopieën.



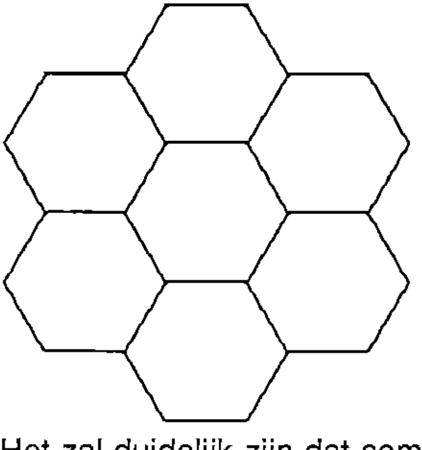
De kieren lijken wel bliksemflitsen, wat niet zo gek is, daar deze ook fractals zijn.

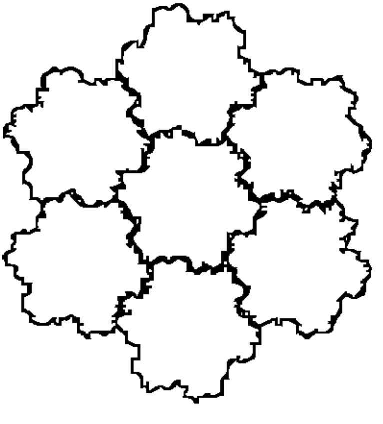
Zoals bekend kan men met vierkanten en gelijkzijdige driehoeken weer vierkanten en driehoeken opbouwen.





Dit gaat niet met de derde regelmatige vlakvuller, de zeshoek, maar wel met die kronkelplak!





Het zal duidelijk zijn dat sommige fractals een natuurlijk aanzien hebben, maar Barnsley stelt dat bij een gegeven natuurlijke vorm een fractal hoort met die vorm. Hij maakt, via een programma, een collage bij een gegeven (natuurlijke) vorm. Hij 'fractaliseert' dergelijke vormen.

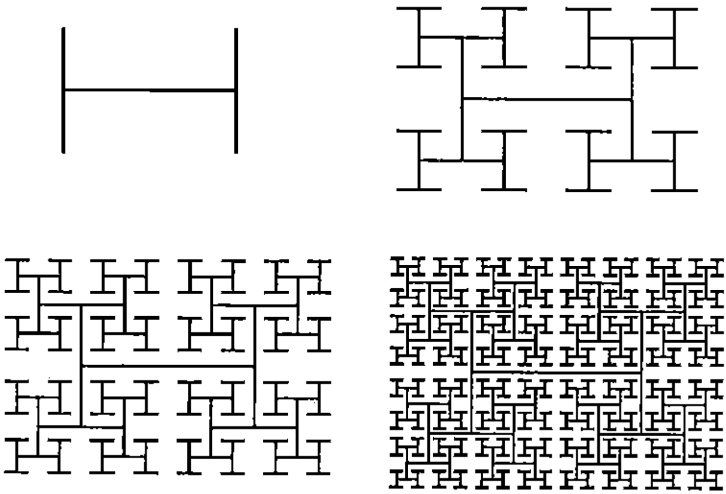
Het volgende blaadje is geheel bepaald door slechts vierentwintig getallen en dat is heel wat zuiniger dan het aangeven welke van de zestigduizend puntjes zwart zijn. Men zou in geval het een plaatje van een cirkelschijf betrof toch ook volstaan met het opgeven van de straal en het middelpunt.

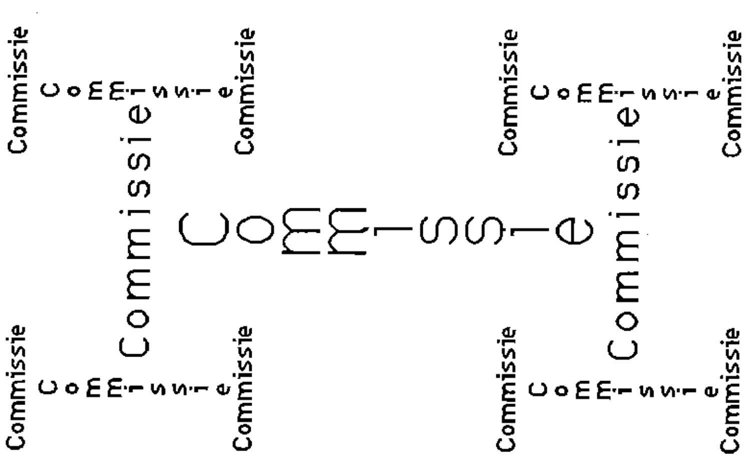
Het spannende is dat de fractals blijkbaar een structuur blootleggen die de overigens vrij chaotische verschijningsvormen in de natuur hebben. Geen twee beukeblaadjes zijn immers gelijk en toch herkennen wij mensen ze. Wij herkennen een chinees als zodanig al zien wij hem voor het eerst. Al met al, opwindende nieuwe mogelijkheden voor de patroonherkenning. Ik kijk met spanning uit naar Barnsley's aangekondigde boek: "Fractals everywhere".

