

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Инженерная школа ядерных технологий

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Отделение экспериментальной физики

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Статистическая модель оценки веса газовых баллонов

УДК 519.233:66.07:531.75

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0ВМ91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор ОЭФ	Мицель А. А.	д-р техн. наук, профессор		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Киселева Е. С.	к.э.н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Антоневич О. А.	к.б.н.		

По английскому языку

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Сидоренко Т В.	к.п.н.		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Трифонов А.Ю.	д.ф-м.н., профессор		

Томск 2021 г.

Планируемые результаты обучения по ООП

Код результата	Результат обучения
ПК(У)-1	Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК(У)-2	Способен проводить поиск и анализ научной и научно-технической литературы по тематике проводимых исследований
ПК(У)-3	Способен разрабатывать и анализировать показатели качества информационных систем, используемых в производственной деятельности
ПК(У)-4	Способен планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять проектами, управлять командой проекта
ПК(У)-5	Способен к преподаванию математических дисциплин и информатики в образовательных организациях высшего образования
ПК(У)-6	Способен проектировать и организовывать учебный процесс по образовательным программам с использованием современных образовательных технологий
ОПК(У)-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
ОПК(У)-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
ОПК(У)-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК(У)-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
УК(У)-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
УК(У)-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла
УК(У)-3	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели
УК(У)-4	Способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном (-ых) языке(-ах), для академического и профессионального взаимодействия
УК(У)-5	Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия
УК(У)-6	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа ядерных технологий

Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Отделение экспериментальной физики

УТВЕРЖДАЮ:

Руководитель ООП

_____ Трифонов А. Ю.
(Подпись) (Дата) (Ф.И.О.)

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

Магистерской диссертации

Студенту:

Группа	ФИО
0ВМ91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна

Тема работы:

Статистическая модель оценки веса газовых баллонов	
Утверждена приказом директора (дата, номер)	№74-2/с от 26.03.2021

Срок сдачи студентом выполненной работы:	31.05.2021
--	------------

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе	Выборки фактического веса пустого баллона, наполненного газом баллона и веса газа в баллоне.
Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов	<ol style="list-style-type: none"> 1. Провести обзор литературы с целью выяснения достижений по определению веса газа в баллоне 2. Вычислить статистические характеристики веса газа в баллоне, фактического веса пустого и наполненного газом баллонов 3. Провести оценку распределения вероятностей на основе выборочных данных для определения веса газа в баллоне 4. Проверить гипотезу о параметрах полученного распределения, сделать выводы и проинтерпретировать полученные результаты
Перечень графического материала	<ol style="list-style-type: none"> 1. Эмпирическая гистограмма 2. Статистический ряд 3. Теоретическая плотность нормального распределения 4. Сравнение распределений
Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы <i>(если необходимо, с указанием разделов)</i>	
Раздел	Консультант
Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	Киселева Елена Станиславовна
Социальная ответственность	Антоневич Ольга Алексеевна

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	15.03.2021
--	------------

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор	Мицель А. А.	д-р техн. наук, профессор		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ91	Маркитанова Айсулу Вчеславовна		

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА
«ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСООЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»**

Студенту:

Группа	ФИО
ОВМ91	Маркитановой Айсулу Вячеславовне

Школа	ИЯТШ	Отделение школы (НОЦ)	ОЭФ
Уровень образования	Магистратура	Направление/специальность	01.04.02 Прикладная математика и информатика

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:	
1. Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих	<i>Стоимость материальных ресурсов и специального оборудования определены в соответствии с рыночными ценами г. Томска. Тарифные ставки исполнителей определены штатным расписанием НИ ТПУ.</i>
2. Нормы и нормативы расходования ресурсов	<i>-30% премии; 20% надбавки; 16% накладные расходы; 30% районный коэффициент.</i>
3. Используемая система налогообложения, ставки налогов, отчислений, дисконтирования и кредитования	<i>Коэффициент отчислений во внебюджетные фонды - 30,2%.</i>
Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:	
1. Оценка коммерческого и инновационного потенциала и альтернатив проведения НИ с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения	<i>Потенциальные потребители результатов исследования; Анализ и оценка конкурентоспособности НИ; SWOT – анализ.</i>
2. Планирование и формирование бюджета научных исследований	<i>Формирование плана и графика разработки: - определение трудоемкости работ; - определение структуры работ; - разработка графика Гантта. Формирование бюджета затрат на научное исследование: -материальные затраты НИИ; - основная заработная плата исполнителей темы; - отчисления во внебюджетные фонды(страховые отчисления).</i>
3. Определение ресурсной (ресурсосберегающей), финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности исследования	<i>- Определение интегрального финансового показателя разработки; - Определение интегрального показателя ресурсоэффективности разработки; - Определение интегрального показателя эффективности.</i>
Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Оценка конкурентоспособности НИ 2. Матрица SWOT 3. Диаграмма Гантта 4. Основные показатели эффективности НИ 	

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
---	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Киселева Елена Станиславовна	к.э.н.		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
ОВМ91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа	ФИО
0BM91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна

Школа	Инженерная школа ядерных технологий	Отделение (НОЦ)	Отделение экспериментальной физики
Уровень образования	Магистратура	Направление/специальность	01.04.02 Прикладная математика и информатика

Тема ВКР:

Оптимизация процесса взвешивания газовых баллонов	
Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:	
1. Характеристика объекта исследования (вещество, материал, прибор, алгоритм, методика, рабочая зона) и области его применения	Объект исследования: выборки фактического веса пустого и наполненного газом баллонов, веса газа в баллонах Рабочая зона: стол с компьютером Область применения: в бытовых и промышленных целях
Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:	
1. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности: <ul style="list-style-type: none"> – специальные (характерные при эксплуатации объекта исследования, проектируемой рабочей зоны) правовые нормы трудового законодательства; – организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны. 	Трудовой кодекс Российской Федерации от 30.12.2001 N 197-ФЗ (ред. от 27.12.2018). ГОСТ 12.2.032-78 ССБТ. Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования
2. Производственная безопасность: 2.1. Анализ выявленных вредных и опасных факторов 2.2. Обоснование мероприятий по снижению воздействия	Вредные и опасные факторы: -отклонение показателей микроклимата в помещении; -недостаток естественного освещения; -недостаточная освещенность рабочей зоны; -повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может пройти через тело человека; -повышенный уровень электромагнитных излучений
3. Экологическая безопасность:	Литосфера: образование отходов при утилизации компьютера, мебели, люминесцентных ламп.
4. Безопасность в чрезвычайных ситуациях:	Наиболее типичная ЧС: пожар.

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	23.03.2021
--	------------

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Антоневич Ольга	Кандидат		

	Алексеевна	биологических наук		
--	------------	-----------------------	--	--

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0BM91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна		

Реферат

Выпускная квалификационная работа содержит 76 листов, 8 рисунков, 25 таблиц, 27 источника, 1 приложение.

Ключевые слова: распределение вероятностей, теоретическая плотность распределения, эмпирическая гистограмма, критерий согласия Пирсона, критерий Вальда.

Объектом исследования: выборка фактического веса пустого баллона, выборка наполненного газом баллона и выборка веса газа.

Цель работы: определить количество баллонов для взвешивания, чтобы определить средний вес газа в баллонах в выборке.

Работа включает: введение, обзор литературы, четыре раздела, список публикаций студента, заключение, а также список использованных источников.

Актуальность работы заключается в том, что измерять каждый баллон газа затратно, требуются финансовые, временные и людские ресурсы. Возникает задача уменьшить затраты на эту работу. Модель создается, чтобы оценить вероятность того, сколько в среднем находится газа в баллоне, и узнать количество взвешиваний баллонов.

В процессе исследования проводилась оценка распределения вероятностей на основе выборочных данных для определения веса газа в баллоне и проверка гипотезы о параметрах нормального распределения.

В результате исследования сделан вывод о том, к какому типу распределения подчиняется выборка веса газа в баллонах и определено количество взвешиваний баллонов.

Оглавление

Введение.....	11
Обзор литературы.....	13
1. Теоретическая часть.....	16
1.1 Эмпирическое распределение. Основные понятия и соотношения	16
1.2 Критерий χ^2 (Пирсона) для сложной гипотезы	19
1.3 Нормальный закон распределения	20
1.4 Последовательные методы проверки гипотез о значениях параметров распределений	22
1.5 Проверка гипотезы о параметрах нормального распределения.....	24
2. Практическая часть	26
2.1 Оценка закона распределения на основе выборочных данных.....	26
2.2 Последовательная проверка гипотезы о значении среднего веса пустых и полных баллонов	33
3. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение.....	34
3.1 Потенциальные потребители результатов исследования	34
3.2 Анализ и оценка конкурентоспособности НИ	35
3.3 SWOT-анализ.....	36
3.4 Формирование плана и графика разработки	38
3.5 Формирование бюджета затрат на научное исследование	42
3.6 Определение эффективности исследования.....	46
3.7 Выводы по разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение».....	48
4. Социальная ответственность	49
4.1 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности	49

4.1.1 Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования.....	50
4.2 Производственная безопасность.....	51
4.2.1 Отклонение показателей микроклимата в помещении	52
4.2.2 Недостаток естественного освещения	54
4.2.3 Недостаточная освещенность рабочей зоны.....	54
4.2.4 Повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может пройти через тело человека	56
4.2.5 Повышенный уровень электромагнитных излучений.....	57
4.3 Экологическая безопасность.....	59
4.4 Безопасность в чрезвычайных ситуациях.....	60
4.5 Выводы по разделу.....	61
Заключение	62
Список использованных источников	64
Приложение А	67

Введение

Имея некоторый набор результатов наблюдений над реальными явлениями или же результатов специально поставленных испытаний, можно проводить статистическое исследование.

Теоретическая оценка эмпирических данных осуществляется с помощью математической статистики. Она исследует способы сбора и обработки статистического материала для принятия научных и практических заключений.

«...в теории вероятностей мы, зная природу некоторого явления, выясняем, как будут вести себя (как распределены) те или иные изучаемые нами характеристики, которые можно наблюдать в экспериментах. В математической статистике наоборот — исходными являются экспериментальные данные (как правило, это наблюдения над случайными величинами), а требуется вынести то или иное суждение или решение о природе рассматриваемого явления»[7].

На некотором предприятии города Томска для определения правильного веса газа в баллоне необходимо взвешивать баллоны. Взвешивание такого большого количества баллонов требует больших финансовых, людских и временных затрат. В связи с этим, в работе ставится задача построения статистической модели на основе выборочных данных, чтобы упростить процедуру определения веса газа в баллонах.

Цель данной работы - определение количества баллонов для взвешивания чтобы определить средний вес газа в баллонах в выборке.

Для достижения поставленной цели необходимо последовательно решить следующие задачи:

1. Провести обзор литературы с целью выяснения достижений по определению веса газа в баллоне;
2. Вычислить статистические характеристики веса газа в баллоне, фактического веса пустого и наполненного газом баллонов;
3. Провести оценку распределения вероятностей на основе выборочных данных для определения веса газа в баллоне;

4. Проверить гипотезу о параметрах полученного распределения, сделать выводы и проинтерпретировать полученные результаты.

Актуальность работы заключается в том, что измерять каждый баллон газа затратно, требуются финансовые, временные и людские ресурсы. Возникает задача уменьшить затраты на эту работу. Модель создается, чтобы оценить вероятность того, сколько в среднем находится газа в баллоне.

Объект исследования - выборка фактического веса пустого баллона, выборка наполненного газом баллона и выборка веса газа.

Обзор литературы

В [1] источнике автор рассматривает применение критерия Хи-квадрат для проверки статистических гипотез и, на основе проделанной им работы, разрабатывает алгоритм, реализующий проверку гипотезы о соответствии закона распределения случайной величины выборки нормальному. Данный алгоритм был использован при выполнении НИР.

В источнике [2] описан способ измерения расхода и(или) количество газа, в частности, он применяется для учета компримированного природного газа, заправляемого в баллоны транспортных средств и других потребителей. Способ определения количества газа высокого давления, отпускаемого в приемник потребителя, включает подачу газа от источника в промежуточную емкость. Перед взвешиванием промежуточной емкости ее отключают от источника газа. Осуществляют заполнение приемника газом из промежуточной емкости. Отключают промежуточную емкость при достижении заданного параметра газа в приемнике. Проводят повторное взвешивание промежуточной емкости и по разнице взвешиваний определяют массу газа, поступившего в приемник.

В источнике [3] также представлено изобретение, которое может быть использовано в газобаллонной топливной системе ДВС для определения массы сжатого газа в баллоне. После включения зажигания ДВС измеряют температуру охлаждающей жидкости и температуру газа на входе в ДВС и в случае равенства измеренных значений определяют величину температуры газа в баллоне равной величине температуры охлаждающей жидкости в ДВС. Измеряют давление газа в баллоне и по полученным значениям температуры и давления вычисляют массу газа в баллоне топливной системы.

Для того чтобы определить только вес газа в баллоне в [4] источнике описан патент на изобретение. Сущность этого изобретения состоит в следующем: перед подачей газа в баллон, последний обезвешивают путем его погружения в жидкость, плотность которой обеспечивает нулевую плавучесть баллона или утапливают в жидкости посредством груза и обеспечивают нулевую плавучесть посредством прикрепленной к баллону компенсационной

емкости, из которой вытесняют воду, а массу поступившего в баллон газа контролируют путем его взвешивания в процессе заправки. Высокоточное взвешивание обеспечивается за счет того, что измерительной системой определяют только вес газа, без веса содержащих его баллонов.

В [5] описана полезная модель для определения количества сжиженного газа в газовом баллоне. Определение массы газа в газовом баллоне выполняется косвенным методом измерений массы через индуктивность и температуру.

В [6] представлен патент на изобретение, которое относится к электромагнитным методам контроля и измерения и может быть использовано для измерения массы сжиженных газов, включая криогенные жидкости, при любом их фазовом состоянии. Сущность: устройство содержит резонатор, выполненный в виде непрерывной щелевой линии на стенке металлической трубки, и каждый из концов этой линии соединен с короткозамкнутым концом коаксиального кабеля. Кроме того, устройство содержит синтезатор частоты, выход которого по трем каналам через соответствующие фильтры соединен с входами селектора, управляемого сигналом с микропроцессора. Указанный тип резонатора позволяет возбудить в нем электромагнитные колебания на трех резонансных частотах с требуемыми зависимостями их от параметров заполнения резонатора сжиженным газом. В блоке «синтезатор-фильтр-селектор» последовательно формируются электромагнитные колебания в диапазоне частот, соответствующих изменениям трех собственных частот резонатора. В микропроцессоре реализуются алгоритмы измерения резонансных частот и их преобразования для определения массы сжиженного газа.

