



Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

24-3 | 2020

Lectures et postérités de *La Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin

Associativité et liberté dans *La Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin

Associativity and Freedom in the Philosophie de l'Algèbre of Jules Vuillemin

Benoît Timmermans



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2532>

DOI : [10.4000/philosophiascientiae.2532](https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.2532)

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 25 octobre 2020

Pagination : 101-114

ISBN : 978-2-84174-

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

Benoît Timmermans, « Associativité et liberté dans *La Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 24-3 | 2020, mis en ligne le 01 janvier 2021, consulté le 31 mars 2021.

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2532> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.2532>

Tous droits réservés

Associativité et liberté dans *La Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin

Benoît Timmermans

Fonds National de la Recherche Scientifique – Université
Libre de Bruxelles Bruxelles (Belgique)

Résumé : Qu'est-ce qui conduit Vuillemin, dans sa *Philosophie de l'algèbre*, à considérer la propriété formelle d'associativité comme caractéristique des actes de la conscience morale ? Quelles traces cette thèse a-t-elle laissées dans son œuvre ? L'article suggère quelques pistes d'interprétations possibles.

Abstract: Why does Vuillemin consider in his *Philosophie de l'algèbre* the formal property of associativity as characteristic of acts of moral consciousness? What traces of this thesis remain in his work? The paper outlines some possible interpretations.

Le projet de Jules Vuillemin de retracer dans sa *Philosophie de l'algèbre* la révolution de pensée qui a bouleversé au XIX^e siècle les mathématiques peut laisser transparaître une certaine tension. D'une part, le dessein de rapporter les mathématiques pures à la philosophie théorique [Vuillemin 1962, 5, désormais cité en abréviation : PA] conduit à considérer la mathématique formelle comme capable de faire voir, « sinon les mécanismes de l'invention elle-même, du moins les raisons d'être objectives de sa possibilité » [PA, 477]. D'autre part, l'enquête sur la mathématique formelle conduit aux postulats selon lesquels « il y a plusieurs mathématiques » et « pas de connaissance neutre » : toute science est « partielle », engagée dans des choix qui la rapportent à la « liberté humaine » [PA, 505–506]. Sans doute n'est-on nullement tenu de voir une opposition insurmontable entre ces thèses qui, au fond, relèvent d'une hésitation philosophique et humaine presque immémoriale entre *nécessité ou contingence*, pour reprendre le titre d'un autre grand ouvrage de Vuillemin [Vuillemin 1984]. L'auteur lui-même n'échappe pas à cette tension, c'est-à-dire à la nécessité, pour suivre son enquête, de s'engager. Ainsi choisit-il,

s'agissant de mettre en garde contre la confusion entre opposition logique et opposition réelle, de dénoncer le mouvement par lequel les philosophies de Fichte et de Schelling ont « vicié » [PA, 284] l'idée de groupe : ce mouvement, caractéristique de la « folie inscrite au cœur de la philosophie romantique » et de sa « confusion de pensée », a conduit la philosophie, écrit Vuillemin, à « sa pire mésaventure » [PA, 284–285]. On pourrait, de façon tout aussi engagée, soutenir que le débat sur la différence entre opposition logique et opposition réelle, plus précisément sur la possibilité d'un anéantissement ou au contraire d'un équilibre réciproque entre facteurs ou puissances opposés, a justement joué un rôle important dans ce qui a été appelé par Knittermeyer la première crise du romantisme allemand [Knittermeyer 1929, 353–357]. Cette crise a provoqué la dissidence, par rapport au groupe des schellingiens, d'un autre cercle constitué par Eschenmayer – disciple de Fichte –, Oken, Steffens, von Esenbeck et Goethe. Ce cercle ayant aperçu dans la dialectique des mouvements ou formes de la nature une logique préfigurant par certains aspects celle des groupes, il n'est pas interdit de penser qu'il a pu contribuer à féconder le bouleversement des mathématiques qui s'est déroulé tout le long du XIX^e siècle, et encore jusqu'à Hermann Weyl [Timmermans 2012]. Mais à côté de ces choix de point de départ ou d'orientation des enquêtes, le plus intéressant est peut-être d'explorer comment apparaît au sein de chaque enquête et se tisse, à chaque fois de façon différente, le lien entre les nécessités et les contingences dont il est question plus haut. C'est cette question que je voudrais aborder à propos de la *Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin, non de façon générale ou exhaustive, mais en m'attardant sur un passage qui, au premier abord, peut sembler anecdotique ou accessoire au regard de la dynamique d'ensemble de l'ouvrage.

Au § 34 de la *Philosophie de l'algèbre*, une proposition vient surprendre, voire intriguer le lecteur.

