

Tech. Edu. J. 14(4): 765-774, Autumn 2020



## Technology of Education Journal (TEJ)

Homepage: [jte.sru.ac.ir](http://jte.sru.ac.ir)

### ORIGINAL RESEARCH PAPER

## Exploring the impacts of using Geogebra software on secondary school students' misconceptions in trigonometric functions

**F.Radmehr\***, **H.Rahimian***Department of Applied Mathematics, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University, Mashhad, Iran*

#### ABSTRACT


Received: 24 March 2020  
Reviewed: 4 June 2020  
Revised: 22 July 2020  
Accepted: 18 August 2020

#### KEYWORDS:

Educational software  
Geogebra  
Misconception  
Trigonometric Functions  
Upper secondary school students

\* Corresponding author

 [f.radmehr@um.ac.ir](mailto:f.radmehr@um.ac.ir)

 (+98915) 6240532

**Background and Objectives:** Previous studies in Iran have explored the impact of using technology on improving students' mathematical understanding. However, no study was conducted in relation to the impact of using technology on students' mathematical misconceptions. This study explored the impact of using software in developing students' misconceptions. In detail, the impact of using GeoGebra software on secondary school students' misconceptions related to concepts such as angle scale, trigonometric angles, periodicity, minimum and maximum of trigonometric functions were explored using a two-tier diagnostic test.

**Methods:** The statistical population of this study comprises all grade 11 students of Golbahar and Golmakan in the academic year 2015-2016. Three classes were chosen from two different schools in these cities, one was considered as the control group (40 students) and the other two classes were considered as the experimental groups (26 students). The instruments were a pre-test and a post-test (two-tier diagnostic test). Four categories of misconceptions were identified based on the relevant literature and students' responses to the pre-test. Finally, these misconceptions were analyzed by the chi-square test.

**Findings:** The findings showed that Geogebra software helped students in the experimental group enormously in understanding concepts such as periodicity, identifying minimum and maximum of trigonometric functions, and prevented developing misconceptions related to them. Analyzing students' responses in the control group that received traditional teaching showed that several students were not able to calculate the periodicity of trigonometric functions. This difficulty was observed both when students calculated the periodicity from the graphs and also when calculated the periodicity from the algebraic form of trigonometric functions. The strength of using the software includes observing many trigonometric graphs in the software environment, the ability to place trigonometric functions with different input on a coordinate axis and comparing them, and the manipulations performed by the students themselves on trigonometric graphs. These strengths prevented students from developing misconceptions about the concepts of frequency and minimum and maximum values. However, in relation to trigonometric angles, using the software caused developing more misconceptions for the experimental group, and had no significant impact on preventing misconceptions in relation to the scale of angle. It seems that due to the nature of the angle scale, in which the conversion from radians to degrees (or vice versa) is done by a series of mathematical operations, using Geogebra could not impact students' misconceptions in this matter.

**Conclusion:** The results of this study indicate that teachers should be very cautious in selecting and using teaching aids in the classroom to prevent developing mathematical misconceptions associated with using the teaching aids. Therefore, we recommend mathematics education researchers and mathematics curriculum planners to conduct several studies on different software programs frequently used in mathematics classes, determine the pros and cons of these tools, and share their results with mathematics teachers. Sharing these results will help mathematics teachers to adapt their teaching accordingly based on the findings of these empirical studies.



NUMBER OF REFERENCES

29



NUMBER OF FIGURES

0



NUMBER OF TABLES

4

## مقاله پژوهشی

## بررسی اثرات استفاده از نرم‌افزار آموزشی جنوجبرا بر بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه دوم دوره متوسطه در مبحث توابع مثلثاتی

فرزاد رادمهر\*، حوریه رحیمیان

گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران

## چکیده

**پیشینه و اهداف:** پژوهش‌های گذشته در ایران به تأثیر استفاده از فناوری بر ارتقای یادگیری ریاضی دانش‌آموزان پرداخته است. در حالیکه پژوهشی در ارتباط با تأثیر استفاده از فناوری بر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان صورت نپذیرفته است. این پژوهش به بررسی نقش استفاده از نرم‌افزار در ایجاد بدفهمی‌های ریاضی پرداخته است. بدین منظور تأثیر استفاده از نرم‌افزار جنوجبرا بر بدفهمی‌های مربوط به مقیاس زاویه، مفهوم زاویه مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفاهیم حداقلی و حداکثری در مبحث توابع مثلثاتی در میان دانش‌آموزان پایه دوم دوره متوسطه دوم از طریق آزمون تشخیصی دولایه مورد پژوهش قرار گرفت. یکی از نوآوری‌های این پژوهش استفاده از آزمون تشخیصی دولایه برای کشف بدفهمی‌های حاصل از استفاده از نرم‌افزار است.

**روش‌ها:** جامعه آماری این تحقیق کلیه دانش‌آموزان پایه دوم دوره متوسطه دوم شهرستان‌های گلبهار و گلکان در سال تحصیلی ۲۰۱۵-۲۰۱۶ بوده است. سه کلاس از کلاس‌های دوم دبیرستان از دو مدرسه مختلف این شهرستان‌ها انتخاب و یکی از آن‌ها به‌عنوان گروه کنترل (۴۰ دانش‌آموز) و دو کلاس دیگر به‌عنوان گروه آزمایش (۲۶ دانش‌آموز) در نظر گرفته شد. ابزار اندازه‌گیری، پیش‌آزمون و پس‌آزمون (آزمون تشخیصی دولایه) بوده است. با مطالعه پیشینه تحقیق و استفاده از پاسخ‌های دانش‌آموزان در پیش‌آزمون، چهار دسته از بدفهمی‌ها شناسایی گردید که در نهایت، این بدفهمی‌ها با آزمون کای‌دو تحلیل گردید.

**یافته‌ها:** نتایج آزمون تشخیصی دولایه نشان داد که نرم‌افزار جنوجبرا در درک مفاهیمی چون تناوب و تشخیص مقدار اکسترمم‌های توابع مثلثاتی به دانش‌آموزان گروه آزمایش بسیار کمک کرده و مانع از بدفهمی‌های مرتبط با آن شده است. بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان گروه کنترل که تدریس به روش سنتی برای آن‌ها صورت گرفت، نشان داد برخی از دانش‌آموزان نتوانستند دوره‌ی تناوب توابع مثلثاتی را محاسبه نمایند. این مشکل هم در محاسبه دوره‌ی تناوب توابع مثلثاتی به کمک نمودار و همه محاسبه آن به کمک ضابطه توابع مثلثاتی مشاهده شد. از جمله نقاط قوت استفاده از نرم‌افزار می‌توان به مواردی همچون مشاهده‌های پرتکرار نمودارهای توابع مثلثاتی در محیط نرم‌افزار، امکان قرار دادن توابع مثلثاتی با مقادیر مختلف از متغیرهای ورودی بر روی یک محور مختصات و مقایسه آن‌ها و دستکاری‌هایی که توسط خود دانش‌آموزان بر روی نمودارهای توابع مثلثاتی انجام شد، اشاره کرد. نقاط قوت ذکر شده، باعث شدند از به‌وجود آمدن بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مفاهیم تناوب و مقادیر حداقلی و حداکثری جلوگیری شود. در خصوص مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی، بالعکس این نرم‌افزار تا حدی باعث ایجاد بدفهمی‌های بیشتر در گروه آزمایش شد، اما در جلوگیری از بروز بدفهمی‌های مربوط به مفهوم مقیاس زاویه، اثر معناداری از کاربرد نرم‌افزار مشاهده نگردید. به نظر می‌رسد به دلیل ماهیت مقیاس زاویه، که در آن تبدیل از رادیان به درجه (و یا بالعکس) به وسیله یک سری عملیات ریاضی انجام می‌شود، استفاده از جنوجبرا نتوانست بر بدفهمی‌های دانش‌آموزان در این قسمت تأثیری بگذارد.

