

Esta cartilla pertenece a la serie Unidades didácticas en Educación Matemática de “una empresa docente” (Facultad de Educación, Universidad de los Andes) y ediciones SM. Propone el diseño de una unidad didáctica con el que se busca contribuir al aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita. Para ello, la cartilla presenta el material que el profesor de matemáticas de educación media requiere para implementar la unidad didáctica en el aula. La cartilla fue elaborada por los grupos 2 y 3 de la primera promoción de la maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes.

La cartilla se compone de cuatro partes. La primera presenta los aspectos que el profesor debe tener en cuenta antes de implementar las tareas propuestas en la unidad didáctica. La segunda contiene los objetivos de aprendizaje propuestos para los estudiantes y la metodología sugerida al profesor. La tercera describe la fundamentación y secuencia de tareas que conforman la unidad didáctica, e incluye el material fotocopiable para los estudiantes. Por último, se indican sugerencias para evaluar a los estudiantes y se presentan pautas para identificar su nivel de desempeño y determinar el logro de los objetivos de aprendizaje.

La secuencia de tareas busca contribuir a que los estudiantes utilicen el lenguaje algebraico para traducir enunciados y plantear ecuaciones lineales, al aplicar las nociones de equilibrio e igualdad en diferentes sistemas de representación; desarrollen el algoritmo para la solución de ecuaciones; y reconozcan y utilicen las ecuaciones lineales como herramienta para la solución de problemas. Las tareas están elaboradas para ser implementadas con estudiantes de grado octavo de educación básica. El diseño surge de la necesidad de contribuir al logro del estándar curricular “construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión dada”.

Ángela Patricia Cifuentes
Luz Estela Dimaté
Aura María Rincón
Myrian Patricia Villegas
Argeni Serrano Pedroza
Sugey Santoyo
Enny Moreno
Pablo Flores
José Luis Lupiáñez




Autores

Serie Unidades didácticas
en Educación Matemática

Ecuaciones lineales con una incógnita

Pedro Gómez
Fernando Torres



Edición académica



 Universidad de
los Andes
Facultad de Educación

“una empresa docente”, CIFE
Colección en Educación Matemática

ISBN 978-958-773-850-6



 Universidad de
los Andes
Facultad de Educación



Ángela Patricia Cifuentes
Luz Estela Dimaté
Aura María Rincón
Myrian Patricia Villegas
Argeni Serrano Pedroza
Sugey Santoyo
Enny Moreno
Pablo Flores
José Luis Lupiáñez


Autores

Serie Unidades didácticas
en Educación Matemática

Ecuaciones lineales con una incógnita

Primera edición: 15 de junio de 2016

Serie Unidades didácticas en Educación Matemática
“una empresa docente” (Facultad de Educación, Universidad de los Andes)

Ediciones SM

© Universidad de los Andes, Centro de Investigación y Formación
en Educación (CIFE), respecto a esta edición

DIRECTOR Pedro Gómez

EDICIÓN ACADÉMICA Pedro Gómez
Fernando Torres

COORDINACIÓN EDITORIAL Marta Osorno

AUTORES Ángela Patricia Cifuentes
Luz Estela Dimaté
Aura María Rincón
Myrian Patricia Villegas
Argeni Serrano Pedroza
Sugey Santoyo
Enny Moreno
Pablo Flores
José Luis Lupiáñez

DISEÑO Rocío Duque

© Ediciones SM
ISBN: 978-958-773-850-6
Depósito legal

Impreso en Colombia - Printed in Colombia

Esta publicación se realizó en el marco del programa de investigación 5424, correspondiente a la convocatoria 731 de 2015 que tiene el apoyo del Fondo Francisco José de Caldas (Colciencias).

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida ni en su todo ni en sus partes, ni registrada en o transmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o cualquier otro, sin el permiso previo por escrito de la editorial.

Contenido

1	Introducción. Antes de implementar la cartilla	5
2	Tareas e implementación de la cartilla	10
3	Tarea diagnóstica: (TD). Sesión 1	11
4	Tarea 1: El trueque (T1). Sesiones 2 y 3	15
5	Tarea 2: Traducir (T2) . Sesión 4	19
6	Tarea 3: La balanza (T3). Sesiones 5, 6, 7 y 8	23
7	Tarea 4: Solución de ecuaciones (T4). Sesiones 9 y 10	28
8	Tarea 5: Tarea 5: Método de hacer y deshacer (T8). Sesiones 11 y 12	32
9	Tarea 6: Resolver (T6). Sesión 13	35
10	Tarea 7: Jaime (T7). Sesión 14	41
11	Evaluación: Examen final (EF). Sesión 15	43
12	Referencias	46
13	Material fotocopiable	47

1 Introducción.

Antes de implementar la cartilla

Esta cartilla pertenece a la serie Unidades didácticas en la Educación Matemática. Incluye la unidad didáctica Ecuaciones lineales con una incógnita, elaborada por los grupos 2 y 3 de la primera promoción de la maestría en educación con concentración en Educación Matemática de la Universidad de los Andes.

Las ecuaciones lineales con una incógnita hacen parte del estándar curricular “construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión dada”. Este estándar se incluye dentro del pensamiento variacional y de sistemas algebraicos y analíticos para los niveles de octavo y noveno (MEN, 2006). La unidad didáctica está compuesta por una secuencia de tareas relacionadas con las ecuaciones lineales con una incógnita. Las tareas abordan las traducciones del lenguaje natural al algebraico, el planteamiento de ecuaciones, la aplicación del algoritmo y la resolución de problemas en diferentes contextos.

1.1 Objetivos de aprendizaje

La secuencia de tareas proporciona los medios para que los estudiantes

1. utilicen el lenguaje algebraico para traducir enunciados y plantear ecuaciones lineales, aplicando las nociones de equilibrio e igualdad en diferentes sistemas de representación (O1);
2. desarrollen el algoritmo para la solución de ecuaciones (O2); y
3. reconozcan y utilicen las ecuaciones lineales como herramienta para la solución de problemas (O3).

1.2 Esquema general de la unidad didáctica

La unidad didáctica está compuesta por siete tareas para desarrollar en sesiones de clase de 60 minutos, una prueba diagnóstica y un examen final. Proponemos dos o tres tareas que contribuyen al logro de cada objetivo de aprendizaje. En las tareas del primer objetivo, presentamos a los estudiantes algunos enunciados cotidianos, para que los expresen utilizando lenguaje algebraico y establezcan relaciones aditivas y multiplicativas entre ellas. Para el segundo objetivo, las tareas se centran en la ejercitación y aplicación de cuatro métodos para solucionar ecuaciones lineales de diferente tipo. Para el tercer objetivo, se abordan problemas que se resuelven con ecuaciones lineales. Además, sugerimos una tarea denominada “de inicio y transición” que permite conectar el primer objetivo con el segundo de forma sencilla y coherente con la temática. En la tabla 1, mostramos el esquema de la unidad didáctica. Incluimos, para cada objetivo, las tareas que contribuyen a su logro y, para cada tarea, el número de sesiones que consideramos necesarias. Además, la tabla incluye las competencias PISA a las

que contribuye cada tarea —pensar y razonar (PR), argumentar (A), comunicar (C), modelar (M), plantear y resolver problemas (RP), representar (R), utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones (LS), y empleo de material y herramientas de apoyo (TIC)—.