В приведенных литературных источниках описаны различные способы определения веса газа в баллонах, при этом предполагается наличие специального оборудования. На рассматриваемом предприятии не имеется специального оборудования, поэтому используется обычное оборудование (весы) для определения веса газа. Однако этот процесс достаточно затратный,

поэтому необходимы статистические методы обработки данных с целью уменьшения реальных взвешиваний.

1. Теоретическая часть

1.1 Эмпирическое распределение. Основные понятия и соотношения

Множество всех возможных значений случайной величины ξ , распределенной по закону F , называется генеральной совокупностью F .

Множество $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ отдельных значений случайной величины ξ , полученных в серии из n независимых экспериментов (наблюдений), называется выборочной совокупностью или выборкой объема n из генеральной совокупности.

Выборка $\{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}\}$, в которой элементы упорядочены по возрастанию, называется вариационным рядом.

В вариационном ряду некоторые элементы могут совпадать. Совпадающие элементы объединяют в группы:

$$\underbrace{x_{(1)}}_1, \underbrace{x_{(2)}, x_{(3)}}_2, \dots, \underbrace{x_{(n-3)}}_{m-1}, \underbrace{x_{(n-2)}, x_{(n-1)}, x_{(n)}}_m$$

Отношение числа элементов в группе n_i ($i=1, 2, \dots, m$) к полному числу элементов выборки n называется относительной частотой $\omega_i = n_i / n$.

Совокупность пар чисел (\bar{x}_i, n_i) , где \bar{x}_i , $i = \overline{1, m}$ – наблюдаемые повторяющиеся в выборке значения, а n_i – число этих значений в выборке, называется статистическим рядом абсолютных частот. Совокупность пар чисел (\bar{x}_i, ω_i) , где $\omega_i = n_i / n$ называется статистическим рядом относительных частот. Совокупность пар чисел $(\bar{x}_i, \sum_{k=1}^i \omega_k)$ называется статистическим рядом накопленных частот. Статистические ряды отображают в виде таблицы:

Таблица 1 – Статистический ряд накопленных частот

\bar{x}_i	\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_m
n_i	n_1	n_2	...	n_m
ω_i	ω_1	ω_2	...	ω_m
$\sum_{k=1}^i \omega_k$	ω_1	$\omega_1 + \omega_2$...	1

Подобного вида статистический ряд используют для описания выборки из генеральной совокупности с дискретным распределением. В этом случае статистический ряд относительных частот приближенно оценивает ряд дискретной случайной величины.

Ломаная, отрезки которой соединяют точки (\bar{x}_i, ω_i) , называется полигоном частот. Для дискретной случайной величины полигон частот является оценкой многоугольника распределения.

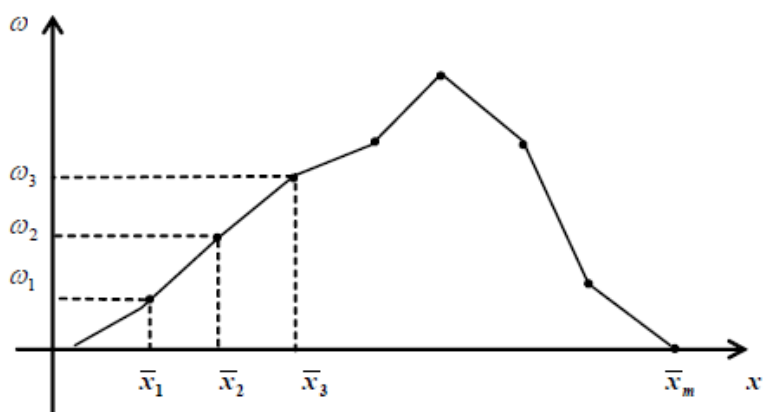


Рисунок 1 - Полигон частот

Для описания выборки из совокупности с непрерывным распределением используют сгруппированные статистические ряды. Для этого интервал, в котором содержатся все элементы выборки, делится на m равных (или неравных) последовательных, непересекающихся интервалов $\tilde{x}_0 \div \tilde{x}_1, \tilde{x}_1 \div \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{m-1} \div \tilde{x}_m$, и подсчитывают частоты n_i - число элементов выборки, попавших в i -ый интервал. Число интервалов группирования определяют,

например, по формуле Стерджесса: $m = 1 + [\log_2 n] \approx 1 + 4 \cdot \lg n$. $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + \log_2 n}$,

начало первого $x_{\text{нач}} = x_{\min} - h/2$. В результате получаем следующий статистический ряд:

Таблица 2 – Статистический ряд

\bar{x}_i	\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_m
n_i	n_1	n_2	...	n_m
ω_i	ω_1	ω_2	...	ω_m

ρ_i	ρ_1	ρ_2		ρ_m
$\sum_{k=1}^i \omega_k$	ω_1	$\omega_1 + \omega_2$...	1

Здесь $\bar{x}_i = \frac{\tilde{x}_{i-1} + \tilde{x}_i}{2}$ - середины интервалов группирования, $\rho_i = \frac{\omega_i}{\Delta x_i} = \frac{\omega_i}{\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i-1}}$ -

плотность частоты.

В качестве оценки кривой плотности непрерывного распределения используется гистограмма частот – ступенчатая фигура, состоящая из m прямоугольников, опирающихся на частичные интервалы. Высота i -го прямоугольника полагается равной плотности частоты ρ_i . Соответственно площадь каждого прямоугольника равна $\rho_i \cdot \Delta x_i = \omega_i$ – относительной частоте.

Эмпирической функцией распределения, полученной по выборке $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ называется функция, при каждом $x \in R$ равная:

$$F_n^*(x) = \frac{\text{количество } x_i < x}{n} \quad (1)$$

F_n^* есть ступенчатая функция. Эмпирическая функция распределения является оценкой теоретической функции распределения.

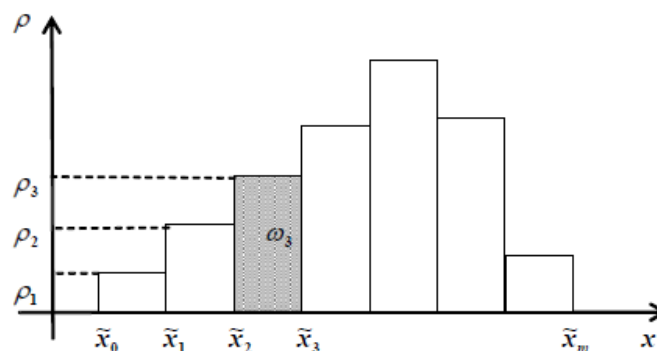


Рисунок 2 - Гистограмма частот

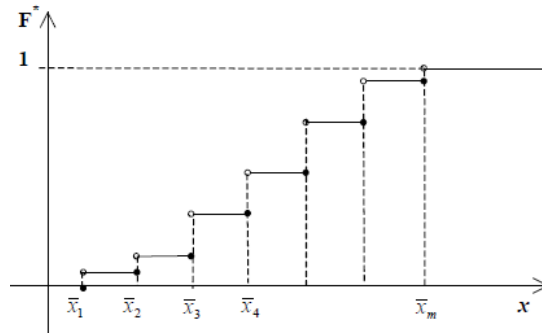


Рисунок 3 - Эмпирическая функция распределения

Теорема. При $n \rightarrow \infty$ выборочное распределение $F^*(x)$ стремится к исходному распределению $F(x)$ почти наверное (с вероятностью 1) [7].

$$F^*(x) \xrightarrow{\text{п.н.}} F(x) \quad (2)$$

1.2 Критерий χ^2 (пирсона) для сложной гипотезы

Пусть $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ выборка из генеральной совокупности F . Проверяется сложная гипотеза: $H_0: F = F_\theta$, где θ - неизвестный параметр распределения F (или вектор параметров), против альтернативы $H_1: F \neq F_\theta$.

Пусть выборка представлена в виде группированного ряда и n_i - число элементов выборки попавших в i -ый интервал, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Пусть θ^* - оценка параметра θ , а $p_i^*(\theta^*)$ - соответствующие ей оценки вероятностей p_i , $p_i = F(x_{i+1}) - F(x_i)$ - теоретическая вероятность попадания случайной величины в i -ый интервал при условии истинности H_0 .

Составим статистику $\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*}$, которая характеризует сумму квадратов отклонения наблюдаемых значений n_i от ожидаемых np_i по всем интервалам группирования.

Теорема Пирсона. Если H_0 верна, и l - число компонент вектора θ (число неизвестных параметров распределения), то при фиксированном m и $n \rightarrow \infty$

$$\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} \Rightarrow \chi_{m-l-1}^2 \quad (3)$$

Таким образом, критерий Пирсона для параметрической гипотезы:

$$\delta(\vec{X}) = \begin{cases} H_0, & \rho(\vec{X}) < \tau_{1-\alpha} \\ H_1, & \rho(\vec{X}) \geq \tau_{1-\alpha} \end{cases}, \quad \rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} \quad (4; 5)$$

где $\tau_{1-\alpha}$ - квантиль распределения χ^2 с $m - l - 1$ степенями свободы.

Замечание. Оценки θ^* , используемые для построения статистики критерия хи-квадрат, должны быть определены из условия минимума статистики $\rho(x)$.

Поэтому желательно уточнить оценки θ^* , найденные другим способом (методом максимального правдоподобия или методом моментов) путем минимизации $\rho(x)$ [7].

1.3 Нормальный закон распределения

Нормальным называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины, которое описывается плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} \quad (6)$$

Нормальное распределение определяется двумя параметрами: a и σ . Достаточно знать эти параметры, чтобы задать нормальное распределение. Вероятностный смысл этих параметров таков: a - это математическое ожидание, σ - это среднее квадратическое отклонение нормального распределения.

а) По определению математического ожидания непрерывной случайной величины,

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-(x-a)^2/2\sigma^2} dx \quad (7)$$

Введем новую переменную $z = (x - a) / \sigma$. Отсюда $x = \sigma z + a$, $dx = \sigma dz$. Приняв во внимание, что новые пределы интегрирования равны старым, получим

$$M(X) = \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma z + a)e^{-z^2/2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma z e^{-z^2/2} dz + \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2/2} dz \quad (8)$$

Первое из слагаемых равно нулю (под знаком интеграла нечетная функция; пределы интегрирования симметричны относительно начала координат). Второе из слагаемых равно a (интеграл Пуассона $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = \sqrt{2\pi}$).

Итак, $M(X) = a$, т. е. математическое ожидание нормального распределения равно параметру a .

б) По определению дисперсии непрерывной случайной величины, учитывая, что $M(X) = a$, имеем

$$D(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (x - a)^2 e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} dx \quad (9)$$

Введем новую переменную $z = (x - a) / \sigma$. Отсюда $x - a = \sigma z$, $dx = \sigma dz$. Приняв во внимание, что новые пределы интегрирования равны старым, получим

$$D(X) = \frac{\sigma^2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot z e^{-z^2/2} dz \quad (10)$$

Интегрируя по частям, положив $u = z$, $dv = z e^{-z^2/2} dz$, найдем

$$D(X) = \sigma^2 \quad (11)$$

Следовательно,

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma \quad (12)$$

Итак, среднее квадратическое отклонение нормального распределения равно параметру σ .

График плотности нормального распределения называют нормальной кривой (кривой Гаусса).

Исследуем функцию

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} \quad (13)$$

методами дифференциального исчисления.

1. Очевидно, функция определена на всей оси x .

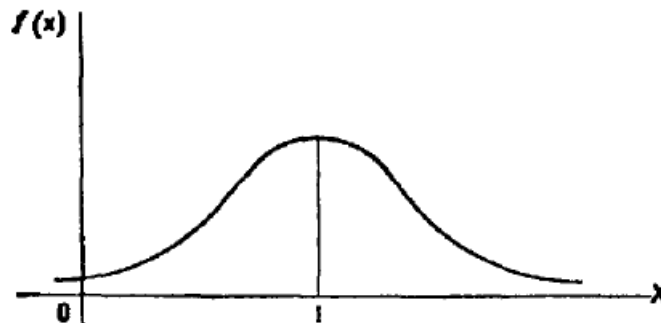


Рисунок 4 - График плотности нормального распределения

2. При всех значениях x функция принимает положительные значения, т.е. нормальная кривая расположена над осью Ox .
3. Предел функции при неограниченном возрастании x (по абсолютной величине) равен нулю: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} y = 0$, т.е. ось Ox служит горизонтальной асимптотой графика.
4. Исследуем функцию на экстремум. Найдем первую производную:

$$y' = - \frac{x - a}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2}$$

Легко видеть, что $y' = 0$ при $x = a$, $y' > 0$ при $x < a$, $y' < 0$ при $x > a$.

Следовательно, при $x = a$ функция имеет максимум, равный $1/(\sigma\sqrt{2\pi})$.

5. Разность $x - a$ содержится в аналитическом выражении функции в квадрате, т.е. график функции симметричен относительно прямой $x = a$.
6. Исследуем функцию на точки перегиба. Найдем вторую производную:

$$y'' = - \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} \left[1 - \frac{(x-a)^2}{\sigma^2} \right]$$

Легко видеть, что при $x = a + \sigma$ и $x = a - \sigma$ вторая производная равна нулю, а при переходе через эти точки она меняет знак (в обеих точках значение функции равно $1/(\sigma\sqrt{2\pi}e)$). Таким образом, точки графика $(a - \sigma, 1/(\sigma\sqrt{2\pi}e))$ и $(a + \sigma, 1/(\sigma\sqrt{2\pi}e))$ являются точками перегиба [8].

1.4 Последовательные методы проверки гипотез о значениях параметров распределений

Большинство методов проверки статистических гипотез используют фиксированный объем выборки. Вальд предложил теорию последовательной проверки гипотез (последовательный анализ), существенным отличием которой является то, что число наблюдений, необходимое для принятия решения по гипотезе, зависит от исходов испытаний и является случайной, не фиксированной заранее величиной.

Метод последовательной проверки гипотезы предполагает на каждой стадии наблюдений (эксперимента) принятие одного из возможных решений: принять гипотезу, отклонить ее или продолжить наблюдения. Обычно при последовательном анализе нулевая гипотеза относительно значения параметра θ формулируется в форме предположения об одном из двух его возможных значений θ_0 или θ_1 :

$$H_0 : \theta = \theta_0; H_1 : \theta = \theta_1.$$

Задача последовательного анализа в ходе эксперимента выбрать одну из гипотез. Вальд показал, что для проверки гипотез методами последовательного анализа требуется в среднем в два раза меньше наблюдений, чем при проверке классическими методами, основанными на заранее фиксированном числе наблюдений. Впоследствии было показано, что при определенных условиях выигрыш от применения последовательной процедуры по сравнению с классической теоретически неограничен.

Перед планированием процедуры последовательного анализа назначают приемлемые величины вероятностей допустимых ошибок: α – вероятность принятия гипотезы H_1 , когда верна гипотеза H_0 (ошибка первого рода) и β – вероятность принятия гипотезы H_0 , когда верна гипотеза H_1 (ошибка второго рода).