Het zal niemand, die dergelijke plaatjes heeft gezien, verbazen dat vormen, ontstaan door een groeiproces, goed met fractals kunnen worden beschreven.

Nu enige voorbeelden van samenhangende fractals. Onderstaande figuur geeft verschillende stadia weer van de zogenaamde H-fractal. Elke H heeft aan de vier uiteinden weer een H(-tje) en wel half zo klein. De eigenlijke fractal ontstaat als men dit proces tot "in het oneindige" voortzet. Toch noemt men de benaderingen ook wel fractals.

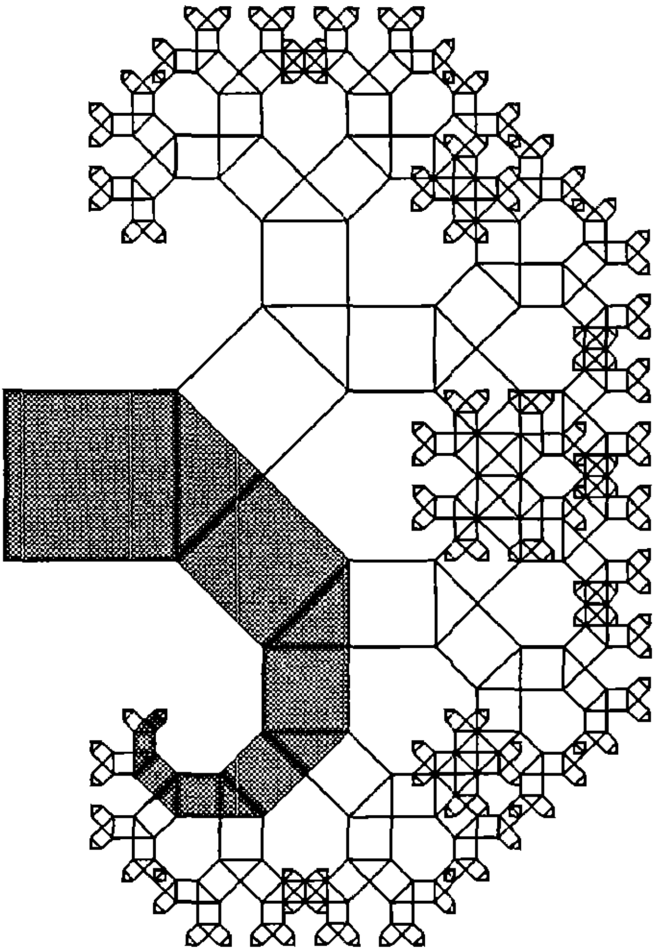
Met een beetje fantasie kan men er een verpleegstertje in zien dat, met vier uitgestrekte armen, kopieën aanbiedt. Elke volgende generatie is driemaal zo lang.





Hierboven ziet u iets dergelijks als organisatiestructuur van de universiteit.

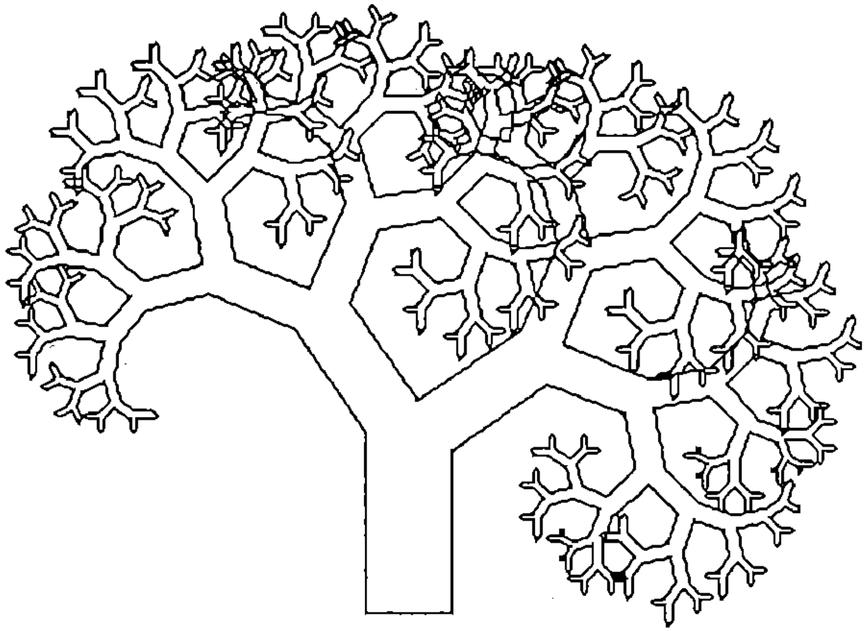
Bij de 'bekende' Pythagorasbomen wordt gebruik gemaakt van de krimpdraai, waardoor er spiralen ontstaan.



