

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

JAN PHILIP MATSCHULAT

PROPOSTA DE UM MODELO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE DISTRIBUIÇÃO  
DE CARGAS FRACIONADAS COM O AUXÍLIO DE DRONES

Joinville

2016

JAN PHILIP MATSCHULAT

PROPOSTA DE UM MODELO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE DISTRIBUIÇÃO  
DE CARGAS FRACIONADAS COM O AUXÍLIO DE DRONES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística no Curso de Engenharia de Transportes e Logística da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville.

Orientadora: Professora Dra. Silvia Lopes de Sena Taglialenha

Joinville

2016

JAN PHILIP MATSCHULAT

PROPOSTA DE UM MODELO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE DISTRIBUIÇÃO  
DE CARGAS FRACIONADAS COM O AUXÍLIO DE DRONES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística no Curso de Engenharia de Transportes e Logística da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville.

Joinville, 23 de junho de 2016

Professora Dra. Silvia Lopes de Sena Taglialha  
Orientadora

Professora Dra. Christiane Wenck Nogueira Fernandes  
Membro 1

Professora Dra. Vanina Macowski Durski Silva  
Membro 2

Joinville

2016

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por ter me dado tudo que eu preciso (e muito mais) para me manter apto a estudar.

A minha mãe Carla Matschulat que me apoiou em minha decisão de mudar de Estado para estudar. Sustentou-me durante todos os anos da faculdade e me ensinou os valores corretos que hoje possuo.

A minha orientadora Dra. Silvia Lopes de Sena Tagliarenha pela sua paciência e esforço para me ajudar a concluir este trabalho e todo o tempo gasto me auxiliando com os problemas inerentes à formulação do Trabalho de Conclusão de Curso.

Ao meu professor Dr. Miguel Figliozzi da Portland State University pela pesquisa realizada em meu intercâmbio, me apresentado os drones como possíveis meios de transporte de cargas.

A minha namorada e futura esposa Lais Marangoni, por sua ajuda neste trabalho e paciência. Mesmo nos dias de maior estresse, ela nunca se queixou do meu humor e da minha falta de tempo, além de me ajudar diretamente na elaboração e execução deste trabalho.

Aos meus amigos turma de 2010/1 de Engenharia de Transporte e Logística formados em 2015/2, por todos os bons momentos em sala de aula e por terem me influenciado a ser um estudante melhor. Além dos amigos de turma, gostaria de agradecer também pelos outros amigos da faculdade que, através da amizade deles, me mantiveram bem-humorado e me fizeram companhia durante todo o curso, além de alguns deles, como o Maiko Nienkotter, terem me ajudado com este trabalho.

## RESUMO

O anúncio da Amazon do sistema *Amazon Prime Air* mostrou uma nova opção de entrega de mercadorias através de drones muito rápida e promissora. Com essa novidade, um novo agente surgiu com a possibilidade de reduzir os custos relacionados ao transporte de carga e ainda entregar as mercadorias mais rapidamente. Entretanto, a limitação de autonomia dos drones e as restrições legislatórias são dois empecilhos a serem superados para que os drones possam ser usados de maneira mais ampla. Este trabalho apresenta um novo sistema de transporte de mercadorias que combina caminhões e drones, trazendo também uma revisão das legislações a respeito do tema em diferentes países. Propõe-se um modelo matemático exato que utiliza algumas restrições do problema do caixeiro viajante, sendo, portanto considerado um problema pertence à categoria NP-difícil, ou seja, ainda não existem algoritmos exatos que o resolvam em tempo polinomial, pois o esforço computacional aumenta exponencialmente com o aumento do tamanho do problema, sendo, portanto relevante a importância da aplicação de métodos não exatos para resolvê-lo. Para resolver este problema, considera-se um método heurístico que determina uma solução ótima inicial para o problema do caixeiro viajante somente utilizando o caminhão no sistema de entrega, e em uma segunda etapa, determinam-se os pontos de entrega do drone. A solução obtida através do modelo heurístico proposto apresentou-se mais eficiente que o sistema original que utiliza somente o caminhão, uma vez que o tempo de percurso necessário para satisfazer todos os consumidores diminuiu em 27% se comparado ao tempo realizado sem a utilização do drone.

**Palavras-chave:** Problema do caixeiro viajante com drones. Roteirização com drones. Heurística.

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ANAC - Agência Nacional de Aviação Civil  
CIA - Central Intelligence Agency  
CMA - Certificado Médico Aeronáutico  
EASA - European Aviation Safety Agency  
FAA - Federal Aviation Administration  
FAB - Força Aérea Brasileira  
PCV - Problema do Caixeiro Viajante  
PDCD - Problema de Distribuição de Cargas com Drone  
PIM - Programação Inteira Mista  
PO – Pesquisa Operacional  
RAB - Registro Aeronáutico Brasileiro  
RPA - Remotely Piloted Aircraft  
RPAS - Remotely Piloted Aircraft System  
VANT - Veículo Autônomo Não Tripulado  
VRP - Vehicle Routing Problem

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo do sistema misto caminhão - drone .....	13
Figura 2: Drone utilizado pela DHL no transporte para a ilha de Juist.....	18
Figura 3: Drone levantando voo do caminhão da AMP Eletric Vehicles .....	19
Figura 4: HorseFly.....	20
Figura 5: Distância mínima de segurança a pessoas não anuentes.....	22
Figura 6: Caminhão da Workhouse group.....	24
Figura 7: Dodecaedro .....	30
Figura 8: Ótimo local e ótimo global.....	35
Figura 9: Exemplo dos Tipos de nós .....	38
Figura 10: Exemplo de uma operação .....	39
Figura 11: Operação sem nó exclusivo caminhão .....	40
Figura 12: Operação com nós exclusivo caminhão .....	40
Figura 13: Caminhão aguarda drone no mesmo nó de partida do drone.....	40
Figura 14: Consumidores que precisam ser servidos a partir do armazém .....	42
Figura 15: Rota ótima sem uso de drones .....	52
Figura 16: Iteração 1- passo 1 .....	53
Figura 17: Iteração 2 - passo 3 .....	53
Figura 18: Iteração 3 - passo 2 .....	54
Figura 19: Iteração 4 -passo 1 .....	54
Figura 20: Iteração 5 - passo 2 .....	55
Figura 21: Grafo final após término da heurística.....	55
Figura 22: Operações.....	57
Figura 23: Comparação de subrota com e sem uso da heurística.....	58

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resumo das exigências de cada classe .....	22
Tabela 2: Tempo estimado de processamento – Complexidade exponencial .....	31
Tabela 3: Tempo estimado de processamento – Complexidade polinomial. ....	32
Tabela 4: Propriedades do drone e caminhão .....	36
Tabela 5: Matriz tempo entre nós .....	51

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1. Objetivos.....	13
1.1.1. Objetivo geral .....	13
1.1.2 Objetivos específicos.....	13
1.2. Estrutura do trabalho .....	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	15
2.1. Nomenclatura.....	15
2.2. Origens dos drones .....	16
2.3. Drones no transporte de carga .....	16
2.4. HorseFly .....	18
2.5. Legislação.....	20
2.5.1. Legislação Brasileira .....	21
2.5.2. Legislação Americana .....	23
2.5.3 Legislação Europeia .....	24
2.6. Métodos de Solução do PDCD.....	26
2.6.1 Pesquisa Operacional.....	26
2.6.1.1. Programação inteira mista (PIM) .....	28
2.6.1.2. Roteirização .....	28
2.6.1.3. Problema do caixeiro viajante .....	29
2.6.2. Heurísticas .....	32
3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PDCD.....	36
3.1. Formulação do problema.....	37
3.2. Comparação entre o sistema de entrega misto com sistema de entrega exclusivo com caminhão.....	41
3.3. Propriedades da solução ótima .....	42
3.4. Formulação do modelo considerando programação inteira mista .....	43

3.5. Aprimorando o modelo.....	46
4. UM MÉTODO HEURÍSTICO PARA RESOLVER O PDCD.....	49
4.1. Rota Exclusiva Caminhão .....	49
4.2. Inserção Dos Drones Na Rota .....	49
4.3. Solução de um exemplo hipotético.....	50
4.4. Análise dos resultados .....	57
5. CONCLUSÃO.....	59
REFERÊNCIAS .....	61

## 1. INTRODUÇÃO

A logística e a pesquisa operacional, desde a II Segunda Guerra Mundial tem se desenvolvido a passos largos (HILLIER, 2013). Segundo Ballou (2006) a logística trata de todas as movimentações e armazenagem que facilitam o fluxo de produtos desde o ponto de aquisição da matéria prima até o consumidor final, assim como os fluxos de informação que colocam os produtos em movimento, com o propósito de providenciar níveis de serviço adequados aos clientes a um custo razoável.

O Veículo Autônomo Não Tripulado (VANT) ou drone, tem se tornado cada vez mais presente nas grandes empresas internacionais que buscam melhorar seu desempenho logístico através da diminuição do tempo de entrega da mercadoria e da diminuição do custo.

O drone se encaixa em uma das novas tendências do comércio, o e-commerce. Essa novidade criada pela Amazon em 1994 (CATALANI et al., 2004) mudou a dinâmica de como os produtos são comprados e entregues, revelando a importância da logística de cargas fracionadas nas relações comerciais, pois a agilidade e a confiabilidade na entrega de produtos constituem fatores de decisão no momento da aquisição pelos consumidores.

Segundo Merlo (2002) apud Pilegge (2006), com o e-commerce as mercadorias tendem a ser menores e as entregas individuais, aumentando os custos associados ao transporte, uma vez que o veículo de entrega deve se deslocar por maiores distâncias para entregar cada produto. Assim, a logística de cargas fracionadas vem sendo considerada como um fator de ganho de competitividade para as empresas e diversos estudos tem sido desenvolvidos, principalmente no emprego de novas tecnologias, na eficiência operacional e na readequação dos custos. Cabe destacar que os custos com transporte chegam a 60% dos custos logísticos, o que obriga as organizações, cada vez mais, a adotarem ferramentas de planejamento e programação de frota (AMARAL et al., 2014).

Nesse novo cenário, veículos tradicionais de entrega podem não serem mais considerados eficientes, pois possuem alta capacidade de carga, consomem bastante combustível e, portanto, aumentam o custo logístico. Um novo veículo com menor capacidade e menor custo de deslocamento pode fazer com que o custo de transporte seja reduzido. Os drones atendem essas novas exigências, justificando os investimentos crescentes em sistemas que compõem o drone como sistemas de propulsão, localização, alimentação, entre outros, realizado nos últimos anos pelas empresas internacionais de entregas de mercadorias.

O principal entrave na implantação de drones está relacionado às normas de regulamentação (SILVA, 2014). Tanto no Brasil como em outros países o processo de regulamentação de uso de drones ainda está em desenvolvimento. Há necessidade de rever antigas exigências que não estão em sintonia com as novas tecnologias e inovações. Novos avanços estão sendo realizados, em alguns países a passos curtos, em outros mais rapidamente, mas em termos globais, é questão de tempo para que os drones tenham uma regulamentação que permita seu uso mais amplo.

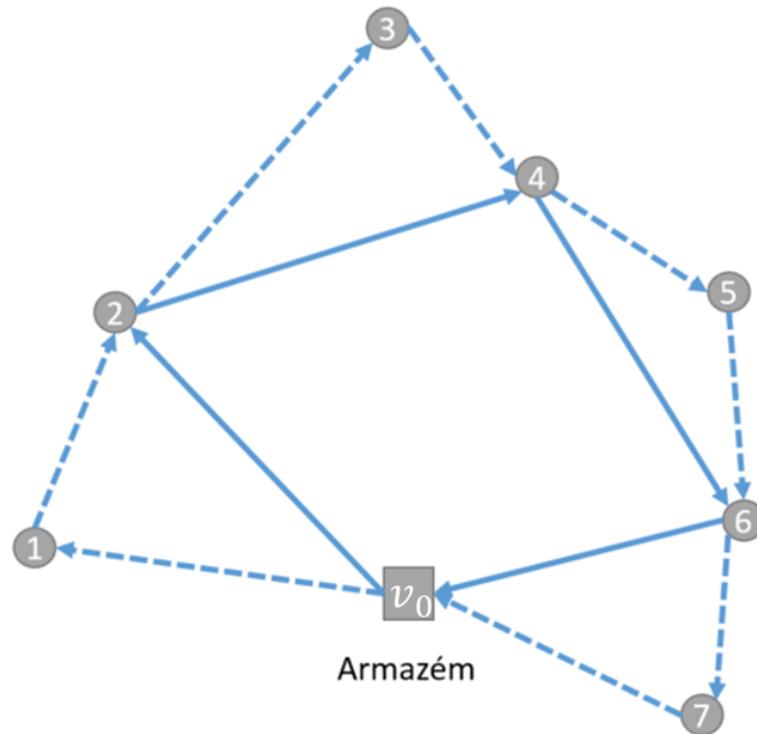
Novos parâmetros no transporte de carga serão criados após a devida regulamentação dos drones, fazendo-se necessário estudos para que os novos fatores logísticos estejam em conformidade com essa tecnologia.

Uma dessas inovações é a utilização em conjunto de caminhões de entregas e de drones, onde ambos percorrem uma rota de tempo mínimo associado ao transporte da mercadoria. Esse caminhão de entrega comum precisaria de apenas algumas modificações para permitir ao drone levantar voo sobre o caminhão. O caminhão ainda poderia entregar mercadorias normalmente e ainda serviria de apoio ao drones, recarregando suas baterias e carregando-o com as mercadorias a serem entregues.

A Figura 1 representa um exemplo de entrega de mercadorias conjunta com o caminhão e o drone. Os nós 1, 2, 3, ... ,7 representam os consumidores que devem ser atendidos, as linhas contínuas representam o caminho percorrido pelo caminhão e as linhas tracejadas o caminho percorrido pelo drone. O nó  $v_0$  representa o armazém de onde ambos, caminhão e drone, devem iniciar e terminar a rota.

Esta nova abordagem necessita do desenvolvimento de uma modelagem matemática que seja capaz de resolver esse problema, o qual será chamado de Problema de Distribuição de Cargas com Drone (PDCD). Ressalta-se que quando o cálculo da rota é realizado sem critérios de otimização, os ganhos em eficiência para a empresa ficam muito prejudicados, deteriorando a eficiência da logística da cadeia de suprimentos. Sendo assim, é muito importante que seja feita a modelagem criteriosa para que as empresas e os usuários que utilizarão este serviço sejam atendidos com agilidade, confiança e ao menor custo possível.

Figura 1: Exemplo do sistema misto caminhão - drone



Fonte: Autor. Adaptado de Agatz; Bouman; Schmidt, (2015).

## 1.1. Objetivos

Neste tópico serão apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

### 1.1.1. Objetivo geral

Este trabalho tem por objetivo geral apresentar e resolver o Problema de Distribuição de Cargas com Drones, utilizando um método heurístico que minimiza o tempo total de entrega de um conjunto de mercadorias.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Realizar levantamento bibliográfico referente ao problema de roteirização de veículos de carga para a entrega de mercadorias.
- Exibir as legislações pertinentes aos drones no transporte de carga tanto no Brasil, como também nos EUA e na Europa.
- Apresentar um modelo matemático exato que represente o Problema de Distribuição de Cargas com Drones.