**نتیجه‌گیری:** نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که معلمان باید نهایت دقت را در انتخاب و استفاده از ابزار کمک آموزشی در کلاس‌های درس به کار برده تا از به‌وجود آمدن بدفهمی‌های ریاضی به علت استفاده از ابزار کمک آموزشی حد الامکان جلوگیری شود. لذا توصیه می‌گردد پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی و برنامه ریزان درسی حوزه ریاضی با انجام پژوهش‌های متعدد بر روی نرم‌افزارهای رایج مورد استفاده در کلاس‌های ریاضی، به شناسایی نقاط قوت و ضعف این ابزارها بیشتر پرداخته و نتایج آنها را در اختیار معلمان ریاضی قرار دهند. به اشتراک گذاری این نتایج به معلمان ریاضی کمک می‌نماید تا محتوای آموزشی خود را با توجه به نقاط قوت و ضعف این ابزارها، تطبیق دهند.

تاریخ دریافت: ۵ فروردین ۱۳۹۹  
تاریخ داوری: ۱۵ خرداد ۱۳۹۹  
تاریخ اصلاح: ۱ مرداد ۱۳۹۹  
تاریخ پذیرش: ۲۸ مرداد ۱۳۹۹

## واژگان کلیدی:

نرم‌افزار آموزشی  
جنوجبرا  
بدفهمی  
توابع مثلثاتی

دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه دوم

\* نویسنده مسئول

f.radmehr@um.ac.ir

۰۹۱۵-۶۲۴۰۵۳۲

## مقدمه

یکی از دروس مهم در برنامه درسی دوره دبیرستان، مبحث مثلثات می‌باشد. توابع مثلثاتی یک پیشنیاز مهم برای درک موضوعاتی در فیزیک، معماری، نقشه‌برداری و بسیاری از شاخه‌های دیگر مهندسی می‌باشد. علاوه بر این، مثلثات یکی از موضوعات قدیمی از ریاضیات است که جبر، هندسه و استدلال‌های نموداری را به یکدیگر پیوند می‌دهد و می‌تواند زمینه‌هایی را برای فهم حسابان مهیا کند [۱]. تحقیقات در حوزه‌ی آموزش ریاضی بر روی مبحث مثلثات محدود می‌باشد [۲،۳] و در این تحقیقات نشان داده شده است که دانش‌آموزان درک ناقص و پراکنده‌ای از موضوعات مطرح شده در مبحث مثلثات دارند [۴،۵].

نکته قابل توجه این است که هرچا بحث آموزش و یادگیری در میان باشد امکان فراگیری ناقص و نادرست برخی از مطالب و مفاهیم مورد آموزش و به تعبیر دیگر بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آن‌ها مطرح است. در مبحث مثلثات هم از جمله در حوزه‌های مهمی نظیر مقیاس زاویه، مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفاهیم حداقلی و حداکثری، این پنداشته‌های غلط و بدفهمی‌ها بنا بر دلایل مختلف و با شیوه‌های متفاوت توسط معلمان و شاگردان بروز می‌نماید که عرصه‌ی آن‌ها را از اشکالات و ابهام‌های جزیی تا ناتوانی‌های گسترده و مهم می‌توان تصور کرد. بدفهمی‌ها در واقع چگونگی شکل‌گیری ناقص دانش و تجربه‌ی ریاضی یک شاگرد را در یک موقعیت یاددهی - یادگیری ریاضی نشان می‌دهد و تأکید بر آن است که باید شناسایی و ریشه‌یابی گردد [۶]. استفاده از منابع درسی خوب، مواد درسی مورد نیاز و مناسب، مانند تجهیزات از جمله راهکارهای رفع موانع، مشکلات و بدفهمی‌ها می‌باشد؛ که هر کدام از این موارد می‌تواند به گسترش درک و بالا رفتن اعتماد به نفس دانش‌آموزان در توانایی‌های ریاضی آن‌ها کمک کند [۷،۸]. از جمله ابزارهایی که می‌تواند در رفع موانع، مشکلات و بدفهمی‌ها کمک کند، فناوری می‌باشد. امروزه فناوری به صورت یک عامل رو به گسترش در زندگی روزمره در آمده است و به طور هم‌زمان سازمان‌های آموزشی شروع به گسترش استفاده از فناوری‌های استاندارد برای تلفیق فناوری در امر یاددهی و یادگیری می‌کنند [۹].

دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده مناسب از فناوری به فهم عمیقی از ریاضیات نائل شوند و همچنین این ابزار می‌تواند به دانش‌آموزان فرصتی برای تمرکز روی تصمیم‌سازی، استدلال، بازتاب و حل مسئله دهد. قدرت فناوری و استفاده گسترده از آن، این امر را ممکن می‌سازد که با بازنگری مجدد در آنچه که می‌خواهیم به دانش‌آموزان تدریس کنیم، مواد درسی طوری ارائه گردد که یادگیری به بهترین نحو صورت پذیرد [۱۰].

با توجه به مقدمه‌ی ذکر شده، هدف از این پژوهش پاسخ به سؤال ذیل است:

تدریس مبتنی بر نرم‌افزارهای ریاضیات چه تأثیری بر بدفهمی‌های مربوط به مقیاس زاویه، مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفاهیم

حداقلی و حداکثری در مبحث توابع مثلثاتی، دارد؟  
واژه‌ی «بدفهمی» در متون پژوهش معمولاً برای بیان موقعیتی به کار می‌رود که در آن ایده‌ای که دانش‌آموز از یک مفهوم در ذهن می‌سازد با ایده‌ی کارشناسان آن علم در تقابل باشد. این موقعیت با جایی که در آن یک خطای سهوی اتفاق می‌افتد تفاوت دارد زیرا موجب بروز خطاهای مفهومی نظام‌مند می‌شود یعنی اشتباهاتی که در موقعیت‌های مشابه نیز اتفاق می‌افتد [۱۱]. برخی از بدفهمی‌ها بر اثر یاددهی نامناسب، تفکر غیررسمی یا یادآوری ضعیف گذشته ایجاد می‌شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری شود [۱۲]. در حوزه‌ی مثلثات نیز ماهیت پیچیده از موضوع باعث می‌شود که درک مفهومی این قسمت، برای دانش‌آموزان دشوار باشد. این ماهیت پیچیده به دلیل اینکه برای استفاده از توابع مثلثاتی به استدلال هندسی و استدلال جبری نیاز است، به وجود می‌آید [۳].