In de grijze tak ziet men duidelijk het voortdurende gedraai.

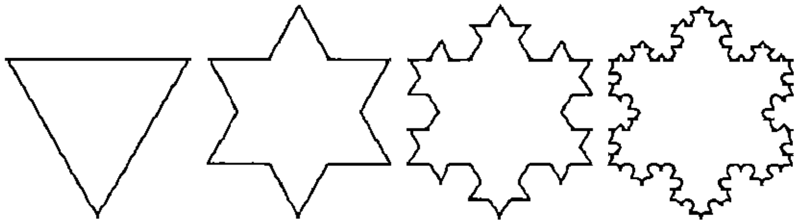
Voor allerlei variaties op het thema wordt verwezen naar het boekje "Bomen van Pythagoras" van Bruno Ernst en naar de "Fractals" van Lauwerier.

Hieronder volgt nog een scheef gegroeide boom.



Een ander voorbeeld van een (oude) fractal is de zogenaamde Koch-kromme. Deze ontstaat door een lijnstuk te vervangen door vier lijnstukken, zoals in de onderstaande tekening. Vervolgens vervangt men elk van die vier lijnstukken weer door vier (kleinere) lijnstukken, en zo voorts.

Door de zijden van een driehoek zo te behandelen verkrijgt men het zogenaamde Koch-eiland.



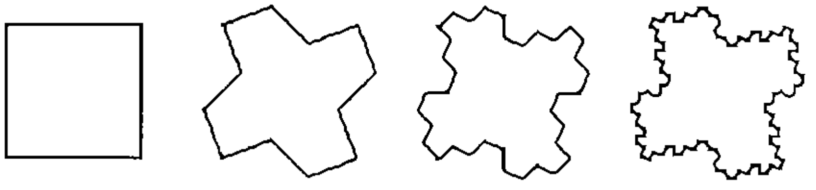
Het merkwaardige is dat de 'lengte' van dergelijke krommen zich niet laat bepalen: zij zijn als het ware oneindig lang. Na elke keer dat men weer 'omloopt' wordt de kromme immers 4/3 keer zo lang. Hoe nauwkeuriger men meet, des te langer de 'lengte' van de kromme wordt. De oppervlakte van het Koch-eiland is 60% groter dan de oorspronkelijke driehoek.

De oneindige lengte druist in tegen onze intuïtie. Een schatting van de lengte van een cirkel wordt immers béter als we met kleinere stapjes meten. In de praktijk echter merkten landmeters, die de lengte van een kustlijn of rivier wilden bepalen, dat de gemeten lengte toenam als men kleinere stapjes nam. Doet men dat immers dan moet men omlopen bij inhammen en schiereilanden, waar men eerst overheen stapte. Nauwkeuriger bezien blijken de inhammen zelf weer inhammen te hebben. De details lijken op het geheel, typisch voor een fractal. Het is grappig te weten dat Portugal zijn grens met Spanje op 1214 km stelt, terwijl Spanje voor diezelfde grens 987 km opgeeft. Volgens Nederland is de grens met België 380 km maar volgens onze zuiderburen is diezelfde grens 449 km. De moraal is: "Hoe kleiner het land, hoe langer de grens".

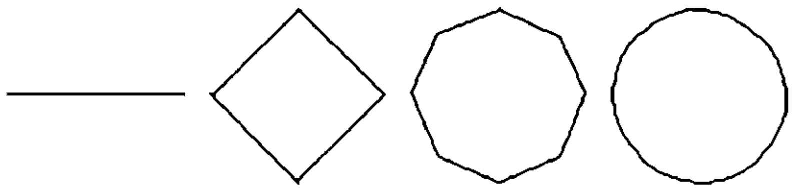
Omstreeks de eeuwwisseling werden dit soort krommen geconstrueerd als voorbeeld van continue krommen, die nergens een raaklijn heben. Men beschouwde ze als produkten van een ziekelijk brein die in de natuur niet voor zouden komen. Men noemde ze wel de monsters van Osgood. Eerst nu ziet men in dat ze in de natuur eerder regel dan uitzondering zijn.

Er zijn oneindig veel variaties mogelijk om fractals à la Koch te vormen. Eén daarvan is de manier waarop Minkovski een lijnstuk vervangt door drie lijnstukken, zoals in de onderstaande figuren wordt geïllustreerd.