- Comparar o sistema de entrega de mercadorias exclusivas com o caminhão com o sistema de entrega em conjunto drone e caminhão.

## **1.2. Estrutura do trabalho**

Neste trabalho a fundamentação teórica será apresentada no capítulo 2, onde serão abordados temas relevantes para a utilização dos drone no transporte de carga como os conceitos de pesquisa operacional, programação inteira mista, problema do caixeiro viajante, e os conceitos pertinentes a roteirização e heurísticas. Será ainda exibido o cenário legislativo no Brasil, EUA e Europa que regulamenta o uso dos drones.

No capítulo 3 será exibido o modelo matemático exato que otimiza o uso conjunto do drone com o caminhão. Primeiramente uma comparação entre o transporte exclusivo com o caminhão e o transporte combinado com o drone e caminhão será apresentada, seguida das propriedades da solução ótima e algumas restrições extras para aprimorar o modelo

Um método heurístico será apresentado no capítulo 4 assim como todos os passos necessários para obter a solução do PDCD. Por último no capítulo 5 será exibido as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos pertinentes aos drones e ao modelo matemático exato que será apresentado no capítulo 3.1.

### 2.1. Nomenclatura

Neste capítulo será apresentado a nomenclatura oficial utilizada pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), uma vez que é muito importante distinguir os nomes usados de maneira informal daqueles usado de maneira oficial pelos órgãos regulatórios.

**DRONE** - O nome *Drone* amplamente utilizado no Brasil e no exterior é apenas um nome genérico; em tradução direta para o português significa zangão, que é o nome dado à abelha macho de diversas espécies. Este nome é utilizado devido ao fato de o barulho produzido pelo zangão ser muitas vezes parecido com o barulho dos drones em voo. Tem sido difundida a palavra drone para caracterizar qualquer objeto voador não tripulado, de qualquer origem, característica ou propósito. Portanto, drone é um termo genérico, sem amparo técnico ou legalmente definido (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2015).

**VANT** – Quando o drone é utilizado para fins de pesquisa, experimentos ou comércio, e ainda possuir uma carga útil embarcada não necessária para voar, como por exemplo câmera de vídeo, termômetro, cartas, e outras mercadorias, o drone é caracterizado como um VANT, entretanto, o nome VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado) não é mais a terminologia oficial utilizada pelos órgãos reguladores (INOVAÇÃO TECNOLÓGICA, 2015).

**RPA** – O termo VANT deixou de ser o nome oficial utilizado pelas agências reguladoras, pois estas iniciaram o uso do termo RPA, do inglês Remotely Piloted Aircraft, que significa Aeronave Remotamente Pilotada. Nesta categoria, não há um piloto a bordo da aeronave. O piloto controla a aeronave remotamente através de uma interface como um computador, controle remoto, simulador, etc. O conjunto composto pelo RPA e demais equipamentos necessários para sua operação, como estação de pilotagem remota, equipamentos de lançamentos e recuperação é chamado de Remotely Piloted Aircraft System (RPAS); em português, Sistema de aeronave pilotada remotamente (ANAC, 2015a).

**Aeromodelos** – Os modelos usados de maneira recreativa são chamados de aeromodelos e seguem legislação própria. Os aeromodelos são divididos em três categorias:

- VCC ou U/Control: Trata-se de voo circular controlado. O aeromodelo e aeromodelista ficam ligados através de cabos de 15 a 18 metros;
- Radio controlado: Aeromodelo é controlado por meio de um transmissor de radiofrequência;
- Voo livre: Depois de lançado, o aeromodelo não sofre mais nenhuma interferência do aeromodelista.

## 2.2. Origens dos drones

Apesar dos drones serem considerados uma tecnologia recente, suas origens se dão no século XIX, mais precisamente em 22 de agosto de 1849 quando a Austrália lançou balões sem pilotos e equipados com bombas para atacar a cidade de Veneza. Após duas décadas, na guerra civil americana, tanto a confederação quanto a união usaram balões para recolher informações geográficas do inimigo e bombardeá-los. Ainda no século XIX, na guerra entre Espanha e EUA em 1898, o exército americano acoplou uma câmera a uma pipa com fins de reconhecimento, produzindo as primeiras fotos de reconhecimento aéreas (FRANKE, 2015).

Como a origem dos drones e sua principal área de atuação no último século é de cunho militar, é comum que a população associe o uso de drones a operações militares de vigilância ou ataque. Notícias vinculadas em jornais de mortes causadas pelo ataque de drones e do uso de drones pela Central Intelligence Agency (CIA) em países como Paquistão, Iemen e Somália tem contribuído para criar essa imagem negativa a respeito dos drones (SHAW, 2014).

A partir do ano de 2000, os drones começaram a ser usados com mais frequências em atividades não militares. Eles tornaram-se mais acessíveis, contribuindo para que diversos tipos de empresas os usassem em diversas aplicações, como inspeção de linhas de transmissão, levantamento aéreo de terrenos, cartografia, geografia, topografia, serviços de filmagem para engenharia, mineração, indústria cinematográfica e etc. (SILVA, 2014).

## 2.3. Drones no transporte de carga

Em dezembro de 2013, Jeff Bezos, diretor executivo da amazon.com anunciou um vídeo em um programa de grande audiência nos EUA mostrando o *Amazon Prime Air*, um método de entrega de mercadorias que utilizam drones, tornando possível aos usuários receberem seus produtos comprados pela internet em até 30 minutos, atraindo bastante a

atenção dos consumidores. Segundo Bezos (2013) apud Bamburry (2015), o baixo limite de capacidade de carga do drone não é preocupante, uma vez que 86% das compras realizadas pelos consumidores e que devem ser entregues pesam menos de 2,2kg. Mas de fato é viável o uso de drones na entrega de mercadorias? Eles são economicamente viáveis?

Segundo D'andrea (2014), eles são viáveis. O custo operacional associado diretamente ao drone é de 10 centavos de dólar para 2 kg de carga e 20 km de alcance (10 km para ir e 10 km para voltar). De acordo com Ryan Calo, professor de direito especialista em robótica e drones, se a empresa quiser competir no ramo da logística e entrega de mercadorias, os drones devem fazer parte das discussões das futuras tendências mundiais. Empresas como a Amazon citada anteriormente, Google, Alibaba e UPS estão estudando e fazendo testes práticos para entregas com drones (POPPER, 2013).

Existem exemplos de drones que já estão sendo utilizados no transporte de carga. A DHL, empresa alemã considerada a maior empresa de logística do mundo, recentemente começou a operar um serviço de entrega de medicamentos em Juist, uma cidade em uma ilha pertencente a Alemanha que está a 12 km de distância da costa alemã (HERN, 2014). Apesar do drone ser autônomo, por motivos de segurança e para atender a regulação alemã vigente, o mesmo é monitorado por uma base que observa todo o trajeto realizado.

Para todas as empresas mencionadas anteriormente, o principal entrave para o uso dos drones é a regulamentação. Por exemplo, a DHL obteve licença para operar seu drone de transporte de carga (Figura 2) pois a rota realizada por este se dá em uma área erma, não habitada. Em locais urbanos ainda existem muitas restrições para seu uso, sendo este, portanto, o principal desafio a ser superado.

Especialistas aeronáuticos, baseados nos rápidos avanços em percepção de obstáculos e tecnologias de desvio de rota, esperam que drones estejam prontos para voar de forma segura e totalmente autônoma em ambientes urbanos nos próximos anos (NICAS; BENSINGER, 2015). Essas novas tecnologias irão trazer mais confiabilidade aos drones, fazendo com que as agências regulamentadoras diminuam gradualmente a restrição ao uso do drone, impulsionando ainda mais o seu uso.

Figura 2: Drone utilizado pela DHL no transporte para a ilha de Juist



Fonte: Hern (2014).

#### 2.4. HorseFly

A Universidade de Cincinnati, localizada em Ohio, EUA, juntamente com a AMP Electric Vehicles, criou o sistema que será considerado neste trabalho. Segundo Steve Bruns, diretor executivo da AMP Electric Vehicles, este sistema pode ser explicado da seguinte forma: O drone, neste caso chamado de HorseFly, será posicionado acima do caminhão, quando o motorista carregar o drone com a carga o HorseFly irá escanear o código de barras do produto a ser transportado, levantar voo (Figura 3) e entregar a carga no destino final. Enquanto isso, o caminhão continuará a seguir a sua própria rota. Após o drone enviar a carga, o HorseFly irá retornar para o caminhão para a próxima entrega; caso necessário, a bateria do drone poderá ser rapidamente carregada via wireless dentro do caminhão (ROBINETTE, 2014).

A premissa para que este sistema funcione, é que o drone possa sempre estar relativamente perto do caminhão. Burns atesta que o fato dos caminhões de entrega terem uma ampla infraestrutura à sua disposição, faz com que os drones realizem curtas viagens. Caso o drone partisse de um centro de distribuição fixo, as viagens seriam muito mais longas, uma vez que o drone teria que retornar ao centro de distribuição toda vez que fosse buscar uma nova mercadoria para entregar.

Figura 3: Drone levantando voo do caminhão da AMP Eletric Vehicles



Fonte: Wohlsen (2015).

Segundo Kelly Cohen, professor de engenharia aeroespacial e engenharia mecânica da Universidade de Cincinnati, sua equipe criou um sistema com a habilidade de olhar para diferentes aplicações. A chave do sucesso deste projeto é a possibilidade do HorseFly voar de forma segura. Além do sofisticado sistema de controle autônomo, o HorseFly terá muitos sistemas redundantes, como motores, computadores internos, bateria, etc, para o caso em que algum deles falhe, outro possa atuar em seu lugar. Caso necessário, o HorseFly pode ser controlado por pilotos dentro de um centro de controle aéreo, onde será possível acessar as câmeras do drone para escolher o lugar mais seguro para pousá-lo (ROBINETTE, 2014).

De acordo com Stephen Burns, presidente da Workhorse, uma empresa parceira da universidade de Cincinnati, o HorseFly (Figura 4) pesa 6,80 kg, carrega até 4,5 kg de carga, ultrapassa 80 km/h e pode voar por mais de 30 minutos. O drone pode ainda diminuir a emissão de carbono e reduzir consideravelmente os custos associados à operação se comparado com o convencional sistema de entregas realizado exclusivamente através de caminhões. O custo operacional de um caminhão diesel é de aproximadamente 1 dólar por 1,6 km, em um caminhão elétrico é em torno de 30 centavos de dólar e do HorseFly é de 2 centavos de dólar (QUIMBY, 2016).

Figura 4: HorseFly



Fonte: Thompson (2015).

Apesar do sistema de entrega de mercadorias através de caminhão e drone ser recente, ele não está muito longe de ser implementado. A UPS, comprou em 2015 dezoito caminhões elétricos com um compartimento especial no teto para acesso do HorseFly. O drone possui uma garra que se prende a esse compartimento possibilitando ao motorista manusear as mercadorias e colocá-las no compartimento de cargas do drone (CALDWELL, 2015).

## 2.5. Legislação

Como mencionado anteriormente, a legislação restringe muito o uso de drones comercialmente. A legislação em muitos casos está defasada frente aos novos avanços tecnológicos que estão sendo incorporados aos drones. Nos Estados Unidos, por exemplo, uma das empresas pioneiras no estudo e desenvolvimento de drones para o transporte de cargas, a Amazon, fazia testes operacionais fora dos EUA, pois a Federal Aviation Administration (FAA) não autorizava a empresa a fazer testes em solo Americano.

Uma vez que a implementação dos drones no transporte de carga é altamente dependente das legislações vigentes, será apresentada a situação legal dos drones não apenas

no Brasil, como também no exterior, uma vez que as tendências internacionais costumam ser implementadas no Brasil posteriormente.

### 2.5.1. Legislação Brasileira

A legislação brasileira foi recentemente atualizada, a ICA 100-40 substituiu em 19 de novembro de 2015 a antiga Circular de Informações Aeronáuticas Nº 21, em vigor desde 2010 (FAB, 2015). Segundo a ANAC, foram seguidas algumas premissas para a nova regulamentação, como viabilizar as operações desde que a segurança às pessoas possa ser preservada, minimizar ônus administrativo/burocracia e permitir evolução conforme o setor se desenvolve (ANAC, 2015b).

A nova ICA 100-40 divide todas as aeronaves remotamente pilotadas (RPA) em três classes:

- Classe 1 (peso maior que 150 kg) – Os equipamentos deste porte devem ser submetidos ao processo de certificação similar ao existente para aeronaves tripuladas. Aeronaves deverão ser certificadas pela ANAC, serão registradas no Registro Aeronáutico Brasileiro (RAB) e pilotos devem possuir Certificado Médico Aeronáutico (CMA), licença, habilitação e serem maiores de 18 anos. Todos os voos deverão ser registrados (REGULAMENTAÇÃO ANAC DRONES, 2015).
- Classe 2 (peso menor ou igual a 150 kg e maior que 25 kg) - Aeronaves não precisarão ser certificadas, porém os fabricantes deverão observar os requisitos técnicos exigidos e ter o projeto aprovado pela Agência. Os equipamentos também deverão ser registrados no RAB e pilotos deverão possuir CMA, licença, habilitação e deverão ser maiores de 18 anos. Assim como a classe 1, todos os voos também deverão ser registrados (ANAC, 2015b).
- Classe 3 (peso menor ou igual a 25 kg) – Assim como as outras classes, os pilotos devem ser maiores de 18 anos, entretanto, não é requerido CMA, licença, habilitação e também não será necessário registro dos voos. Licença e habilitação somente são requeridas para voos acima de 400 pés (aproximadamente 120 metros). As operações de RPA até 25 kg podem ocorrer apenas a uma distância mínima de 30 metros de uma pessoa não anuente, ou seja, pessoa que não concorda expressamente com a operação (Figura 5). A distância pode ser menor no caso de pessoas anuentes.

Essas informações podem ser observadas na Tabela 1.

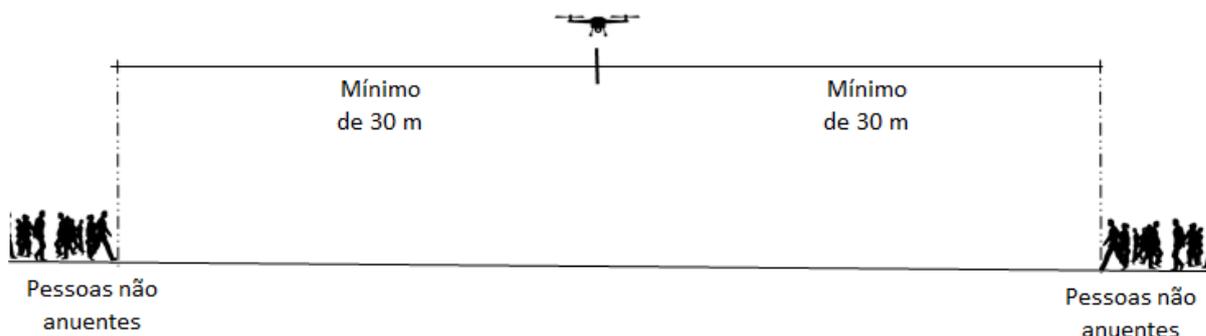
Tabela 1: Resumo das exigências de cada classe

	RPA Classe 1	RPA Classe 2	RPA Classe 3	Aeromodelo
Será requerido cadastro?	Sim	Não	Sim	Não
Será requerido registro?	Não	Sim	Não	Não
Será requerido aprovação de projeto?	Sim	Sim	Simplificado	Não
Será requerido processo de certificação?	Sim	Não	Não	Não
Será requerida idade mínima de 18 anos?	Sim	Sim	Sim	Não
Será requerido Certificado Médico?	Sim	Sim	Não	
Serão requeridas licença e habilitação?	Sim	Sim	Apenas acima de 120m	Não, mas limitado a 120m
Será requerido registro dos voos?	Sim	Sim	Não	Não

Fonte: ANAC (2015a).