موور طبق گزارش‌هایی که با موضوع یادگیری مثلثات توسط دانش‌آموزان انجام شده است، بیان می‌کند هنگامی که دانش‌آموزان درباره‌ی توابع مثلثاتی استدلال کنند، با مشکل مواجه می‌شوند. اغلب مشاهده شده است که ارتباط‌های شناختی محدودی بین زمینه‌های مختلف حوزه‌ی مثلثات وجود دارد [۲]. به نظر می‌رسد که دانش‌آموزان فاقد درک بنیادی لازم برای ساخت این اتصالات می‌باشند. این درک بنیادی شامل مفاهیم اندازه‌گیری زاویه، رادیان به عنوان یک واحد اندازه‌گیری و نقش دایره واحد در مثلثات می‌باشد [۳]. به عنوان نمونه برخی از پژوهشگران نشان دادند که دانش‌آموزان درک ناقصی درباره‌ی اندازه‌گیری زاویه به وسیله‌ی مقیاس درجه [۴،۱۳] و به وسیله‌ی مقیاس رادیان [۱۶-۴، ۳] دارند.

شاما در بررسی مشکلات دانش‌آموزان در قسمت مربوط به مفهوم تناوب توضیح می‌دهد که دانش‌آموزان یک الگوی تکراری را به عنوان معنای مفهوم تناوب به کار می‌برند. در حقیقت آن‌ها تنها یک رابطه‌ی تصویری از این مفهوم در ذهن خود می‌سازند. همچنین دانش‌آموزان تمایل دارند که تنها قسمتی از نمودار که بین نقاط پیوستگی رسم شده است را به عنوان بازه‌ی برای مشخص کردن دوره‌ی تناوب در نظر بگیرند [۱۷]. شکی وجود ندارد که دوره‌ی تناوب یک ایده‌ی بسیار مهم در مبحث مثلثات می‌باشد. بهتر است که این قسمت از درس مورد توجه معلمان قرار گیرد و برای غنی‌سازی و تقویت دانش یادگیرندگان، کلاس‌های خود را به ابزارها و ایده‌هایی برای نمایش نمودارهای توابع در طول تدریس مجهز کنند [۱۸].

همچنین براون در پژوهش خود بیان می‌کند که دانش‌آموزان در ساخت ارتباط پایه‌ای بین یک دایره‌ی مثلثاتی و نمودارهای تابع سینوس ناتوان هستند؛ یعنی دانش‌آموزان از موقعیت نقطه‌ی دلخواه روی دایره‌ی مثلثاتی و جایگاه این نقطه‌ی دلخواه بر روی نمودار تابع سینوس آگاه نیستند [۴]. دانستن ارتباط بین دایره‌ی واحد مثلثاتی و نمودارهای مثلثاتی برای درک عمیق از مبحث مثلثات بسیار مهم هستند. این

بدهمی‌های مربوط به مقیاس زاویه، مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفاهیم حداقلی و حداکثری در مبحث توابع مثلثاتی دارد؟» به عبارت دیگر می‌خواهد تأثیر متغیر مستقل (اثر نرم‌افزار جئوجبرا در فرآیند یاددهی - یادگیری ریاضی) بر متغیر وابسته (بدهمی‌های مربوط به مقیاس زاویه، مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفاهیم حداقلی و حداکثری در مبحث توابع مثلثاتی) را بررسی کند. از آنجائیکه در تحقیقات تجربی متغیرهای مستقل دستکاری می‌شوند، سایر متغیرها به‌جز متغیرهای وابسته ثابت نگه داشته شده و کنترل می‌شوند و نهایتاً تأثیر متغیر مستقل بر متغیرهای وابسته مشاهده می‌شوند؛ بنابراین روش مناسب برای انجام این پژوهش، روش تجربی است. در این پژوهش جامعه‌ی آماری عبارتند از کلیه‌ی دانش‌آموزان سال دوم دبیرستان رشته‌ی ریاضی و تجربی در شهرستان گلبهار و گلمکان که در سال تحصیلی ۲۰۱۵-۲۰۱۶ مشغول به تحصیل بوده‌اند. در این تحقیق، سه کلاس از کلاس‌های دوم دبیرستان از دو مدرسه مختلف انتخاب و با توجه به طرح آزمایشی به تصادف، یکی از آن‌ها به‌عنوان گروه کنترل و دو کلاس دیگر به‌عنوان گروه آزمایش در نظر گرفته شد. در واقع در این تحقیق، از روش نمونه‌گیری در دسترس به صورت هدفمند استفاده شده است. برای تعیین حجم نمونه از نرم‌افزار PASS و نتایج به دست آمده از مقاله «اثر نرم‌افزار آموزشی کبری بر روی بدهمی‌های دانش‌آموزان راهنمایی در مبحث نمودارهای درجه دو» کمک گرفته شد. با توجه به نتایج این مقاله و با در نظر گرفتن حداقل توان ۸۰٪ در آزمون  $t$  و سطح معناداری ۵٪ برای دو گروه مستقل اطلاعات مورد نظر استخراج شد. میانگین و انحراف استاندارد گروه کنترل به ترتیب ۵۱/۹۷ و ۱۹/۹۶ و برای گروه آزمایش ۵۰/۰۷ و ۱۹/۰۸ گزارش شد و حداقل حجم نمونه برای انجام تحقیق در گروه کنترل و آزمایش ۳۳ نفر می‌باشند.

جدول ۱: فراوانی آماری نمونه‌ی پژوهش  
Table 1: Statistical frequency of research sample

Group	Number of students	Frequency of students majoring in mathematics and physics	Number of students majoring in natural science
Experimental group	26	16	10
Control group	40	-	40

پس از تعیین گروه‌های آزمایش و کنترل، پیش‌آزمون با هدف اطمینان از برابری یا معادل بودن میزان توانایی و آگاهی دانش‌آموزان دو گروه در متغیر وابسته «بدهمی» برگزار شد. سپس گروه آزمایش در یک دوره آموزشی ۵ جلسه‌ای (هر جلسه دوساعت) با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا مبحث توابع مثلثاتی را آموزش دیدند؛ اما برای گروه کنترل تنها تدریس به روش سنتی صورت گرفت. پس از پایان جلسات آموزشی، آزمون نهایی برای هر دو گروه کنترل و آزمایش برگزار شد. هدف از این آزمون سنجش تغییرات متغیر وابسته است که فرض می‌شود متغیر مستقل علت آن است. پیش از برگزاری آزمون‌ها اعتبار محتوای آن‌ها توسط سه

یافته‌ها نشان می‌دهد که باید زمان بیشتری را به تدریس و توسعه درک بنیادی مفاهیم حوزه‌ی مثلثات اختصاص داد. همچنین روش‌های تدریس سنتی مثلثات نمی‌تواند به دانش‌آموزان در غلبه بر مشکلات موجود در این قسمت، کمک کند [۳].