De zijden van een vierkant zijn volgens het bovenstaande recept behandeld. Het op die manier gevormde Minkovski-eiland heeft de eigenschap dat elke generatie dezelfde oppervlakte heeft. De lengte van de omtrek is natuurlijk weer oneindig.

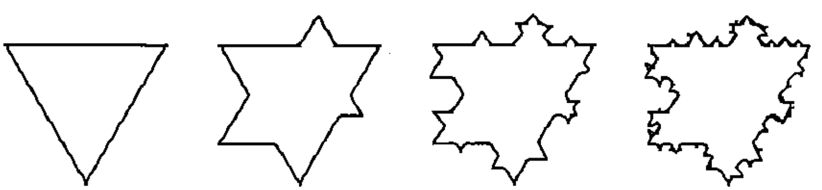


Een verrassend beeld krijgt men als men via één punt midden boven de verbindingslijn omloopt, mits men de afstand tot het midden op geschikte wijze aanpast.



Nu een voorbeeld van een stochastische fractal.

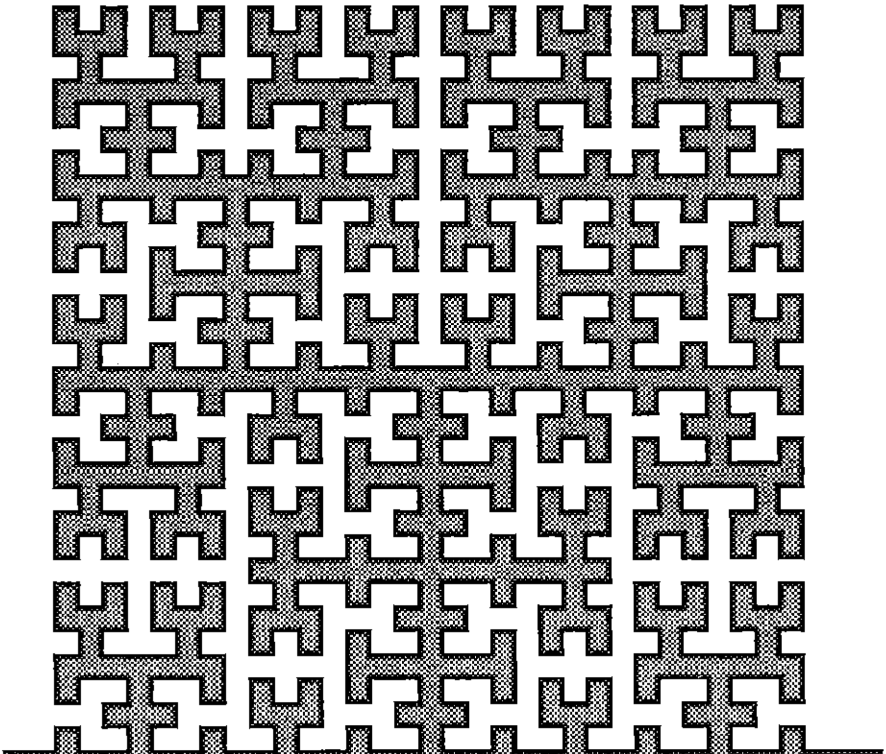
Bij een stochastische fractal wordt het 'omlopen' gegokt, dus niet, zoals bij Koch, exact, maar ongeveer op een derde. De eerste gok bepaalt de globale vorm en de volgende gokken hebben minder invloed en de rest is rommelen in de marge. De onderstaande plaatjes geven een voorbeeld.



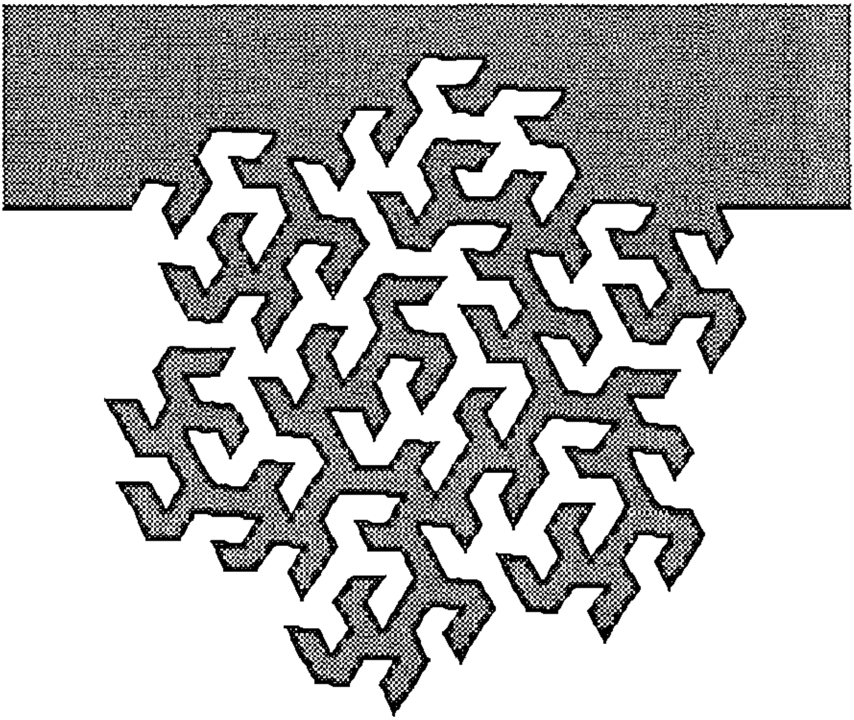
De laatste figuur lijkt al veel meer op een natuurlijk eiland. Een stochastische fractal is dan ook een beter model voor een kustlijn dan een 'gladde' kromme.