Tabla 1
Esquema general de la secuencia de tareas

Objetivos	Tareas	No. Sesiones	Competencias a las que contribuyen
O1	Tarea diagnóstica	1	
	Trueque	2	PR, LS, C, R
	Traducir	1	
Tarea de transición	La balanza	4	R, LS, TIC, M, PR
	Solución de ecuaciones	2	M, LS
O2	Hacer y deshacer	2	RP, PR, A, C, M, R, TIC, LS
	Resolver	1	LS, R, R
O3	Jaime	1	C, R, LS, M, RP
	Examen final	2	
Total sesiones		16	

1.3 Articulación con los contenidos

En la figura 1, presentamos la estructura conceptual del tema ecuaciones lineales con una incógnita. Este mapa muestra la jerarquía de las nociones, las relaciones y las conexiones mediante flechas o etiquetas. Se observa que las ecuaciones lineales se conciben como igualdades ciertas para algunos valores de las variables y poseen características especiales como el grado y los elementos que las componen. El tema involucra conceptos previos como las expresiones algebraicas, la reducción de términos semejantes, las propiedades de las operaciones, y las primeras cuatro formas de presentación de las ecuaciones. En el campo procedimental, se establecen los algoritmos de la adición, sustracción y multiplicación. Estos algoritmos se utilizan para realizar la transformación en ecuaciones equivalentes. Se aplica la regla de la suma y del producto y se reducen términos semejantes para despejar la incógnita.

El mapa también muestra los sistemas de representación, los cuales hacen referencia a las diferentes maneras en las que se puede mostrar un concepto matemático y sus relaciones con otros conceptos. Las ecuaciones lineales con una incógnita se pueden representar de diferentes formas: verbal, simbólica, gráfica, numérica y manipulativa.

La representación verbal de las ecuaciones se manifiesta en la comunicación de los enunciados de los problemas, en la comunicación de la aplicación

del algoritmo de la solución y en el enunciado de los resultados. El sistema de representación simbólico se basa en la utilización de los signos que caracterizan la ecuación, el signo igual y las formas canónicas en que se presentan las ecuaciones. La representación numérica más conocida de la ecuación lineal es el método de sustitución. Este método se basa en dar valores a la incógnita para verificar si la igualdad se cumple. Por último, la representación manipulativa se aborda mediante la utilización de algunos materiales y recursos.

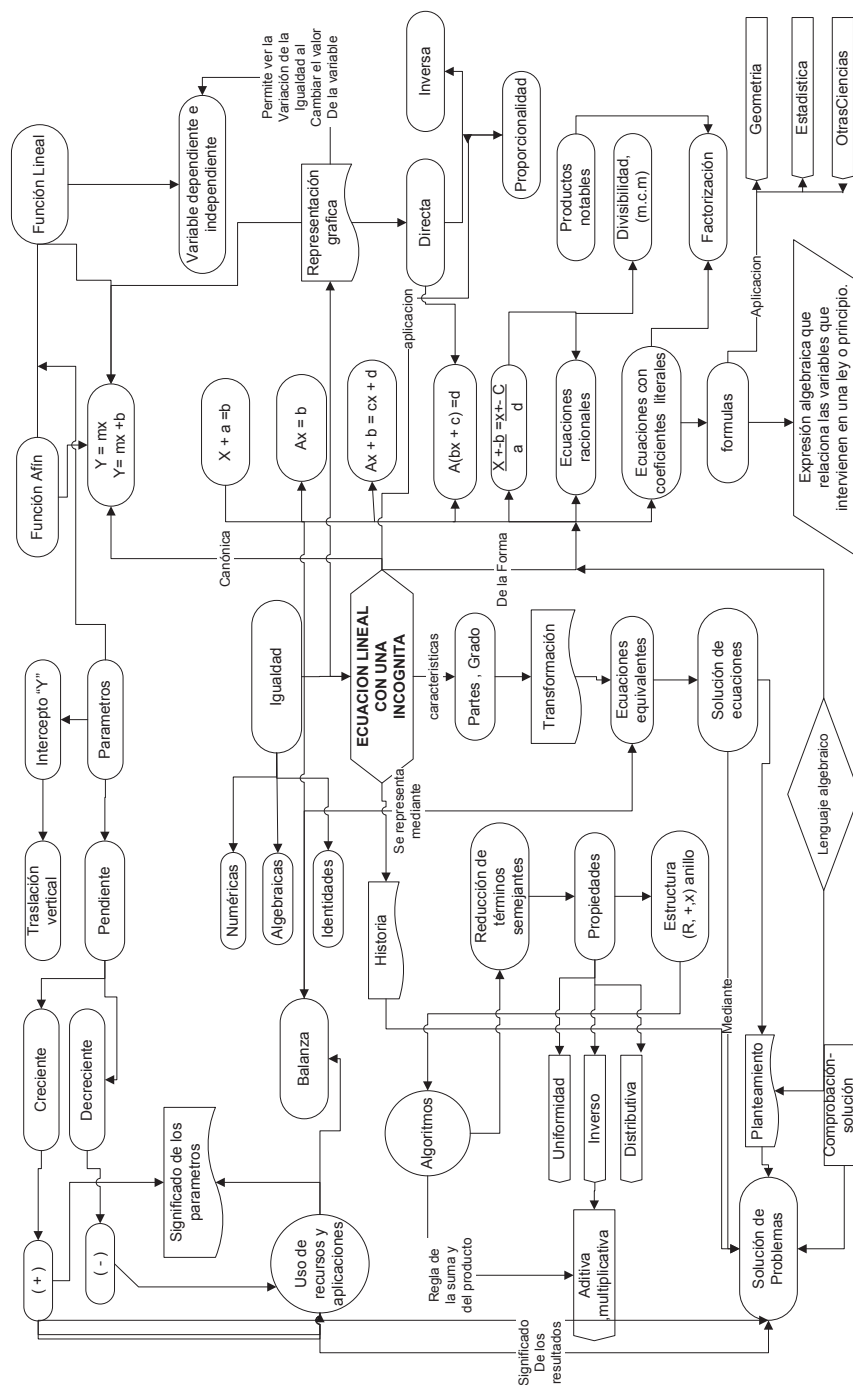


Figura 1. Estructura conceptual de ecuaciones lineales con una incógnita

1.4 Capacidades que se potencian en los estudiantes

Las capacidades son las acciones que ejecuta un estudiante cuando desarrolla una tarea. Estas acciones evidencian habilidades o destrezas con respecto a un elemento matemático y contribuyen al logro de cada objetivo planificado. La tabla 2 presenta las posibles capacidades (C) que se pueden activar en la resolución de las tareas para los tres objetivos.

Tabla 2

Listado de capacidades

C	Descripción
C1	Realizar operaciones a los dos lados de una igualdad, de forma que quede equivalente
C2	Utilizar la balanza para representar y mantener el equilibrio entre los miembros de una ecuación
C3	Identificar las diferentes formas o estructuras de la ecuación lineal con una incógnita
C4	Comprobar si un número es solución de una ecuación
C5	Analizar la gráfica generada a partir de una ecuación lineal
C6	Establecer y ejecutar un plan para resolver un problema en el que intervienen ecuaciones lineales
C7	Reconocer la estructura de una expresión algebraica
C8	Utilizar letras para expresar incógnitas
C9	Realizar operaciones y aplicar las propiedades de los números reales en los casos que se requieran
C10	Suprimir paréntesis en una ecuación lineal
C11	Reducir términos semejantes
C12	Introducir datos en una fórmula
C13	Reconocer diferentes formas de resolver una ecuación
C14	Despejar la incógnita en la ecuación lineal
C15	Pasar un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal y viceversa
C16	Reconocer la estructura de una ecuación algebraica
C17	Sustituir un valor numérico en una expresión algebraica
C18	Interpretar el enunciado de un problema estableciendo las relaciones entre los datos presentes en la situación
C19	Verificar e interpretar resultados
C20	Identificar datos conocidos y desconocidos en el enunciado de un problema
C21	Realizar representaciones pictóricas
C22	Justificar el plan y la ejecución de la resolución de un problema
C23	Utilizar los paréntesis para expresar cantidades y operaciones
C24	Utilizar el plano cartesiano para representar gráficamente datos obtenidos en un problema.
C25	Aplicar la ley de los signos
C26	Utilizar modelos icónicos, aplicativos virtuales y/o material manipulativo para solucionar ecuaciones de primer grado