در پژوهشی تحت عنوان «اثر نرم‌افزار آموزشی کبری بر روی بدهمی‌های دانش‌آموزان راهنمایی در مبحث نمودارهای درجه دو» که کوکولو و تاپکو بر روی ۴۴ دانش‌آموز کلاس دهم در کشور ترکیه با استفاده از روش شبه‌تجربی انجام داده است. در گروه آزمایش معلم برای تدریس خود از نرم‌افزار کبری استفاده کرده است و فرصت استفاده از این نرم‌افزار در اختیار دانش‌آموزان قرار داده شده است. در گروه کنترل تدریس مبحث توابع درجه دو به روش سنتی صورت گرفته است. این بررسی‌ها نشان داد که این ابزار کمک آموزشی باعث شده است که فراوانی بدهمی‌های گروه آزمایش در پایان دوره از گروه کنترل کمتر شود. همچنین یک تفاوت معناداری بین نمرات کسب شده در دو گروه وجود داشت به طوری که نمرات گروه آزمایش در آزمون توابع درجه دو به طور معناداری از نمرات گروه کنترل بیشتر بوده است [۱۹].

در حوزه‌ی استفاده از فناوری آموزشی در ایران، به‌عنوان نمونه خوشه‌چرخ و همکاران گزارش داده‌اند که عملکرد دانش‌آموزان گروه آزمایش که هندسه را با کمک نرم‌افزار جئوجبرا فراگرفته بودند، به طور قابل ملاحظه‌ای بهتر از عملکرد دانش‌آموزانی است که به شیوه سنتی آموزش دیده بودند [۲۰]. در پژوهشی دیگر، یافنه‌ها حاکی از آن است که استفاده از جئوجبرا در مبحث بهینه‌سازی درس حسابان، باعث بهبود عملکرد دانش‌آموزان در حل مسایل می‌شود [۲۱].

علی‌رغم وجود نمونه‌های مذکور، باید گفت که تعداد این قبیل پژوهش‌ها راجع به تأثیر استفاده از فناوری بر ارتقای یادگیری دانش‌آموزان، به ویژه تأکید بر مفاهیم خاص و استفاده از فناوری در جهت فراهم کردن موقعیت برای حدس علمی دانش‌آموزان و یا حل مسئله، اندک است [۲۲]. حال آنکه رادیچ بیان می‌کند دانش‌آموزانی که کتاب الکترونیکی تعاملی را استفاده کردند یادگیری آن‌ها به شدت ارتقا پیدا کرده و درک عمیقی در درس خود پیدا کردند. این محیط تعاملی برای یادگیری درس سبب شد دانش‌آموزان انگیزه بیشتری برای انجام تکالیف خود چه در مدرسه و چه در خانه داشته‌باشند [۲۳].

برای نخستین بار این پژوهش با هدف بررسی نقش نرم‌افزار در ایجاد بدهمی یا جلوگیری از آن، به بررسی تأثیر استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا بر بدهمی‌های توابع مثلثاتی در میان دانش‌آموزان سال دوم دوره‌ی متوسطه پرداخت. همچنین وجه دیگر نوآوری این تحقیق استفاده از آزمون تشخیصی دولایه برای کشف بدهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث توابع مثلثاتی، است.

## روش تحقیق

هدف از انجام پژوهش پاسخ به این سؤال است که استفاده از جئوجبرا به عنوان ابزاری در فرآیند یاددهی - یادگیری ریاضی چه تأثیری بر

## نتایج و بحث

دسته‌بندی بدفهمی‌های موجود در پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون تشخیصی دولایه

در آزمون تشخیصی دولایه، در یک سطح، انتخاب گزینه صحیح - به زعم دانش‌آموز و در سطحی دیگر دلیل این انتخاب از سوی دانش‌آموز، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای رسیدن به نوع بدفهمی دانش‌آموزان، چهار دسته از بدفهمی‌ها که مربوط به: زاویه‌ی مثلثاتی، تبدیل مقیاس رادیان به درجه، مفهوم دوره‌ی تناوب، و مفاهیم حداقلی و حداکثری بودند در قالب سؤالاتی گنجانده شدند.

### مقیاس زاویه

در این قسمت بنا به ادبیات تحقیق تنها تبدیل مقیاس رادیان به درجه مورد توجه محققان قرار گرفت و از بررسی توانایی دانش‌آموزان در تبدیل درجه به رادیان صرف نظر شد.

### مفهوم زاویه مثلثاتی

در این قسمت دو مورد بدفهمی در پاسخ‌های دانش‌آموزان مشاهده شد. نبود درک کافی از زاویه‌های بزرگتر از  $360^\circ$  درجه بر روی نمودار و همچنین عدم درک زاویه‌های منفی از جمله موارد مشاهده شده، می‌باشد. انتخاب هر کدام از گزینه‌ها و دلایل مربوط به آن‌ها توسط دانش‌آموزان نشان‌دهنده‌ی وجود این بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان می‌باشد.

در پاسخ به سؤال ۱- قسمت الف (سؤالات پس‌آزمون)، برای یافتن مقدار  $\cos(40^\circ)$  برخی از دانش‌آموزان در این قسمت برای یافتن زاویه‌ی  $40^\circ$  درجه دچار مشکل بودند. چون این زاویه بزرگتر از  $360^\circ$  درجه می‌باشد، همانطور که بر روی دایره‌ی مثلثاتی مقدار بیشتر از  $360^\circ$  درجه را از مبدأ نشان می‌دهیم، بر روی نمودار نیز از مبدأ نمودار شروع به حرکت کردند و زاویه‌ی  $40^\circ$  درجه را به عنوان پاسخ صحیح این سؤال مشخص کرده‌اند.

جدول ۲: مستند بدفهمی‌ها در سؤالات پس‌آزمون

Table 2: Authentication of misconceptions in post-test questions

Misconceptions' categories	Authentication
Scale of angle	-Research literature [2,4,77,13,14,15,16] - Pre-test
Trigonometric angle	- Pre-test
Periodicity	-Research literature [1,3]
Minimum and maximum	-Research literature [1,3,15]

این پاسخ از دانش‌آموزان نشان‌دهنده‌ی عدم وجود ارتباط صحیح بین جایگاه مؤلفه‌ها بر روی دایره‌ی مثلثاتی و نمودارهای مثلثاتی برای آنان می‌باشد. همانطور که در کلاس درس نیز مشاهده شد اکثر دانش‌آموزان درک درستی از جایگاه زاویه‌های منفی بر روی دایره‌ی مثلثاتی ندارند در نتیجه در هنگام گذر از دایره‌ی مثلثاتی به نمودار تابع مثلثاتی دچار

استاد آموزش ریاضی و نیز چهار تن از دبیران ریاضی مقطع دبیرستان، مورد بررسی قرار گرفت و اصلاحات آنان اعمال گردید. سؤالات این آزمون‌ها با تکیه بر اهداف کتاب ریاضی سال دوم دبیرستان از قسمت مثلثات، به صورت آزمون تشخیصی دولایه ۲ طراحی شد.