Наибольший выигрыш последовательный анализ дает при $\alpha \gg \beta$ или $\alpha \ll \beta$ т. е. когда α и β являются величинами разного порядка малости.

Так как число наблюдений n в последовательном анализе является величиной случайной, то необходимо знать либо его функцию распределения вероятностей, либо параметры этого распределения (например, среднее количество необходимых наблюдений). Среднее значение зависит только от истинного значения параметра, относительно которого проверяется гипотеза.

Функция $\bar{n}(\theta)$, определяющая зависимость \bar{n} от θ , называется функцией среднего числа наблюдений.

На практике обычно находят средние значения числа наблюдений $\bar{n}(\theta_0)$ и $\bar{n}(\theta_1)$, соответствующие гипотетическим значениям параметра θ_0 и θ_1 ,

между которыми осуществляется выбор, и максимальное среднее значение числа наблюдений \bar{n}_{max} , необходимое для окончания последовательной процедуры проверки гипотезы.

Если знания только среднего числа наблюдений недостаточно и требуется определить либо вероятность того, что для завершения последовательной процедуры понадобится не более некоторого, наперед заданного, числа наблюдений, либо число наблюдений, соответствующее заданной вероятности завершения последовательной процедуры, используются таблицы распределения Вальда с функцией

$$P(x < a) = W_c(a) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \int_0^a x^{-3/2} \exp\left\{-\frac{c}{2}\left(x + \frac{1}{x} - 2\right)\right\} dx \quad (14)$$

где $x = \frac{n}{\bar{n}}$ отношение числа наблюдений к его среднему значению; c – параметр распределения, определяемый видом распределения исследуемой случайной величины и гипотетическим значением параметра θ (θ_0 или θ_1).

Вероятность γ завершения процедуры последовательного анализа и число испытаний $n(\theta)$ при некотором значении θ (θ_0 или θ_1) связаны соотношением $\gamma = W_{c(\theta)}\left(\frac{n(\theta)}{\bar{n}(\theta_1)}\right)$ из которого можно определить либо γ , соответствующее заданному $n(\theta)$, либо $n(\theta)$, соответствующее заданному значению γ .

1.5 Проверка гипотезы о параметрах нормального распределения

Проверяется нулевая гипотеза $H_0: \mu = \mu_0$ против альтернативы $H_1: \mu = \mu_1$ ($\mu_0 < \mu_1$).

Полагается, что дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 известны заранее, причем $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

Введем обозначения

$$A = \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_0} \ln \frac{\beta}{1 - \alpha} + n \frac{\mu_1 + \mu_0}{2} \quad (15)$$

$$B = \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_0} \ln \frac{1 - \beta}{\alpha} + n \frac{\mu_1 + \mu_0}{2} \quad (16)$$

Если:

$\sum_{i=1}^n x_i \leq A$, то принимается гипотеза H_0 ;

$\sum_{i=1}^n x_i \geq B$, то принимается гипотеза H_1 ;

$A < \sum_{i=1}^n x_i < B$, то наблюдения продолжаются.

Средние объемы выборок, необходимые для завершения процедуры последовательного анализа, равны

$$\bar{n}(\mu_0) = 2\sigma^2 \frac{(1-\alpha)\ln\frac{(1-\alpha)}{\beta} + \alpha\ln\frac{\alpha}{1-\beta}}{(\mu_1 - \mu_0)^2} \quad (17)$$

$$\bar{n}(\mu_1) = 2\sigma^2 \frac{(1-\beta)\ln\frac{(1-\beta)}{\alpha} + \beta\ln\frac{\beta}{1-\alpha}}{(\mu_1 - \mu_0)^2} \quad (18)$$

$$\bar{n}_{max} = -\sigma^2 \frac{\ln\frac{(1-\beta)}{\alpha} \cdot \ln\frac{\beta}{1-\alpha}}{(\mu_1 - \mu_0)^2} \quad (19)$$

Здесь \bar{n}_{max} – максимальное среднее значение числа наблюдений, необходимое для окончания последовательной процедуры проверки гипотезы.

Параметр c распределения Вальда находится по формуле

$$c = K \frac{|\mu - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2}|}{\mu_1 - \mu_0}, \text{ где } K = \begin{cases} \ln\frac{(1-\alpha)}{\beta}, & \text{если } \mu = \mu_0, \alpha \ll \beta \\ \ln\frac{(1-\beta)}{\alpha}, & \text{если } \mu = \mu_1, \beta \ll \alpha \end{cases} \quad (20, 21)$$

2. Практическая часть

2.1 Оценка закона распределения на основе выборочных данных

Дана таблица с 6 столбцами и 101 строкой. Первый столбец – нумерация от 1 до 100, во втором столбце № баллона, остальным четырем столбцам присвоены номера 1, 2, 3 и 4. Столбец под номером 1 – это нормативный вес пустого баллона (кг), под номером 2 – фактический вес пустого баллона (кг), под 3 – фактический вес наполненного баллона (кг) и в 4 столбце – вес газа после наполнения (кг). По условию мы можем узнавать колонку №1, узнавать колонки №2, 3, 4 - труднозатратно. Необходимо найти неизвестную функцию распределения вероятностей.

Используем данные из столбца №2, 3 и 4. Рассмотрим выборку веса газа в баллонах объемом $n = 100$:

Таблица 3 – Выборка веса газа в баллонах

4	3,5	4,5	3,2	4	4,5	3,6	4,5	4,1	3,7
3,5	4	4,2	4	4,2	3,8	4	4	3,5	4
5,2	4	3,5	4,2	3,5	4	4,3	4,4	4,4	4,3
4	4,4	3,6	4,2	3,1	4,2	3,6	3,7	3,9	4,4
4,2	4	3,4	3	4	4	4,2	4,8	3,7	3,6
3	3,2	3,4	5,2	4,5	3,5	3	3,4	4	4
4,4	4,5	4	3,6	4,2	3,2	3,4	3,5	5	3,2
3,3	5,2	3,3	5	4,4	5	4	4	3,8	4,5
3,5	4	3,5	3	4	5,3	3,2	4,2	4,2	3,6
4,3	4,2	3,8	4,3	4,2	4,4	3,2	4,2	3,5	4,4

Параметры распределения находим из эмпирических данных. Среднее значение равно 3,96, стандартное отклонение – 0,53, $x_{min} = 3$, $x_{max} = 5,3$. Число интервалов группирования определим по формуле Стерджесса:

$$m = 1 + \log_2 100 = 7. \text{ Шаг для интервала } h = (x_{max} - x_{min})/m = 0,3.$$

Найдем начальное значение $x_{нач} = x_{min} - h/2 = 2,8$. Исходные данные разбиваем на 9 интервалов $x_{кон} = 5,46$. Найдем частоту, середины интервалов, относительные частоты и плотность частоты. Используя параметры среднего значения и стандартного отклонения выборочных данных, найдем

теоретическую плотность нормального распределения. Получим следующие результаты:

Таблица 4 – Интервальный статистический ряд

диапазон	частота	середина интервала	относительная частота	плотность частоты	теор.плотность норм.распределения	вероятность попадания в интервал pi^*	значения np_i^*	$(ni - np_i^*)^2 / np_i^*$
2,83571429	0							
3,16428571	5	3	0,05	0,152174	0,146262	0,0497609	4,98	0,000114902
3,49285714	12	3,3285714	0,12	0,365217	0,368544	0,1218622	12,2	0,002845679
3,82142857	22	3,6571429	0,22	0,669565	0,634948	0,2064275	20,6	0,089238385
4,15	22	3,9857143	0,22	0,669565	0,747961	0,2419273	24,2	0,198739562
4,47857143	25	4,3142857	0,25	0,76087	0,602435	0,1961787	19,6	1,476577221
4,80714286	7	4,6428571	0,07	0,213043	0,331767	0,1100596	11	1,458090864
5,13571429	3	4,9714286	0,03	0,091304	0,124924	0,0427073	4,27	0,378097856
5,46428571	4	5,3	0,04	0,121739	0,032163	0,0114578	1,15	7,11004226

В качестве оценки кривой плотности непрерывного распределения используется гистограмма частот или эмпирическая гистограмма. Сравним эмпирическую гистограмму с графиком плотности теоретического распределения.

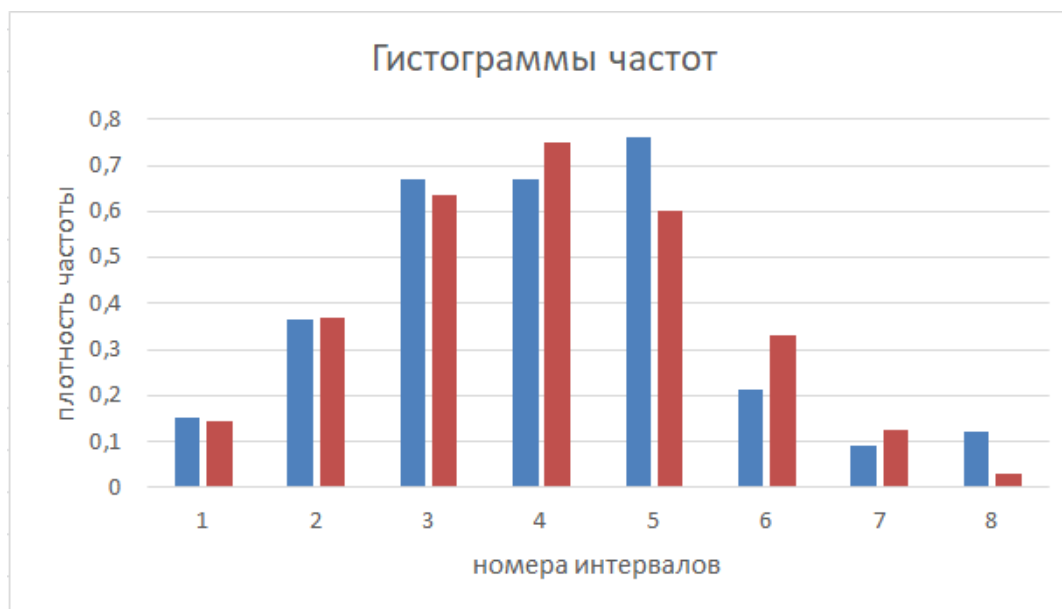


Рисунок 5 - Сравнение распределений

Анализируя гистограмму, видим, что распределение экспериментальных данных похоже на нормальное распределение. Видим достаточно хорошее

совпадение с графиком плотности теоретического распределения. Можно выдвинуть гипотезу, что используется нормальное распределение. Чтобы проверить выдвинутую гипотезу, используем критерий χ^2 для сложной гипотезы. Его применяют для проверки гипотезы о виде распределения.

θ параметры распределения F в данной задаче найдены. Среднее значение равно 3,9 и стандартное отклонение - 0,53. Подсчитаем вероятности p_i^* попадания в каждый интервал. Далее находим ожидаемые значения - np_i^* и нормированные квадраты отклонений $(np_i^* - n_i)^2 / np_i^*$ по всем интервалам.

Наблюдаемая статистика:
$$\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 10,7,$$

критическая статистика при $\alpha = 0,05$ и $9 - 2 - 1 = 6$ степенями свободы равна 12,59.

Так как $\rho_{\text{набл}} < \rho_{\text{кр}}$, то гипотеза о распределении данных по нормальному закону принимается.

Выполним те же вычисления для выборки фактического веса пустого баллона и выборки наполненного газом баллона.

Используем данные из столбца №3 и №4. Данные представлены в таблице ниже:

Таблица 5 – Выборка фактического веса пустого баллона

91,2	87,1	92,5	89,8	86,5	86,9	87,2	87,4	86,6	90,1
89,3	86,3	90,5	85,1	87,4	88,3	86,5	84,6	88,3	88,2
88,3	89,2	87,5	85,3	87,3	91,7	83,1	85,5	86,4	86,7
83,3	86	86,4	85,3	87,6	86,1	86,7	87,3	89,1	84,2
90,9	86,2	87,4	89,1	88,7	88,5	86,7	90	89,3	87,9
87,4	90,4	86,6	87,3	79,5	88,1	87,4	85,3	85,9	87,7
92,9	87	89,8	87,4	87,3	87,6	89,9	86	81,3	88,9
87,3	85	87,7	85,5	92,9	89,5	85,8	87,9	90	86
79,5	84,6	88,2	87,9	87,4	86,5	89,6	87,5	92,8	81,5
88,7	83,8	81,5	87,1	88,4	87,8	85,2	86,6	90,5	90,4

и

Таблица 6 – Выборка фактического веса наполненного баллона

95,2	90,6	97	93	90,5	91,4	90,8	91,9	90,7	93,8
92,8	90,3	94,7	89,1	91,6	92,1	90,5	88,6	91,8	92,2
93,5	93,2	91	89,5	90,8	95,7	87,4	89,9	90,8	91
87,3	90,4	90	89,5	90,7	90,3	90,7	91	93	88,6
95,1	90,2	90,8	92,1	92,7	92,5	90,9	94,8	93	91,5
90,4	93,6	90	92,5	84	91,6	90,4	88,7	89,9	91,7
97,3	91,5	93,8	91	91,5	90,8	93,3	89,5	86,3	92,1
90,6	90,2	91	90,5	97,3	94,5	89,8	91,9	93,8	90,5
83	90,6	91,7	90,9	91,4	91,8	92,8	91,7	97	85,1
93	88	85,3	91,4	92,6	92,2	88,4	90,8	94	94,8

Параметры распределения находим из эмпирических данных. Среднее значение для пустого баллона равно 87,343, стандартное отклонение – 2,544, $x_{min} = 79,5$, $x_{max} = 92,9$. Число интервалов группирования определим по формуле Стерджесса: $m = 1 + \log_2 100 \approx 7$. Шаг для интервала $h = \frac{x_{max}-x_{min}}{m} = 2,233$.

Найдем начальное значение $x_{нач} = x_{min} - h/2 = 78,38$. Исходные данные разбиваем на 6 интервалов, т.к. объединили 2 и 3 интервала, $x_{кон} = 94,01$. Найдем частоту, середины интервалов, относительные частоты и плотность частоты. Используя параметры среднего значения и стандартного отклонения выборочных данных, найдем теоретическую плотность нормального распределения. Получим следующие результаты:

Таблица 7 – Интервальный статистический ряд

диапазон	частота			середина интервала	относительная частота	плотность частоты	теор.плотность норм.распределения	вероятность попадания в интервал π_i^*	значения π_i^*	$(n_i - n\pi_i^*)^2/n\pi_i^*$
78,383333	0	78,3833	0							
80,616667	2	82,85	5	80,61667	0,05	0,011194	0,00476	0,038477	3,84765744	0,34511736
82,85	3	85,0833	7	83,96667	0,07	0,0313433	0,065	0,148521	14,8521007	4,1512973
85,083333	7	87,3167	36	86,2	0,36	0,161194	0,14176	0,308659	30,8658755	0,85399275
87,316667	36	89,55	34	88,43333	0,34	0,1522388	0,14305	0,3113	31,1299574	0,26460507
89,55	34	91,7833	14	90,66667	0,14	0,0626866	0,0668	0,152371	15,2370602	0,10043393
91,783333	14	94,0167	4	92,9	0,04	0,0179104	0,01443	0,036104	3,61044036	0,04203274
94,016667	4									

Сравним эмпирическую гистограмму с графиком плотности теоретического распределения.