- C27 Establecer la importancia de las ecuaciones lineales para solucionar situaciones de otras ciencias
- C28 Plantear ecuaciones teniendo en cuenta condiciones establecidas
- C29 Utilizar la calculadora como herramienta para realizar cálculos
- C30 Realizar cálculos mentales o pruebas por ensayo y error para solucionar ecuaciones de primer grado
- C31 Desarrollar y aplicar diversas estrategias en la resolución de problemas
-

1.5 Posibles errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Algunas de las limitaciones de aprendizaje se manifiestan en términos de dificultades y errores que pueden evidenciarse durante el proceso de aprendizaje, en las actuaciones de los estudiantes, en las respuestas a los interrogantes que se planteen y en tareas concretas que les demanda el profesor. En la tabla 3, mostramos seis dificultades (D) y 21 errores (E).

Tabla 3

Posibles errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Error	Descripción
	D1 Dificultad para dar uso y significado algebraico a la letra
E1	No identificar una variable a menos que se represente por x
E2	Utilizar la misma letra para representar varias cantidades
E3	Confundir la variable x con la notación del producto
	D2 Dificultad para pasar del lenguaje verbal al algebraico o viceversa
E4	Representar en forma incorrecta la traducción de una expresión verbal al lenguaje simbólico
E5	No reconocer las palabras del lenguaje cotidiano que se relacionan con las operaciones
E6	Hacer uso inadecuado del paréntesis, para expresar cantidades
E7	Falta de comprensión en el enunciado de un problema debido a dificultades de lenguaje
	D3 Obstáculos ocasionados por falta de aprendizaje de conceptos básicos del tema
E8	Confundir un polinomio con una ecuación
E9	Confundir una ecuación con una identidad
	D4 Dificultad para realizar operaciones con números reales y/o aplicar las propiedades que se utilizan en la solución de ecuaciones
E10	Reducir inadecuadamente términos semejantes
E11	Efectuar únicamente el primer producto al aplicar la propiedad distributiva
E12	Reconocer e interpretar de manera incorrecta el valor semántico del igual
E13	Confundir las reglas de la adición y la sustracción al sustituir los signos de agrupación
E14	Aplicar de manera incorrecta la ley de los signos

D5 Dificultad para transformar ecuaciones equivalentes	
E15	Igualar dos expresiones que no representan la misma cantidad
E16	Transponer en forma inadecuada los términos al aplicar el algoritmo de la solución de una ecuación
E17	Confundir la reducción de términos semejantes de las expresiones algebraicas con la aplicación de las propiedades de la potenciación
E18	Asignar datos a variables que no corresponden
E19	Realizar la sustitución numérica en forma incorrecta al probar los resultados obtenidos.
D6 Dificultad al remplazar un valor en una fórmula	
E20	Asignar un valor dado a una variable que no corresponde en una fórmula
D7 Dificultad para interpretar el enunciado y determinar las cantidades que hay que considerar para resolver el problema y establecer relaciones entre las cantidades	
E21	No relacionar los resultados obtenidos con el enunciado durante el proceso de solución de una tarea

2 Tareas e implementación de la cartilla

Las tareas que conforman la unidad didáctica se presentan con los siguientes componentes.

1. Descripción de la tarea en términos de las metas a alcanzar, conceptos y procedimientos abordados, sistemas de representación que se activan, materiales y recursos y agrupamiento de los estudiantes.
2. Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea.
3. Capacidades y caminos de aprendizaje.
4. Errores en los que pueden incurrir los estudiantes.
5. Ayudas para el profesor.
6. Evaluación.
7. Material fotocopiable.

Cada tarea de la secuencia está diseñada y organizada para aplicarse en tres momentos. En el primer momento, el profesor motiva, comparte la meta de la tarea, y organiza y da las orientaciones sobre agrupamiento y temporalización. El segundo momento está destinado al desarrollo de la tarea. Durante esta parte, el profesor orienta, encamina y puede realizar preguntas con el fin de indagar sobre la comprensión del tema y de la tarea, y de verificar si se presentan errores y dificultades. Proponemos un tercer momento para realizar la puesta en común de los resultados, concluir y realizar la reflexión sobre lo trabajado durante la tarea. En esta parte, los estudiantes debaten y consensuan, mientras que el profesor encamina y orienta.

Para tener una idea más clara de las bondades de las tareas, presentamos la tabla 4 que resume el análisis de la secuencia de tareas en cuanto a su función, a los contenidos que abordan y a su complejidad. La complejidad indica

el grado de contribución al desarrollo de las competencias de acuerdo con el estudio PISA.

Tabla 4
Elementos y condiciones de las tareas de la unidad didáctica

Tarea	Función	Complejidad	Contenido
T1. Trueque	Inicio	Conexión y reflexión	Traducción de enunciados
T2. Traducir	Inicio	Reproducción	Traducción de enunciados
T3. La balanza	Desarrollo y transición	Conexión	Solución de ecuaciones
T4. Solución de ecuaciones	Inicio	Conexión	Solución de ecuaciones
T5. Hacer y deshacer	Desarrollo	Conexión	Solución de ecuaciones
T6. Resolver	Desarrollo y cierre	Reproducción	Solución de ecuaciones
T7. Jaime	Inicio	Conexión	Resolución de problemas

3 Tarea diagnóstica (TD). Sesión 1

La secuencia de tareas comienza con la prueba diagnóstica. Se compone de un cuestionario con diez preguntas abiertas, que contienen ejercicios en los cuales los estudiantes deben demostrar sus habilidades relacionadas con la aplicación de los algoritmos de la adición, sustracción, y multiplicación de números reales, y la interpretación y desarrollo de situaciones sencillas. Estas habilidades son básicas y sirven de preámbulo para la enseñanza de las ecuaciones lineales de primer grado.

3.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Metas. La tarea, se centra en identificar las habilidades de los estudiantes relacionadas con el manejo de operaciones aritméticas y algebraicas básicas y su capacidad para interpretar y resolver situaciones sencillas.

Conceptos y procedimientos abordados. En la tarea se abordan los conceptos relacionados con el perímetro y el área de figuras geométricas, operaciones con números reales y la propiedad invertiva de la adición y de la multiplicación. También se abordan procedimientos para eliminar signos de agrupación, aplicar ley de signos y reconocer la jerarquía de los signos de agrupación.

Sistemas de representación que se activan. Los estudiantes activan el sistema de representación numérico, al encontrar valores para hacer que una igualdad sea verdadera. La tarea motiva la activación de los sistemas de representación simbólico y verbal, al realizar traducciones de los enunciados propuestos.

Materiales y recursos. Se utiliza únicamente el material fotocopiable en la solución de la tarea.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. La tarea está diseñada para que los estudiantes la desarrollen en forma individual, durante una sesión de 60 minutos.

3.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Sugerimos concientizar a los estudiantes sobre la importancia de desarrollar esta prueba de forma honesta, con el fin de identificar dificultades y poder contribuir al desarrollo de los conocimientos previos necesarios para dar inicio a las tareas que conforman la unidad didáctica.