On peut [...] se demander à bon droit, écrit Jules Vuillemin, si la propriété formelle d'associativité n'est pas susceptible de caractériser les actes de la conscience morale dont je fais abstraction ici, c'est-à-dire les catégories de la liberté. [PA, 299]

Quel sens peut-il y avoir à lier ainsi l'associativité à la conscience morale et aux catégories de la liberté ? Le geste n'étonne-t-il pas d'autant plus dans un livre dont le projet global est d'examiner en quoi l'algèbre ou la théorie des groupes aide à déterminer les conditions de possibilité d'une « connaissance pure » et d'une méthode propre à la « philosophie théorique » [PA, 5] ? Enfin, la raison même du lien entre associativité et liberté telle qu'elle est invoquée en cet endroit peut paraître tenue : ce lien existe, écrit Vuillemin, parce que, dans la réflexion, « l'associativité fait défaut » [PA, 299]. La proposition, cependant, ne semble pas lancée à la légère. Même si elle ne constitue pas le cœur de l'argumentation du livre, elle est annoncée quelques pages plus haut et relancée ou prolongée en aval. En amont, le début du § 34 la prépare par ces mots :

[...] la structure de groupe s'appliquera éventuellement aux « catégories » aristotéliennes de l'action et de la passion et, plus

généralement, aux opérations qui déterminent le monde de la moralité. [PA, 292–293]

Une note de bas de page précise :

Ces notions, introduites par Kant, sont fondamentales. Elles permettent de pressentir l'articulation de la philosophie pratique et de la philosophie théorique. [PA, 293, n. 1]

La suite du texte laisse pour un temps de côté ces notions fondamentales mais, en aval, près de 200 pages plus bas, Vuillemin revient sur la raison apparemment ténue du lien entre associativité et liberté – une raison à laquelle il tient manifestement – et en esquisse quelques enjeux :

On aura soin de remarquer toutefois que les structures des opérations de la réflexion sont dépourvues des caractères principaux que possèdent les structures de la Mathématique formelle. L'associativité surtout leur fait défaut. [...] Cette [...] différence est l'occasion d'imaginer que si l'on peut espérer qu'il est légitime d'appliquer à la philosophie les préceptes de la méthode mathématique, il convient de chercher les fondements de ce droit non pas dans une correspondance particulière et pour ainsi dire matérielle entre deux disciplines aussi différentes, mais dans un rapport très général et touchant aux principes les plus fondamentaux de la science. [PA, 476]

Sans chercher à trancher définitivement les questions qui viennent d'être soulevées, je me limiterai ici à suggérer et parcourir brièvement quelques pistes d'interprétation qui toutefois nous entraîneront toutes au-delà de la *Philosophie de l'algèbre*.

Commençons par le raisonnement qui conduit à la proposition du §34. En cohérence avec le projet global du livre, ce paragraphe pose la question de savoir si « la méthode philosophique est en droit d'utiliser les notions de groupe et de structure » [PA, 292]. Le texte s'appuie d'abord sur l'analyse, au §30, de la différence entre groupe et groupoïde. Le groupoïde est ici pris au sens de Speiser [Speiser 1922] et de Brandt [Brandt 1927], c'est-à-dire comme une structure comprenant toutes les propriétés du groupe sauf celle de fermeture, l'opération agissant sur l'ensemble n'étant pas définie pour toute paire d'éléments de cet ensemble. Plus exactement, Vuillemin, entend par groupoïde une structure dans laquelle « l'opération demeure assujettie à la disposition de certains éléments » [PA, 259]. Par exemple, des segments orientés mais fixes dans l'espace ne peuvent se composer pour former un polygone que si l'extrémité de l'un coïncide avec l'origine de l'autre ; si tel n'est pas le cas, l'opération de composition polygonale n'est pas applicable. La notion d'opération dépend donc ici de la disposition des éléments auxquels elle s'applique, elle est en quelque sorte restreinte par cet assujettissement. Le groupe, en revanche, s'affranchit de ces restrictions puisque l'opération y est toujours possible, quel que soit le résultat de la précédente opération. Par là,

il nous invite à penser l'opération dans son abstraction, détachée des éléments auxquels elle s'applique, mais capable en même temps de déterminer ce que nous pourrions en connaître, comme le montre la théorie de Galois [PA, 288]. En conséquence :

Examiner si les facultés de la connaissance peuvent donner lieu à une structure de groupe, c'est examiner d'abord si on peut les regarder comme des opérations à proprement parler. [PA, 293]