### آزمون تشخیصی دولایه

روش‌های گسترده‌ای همچون آزمون‌های چندگزینه‌ای، مصاحبه و سؤالاتی پاسخ‌باز برای ارزیابی مفاهیم شکل گرفته در ذهن دانش‌آموزان، استفاده می‌شود. این در حالی است که بسیاری از محققان ادعا می‌کنند که تشخیص بدفهمی‌های دانش‌آموزان به وسیله‌ی ابزارهای سنتی، دشوار می‌باشد [۲۴]. برخی از آموزشگران علوم از آزمون‌های تشخیصی دولایه برای تشخیص بدفهمی‌های دانش‌آموزان استفاده کرده‌اند و نتایج قابل قبولی را گزارش کرده‌اند [۲۵،۲۶،۲۷،۲۸]. این آزمون شامل دولایه می‌باشد در ابتدا سؤال مورد نظر بیان می‌شود. در لایه‌ی اول چند گزینه برای پاسخ سؤال طرح می‌شود، یکی از گزینه‌ها پاسخ صحیح سؤال می‌باشد. برای طراحی گزینه‌های پاسخ سؤال، می‌توان از گزاره‌ها و بخش‌هایی از نقشه‌ی مفهومی مبحثی که مورد سؤال قرار گرفته شده است، استفاده نمود. در لایه‌ی دوم مجموعه‌ای از دلایل در اختیار دانش‌آموز قرار داده می‌شود که هر کدام دلیلی برای هر گزینه در لایه‌ی اول می‌باشند. این دلایل شامل پاسخ‌هایی علمی و بدفهمی‌های ممکن دانش‌آموزان در مبحثی که مورد سؤال قرار گرفته شده، می‌باشد. در نتیجه تنها یکی از گزینه‌ها باید انتخاب شود. در این قسمت دانش‌آموزان نیاز دارند که گزینه‌ی انتخابی خود را (در لایه‌ی اول) به وسیله‌ی دلیل (در لایه‌ی دوم) توجیه کنند [۱۹]. نمونه‌ای از سؤالات آزمون‌های استفاده شده در این پژوهش به قرار زیر است: برد تابع  $y = a \cos(bx)$  کدامیک از گزینه‌های زیر است:

لایه اول:

الف)  $[-1, 1]$  (ب)  $[b, -b]$  (ج)  $[a, -a]$

لایه دوم:

الف) چون برد به ضریب  $x$  بستگی دارد.

ب) چون برد به مقدار  $a$  بستگی دارد.

ج) برد تابع کسینوس همواره ثابت است.

هدف از طراحی سؤالات به صورت آزمون تشخیصی دولایه یافتن بدفهمی‌های دانش‌آموزان در حوزه‌ی مثلثات و به طور خاص‌تر، توابع مثلثاتی می‌باشد. برای رسیدن به این منظور، محقق از چهار دسته بدفهمی‌های موجود در این مبحث برای طراحی سؤالات پس‌آزمون استفاده کرده است. این چهار دسته بدفهمی از روی ادبیات تحقیق و همچنین از مشاهده و بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان در قسمت پیش‌آزمون، گردآوری شده است. جدول ۲ انواع بدفهمی‌های در نظر گرفته شده در هر سؤال و مستندات مربوط به هر بدفهمی را مشخص کرده است.

بدفهمی‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با انجام این آزمون  $p$  کمتر از  $0/001$  به دست آمده است که مقدار آن از  $0/05$  کمتر می‌باشد. در نتیجه اختلاف معناداری بین نمرات کسب شده از بدفهمی‌ها در هر دو گروه کنترل و آزمایش وجود دارد. براساس فراوانی‌های به دست آمده از هر دو گروه، نتیجه می‌شود که گروه آزمایش کمتر از دانش‌آموزان گروه کنترل دچار بدفهمی شده‌اند.

در جدول ۴ نتیجه‌ی آزمون کای دو برای بررسی وجود اختلاف معنادار بین توزیع فراوانی بدفهمی‌ها در گروه آزمایش و گروه کنترل، گزارش شده است.

با توجه به  $p$ - مقدار که برای بدفهمی زاویه‌ی مثلثاتی مقدار  $0/022$  گزارش شده است، این مقدار از  $0/05$  کمتر می‌باشد در نتیجه بین توزیع فراوانی مشاهده شده درباره‌ی بدفهمی‌های گزارش شده در گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. همچنین طبق فراوانی‌های گزارش شده برای بدفهمی‌های دو گروه در جدول ۳، تدریس مبحث مثلثات با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا، تأثیر معناداری بر جلوگیری از به وجود آمدن بدفهمی‌های دانش‌آموزان گروه آزمایش در قسمت زاویه‌ی مثلثاتی نداشته است.

طبق جدول ۴ مشاهده می‌شود  $p=0/186$  مقدار برای بدفهمی مقیاس زاویه گزارش شده است. این مقدار چون از  $0/05$  بزرگتر می‌باشد در نتیجه تفاوت معناداری بین توزیع فراوانی‌های مشاهده شده مربوط به بدفهمی مقیاس زاویه در گروه آزمایش و کنترل، وجود ندارد. در نتیجه درباره‌ی تأثیر تدریس مبتنی بر نرم‌افزار بر کاهش بدفهمی مربوط به مقیاس زاویه نمی‌توان اظهار نظر کرد.

مقایسه بین توزیع فراوانی بدفهمی درباره‌ی مفهوم تناوب، در بین دو گروه آزمایش و کنترل و همچنین نتایج آزمون کای دو براساس جدول ۴،  $p=0/004$  مقدار گزارش شده است که این مقدار از  $0/05$  کمتر می‌باشد در نتیجه در بین فراوانی‌های مشاهده شده بدفهمی مربوط به مفهوم تناوب، اختلاف معناداری وجود دارد. با توجه به درصد فراوانی‌های مربوط به مفهوم تناوب برای دو گروه آزمایش و کنترل در جدول ۳، دانش‌آموزان گروه آزمایش کمتر از دانش‌آموزان گروه کنترل، دچار این بدفهمی شده‌اند.

جدول ۴: نتایج آزمون کای دو برای هر دسته از بدفهمی‌ها

Table 4: Chi-square test results for each category of misconceptions

Misconceptions	P-value
Trigonometric angle	0.022
Scale of angle	0.186
Periodicity	0.004
Minimum and maximum	Less than 0.001

همانند مراحل قبل، در این قسمت برای بررسی توزیع فراوانی‌های مشاهده شده مربوط به بدفهمی مفاهیم حداقلی و حداکثری در دو گروه آزمایش و کنترل و انجام آزمون کای دو طبق جدول ۴،  $p$  کمتر از

مشکل می‌شوند. دانش‌آموزان تنها حرکت در خلاف جهت را به عنوان تعریف زاویه‌ی منفی درک کرده‌اند و به مقدار زاویه‌ها توجه ندارند.

#### مفهوم تناوب

با بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان برخی از دانش‌آموزان نتوانستند از روی نمودار یک تابع مثلثاتی، دوره‌ی تناوب آن را محاسبه کنند. برخی دیگر از دانش‌آموزان نیز توانایی محاسبه‌ی دوره‌ی تناوب را از روی ضابطه‌ی یک تابع مثلثاتی ندارند. در این دسته تعدادی از دانش‌آموزان از یادآوری فرمول دوره‌ی تناوب ناتوان هستند و یا اینکه ضرایب  $a$  و  $b$  را از روی ضابطه‌ی تابع نمی‌توانند تشخیص دهند.