3.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

Se espera que los estudiantes realicen operaciones con números reales, reconozcan la propiedad invertiva de la adición y de la multiplicación de números reales, eliminen signos de agrupación, reconozcan la jerarquía de los signos de agrupación, apliquen la ley de los signos, utilicen letras para representar el perímetro o el área de una figura geométrica, y hallen su perímetro o su área.

3.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Los estudiantes pueden presentar dificultades para realizar operaciones con números reales e incurrir en los siguientes errores.

- Confundir el inverso aditivo con el inverso multiplicativo.
- Aplicar de manera incorrecta la ley de los signos.
- Confundir las reglas de la adición y la sustracción al sustituir los signos de agrupación.
- Reducir inadecuadamente términos semejantes.

- Confundir el área con el perímetro de una figura geométrica.
- Asignar datos a variables que no corresponden.

3.5 Ayudas para el profesor

Los estudiantes pueden manifestar dudas sobre el inverso aditivo y multiplicativo. El profesor puede recordar y ejemplificar la jerarquía de las operaciones y los convenios establecidos para suprimir los signos de agrupación. Es conveniente recordar a los estudiantes que una cantidad se puede representar con cualquier letra no necesariamente con la letra x .

3.6 Evaluación

Basados en los resultados de la prueba diagnóstica, sugerimos realizar en la siguiente sesión, una realimentación con la finalidad de ayudar a superar las dificultades presentadas durante la prueba. Algunas de las ayudas que el profesor puede brindar en esta realimentación, tiene que ver con la resolución de la prueba en gran grupo. Durante este proceso, el profesor puede formular preguntas orientadoras, dar ejemplos o contraejemplos, sugerir revisión de los datos, recordar o relacionar con tareas anteriores, y dar señales o pistas sobre las propiedades de las operaciones, el uso de los signos de agrupación, la ley de los signos y las ideas de área y perímetro. También, para las sesiones posteriores, puede promover una agrupación de los estudiantes en la que se potencie el trabajo colaborativo entre estudiantes aventajados y estudiantes con dificultades.

3.7 Material fotocopiable

Nombre: _____

Grado: _____

Esta prueba consta de diez ítems. El tiempo máximo para desarrollarla es de 60 minutos.

Lee atentamente y realiza los cálculos pertinentes para determinar la respuesta.

1. Determina el inverso aditivo de las siguientes expresiones.

a. $\frac{21}{2}$

b. $2x$

2. Halla el inverso multiplicativo de cada expresión.

a. 3

b. $\frac{1}{x}$

3. Resuelve las siguientes operaciones y justifica el proceso.

a. $12 - [2 + (-3 - 4) - (-2 + 4)] + 40 =$

4. Simplifica la expresión

a. $12a + 34b - 67b = 24a + 54b - 13a$

5. La temperatura mínima en una ciudad fue de -3°C y la temperatura máxima fue de 8°C . ¿Cuál fue la variación de la temperatura en el día?

a. -11°C

b. -5°C

c. 8°C

d. 11°C

6. Determina el perímetro de un rectángulo, conociendo que su base mide 20 unidades y su altura mide 10 unidades.

7. Alberto cobró 60 000 pesos por tres horas de trabajo. ¿Cuánto cobrará por ocho horas de trabajo?

8. Para envasar cierta cantidad de vino, se necesitan ocho toneles de 200 litros de capacidad cada uno. Queremos envasar la misma cantidad de vino empleando 32 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de esos toneles?

9. Encuentra los valores que hacen verdaderas las siguientes igualdades.

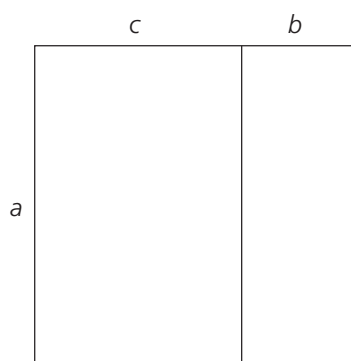
a. $(\quad) + (-4) = -1$

b. $(\quad) + 5 = 16$

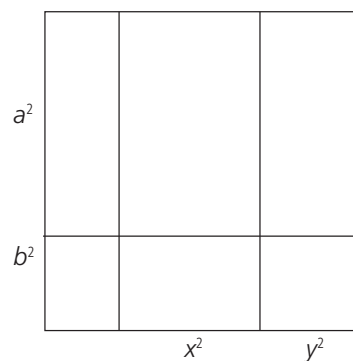
c. $(\quad) \cdot \frac{1}{2} = 1$

d. $(\quad) - 5 = 1$

10. Colorea la región de cada figura que corresponde al área que representa la expresión indicada.



$(a)(b)$



$a^2(x^2 + y^2)$

4 Tarea 1: El trueque (T1). Sesiones 2 y 3

La tarea El trueque es de inicio y motivación. Proponemos encaminar a los estudiantes hacia la noción de ecuación a través del lenguaje verbal. Para resolver la tarea se utilizan dos materiales, el primero es un juego llamado Lo tuyo y lo mío y, el segundo es el material fotocopiable con el que los estudiantes hacen las primeras traducciones al lenguaje simbólico utilizando ecuaciones sencillas.

4.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La meta de esta tarea consiste en realizar conversiones del sistema de representación verbal al sistema de representación simbólico.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: igualdades, noción de ecuación y solución de ecuaciones por ensayo y error.

Sistemas de representación que se activan. En esta tarea, los estudiantes activan los sistemas de representación verbal y simbólico, al utilizar letras para expresar cantidades y al realizar traducciones de enunciados. En el juego Lo tuyo y lo mío, los estudiantes activan el sistema de representación verbal, al sustituir valores en una expresión dada.

Contexto en el que se sitúa la tarea. La primera parte de la tarea se sitúa en un contexto lúdico y escolar. El juego Lo tuyo y lo mío permite a los estudiantes interactuar con sus pares y hacer cálculos mentales con los valores que utilizan para hacer sustituciones en expresiones verbales. La segunda parte de la tarea se sitúa en el contexto histórico-público. Los estudiantes deben establecer equivalencias entre artículos que se canjeaban en la antigüedad.

Materiales y recursos. En la primera parte de la tarea, se desarrolla el juego Lo tuyo y lo mío, en el que se utiliza un tablero numerado del uno al 49, dos dados con seis caras, diez fichas de distinto color para cada jugador y una colección de 20 tarjetas con enunciados verbales. Para la segunda parte de la tarea, se recurre al material fotocopiable y al lápiz.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. En la primera parte, los estudiantes interactúan en grupos de cuatro personas jugando a Lo tuyo y lo mío. Luego, trabajan en gran grupo para enriquecerse con los aportes de sus compañeros. En la última parte, los estudiantes trabajan individualmente.

4. 2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

El profesor hace una intervención breve y explica la actividad. Luego, entrega el material, organiza, dirige y orienta a sus estudiantes; supervisa el trabajo; genera y modera las intervenciones de los estudiantes; y utiliza las ayudas para resolver sus dudas y/o dificultades. En el momento de la puesta en común, sugerimos que los estudiantes escuchen las intervenciones de sus compañeros para llegar a consensos. El tiempo estimado para resolver la tarea es de dos sesiones de 60 minutos.

Instrucciones del juego Lo tuyo y lo mío

El juego Lo tuyo y lo mío es un juego de mesa para tres o cuatro personas. Para su implementación se requiere un tablero, un juego de fichas y un juego de tarjetas (ver material fotocopiable).

El juego se desarrolla de la siguiente manera.