Le § 34 s'emploie à cet examen en distinguant nos facultés de connaissance selon le critère de la *réitérabilité* qui, contrairement à ce qu'on pourrait croire, ne caractérise pas tous nos modes de pensée. On peut, pour suivre Vuillemin dans ses raisonnements, tenter de les traduire dans un langage mathématique plus courant. La question posée est de savoir si nos facultés de connaissance correspondent à des transformations qui, appliquées à elles-mêmes, donneraient encore une transformation du même type, ce qu'il appelle la réitérabilité. La composition de deux transformations correspond à l'opération binaire susceptible de constituer un groupe. Avec la propriété de réitérabilité, c'est donc la composition d'une même transformation avec elle-même qui est examinée. Vuillemin subdivise nos modes de pensée en trois grandes classes [PA, 294] : les impressions (objets de la connaissance empirique), les représentifications (réactivations de ces impressions), et les opérations de la connaissance (objets de la connaissance pure). Parmi ces classes, seule la troisième, et même une partie seulement de ses membres, satisfait au critère de la réitérabilité. Les impressions, en tant que « représentations simples », non reconnues comme passées, ne peuvent pas être réitérées, ce ne sont donc pas des opérations [PA, 294]. L'impression d'une impression n'a en effet pas le même statut que l'impression de départ, ce n'est pas une transformation du même type. Les représentifications, en tant que réactivations des impressions, par exemple par la mémoire, semblent réitérables, mais le souvenir du souvenir d'un événement n'étant pas la même chose que le souvenir de cet événement, elles donnent plutôt lieu à une création continue qu'à un système d'opérations réitérables. Vuillemin en arrive alors aux opérations de la connaissance, objets de la connaissance pure, en prenant soin toutefois de préciser que la « théorie de ces opérations, en rapport avec l'application des structures, est fort délicate et n'entre pas dans le cadre de ces réflexions » [PA, 295]. Sujet réservé, peut-être, au moins pour partie, à une étude prenant place dans ce qui devait constituer le tome II de la *Philosophie de l'algèbre*. Parmi les opérations de la connaissance, les « opérations transcendantales itérables à l'infini », du type « je pense que », « je juge que », etc., sont bien des opérations en ce qu'elles produisent une objectivation de l'acte précédent [PA, 299], mais elles ne sont pas associatives. En effet, le fait de grouper différemment des actes de réflexion successifs : « Je pense (que je pense que je pense p) » et « Je pense que je pense (que je pense p) » est « simplement dépourvu de sens » [PA, 299]. Vuillemin suit ici la leçon de Frege pour qui une proposition énonçant une réflexion indéfiniment réitérée perd sa référence, remplacée par sa signification [Frege

1952, 142, 193]. Ceci limite considérablement, d'après Vuillemin, l'intérêt des réflexions itérables à l'infini qui, bien qu'elles se suivent ou s'emboîtent l'une dans l'autre, ne constituent pas un groupoïde parce que le fait de les regrouper ou de les ordonner en sous-ensembles n'apporte rien :

À la différence des opérations qui entrent dans la théorie des groupes, les opérations réflexives sont caractérisées par la propriété d'être non réversibles, liées et non associatives. Cette dernière qualité nous empêche même de regarder la conscience comme un groupoïde. [PA, 299–300]

L'idée que la réflexivité du « je pense », comme d'ailleurs l'intuition intellectuelle ou l'intuition signe du génie, ne constituent pas les « raisons d'être objectives de la possibilité de l'invention » [PA, 477] est comme on le sait l'un des grands thèmes de la *Philosophie de l'algèbre*. Mais la question demeure de savoir pourquoi, par ce mouvement excluant de la catégorie des groupoïdes les réflexions indéfiniment réitérées, la propriété d'associativité se trouve, presque comme en passant, rattachée à la conscience morale, à la philosophie pratique et aux catégories de la liberté.

Une première piste d'interprétation – peut-être la plus naturelle – est que Vuillemin utilise l'un des traits ou propriétés de la structure de groupe (l'associativité) pour approfondir la critique de la « méthode génétique » amorcée depuis le début de son livre. La méthode génétique n'est pas seulement un « empirisme larvé » dont la faiblesse apparaît « chaque fois qu'un philosophe ne parvient à un universel qu'en conservant le souvenir de son origine contingente » [PA, 118]. Elle participe aussi d'une philosophie, celle de Fichte, qui assujettit « toute la métaphysique à la notion d'opération » [PA, 59] en concevant l'intuition philosophique comme activité pure de la raison, entièrement dépourvue de passivité. L'accent mis sur la notion d'opération peut évidemment intéresser une étude comme celle de Vuillemin centrée sur les concepts et méthodes de l'algèbre moderne. Or Vuillemin a remarqué que, par leur caractère actif ou opératoire, l'intuition et la réflexion philosophiques « sont également libres, et l'abstraction résulte du même arbitre qui est le secret de la possibilité de la conscience de soi » [PA, 111]. Cependant il a aussi prévenu que cette liberté est celle d'un moi « entièrement fermé en soi-même » [PA, 284, note], et noté que si l'on peut apercevoir dans la philosophie de Fichte l'axiome de fermeture, on n'y retrouve ni celui de l'élément inverse ni celui de l'élément neutre [PA, 283]. Quant à la question de l'associativité, son traitement a explicitement été reporté aux pages qui nous intéressent ici : « Pour l'axiome d'associativité, voir plus bas, p. 298 » [PA, 283, note].