#### مفاهیم حداقلی و حداکثری در توابع مثلثاتی

برخی از دانش‌آموزان قادر نیستند به وسیله‌ی نمودار تابع مثلثاتی، مقادیر حداقلی و حداکثری یک تابع را بیابند و تأثیر آن را بر روی ضابطه‌ی تابع مثلثاتی درک کنند. تعدادی از دانش‌آموزان نیز در تشخیص اینکه کدامیک از ضرایب  $a$  و  $b$  در ضابطه‌ی تابع مثلثاتی بر مفاهیم حداقلی و حداکثری تأثیر دارد، ناتوان می‌باشند. در جدول ۳ درصد دانش‌آموزانی که از گروه آزمایش و گروه کنترل دچار هر دسته از بدفهمی‌ها شده‌اند (به دلیل انتخاب گزینه‌های مرتبط به بدفهمی در پس‌آزمون)، مشخص شده است.

جدول ۳: بدفهمی‌های دانش‌آموزان گروه آزمایش و کنترل

Table 3: Students' misconceptions in the experimental and control groups

Categories of misconceptions	Description of the misconceptions	Experimental group	Control group
Scale of angle	Difficulty in converting radian to degree	8.3%	23.68%
Trigonometric angle	Angles larger than $360^\circ$ begin at zero.	13.6%	5.26%
	Wrong values were taken for negative angles.	20.83%	13.15%
Periodicity	Total	34.43%	18.41%
	Difficulty in recognizing the periodicity from a given graph.	8.33%	42.10%
	Difficulty in calculating the periodicity using a formula.	12.50%	10.52%
Minimum and maximum	Total	20.83%	52.62%
	Difficulty in identifying the maximum and minimum of a trigonometric function from its graph	0.00%	23.68%
	Difficulty in identifying the role of coefficients of trigonometric functions in its range	8.33%	34.21%
Total		8.33%	57.89%

اکنون از آزمون کای دو استفاده می‌کنیم تا بتوانیم پاسخ به این سؤال را بیابیم که بین توزیع فراوانی بدفهمی‌های مشاهده شده در گروه آزمایش و توزیع فراوانی بدفهمی‌های مشاهده شده در گروه کنترل، اختلاف معناداری وجود دارد یا خیر؟ ابتدا به طور کلی نمرات کسب شده از انواع

یک تابع مثلثاتی، دوره‌ی تناوب آن را محاسبه کنند. برخی دیگر از دانش‌آموزان نیز توانایی محاسبه‌ی دوره‌ی تناوب را از روی ضابطه‌ی یک تابع مثلثاتی ندارند. در این دسته تعدادی از دانش‌آموزان از یادآوری فرمول دوره‌ی تناوب ناتوان هستند و یا اینکه ضرایب  $a$  و  $b$  را از روی ضابطه‌ی تابع نمی‌توانند تشخیص دهند.

اما در گروه آزمایش که تدریس از طریق نرم‌افزار جئوجبرا صورت گرفت، مواردی همچون مشاهده‌های پرتکرار نمودارهای توابع مثلثاتی در محیط نرم‌افزار، امکان قرار دادن توابع مثلثاتی، مانند تابع  $y = a \sin(bx)$  با مقادیر مختلف از متغیرهای  $a$  و  $b$ ، بر روی یک محور مختصات و مقایسه آن‌ها و دستکاری‌هایی که توسط خود دانش‌آموزان بر روی نمودارهای توابع مثلثاتی انجام شد را می‌توان از جمله نقاط قوت استفاده از نرم‌افزار نام برد. نقاط قوت ذکر شده، باعث شدند از به‌وجود آمدن بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مفاهیم تناوب و مقادیر حداقلی و حداکثری جلوگیری شود. در این راستا اورهان نیز در پژوهش خود بیان می‌کند که اشتباهات دانش‌آموزان در قسمت مثلثات سیستماتیک می‌باشد. طبق یافته‌های او توابع مثلثاتی باید به وسیله‌ی نمودارهایشان به دانش‌آموزان تدریس شود و همچنین آن دسته از توانایی‌های دانش‌آموزان که کمک به تفسیر این نمودارها می‌کند نیز توسعه پیدا کند [۱۵].

به نظر می‌رسد به دلیل ماهیت مقیاس زاویه، که در آن تبدیل از رادیان به درجه (و یا بالعکس) به وسیله یک سری عملیات ریاضی انجام می‌شود، استفاده از جئوجبرا نتوانست بر بدفهمی‌های دانش‌آموزان در این قسمت تأثیری بگذارد. معلمان و طراحان آموزشی برای طراحی تمرین‌های مربوط به مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی در محیط نرم‌افزار باید بسیار دقت کنند. به طوریکه در این تمرین‌ها زوایای منفی و زوایای بزرگتر از  $۳۶۰$  درجه بررسی شود. به عنوان مثال با نمایش نمودار یکی از توابع مثلثاتی و دایره‌ی واحد مثلثاتی به طور هم‌زمان، دانش‌آموز تصور می‌کند که زوایای بیشتر از  $۳۶۰$  درجه مطابق با شروع از نقطه مبدا نمودار می‌باشد. در این پژوهش نیز اغلب دانش‌آموزان گروه آزمایش در قسمت زوایای منفی و زوایای بزرگتر از  $۳۶۰$  درجه دچار بدفهمی شدند. به نظر می‌رسد که نرم‌افزار باعث به‌وجود آمدن این دسته از بدفهمی‌ها شده است.

در برخی پژوهش‌ها تنها به نکات قوت استفاده از نرم‌افزار پرداخته شده است. فرمهر (۱۳۸۷) بیان می‌کند استفاده از نرم‌افزار با فعالسازی طرحواره‌های مرتبط و مناسب، تشویق فرد به استفاده از راهبردهای حل مسئله، تأثیر مثبت در نحوه‌ی کنترل فرایند حل و باورهای فرد، توانایی‌های حل مسئله به ویژه ساخت حدس‌های منطقی و خلاقانه را افزایش و توسعه می‌دهد [۲۲]. همچنین بلکت و تال نشان دادند که استفاده از نرم‌افزارهای کامپیوتری در قسمت تدریس روابط مثلثاتی از طریق مثلث قائم‌الزاویه، اثر مثبت بر روی یادگیری دانش‌آموزان داشته است [۲۹]. در طرف مقابل برخی دیگر با نگاهی چالش برانگیز به استفاده از فناوری در کلاس‌های درس پرداخته‌اند. بررسی‌های انجام شده توسط کوکولو و تاپکو (۲۰۱۲) نشان داد که استفاده از ابزار کمک

۰/۰۱ گزارش شده است که چون این عدد از  $۰/۰۵$  کوچکتر می‌باشد در اینجا نیز اختلاف معناداری بین توزیع فراوانی بدفهمی‌های مربوط به مفاهیم حداقلی و حداکثری بین دو گروه آزمایش و کنترل مشاهده می‌شود. همچنین با توجه به فراوانی پاسخ سؤال‌های مربوط به این بدفهمی در جدول ۳، دانش‌آموزان گروه آزمایش کمتر از دانش‌آموزان گروه کنترل دچار این نوع بدفهمی شده‌اند.