Het kan echter nog doller.

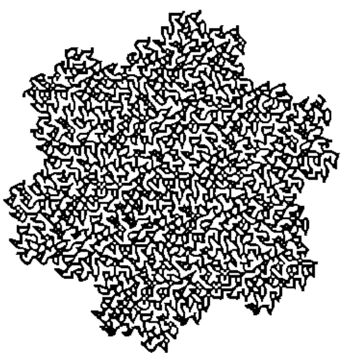
De Hilbert-kromme kan gezien worden als de kustlijn van Grijsland met de Witte zee.Het hele vierkant is als het ware kust (een soort moeras?). Een leuk ontwerp voor een jachthaven?



Hieronder staat de zogenaamde flowsnake van Gosper afgebeeld. Deze is ook vlakvullend.



De vorm van het 'moeras' kunt u duidelijk op het volgende plaatje, dat de vierde generatie toont, zien.



Het is dezelfde vorm als de kronkelplak op pagina 12.

Er is een maat voor de 'kronkeligheid' van een kromme, de 'gladde' hebben de maat 1, terwijl de vlakvullende krommen (zie Hilbert-haven) de maat 2 hebben. De Koch-kromme zit er tussen in en heeft 1,2618... als maat. De kust van Engeland heeft een 'kronkeligheid' van ongeveer 1,22... .

Zeer gewaardeerde toehoorders, dat fractals de natuur goed modelleren blijkt uit het feit dat men met behulp van stochastische fractals de computer natuurlijk ogende taferelen kan laten loten.

Hieronder vallen landschappen, planeten, eilanden, wolken. Dit vindt een toepassing bij computergestuurde simulatoren.

Ook kunnen produkten ontstaan die het resultaat zijn van een groeiproces.

Het zou mogelijk zijn om met de fractals allerlei technische produkten een natuurlijker aanzien te geven. Men beseft vaak niet dat het moderne optimaliseringsstreven, een typisch computerprodukt, tot uniformiteit kan leiden. Dit wordt nog versterkt door het toenemende gebruik van kunststoffen. De techniek creëert een 'strakke' omgeving met veel, voorspelbare, regelmaat (bijvoorbeeld rijtjeshuizen en flats), terwijl de natuur (en de kunst) onze zintuigen vergast op variaties rond een bepaald thema, dat door ons mensen, patroonherkenners bij uitstek, herkend wordt.

Dames en heren, na deze lange inleiding komt thans de hoofdschotel, namelijk de modellen en de fractals.

Verhulst stelde in 1845 een model op voor een populatie met een beperkte leefruimte. Stel x is het deel van die ruimte dat bevolkt is, dan is 1-x het vrije gedeelte.

Verhulst neemt aan dat de groei evenredig zal zijn met de grootte van x, met een vruchtbaarheidsfactor a en met de beschikbare vrije leefruimte. Dus als x_{n+1} de volgende generatie is en x_n de huidige, dan geldt: $x_{n+1}=a \cdot x_n \cdot (1-x_n)$ (met a kleiner dan 4, want anders wordt $x>1$).

Door bij herhaling de volgende waarde uit de vorige te berekenen verkrijgt men een reeks. Het idee achter dit model was dat deze reeks naar een eindwaarde zou streven.

Voor een ongelimiteerde groei zou $x_{n+1}=a \cdot x_n$ gelden, dit is een oninteressant model, daar dan de populatie ongeremd zou groeien (rente op rente).

Op het eerste gezicht lijkt het model van Verhulst eenvoudig, daar men voor $x=1-1/a$ een stabiele toestand verkrijgt. Immers: $(1-1/a)=a \cdot (1-1/a) \cdot (1-(1-1/a))=1-1/a$.