La mise en évidence de la non-associativité de la réflexion pourrait donc s'inscrire dans la continuité de l'examen des faiblesses de la méthode génétique, et donner en même temps à Vuillemin l'occasion de réactiver un thème qui lui tient à cœur. On sait, au moins depuis le livre de 1954 sur *L'Héritage kantien et la révolution copernicienne* [Vuillemin 1954], le souci de Vuillemin de penser la tension mais aussi la cohérence du lien entre nature et liberté ou efficacité

et devoir – une cohérence déjà relativement masquée chez Kant, mais plus encore chez ses successeurs par de multiples déplacements : chez Fichte du Moi fini vers le Moi absolu, chez Cohen du principe des grandeurs intensives vers la chose en soi, chez Heidegger de l'historicité vers la temporalité. Contre ces déplacements, la conclusion de *L'Héritage kantien* en appelle à une « révolution ptolémaïque » qui réenracinerait la philosophie dans le fini :

Alors cesseraient peut-être les déplacements et le philosophe n'aurait plus besoin de remplacer le savoir par la foi, car il aurait en effet commencé par substituer au *Cogito* humain dans un univers de dieux, le travail humain dans le monde des hommes. [Vuillemin 1954, 306]

Je ne peux m'empêcher de citer ici la réflexion de Gilles-Gaston Granger commentant ce passage :

C'est bien en effet une révolution ptolémaïque que doit effectuer la philosophie des sciences, en passant d'une doctrine du *cogito* à une doctrine du concept [...]. Il doit être possible [...] de maintenir la valeur objective d'une science, tout en rendant compte à la fois de son histoire et de la vocation formelle qu'elle comporte. Il faudrait, croyons-nous, substituer à l'analyse transcendantale des conditions de la perception, prolongée chez Kant en une méditation de la mécanique rationnelle, une analyse des conditions de la *praxis*. [Granger 1960, 17]

La question de la cohérence du lien entre théorie du concept et conditions de la praxis ou du travail humain est donc bien visible à cette époque, comme d'ailleurs dans cette proposition fameuse du § 56 de la *Philosophie de l'algèbre* :

[...] toute connaissance [...] est de part en part métaphysique en ce qu'elle implique des décisions et des choix qui n'appartiennent pas eux-mêmes à la juridiction de cette connaissance. [PA, 505]

Une illustration de cette liaison entre connaissance et métaphysique ou même, d'après Vuillemin, entre vérité et décision, réside dans le procédé d'adjonction découvert par Galois, c'est-à-dire la décision d'adjoindre ou non telle ou telle quantité au corps des nombres susceptibles de résoudre une équation algébrique [PA, 472]. Par ce procédé, l'algèbre formelle « substitue aux intuitions de l'entendement l'ordre d'une raison composant entre elles des opérations [...] incarnant des décisions qu'on peut prendre et pour lesquelles la vérité, hors de toute adhésion matérielle, se résout dans la compatibilité formelle » [PA, 472].

À ce stade, toutefois, on perd un peu de vue la question du lien direct entre associativité et liberté. L'associativité n'est après tout qu'une des propriétés de la structure de groupe, et les opérations d'adjonction et de décomposition propre du groupe, si importantes dans la théorie de Galois, obéissent elles-mêmes à des règles spécifiques. La décision d'adjonction, si on peut l'appeler

ainsi, dépend de propriétés plus élaborées des corps que celle de la seule associativité. Sans doute pourrait-on éventuellement, en élargissant quelque peu la portée et le sens de l'associativité, la considérer comme la possibilité offerte de dégager certaines différences, certaines structures, en découpant de façon particulière un enchaînement indistinct. La piste d'interprétation prendrait plutôt, alors, la forme d'une hypothèse : si l'on entend par associativité la possibilité de découper, de modifier un groupement d'opérations consécutives sans affecter le résultat de leur combinaison, ne peut-on concevoir que l'associativité offre la possibilité de sélectionner, mettre en exergue, faire ressortir tels ou tels objets, tels ou tels ensembles d'opérations, sans que ce choix change fondamentalement le résultat ? « Vérité » et « décision », pour parler comme Vuillemin [PA, 297, 472], semblent ici cohabiter, et peut-être la conscience a-t-elle effectivement besoin de cette cohabitation pour approcher la réalité, s'y confronter, se la représenter de telle ou telle façon, de la même façon que chez Piaget l'associativité, associée à la capacité de « détour », ouvre la voie à diverses stratégies possibles de construction d'ensembles ou de groupements, voire de coopération et de construction de normes [Piaget 1950, 23].

Je n'ai pas trouvé de texte de Vuillemin qui dise explicitement cela, qui affirme que l'associativité serait en quelque sorte corrélative de notre rapport pratique au monde, et que cette associativité précéderait ou permettrait des stratégies de coopération ou de construction de normes. Mais si l'on admet que la *Philosophie de l'algèbre* s'inscrit dans la tendance, partagée à l'époque par plusieurs auteurs, à lier théorie du concept et conditions de la *praxis*¹, si l'on se rappelle par exemple la recommandation de Piaget d'expliquer les « principes logiques » à partir non d'une « constatation de fait ou d'une sensation » mais d'une « mentalisation progressive de l'action » [Piaget 1950, 23], la question peut se poser de savoir en quoi pourrait bien consister « l'action » à l'origine du principe d'associativité. Cette action, on l'imagine assez naturellement, revient sans doute à associer, regrouper de diverses manières possibles des opérations, ou encore à expérimenter par des opérations les possibilités multiples de regrouper celles-ci. Ainsi, l'attention se déporte de la propriété d'associativité vers l'opération d'associer ou de s'associer, et une deuxième piste d'interprétation vient à se dessiner.