Com exceção de operações de segurança pública e/ou defesa civil, não são permitidas operações com RPA perto de pessoas que não deram anuência.

Figura 5: Distância mínima de segurança a pessoas não anuentes



Fonte: ANAC (2015b).

### 2.5.2. Legislação Americana

Nos Estados Unidos o órgão responsável pela regulação, Federal Aviation Administration (FAA) identificou a necessidade de regular o uso comercial de drones e tem trabalhado com prioridade na confecção das leis que irão incidir sobre este meio de transporte de carga (FAA, 2016).

Entretanto, essa prioridade dada a confecção das leis ainda não acompanha a velocidade de desenvolvimento dos novos drones. Um exemplo disso foi a liberação concedida a Amazon pela FAA para realizar testes em território americano dos protótipos que seriam usados no serviço de entrega Amazon Prime Air (FAA, 2015a). Quando foi concedida a liberação, o protótipo já estava obsoleto e aposentado pela Amazon (LAVARS, 2015). Enquanto a Amazon aguardava a liberação da FAA, os testes de seus protótipos foram realizados em outros países, como Canadá, Reino Unido e Holanda (VANIAN, 2016a).

Até mesmo os entusiastas que usam os drones como hobby, segundo a FAA, devem registrar e pagar uma taxa de cinco dólares para que o equipamento esteja de acordo com a lei (FAA, 2015b). O novo sistema de registro lançado em 21/12/2015 já havia coletado 181.000 pedidos de registros em apenas 16 dias (VANIAN, 2016b). Já para o uso comercial dos drones, o processo de liberação é mais demorado e ainda estão sendo elaboradas as regras gerais que os drones deverão se submeter.

O processo de liberação do uso do drone de forma comercial é realizado através da sessão 333. Esta sessão confere à Secretaria de Transporte autoridade para determinar se o drone pode ser usado de forma comercial. Os casos são analisados individualmente, o que gera muita lentidão em todo o processo. As regras gerais que irão incidir sobre os drones ainda estão sendo confeccionadas, e após estarem prontas, será a principal base para a autorização do uso comercial dos mesmos (FAA, 2016).

A sessão 333 autoriza o uso comercial do drone; entretanto, algumas regras básicas devem ser seguidas, mesmo após a liberação. O drone não pode voar fora do alcance visual do operador, voar acima de 152,4 metros, alcançar mais que 161 km/h e ainda não pode voar sobre pessoas, a não ser que as pessoas sob o drone façam parte da equipe operacional do equipamento (FAA, 2015c).

A Workhorse Group Inc. está muito próxima de se tornar a primeira empresa a oferecer este sistema de entrega com caminhão e drone integrados (Figura 6). Através da Sessão 333, a FAA recentemente autorizou a Workgroup a continuar os testes com seus

drones HorseFly, junto com a University of Cincinnati. A Workhorse está trabalhando em um método para contornar a exigência da FAA de sempre ter um operador observando o drone para que em caso de necessidade, este possa operá-lo. Neste caso, um operador teria que seguir o drone em todo seu percurso e controlá-lo em caso de necessidade (QUIMBY, 2016).

Figura 6: Caminhão da Workhorse group



Fonte: Harrison (2015).

### 2.5.3 Legislação Europeia

Assim como no Brasil e nos EUA, a Europa tem discutido muito sobre o uso e o regulamento dos drones. A European Aviation Safety Agency (EASA) em português Agência Europeia de Segurança na Aviação está trabalhando para criar regras de forma coerente, uma vez que existem regras sobre drones para que seu uso seja seguro, porém muitas delas diferem dentro da União Europeia, como por exemplo a definição do termo *aeronave remotamente controlada* que inclui grandes aeronaves com alto grau de complexidade de operação até pequenas aeronaves utilizadas por crianças para recreação.

Em março de 2015, foram apresentadas as novas regras para o uso dos drones. Estas regras, segundo a EASA, cobrem conceitos sobre segurança, privacidade, proteção de dados e

seguro. Essas regras têm por objetivo permitir que a indústria europeia se torne líder global no mercado dos drones, e ao mesmo tempo garanta todos os requisitos para que os drones possam ser operados de forma segura (EASA, 2016).

A EASA criou três categorias para a operação de drones, são elas: Categoria aberta, Categoria de operação específica e Categoria certificada. As categorias estão especificadas a seguir:

- Categoria aberta: engloba operações com drones de baixo risco, não necessitando qualquer permissão especial de autoridades da aviação. Os operadores também não precisam ter licenças ou cursos específicos de capacitação. Nesta categoria, o drone deve ser operado respeitando as seguintes regras: Contato visual direto com o drone, altitude não deve superar 150 metros acima do solo ou da água; fora de áreas reservadas como aeroportos e instalações militares. Voos acima de multidões são proibidos, entretanto voos sobre pessoas não relacionadas à operação em cidades é permitido.
- Categoria de operação específica: as operações que oferecem maiores riscos às pessoas que serão sobrevoadas pelo drone ou que compartilham o espaço aéreo com outras aeronaves devem ser inseridas na categoria de operação específica. Nesta categoria cada risco será analisado e cada ação mitigadora deste risco deverá ser proposta pelas autoridades antes da operação se iniciar. Operações que requeiram maiores capacidades do equipamento utilizado e dos operadores também devem ser inseridos nesta categoria.
- Categoria certificada: esta categoria é tratada como aviação clássica de transporte de passageiros, sendo necessário todos os documentos, licenças e permissões para sua operação. As definições dos limites que separam a categoria de operação específica e categoria certificada ainda não está bem definida, mas podem ser baseadas nas energias cinéticas envolvidas na operação do drone, tipo de operação, complexidade dos equipamentos envolvidos e autonomia do drone (EASA, 2015).

Uma apresentadas as leis internacionais e nacionais que regulem o uso dos drones no transporte de carga, serão apresentadas a seguir ferramentas necessárias para criar o modelo matemático que represente o PDCD.

## 2.6. Métodos de Solução do PDCD

Nessa sessão serão apresentados os métodos de solução do sistema proposto por esse trabalho, assim como problemas similares que são usados como base para a obtenção da solução do problema de distribuição de mercadorias com drone.

### 2.6.1 Pesquisa Operacional

O termo *Pesquisa Operacional*, PO, surgiu pela primeira vez na Segunda Guerra Mundial, quando pesquisadores, visando à solução de problemas de operações militares, desenvolveram métodos que até então eram inéditos. O sucesso desses métodos levou o mundo empresarial e acadêmico a utilizar essas técnicas em problemas de administração e muitos outros. Desde então, esse novo campo de análise de decisão tem como objetivo determinar a melhor utilização de recursos limitados e planejar, de maneira otimizada, as operações de uma empresa ou de um processo. Uma característica da Pesquisa Operacional é a utilização de modelos, o que facilita muito o processo de análise. Isto permite que uma decisão possa ser simulada antes de ser efetivamente implementada, o que gera economia de recursos e experiência, justificando assim, o uso da PO como instrumento de gerência (ANDRADE, 2000).

O sucesso das diversas técnicas que compõem a PO foi muito importante na constituição do conhecimento humano destas áreas citadas e vem apresentando cada vez mais progressos. Ainda é possível aplicar as técnicas de PO desde o balanceamento de linhas de produção em fábricas, até no estudo de estruturas sociais e de processos psicológicos (SELONG; KRIPKA, 2009).

Nas aplicações da PO, geralmente são empregados diversos conceitos de matemática, estatística e análise de sistemas. Em problemas muito grandes de PO, se faz necessário usar programas computacionais elaborados especificamente para a sua resolução, pois a quantidade de cálculos é muito elevada. Segundo Goldberg e Luna (1999), os modelos de Programação Linear (PL) são a base para a compreensão de todos os outros modelos de programação matemática, pois os conceitos de PL se estendem aos demais, tornando possível outros estudos mais avançados.

Os modelos de PL são simples e bem frequentes na prática, se caracterizando por ser um modelo de otimização onde a função objetivo e as restrições que compõem o problema são

lineares. Para que um sistema possa ser representado por um modelo de programação linear, deve ter as seguintes características (GOLDBARG; LUNA, 1999):

- Proporcionalidade: a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade;
- Não Negatividade: deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não negativo e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado;
- Aditividade: o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade;
- Separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recursos) específico das operações de cada atividade.

De uma forma geral, um modelo de Programação Linear pode ser representado matematicamente pelo seguinte conjunto de equações ou inequações:

$$\begin{aligned} & \text{Min(ou max)} z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ & \text{sujeito a} \\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \sim b_1 \\ & a_{22}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \sim b_2 \\ & \dots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \sim b_m \\ & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \\ & \text{em que } \sim \text{ pode ser } \geq, \leq, \text{ ou } = \end{aligned}$$

Podem ser citados como exemplos de problemas de programação linear os problemas de fluxo em rede e problema de fluxo de custo mínimo. Nos problemas de fluxo em rede, realiza-se o processo de otimização da distribuição de produtos, originados em pontos de oferta e consumidos em pontos de demanda, dentro de uma rede de interligações possíveis.

Nos problemas de fluxo de custo mínimo, uma categoria dos problemas de fluxo de rede, o objetivo é determinar qual o melhor caminho a ser percorrido pelo fluxo de produtos em uma rede, que corresponda ao roteiro de menor custo possível. Dentro deste problema, destaca-se o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), que consiste em encontrar o roteiro ou sequência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante que minimize a distância total percorrida e assegure que cada cidade seja visitada exatamente uma vez (CUNHA, 2009). O PCV será utilizado como base para resolução do problema proposto neste trabalho e será abordado com mais detalhes na seção 2.6.1.3.

Existem outros exemplos de programação linear como o problema de transporte, problema da designação e problema da árvore de expansão mínima, entretanto estes problemas não serão abordados neste trabalho.

#### 2.6.1.1. Programação inteira mista (PIM)

A modelagem de problemas de programação inteira é muito similar à modelagem de problemas de programação linear; a diferença se dá na exigência de pelo menos algumas variáveis serem números inteiros. Em termos de programação matemática, existem a classe de números inteiros genéricos (1,2,3, ...) e a classe de números 0 e 1, esta última classe representa fenômenos do tipo sim ou não, presença ou ausência, verdadeiro e falso etc.

Os problemas de programação inteira são classificados em três diferentes formas (COLIN, 2007):

- Problemas de programação inteira pura: todas as variáveis são inteiros genéricos;
- Problemas de programação inteira com variáveis 0-1: todas as variáveis assumem valores 0 ou 1;
- Problemas de programação inteira mista: parte das variáveis são inteiras e parte são contínuas.

Existem muitas possíveis aplicações de programação inteira que envolvem uma extensão da programação linear em que a hipótese da divisibilidade deve ser eliminada. Todavia, uma área de aplicação talvez de maior importância ainda, são os problemas que envolvem decisões sim-ou-não. Este tipo de decisão será utilizada na resolução do PDCD. O caminhão  $x$  deve visitar o nó  $v$  na operação  $k$ ? A resposta para essa pergunta é sim ou não, não é possível metade do caminhão visitar o nó  $v$  (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

#### 2.6.1.2. Roteirização

O termo roteirização, apesar de não estar no dicionário da língua portuguesa, é o termo utilizado para designar o processo para a determinação de um ou mais roteiros ou sequências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento (CUNHA, 1997).

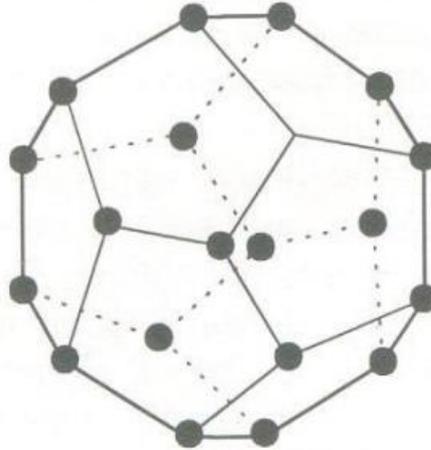
Na literatura, o problema de roteirização é conhecido como Vehicle Routing Problem (VRP). O VRP é um nome genérico dado a uma série de problemas envolvendo a visita de “veículos” a “consumidores”. Este problema aparece frequentemente em situações práticas que nem sempre estão relacionadas à distribuição de produtos, como por exemplo: ônibus escolares buscando crianças em casa e levando-as para a escola, tour de inspeção de manutenção em uma fábrica, coleta de mensagens que estão em caixas de mensagens, entre outras (CHRISTOFIDES, 1976). Como pode ser notado, os “produtos” e “veículos” podem ter diversas formas, entretanto, neste trabalho os produtos serão mercadorias tradicionais e os veículos serão tanto o caminhão que servirá de apoio ao drone, como o próprio drone.

Como o VRP é representado pelo Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e os problemas de roteirização de veículos são muitas vezes definidos como problemas de múltiplos caixeiros viajantes com restrições adicionais de capacidade, faz-se necessário uma apresentação mais detalhada do PCV.

#### 2.6.1.3. Problema do caixeiro viajante

O primeiro problema de roteirização a ser estudado foi o *Traveling Salesman Problem*, TSP, já citado anteriormente como o Problema do Caixeiro Viajante. Este problema consiste em encontrar o roteiro ou sequência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante que minimize a distância total percorrida, assegurando que cada cidade seja visitada exatamente uma vez e no final do percurso retorne a cidade de origem (CUNHA, 2009). Sua origem é creditada a William Rowan Hamilton, que inventou um jogo cujo objetivo era traçar um roteiro através de um dodecaedro (Figura 7) que iniciasse e terminasse em um mesmo ponto sem repetir nenhum vértice (GOLBARG; LUNA, 1999).

Figura 7: Dodecaedro



Fonte: Cordenonsi (2008).