- Los tres o cuatro estudiantes juegan por turnos.
- Se entrega un juego de diez fichas del mismo color a cada estudiante.
- El tablero, los dados y los letreros se ubican boca abajo sobre la mesa.
- Al iniciar, cada estudiante lanza los dados y comienza quien obtenga menor puntuación.
- El estudiante que empieza tira los dados y el siguiente saca una de las 20 tarjetas.
- Con el número obtenido con los dados por el otro, “lo tuyo”, el estudiante que ha sacado la tarjeta calcula el número que corresponde a “lo mío”, al utilizar la frase de la tarjeta. Este resultado se coloca entonces en el tablero y se devuelve la tarjeta al montón.
- Si el número obtenido no está en el tablero, el estudiante pierde su turno.
- Si la casilla ya está ocupada, el estudiante pierde su turno.
- Si el estudiante contrario observa que la operación es incorrecta, se anula la tirada y cede el turno.
- Gana el estudiante que logre ubicar todas sus fichas en el tablero.

Ejemplo. Cuando el estudiante A lanza los dados y obtiene el número 7 (lo mío), el estudiante B toma una tarjeta y le lee el enunciado al estudiante A. Supongamos que la tarjeta dice “lo mío es el triple de lo tuyo”. El estudiante A debe contestar correctamente “lo tuyo es 21” ya que el triple de 7 es 21. De ser así, debe ubicar su ficha en la casilla 21 del tablero.

4.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

En el desarrollo de la tarea, los estudiantes pueden activar todas o algunas de las siguientes capacidades: C1, C7, C18, C5, C8, C28, C22. Estas capacidades se relacionan con la aplicación de operaciones a los lados de una igualdad de forma que quede equivalente; el reconocimiento de estructuras algebraicas; el establecimiento de la relación entre los datos presentes en una situación; la utilización de letras para expresar incógnitas; el planteamiento de ecuaciones teniendo en cuenta condiciones establecidas; y la justificación y la ejecución del plan para la resolución de un problema.

Se entiende como camino de aprendizaje de una tarea, a la secuencia de capacidades que puede activar el estudiante al abordarla. Sirve como referente para que el profesor prevea las acciones que los estudiantes pueden realizar al enfrentar una tarea y los errores en los que pueden incurrir. Un posible camino que pueden seguir los estudiantes al resolver la tarea El trueque es el siguiente.



4.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

En el desarrollo de la tarea, se pueden presentar limitaciones en el momento de realizar la lectura comprensiva y traducción al lenguaje simbólico. Estas limitaciones se expresan en términos de errores como E2, E5 y E6 (ver tabla 3).

4.5 Ayudas para el profesor

En el momento que empieza el desarrollo del juego Lo tuyo y lo mío, se pueden presentar dificultades. Por consiguiente, sugerimos implementar algunas de las siguientes ayudas.

- Pedir a los estudiantes leer nuevamente el enunciado, interpretarlo y explicarlo con sus propias palabras.
- Escribir, en una lista aparte, los datos que aparecen en el enunciado.
- Formular a los estudiantes la pregunta ¿para que se usan los paréntesis?
- Formular preguntas para la discusión. Si a tu compañero Juanito, le doy \$1 000 y a ti el doble, ¿está bien si te doy \$1 002?, ¿estás de acuerdo?, ¿qué tengo que hacer, qué operación utilizo?

4.6 Evaluación

Debido a que la tarea cumple la función de inicio e introducción al tema, es importante que el profesor verifique, durante su desarrollo, en qué medida los estudiantes ponen en juego las secuencias de capacidades que se relacionan con (a) reconocer estructuras algebraicas; (b) establecer relación entre los datos pre-

sentés en una situación; (c) utilizar letras para expresar incógnitas; y (d) plantear ecuaciones teniendo en cuenta condiciones establecidas. Estas secuencias de capacidades son relevantes para el desarrollo de las otras tareas.

4.7 Material fotocopiable

El material fotocopiable de la tarea, está compuesto por la descripción de la tarea y del juego.

El trueque

Hace mucho tiempo, cuando aún no se había creado la moneda, se hacían transacciones a través del trueque. Por ejemplo, un collar y una lanza se cambiaban por un escudo; un escudo se cambiaba por un collar y un bulto de maíz; dos escudos se cambiaban por tres cuchillos; y un bulto de trigo se podía cambiar por dos cuchillos un escudo y un collar.

- Identifica los datos que intervienen en la situación y represéntalos con un símbolo o letra del abecedario.
- Utiliza los nombres de las variables del punto anterior para establecer las relaciones de igualdad entre los artículos
- Establece otras equivalencias entre los artículos. Escríbelos como expresiones matemáticas y asócialas un enunciado verbal.

Juego Lo tuyo y lo mío

En el juego, se utiliza el siguiente material: un tablero numerado del uno al 49 para cada grupo de cuatro estudiantes; 20 tarjetas que deben ser recortadas; diez fichas de diferente color por cada jugador; y un par de dados. El profesor da las instrucciones del juego. Estas instrucciones aparecen en el apartado de sugerencias metodológicas.

Tarjetas para recortar:

Tengo lo mismo	¡Vaya!, si tienes 4 veces menos que yo	Lo mío es el doble de lo tuyo
Lo mío es 6 veces lo tuyo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20.	Si te diera 15, tendríamos lo mismo
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15
Lo mío es el triple de lo tuyo	Te gano por 27	La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano
La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23, pero yo tengo más.	Tienes la mitad que yo	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo
Si te consigues 6 más, tendrás el doble que yo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡Vaya!, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío
Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú	¡No me compares! Tres veces lo tuyo sólo llega a la mitad de lo mío	

Tablero de juego

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

5 Tarea 2: Traducir (T2)

Sesión 4

Traducir es una tarea de inicio que dispone a los estudiantes para establecer relaciones entre sus conocimientos intuitivos y otros más formales sobre la ecuación lineal con una incógnita. Involucra elementos de la tarea anterior, como el uso de letras para expresar cantidades y la construcción de expresiones equivalentes. En esta tarea, se hace uso de expresiones algebraicas más complejas. En general, la tarea permite utilizar algunos conocimientos previos y establecer relaciones entre representaciones simbólicas y verbales.

5.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La meta de la tarea consiste en escribir expresiones verbales que representen edades y construir representaciones simbólicas equivalentes a esas expresiones verbales.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea abarca los conceptos de igualdad algebraica, ecuación y expresiones equivalentes. Se incluyen procedimientos de representación simbólica de una ecuación lineal y transformación de una ecuación en otra equivalente.

Sistemas de representación que se activan. Los estudiantes activan los sistemas de representación verbal y simbólico, al realizar traducciones de enunciados al lenguaje simbólico y viceversa.

Contexto en el que se sitúa la tarea. El contexto de esta tarea es personal y educativo. Los estudiantes pueden representar y establecer equivalencias entre las edades de un grupo de cuatro amigos.

Materiales y recursos. Para resolver la tarea se utiliza el juego Adivina un número.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. La tarea se desarrolla en tres momentos: (a) la primera parte de la tarea se realiza en gran grupo, (b) la segunda parte se trabaja individualmente, y (c) en la tercera parte, se realiza la socialización de los resultados en grupos mixtos de tres estudiantes.

5.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

La tarea promueve la traducción entre diferentes sistemas de representación. En este caso, se promueve la representación simbólica de una expresión verbal y viceversa. Además, la tarea encamina a construir expresiones equivalentes a una expresión dada, aplicando el concepto de ecuación. La tarea se desarrolla en una sesión de 60 minutos, distribuidos como se describe a continuación.

Primera parte

Se realizan las siguientes actividades relacionadas con el juego Adivina un número. Estimamos 15 minutos para su desarrollo.