Il existe bien, en effet, des textes où Vuillemin situe l'opération d'attacher, de rapprocher ou de se rapprocher – même par habitude, affinité ou impulsion – à la racine de diverses formes d'organisation, qu'elles soient sociales, individuelles, ou logiques. Par exemple, dans *L'Être et le Travail* en 1949, Vuillemin se réfère explicitement à Durkheim pour expliquer que :

[...] loin que la conscience d'objet procède de la conscience de soi, c'est la conscience de soi qui dérive historiquement de cette conscience d'objet que le Nous commun a formée au cours des âges. Loin que la coopération ait produit l'association en évoluant,

1. Voir par exemple [Roth 2013] sur Canguilhem.

loin que le collectif soit issu du social comme le suppose le nominalisme, « il y a une vie sociale en dehors de toute division du travail, mais que celle-ci suppose... Ce qui rapproche les hommes, ce sont des causes mécaniques et des forces impulsives comme l'affinité du sang, l'attachement à un même sol, le culte des ancêtres, la communauté des habitudes, etc. C'est seulement quand le groupe s'est formé sur ces bases que la coopération s'y organise ». [Vuillemin 1949, 136]²

Vingt ans plus tard, la primauté du caractère opératoire de l'action d'associer relativement aux objets ou contenus associés resurgit dans *La Logique et le Monde sensible*, qui consiste non pas à « défaire régressivement ce qu'on suppose que l'association a fait », mais à faire voir que « les données associatives sont elles-mêmes fonctions abstraites » [Vuillemin 1971, 256], c'est-à-dire résultant d'une opération de mise en ordre, classification ou comparaison des vécus élémentaires³. Ainsi, non seulement notre intuition sensible du monde, mais aussi sa compréhension logique, et même la conscience que nous avons de nous-mêmes, la réflexivité du « je pense », que la tradition cartésienne voit comme fondatrice de notre rapport au monde, trouveraient leur racine commune dans l'opération d'associer. Ces réflexions, certes plus centrées sur l'opération psychologique d'associer que sur la propriété formelle d'associativité, peuvent paraître éparses, dispersées dans des contextes différents. Elles réapparaissent pourtant en plusieurs endroits de la *Philosophie de l'algèbre*. La fin du § 34, qui clôture donc le développement autour de la propriété formelle d'associativité, porte déjà l'indice du glissement de cette propriété vers nos modes de représentation :

[...] les opérations réflexives sont en effet caractérisées par la propriété d'être non réversibles, liées et non associatives. Cette dernière qualité nous empêche même de regarder la conscience comme un groupoïde. Note : [...] On trouvera dans Husserl quelques réflexions sur ces problèmes. Mais elles m'ont paru viciées par la confusion permanente que Husserl fait entre les ingrédients psychologiques d'une représentation (les éléments nécessaires pour la penser effectivement) et ses composantes intentionnelles pures. [PA, 300]

Près de 200 pages plus loin, le § 54 revient sur la question au travers d'une *Remarque sur l'évolution de la pensée de Husserl : constance du thème intuitionniste dans son œuvre*. La remarque reprend pour une large part les conclusions d'un important article paru en 1959 dans la *Revue Philosophique* intitulé « Le problème phénoménologique : intentionnalité et réflexion » [Vuillemin 1959]. Vuillemin y explique que la question initiale de Husserl de savoir quels sont les fondements des calculs abstraits s'est progressivement

2. La citation est extraite de [Durkheim 1893].

3. Vuillemin renvoie à [Carnap 1928, § 93].

transformée et qu'au cours de cette transformation la question a été menacée par la prépondérance croissante du « Je pense » ou de la réflexivité. Pour conserver son économie primitive, pour ne pas perdre en chemin ou sacrifier ce qui fait la spécificité de notre rapport intentionnel au monde, le système de Husserl semble avoir opéré un mouvement de compensation :

Plus le Moi pur recevait d'attributions, plus les éléments synthétiques de la conscience se trouvaient rapportés à des niveaux élémentaires de l'expérience. [PA, 493]

Ainsi s'est installée au cœur de la conscience intentionnelle, et notamment de notre rapport logique au monde, une dualité entre une tendance à la réflexion pure, et la reprise d'expériences élémentaires de vie, d'habitudes de liaisons d'affections ou de perceptions, qui figurent, écrit Vuillemin, « la survivance et la reprise des impressions associatives » [PA, 493]. « De la même façon, l'ancienne association d'idées des empiristes retrouve sa place dans la description de la conscience intentionnelle, au niveau de la conscience du temps interne » [PA, 493]. Les dernières phrases de l'article de 1959, non reproduites dans la *Philosophie de l'algèbre*, valent la peine d'être reproduites car elles pourraient éclairer l'enjeu de ce qui est discuté ici :