#### پاسخ به سؤال تحقیق

اثر نرم‌افزار جئوجبرا بر چهار دسته بدفهمی‌های مربوط به مبحث مثلثات، قسمت توابع مثلثاتی بررسی شد که در خصوص بدفهمی‌های مربوط به مفهوم مقیاس زاویه، به دلیل اینکه اختلاف معناداری بین توزیع فراوانی مربوط به این بدفهمی در بین دو گروه آزمایش و کنترل مشاهده نشده است، نتیجه‌ای را درباره‌ی اثر تدریس مبتنی بر نرم‌افزار بر کاهش بدفهمی‌های مربوط به مقیاس زاویه، نمی‌توان گزارش کرد؛ اما در مورد دسته‌های دیگر، بدفهمی‌های مربوط به مفهوم زاویه مثلثاتی، مفهوم تناوب و مفهوم مقادیر حداقلی و حداکثری، این موضوع قابل بحث است. با مقایسه توزیع فراوانی‌های بدفهمی‌ها، دانش‌آموزان گروه آزمایش در هر یک از این بدفهمی‌ها، به جز قسمت بدفهمی‌های مربوط به زاویه‌ی مثلثاتی، نمرات پایین‌تری نسبت به گروه کنترل کسب کرده‌اند. تنها در قسمت مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی گروه کنترل موفق‌تر بوده‌اند؛ یعنی دانش‌آموزان گروه کنترل کمتر دچار بدفهمی‌های مربوط به مفهوم زاویه‌ی مثلثاتی شده‌اند.

#### نتیجه‌گیری

همانطور که در پیشینه تحقیق بیان گردید در حوزه‌ی استفاده از فناوری آموزشی در ایران، تنها تأثیر استفاده از فناوری بر ارتقای یادگیری دانش‌آموزان پژوهش شده است و درباره‌ی اثر استفاده از فناوری بر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان پژوهشی انجام نشده است. برای نخستین بار این پژوهش با هدف بررسی نقش نرم‌افزار در ایجاد بدفهمی یا جلوگیری از آن، به بررسی تأثیر استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا بر بدفهمی‌های توابع مثلثاتی در میان دانش‌آموزان سال دوم دبیرستان پرداخت. وجه دیگر نوآوری این تحقیق استفاده از آزمون تشخیصی دولایه برای کشف بدفهمی‌های حاصل از استفاده از نرم‌افزار است که در نهایت، این بدفهمی‌ها با آزمون کای‌دو تحلیل گردید. نتایج این پژوهش نشان داد، استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا از بروز بدفهمی‌ها در زمینه مفاهیم تناوب و مقادیر حداقلی و حداکثری جلوگیری می‌کند. اما تأثیری در بدفهمی‌های مربوط به مفهوم مقیاس زاویه ندارد. همچنین نتایج پژوهش نشان داد نرم‌افزار جئوجبرا ابزار مناسبی برای جلوگیری از ایجاد بدفهمی‌های مربوط به زاویه‌ی مثلثاتی نیست، زیرا این نرم‌افزار تا حدی باعث ایجاد بدفهمی‌های بیشتر در این زمینه شده است.

با بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان گروه کنترل که تدریس به روش سنتی برای آن‌ها صورت گرفت، برخی از دانش‌آموزان نتوانستند از روی نمودار

ارتقای یادگیری ریاضی و کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان سال دوم دبیرستان در مبحث توابع مثلثاتی» در گروه ریاضی کاربردی دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد است. بدینوسیله از مسؤولان محترم دانشگاه فردوسی مشهد بابت تأمین منابع مالی این پایان‌نامه قدردانی به عمل می‌آید.

### تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.»

### منابع و مأخذ

- [1] Weber K. Students' understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*. 2005; 17(3): 91-112.
- [2] Moore KC. *The Role of Quantitative Reasoning in Precalculus Students Learning Central Concepts of Trigonometry* [doctoral dissertation]. Us: Arizona State University; 2010.
- [3] Demir O. Students' concept development and understanding of sine and cosine functions. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences*. 20120; 43(1), 97-129.
- [4] Brown SA. *The trigonometric connection: students' understanding of sine and cosine*. Paper presented in the 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education; Prague, Czech Republic; 2006.
- [5] Challenger M. *From triangles to a concept: a phenomenographic study of A-level students' development of the concept of trigonometry* [doctoral dissertation]. UK University of Warwick; 2009.
- [6] Alamolhodaei H. *Principles of mathematics education*. Mashhad: Jahane Farad; 2010. Persian.
- [7] Gür H. Trigonometry Learning. *New Horizons in Education*. 2009; 57(1): 67-80.
- [8] Swain C, Pearson T. Educators and technology standards. *Journal of Research on Technology in Education*. 2002; 34(3): 326-335.
- [9] Hohenwarter J, Hohenwarter M, Lavicza Z. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 2009; 28(2): 135-146.
- [10] NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 2000.
- [11] Hesam A, Gooya Z. [The role of schemas in the formation of students' misconceptions]. *Roshd Mathematics Education*. 2006; 1(2): 177-200. Persian.
- [12] Reyhani E, Hamidi F, Rashedi F. [A study on negative numbers conception of students and their misconceptions]. *Technology of Education Journal*. 2016; 10(2): 115-131. Persian.

آموزشی-نرم‌افزار کبری- اثر معنادار آماری روی بدفهمی‌های دانش‌آموزان نداشته است، اما فراوانی بدفهمی‌های گروه آزمایش در پایان دوره از گروه کنترل تا حدی کمتر بود. همچنین یک تفاوت معناداری بین نمرات کسب شده در دو گروه وجود داشت به طوری که نمرات گروه آزمایش در آزمون توابع درجه دو به طور معناداری از نمرات گروه کنترل بیشتر بوده است [۱۹].

در انتخاب و استفاده از ابزار کمک آموزشی برای کلاس‌های درس توسط معلمان، باید نهایت دقت را به کار برده شود، تا از به‌وجود آمدن بدفهمی‌های مربوط به مباحث ریاضی دانش‌آموزان توسط خود ابزار، جلوگیری شود. به همین دلیل به برنامه‌ریزان درسی توصیه می‌گردد با انجام چند آزمون و خطا بر روی برخی از نرم‌افزارها و وسایل مناسب کمک آموزشی نقاط قوت و ضعف این ابزارها مشخص گردد. پس از آن، نتایج به دست آمده در اختیار معلمان و طراحان آموزشی قرار گیرد. در نتیجه معلمان می‌توانند محتوای آموزشی خود را با توجه به نقاط قوت و ضعف این ابزارها، تطبیق دهند. همچنین با استفاده از نتایج به دست آمده از این پژوهش می‌توان در کنار کتاب‌های درسی، تمرین‌هایی از پیش طراحی شده در محیط نرم‌افزار که امکان کمترین بروز بدفهمی در مبحث مورد نظر را برای دانش‌آموزان داشته باشد، در اختیار معلمان قرار داده شود تا از این تمرین‌ها برای کلاس‌های درسی خود استفاده کنند.