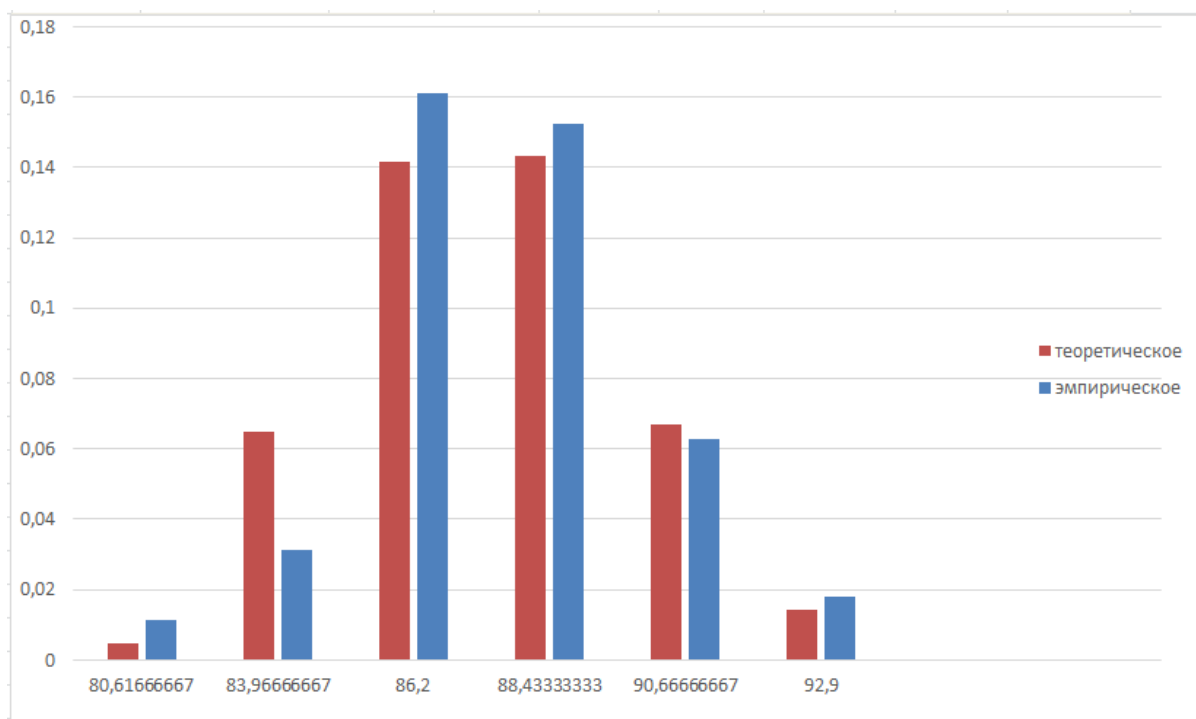


Рисунок 6 - Сравнение распределений

Анализируя гистограмму, видим, что распределение экспериментальных данных похоже на нормальное распределение. Видим достаточно хорошее совпадение с графиком плотности теоретического распределения. Можно выдвинуть гипотезу, что используется нормальное распределение. Чтобы проверить выдвинутую гипотезу, используем критерий χ^2 для сложной гипотезы.

θ параметры распределения F в данной задаче так же найдены. Среднее значение равно 87,343 и стандартное отклонение – 2,544. Подсчитаем вероятности p_i^* попадания в каждый интервал. Далее находим ожидаемые значения - np_i^* и нормированные квадраты отклонений $(np_i^* - n_i)^2 / np_i^*$ по всем интервалам.

Наблюдаемая статистика:
$$\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 5,757,$$

критическая статистика при $\alpha = 0,05$ и $6 - 2 - 1 = 3$ степенями свободы равна 7,814.

Так как $\rho_{\text{набл}} < \rho_{\text{кр}}$, то гипотеза о распределении данных по выборке фактического веса пустого баллона по нормальному закону принимается.

Выполним вычисления для выборки фактического веса наполненного газом баллона. Среднее значение для наполненного баллона равно 91,33, стандартное отклонение – 2,534, $x_{min} = 83$, $x_{max} = 97,3$. Число интервалов группирования определим по формуле Стерджесса:

$$m = 1 + \log_2 100 \approx 7. \text{ Шаг для интервала } h = \frac{x_{max} - x_{min}}{m} = 2,383.$$

Найдем начальное значение $x_{нач} = x_{min} - h/2 = 81,80$. Исходные данные разбиваем на 6 интервалов, $x_{кон} = 98,49$. Найдем частоту, середины интервалов, относительные частоты и плотность частоты. Используя параметры среднего значения и стандартного отклонения выборочных данных, найдем теоретическую плотность нормального распределения. Получим следующие результаты:

Таблица 8 – Интервальный статистический ряд

диапазон	частота			середина интервала	относительная частота	плотность частоты	теор.плотность норм.распределения	вероятность попадания в интервал p_i^*	значение p_i^*	$(n_i - p_i^*)^2/n$
81,80833	0	81,80833	0							
84,19167	2	86,575	5	84,19167	0,05	0,01049	0,002982	0,030235	3,023454	1,292144
86,575	3	88,95833	7	87,76667	0,07	0,029371	0,058586	0,14438	14,43804	3,831854
88,95833	7	91,34167	39	90,15	0,39	0,163636	0,141237	0,327135	32,71354	1,208051
91,34167	39	93,725	34	92,53333	0,34	0,142657	0,140627	0,325823	32,5823	0,061686
93,725	34	96,10833	11	94,91667	0,11	0,046154	0,057831	0,142647	14,26466	0,747161
96,10833	11	98,49167	4	97,3	0,04	0,016783	0,009822	0,027335	2,733491	0,586812
98,49167	4									

Сравним эмпирическую гистограмму с графиком плотности теоретического распределения.

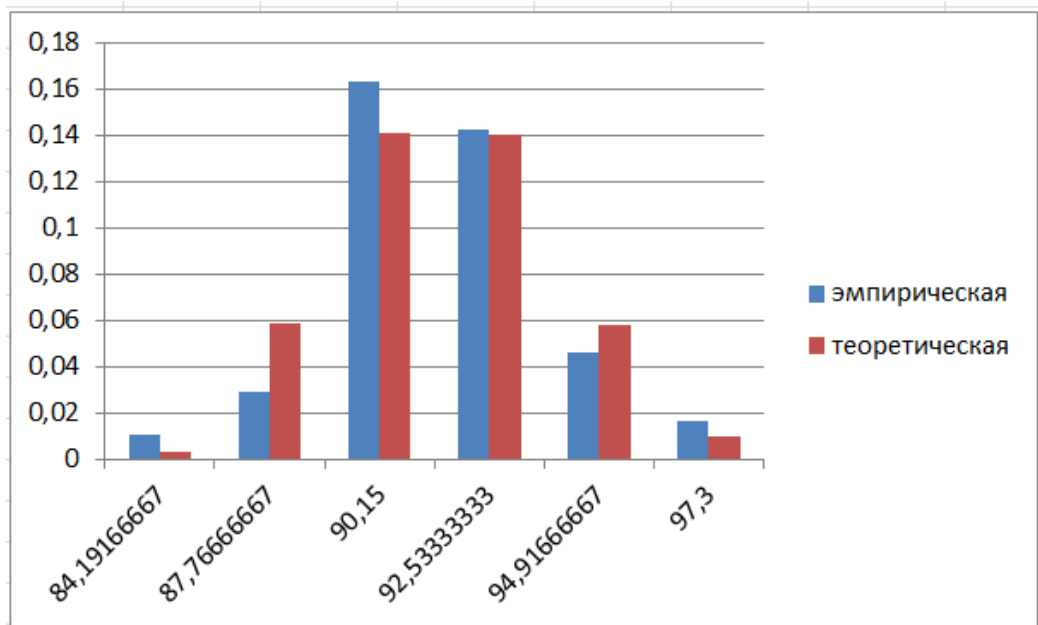


Рисунок 7 - Сравнение распределений

Анализируя гистограмму, видим, что распределение экспериментальных данных похоже на нормальное распределение. Видим достаточно хорошее совпадение с графиком плотности теоретического распределения. Можно выдвинуть гипотезу, что используется нормальное распределение. Чтобы проверить выдвинутую гипотезу, используем критерий χ^2 для сложной гипотезы.

θ параметры распределения F в данной задаче так же найдены. Среднее значение равно 91,33 и стандартное отклонение – 2,534. Подсчитаем вероятности p_i^* попадания в каждый интервал. Далее находим ожидаемые значения - np_i^* и нормированные квадраты отклонений $(np_i^* - n_i)^2 / np_i^*$ по всем интервалам.

Наблюдаемая статистика:
$$\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 7,727,$$

критическая статистика при $\alpha = 0,05$ и $6 - 2 - 1 = 3$ степенями свободы равна 7,814.

Так как $\rho_{\text{набл}} < \rho_{\text{кр}}$, то гипотеза о распределении данных по выборке веса наполненного газос баллона по нормальному закону принимается [9].

2.2 Последовательная проверка гипотезы о значении среднего веса пустых и полных баллонов

Выяснили, что средний вес полного баллона 91,33 кг и средний вес пустого баллона 87,34 кг. Стандартное отклонение полных баллонов 2,534509 и стандартное отклонение для пустых баллонов 2,54405. При $\alpha = 0,1$ и $\beta = 0,01$ найдем контрольные границы и средние объемы выборок для последовательной проверки гипотезы. По формулам (15), (16) найдем А и В

A=	528,7654898	n=	6
B=	539,7008875	n=	6

Далее вычисляем средние объемы выборок (формулы (17)-(19)):

4	средний объём выборки для пустых баллонов
2	средний объём выборки для полных баллонов
9	максимальный объём выборки для полных баллонов

Находим величину c и объем выборки для принятия решения по гипотезе H_1 с вероятностью 0,95:

1,146267379	величина c
6	максимальный объём выборки для принятия решения по гипотезе H_1 с вероятностью 0,95

Таким образом, с вероятностью 0,95 можем сказать, что средний вес полного баллона равен 91,33 при объеме выборки равной 6.

3. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

Целью данного раздела является оценка разработанной статистической модели газа веса газа в баллоне с позиции ресурсоэффективности и конкурентоспособности.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- проанализировать конкурентные технические решения проекта;
- провести SWOT-анализ;
- выполнить планирование и организацию научного исследования;
- создать график Гантта;
- определить бюджет научного проекта;
- определить ресурсоэффективность проекта.

3.1 Потенциальные потребители результатов исследования

В процессе написания магистерской диссертации были определены потенциальные потребители результатов исследования. К ним можно отнести продавцов газовых баллонов. Для анализа потребителей необходимо рассмотреть целевой рынок и провести его сегментирование.

Целевой рынок – сегменты рынка, на котором будет продаваться в будущем разработка.

Сегмент рынка – группы потребителей, обладающих определенными общими признаками.

Сегментирование – разделение покупателей на однородные группы, для каждой из которых может потребоваться определенный товар (услуга).

В зависимости от категории потребителей необходимо использовать соответствующие критерии сегментирования. Для коммерческих организаций критериями сегментирования могут быть: размер, отрасль, выпускаемая продукция. Для физических лиц критериями сегментирования могут быть: профессия, пол.

Сегментировать рынок услуг по разработке математической модели можно по следующим критериям: объем продаж газовых баллонов, средняя цена газовых баллонов.

Объем продаж газовых баллонов:

- компании, занимающиеся продажей газовых баллонов;
- продавцы, индивидуальные предприниматели (физ. лица);

Средняя цена газовых баллонов:

- компании, занимающиеся продажей газовых баллонов;
- продавцы, индивидуальные предприниматели (физ. лица).

Таким образом, потенциальными потребителями результатов исследования являются компании, занимающиеся продажей газовых баллонов, продавцы, индивидуальные предприниматели. Сегментирование рынка осуществляется по двум критериям: продажа газовых баллонов, средняя цена газовых баллонов.

3.2 Анализ и оценка конкурентоспособности НИ

Анализ конкурентных решений позволяет провести оценку сравнительной эффективности научной разработки и определить направления для ее будущего повышения.

Для построения статистической модели веса газа в баллонах применялся критерий χ^2 Пирсона для сложной гипотезы. Основным конкурентом полученной статистической модели оценки веса газа в баллонах может выступать статистическая модель оценки газа, основанная на использовании другого критерия. В данной работе был рассмотрен и реализован метод с применением критерия χ^2 Пирсона для сложной гипотезы (ф), а в качестве конкурента выбран критерий χ^2 Пирсона для простой гипотезы (к).

Проведем данный анализ с помощью оценочной карты, которая приведена в таблице 9.

Таблица 9 - Оценочная карта для сравнения конкурентных технических решений (разработок)

Критерии оценки	Вес критерия	Баллы		Конкурентоспособность	
		Б _ф	Б _к	К _ф	К _к
Скорость расчета	0,5	5	5	2,5	2,5
Удобство использования выбранной модели	0,3	5	3	1,5	0,9
Простота понимания модели	0,1	5	5	0,5	0,5
Надежность модели	0,05	5	4	0,25	0,2
Сходимость модели	0,03	4	3	0,12	0,09
Адаптивность метода	0,02	5	3	0,1	0,06
Итого	1	29	23	4,97	4,25

Позиция разработки и конкурентов оценивается по пятибалльной шкале. Веса показателей в сумме должны составлять 1.

Анализ конкурентных технических решений определяется по формуле:

$$K = \sum V_i \cdot B_i, \quad (22)$$

где

V_i – вес показателя (в долях единицы);

B_i – балл i -го показателя.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что критерий χ^2 Пирсона для сложной гипотезы по многим показателям является наиболее предпочтительным, чем критерий χ^2 Пирсона для простой гипотезы, так как значение 4,97 больше значения 4,25.

3.3 SWOT-анализ

SWOT-анализ представляет собой сводную таблицу, иллюстрирующую связь между внутренними и внешними факторами компании. Целью данного анализа является описание сильных и слабых сторон проекта, выявление

возможностей и угроз для реализации проекта, которые проявились или могут появиться в его внешней среде.