Le système de Husserl demeure composite ; il ajoute la réflexion à l'intentionnalité, comme Kant ajoute le concept à l'intuition. Mais l'union de ces facultés demeure enfouie dans les profondeurs de l'esprit. [...] Après Gödel, deux voies restaient ouvertes. La première est en partie parcourue : on y abandonne la Logique aux Mathématiciens. Pour le reste, on devient sceptique ou psychologue. On ne semble pas avoir exploré l'autre voie, qui conduirait à reprendre la question husserlienne et peut-être à y répondre, en assurant l'une par l'autre la vérité et la liberté. [Vuillemin 1959, 470]

« Assurer l'une par l'autre la vérité et la liberté » serait donc éventuellement possible, si l'on suit Vuillemin, en recourant à des mécanismes de compensation du formalisme de la réflexion par la reprise d'impressions associatives ? Ce qui émerge ici comme une nouvelle hypothèse pourrait alimenter une troisième piste d'interprétation.

Avec cette piste nous revenons une nouvelle fois à l'endroit dont nous sommes partis, le § 34 de la *Philosophie de l'algèbre*. On se souvient que dans ce paragraphe les impressions, qui constituent l'un des trois modes de pensée avec les représentifications et les opérations de la connaissance, sont justement laissées de côté au motif qu'elles ne sont pas des opérations. Ce faisant on pourrait dire que Vuillemin est en quelque sorte fidèle à Poincaré qui affirmait dans un passage célèbre, cité d'ailleurs dans la *Philosophie de l'algèbre* [PA, 458] :

Le concept général de groupe [...] s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement. [Poincaré 1902, 93]

Toutefois il ne faut pas perdre de vue que, pour Poincaré, un certain groupe en tout cas, à savoir le groupe des déplacements, peut bien être généré par nos impressions. Plus précisément, le groupe des déplacements est produit lorsque nous sommes amenés à *corriger* ou *compenser* certaines de nos impressions sensibles, que Poincaré appelle *changements externes de sensations*, en y associant des *changements internes* qui viennent pour ainsi dire rétablir l'impression première, ou du moins donner l'impression qu'on est capable de la rétablir. Par exemple, un corps rigide disparaissant du champ de vision d'un observateur peut réapparaître dans ce champ, ou donner l'impression à l'observateur qu'il pourrait réapparaître, si l'observateur fait opérer à son corps le mouvement adéquat pour voir à nouveau l'objet. L'observateur corrige volontairement les modifications qu'il a sous les yeux par des modifications inverses, associant par compensation ce qui paraît se dissocier sous ses yeux, à savoir le groupe des mouvements rigides [Poincaré 1902, 81–88]. De ces modifications inverses peut naître l'idée non seulement de la géométrie euclidienne, mais aussi d'autres géométries. Par exemple, un corps qui se déformerait de façon suffisamment réglée pour qu'un observateur puisse compenser les déformations par des changements internes de sensations corrélatifs aux déformations initiales pourrait induire la construction d'un groupe de déplacements non-euclidiens [Poincaré 1902, 88–92]. Ainsi l'association par compensation, processus actif et volontaire – distinct en cela de l'association des empiristes classiques –, permet de construire les invariants de divers types de groupes [Pacherie 1997]. Néanmoins, si l'expérience nous guide dans nos choix d'une géométrie plutôt qu'une autre, d'un groupe de déplacements plutôt qu'un autre, et joue à ce titre un rôle indispensable, elle n'est qu'une occasion nous engageant dans cette voie :

La géométrie [...] a pour objet certains solides idéaux, absolument invariables [...]. La notion de ces corps idéaux est tirée de toutes pièces de notre esprit et l'expérience n'est qu'une occasion qui nous engage à l'en faire sortir. [...] parmi tous les groupes possibles, il faut choisir celui qui sera pour ainsi dire l'*étalon* auquel nous rapporterons les phénomènes naturels. L'expérience nous guide dans ce choix qu'elle ne nous impose pas ; elle nous fait reconnaître non quelle est la géométrie la plus vraie, mais quelle est la plus *commode*. [Poincaré 1902, 93–94]