- Se utiliza una tarjeta en la que aparecen los enunciados de las instrucciones; esta tarjeta será utilizada por el profesor, quien dirige el juego.
- El profesor solicita a un estudiante que piense un número y realice mentalmente las operaciones que se le van indicando.
- El profesor, finalmente pregunta al estudiante cuál fue el resultado, al resolver mentalmente la ecuación, para adivinar el número que el estudiante pensó inicialmente.
- El profesor repite este proceso con algunos estudiantes más y finalmente comparte el método de solución de la ecuación utilizada para adivinar el número.

Segunda parte

El profesor entrega el material fotocopiado y los estudiantes desarrollan la tarea. Consideramos que el tiempo necesario para resolver esta parte, es de 35 minutos.

Tercera parte

Se socializan los resultados durante 10 minutos.

5.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

La tarea contribuye al logro del primer objetivo. Los estudiantes pueden activar las siguientes capacidades al solucionar la tarea: C4, C8, C9, C15, C17, C18, C19 y C20 (ver tabla 2). Durante el juego, se espera que los estudiantes identifiquen los datos conocidos y desconocidos de los enunciados dados; realicen operaciones con números enteros; y comprueben y verifiquen los resultados. En la segunda parte de la tarea, se espera que los estudiantes establezcan las relaciones entre los datos presentes en la situación; traduzcan expresiones dadas simbólicamente a expresiones verbales; utilicen letras para expresar incógnitas; sustituyan valores numéricos; y comprueben y verifiquen los resultados.

Un posible camino de aprendizaje que pueden seguir los estudiantes al resolver la tarea es el siguiente.



5.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Durante el desarrollo del juego, se pueden presentar dificultades relacionadas con conocimientos previos, como la solución de operaciones aritméticas. También se pueden presentar errores al sustituir valores y al comprobar los resultados. Cada estudiante debe encontrar la estrategia para encontrar el número que pensó un compañero, realizando las operaciones inversas a las dadas inicialmente.

En la segunda parte, la tarea promueve la traducción entre representaciones verbales y simbólicas. Aquí se pueden presentar algunas dificultades que se evidencian cuando los estudiantes reconocen que solamente la x puede ser la variable. Otros errores que pueden aparecer, tienen que ver con el reconocimiento de palabras del lenguaje cotidiano que se relacionan con las operaciones y la utilización inadecuada de las operaciones, para representar un múltiplo de una expresión o el aumento y disminución de un número. Para contribuir a superar estos errores, el profesor puede establecer relaciones, al presentar algunos ejemplos o hacer preguntas que generen reflexión sobre la función de las operaciones. Los posibles errores en los que pueden incurrir los estudiantes son los siguientes: E1, E4, E5, E10, E15 (ver tabla 3).

5.5 Ayudas para el profesor

El profesor puede ayudar a los estudiantes a superar los errores anteriormente mencionados al hacer alusión a la tarea El trueque, establecer relaciones, ofrecer algunos ejemplos y/o hacer preguntas que generen reflexión sobre la función de las operaciones. Las preguntas le permiten al profesor identificar el grado de comprensión que los estudiantes han logrado sobre el tema o la tarea; además, permiten predecir posibles errores y dificultades que pueden aparecer. En esta

tarea, existen tres momentos importantes para realizar preguntas en forma oral a los estudiantes: (a) cuando juegan y adivinan el número; (b) durante la segunda parte de la tarea; y (c) durante la socialización de los resultados. Los siguientes son algunos ejemplos de preguntas que puede formular el profesor.

- ¿Qué características tiene la expresión que se fijó en el tablero?, ¿cómo la puedo llamar o clasificar?
- ¿Te parece importante utilizar expresiones algebraicas en la solución de diferentes situaciones?
- ¿Puedes explicar qué se debe realizar en la actividad?
- ¿Qué estrategia utilizarías para solucionar el problema?
- ¿Hasta qué punto el método que utilizaste te permitió llegar a la solución de las preguntas?
- ¿Encontraste una o varias respuestas?
- Si a un compañero se le dificultó solucionar el problema, ¿como le ayudarías a solucionarlo?

Teniendo en cuenta los errores y dificultades evidenciados al verificar los caminos de aprendizaje seguidos por los estudiantes, se debe prever una realimentación para la siguiente clase que se realizará en gran grupo. Es importante resaltar la importancia del lenguaje simbólico para expresar cantidades, para establecer relaciones entre los datos de un enunciado y para traducir expresiones verbales a simbólicas.

5.6 Evaluación

Es posible determinar si la meta de la tarea se ha alcanzado cuando los estudiantes evidencian las siguientes acciones.

- Pasan un enunciado verbal a la expresión simbólica y viceversa.
- Reconocen la estructura de una ecuación algebraica.

5.7 Material fotocopiable

Los juegos para adivinar números han sido usados a través de la historia como pasatiempos, por ser sencillos y por permitir mejorar las destrezas en el álgebra de forma divertida y motivadora. A continuación, presentamos las indicaciones para el desarrollo del juego Adivina un número.

Primera parte. Adivina el número

- Piensa un número.
- Multiplícalo por dos.
- Añade 5 al resultado.
- Multiplica lo que has obtenido por 5.
- Añade 10 al resultado.
- Multiplica el resultado por 10.
- Dime lo que sale y te diré rápidamente tu número inicial.

Segunda parte. En la siguiente tabla se muestran las edades de cuatro amigos.

	Eva	Sara	Carlos	Paula
Edad	$2x$	x	$2x + 7$	$(2x + 7) 2$
Edad	y	$\frac{y}{2}$	$y + 7$	$(y + 7) 2$

- Escribe una expresión verbal que represente la edad de cada amigo.
- Expresa la edad de Paula de otra forma. Hazlo en forma de enunciado y también como una expresión algebraica.
- Plantea enunciados diferentes que correspondan a la edad de cada uno de los cuatro amigos. Escríbelos en forma de expresión algebraica (simbólica) utilizando otro nombre para la variable.
- Construye igualdades con las edades y comprueba que sean ciertas dando valores numéricos a las variables.

6 Tarea 3: La balanza (T3). Sesiones 5, 6, 7 y 8

La balanza es una tarea de transición que relaciona el primer y el segundo objetivo. Esta tarea permite hallar el valor de la incógnita sin conocer formalmente el algoritmo de la solución de la ecuación. El diseño de la tarea incluye el uso de un material manipulable y de un aplicativo virtual. Estos materiales promueven la elaboración y construcción de significados, ya que, para mantener el equilibrio de la balanza, se requiere la aplicación de algunas propiedades —que involucran el algoritmo de la solución de las ecuaciones lineales—, mediante la ejercitación de algunos movimientos legales.

6.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La meta de la tarea es resolver ecuaciones a través del uso de la balanza.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda conceptos y procedimientos de igualdad y solución de ecuaciones, propiedades utilizadas para solucionar ecuaciones, y verificación de ecuaciones que tienen una o varias soluciones o que no tienen solución.

Sistemas de representación que se activan. Los estudiantes activan los sistemas de representación manipulativo, verbal, simbólico, gráfico y tecnológico en esta tarea. Con el material Hands on Equations, durante la primera parte de la tarea, los estudiantes activan el sistema de representación manipulativo, al representar con fichas una ecuación lineal dada en forma simbólica y/o verbal. La tarea promueve la activación de la representación pictórica de las ecuaciones lineales con una incógnita. Las acciones anteriores permiten la transición entre lo concreto y el lenguaje formal o algebraico. Durante la segunda parte de la tarea, los estudiantes interactúan con la balanza virtual o manipulador algebraico. En esta parte, ellos activan los sistemas de representación gráfico y tecnológico, y pueden ver gráficamente la solución de una ecuación lineal.