Приведем матрицу SWOT-анализа для нахождения неизвестной функции распределения вероятностей веса газа в баллонах.

Таблица 10 - Матрица SWOT

	Сильные стороны С1. С нахождением функции распределения можно не взвешивать каждый баллон С2. Модель создается чтобы оценить вероятность того, сколько в среднем находится газа в баллоне.	Слабые стороны Сл1. Для проведения анализа необходимо взвесить 100 баллонов вручную Сл2. Требуются людские, временные и финансовые ресурсы
Возможности В1. Применение созданной модели покажет сколько баллонов надо взвесить, чтобы узнать средний вес данной выборки.	В1С1 Из выборки 100 баллонов можно взвесить 6 баллонов и определить средний вес газа в баллоне выборки В1С2 Получили нормальное распределение, зная это вычислили что вероятность того, что вес будет больше 5 кг приблизительно 8%	В1Сл1 6 баллонов надо взвесить вручную В1Сл2 Людские, временные и финансовые ресурсы снижаются
Угрозы У1. Пробелы в законодательстве		

У2. Устаревший парк оборудования		
----------------------------------	--	--

Таким образом, можно сделать вывод о том, что наиболее эффективными в сложившейся ситуации являются следующие стратегии:

1. Определение собственника каждого баллона поможет исключить из использования изношенные баллоны, упорядочить и ускорить процесс обновления баллонного парка, а также перейти к производству новых конструкций баллонов, отвечающих современным требованиям;
2. Применение статистической модели позволит сохранить людские, финансовые и временные ресурсы.

3.4 Формирование плана и графика разработки

Для выполнения работы формируется рабочая группа, в состав которой входит научный руководитель проекта (НР) и инженер (И). После чего, в рамках проведения научного исследования выполняется ряд основных этапов, представленных в Таблице 11.

Таблица 11 - Перечень этапов, работ и распределение исполнителей

Основные этапы	№ раб	Содержание работ	Должность исполнителя
Разработка технического задания	1	Составление и утверждение задания	И, НР
	2	Календарное планирование работ по теме	И
	3	Изучение материалов по теме	И
Выбор направления	4	Анализ исходных данных	И
	5	Выбор метода	И, НР

исследований		выполнения работы	
Теоретические и экспериментальные исследования	6	Применение критерия χ^2 Пирсона для сложной гипотезы	И
	7	Анализ результатов работы	И
Обобщение и оценка результатов	8	Составление отчета по работе	И

В рамках планирования научного проекта необходимо построить календарный график проекта. Линейный график представлен в таблице 12.

Таблица 12 - Календарный план проекта

Код работ	Название	Длительность, дни	Дата начала работ	Дата окончания работ	Состав участников
1	Составление и утверждение задания магистерской диссертации	1	09.01.2021	10.01.2021	Маркитанова А.В. Мицель А.А.
2	Календарное планирование работ по теме	2	11.01.2021	15.01.2021	Маркитанова А.В.
3	Изучение материалов по теме	9	16.01.2021	28.01.2021	Маркитанова А.В.
4	Анализ исходных данных	8	29.01.2021	07.02.2021	Маркитанова А.В.
5	Выбор метода	7	08.02.2021	18.02.2021	Маркитанова

Таким образом, длительность работ в календарных днях руководителя составляет 8 дней, а инженера 101 день.

3.5 Формирование бюджета затрат на научное исследование

При планировании бюджета НТИ должно быть обеспечено полное и достоверное отражение всех видов расходов, связанных с его выполнением. В процессе формирования бюджета НТИ используется следующая группировка затрат по статьям:

- материальные затраты НТИ;
- основная заработная плата исполнителей темы;
- отчисления во внебюджетные фонды (страховые отчисления).

Отразим стоимости всех материалов, используемых при разработке проекта, включая расходы на их приобретение и, при необходимости, на доставку.

Таблица 14 - Сырье, материалы, комплектующие изделия и покупные полуфабрикаты

Наименование	Единица измерения	Кол-во	Цена за ед., руб.	Затраты на материалы, руб.
Бумага, формат А4	Пачка	1	295	295
Картридж для принтера	Шт	1	2650	2650
Программное обеспечение Windows	Шт	1	13000	13000
Итого:				15945

Основная заработная плата ($Z_{\text{осн}}$) руководителя (инженера) от предприятия рассчитывается по следующей формуле:

$$Z_{\text{осн}} = Z_{\text{дн}} \cdot T_p, \quad (23)$$

где

T_p – продолжительность работ, выполняемых научно-техническим работником, раб. дн.;

$Z_{\text{дн}}$ – среднедневная заработная плата работника, руб.

Среднедневная заработная плата рассчитывается по формуле:

$$Z_{\text{дн}} = \frac{Z_{\text{м}} \cdot M}{F_{\text{д}}}, \quad (24)$$

где

$Z_{\text{м}}$ – месячный должностной оклад работника, руб.;

M – количество месяцев работы без отпуска в течение года: 10,4;

$F_{\text{д}}$ – действительный годовой фонд рабочего времени научно-технического персонала, раб. дн.

Месячный должностной оклад работника:

$$Z_{\text{м}} = Z_{\text{тс}} \cdot (1 + k_{\text{пр}}) \cdot k_{\text{р}}, \quad (25)$$

$Z_{\text{тс}}$ – заработная плата по тарифной ставке, руб.;

$k_{\text{пр}}$ – премиальный коэффициент, равный 0,3;

$k_{\text{р}}$ – районный коэффициент, равный 1,3 (г. Томск).

Таблица 15 - Баланс рабочего времени

Показатели рабочего времени	Научный руководитель	Инженер
Календарное число дней	365	365
Количество нерабочих дней	122	122
Потери рабочего времени:		
– отпуск	48	48
– невыходы по болезни		

Действительный фонд рабочего времени	годовой	247	247
---	---------	-----	-----

Приведем расчет заработной платы для научного руководителя:

$$Z_{\text{м}} = 46846 \cdot (1 + 0,3) \cdot 1,3 = 74099,74 \text{ руб.}$$

$$Z_{\text{дн}} = \frac{74099,74 \cdot 10,4}{247} = 3119,98 \text{ руб.}$$

$$Z_{\text{осн}} = 3119,98 \cdot 8 = 24959,91 \text{ руб.}$$

Приведем расчет заработной платы для инженера:

$$Z_{\text{м}} = 11538 \cdot (1 + 0,3) \cdot 1,3 = 19499,22 \text{ руб.}$$

$$Z_{\text{дн}} = \frac{19499,22 \cdot 10,4}{247} = 821,02 \text{ руб.}$$

$$Z_{\text{осн}} = 821,02 \cdot 101 = 82922,99 \text{ руб.}$$

Расчет основной заработной платы приведем в таблице 22.

Таблица 16 - Расчет основной заработной платы

Исполнители	Оклад, руб.	$k_{\text{пр}}$	$k_{\text{р}}$	$Z_{\text{м}}$, руб	$Z_{\text{дн}}$, руб.	$T_{\text{р}}$, раб. дн.	$Z_{\text{осн}}$, руб.
Научный руководитель	43846	0,3	1,3	74099,74	3119,98	8	24959,91
Инженер	11538	0,3	1,3	19499,22	821,02	101	82922,99
Итого:							107882,9

Отразим обязательные отчисления по установленным законодательством Российской Федерации нормам органам государственного социального страхования (ФСС), пенсионного фонда (ПФ) и медицинского страхования (ФФОМС) от затрат на оплату труда работников.

Величина отчислений во внебюджетные фонды определяется исходя из следующей формулы:

$$C_{\text{внеб}} = k_{\text{внеб}} \cdot Z_{\text{осн}}, \quad (26)$$

$k_{\text{внеб}}$ – коэффициент отчислений на уплату во внебюджетные фонды.

Коэффициент отчислений во внебюджетные фонды – 30,2%.

Расчет отчислений во внебюджетные фонды приведем в таблице 23.

Таблица 17 - Отчисления во внебюджетные фонды

Исполнитель	Основная заработная плата, руб.
Научный руководитель	24959,91
Инженер	82922,99
Коэффициент отчислений	0,302
Итого:	32580,63

Рассчитанная величина затрат научно-исследовательской работы является основой для формирования бюджета затрат проекта, который при формировании договора с заказчиком защищается научной организацией в качестве нижнего предела затрат на разработку научно-технической продукции. Расчет бюджета научно-исследовательской работы приведен в таблице 18.

Таблица 18 - Расчет бюджета затрат НИИ

Наименование статьи	Сумма, руб.
1. Материальные затраты	15945
2. Основная заработная плата	107882,9
3. Отчисления во внебюджетные фонды	32580,63
Бюджет затрат:	156408,53

Таким образом, проведено планирование бюджета научного исследования, рассчитаны материальные затраты, основная заработная плата руководителя и инженера, отчисления во внебюджетные фонды (страховые отчисления). Бюджет затрат составил 156408,53 рублей.

3.6 Определение эффективности исследования

Определение эффективности происходит на основе расчета интегрального показателя эффективности научного исследования. Его нахождение связано с определением двух средневзвешенных величин:

Интегральный финансовый показатель разработки:

$$I_{\text{финр}}^{\text{исп.}i} = \frac{\Phi_{pi}}{\Phi_{\text{max}}}, \quad (27)$$

Φ_{pi} – стоимость i -го варианта исполнения;

Φ_{max} – максимальная стоимость исполнения научно-исследовательского проекта.

Интегральный показатель ресурсоэффективности:

$$I_{pi} = \sum a_i \cdot b_i, \quad (28)$$

где

a_i – весовой коэффициент i -го варианта исполнения разработки;

b_i – бальная оценка i -го варианта исполнения разработки.

Расчет интегрального показателя ресурсоэффективности приведен в таблице 19.

Таблица 19 - Сравнительная оценка характеристик вариантов исполнения проекта

ПО Критерии	Весовой коэффициент параметра	Текущий проект	Аналог
1. Способствует росту производительности труда пользователя	0,10	5	3
2. Удобство в эксплуатации (соответствует требованиям потребителей)	0,15	4	4
3. Помехоустойчивость	0,20	4	4
4. Энергосбережение	0,20	4	4
5. Надежность	0,25	4	4
6. Материалоемкость	0,10	5	3
Итого:	1	26	22

$$I_{\text{ТП}} = 5 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,15 + 4 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,1 = 4,2$$

$$I_{\text{аналог}} = 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,15 + 4 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,1 = 3,8$$

Интегральный показатель эффективности вариантов исполнения разработки $I_{\text{исп.}i}$ определяется на основании интегрального показателя ресурсоэффективности и интегрального финансового показателя по формуле:

$$I_{\text{исп.}i} = \frac{I_{p-\text{исп.}i}}{I_{\text{финр.}i}} \quad (29)$$

Сравнительная эффективность проекта:

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = \frac{I_{\text{исп.}1}}{I_{\text{исп.}2}} \quad (30)$$

Таблица 20 - Сравнительная эффективность разработки

№ п/п	Показатели	Разработка	Аналог
	Интегральный финансовый показатель разработки	1	1
	Интегральный показатель ресурсоэффективности разработки	4,2	3,8
	Интегральный показатель эффективности	4,2	3,8
	Сравнительная эффективность вариантов исполнения	1,105	

Сравнение значений интегральных показателей эффективности позволяет понять и выбрать более эффективный вариант решения поставленной в магистерской диссертации технической задачи с позиции финансовой и ресурсной эффективности.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что разрабатываемый проект является более эффективным вариантом решения поставленной задачи по сравнению с предложенным аналогом, основываясь на показателях эффективности.

3.7 Выводы по главе «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

1. Потенциальными потребителями результатов исследования являются компании, занимающиеся продажей газовых баллонов, продавцы, индивидуальные предприниматели. Сегментирование рынка осуществляется по двум критериям: продажа газовых баллонов, средняя цена газовых баллонов.
2. В результате проведения анализа конкурентных технических решений сделан вывод о том, что выбранный критерий χ^2 Пирсона для сложной гипотезы является наиболее предпочтительным, чем критерий χ^2 Пирсона для простой гипотезы.
3. Определены сильные и слабые стороны проекта, выявлены возможности и угрозы для реализации проекта. По итогам выполнения SWOT-анализа выбраны наиболее эффективные стратегии: определение собственника каждого баллона поможет исключить из использования изношенные баллоны, упорядочить и ускорить процесс обновления баллонного парка, а также перейти к производству новых конструкций баллонов, отвечающих современным требованиям; применение статистической модели позволит сохранить людские, финансовые и временные ресурсы.
4. В процессе планирования научно-исследовательского проекта построен план управления научным проектом, определены виды работ, установлены даты начала и окончания работ и состав участников.
5. При планировании бюджета рассчитаны материальные затраты, основная заработная плата руководителя и инженера, отчисления во внебюджетные фонды. Бюджет затрат составил 156408,53 рублей.
6. Оценка эффективности исследования показала, что разрабатываемый проект является более эффективным вариантом решения поставленной задачи по сравнению с предложенным аналогом.

4. Социальная ответственность

Введение

В данном разделе рассмотрены вопросы относительно организации рабочего места и условий, в которых будет реализовываться проект, описанный в данной работе, а именно, их соответствие нормам производственной санитарии, техники безопасности и охраны окружающей среды. Также рассмотрены условия использования измерительных приборов.

Условия труда оказывают прямое воздействие на здоровье человека и его состояние в процессе работы, что обуславливает их отвечать всем требованиям безопасности и санитарно-гигиеническим требованиям. Все факторы, воздействующие на работника в процессе осуществления трудовой деятельности, принято разделять на два типа: вредные опасные производственные факторы.

Рабочим местом является аудитория группового проектирования 1 НТБ им. академика В. А. Обручева Томского политехнического университета по адресу ул. Белинского, 53а, рабочей зоной является стол с компьютером.

В рамках данной работы была построена статистическая модель оценки веса газа в баллоне. Она может быть использована в предприятиях для облегчения процесса взвешивания газового баллона, что сэкономит людские, финансовые и энергетические ресурсы.

4.1 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности

Длительность рабочей смены не более 8 часов (приблизительно с 9.00 до 17.00). Согласно ст. 108 ТК РФ [10] для офисного работника в течение рабочей смены должен быть предусмотрен перерыв для отдыха и питания продолжительностью не более двух часов и не менее 30 минут.

Работник имеет право на то, чтобы рабочее место соответствовало требованиям охраны труда. Основными законами, на основе которых осуществляется управление охраной труда, являются ФЗ «Об основах охраны труда в Российской Федерации» от 17 июля 1999 г. №181-ФЗ.

Кроме того, для снижения вредного воздействия компьютера на человека требуется соблюдение правильного режима труда и отдыха.

Обязательно предусмотрен предварительный медосмотр при приеме на работу и периодические медосмотры.

Каждый работник должен пройти инструктаж по технике безопасности перед приемом на работу и в дальнейшем, должен быть пройден инструктаж по электробезопасности и охране труда.