از آنجایی که جامعه آماری این پژوهش محدود است، بهتر است پژوهش‌هایی با همین موضوع در گروه‌های وسیع‌تر انجام گیرد تا تعمیم‌پذیری نتایج با اطمینان بیشتری میسر شود. پژوهش حاضر تنها بر روی دانش‌آموزان دختر انجام شده است و لذا شاید نتایج آن به طور کامل، قابل تعمیم به دانش‌آموزان پسر نباشد. همچنین تنها مبحث توابع مثلثاتی از کتاب ریاضی دوم دبیرستان مورد بررسی قرار گرفته شده است، که این امر قدرت تعمیم‌پذیری نتایج پژوهش را در مورد استفاده از نرم‌افزار پایین می‌آورد. پیشنهاد می‌شود این پژوهش را بر روی جامعه آماری معلمان مقطع دبیرستان، دانش‌آموزان مقاطع دیگر و همچنین دانشجویان دانشگاه در مباحث دیگری از ریاضی انجام داد و نتایج آن بررسی گردد.

### مشارکت نویسندگان

در این پژوهش در مرحله ایده‌پردازی و طرح پژوهش و همچنین تجزیه و تحلیل داده‌ها هر دو نویسنده باهم مشارکت داشته‌اند. نگارش پیش‌نویس دست‌نوشته‌ها و جمع‌آوری داده‌ها حاصل تلاش خانم رحیمیان است. اما ویراستاری علمی و نگارشی یا اصلاح اساسی نسخه اولیه دست‌نوشته برعهده آقای دکتر رادمهر بوده است.

### تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از پایان‌نامه کارشناسی ارشد خانم حوریه رحیمیان در رشته آموزش ریاضی با عنوان «اثر تدریس مبتنی بر نرم‌افزار بر



representation. *Chemistry Education Research and Practice*. 2007; 8(3): 293-307.

[25] Tamir P. Some issues related to the use of justifications to multiple-choice answers. *Journal of Biological Education*. 1989; 23(4): 285-292.

[26] Treagust DF. Development and use of diagnostic tests to evaluate students' misconceptions in science. *International Journal of Science Education*. 1988; 10(2), 159-169.

[27] Tuysuz C. Development of two-tier diagnostic instrument and assess students' understanding in chemistry. *Scientific Research and Essays*. 2009; 4(6): 626-631.

[28] Tan KCD, Goh NK, Chia LS, Treagust DF. Development and application of a two-tier multiple choice diagnostic instrument to assess high school students' understanding of inorganic chemistry qualitative analysis. *Journal of Research in Science Teaching*. 2002; 39(4), 283-301.

[29] Blacket N, Tall DO. Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. In *Proceedings of the 15<sup>th</sup> Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*. Lisbon, Portugal: PME; 1991. Vol. 1, pp. 144-151.

[13] Martinez-Sierra G. *On the transit from trigonometry to calculus: the case of the conceptual breaks in the construction of the trigonometric functions in school*. Paper presented in the 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education. Mexico; 2008.

[14] Topçu T, Kertil M, Akkoç H, Yılmaz K, & Önder O. *Pre-Service and In-Service Mathematics Teachers' Concept Images of Radian*. Paper presented in the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Prague, Czech Republic; 2006.

[15] Orhun N. Students' mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. *Journal of Curriculum Studies*. 2004; 32(6): 797-820.

[16] Akkoç H, Akbaş Gül N. Analysis of a teaching approach aiming at eliminating student. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences*. 2010; 43(1): 97-129.

[17] Shama, G. (1998). Understanding periodicity as a process with a gestalt structure. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 255-281.

[18] Stupel M. On Periodicity of Trigonometric Functions and Connections with Elementary Number Theoretic Ideas. *Australian Senior Mathematics Journal*. 2012; 26(1): 50-63.

[19] Koklu O, Topcu A. Effect of Cabri-assisted instruction on secondary school students' misconceptions about graphs of quadratic functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2012; 43(8): 999-1011.

[20] Khooshecharkh M, Hemmati Nasab, M, Nejad Sadeghi N. *The Effect of Using GeoGebra Software on Student's Math Progress in the Concept of Middle-Level Geometry*. Paper presented in the 45<sup>th</sup> Annual Iranian Mathematics Conference; 2014. Persian.

[21] Heidari Ghezalje R, Gooya Z. Integration of "Dynamic Mathematics Software" with formal calculus curriculum in the 11th grade to enhance students' problem solving abilities. *Journal of Curriculum Studies*. 2012; 6(24): 83-108. Persian.

[22] Farmehr F. The role of dynamic Geometry Software in problem solving, emphasizing on conjecture. [master's thesis]. Tehran: Shahid Rajaei Teacher Training University; 2008. Persian.

[23] Radović S, Radojičić M, Veljković K, Marić M. Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook. *Interactive Learning Environments*. 2018; 1-18.

[24] Chandrasegaran A, Treagust DF, Mocerino M. The development of a two-tier multiple-choice diagnostic instrument for evaluating secondary school students' ability to describe and explain chemical reactions using multiple levels of

## معرفی نویسندگان

### AUTHOR(S) BIOSKETCHES



**فرزاد رادمهر** استادیار دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد می باشند. ایشان مدرک کارشناسی ریاضی محض خود را از دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد در سال ۱۳۸۸ و مدرک کارشناسی ارشد خود در رشته آموزش

ریاضی را از همین دانشگاه در سال ۱۳۹۰ دریافت نمودند. ایشان دارای دو مدرک دکتری در رشته آموزش ریاضی از دانشگاه فردوسی مشهد و دانشگاه ویکتوریا ویلینگتون کشور نیوزلند هستند. ایشان به پژوهش در زمینه یاددهی و یادگیری ریاضی در دوره متوسطه دوم و ریاضیات دانشگاهی و مشکلات دانشجویان در آموزش عالی می‌پردازند و در حال حاضر ۳۳ مقاله در مجلات علمی-پژوهشی شامل ۱۴ مقاله نمایه شده در مجلات Scopus و JCR در این دو زمینه به چاپ رسانده‌اند.

**Radmehr, F. Assistant Professor, Mathematics Education, Ferdowsi University, Mashhad, Iran**

[f.radmehr@um.ac.ir](mailto:f.radmehr@um.ac.ir)



**حوریه رحیمیان** در سال ۱۳۹۶ در مقطع کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی از دانشگاه فردوسی مشهد دانش‌آموخته گردید. وی مدرک کارشناسی خود را در رشته ریاضیات و کاربردها را از دانشگاه فردوسی مشهد در سال ۱۳۹۳ اخذ

 h.rahimian25@gmail.com

نموده است. قبلاً دو مقاله از ایشان در همایش‌های مرتبط با آموزش ریاضی به چاپ رسیده است.

**Rahimian, H. MS of Mathematics Education, Ferdowsi University of Mashhad, Iran**

**Citation (Vancouver):** Radmehr F, Rahimian H. [Exploring the impacts of using Geogebra software on secondary school students' misconceptions in trigonometric functions]. *Tech. Edu. J.* 2020; 14(4): 765-774

 <http://dx.doi.org/10.22061/jte.2019.4688.2105>



#### COPYRIGHTS

©2020 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.