Neem bijvoorbeeld a=2 en men ziet dat er voor x=1/2 niets te beleven valt. Immers, als $x_n=1/2$, dan geldt ook $x_{n+1}=1/2$, er treedt een stabiliteit op. Ongeacht de beginwaarde, mits groter dan nul, wordt er bij 1/2 evenwicht bereikt. Dit is precies wat men van een fatsoenlijk model zou verwachten.

Het merkwaardige is echter dat het model onfatsoenlijk wordt voor waarden van a groter dan 3. Weliswaar geeft $x=1-1/a$ inderdaad evenwicht, maar dat is dan niet stabiel. Bij een andere beginwaarde , hoe dicht ook bij 1-1/a, verwijdert de x zich van 1-1/a en gaat, op den duur, heen en weer springen tussen twee waarden, z0 en z1; met $z0=a \cdot z1 \cdot (1-z1)$ en $z1=a \cdot z0 \cdot (1-z0)$. Men noemt dit een twee-cyclus.

Laat men de waarde voor a met kleine stapjes nog verder groeien , dan treedt er een zeer verrassend effect op. De twee-cyclus wordt instabiel en wordt vervangen door een vier-cyclus. Daarna wordt deze instabiel en vervangen door een acht-cyclus. Men noemt dit een periodeverdubbeling of bifurcatie. Zolang a kleiner is dan 3.569946... blijft die verdubbeling optreden. Typisch het gedrag van een fractal. Gaat men echter voorbij 3.569946... dan is er niets meer te bespeuren van een periodiek gedrag, maar er treedt een complete chaos op. De x springt van hot naar her.

Het zal duidelijk zijn dat men de gigantische hoeveelheden berekeningen slechts met een computer of een programmeerbaar zakrekenmachientje kon uitvoeren. Dat laatste is precies wat Mitchel Feigenbaum in het begin van de jaren zeventig deed.

Het chaotische gedrag van de populatie heeft het karakter van een fractal. Dit betekent dat, als men de waarde van a meer gedetailleerd gaat bekijken, men op kleinere schaal dezelfde soort chaos tegenkomt. Met meer informatie over de waarde van a krijgt men dus geen betere voorspellingen over het toekomstige gedrag van het systeem.

Iets dergelijks geldt voor andere, minder eenvoudige, dynamische modellen. Een bekend voorbeeld is het weer. De droom van de meteorologen, om met meer informatie en grotere computers het weer beter te kunnen voorspellen, blijkt een droom.

Reeds in 1962 was dit door de meteoroloog Lorentz bij toeval ontdekt. Bij een computersimulatie van een eenvoudig meteorologisch model bleek dat de uitkomst sterk veranderde door een kleine fout bij de invoering van de begintoestand. Zijn publicatie in een meteorologisch tijdschrift bleef meer dan tien jaar onopgemerkt door wiskundigen, fysici en zeker door economen.

Dames en heren, ik geloof in aanschouwelijk onderwijs en wil daarom een en ander toelichten met een mechanisch model. U ziet hier een ruimtelijke slinger met een fietskogeltje. Behalve de zwaartekracht zijn er drie magneten die hun invloed doen gelden. Zoals u ziet heeft de slinger daardoor drie stabiele ruststanden bij de magneetjes. Er is ook nog een instabiele ruststand precies midden tussen de magneetjes. Uiteraard is er wrijving en luchtweerstand, want anders zou de slinger eeuwig doorgaan, iets wat nauwelijks geschikt is voor een demonstratie bij een afscheid. Als we de draaiing van de aarde, de stand van de maan en de tram op de Oudlaan en nog honderden andere relevante zaken, zoals uw ademhaling en die vervelende vlieg, buiten beschouwing laten is het een eenvoudig model. Het gedrag van de slinger is toch wel een beetje merkwaardig, zoals u kunt zien als ik hem een slinger geef.

U ziet hem aarzelen tussen rood en blauw en dan gaat ie ineens, links uit de flank naar groen. Zoiets als de twee om een been vechtende honden. In theorie is het duidelijk dat het berekenbaar is waar de slinger tot rust zal komen als hij vanuit een bepaald punt, met snelheid nul, wordt losgelaten. Stel dat dit gedaan wordt voor elke vierkante millimeter van dit vlak. Dit is ongeveer 16 bij 16 cm, of te wel 25600 mm2, en dus veel rekenwerk. Tegenwoordig is dat geen probleem.