Tanto os problemas de roteirização quanto o problema do caixeiro viajante podem ser formulados como problemas de programação linear inteira. A formulação de um PCV clássico pode ser formulado considerando-se um grafo não orientado  $G(V, E)$ , em que o conjunto  $V$  consiste de  $v$  cidades e  $E$  representa o conjunto de arestas entre cidades. Supondo que  $G$  é um grafo completo, isto é, existe ligação entre todas as cidades, que a distância entre a cidade  $i$  e  $j$  é dada por  $c_{ij}$ , e  $x_{ij}$  é igual a 1 caso o caixeiro saia do nó  $i$  como destino o nó  $j$  e 0 caso contrário, o PCV pode ser formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

s. a:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = n \quad \forall i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, i \neq j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, i \neq j \quad (4)$$

$$u_i - u_j + n \cdot x_{ij} \leq n - 1 \quad \forall i = 2, \dots, n; j = 1, \dots, n; 1 \neq j \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (6)$$

$$\{0 \leq u_k \leq n | u_k \in R\} \quad \forall k = 1, \dots, n, i \neq j \quad (7)$$

A equação (1) define a função objetivo, que consiste em minimizar a distância total percorrida pelo caixeiro viajante. A restrição (2) define o número de arcos do caminho mais curto igual ao número de nós do grafo. Restrição (3) garante que cada nó tenha apenas um arco incidente, com exceção do nó inicial. Restrição (4) define que cada nó tem que ter apenas um nó adjacente, com exceção do nó inicial. Restrição (5) impede a criação de subrotas e por último, restrições (6) e (7) definem o domínio das variáveis.

O PCV pertence à categoria NP-difícil, ou seja, ainda não existem algoritmos exatos que o resolvam em tempo polinomial, pois o esforço computacional aumenta exponencialmente com o aumento do tamanho do problema. Mesmo com a evolução contínua dos métodos de solução, os problemas NP-difícil são de difícil solução prática para aplicações com número muito grande de nós a serem atendidos. O número de variáveis e restrições é muito elevado, fazendo com que até mesmo os melhores computadores atuais não possam resolver os problemas em tempos aceitáveis como pode ser observado na Tabela 2.

Tabela 2: Tempo estimado de processamento – Complexidade exponencial

$n$	Rotas por segundo	$(n - 1)!$	Tempo de processamento
5	250 milhões	24	Insignificante
10	110 milhões	362 880	0.003 seg
15	71 milhões	87 bilhões	20 min
20	53 milhões	$1.2 \times 10^{17}$	73 anos
25	42 milhões	$6.2 \times 10^{23}$	470 milhões de anos

Fonte: Silveira (2000).

O PCV é considerado um exemplo clássico de otimização combinatória (COLIN, 2007). Uma possibilidade de resolução deste problema seria de forma exaustiva, ou seja, na realização das seguintes etapas: obtenção de todas as rotas possíveis, cálculo do comprimento ou do tempo de cada uma delas; e análise da menor rota (ou a mais rápida) dentre todas as rotas listadas.

Esta maneira de resolução reduz o problema de otimização em um problema de enumeração. Por exemplo, sendo  $n$  o número de cidades, para um problema com  $n = 5$ , serão

24 rotas possíveis. A primeira e última posição são fixas, na segunda posição as 4 cidades restantes podem ser escolhidas, na terceira posição 3 cidades, e na quarta posição, 2 cidades, gerando um número total  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  rotas.

Generalizando, para um número qualquer de cidades  $n$ , o número total de rotas entre as cidades será  $(n - 1)!$ . Quando a distância entre dois nós quaisquer  $i$  e  $j$  depende do sentido, o PCV é chamado de assimétrico. Quando a distância entre os nós independe do sentido, o PCV é chamado de simétrico, neste caso o número de rotas possíveis é  $(n - 1)!/2$ .

Desta forma, o problema de enumeração pode ser resolvido calculando-se o comprimento total de cada rota possível e escolhendo-se a rota com a menor distância total.

Apesar de este método parecer simples, dependendo do número de nós, nem mesmo os computadores mais avançados conseguem resolvê-los em tempos aceitáveis. A presença do fatorial aumenta de forma extremamente rápida o esforço computacional, tornando-o NP-difícil, como já dito anteriormente.

Se o problema do caixeiro viajante fosse um problema de complexidade polinomial, com um esforço computacional de, por exemplo,  $n^5$ , o problema poderia ser resolvido rapidamente, como pode ser observado na Tabela 8. (SILVEIRA, 2000).

Tabela 3: Tempo estimado de processamento – Complexidade polinomial.

$n$	Rotas por segundo	$n^5$	Tempo de processamento
5	250 milhões	3 125	Insignificante
10	110 milhões	100 000	Insignificante
15	71 milhões	759 375	0.01 seg
20	53 milhões	3 200 000	0.06 seg
25	42 milhões	9 765 625	0.23 seg

Fonte: Silveira (2000).

### 2.6.2. Heurísticas

Muitos problemas de PO são tão complicados e possuem tantas restrições e variáveis que não são possíveis de encontrar-se uma solução ótima. Para estes problemas, existem as heurísticas. Este novo método de resolução foi desenvolvido com a finalidade de resolver problemas de elevado nível de complexidade em um tempo aceitável, sendo definido como

um procedimento que provavelmente encontrará uma excelente solução viável, mas não necessariamente a solução ótima. Um método heurístico bem formulado é capaz de fornecer uma solução próxima da ótima, mesmo não dando nenhuma garantia da qualidade da solução (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Recomenda-se a utilização de algoritmos heurísticos na resolução de um determinado problema nos seguintes casos (DIAZ et al., 1996):

- Quando não existe um método exato para a resolução deste problema ou o mesmo requer um tempo muito alto de processamento. Neste caso, oferecer uma solução boa é melhor do que não ter nenhuma solução;
- Quando não é necessária a solução ótima, pois as soluções obtidas já são razoáveis;
- Quando os dados são pouco confiáveis. Neste caso, a busca pela solução ótima não tem sentido, pois a mesma será uma aproximação da realidade;
- Quando limitações de tempo e/ou dinheiro obriguem a utilização de métodos de resposta rápida;
- Como passos intermediários de outros algoritmos, potencialmente exatos ou heurísticos.

Muitas vezes a heurística é aplicada através de um método heurístico que funciona de maneira iterativa, onde cada iteração envolve a condução da procura de uma nova solução que poderia ser melhor que a solução anterior. Após a aplicação das iterações em um tempo razoável, a solução fornecida é a melhor solução que foi encontrada durante as iterações, mas sem garantia dessa solução ser ótima.

Essa falta de precisão dos métodos heurísticos pode ser relacionada a algumas particularidades da inteligência humana. Por exemplo, para resolver o problema de encontrar o ponto mais alto da terra, deve-se iniciar em um ponto viável da terra, ou seja, qualquer lugar da superfície terrestre. Várias montanhas seriam escaladas e suas alturas seriam comparadas, gerando resultados que vão se modificando a cada nova descoberta de montanha mais alta. Esses resultados que vão se modificando podem ser chamados de ótimos locais. Este processo continua até quando a busca por montanhas mais altas se dessem por encerradas por um motivo qualquer, chegando a um resultado sem comprovação científica (COLIN, 2007).

Muitos métodos heurísticos se baseiam em ideias simples do senso comum de como procurar uma boa solução, como é o caso da heurística do vizinho mais próximo. Esta heurística utiliza uma matriz para definir a distância entre os pontos. O percurso é construído com base na distância entre estes pontos, sendo o ponto mais próximo da origem adicionado

primeiro e os demais pontos adicionados posteriormente. Esses pontos são inseridos segundo a sua proximidade em relação ao último ponto adicionado na rota.

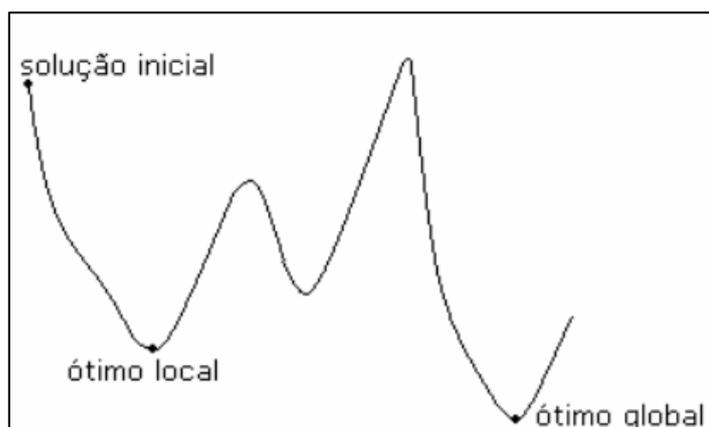
A heurística do vizinho mais próximo pertence às heurísticas construtivas. Esse tipo de heurística tem este nome pois utiliza técnicas de adição na construção da solução do problema. A solução vai sendo construída considerando a cada interação somente o próximo passo, ou seja, o critério de escolha é basicamente local (CAMPELLO; MACULAN, 1994). A heurística parte de uma solução vazia e constrói a rota, inserindo sempre uma cidade de cada vez, até atingir a rota completa. Nos Algoritmos construtivos, após inserir uma cidade, não é possível retirá-la da rota.

Além da heurística do vizinho mais próximo, a heurística de Clark and Wright, também chamada de Algoritmo de Economias ou Savings, pertence à classe de heurísticas construtivas. Essa heurística baseia-se em economias, que pode ser definida como custo em tempo ou distância na união de duas subrotas existentes (CLARKE, 1964).

Outra categoria de heurísticas são as heurísticas de melhoramento. Essas heurísticas iniciam já com uma solução factível e trabalham no melhoramento da solução atual, através da realização de passos sucessivos. A heurística 2-OPT é um exemplo de heurística de melhoramento que funciona através da troca de dois arcos, não consecutivos, de uma rota, refazendo as conexões e criando uma nova rota. Se o custo da nova rota for menor que o custo da rota original, a nova é mantida. A heurística 3-OPT e 4-OPT funcionam da mesma forma, entretanto, ao invés de trocar dois arcos, são trocados três no caso da 3-opt e quatro no caso da 4-opt.

Geralmente as heurísticas de melhoramento param quando não é possível melhorar o resultado final com nenhuma outra troca de arcos, este valor é considerado um ótimo local. Este ótimo local pode, eventualmente, ser o ótimo global, ou seja, a melhor solução possível para o problema, mas não há garantias em relação a este fato. Quando a heurística chega no ponto ótimo local (Figura 8) ela para, pois não há pontos melhores em sua vizinhança. Desta forma, o algoritmo exhibe como resposta o ótimo local, ignorando as possibilidades que poderiam levar o algoritmo a, mais tarde, encontrar um ótimo global (CORDENONSI, 2008).

Figura 8: Ótimo local e ótimo global



Fonte: Cordenonsi, (2008).

Além da característica das heurísticas de encontrarem ótimos locais, elas ainda tendem a ser específicas, uma vez que é preciso adaptar cuidadosamente uma heurística designada a um problema para ser aplicada a outro tipo de problema. Por muitos anos isso significou que era necessário começar do zero o desenvolvimento de um método heurístico toda vez que não estivesse disponível um algoritmo para encontrar a solução ótima. Essa realidade mudou com a criação da meta-heurística, que segundo Hillier e Lieberman (2013) pode ser descrita como um tipo de método de resolução geral que orchestra a interação entre procedimentos de melhoria local e estratégia de nível mais alto para criar um processo que seja capaz de escapar dos ótimos locais e realizar uma busca consistente de uma região de soluções viáveis.

Portanto, uma diferença muito importante entre heurística e meta-heurística é a habilidade da meta-heurística de escapar de ótimos locais. Enquanto a heurística aceita ótimos locais pelo fato de não haver melhores vizinhos próximos, a meta-heurística aceita resultados parciais piores para que seja possível sair de uma área de ótimo local e ir possivelmente para uma área onde há um ótimo global. Isso significa que as soluções experimentais que vêm logo em seguida a um ótimo local, tem permissão para serem inferiores a esse ótimo local.

Existem diversos tipos de meta-heurísticas, como o Algoritmo Genético, Simulated annealing, Busca Tabu, Colônia de Formigas, entre outros. Entretanto, como não é utilizada nenhuma meta-heurística neste trabalho, este tópico não será abordado com mais profundidade.

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PDCD

As empresas têm procurado por métodos para encontrar o melhor custo benefício na distribuição de produtos através da cadeia de suprimentos. Tradicionalmente, e principalmente no Brasil, caminhões são usados para exercer esta tarefa, em que para cada itinerário é considerado um problema do caixeiro viajante. Com as novas tecnologias, surge um novo sistema de distribuição onde drones são usados para dar auxílio no transporte de carga.

As principais vantagens na utilização de drones são:

- Possibilidade de ser operado sem um piloto humano.
- Evita os tradicionais congestionamentos da atual infraestrutura.
- Rapidez.

Em contrapartida, como a força propulsora do drone vem de baterias, sua autonomia é limitada e sua capacidade de carga é baixa.

Tabela 4: Características do drone e caminhão

	<b>Velocidade</b>	<b>Peso</b>	<b>Capacidade</b>	<b>Alcance</b>
<b>Drone</b>	Rápido	Leve	Baixa	Curto
<b>Caminhão</b>	Devagar	Pesado	Alta	Longo

Fonte: Elaborado pelo autor. Adaptado de AGATZ; BOUMAN; SCHMIDT, (2015).

Este é o fundamento do sistema criado pela University of Cincinnati Department of Aerospace Engineering de Ohio, EUA, junto com a AMP Electric Vehicles, onde através do caminhão, o drone é levado para perto dos consumidores, aumentando significativamente sua eficiência e usabilidade. O caminhão de entrega se torna uma base móvel e uma fonte de suprimentos para o drone (DEVILLE et al., 2015).

Com este novo conceito surgem diversos problemas relevantes em termos de planejamento de transportes e modelagem matemática. Até mesmo para um único caminhão e um único drone, o problema envolve conceitos de atribuição e roteirização. O problema de atribuição se caracteriza na determinação de qual veículo, drone ou caminhão, será utilizado para servir os consumidores, e o problema de roteirização na determinação de qual a sequência de consumidores cada veículo terá que visitar.

Uma vez que este sistema é novo, existe a necessidade de novos modelos matemáticos e algoritmos para auxiliar no melhor entendimento relacionado aos problemas de planejamento e os potenciais benefícios de tal sistema. Neste sentido, este trabalho busca satisfazer essa necessidade, apresentado um modelo de Programação Linear Inteira Mista, possibilitando uma comparação com os sistemas clássicos de entrega feita exclusivamente por caminhões (AGATZ; BOUMAN; SCHMIDT, 2015).

### 3.1. Formulação do problema

O problema de distribuição de cargas com drones pode ser modelado através de um grafo  $G = (V, E)$ , onde o nó  $v_0$  representa o nó inicial e  $N$  nós  $v_1, \dots, v_N$  representam os nós dos consumidores.

As arestas  $e = \{v_i, v_j\}$  representam as vias que conectam os nós.

O tempo de viagem do caminhão entre os nós  $v_i$  e  $v_j$ , ou vice-versa, é dado por:

$$c(e) = (v_i, v_j). \quad (8)$$

O objetivo do PDCD é encontrar a rota com o menor tempo de viagem, atendendo todos os consumidores seja caminhão, ou pelo drone. Na prática, nem todos os nós podem ser visitados pelo drone devido a sua limitada autonomia.