Nous voilà loin, semble-t-il, des questions d'intentionnalité et de réflexivité chez Husserl, de la mise en contact de la vérité et de la liberté, des philosophies théorique et pratique, et même de l'associativité. Pourtant, la dernière hypothèse que je voudrais soumettre est que, dans un travail ultérieur à la *Philosophie de l'algèbre*, Vuillemin découvre le rôle particulier et décisif

que joue l'associativité dans l'émergence des notions qui viennent d'être évoquées. En 1972, Vuillemin publie dans la revue *Synthese* un article sur « La philosophie de l'espace de Poincaré » [Vuillemin 1972]. Dans cet article il ne se contente pas de simplement présenter ou résumer les conceptions de l'espace de Poincaré, plus spécifiquement sa théorie de la compensation des changements externes par associations de changements internes. Il insiste sur la nouveauté de sa propre perspective par rapport non seulement à Poincaré, mais aussi à Sophus Lie. « Poincaré, écrit-il, brouille ou estompe souvent la distinction entre impressions de changements internes et déplacements internes » [Vuillemin 1972, 166]. Tout changement interne, même s'il peut être compensé par un autre changement interne, n'est pas susceptible de générer un groupe. Qu'est-ce qui marque, alors, la différence ? Qu'est-ce qui fait que certains changements génèrent d'abord un groupoïde puis éventuellement un groupe, et d'autres non ? Réponse : l'associativité. Plus précisément, alors que les impressions de changement internes sont *en général* non associatives, il arrive que ces impressions présentent une forme de congruence ou de contiguïté temporelle en enchaînant ou « concaténant » leurs états finaux et initiaux. Alors, seulement, elles se révèlent associatives :

The succession of two sequences of kinesthetic impressions S and T makes sense only if the final state of the first sequence S happens to be psychologically indiscernible from the initial state of the second sequence T. Then and only then are we allowed to consider as a new continuous sequence of kinesthetic impressions the composition U of S and T. In this case, we shall say the two sequences are concatenated. In general, it is false that any two internal changes of impressions could be concatenated, but if three such changes can, then we notice that concatenation is associative : $S(TU) = (ST)U$. [Vuillemin 1972, 165]

Si, en plus, les impressions de changements internes sont partout définies, elles forment non plus un groupoïde, mais le groupe des déplacements internes. Vuillemin illustre le passage du groupoïde au groupe par trois exemples déjà donnés dans la *Philosophie de l'algèbre* [PA, 260–262] : passage des permutations (associables seulement si leurs états finaux et initiaux coïncident) aux substitutions (toutes combinables entre elles) ; passage des nombres ordinaux (engendrés par l'opération $+1$ appliquée seulement au prédécesseur immédiat du nombre) aux nombres cardinaux (engendrés par une infinité de couples de nombres tels que la soustraction entre les deux membres du couple donne toujours le cardinal en question) ; passage des segments orientés fixes aux vecteurs. Mais l'important, ici, est que c'est bien l'état de congruence ou d'enchaînement des états initiaux et finaux qui permet l'émergence de l'associativité, sans laquelle aucun groupe n'est possible. Or on se souvient que l'enchaînement ou répétition de l'opération de réflexion appliquée à elle-même ne révélait quant à lui aucune associativité. Cette façon de *distinguer* l'associativité comme affectant seulement certains types

d'impressions ou opérations attire l'attention. On pourrait dire que, de même qu'il est intéressant de repérer, distinguer des sous-groupes commutatifs à l'intérieur d'un groupe non-commutatif, Vuillemin s'intéresse ici aux cas où il y a associativité dans un contexte non associatif. Par exemple, une algèbre de Lie n'est pas associative, mais un groupe de Lie l'est [Vuillemin 1972, 168–169]. Par là, estime Vuillemin, « nous avons mis en contact une nouvelle théorie de l'association par compensation et les exigences des idéalizations irréductibles de l'esprit » [Vuillemin 1972, 169]. Les « exigences des idéalizations de l'esprit » désignent ici les capacités d'abstraction nécessaires pour penser notamment des espaces illimités et continus. Si l'on voulait parler de ces exigences comme le fait Poincaré, on réaffirmerait simplement la nécessité du lien de la notion de groupe aux formes de l'entendement. L'approche de Vuillemin utilise une optique plus précise : l'association par compensation soutient nos capacités d'abstraction parce qu'elle fait émerger corrélativement les notions de *relativité*, de *conventionnalité* et d'*objectivité*. Relativité, car « l'espace, relationnel, doit être construit comme organisation de données successives » [Vuillemin 1972, 169]. Conventionnalité, car ces données sont classées d'après les changements de positions que *nous* pouvons compenser, ou *estimons pouvoir* compenser, par changement interne de nos impressions. Objectivité, car de tels changements de position, ou déplacements, prennent alors la forme d'un groupe, dont les invariants font apparaître les propriétés objectives des choses. On peut donc aussi imaginer, écrit encore Vuillemin, « des groupes plus larges, c'est-à-dire des conventions plus générales, et par là obtenir de nouveaux objets invariants de ces nouveaux groupes » [Vuillemin 1972, 169]. Et d'insister, à la suite de Poincaré, sur le fait que cette question des déplacements, ou de la transitivité de la relation de congruence entre les déplacements, implique « une représentation “active” des changements de coordonnées » [Vuillemin 1972, 178], ce qui distingue bien sûr cette conception de l'associationnisme « passif » des empiristes classiques.