Stel we kleuren de vakjes rood, groen of blauw al naar gelang de kleur van de winnende magneet. Mocht de slinger in de middenstand eindigen dan kleuren we het vakje zwart. Er ontstaat dan een plaatje waarbij de omgeving van het rode magneetje uiteraard rood is en zo hebben we natuurlijk ook groene en blauwe zones om de andere magneetjes en mogelijk hier en daar een zwart vakje. Als we daarna proberen met deze kaart voorspellingen te doen, dan hebben we een probleem. Als ik namelijk de slinger laat starten op een rood vakje dan blijkt het niet erg goed reproduceerbaar te zijn. Wat is namelijk het geval; het blijkt dat het belangrijk is waar ik precies in het vakje start. Als ik het rode vakje wat nader bekijk en bijvoorbeeld verdeel in honderd vakjes van één tiende millimeter en voor elk van deze laat berekenen waar de slinger eindigt, dan blijkt dat alle kleuren weer voor kunnen komen. Dit hangt uiteraard wel af van de plaats van het vakje, want bij een typisch rood vakje in de buurt van de rode magneet blijft alles rood. Op de meeste plaatsen echter duiken alle kleuren weer op. U raadt het al, we hebben weer een fractal.

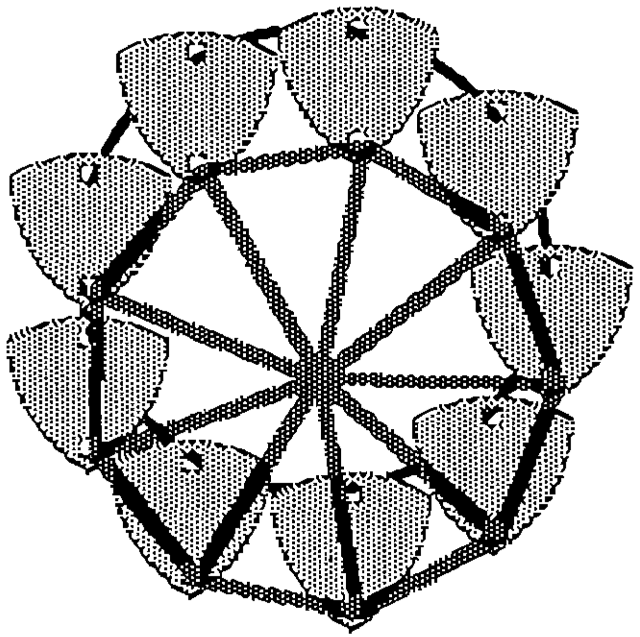
Dus ongeacht hoe ver we de nauwkeurigheid opvoeren, steeds krijgen we een mengsel van alle kleuren. Daarom is het principieel onvoorspelbaar waar de slinger zal eindigen. Telkens als de beginstand precieser wordt gegeven krijgt men mogelijk een andere eindstand. Dit geldt voor het nette, geïdealiseerde model.

Maken we het model gecompliceerder, door bijvoorbeeld rekening te houden met de aantrekkingskracht van de maan, dan wordt het model ingewikkelder, maar de onvoorspelbaarheid blijft.

Geachte toehoorders, u heeft zich ongetwijfeld afgevraagd wat er onder het doek links van mij zit. Dat had ik verwacht en daarom staat het er. Ik geloof namelijk dat men de toehoorders moet prikkelen tot het stellen van vragen, men moet ze nieuwsgierig maken, elk college behoort een avontuur te zijn en een afscheidscollege mag geen uitzondering zijn.

Onder dit doek bevindt zich een ander mechanisch model, dat ik u gaarne wil demonstreren.

Kijk, dit is een rad met bakjes, dat kan draaien (geeft een zetje en het draait). Hier is een kraan die water in het bovenste bakje kan laten lopen. Daardoor wordt het bakje zwaarder en het draait weg, waardoor het volgende bakje water krijgt. Zoals u ziet gaat het rad draaien. De clou is echter dat de bakjes lek zijn en het water dus verliezen, zodat het eerste bakje, tegen de tijd dat het weer boven is, leeg is. Het wordt weer gevuld en zo draaien we door. Dit is natuurlijk geen perpetuum mobile en het is ook geen uitvinding om auto's op water te laten lopen. Als ik nu echter gas geef, door de kraan verder open te zetten, gaat het rad, zoals u ziet, inderdaad sneller draaien.



Maar, en nu komt de aap uit de mouw. Het bovenste bakje heeft niet genoeg tijd om leeg te lekken, waardoor de beweging afremt. Zo, nog een beetje meer water en het gedrag van het rad mag gerust chaotisch en onvoorspelbaar genoemd worden.

Waar het om gaat is dat vrijwel alle niet-lineaire-dynamische-systemen een dergelijk chaotisch gedrag vertonen. Zo weet men nu dat de planetenbewegingen, het cosmologische klokwerk bij uitstek, op den duur een chaotisch karakter zullen vertonen. Op den duur betekent in dit geval misschien miljoenen jaren. Bij weersvoorspellingen gaat het echter over etmalen.