Рабочим местом является комната в шестиэтажном доме. Характеристики помещения, где был разработан дипломный проект: ширина составляет $a = 7$ м, длина комнаты $b = 6$ м, высота $h = 3$ м. Тогда площадь комнаты будет составлять $S = ab = 42\text{м}^2$. В зимнее время аудитория отапливается, что обеспечивает достаточное, постоянное и равномерное нагревание воздуха. В аудитории используется комбинированное освещение – искусственное и естественное. Искусственное освещение создается люминесцентными лампами типа ЛБ. Рабочая поверхность имеет высоту 0,75м. Конструкция стола соответствует нормам СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 и обеспечивает оптимальное положение тела работающего.

4.1.1 Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования.

В процессе работы, все используемые предметы должны находиться в зоне досягаемости. Оптимальное размещение предметов труда и документации в зонах досягаемости приведено на рисунке 8.

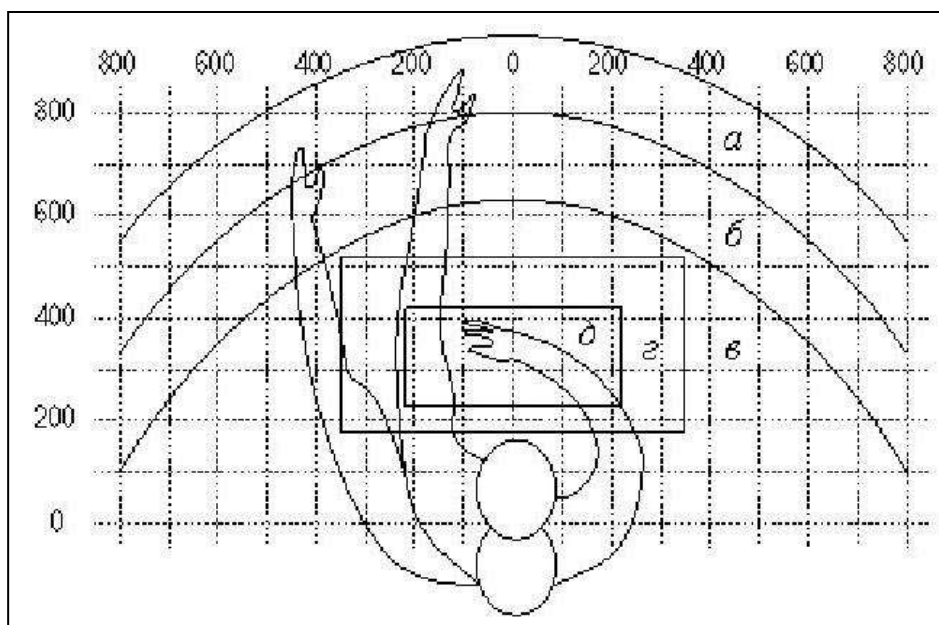


Рисунок 8 –Зона досягаемости

- а – зона максимальной досягаемости;
- б – зона досягаемости пальцев при вытянутой руке;
- в – зона легкой досягаемости ладони;
- г – оптимальное пространство для грубой ручной работы;
- д – оптимальное пространство для тонкой ручной работы [11, 12].

4.2 Производственная безопасность

Перечень опасных и вредных факторов, характерных для проектируемой производственной среды представлен в таблице 21.

Таблица 21– Опасные и вредные факторы при работе

Факторы (ГОСТ 12.0.003-2015)	Этапы работ			Нормативные документы
	Разработка	Изготовление	Эксплуатация	
Отклонение показателей микроклимата в помещении	-	-	+	СП 2.2.4.548-96. Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений.

повышенный уровень статического электричества	-	-	+	СП 2.2.2/2.4.1340-03. Электробезопасность. Статическое электричество.
повышенный уровень шума	-	-	+	СП 51.13330.2011. Защита от шума. ГОСТ 12.1.003-2014 ССБТ. Шум. Общие требования безопасности
повышенный уровень вибрации	-	-	+	СН 2.2.4/2.1.8.566–96. Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий. ГОСТ 12.1.012-90 ССБТ. - Вибрационная болезнь. Общие требования
Недостаток естественного освещения	-	-	+	СП 52.13330.2016. Естественное и искусственное освещение.
Недостаточная освещенность рабочей зоны	-	-	+	
Повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может пройти через тело человека	-	-	+	СанПин 2.2.4.3359-16. Санитарно-эпидемиологические требования к физическим факторам на рабочих местах. ГОСТ 12.1.019-2017. Электробезопасность. Общие требования и номенклатура видов защиты.
Повышенная напряженность электромагнитного поля	-	-	+	

4.2.1 Отклонение показателей микроклимата в помещении

Нарушение теплового баланса в условиях высокой температуры может привести к перегреву тела, и как следствие к тепловым ударам с потерей сознания. В условиях низкой температуры воздуха возможно переохлаждение организма, могут возникнуть простудные болезни, радикулит, бронхит и другие заболевания.

Оптимальные значения этих характеристик зависят от сезона (холодный, тёплый), а также от категории физической тяжести работы. Для математика и

программиста она является лёгкой (1а), так как работа проводится сидя, без систематических физических нагрузок.

Оптимальные показатели микроклимата рабочей зоны, согласно СанПиН 2.2.4.548 [13], представлены в таблице 22, допустимые – в таблице 23.

Таблица 22 – Оптимальные показатели микроклимата

Период года	Температура воздуха, °С	Относительная влажность воздуха, %	Скорость движения воздуха, м/с
Теплый	23-25	40-60	0,1
Холодный	22-24	40-60	0,1

Таблица 23 – Допустимые показатели микроклимата

Период года	Температура воздуха, °С		Относительная влажность воздуха, %	Скорость движение воздуха, м/с	
	Диапазон ниже оптимальных величин	Диапазон выше оптимальных величин		Диапазон ниже оптимальных величин	Диапазон выше оптимальных величин
Теплый	21,0-22,9	24,1-25,0	15-75	0,1	0,2
Холодный	20,0-21,9	25,1-28,0	15-75	0,1	0,1

Мероприятия по доведению микроклиматических показателей до нормативных значений включаются в комплексные планы предприятий по охране труда.

Таким образом, делаем вывод о том, что рабочее место программиста соответствует нормам показателей микроклимата так, как есть соответствие температурным показателям в помещении в холодный период – 23,3 °С, и в теплый период – 24,6 °С. Относительная влажность воздуха составляет 58%, что соответствует диапазону.

4.2.2. Недостаток естественного освещения

В учебных и учебно-производственных помещениях общеобразовательных организаций, профессиональных образовательных организаций при одностороннем боковом освещении нормируемое значение коэффициента естественной освещенности (КЕО) должно быть обеспечено в расчетной точке, расположенной на пересечении вертикальной плоскости характерного разреза помещения и условной рабочей поверхности на расстоянии 1,2 м от стены, наиболее удаленной от световых проемов и иметь значение не более 0,5% [20].

Равномерность естественного освещения не нормируется для производственных помещений с боковым освещением.

В аудитории имеется одно окно с одной стороны, чего достаточно для этого помещения, так как в аудитории имеется искусственное освещение.

4.2.3 Недостаточная освещенность рабочей зоны

При неудовлетворительном освещении ощущается усталость глаз и переутомление, что приводит к снижению работоспособности. В ряде случаев это может привести к головным болям. Головные боли также могут быть вызваны пульсацией освещения, что в основном является результатом использования электромагнитных пускорегулирующих аппаратов (ПРА) для газоразрядных ламп, работающих на частоте 50 Гц.

Освещённость на рабочем месте должна соответствовать характеру зрительной работы; равномерное распределение яркости на рабочей поверхности и отсутствие резких теней норма в средней точности величина освещения постоянна во времени (отсутствие пульсации светового потока); оптимальная направленность светового потока и оптимальный спектральный состав; все элементы осветительных установок должны быть долговечны, взрыво-, пожаро-, электробезопасны.

Работа с приборами относится к зрительным работам средней точности для помещений жилых и общественных зданий. Согласно СП 52.13330.2016

Естественное и искусственное освещение [14], такие помещения должны удовлетворять требованиям, указанным в таблице 24.

На рабочем месте соблюдаются необходимые нормы освещенности согласно ГОСТ Р 55710-2013 Освещение рабочих мест внутри зданий. Нормы и методы измерений [21].

Средняя освещенность на рабочих местах с постоянным пребыванием людей должна быть не менее 200 лк [21].

Таблица 24 – Требования к освещению помещений жилых и общественных зданий при зрительной работе средней точности [14].

Характеристики зрительной работы	Наименьшей или эквивалентный размер объекта различения, мм	Разряд зрительной работы	Подряд зрительной работы	Контраст объекта с фоном	Характеристика фона	Искусственное освещение		Естественное освещение, КЕОен, %, при	
						Освещенность на рабочей поверхности от системы общего освещения, ЛК	Коэффициент пульсации освещенности КП, %, не более	Верхнем или комбинированном	Боковом
Средней точности	Св. 0,5 до 1,0	I V	а	малый	темный	200	20	4,0	1,5
			б	малый средний	средний темный	200	20		
			в	малый средний большой	светлый средний темный	200	20		

				й					
		г		средни й большо й	светлый средний	-	20		

4.2.4 Повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может пройти через тело человека

Измерительные приборы должны подключаться к сети питания, имеющие защитное заземление. Соединять и разъединять вилки, розетки электрических соединений допускается только при выключенном сетевом выключателе.

Основными причинами поражения человека электрическим током могут быть следующие:

- непосредственное прикосновение к токоведущим частям, оказавшимся под напряжением;
- соприкосновение с конструктивными частями, оказавшимися под напряжением.

Электрический ток, проходя через организм человека, оказывает тепловое (ожоги, нагрев сосудов), механическое (разрыв тканей, сосудов при судорожных сокращениях мышц), химическое (электролиз крови), биологическое (раздражение и возбуждение живой ткани) или комбинированное воздействие.

Основными средствами и способами защиты от поражения электрическим током являются:

- недоступность токоведущих частей для случайного прикосновения;
- защитное заземление, зануление или отключение;
- вывешивание предупреждающих надписей;
- контроль за состоянием изоляции электрических установок;
- использование дополнительных средств защиты.

Требования электробезопасности электроустановок производственного и бытового назначения на стадиях проектирования, изготовления, монтажа, наладки, испытаний и эксплуатации, а также технические способы и средства защиты, обеспечивающие электробезопасность электроустановок различного назначения приведены в ГОСТ Р 12.1.019-2017 [18].

4.2.5 Повышенный уровень электромагнитных излучений

В качестве источника электромагнитного излучения в данной работе рассматриваются средства измерения и электрические приборы.

Степень и характер воздействия ЭМП на организм человека зависят:

- от интенсивности излучения;
- частоты колебаний;
- поверхности тела облучаемого;
- индивидуальных особенностей организма;
- режима облучения (непрерывный или прерывистый) продолжительности воздействия;
- комбинированного действия других факторов производственной среды.

В диапазонах промышленной частоты, радиочастот, инфракрасного и частично ультрафиолетового света электромагнитные поля оказывают тепловое воздействие. Перегревание отдельных тканей и органов ведёт к их заболеваниям, а повышение температуры тела на 1°C и выше вообще не допустимо.

Влияние электромагнитных излучений заключается не только в их тепловом воздействии. Микропроцессы, протекающие в организме под действием излучений, заключаются в поляризации макромолекул тканей и ориентации их параллельно электрическим силовым линиям, что может приводить к изменению свойств молекул; особенно для человеческого организма важна поляризация молекул воды.

Длительное и систематическое воздействие на человека полей высокой частоты и ультравысокой частоты вызывает:

- повышенную утомляемость;
- головную боль;
- сонливость;
- гипертонию;
- боли в области сердца.

Длительное и систематическое воздействие на человека полей СВЧ вызывает, кроме того:

- изменения в крови;
- катаракту (помутнение хрусталика глаза);
- нервно-психические заболевания.

Согласно СанПиН 2.2.4.3359-16 [15], предельно допустимые уровни энергетических экспозиций электромагнитного поля диапазона частот ≥ 30 кГц - 300 ГГц, не должны превышать значений, приведенных в таблице 5.

Для понижения уровня напряженности электромагнитного поля следует использовать мониторы с пониженным уровнем излучения, устанавливать защитные экраны, устранять неисправности. А для профилактики компьютерного зрительного синдрома, улучшения визуальных показателей видеомониторов, повышения работоспособности, снижения зрительного утомления возможно применение защитных очков со спектральными фильтрами, разрешенных Минздравом России для работы с персональным компьютером.

Таблица 25 – Предельно допустимые уровни энергетической экспозиции

Диапазоны частот	Предельно допустимые уровни энергетической экспозиции		
	По электрической составляющей, (В/М) 2 х ч	По магнитной составляющей, (А/М) 2 х ч	По плотности потока энергии (мкВт/см) 2 хч
30 кГц-3 МГц	20 000,0	200,0	-
3-30 МГц	7 000,0	-	-
30-50 МГц	800,0	0,72	-

50-300 МГц	800,0	-	-
300 МГц-300ГГц	-	-	200,0

На рабочем месте программиста используются мониторы с пониженным уровнем излучения. Таким образом, можно сделать вывод о том, что рабочее место соответствует нормам СанПиН 2.2.4.3359-16 [15].

4.3 Экологическая безопасность

Основной вид мусора – это отходы печати, люминесцентные лампы, ПК, неисправное электрооборудование, коробки от техники, использованная бумага. Утилизация отходов печати вместе с бытовым мусором происходит в порядке, описанном в ФЗ от 24.06.1998 №89-ФЗ (ред. от 25.12.2018) «Об отходах производства и потребления» [23] и в распоряжении Правительства РФ от 25.07.2017 №1589-р [16] осуществляется сотрудниками лаборатории и предусматривает следующие этапы:

1. Правильное заполнение акта списания с указанием факта невозможности дальнейшей эксплуатации перечисленной в акте измерительной техники, о чем имеется акт технического осмотра;

2. Осуществление списания перечисленной в акте измерительной техники с баланса предприятия с указанием в бухгалтерском отчете, так как утилизация возможна для осуществления только после окончательного списания;

3. Непосредственно утилизация измерительной техники с полным демонтажем устройств на составляющие детали с последующей сортировкой по видам материалов и их дальнейшей передачей на перерабатывающие заводы.

4. Люминесцентные лампы относятся к 1 классу отходов. Отходы 1-й группы перерабатывают на специализированных предприятиях с целью получения товарной металлической ртути механическими и/или физико-химическими методами, в том числе фильтрованием, промывкой

растворителями (кислотами и щелочами), дистилляцией или электрохимическим рафинированием [26].