L'associativité comme propriété structurelle de notre rapport au monde, comme garante du niveau élémentaire de nos affections vitales, ou comme procédé d'organisation actif et conventionnel de l'objectivité : les trois pistes d'interprétation ici rapidement parcourues ne divergent pas nécessairement. En 2004, Jacques Bouveresse écrivait que chez Vuillemin « ce dont nous avons besoin pour combler l'abîme entre l'objet transcendant et la connaissance » est « d'approcher indéfiniment un être intelligible à l'aide d'associations » [Bouveresse 2005, 69]. Bouveresse remarquait que ces associations se font par contiguïté ou ressemblance. Sans doute pourrait-on ajouter, au vu de l'article de Vuillemin sur Poincaré, que les associations par contiguïté temporelle, ou concaténation [Vuillemin 1972, 165], jouent un rôle décisif lorsque les objets qu'on cherche à connaître peuvent être situés dans un espace géométrique grâce au groupe qui lui est associé. Quoi qu'il en soit, Bouveresse renvoie à cette déclaration de Vuillemin datant de 1998 :

Un être fait d'idées appelle ainsi une connaissance faite d'associations. Ce paradoxe apparent, qui retarda un temps mon adhésion au credo réaliste, en est un renforcement aujourd'hui. Il porte sur un article unique qui résume une philosophie des mathématiques : Il existe un monde intelligible. [Vuillemin 2001, 122]

S'il existe un monde intelligible, la liberté s'éprouve peut-être face à des choses qui, suivant les façons dont on les groupe ou les associe, restent les mêmes, mais prennent néanmoins des formes ou configurations différentes qu'il dépend de nous de faire apparaître. Que cette liberté d'associer n'enlève rien à l'objectivité ou à la réalité du monde, mais en dépende presque entièrement, fait sans doute partie de ces vérités qu'on n'a pas fini d'expérimenter.

Bibliographie

- BOUVERESSE, Jacques [2005], Jules Vuillemin entre l'intuitionnisme et le réalisme, dans *Philosophie des mathématiques et théorie de la connaissance. L'œuvre de Jules Vuillemin*, édité par R. Rashed & P. Pellegrin, Paris : Blanchard, 45–79.
- BRANDT, Heinrich [1927], Über eine Verallgemeinerung des Gruppenbegriffes, *Mathematische Annalen*, 96(1), 360–366, doi : 10.1007/BF01209171.
- CARNAP, Rudolf [1928], *Der logische Aufbau der Welt*, Berlin : Weltkreis.
- DURKHEIM, Émile [1893], *De la division du travail social : étude sur l'organisation des sociétés supérieures*, Paris : Alcan.
- FREGE, Gottlob [1952], *Translations from Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford : Blackwell, trad. angl. par P. Geach et M. Black.
- GRANGER, Gilles-Gaston [1960], *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris : Aubier.
- KNITTERMEYER, Heinrich [1929], *Schelling und die romantische Schule*, Munich : Reinhardt.
- PACHERIE, Élisabeth [1997], Du problème de Molyneux au problème de Bachy-Rita, dans *Perception et intermodalité. Approches actuelles de la question de Molyneux*, édité par J. Proust, Paris : PUF, 253–294.
- PIAGET, Jean [1950], *Introduction à l'épistémologie génétique. Tome 1. La pensée mathématique*, Paris : PUF.
- POINCARÉ, Henri [1902], *La Science et l'Hypothèse*, Paris : Flammarion, 1968.

- ROTH, Xavier [2013], *Georges Canguilhem et l'unité de l'expérience. Juger et agir (1926-1939)*, Paris : Vrin.
- SPEISER, Andreas [1922], *Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung. Mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Krystallographie*, Bâle ; Boston ; Stuttgart : Birkhäuser, rééd. 1980.
- TIMMERMANS, Benoît [2012], *Histoire philosophique de l'algèbre moderne. Les origines romantiques de la pensée abstraite*, Paris : Classiques Garnier.
- VUILLEMIN, Jules [1949], *L'Être et le Travail. Les conditions dialectiques de la psychologie et de la sociologie*, Paris : PUF.
- [1954], *L'héritage kantien et la révolution copernicienne*, Paris : PUF.
- [1959], Le problème phénoménologique : intentionnalité et réflexion, *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger*, 149, 463–470, doi : 10.2307/41088874.
- [1962], *La Philosophie de l'algèbre. Tome premier. Recherches sur quelques concepts et méthodes de l'algèbre moderne*, Épiméthée, Paris : PUF.
- [1971], *La Logique et le Monde sensible. Études sur les théories contemporaines de l'abstraction*, Nouvelle bibliothèque Scientifique, Paris : Flammarion.
- [1972], Poincaré's philosophy of space, *Synthese*, 24(1), 161–179, doi : 10.1007/BF00540147.
- [1984], *Nécessité ou contingence. L'aporie de Diodore et les systèmes philosophiques*, Paris : Minit ; Fondation Singer Polignac.
- [2001], *Mathématiques pythagoriciennes et platoniciennes*, Paris : Blanchard.