Eén van de uitdagingen voor de economische faculteit is om te onderzoeken op welke termijn de economische modellen voorspelbaar zijn. Het lijkt mij absurd om te veronderstellen dat dergelijke modellen enige zinnige uitspraken kunnen doen over bijvoorbeeld het aantal werkelozen in 1992.

Het vervelende is echter, zoals ik reeds zei, dat de politici ons dagelijks om de oren slaan met dergelijke prognoses.

Ik durf te stellen dat het de plicht van de universiteit is om de maatschappij onverbloemd de mogelijkheden en zeker ook de onmogelijkheden van de wetenschap te laten weten. Het argument dat dit laatste niet kan omdat 'men' het niet zal snappen, gaat mijns inziens niet op, daar de universiteit de boodschap dan niet goed heeft gebracht.

Toch zijn er zelfs publikaties waarin wetenschappers suggereren dat er met de kennis over de fractals betere voorspellingen gedaan kunnen worden over het weer of de beurs. Zoiets lijkt op bewuste misleiding, zelfs al is het doel, om onderzoek naar fractals te stimuleren, goed.

Thomas Kuhn in zijn boek "The structure of scientific revolution" signaleert het verschijnsel dat het wetenschappelijke establishment revolutionaire nieuwe inzichten veelal tracht te minimaliseren of zelfs te negeren.

De jonge onderzoekers werpen zich hartstochtelijk op het nieuwe, maar de oude garde, beroemd geworden in het verguisde paradigma, is niet bereid dit toe te juichen.

Dit gaat in ieder geval op voor de fractals en de door mij geschetste konsekwenties. Het is volstrekt in orde om te praten over de schoonheid van de fractals of over de mogelijkheden om de natuur haar geheimen te ontfutselen, maar zeg niets over de impotentie van de wetenschap als het gaat over het doen van toekomstvoorspellingen.

Het is waar, de wetenschappers treft niet alle blaam, is het immers niet de maatschappij zelf die steeds meer verwacht dat de eersten hun onderzoek kunnen rechtvaardigen met de maatschappelijke relevantie.

Samenvattend noem ik drie dingen waaraan we zullen moeten wennen.

1) Meer informatie over de huidige toestand van een systeem zal in veel gevallen niet leiden tot betere voorspellingen.

2) Kleine wIJzigingen in het model kunnen grote gevolgen hebben voor de uitkomsten. Men zegt wel dat een vlinder in Peking een orkaan in Texas kan veroorzaken.

3) Veel systemen tenderen niet tot een evenwichtstoestand, maar vertonen vaak een chaotisch gedrag.

Dit lijkt een slecht bericht voor degenen die streven naar beheersing van de toekomst, maar ik denk dat het uiteindelijk een goed bericht is. Het houdt immers de belofte in dat het leven verrassend en dus interessant zal blijven.

Ik eindig met een citaat van professor Tromp dat ik over de radio hoorde terwijl ik deze tekst bewerkte. **"De meeste belangrijke dingen gebeuren volstrekt onvoorzien."**

Dames en heren, ik dank u voor uw aandacht.

Literatuur.

Barnsley, Michael F. and Sloan, Alan D. , A Better Way to Compress Images, *Byte*, january 1988 vol 13 no. 1, pp. 215-223.

Beck, Uwe, *Computer-Graphik, Bilder und Programme zu Fraktalen, Chaos und Selbstähnlichkeit.* Birkhäuser Verlag, Basel, 1988.

Ernst, Bruno, en anderen, *Bomen van Pythagoras, variaties van Jos de Mey,* Aramith Uitgevers, Amsterdam, 1985.

Chaotic Dynamics and Fractals, Barnsley, Michael F. and Demko, Stephen G., editors. Academic Press. Inc., 1986.

Gleick, James, *Chaos, making a new science.* Viking, New York, 1987.

Lauwerier, Hans A., *Fractals, meetkundige figuren in eindeloze herhaling.* Aramith Uitgevers, Amsterdam, 1987.

Mandelbrot, Benoit B., *The Fractal Geometry of Nature.* W.H.Freeman and Company, New York, 1983.

Peitgen, H. -O., and P. H. Richter, *The Beauty of Fractals.* Springer-Verlag, Berlin etc., 1986.

Schuster, Heinz Georg, *Deterministic Chaos, an intrtoduction.* Second revised edition, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1988.

On Growth and Form, Fractal and Non-Fractal Patterns in Physics, Stanley, H. Eugene and Ostrowsky, Nicole editors. Martinus Nijhof Publishers, 1986

Thompson, J.M.T. and Stewart, H.B., *Nonlinear Dynamics and Chaos.* John Wiley & sons, 1986.