5. Когда компьютеры или другое электронное оборудование устаревают и встает вопрос об утилизации, важно попытаться повторно их использовать или переработать. Правильная утилизация компьютеров помогает снизить загрязнение окружающей среды и расход энергии. Необходимо утилизировать согласно ГОСТ 55102-2012 Обращение с отходами [27].

4.4 Безопасность в чрезвычайных ситуациях

Чрезвычайными ситуациями в подобных помещениях могут быть пожары. Основы пожарной безопасности определены по ГОСТ 12.1.004-91 [18] и ГОСТ 12.1.010-76 [19].

Причинами пожара могут быть:

- токи короткого замыкания;
- электрические перегрузки;
- выделение тепла, искрение в местах плохих контактов при соединении проводов;
- курение в неположенных местах.

Тушение горящего электрооборудования под напряжением должно осуществляться имеющимися огнетушителями ОУ-5. Чтобы предотвратить пожар в аудитории, необходимо:

- содержать помещение в чистоте, убирать своевременно мусор. По окончании работы поводится влажная уборка всех помещений;
- работа должна проводиться только при исправном электрооборудовании;
- на видном месте должен быть вывешен план эвакуации из помещения с указанием оборудования, которое нужно эвакуировать в первую очередь;
- уходящий из помещения последним должен проверить выключены ли нагревательные приборы, электроприборы и т.д. и отключение силовой и осветительной электрической сети.

Также необходимо соблюдение организационных мероприятий:

- правильная эксплуатация приборов, установок;
- правильное содержание помещения;
- противопожарный инструктаж сотрудников аудитории;
- издание приказов по вопросам усиления ПБ;
 - организация добровольных пожарных дружин, пожарно-технических комиссий;
- наличие наглядных пособий и т.п.

В случаях, когда не удастся ликвидировать пожар самостоятельно, необходимо эвакуироваться вслед за сотрудниками по плану эвакуации и ждать приезда специалистов, пожарников. При возникновении пожара должна сработать система пожаротушения, издав предупредительные сигналы, и передав на пункт пожарной станции сигнал о ЧС, в случае если система не сработала, по каким-либо причинам, необходимо самостоятельно произвести вызов пожарной службы по телефону 101, сообщить место возникновения ЧС и ожидать приезда специалистов.

4.5 Выводы по разделу

Помещение, где была создана ВКР соответствует нормам безопасности и подходит для комфортной работы, в случае соблюдения техники безопасности и правил пользования компьютером работа в данном помещении не приведет к ухудшению здоровья работника. Нормативные требования соблюдены. Кроме того, действие вредных и опасных факторов сведено к минимуму, т.е. микроклимат, освещение и электробезопасность соответствуют требованиям, предъявленным в соответствующих нормативных документах.

Относительно рассмотренного вопроса об экологической безопасности можно сказать, что исследование не представляет опасности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе сравнения эмпирической гистограммы с графиком плотности теоретического распределения выдвинули гипотезу, о том, что выборочные данные подчиняются нормальному распределению. Для проверки гипотезы используем критерий Пирсона для сложной гипотезы, из которого необходимо вычислить статистику подчиняющемуся распределению χ^2 распределению. Значения статистики оказались равными 5,757 и 7,727, а ее критическое значение составляет 7,814. И поскольку значение наблюдаемой статистики меньше критической, гипотеза H_0 верна. Выборочные данные подчиняются нормальному закону распределения с параметрами, найденными из выборочных данных.

В результате исследования были вычислены статистические характеристики фактического веса пустого и наполненного газом баллонов: среднее значение – 87,343 для пустого баллона и 91,33 для полного, стандартное отклонение – 2,544 и 2,534 соответственно.

Минимальный вес пустого баллона 79,5 кг, максимальный – 92,9 кг. Минимальный вес наполненного баллона 83 кг, максимальный 97,3 кг. Тогда, зная вид распределения, вычислим, что вероятность того, что вес будет больше 90 кг равна $\approx 15\%$ для пустого и $\approx 70\%$ для наполненного.

Если сумма $x_i < A$ то принимаем гипотезу H_0 и в среднем понадобится 4 испытания. При сумме $x_i > B$ принимаем гипотезу H_1 , и в среднем понадобится 2 испытания. Максимальное среднее число испытаний не превысит 9.

Таким образом, с вероятностью 0,95 для принятия решения по гипотезе H_1 потребуется не более 6 испытаний, т.е. средний вес наполненных газом баллонов равен 91,33.

Список публикации студента

Маркитанова, А. В. Статистическая модель оценки веса газовых баллонов / А. В. Маркитанова // Сборник избранных статей научной сессии ТУСУР. – 2020. – № 1-2. – С. 191-193.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Актуальные проблемы науки в студенческих исследованиях: сб. мат. IX Всероссийской студенческой науч.-практ. конф. - Альметьевск, 2019. – 460 с. Садыкова А.Т. Применение критерия Хи-квадрат для проверки статистических гипотез // Естественно-научные аспекты научных исследований. Современные коммуникации и информационные технологии. - Альметьевск, 2019. – С.167-169.
2. Патент РФ № 20161009771, 18.03.2016. Способ определения количества газа высокого давления, отпускаемого в приёмник потребителя // Патент России № 2625255 С. / Бурсиков А.В., Межов Д.Э.
3. Патент РФ № 2001127398/28, 06.10.2001. Способ определения массы газа в баллоне топливной системы ДВС // Патент России № 2231758 С2. / Шпилёв С.А., Дударь Д.Б., Гаджиев Фарда Майыс Оглы
4. Патент РФ № 93037759/26, 10.12.1995. Способ заправки газом баллонов высокого давления// Патент России № 2049956 С1. / Фролов С.И., Логош О.М.
5. Патент РФ № 2015157224/28, 29.12.2015. Устройство для определения количества сжиженного газа в баллоне // Патент России № 161814 U1. / Шурыгин В.А., Ядыкин И.М.
6. Патент РФ № 2010115541/28, 19.04.2010. Устройство для измерения массы сжиженного газа в замкнутом резервуаре// Патент России № 2427805 С1. / Лункин Б.В., Азмайпарашвили З.А.
7. Мицель А. А. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / А. А. Мицель. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. – 113 с.
8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман ;– Изд. 9-е, стер. – М. : Высш. шк., 2003. – 479 с. – ISBN 5-06-004214-6.
9. Мицель А. А. Прикладная математическая статистика лабораторный практикум: учебное пособие / А. А. Мицель. – Томск: Томский

государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. – 72 с.

10. Трудовой кодекс Российской Федерации от 30.12.2001 N 197-ФЗ (ред. от 27.12.2018)

11. ГОСТ 12.2.032-78 ССБТ. Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования

12. ГОСТ 12.2.033-78 ССБТ. Рабочее место при выполнении работ стоя. Общие эргономические требования

13. СанПиН 2.2.4.548-96 Санитарные правила и нормы. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/901704046>

14. СанПин 52.13330.2016 Свод правил. Естественное и искусственное освещение. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/456054197>

15. СанПин 2.2.4.3359-16 Санитарно-эпидемиологические требования к физическим факторам на рабочих местах

16. ГОСТ 12.2.049-80 ССБТ. Оборудование производственное. Общие эргономические требования

17. ГОСТ 12.1.030-81 ССБТ. Электробезопасность. Защитное заземление, зануление

18. ГОСТ 12.1.019-2017 ССБТ. Электробезопасность. Общие требования и номенклатура видов защиты

19. ГОСТ 12.1.010-76 ССБТ. Взрывобезопасность. Общие требования

20. СанПин 2.2.1.2.1.1.12278-03 Гигиенические требования естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий

21. ГОСТ Р 55710-2013 Освещение рабочих мест внутри зданий. Нормы и методы измерений

22. СанПиН 2.2.2.542-96 Гигиенические требования к видеодисплейным терминалам, персональным электронно-вычислительным машинам и организации работ. Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/5200235>

23. ФЗ от 24.06.1998 №89-ФЗ (ред. от 25.12.2018) Об отходах производства и потребления

24. Распоряжение Правительства РФ от 25.07.2017 №1589-р.

25. Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов/ С.В. Белов, А.В. Ильницкая, А.Ф. Козьяков и др.; Под общ. ред. С.В. Белова. 7-е изд., стер. – М.: Высш.шк., 2007. – 616 с.

26. ГОСТ Р 52105-2003 Ресурсосбережение. Обращение с отходами. Классификация и методы переработки ртутьсодержащих отходов. Основные положения

27. ГОСТ 55102-2012 Ресурсосбережение. Обращение с отходами. Руководство по безопасному сбору, хранению, транспортированию и разборке отработавшего электротехнического и электронного оборудования, за исключением ртутьсодержащих устройств и приборов.

Приложение А

(справочное)

Practical part

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
0ВМ91	Маркитанова Айсулу Вячеславовна		

Руководитель ВКР

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Профессор ОЭФ	Мицель А. А.	д-р техн. наук, профессор		

Консультант-лингвист отделения иностранных языков ШБИП

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Ст. преподаватель	Сидоренко Т В.	к.п.н.		

2. Practical part

2.1 Evaluation of probability distribution based on sample data

The given table consists of 6 columns and 101 lines. The first column – numeration from 1 to 100, the second one is number of gas bottle; rest four gas bottles are numbered as 1, 2, 3 and 4. Column №1 contains standard weight of an empty gas bottle (kg), column №2 is actual weight of an empty gas bottle (kg), column №3 is a standard weight of a filled gas bottle (kg) and column №4 is weight of gas after filling (kg). By the condition, we can easily identify column №1; whereas identifying of №2, 3, 4 columns is labor-intensive. We are challenged to find the unknown function of the probability distribution.

We use data from columns №2, №3, №4. Let us consider the sample of gas weight in gas bottles of the volume $n = 100$:

Table 3 – Sample of gas weight in the gas bottles

4	3,5	4,5	3,2	4	4,5	3,6	4,5	4,1	3,7
3,5	4	4,2	4	4,2	3,8	4	4	3,5	4
5,2	4	3,5	4,2	3,5	4	4,3	4,4	4,4	4,3
4	4,4	3,6	4,2	3,1	4,2	3,6	3,7	3,9	4,4
4,2	4	3,4	3	4	4	4,2	4,8	3,7	3,6
3	3,2	3,4	5,2	4,5	3,5	3	3,4	4	4
4,4	4,5	4	3,6	4,2	3,2	3,4	3,5	5	3,2
3,3	5,2	3,3	5	4,4	5	4	4	3,8	4,5
3,5	4	3,5	3	4	5,3	3,2	4,2	4,2	3,6
4,3	4,2	3,8	4,3	4,2	4,4	3,2	4,2	3,5	4,4

From empiric data we find the parameters of distribution. The average value is 3,96; standard deviation is 0,53; $x_{min} = 3$, $x_{max} = 5.3$. We find the number of intervals of grouping according to the Sturges' formula:

$$m = 1 + \log_2 100 = 7. \text{ Step of interval } h = (x_{max} - x_{min})/m = 0,3.$$

We find the initial value $x_{in} = x_{min} - h/2 = 2,8$. We split the initial data into 9

intervals $x_{fin} = 5, 46$. We calculate frequency, centers of intervals, relational frequencies and frequency density. Using parameters of average value and standard deviation of sample data, we can find theoretical density of normal distribution. The results are following:

Table 4 – Interval statistical series

Range	Frequency	Center of interval	Relational frequency	Frequency density	theoretical density of the normal distribution	Probability of getting to the interval π^*	Values of π^*	$(n_i - \pi^*)^2 / \pi^*$
2,83571429	0							
3,16428571	5	3	0,05	0,1521739	0,14626185	0,0497609	4,976	0,000114902
3,49285714	12	3,3285714	0,12	0,3652174	0,36854384	0,1218622	12,19	0,002845679
3,82142857	22	3,6571429	0,22	0,6695652	0,63494833	0,2064275	20,64	0,089238385
4,15	22	3,9857143	0,22	0,6695652	0,74796068	0,2419273	24,19	0,198739562
4,47857143	25	4,3142857	0,25	0,7608696	0,60243513	0,1961787	19,62	1,476577221
4,80714286	7	4,6428571	0,07	0,2130435	0,33176683	0,1100596	11,01	1,458090864
5,13571429	3	4,9714286	0,03	0,0913043	0,12492426	0,0427073	4,271	0,378097856
5,46428571	4	5,3	0,04	0,1217391	0,03216264	0,0114578	1,146	7,11004226

We use frequency histogram or empirical histogram as evaluation of curve of continuous distribution density. Let us compare empirical histogram with graph of the theoretical distribution density.

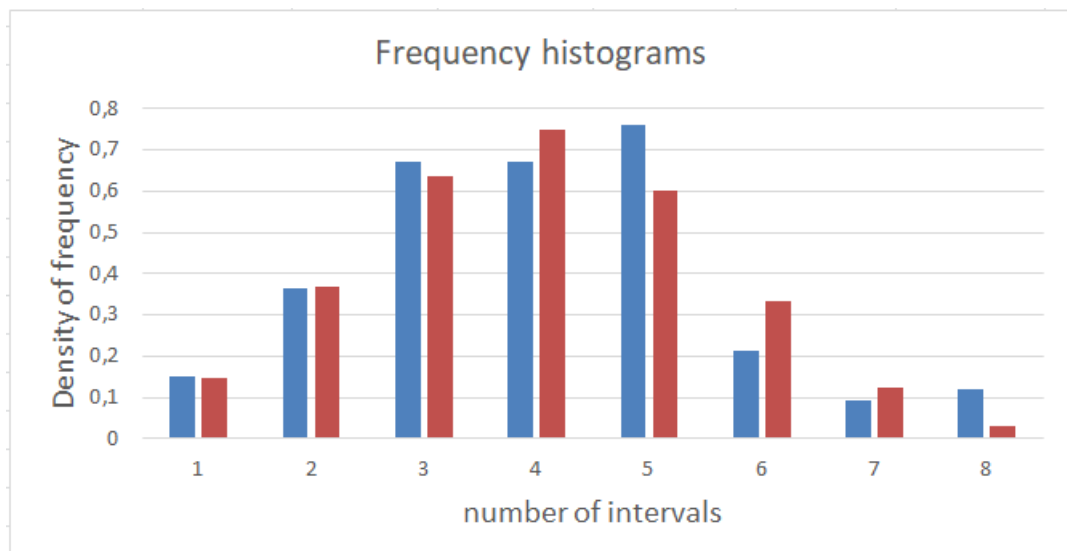


Figure 5 – Comparison of distributions

We can see from histogram that the distribution of experimental data resembles normal distribution. We can observe enough coincidence with graph of theoretical distribution density. We can hypothesize that normal distribution is used. To check

given hypothesis we use criterion χ^2 for complicated hypothesis. It is being applied for checking hypothesis concerning type of distribution.