Foram assumidas as seguintes características dos drones:

- O drone tem capacidade de transportar apenas uma unidade de carga e deve retornar para o caminhão depois de cada entrega para coletar uma nova mercadoria;
- O drone apenas pode pousar e levantar voo a partir do caminhão parado em um dos nós ou no depósito.

Devido às limitações legislatórias com respeito à segurança e privacidade, foi assumido que o drone utiliza as mesmas vias que os automóveis utilizam. Mesmo com esta limitação, neste modelo foi assumido que o drone é mais rápido que o caminhão por um fator  $\alpha$  devido ao fato de que o drone não é afetado por congestionamento.

Portanto, o tempo necessário para o drone voar de  $v_i$  para  $v_j$  é dado por:

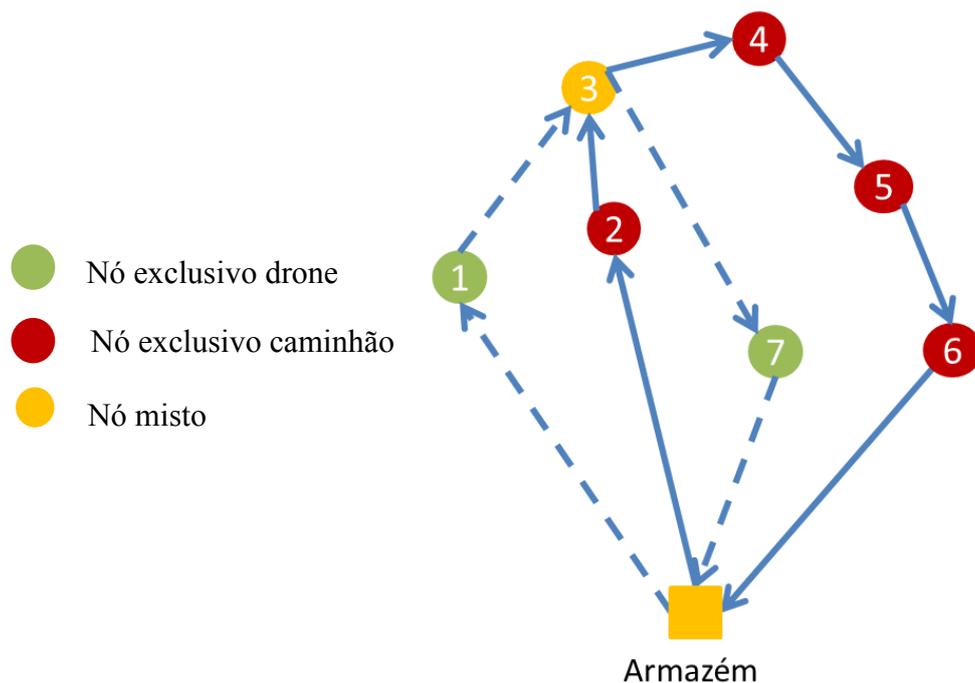
$$\frac{1}{\alpha} \cdot c(v_i, v_j), \forall v_i, v_j \in V. \quad (9)$$

Devido à limitação de carga da bateria, o drone pode cobrir apenas uma distância máxima  $d_{max}$  e um tempo máximo de voo  $t_{max}$  em cada operação. Com o intuito de simplificar a modelagem, foi assumido que o tempo de recarga da bateria, o carregamento do drone e a entrega são realizados instantaneamente.

Neste trabalho serão considerados três tipos de nós, são eles:

- Nó exclusivo drone: nó que é visitado exclusivamente pelo drone.
- Nó exclusivo caminhão: nó que é visitado exclusivamente pelo caminhão.
- Nó misto: nó que é visitado por drone e caminhão.

Figura 9: Exemplo dos Tipos de nós



Fonte: Autor (2016).

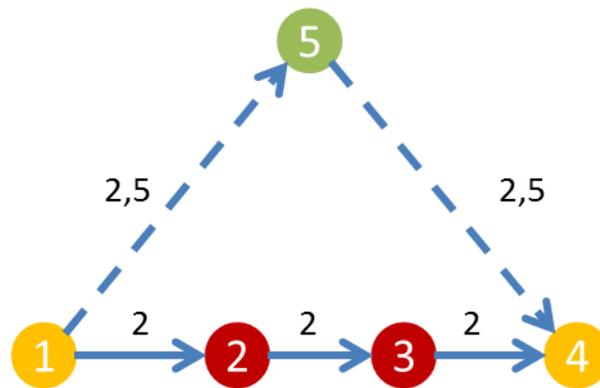
As linhas tracejadas representam a rota do drone (Armazém – 1 – 3 – 7 – Armazém) e a linha contínua representa a rota do caminhão (Armazém – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – Armazém). A solução do problema é dada, portanto, pela rota do caminhão  $R: (r_0 = v_0, r_1, \dots, r_n = v_0)$  e a rota do drone  $D: (d_0 = v_0, d_1, \dots, d_m = v_0)$ .

Para determinar o tempo total para executar as duas rotas  $(R, D)$ , não é possível simplesmente somar o tempo do drone e do caminhão, uma vez que os dois veículos precisam

ser sincronizados e devem esperar um pelo outro no nó de encontro. Portanto, é necessário introduzir um novo conceito que chamaremos de operação.

Uma operação  $k$  consiste em dois nós mistos, chamados de nó inicial e nó final, com no máximo um nó exclusivo drone e potencialmente vários nós exclusivos caminhão. Na operação, o drone parte do caminhão no nó inicial, atende o nó exclusivo drone e encontra o caminhão no nó final.

Figura 10: Exemplo de uma operação



Fonte: Autor (2016)

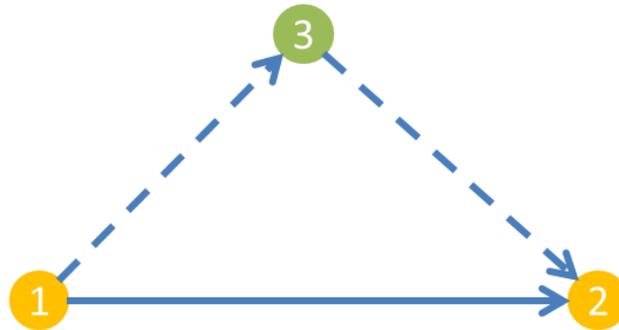
A Figura 10 ilustra uma operação. Os nós 1 e 4 são nós mistos, os nós 2 e 3 são nós exclusivos caminhão e nó 5 é um nó exclusivo drone. Nesta operação, o nó 1 é o nó inicial e nó 4 o final da operação  $k$ . Os números acima das linhas contínuas e tracejadas representam o tempo de percurso entre cada par de nós.

Considerando  $td_k$  e  $tc_k$  o tempo que o drone e o caminhão respectivamente necessitam para executar uma operação  $k$ , o tempo necessário para completar uma operação é definido como:

$$\max\{td_k, tc_k\} \quad (10)$$

Assim, no exemplo da Figura 10, o tempo total necessário para executar a operação  $k$  é dado por  $\max(6,5) = 6$  unidades de tempo. Nessa operação é necessário que o drone espere pelo caminhão no nó 4 por 1 unidade de tempo.

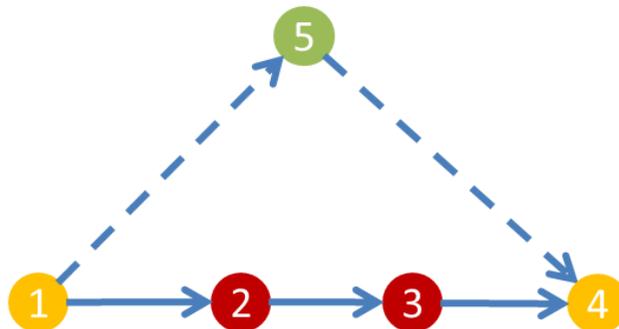
Figura 11: Operação sem nó exclusivo caminhão



Fonte: Autor (2016).

Observe que é possível que o caminhão vá diretamente do nó inicial para o nó final (Figura 11), ou pode visitar outros nós de caminhão enquanto o drone faz uma entrega (Figura 12).

Figura 12: Operação com mais de um nó exclusivo caminhão



Fonte: Autor (2016).

O caminhão pode também esperar o drone no mesmo nó de partida do drone. Neste caso o nó inicial da operação é igual ao nó final (Figura 13).

Figura 13: Caminhão aguarda drone no mesmo nó de partida do drone



Fonte: Autor (2016).

Desta forma, uma operação pode ser descrita como um par de sub rotas  $(R_k, D_k)$ , onde  $R_k$  é a subsequência de  $R$  começando no  $k$ -ésimo nó misto de  $R$ , terminando e incluindo o  $(k+1)$ -ésimo nó misto de  $R$ .

Similarmente,  $D_k$  é a subsequência de  $D$  partindo do  $k$ -ésimo nó misto de  $D$ , terminando e incluindo o  $(k+1)$ -ésimo nó misto de  $D$ .

O tempo total das subrotas  $R_k$  e  $D_k$  serão chamados de  $c(R_k)$  e  $c(D_k)$ , respectivamente.

Vale notar que a subrota do drone contém no máximo duas arestas para qualquer solução viável, pois foi assumido que o drone pode fazer apenas uma entrega por operação.

Para avaliar o tempo de uma solução  $(R, S)$  do problema de distribuição de cargas com drone, é conveniente definir  $(R, S)$  como uma sequência de operações  $(o_1, o_2, \dots, o_l)$ .

O tempo de duração de uma operação  $o_k$  é definido como:

$$t(o_k) = \max \left\{ c(R_k), \frac{1}{\alpha} c(D_k) \right\} \quad (11)$$

O tempo total de atendimento de todos os clientes é definido como:

$$t(R, D) = \sum_{k \in K} t(o_k) \quad (12)$$

### 3.2. Comparação entre o sistema de entrega misto com sistema de entrega exclusivo com caminhão

O uso conjunto do drone e do caminhão permite operações de entregas simultâneas, diminuindo o tempo necessário para atender todos os consumidores.

Considere o exemplo exibido na Figura 14 com dois nós de consumidores que precisam ser atendidos. Neste exemplo o ponto de partida é  $v_0$  e os dois consumidores são representados por  $v_1$  e  $v_2$ .

O tempo entre  $v_0$  e  $v_1$  é igual a 1 unidade de tempo, entre  $v_0$  e  $v_2$  é  $\alpha$  e o tempo entre  $v_1$  e  $v_2$  é  $1 + \alpha$ .

A solução ótima para o problema de distribuição de cargas com drone é atender  $v_1$  com o caminhão e  $v_2$  com o drone, o que gera um tempo total de 2, conforme indicam os cálculos abaixo:

$$c(R_k) = d(v_0 + v_1) + d(v_1 + v_0) = 1 + 1 = 2$$

$$cD_k = \frac{1}{\alpha}(2\alpha) = 2$$

$$t(o_k) = \max\left\{c(R_k), \frac{1}{\alpha}c(D_k)\right\} = \{2, 2\} = 2$$

Entretanto, se apenas o caminhão pudesse ser usado, ele teria que servir os dois consumidores, um após o outro, levando a um tempo total de  $2 + 2\alpha$ , gerando um fator de redução de tempo de  $1 + \alpha$ .

Figura 14: Consumidores que precisam ser servidos a partir do armazém



Fonte: Autor (2016).

### 3.3. Propriedades da solução ótima

Nesta seção serão apresentadas duas propriedades que serão utilizadas na formulação do modelo exato do problema do transporte de distribuição de cargas com o auxílio dos drones.

**Propriedade 1:** Para cada caso do problema de distribuição de cargas com drone, existe uma solução ótima onde cada nó exclusivo drone e nó exclusivo caminhão é visitado apenas uma vez.

Prova: Assumindo que  $(R, D)$  é a solução ótima do problema de distribuição de cargas com drone e  $v$  é visitado duas vezes, não sendo em nenhuma dessas duas vezes um nó misto, então, devido a desigualdade triangular,  $v$  pode ser removido da primeira visita, gerando um valor da função objetivo pelo menos igual à solução anterior.

Vale notar que é possível haver situações em que na solução ótima haja nós mistos que são visitados mais de uma vez.

**Propriedade 2:** Para cada caso do problema de distribuição de cargas com drone com  $\alpha \geq 1$  e sem restrição na distância de percurso do drone, existe uma solução ótima  $(R, D)$  onde cada operação contem um nó exclusivo drone.

Prova: Definindo  $(o_1^0, \dots, o_q^0)$  como sendo a sequência de operações de uma solução ótima contendo uma ou mais operações sem um nó exclusivo drone, é possível através de algumas interações transformar  $(o_1^0, \dots, o_q^0)$  em uma sequência de operações com um valor menor ou pelo menos tão bom quanto a solução inicial sem nós exclusivo drone.

### 3.4. Formulação do modelo considerando programação inteira mista

O objetivo do modelo de programação inteira mista que será apresentado a seguir é determinar todas as operações possíveis usando variáveis de decisão que indicam se um nó faz parte de uma operação  $k$  e se este nó é um nó exclusivo drone, exclusivo caminhão ou um nó misto. Para tal tarefa é necessário definir a variável binária  $y(v, k)$  que indica se o nó  $v$  é um nó exclusivo drone na operação  $k$  e a variável binária  $x(v, k, i)$ , que representa se o nó  $v$  é visitado pelo caminhão na posição  $i$  dentro da operação  $k$ .

Uma vez que não é possível saber o número máximo de nós exclusivo caminhão em uma operação antes de resolver o problema, é criado um número suficientemente grande, chamado de  $N_T$  e permite-se  $i$  percorrer de 0 até  $N_T + 1$  para cada operação  $k$ .

Portanto, variáveis  $x(v, k, i)$  para  $i = 1, \dots, N_t$  representam nós exclusivo caminhão, enquanto  $x(v, k, 0)$  e  $x(v, k, N_t + 1)$  representam, respectivamente, o nó inicial e final de uma operação  $k$ . Ressalta-se que esses nós também serão nós mistos, pois serão visitados pelo drone e pelo caminhão.

Por razões técnicas, neste modelo é exigido que  $\sum_{v \in V} x(v, k, i) = 1$  para cada operação  $k$  e cada  $i = 0, \dots, N_t + 1$ . Ou seja, para cada operação, o  $i$  -ésimo nó na rota do caminhão desta operação deve ser atendida por exatamente um nó.

Uma vez que  $N_t$  é apenas um limite superior do número de nós exclusivo caminhão em uma operação, na maioria dos casos, uma operação conterá menos que  $N_t$  nó exclusivo caminhão. Portanto, no modelo é possível que um nó seja de vários tipos simultaneamente.

Por exemplo, é possível modelar uma operação sem nó exclusivo drone definindo o nó final como um nó exclusivo caminhão para todas as posições de  $i = 1$  até  $N_T + 1$ . É possível até mesmo ter uma operação exclusiva com drones, onde todas as posições  $0, \dots, N_T$  são atribuídas ao mesmo nó. Isso significa que o caminhão permanece neste nó esperando, enquanto o drone serve todos consumidores (Figura 13).

De forma similar,  $N_{OP}$  representa um limite superior no número de operações contidas na solução ótima. São permitidas soluções contendo menos operações que  $N_{OP}$  através da criação de *operações falsas* que consistem em apenas um nó  $v$  que é classificado como nó de início, final, exclusivo drone e exclusivo caminhão.