Contextos en los que se sitúa la tarea. Esta tarea se sitúa en un contexto lúdico. Los estudiantes tienen un acercamiento a la resolución de ecuaciones lineales en forma concreta mediante el material manipulable. Esto permite que los estudiantes construyan conceptos y procedimientos en un entorno escolar diseñado específicamente para el aprendizaje de las ecuaciones.

Materiales y recursos. Se utiliza el material Hands on Equations, el aplicativo virtual Manipulador algebraico y fotocopias del modelo icónico de la balanza.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. La primera parte de la tarea se realiza en grupos de cuatro estudiantes y posteriormente se hace puesta en común; la segunda parte se desarrolla en parejas y luego se hace socialización en gran grupo; la tercera parte se desarrolla en grupos mixtos de tres estudiantes.

6.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

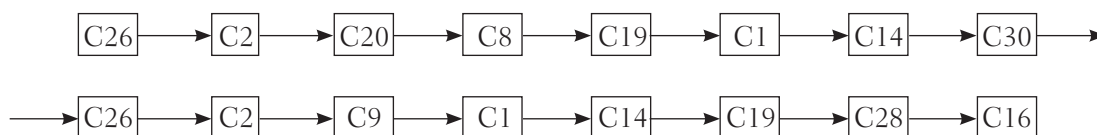
La tarea se desarrolla en cuatro sesiones de 60 minutos. El profesor hace la presentación de la tarea, da a conocer la meta, el esquema de agrupación para cada parte de la tarea, y hace referencia a la evaluación y su rúbrica. En la primera parte, se trabaja con el material Hands on Equations. Se invita a leer las reglas o movimientos legales y a resolver la tarea. En esta parte de la tarea, los estudiantes resuelven ecuaciones lineales con un material concreto y realizan representaciones pictóricas que buscan ayudarlos a pasar de lo concreto al lenguaje formal. La segunda parte, llamada Balanza virtual, se desarrolla utilizando un computador o tableta con el aplicativo virtual Manipulador algebraico. En esta parte, los estudiantes resuelven ecuaciones. En la tercera sesión, el docente hará entrega del material fotocopiado titulado Balanza en papel. Finalmente, se induce a la socialización en gran grupo.

Durante el desarrollo de la tarea, se espera que el profesor oriente y supervise el trabajo, genere y modere las intervenciones de los estudiantes, y utilice las

ayudas para resolver sus dudas. Las orientaciones sobre el uso de los materiales se encuentran en el apartado material fotocopyable.

6.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

Los estudiantes pueden activar todas o algunas de las siguientes capacidades: C18, C2, C20, C8, C9, C1, C14, C39, C26, C1, C2, C17, C29, C5, C4 y C10 (ver tabla 2). El siguiente es un posible camino de aprendizaje que pueden seguir los estudiantes al abordar la tarea.



6.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Algunas de las dificultades y errores que pueden evidenciarse en las actuaciones de los estudiantes al abordar la tarea, son los siguientes: E14, E11 y E16 (ver tabla 3).

6.5 Ayudas para el profesor

Con el fin de superar las dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo de la tarea y lograr poner en juego las capacidades, el profesor puede formular preguntas o dar instrucciones como las siguientes.

- ¿Para qué operaciones se establece la ley de signos?
- Sugerir al estudiante escribir al frente de cada paso el proceso realizado.
- Recordar qué es un término semejante.
- Desarrollar ejercicios de reducción de términos semejantes.
- Establecer la conexión entre los movimientos legales del Hands on Equations y las propiedades que representan.

Por otra parte, el profesor puede recordar el algoritmo de la multiplicación mediante ejercicios básicos y pedir a algún estudiante socializar cómo se aplica la propiedad distributiva en ejercicios como $5(x + 3)$.

6.6 Evaluación

La tarea La balanza es una tarea de transición. El profesor la evalúa durante su desarrollo y se asegura de contrastar las capacidades que se activan. El instrumento de medición es la observación y revisión del trabajo que realizan los estudiantes con el modelo icónico de la balanza. El profesor debe verificar los criterios de desempeño en la siguiente rubrica.

Tabla 5
Rubrica de la tarea la balanza

Desempeño superior	Desempeño alto	Desempeño básico	Desempeño bajo
Lee enunciado, identifica datos e incógnita	Lee enunciado, identifica datos e incógnita	Lee enunciado, identifica datos e incógnita	Lee enunciado, identifica datos e incógnita
Utiliza programas virtuales, material manipulativo para solucionar ecuaciones de primer grado	Utiliza programas virtuales, material manipulativo para solucionar ecuaciones de primer grado	Utiliza programas virtuales, material manipulativo, pero no logra solucionar ecuaciones de primer grado con algunos de ellos	Utiliza programas virtuales, material manipulativo, pero no logra solucionar ecuaciones de primer grado con algunos de ellos
Reconoce forma y partes de una ecuación y plantea ecuaciones	Reconoce forma y partes de una ecuación y plantea ecuaciones	Reconoce forma y partes de una ecuación y plantea ecuaciones	
Halla valor desconocido en pequeñas ecuaciones por algún método (cálculo mental y ensayo-error), sustituye en variable y comprueba igualdad	Halla valor desconocido en pequeñas ecuaciones por algún método (cálculo mental y calculadora), sustituye en variable y comprueba igualdad		
Comenta cuando una ecuación no tiene solución o numerosas soluciones			

6.7 Material fotocopiable

Esta tarea permite resolver ecuaciones lineales a través del uso de una balanza. A continuación, presentamos orientaciones sobre el uso de los materiales destinados para esta tarea.

Primera parte. Hands on Equations¹

El material Hands on Equations está constituido por ocho fichas azules, ocho fichas blancas, dos cubos rojos numerados del 0 al 5, dos cubos rojos numerados del 5 al 10, dos cubos verdes numerados del 0 al 5, dos cubos verdes numerados

¹ <http://www.creciendoconmontessori.com/2013/01/hands-on-equations-material.html>

del 5 al 10 y una escala laminada en forma de balanza. Para ver con más detalle el material, sugerimos ingresar al enlace <http://www.borenson.com/>.

Las fichas azules representan las cantidades positivas desconocidas, es decir las x ; las fichas blancas representan las cantidades desconocidas negativas, es decir $-x$; los cubos rojos representan las cantidades conocidas positivas; y los cubos verdes representan cantidades conocidas negativas.

Los siguientes son movimientos legales e indicaciones a tener en cuenta.

- La balanza siempre debe estar en equilibrio.
- Se puede quitar o agregar el mismo número de fichas a ambos lados de la balanza (lo que se haga a un lado de la balanza, se debe hacer también al otro lado de la balanza).
- Se pueden quitar o agregar cubos del mismo valor a ambos lados de la balanza.
- Una ficha y su opuesto en el mismo platillo equivale a cero.
- Lo que se pretende es obtener una sola ficha (x) en un platillo de la balanza y en el otro una cantidad numérica; es decir, hallar el valor de la incógnita al utilizar los movimientos legales.

1. Representa en la balanza las siguientes ecuaciones. Utiliza el material entregado.

a. $2x = 6$ $x =$ _____

b. $3x + 2 = 2x + 1$ $x =$ _____

c. $4x - 2 = 3x + 4$ $x =$ _____

d. $5x + 20 = 65$ $x =$ _____

2. Representa en la balanza las siguientes ecuaciones. Utiliza el material entregado. Resuélvela utilizando la balanza Hands on Equations.

a. $2(x + 4) = 18$

b. $3(2x - 3) = -5x + 35$

c. $7(x - 2) = 4(x + 1)$

3. Inventa una ecuación. Representala en la balanza. Escribe la expresión algebraica correspondiente y resuélvela utilizando el Hands on Equations.