Parameters of distribution F in given task are defined. The average value is 3,9; standard deviation is 0,53. We calculate probability of hitting every interval. Then we identify expected values – and normalized standard deviation on every interval.

The observed statistics: $\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 10,7$; critical statistics with 9 - 2 - 1 = 6 degrees of freedom is equal to 12,59.

As $\rho_{obs} < \rho_{cr}$, the hypothesis concerning distribution data by normal principle is accepted.

We will make the same calculations for both sample of actual weight of empty gas bottle and sample of gas bottle filled with gas.

We use data from columns №3 and №4. The data are represented in table below:

Table 5 – Sample of actual weight of empty gas bottle

91,2	87,1	92,5	89,8	86,5	86,9	87,2	87,4	86,6	90,1
89,3	86,3	90,5	85,1	87,4	88,3	86,5	84,6	88,3	88,2
88,3	89,2	87,5	85,3	87,3	91,7	83,1	85,5	86,4	86,7
83,3	86	86,4	85,3	87,6	86,1	86,7	87,3	89,1	84,2
90,9	86,2	87,4	89,1	88,7	88,5	86,7	90	89,3	87,9
87,4	90,4	86,6	87,3	79,5	88,1	87,4	85,3	85,9	87,7
92,9	87	89,8	87,4	87,3	87,6	89,9	86	81,3	88,9
87,3	85	87,7	85,5	92,9	89,5	85,8	87,9	90	86
79,5	84,6	88,2	87,9	87,4	86,5	89,6	87,5	92,8	81,5
88,7	83,8	81,5	87,1	88,4	87,8	85,2	86,6	90,5	90,4

Table 6 – Sample of filled gas bottle

95,2	90,6	97	93	90,5	91,4	90,8	91,9	90,7	93,8
92,8	90,3	94,7	89,1	91,6	92,1	90,5	88,6	91,8	92,2
93,5	93,2	91	89,5	90,8	95,7	87,4	89,9	90,8	91
87,3	90,4	90	89,5	90,7	90,3	90,7	91	93	88,6
95,1	90,2	90,8	92,1	92,7	92,5	90,9	94,8	93	91,5
90,4	93,6	90	92,5	84	91,6	90,4	88,7	89,9	91,7
97,3	91,5	93,8	91	91,5	90,8	93,3	89,5	86,3	92,1
90,6	90,2	91	90,5	97,3	94,5	89,8	91,9	93,8	90,5
83	90,6	91,7	90,9	91,4	91,8	92,8	91,7	97	85,1
93	88	85,3	91,4	92,6	92,2	88,4	90,8	94	94,8

From the empiric data we find parameters of distribution. The average value for empty gas bottle is 87,343; standard deviation is 2,544; $x_{min} = 79, 5$, $x_{max} = 92,9$. We find number of intervals of grouping according to Sturges' formula:

$$m = 1 + \log_2 100 \approx 7. \text{ Step of interval } h = \frac{x_{max} - x_{min}}{m} = 2,233.$$

We find initial value $x_{in} = x_{min} - h/2 = 78, 38$. We split initial data into 6 intervals, as we united 2 and 3 interval, $x_{fin} = 94, 01$. We calculate frequency, centers of intervals, relational frequencies and frequency density. Using parameters of average value and standard deviation of sample data, we can find theoretical density of normal distribution. The results are following:

Table 7 – Interval statistical series

Range	Frequency	Center of interval	Relational frequency	Frequency density	theoretical density of the normal distribution	Probability of getting to the interval π^*	Values of π^*	$(n_i - \pi^*)^2 / \pi^*$
78,38333	0							
82,85	5	80,616667	0,05	0,01119403	0,004758	0,0384766	3,847657439	0,34511736
85,08333	7	83,966667	0,07	0,03134328	0,0650006	0,148521	14,85210071	4,151297297
87,31667	36	86,2	0,36	0,16119403	0,1417596	0,3086588	30,86587554	0,853992753
89,55	34	88,433333	0,34	0,15223881	0,1430536	0,3112996	31,12995741	0,264605068
91,78333	14	90,666667	0,14	0,06268657	0,0667969	0,1523706	15,23706018	0,100433933
94,01667	4	92,9	0,04	0,01791045	0,0144319	0,0361044	3,610440358	0,042032744

Let us compare empirical histogram with graph of theoretical distribution density.

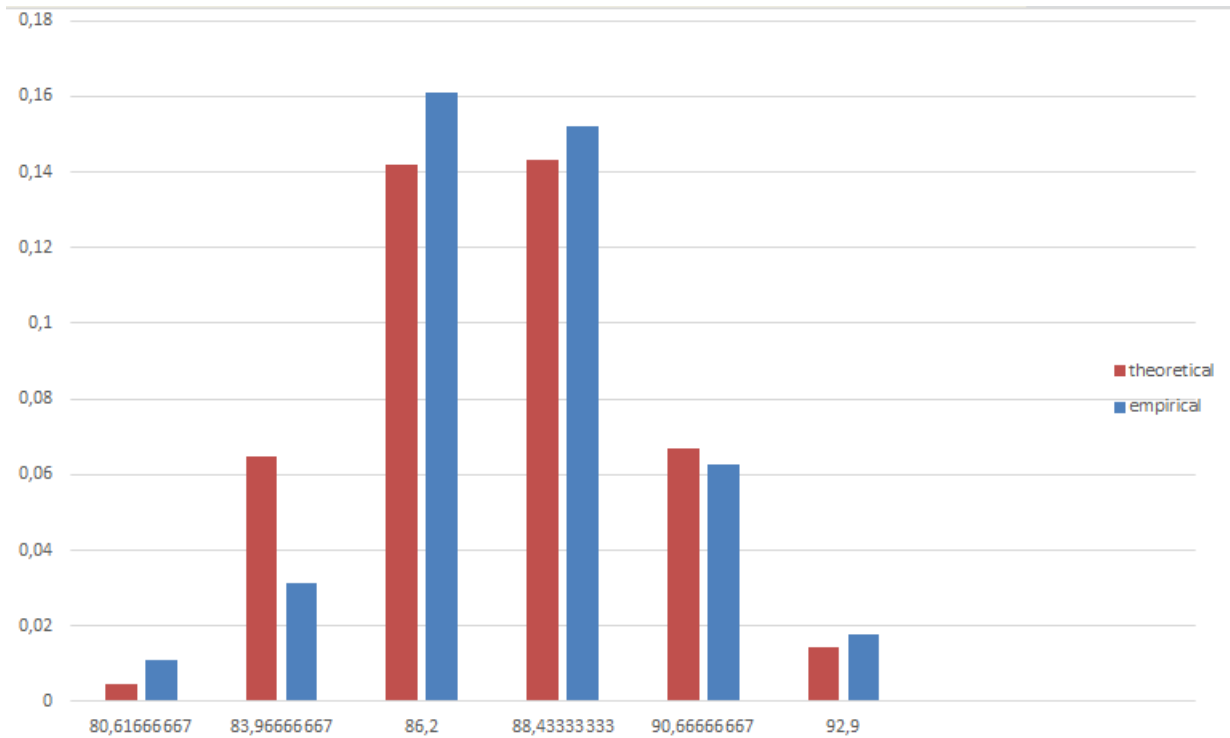


Figure 6 – Comparison of distributions

We can see from histogram that the distribution of experimental data resembles normal distribution. We can observe enough coincidence with graph of theoretical distribution density. We can hypothesize that normal distribution is used. To check given hypothesis we use criterion χ^2 for complicated hypothesis.

Parameters of distribution F in given task are defined. The average value is 87,343; standard deviation is 2,544. We calculate probability of hitting every interval. Then we identify expected values – and normalized standard deviation on every interval.

The observed statistics: $\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 5,757$, critical statistics with $6 - 2 - 1 = 3$ degrees of freedom is equal to 7,814.

As $\rho_{obs} < \rho_{cr}$, hypothesis concerning distribution data on sample of the actual weight of the empty gas bottle by normal principle is accepted.

We will make calculations for sample of the actual weight if filled gas bottle. The average value for empty gas bottle is 91, 33; standard deviation is 2,534; $x_{min} = 83$, $x_{max} = 97, 3$. We find number of intervals of grouping according to Sturges' formula:

$$m = 1 + \log_2 100 \approx 7. \text{ Step of interval } h = \frac{x_{max} - x_{min}}{m} = 2,383.$$

We find initial value $x_{in} = x_{min} - h/2 = 81, 80$. We split initial data into 6 intervals, $x_{fin} = 98, 49$. We calculate frequency, centers of intervals, relational frequencies and frequency density. Using parameters of average value and standard deviation of sample data, we can find theoretical density of normal distribution. The results are following:

Table 8 – Interval statistical series

Range	Frequency	Range	Frequency	Center of interval	Relational frequency	Frequency density	theoretical density of the normal distribution	Probability of getting to the interval π^*	Values of π^*	$(n_i - n\pi^*)^2/n\pi^*$
81,80833	0	81,80833	0							
84,19167	2	86,575	5	84,19167	0,05	0,01049	0,002982	0,030235	3,023454	1,292144
86,575	3	88,95833	7	87,76667	0,07	0,029371	0,058586	0,14438	14,43804	3,831854
88,95833	7	91,34167	39	90,15	0,39	0,163636	0,141237	0,327135	32,71354	1,208051
91,34167	39	93,725	34	92,53333	0,34	0,142657	0,140627	0,325823	32,5823	0,061686
93,725	34	96,10833	11	94,91667	0,11	0,046154	0,057831	0,142647	14,26466	0,747161
96,10833	11	98,49167	4	97,3	0,04	0,016783	0,009822	0,027335	2,733491	0,586812
98,49167	4									

Let us compare the empirical histogram with the graph of theoretical distribution density.

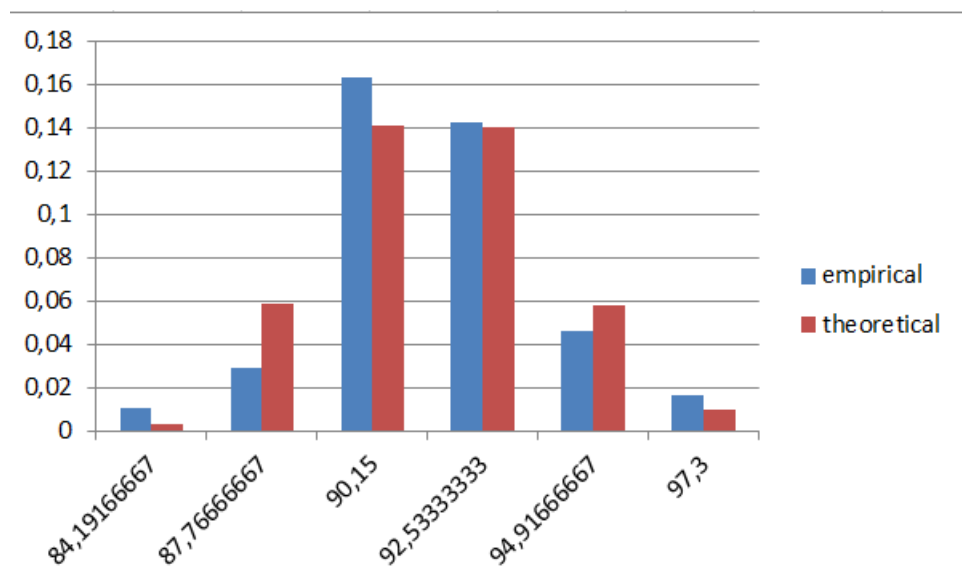


Figure 7 – Comparison of distributions

We can see from the histogram that distribution of experimental data resembles normal distribution. We can observe enough coincidence with graph of theoretical distribution density. We can hypothesize that normal distribution is used. To check given hypothesis we use criterion χ^2 for complicated hypothesis.

Parameters of distribution F in given task are defined. The average value is 91,33; standard deviation is 2,534. We calculate probability of hitting every interval. Then we identify the expected values – and normalized standard deviation on every interval.

The observed statistics: $\rho(\vec{X}) = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i^*)^2}{np_i^*} = 7,727$, critical statistics with $6 - 2 - 1 = 3$ degrees of freedom is equal to 7,814.

As $\rho_{obs} < \rho_{cr}$, hypothesis concerning distribution data on sample of actual weight of filled gas bottle by normal principle is accepted [9].

4.2 Logical proving of hypothesis concerning average weight of empty and filled gas bottles

We found out that the average weight of filled gas bottle is 91, 33 kg; weight of empty one is 87, 34 kg. Standard deviation of filled gas bottles is 2, 534509; standard deviation of the empty gas bottles is 2, 54405. With $\alpha = 0, 1$ and $\beta = 0, 01$ we can calculate the control scopes and the average sample sizes for sequential check of the hypothesis. According to formulas (15), (16) we calculate A and B.

A=	528,7654898	n=	6
B=	539,7008875	n=	6

Then we calculate the average sample sizes (formulas (17)-(19)):

4	the average sample size for the empty gas bottles
2	the average sample size for the filled gas bottles
9	the maximum sample size for the filled gas bottles

4 the average sample size for empty gas bottles

2 the average sample size for filled gas bottles

9 the maximum sample size for filled gas bottles

We calculate value c and sample size for making a decision on hypothesis with the probability 0, 95:

1,1462674	value with
6	the maximum sample size for making a decision on the hypothesis H1 with the probability 0, 95

Thus, we can say with the probability 0, 95 that average weight of filled gas bottle equal 91, 33 kg, with sample size 6.

Conclusion

On the base of comparison of empirical histogram with graph of theoretical distribution density we hypothesized that sample data submit to normal distribution. To check hypothesis we use Pearson's criterion for complicated hypothesis, from which we need to calculate the statistics for submitted χ^2 distribution. The statistic values are equal 5, 757 and 7,727; critical value of statistics is equal 7,814. As observed statistic value is less than critical value, hypothesis H_0 is true. The sample data submit to normal principle of distribution, with parameters found from sample data.

During research were calculated statistical characteristics of actual weight of an empty gas bottle and filled gas bottle: average values are: 87,343 kg for empty gas bottle and 91, 33 kg for filled one; standard deviation are: 2,544 and 2,534 accordingly.

Minimal weight of the empty gas bottle is 79, 5 kg, maximum is 92,9 kg. Minimal weight of filled gas bottle is 83 kg, maximum is 97, 3 kg. Thus, know type of distribution, we will come to result – probability that weight is going to be more than 90 kg is equal to 15% for empty gas bottle and 70% for filled one.

If sum is $< A$ then hypothesis is accepted – we need on average 4 tests. If sum is $> B$ then hypothesis is accepted – we need on average 2 tests. Maximum average number of tests will not exceed 9.

Thus, with the probability 0, 95 for making a decision on the hypothesis we need up to 6 tests, i.e. the average weight of the filled gas bottle is equal 91,33 kg.

tests, i.e. the average weight of the filled gas bottle is equal 91,33 kg.