Além das variáveis  $x$  e  $y$  que indicam o tipo dos nós no problema de distribuição de cargas com drone, definimos as variáveis  $l$ ,  $f$  e  $t$  para determinar o tempo de cada operação. Para toda operação  $k$  e para todo par ordenado de nós  $(v, w)$ , definimos  $l(v, w, k)$  como sendo o tempo de viagem do caminhão de  $v$  para  $w$  se o caminhão atender esses nós na operação  $k$ , e 0 caso contrário.

Da mesma maneira, a variável  $d(v, w, k)$  é o tempo de voo do drone partindo de  $v$  para  $w$  se realizado na operação  $k$ , e 0 caso contrário.

Portanto, é definido:

$$t(k) = \text{tempo de duração da operação } k, \forall k = 1, 2, \dots, N_{OP}. \quad (13)$$

A formulação matemática do PDCD pode ser representada pelo seguinte modelo de programação linear inteira mista:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^{N_{OP}} t(k) \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{N_{OP}} (y(v, k) + \sum_{i=0}^{N_T+1} x(v, k, i)) \geq 1, \quad \forall v \in V \quad (15)$$

$$x(v_0, 1, 0) = 1, \quad (16)$$

$$x(v, k, N_T + 1) = x(v, k + 1, 0), \quad \forall k = 1, \dots, N_T - 1, v \in V \quad (17)$$

$$\sum_{v \in V} y(v, k) \leq 1, \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP} \quad (18)$$

$$\sum_{v \in V} x(v, k, i) = 1, \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP}, \quad \forall i = 0, \dots, N_T + 1 \quad (19)$$

$$x(v_0, N_{OP}, N_T + 1) = 1, \quad (20)$$

$$d(v, w, k) \geq \alpha c_{vw} \cdot (x(v, k, 0) + y(w, k) - 1), \quad \forall (v, w) \in V \times V, \quad (21)$$

$$k = 1, \dots, N_{OP}$$

$$d(v, w, k) \geq \alpha c_{vw} \cdot (y(v, k) + x(w, k, N_T + 1) - 1), \quad \forall (v, w) \in V \times V, \quad (22)$$

$$k = 1, \dots, N_{OP}$$

$$t(k) \geq \sum_{(v,w) \in V \times V} d(v, w, k), \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP} \quad (23)$$

$$\sum_{(v,w) \in V \times V} d(v, w, k) \leq t_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP} \quad (24)$$

$$l(v, w, k) \geq c_{vw} \cdot (x(v, k, i) + x(w, k, i + 1) - 1), \quad \forall (v, w) \in V \times V, \quad (25)$$

$$k = 1, \dots, N_{OP},$$

$$i = 0, \dots, N_T$$

$$t(k) \geq \sum_{(v,w) \in V \times V} l(v, w, k), \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP} \quad (26)$$

$$y(v, k), x(v, k, i) \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V, \quad (27)$$

$$k = 1, \dots, N_{OP},$$

$$i = 0, \dots, N_T + 1$$

$$d(v, w, k), l(v, w, k) \geq 0, \quad \forall v, w \in V, k = 1, \dots, N_{OP}, \quad (28)$$

A função objetivo (14) minimiza a soma dos tempos de cada operação, reduzindo o tempo total gasto pelo drone e caminhão no atendimento de todos os consumidores.

Restrição (15) garante que cada nó é atendido pelo menos uma vez, tanto por drone como por caminhão. A restrição (16) garante que a primeira operação começa no depósito  $v_0$  e a restrição (20) garante que a última operação termina também no depósito  $v_0$ . As restrições (18) garantem que cada operação tenha no máximo um nó exclusivo drone, enquanto as restrições (19) garantem que cada posição  $i = 0, \dots, N_T + 1$  da sub rota do caminhão na operação  $k$  seja visitada. As restrições (17) garante que o nó final de uma operação será o nó inicial da operação seguinte.

As restrições de (21-25) são usadas para determinar o tempo de uma operação. As restrições (21-23) garantem que o tempo de operação tenha pelo menos a mesma duração do tempo do drone nesta operação. Nas restrições (21), as variáveis  $d(v, w, k)$  são definidas por  $c_{vw}$ , se e apenas se, o drone voar de  $v$  para  $w$  na operação  $k$ , que é o caso, se e apenas se,  $v$  for o nó inicial e  $w$  o nó exclusivo drone na operação  $k$  (restrição (22)), ou se  $v$  for o nó exclusivo do drone e  $w$  for o nó final da operação  $k$  (restrição (23)). Caso contrário,  $d(v, w, k)$  pode ser igual a 0. As restrições (24) limitam o tempo máximo de operação com relação ao tempo máximo de voo do drone.

Da mesma forma, na restrição (25)  $l(v, w, k)$  representa o tempo gasto pelo caminhão para percorrer os nós  $v$  e  $w$  se e apenas se  $v$  for o  $i$ -ésimo nó exclusivo caminhão na operação  $k$  e  $w$  for o  $i+1$ -ésimo nó exclusivo caminhão na operação  $k$  para algum  $i = 0, \dots, N_T$ . Restrição (26) garante que o tempo de uma operação seja pelo menos o tempo gasto pelo caminhão nesta operação.

Qualquer solução gerada pelo modelo, consiste em  $N_{OP}$  operações que contém exatamente um nó exclusivo drone e  $N_T$  nós exclusivo caminhão. Porém, talvez existam várias operações falsas, onde cada nó pode ter várias funções. Para obter uma solução onde cada nó seja visitado apenas uma vez, ou diversas vezes mas como nó inicial, é necessário deletar todas as visitas aos nós que já foram visitados antes em outra rota como nó exclusivo caminhão ou nó exclusivo drone. Além disso, é possível deletar as operações falsas quando o nó inicial, nó final, nó exclusivo drone e os nós intermediários do caminhão forem todos os mesmos.

### 3.5. Aprimorando o modelo

A formulação descrita acima (14-28) é um pouco frágil no sentido de que no espaço factível de soluções há muitas soluções que não são ótimas ou que são equivalentes entre si. Para melhorar essa formulação, é possível adicionar as seguintes restrições.

- Cada operação possui um nó exclusivo drone:

Utilizando a Propriedade 2, ou seja, se  $\alpha \geq 1$  e se não existir limite para a distância que o drone pode percorrer, é possível substituir a restrição (18) por uma restrição mais forte:

$$\sum_{v \in V} y(v, k) = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP}. \quad (29)$$

- Nó exclusivo drone não poderá ter mais de uma função.

De acordo com a Propriedade 1, existe uma solução ótima onde cada nó exclusivo drone não é visitado mais de uma vez. É possível forçar isto na programação inteira mista adicionando a seguinte restrição:

$$\sum_{k=1} y(v, k) + x(v, k', i) \leq 1 \quad \forall k' = 1, \dots, N_{OP}, i = 0, \dots, N_T + 1, v \neq v_0 \quad (30)$$

Para que sejam permitidas operações falsas, esta restrição não se aplica para o nó do depósito.

- Operações falsas apenas no armazém:

Combinando as restrições (29) e (30) é possível garantir que as operações falsas aconteçam apenas no armazém. Entretanto, se for imposta uma restrição para a distância ou o tempo máximo que o drone pode percorrer, será necessário definir o nó final de uma operação como um nó exclusivo caminhão. Neste caso deve ser usada uma versão mais branda da restrição (31):

$$y(v, k) + x(v, k, i) \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP}, i = 1, \dots, N_T, v \neq v_0 \quad (31)$$

- Nó exclusivo caminhão não terá outra função:

De acordo com a Propriedade 1, é possível excluir os nós exclusivo caminhão que são visitados mais de uma vez. A restrição (32) exclui soluções onde os nós sem a necessidade de serem visitados são visitados como nó exclusivo caminhão.

$$x(v, k, i) + x(v, k', i') - \frac{1}{2}(x(v, k, N_T + 1) + x(v, k', N_T + 1)) \leq 1, \quad (32)$$

$$\forall k \neq k' = 1, \dots, N_{OP}, \forall i, i' = 1, \dots, N_T, \forall v \neq v_0.$$

Essa restrição faz com que cada nó possa ser definido como nó exclusivo caminhão em duas operações apenas se este nó for o nó final de ambas as operações e considera que no modelo talvez seja necessário que um nó tenha várias funções; entretanto, isso é possível apenas para o nó final de uma operação.

- Sem paradas até o nó final:

A restrição (33) garante que paradas dentro de uma operação falsa possam acontecer somente no nó final de uma operação.

$$x(v, k, i) + x(v, k, i + 1) - x(v, k, N_T + 1) \leq 1, \quad (33)$$

$$\forall k = 1, \dots, N_{OP}, v \neq v_0, i = 0, \dots, N_{OP} - 1.$$

- Se voar para o armazém, permanece no armazém:

Para garantir que as operações falsas aconteçam somente no final da rota, são adicionadas as restrições (34) e (35).

$$y(v_0, k + 1) \leq y(v_0, k) \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP} - 1. \quad (34)$$

A Restrição (34) garante que assim que o drone for para o armazém, o armazém continua como nó exclusivo drone para todas as próximas operações.

A restrição (35) garante que assim que o armazém se torna nó exclusivo drone, o caminhão fica no armazém.

$$y(v_0, k, i) \leq y(v_0, k) \quad \forall k = 1, \dots, N_{OP}, i = 0, \dots, N_T + 1. \quad (35)$$

Devido à quantidade de restrições e variáveis, não foi possível solucionar o problema exato através de softwares estudantis como Lingo e Solver. Portanto, um método heurístico foi desenvolvido na próxima sessão para resolver o modelo de transporte de cargas com o uso de caminhão e drone e mostrar a possível eficiência do modelo através da solução de um exemplo.

## 4. UM MÉTODO HEURÍSTICO PARA RESOLVER O PDCD

Como mencionado anteriormente, se faz necessário o desenvolvimento de uma heurística para a solução do problema, uma vez que devido a quantidade de restrições e variáveis não foi possível solucionar o modelo exato.

A heurística utilizada está baseada no método *Route First – Cluster Second* (BEASLEY, 1983) e pode ser descrita na aplicação de 2 etapas:

1. Construção de uma rota exclusiva de caminhão chamada de  $R_1$ .
2. Divisão da rota criada no passo 1 em uma rota drone  $D$  e uma rota caminhão  $R$ .

Os detalhes da etapa 1 serão abordados na sessão 4.1 e os detalhes da etapa 2, na sessão 4.2.

### 4.1. Rota Exclusiva Caminhão

Neste primeiro passo é assumido que o drone não faz nenhuma entrega e, portanto, o caminhão faz 100% das entregas das mercadorias. Esta configuração do problema pode ser resolvida através dos conceitos do problema do caixeiro viajante usual, já discutido anteriormente. O problema do caixeiro viajante usual é muito conhecido nos meios acadêmicos, de forma que existem diversos *solvers* que podem ser usados para obter a solução ótima do problema.

### 4.2. Inserção Dos Drones Na Rota

Considerando a solução obtida para o problema inicial do caixeiro viajante exclusivo com o caminhão, é possível obter a solução do PDCD  $(R, D)$  através da atribuição de alguns nós como nós exclusivo drone. A ordem em que os nós são visitados após a inserção dos drones na rota não é alterada, uma vez que tanto  $R$  como  $D$  são subrotas de  $R_1$ .

Para separar a rota inicial  $R_1$  em uma sub rota drone e uma sub rota caminhão, a cada nó  $v_1, v_2, \dots, v_N$  é atribuído um nome. Em adição à já conhecida nomenclatura de nós (nó exclusivo caminhão, nó exclusivo drone e nó misto), foi acrescentado um novo tipo de nó, nó indefinido, que é atribuído aos nós que ainda não foram definidos como os três tipos de nós mencionados anteriormente.

Inicialmente, todos os nós são chamados de nós indefinidos. A cada passo da heurística, pelo menos um nó indefinido é reclassificado ou como nó exclusivo caminhão, nó exclusivo drone ou nó misto. Cada passo da heurística é realizado em um nó indefinido. O algoritmo termina quando acabarem todos os nós indefinidos, seguindo os seguintes passos:

**Passo 1:** Escolha um nó indefinido que tenha pelo menos um sucessor e um predecessor, defina este nó como nó exclusivo drone e defina os dois nós adjacentes a este como nó misto;

**Passo 2:** Escolha um nó indefinido e o classifique como nó misto. Defina como nó exclusivo caminhão o nó à esquerda do nó indefinido escolhido no início do passo 2. O nó à esquerda só pode ser definido como nó exclusivo caminhão caso este seja um nó misto anteriormente;

**Passo 3:** Repita o passo 2 com o nó à direita de um nó indefinido.

Após o passo 1, tanto o passo 2 quanto o passo 3 podem ser executados. Quando não houver mais nós indefinidos, deve-se identificar todas as operações existentes, calcular o tempo máximo de cada operação conforme descrito na sessão 4.1 (Função 10) e somá-los para obter o tempo total de rota.

### 4.3. Solução de um exemplo hipotético

Considerar um exemplo hipotético, com  $n = 15$  nós, cuja matriz do tempo entre nós é apresentada na Tabela 5.

Tabela 5: Matriz tempo entre nós

Nós	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-	11	8	10	8	5	10	15	20	16	18	12	14	15	11
2	20	-	16	5	19	7	8	14	12	16	17	19	13	15	14
3	15	13	-	13	11	6	10	12	16	15	20	16	14	13	14
4	7	9	19	-	8	16	14	17	9	8	20	18	19	18	15
5	10	18	9	15	-	10	8	14	11	18	9	10	10	11	15
6	5	10	8	19	17	-	12	14	8	17	15	17	16	18	18
7	10	16	15	8	9	11	-	15	20	19	6	10	12	16	19
8	7	14	16	12	8	9	13	-	17	6	16	14	17	9	9
9	9	10	12	9	14	19	16	6	-	8	8	10	8	10	10
10	6	8	13	17	19	15	12	9	8	-	16	5	19	13	13
11	16	17	10	10	16	12	19	18	10	10	-	15	16	11	15
12	15	20	11	16	12	9	10	11	7	14	16	-	12	18	18
13	8	20	10	12	13	17	16	18	9	10	12	12	-	16	15
14	14	12	16	17	10	10	12	11	6	8	13	13	17	-	20
15	12	16	15	20	20	18	17	19	16	17	10	14	19	18	-

Fonte: Autor (2016).

A heurística inicia-se com a solução do problema do caixeiro viajante usual, ou seja, apenas o caminhão entrega as mercadorias.

Como temos  $n = 15$ , não é possível resolver esse problema considerando as versões educacionais do Excel Solver ou Lingo, pois a quantidade de restrições e de variáveis são muito altas, entretanto, é possível utilizar diversos softwares gratuitos online como o Concorde ou o Neos.

Neste trabalho foi utilizado o programa online Neos. A rota ótima obtida pode ser observada na figura 15.

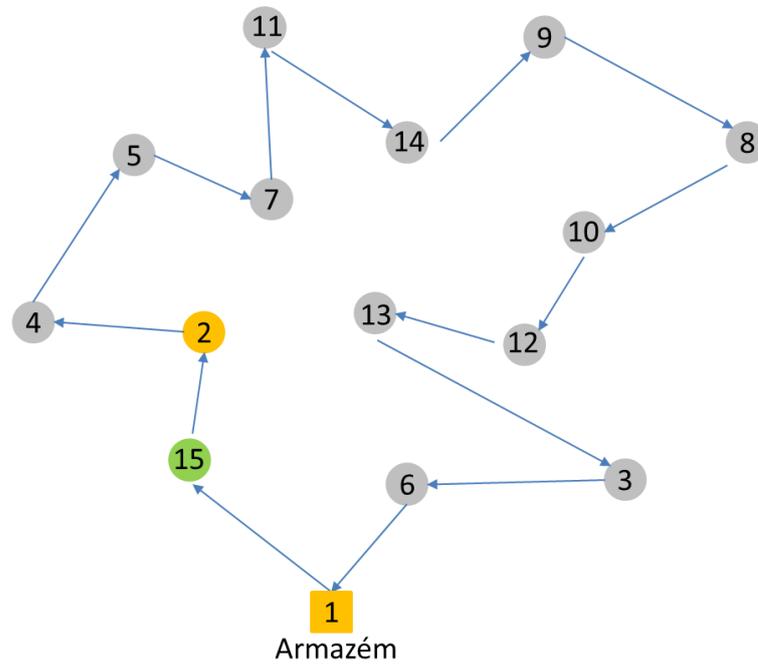
Inicialmente, todos os nós, exceto o armazém, são classificados como indefinidos (cor cinza). O nó 1 (armazém) é misto, uma vez que o caminhão e o drone estão juntos neste nó.

Nesta rota onde todos os nós foram atendidos exclusivamente pelo caminhão, o tempo total de percurso é de  $R_1 = 121,00$  unidades de tempo, sendo  $1 - 15 - 2 - 4 - 5 - 7 - 11 - 14 - 9 - 8 - 10 - 12 - 13 - 3 - 6 - 1$  a sequência de nós visitados.

Restrições que levam em consideração o limite de distância ou tempo que o drone pode percorrer podem ser incluídas através da proibição de operações que não são possíveis de acordo com essa restrição.



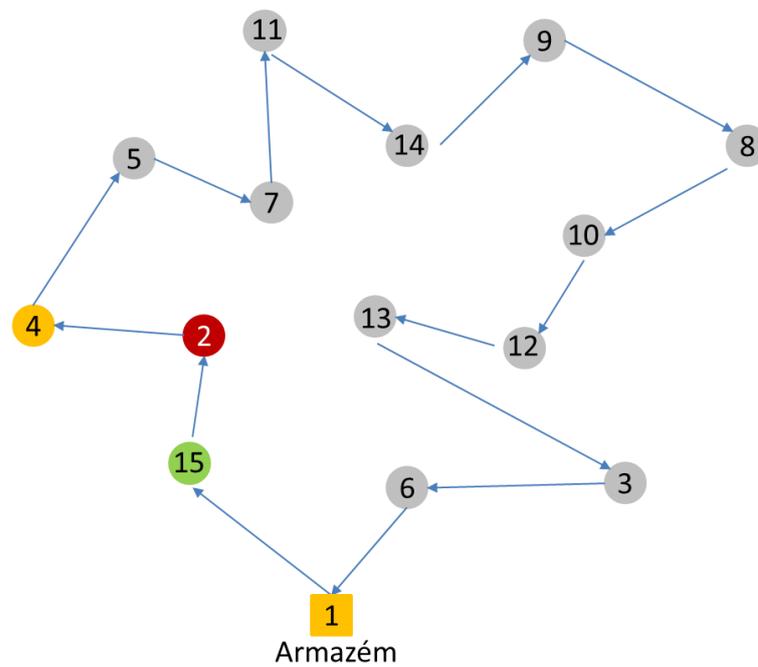
Figura 16: Iteração 1- passo 1



Fonte: Autor (2016).

Na iteração 2, o nó 4 inicialmente indefinido, foi classificado como nó misto e o nó à direita (nó 2) que era misto foi reclassificado para nó exclusivo caminhão (Figura 17).

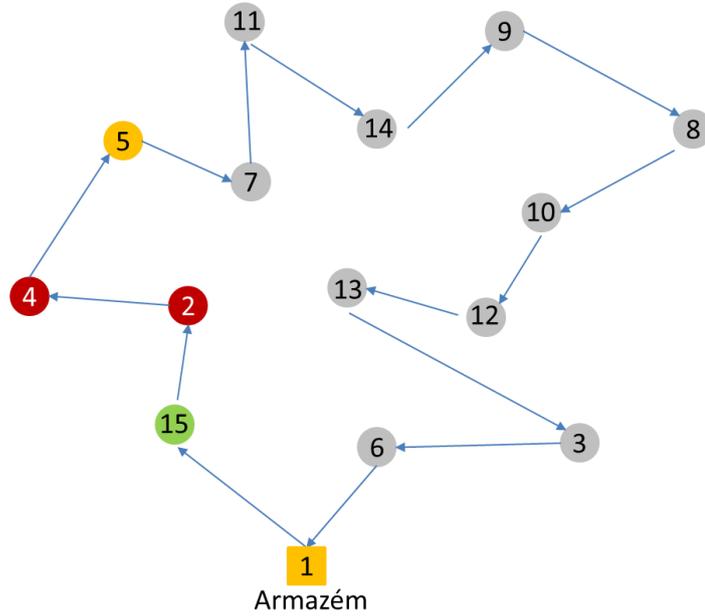
Figura 17: Iteração 2 - passo 3



Fonte: Autor (2016).

Na iteração 3, o nó 5 inicialmente indefinido, foi classificado como nó misto e o nó a esquerda (nó 4), anteriormente misto, foi reclassificado como nó exclusivo caminhão (Figura 18).

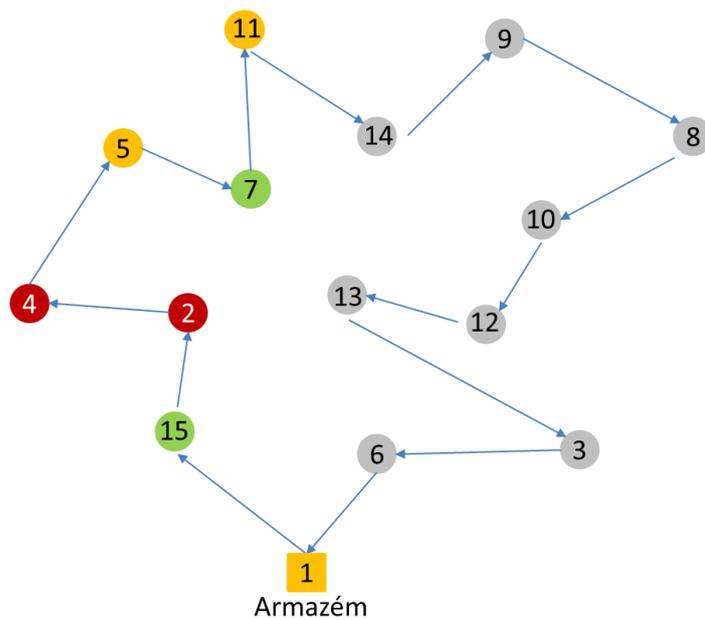
Figura 18: Iteração 3 - passo 2



Fonte: Autor (2016).

Na iteração 4, o nó 7 inicialmente indefinido, foi classificado como nó exclusivo drone e o nó sucessor (nó 11) e predecessor (nó 5) foram classificados como nó misto (Figura 19).

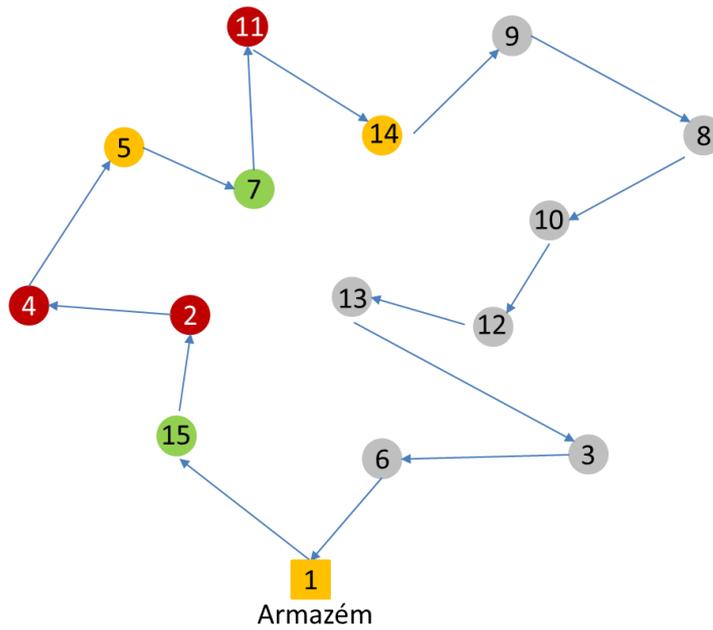
Figura 19: Iteração 4 - passo 1



Fonte: Autor (2016).

Na iteração 5, o nó 14 inicialmente indefinido, foi classificado como nó misto e o nó à esquerda (nó 11), anteriormente misto, foi reclassificado como nó exclusivo caminhão (Figura 20).

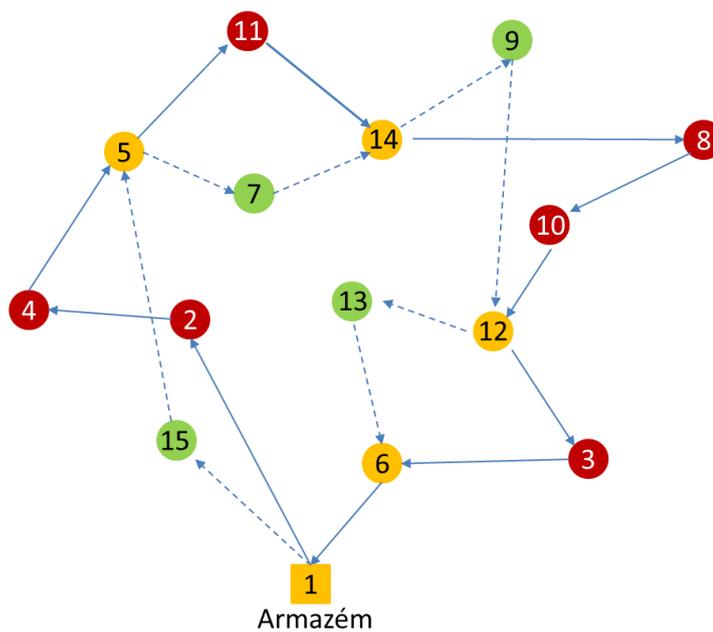
Figura 20: Iteração 5 - passo 2



Fonte: Autor (2016).

Após repetir os passos 1, 2 e 3 diversas vezes, chega-se a seguinte classificação de nós:

Figura 21: Grafo final após término da implementação da heurística proposta

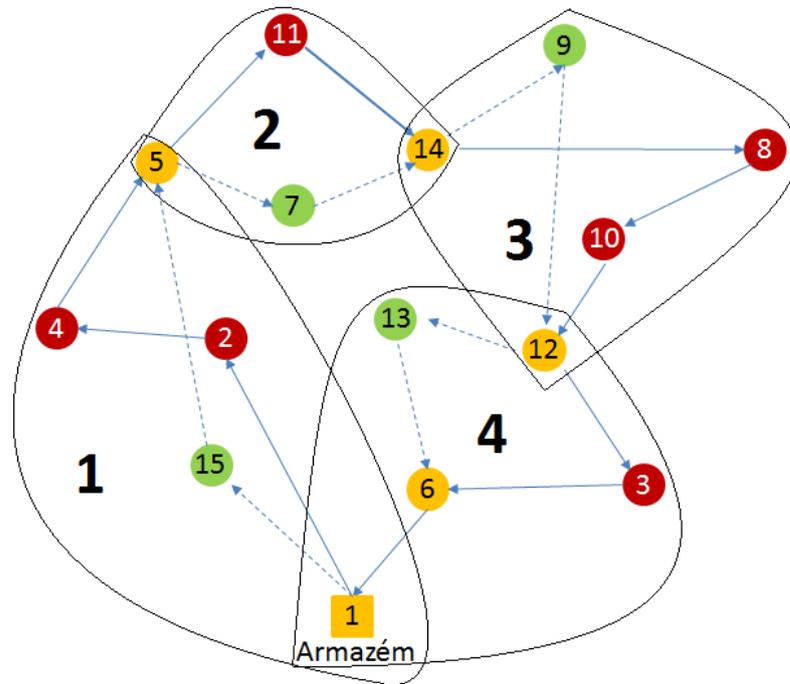


Fonte: Autor (2016).

Após a aplicação da heurística, pode-se observar quatro operações conforme indicado na figura 22. Para calcular o tempo total da rota gerada, deve-se somar o tempo máximo de cada operação. Considerando  $\alpha = 2$ , tem-se:

- Operação 1:  $D_1\{1,15,5\}$ ,  $T_1\{1,2,4,5\}$ 
  - Drone:  $\frac{11+20}{2} = 15.5$
  - Caminhão:  $11 + 5 + 8 = 24$
  - $\max(15.5, 24) = 24$
- Operação 2:  $D_2\{5,7,14\}$ ,  $T_1\{5,11,14\}$ 
  - Drone:  $\frac{8+16}{2} = 12$
  - Caminhão:  $9 + 11 = 20$
  - $\max(12, 20) = 20$
- Operação 3:  $D_1\{14,9,12\}$ ,  $T_1\{14,8,10,12\}$ 
  - Drone:  $\frac{6+10}{2} = 6$
  - Caminhão:  $11 + 6 + 5 = 22$
  - $\max(6, 22) = 22$
- Operação 4:  $D_1\{12,13,6,1\}$   $T_1\{12,3,6,1\}$ 
  - Drone:  $\frac{12+17}{2} = 14.5$
  - Caminhão:  $11 + 6 + 5 = 22$
  - $\max(14.5, 22) = 22$

Figura 22: Operações



Fonte: Autor (2016).

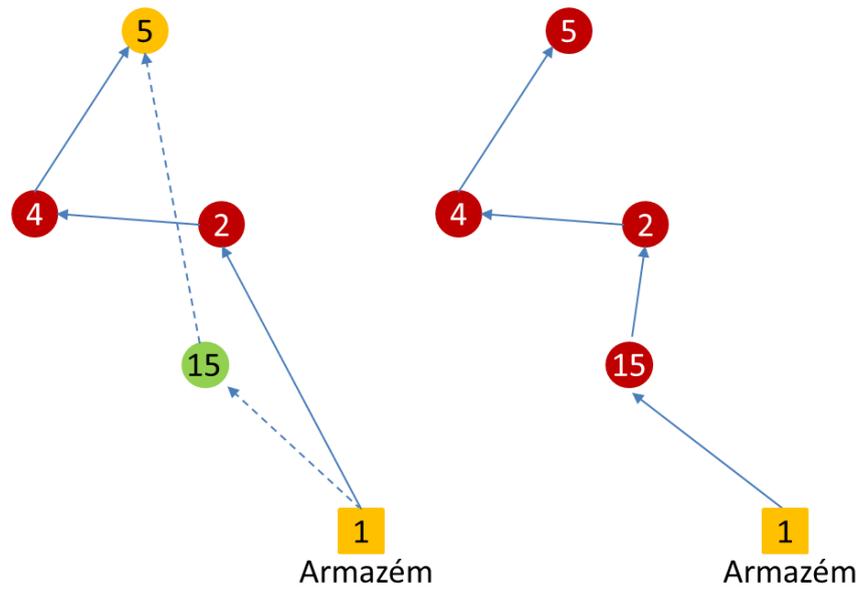
Portanto, após somar o tempo máximo de cada operação, chega-se ao valor de 88 unidades de tempo, valor 27% menor que o valor obtido com o caminhão realizando todas as entregas.

#### 4.4. Análise dos resultados

A redução de 27% no tempo necessário para atender todos os nós do grafo é definitivamente muito significativa. Vale lembrar que por se tratar de uma heurística, esse resultado provavelmente não é o melhor valor possível, e sim uma aproximação. Quando é definido um nó exclusivo drone, o caminhão deixa de visitar este nó e vai para outro nó, esta mudança de sequência na rota do caminhão aumenta o tempo de percurso em alguns trechos se comparados com a rota ótima  $R_1$  criada inicialmente.

Usando como exemplo a operação 1 (Figura 23) pode se notar que ao invés do caminhão ir do armazém para o nó 15, que é a rota ótima, ele vai do armazém para o nó 2, pois o nó 15 foi definido como nó exclusivo drone.

Figura 23: Comparação de subrota com e sem uso da heurística



Fonte: Autor (2016).

Segundo a matriz tempo entre nós utilizada, o tempo para ir do armazém até nó 15 é de 11 unidades de tempo. Para ir do armazém ao 2 também são 11 unidades de tempo, mas se fosse um valor muito maior, nada iria impedir o caminhão fazer esta rota, pois a heurística não considera o tempo extra que o caminhão irá percorrer por sair da rota ótima  $R_1$ .

Este tempo extra é compensado pelo fato de que os nós que são visitados pelo drone não adicionam tempo nenhum à solução final, uma vez que o tempo de operação é igual ao tempo máximo de cada sub-rota do drone e do caminhão. Como a sub-rota do drone é mais rápida que a do caminhão, esta não é computada na solução final, gerando a diminuição do tempo necessário para percorrer todos os nós do grafo.

## 5. CONCLUSÃO

Como na logística os custos relacionados ao transporte são muito elevados, qualquer novo sistema que possa gerar alguma redução de custo é muito valorizado e possui grandes impactos. O surgimento dos drones gera possibilidades de redução de custo das operações de transporte muito elevadas; entretanto, sua aplicação era limitada devido a uma restrição intrínseca ao drone muito importante - a baixa autonomia de voo.

O sistema proposto neste trabalho minimiza esta limitação, uma vez que o caminhão serve de base de apoio ao drone, fazendo com que o drone não precise retornar ao armazém toda vez que faz uma entrega. Desta maneira, o que antes era uma importante limitação, agora já não é tão relevante, fazendo com que o drone possa ser usado de maneira mais ampla no transporte de carga.

Entretanto, ainda há importantes limitações que precisam ser superadas; a legislação é uma delas, pois ainda restringe muito o uso dos drones. Os legisladores têm trabalhado para entrar em sintonia com os avanços tecnológicos, mas ainda há um descompasso entre o que as empresas querem para tornar seus processos logísticos mais eficientes e o que as leis permitem.

A legislação não é o único entrave para a utilização de distribuição de cargas com drone. Os drones possuem características próprias, que somadas ao uso em conjunto com o caminhão, produz em um problema de modelagem matemática único e novo, o que traduz-se na falta de modelos matemáticos bem desenvolvidos para encontrar uma rota que otimize a operação em conjunto do caminhão e do drone.

Este trabalho apresentou uma formulação matemática exata que através da programação linear inteira mista modela o problema de roteamento e como solução exhibe a rota que o caminhão e o drone devem percorrer para que o tempo total dispendido no atendimento de todos os nós seja o menor possível.

Para o exemplo utilizado neste trabalho, provou-se a eficiência do modelo de transporte de carga misto através da utilização de uma heurística, mostrando que o tempo total gasto para entregar as mercadorias em todos os nós foi 27% menor se comparado ao modelo de entregas sem drones.

Para trabalhos futuros recomenda-se um estudo aprofundado do quanto uma redução do tempo total de entrega das mercadorias traduz-se em redução da emissão de poluentes na atmosfera e na redução prática de custos, uma vez que quando se reduz o tempo de um

caminhão percorrendo uma via, reduz-se também o gasto em combustível, manutenção e possíveis acidentes.

Recomenda-se também o desenvolvimento de um modelo matemático que considere dois ou mais drones sendo usados em conjunto com o caminhão de entrega e ainda uma análise da diferença dos resultados entre o modelo exato e a heurística utilizada neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

AGATZ, N.; BOUMAN, P.; SCHMIDT, M.; Optimization Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone. **Social Science Research Network**. 01.ago.2015

AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL (ANAC) a. **RPAS – Sistemas de aeronaves remotamente pilotadas**. 28 de agosto de 2015. Disponível em: <http://www2.anac.gov.br/rpas/>. Acesso em: 02.maio.2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL (ANAC) b. Aeronaves remotamente pilotadas. Proposta de regulamento. Brasília, 2 de setembro de 2015. **Slides**. Disponível em: <http://doctordrone.com.br/regulamentacao-anac-drones/>. Acesso em: 02.maio.2016.

AMARAL, D. et al. **Estudo de Roteirização de Veículos com Aplicação da Técnica de Varredura para Cargas Fracionadas**. 2014. 10 p. Trabalho acadêmico (Artigo) - Universidade Católica de Santos, Santos, 2014.

ANDRADE, L. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

BALLOU, R. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Logística Empresarial**. 5ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BAMBURRY, D. Drones: Designe for Product Delivery. **DMI**. p. 40-48. Spring 2015.

BEASLEY, J. Route first - cluster second methods for vehicle routing. **Omega**. v.11, n .4, p. 403–408, 1983.

CAMPELLO, R. MACULAN, N. **Algoritmos e Heurísticas: desenvolvimento e avaliação de performance**. EDUFF. Rio de Janeiro. 1994.

CALDWELL, C. New UPS trucks designed to add drone on top (SLIDESHOW). **Jacksonville Business Journal**. 09/02/2015. Disponível em: <http://www.bizjournals.com/jacksonville/blog/morning-edition/2015/02/new-ups-trucks-designed-to-add-drone-on-top.html>. Acesso em: 02.maio.2016.

CATALANI, L. et al. **E-commerce**. São Paulo: FGV, 2004.

CHRISTOFIDES, N. The vehicle routing problem. **Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle**. V. 10, n. 1 p. 55-70, 1976.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CORDENONSI, A.Z. **Ambientes, Objetos e Dialogicidade: Uma Estratégia de Ensino Superior em Heurísticas e Metaheurísticas**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul. 2008.

CUNHA, C. **Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais**. 2009, 24 p. Trabalho acadêmico (Artigo) - Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

CUNHA, C. **Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais**. 1997, 222p. Tese (Doutorado) - EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1997.

D'ANDREA, R. Can Drones Deliver? **IEEE Transactions On Automation Science and Engineering**. v. 11, n. 3, p. 647-648, jul. 2014.

DIAZ, A. **Optomización Heurística y Redes Neurales**. Parainfo. Madri, 1996.

DEVILLE, Y. et al. On the Min-cost Traveling Salesman Problem with Drone. **Technical Report**. Disponível em: arXiv:1512.01503v4 [cs.AI]. Acesso em: 02.maio.2016.

EUROPEAN AVIATION SAFETY AGENCY (EASA). 2015. **Concept of Operations for Drones A risk based approach to regulation of unmanned aircraft**. Disponível em: <[https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/204696\\_EASA\\_concept\\_drone\\_brochure\\_web.pdf](https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/204696_EASA_concept_drone_brochure_web.pdf)>. Acesso em: 02.maio.2016.

EUROPEAN AVIATION SAFETY AGENCY (EASA). 2016. **Civil drones (Unmanned aircraft)**. Disponível em: <<https://www.easa.europa.eu/easa-and-you/civil-drones-rpas>>. Acesso em: 02.maio.2016.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (FAA). **Amazon Gets Experimental Airworthiness Certificate**. 19/03/2015. Disponível em: <<http://www.faa.gov/news/updates/?newsId=82225&cid=TW303>>. Acesso em: 02.maio.2016a.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (FAA). FAA Announces Small UAS Registration Rule. **Press Release**. 14/12/2015. Disponível em: <[https://www.faa.gov/news/press\\_releases/news\\_story.cfm?newsId=19856](https://www.faa.gov/news/press_releases/news_story.cfm?newsId=19856)>. Acesso em: 02.maio.2016b.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (FAA). DOT and FAA Propose New Rules for Small Unmanned Aircraft Systems. **Press Release**. 15/02/2015. Disponível em: <[http://www.faa.gov/news/press\\_releases/news\\_story.cfm?newsId=18295](http://www.faa.gov/news/press_releases/news_story.cfm?newsId=18295)>. Acesso em: 02.maio.2016c.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (FAA). **Section 333**. 11/02/2016. Disponível em: <[https://www.faa.gov/uas/legislative\\_programs/section\\_333/](https://www.faa.gov/uas/legislative_programs/section_333/)>. Acesso em: 02.maio.2016.

FORÇA AÉREA BRASILEIRA (FAB). Comando da aeronáutica publica nova legislação sobre drones. **Agência Espacial Brasileira**. 4/12/2015. Disponível em: <<http://www.aeb.gov.br/comando-da-aeronautica-publica-nova-legislacao-sobre-drones/>>. Acesso em: 02.maio.2016.

FRANKE, U. Civilian Drones: Fixing an Image Problem?. **The International Relations and Security Network (ISN)**. 26.jan.2015. Disponível em: <http://isnblog.ethz.ch/security/civilian-drones-fixing-an-image-problem>. Acesso em: 23.nov.2015.

GOLBARG, M.; LUNA, H. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1999.

HARRISON, K. Forget Amazon And Google, The Workhorse Truck Could Be First To Use Drones To Deliver Packages. **Forbes**. 16/11/2015. Disponível em: <<http://www.forbes.com/sites/kateharrison/2015/11/16/forget-amazon-and-google-the-workhorses-truck-could-be-first-to-use-drones-to-deliver-packages/#2eebd0452bf5>>. Acesso em: 02.maio.2016.

HERN, A. DHL launches first commercial drone 'parcelcopter' delivery service. **The Guardian**. Disponível em: <http://www.theguardian.com/technology/2014/sep/25/german-dhl-launches-first-commercial-drone-delivery-service>. Acessado em: 02.nov.2015.

HILLIER, F.; LIEBERMAN, G. **Introdução a Pesquisa Operacional**. Porto alegre: AMGH 2013.

Inovação Tecnológica. **Legislação sobre drones e VANTs no Brasil**. 27/02/2015. Disponível em: <<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=legislacao-de-drones-vants-brasil#.VvKbO-IrLIV>>. Acesso em: 02.abril.2016.

LAVARS, N. Amazon to begin testing new delivery drones in the US. **Gizmag**. 12/04/2015. Disponível em: <<http://www.gizmag.com/amazon-new-delivery-drones-us-faa-approval/36957/>>. Acesso em: 02.maio.2016.

NICAS, J.; BENSINGER, G. Delivery Drones Hit Bumps on Path to Doorstep. **The Wall Street Journal**. Disponível em: <<http://www.wsj.com/articles/technical-hurdles-delay-drone-deliveries-1426867441>>. Acesso em: 05.nov.2015.

PILEGGE, G.; Rosa, R. **Avaliação da logística de distribuição de produtos em uma empresa de e-commerce**. 2006, 12 p. Trabalho acadêmico (Artigo) – Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, SP, 2006.

POPPER, B. UPS researching delivery drones that could compete with Amazon's Prime Air. **The Verge**. 03.dez.2013. Disponível em: <<http://www.theverge.com/2013/12/3/5169878/ups-is-researching-its-own-delivery-drones-to-compete-with-amazons>>. Acesso em: 02.nov.2015.

QUIMBY, T. Truck-based delivery drone granted FAA exemption. **Hard Working Trucks**. 01/05/2016. Disponível em: <<http://www.hardworkingtrucks.com/truck-based-delivery-drone-granted-faa-exemption/>>. Acesso em: 02.maio.2016.

REGULAMENTAÇÃO ANAC DRONES. **DoctorDrone**. 2/11/2015. Disponível em: <<http://doctordrone.com.br/regulamentacao-anac-drones/>>. Acesso em: 2.maio.2016.

ROBINETTE, Tom. HorseFly 'Octocopter' Primed to Fly the Future to Your Front Door. **University of Cincinnati**. 6/4/2014. Disponível em: <<http://www.uc.edu/news/nr.aspx?id=19929>>. Acesso em: 02.maio.2016.

SELONG, L.; KRIPKA R. Otimização De Roteiros: Estudo De Caso De Uma Distribuidora De Ferro De Passo Fundo/Rs Para A Região. **CIATEC**. Passo Fundo, v.1, p. 14-31, 2009.

SHAW, I. The Rise of the Predator Empire: Tracing the History of U.S. Drones, **Understanding Empire**. Disponível em: <<https://understandingempire.wordpress.com/2-0-a-brief-history-of-u-s-drones/>>. Acesso em: 24.nov.2015.

SILVA, E. Drones: Entregadores do futuro. **Mundo Logística**. São Paulo, n. 40, p.8-10, maio/jun. 2014.

SILVEIRA, J. **Problema do Caixeiro Viajante**. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/caixeiro.html>>. Acesso em: 04.jun.2016.

THOMPSON, A. **Post Office Might Be Next Electric Truck/Drone Customer For Loveland Company**. Disponível em: <<http://wvxu.org/post/post-office-might-be-next-electric-truckdrone-customer-loveland-company#stream/0>>. Acesso em: 04.jun.2016.

VANIAN, J. Amazon's Drone Testing Takes Flight In Yet Another Country. **Fortune**. 01/02/2016. Disponível em: <<http://fortune.com/2016/02/01/amazon-testing-drones-netherlands/>>. Acesso em: 02/maio.2016a.

VANIAN, J. Here's How Many People Have Registered Their Drones. **Fortune**. 06/02/2016. Disponível em: <<http://fortune.com/2016/01/06/federal-drone-registration-system/>>. Acesso em: 02/maio.2016b.

WOHLSEN, M. The Next Big Thing You Missed: Amazon's Delivery Drones Could Work—They Just Need Trucks. **Wired**. 06.out.2014. Disponível em: <<http://www.wired.com/2014/06/the-next-big-thing-you-missed-delivery-drones-launched-from-trucks-are-the-future-of-shipping/>>. Acesso em: 22.nov.2015.