Segunda parte. La balanza virtual

Este manipulador² permite resolver ecuaciones lineales simples a través del uso de una balanza. Los bloques de unidades con números (que representan las cantidades conocidas) y los bloques con una x (que representan las cantidades desconocidas $-x$) deben ser arrastrados hacia las bandejas de la balanza. Cuando las bandejas estén en balance representando la ecuación lineal dada, podrás realizar cualquier operación aritmética, siempre y cuando hagas lo mismo en

² http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&from=topic_t_2.html

ambos lados, manteniendo así las bandejas en balance. La meta es obtener una sola x en una bandeja y cualquier cantidad de bloques de unidades necesarios para estar en balance en la otra bandeja.

4. Propón una ecuación, insértala en el programa manipulador algebraico y comprueba el resultado.

Ecuación: _____ Resultado: _____

Tercera parte. Balanza en papel

Observa la imagen y responde las preguntas.



5. ¿Qué se ha hecho en la balanza? ¿Qué se ha hecho en la ecuación? ¿Qué se puede hacer en una ecuación/balanza en equilibrio, para obtener otra equivalente?

6. ¿Para qué valor de x se equilibra la balanza?

7. ¿Qué se ha hecho para pasar de la ecuación $x = 2$ a cada una de estas otras?

$$x = 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x + 3 = 5$$

$$x = 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2x = 4$$

$$x = 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x - 2 = 0$$

8. Inventa cuatro ecuaciones que tengan como solución $x = 1$.

7 Tarea 4: Solución de Ecuaciones (T4). Sesiones 9 y 10

Esta tarea promueve el logro del segundo objetivo y contribuye a reconocer el algoritmo de la solución de ecuaciones. El aplicativo Álgebra con papas permite abordar la mayoría de los conceptos relacionados en el mapa conceptual que presentamos en la figura 1. Los ejercicios interactivos permiten establecer la relación entre los conceptos y procedimientos, ya que, mediante simulaciones, establecen el algoritmo de la solución para los diferentes tipos de ecuaciones lineales.

7.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La meta de la tarea es reconocer y desarrollar el algoritmo de la solución de ecuaciones lineales al emplear sus propiedades.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los conceptos de igualdad algebraica, ecuación, ecuaciones equivalentes, ecuaciones de la forma $ax = b$, $ax + b = c$, $a(bx + c) = d$ y $ax + b = cx + d$ y operaciones y propiedades de las operaciones con números reales. En el campo procedimental, se establecen los algoritmos de la adición, de la sustracción y de la multiplicación. Estos algoritmos se utilizan para realizar la transformación en ecuaciones equivalentes. Se aplica la regla de la suma y del producto y se reducen términos semejantes para despejar la incógnita.

Sistemas de representación que se activan. Con esta tarea, los estudiantes activan los sistemas de representación tecnológico y simbólico.

Contextos en los que se sitúa la tarea. La tarea se sitúa en los contextos virtual y educativo.

Materiales y recursos. Se utiliza el aplicativo virtual Álgebra con papas.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. La primera parte de la tarea se desarrolla en grupos de tres estudiantes. El profesor orienta el trabajo con el aplicativo. La segunda parte de la tarea se realiza en forma individual. El profesor organiza, comunica resultados, cuestiona, estimula, facilita conexión de información y los estudiantes participan, prueban, hacen y confrontan. La tercera parte se desarrolla en gran grupo para la socialización de los resultados. El profesor identifica errores durante el desarrollo de la tarea, los comparte con los estudiantes para motivar su participación y contribuir a la superación de las dificultades.

7.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

La tarea se desarrollará en dos sesiones de 60 minutos, distribuidas en tres partes.

Primera parte (60 minutos). En esta sesión, el profesor debe dar instrucciones generales para que los estudiantes ingresen al aplicativo Álgebra con papas³, sección ecuaciones e invitarlos a explorar e interactuar libremente con el programa. Esta actividad pretende que los estudiantes lean y contextualicen el método de solución de ecuaciones lineales, reconozcan las propiedades que se utilizan en cada momento de la solución, las apliquen y las ejerciten.

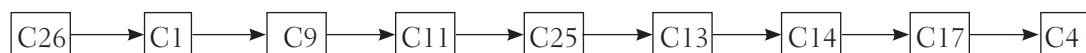
³ http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~29700989/departamentos/departamentos/departamento_de_matemat/recursos/algebraconpapas/recurso/

Segunda parte (30 minutos). Se entrega una fotocopia a cada estudiante en la que aparece una tabla de dos columnas (ver material fotocopiable). En la primera columna, se escribirá la ecuación que se debe resolver. En la segunda, se escribirán las propiedades que se van utilizando durante la solución. Esto permite que los estudiantes hagan la traducción del sistema de representación simbólico al verbal, ejerciten el algoritmo de solución de ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita e identifiquen las propiedades que se emplean en la transposición de términos.

Tercera parte (30 minutos). Se hacen preguntas generales para que los estudiantes compartan las formas de solución de la tarea y se evidencien los errores y dificultades presentados durante su desarrollo, con el fin de superarlos con ayuda de orientaciones de pares o intervenciones del profesor.

7.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

La tarea sirve de conexión entre el primer y segundo objetivo. Al solucionar la tarea, los estudiantes activan las siguientes capacidades: C26, C1, C9, C11, C25, C13, C14, C17 y C4 (ver tabla 2). El siguiente es un posible camino de aprendizaje que pueden seguir los estudiantes al resolver la tarea.



7.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Los estudiantes presentan frecuentemente dificultades para realizar operaciones con números reales y/o aplicar las propiedades que se utilizan en la solución de ecuaciones. Estas dificultades se pueden evidenciar cuando al resolver las ecuaciones, reducen en forma incorrecta términos semejantes, confunden las reglas para sumar con las reglas para restar y/o aplican de manera incorrecta la ley de los signos. Los posibles errores en los que pueden incurrir los estudiantes son los siguientes: E8, E9, E4, E5, E6, E7, E10, E11, E13 y E14 (ver tabla 3).

7.5 Ayudas para el profesor

A medida que el estudiante va solucionando la tarea, sugerimos hacer las siguientes preguntas para verificar su comprensión sobre la tarea y el tema: ¿crees que te sirvió utilizar el aplicativo Álgebra con papas para comprender el tema? ¿por qué?, ¿en qué error o errores incurriste en la solución de la tarea?, ¿cómo los identificaste?, ¿cómo los superaste?, ¿tuviste que dar o pedir ayuda a algún compañero?

7.6 Evaluación

Los errores y dificultades evidenciados al verificar los caminos de aprendizaje activados por los estudiantes dan lugar a la necesidad de prever una realimentación para la siguiente clase. Es importante que los estudiantes tengan claridad sobre los diferentes métodos de solución de ecuaciones lineales y que reconozcan las propiedades que se utilizan al aplicar el algoritmo de la solución de ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita.

Es posible determinar si la meta de la tarea se ha alcanzado cuando los estudiantes evidencian las siguientes acciones.

- Suprimen paréntesis en una ecuación lineal.
- Realizan operaciones y aplican las propiedades de los números reales en los casos que se requieran.
- Reducen términos semejantes.
- Despejan la incógnita en la ecuación lineal.
- Comprueban si un número es solución de una ecuación.

7.7 Material fotocopiable

Ingresa al aplicativo virtual Álgebra con papas disponible en el enlace <http://tinyurl.com/jvpe8> y explora los métodos de solución de las ecuaciones lineales de la forma $ax = b$; $ax + b = c$; $a(bx + c) = d$; $ax + b = cx + d$. Posteriormente, y con ayuda de lápiz y papel, resuelve la ecuación presentada en la tabla y justifica cada uno de los procedimientos.

Ecuación	Procedimiento utilizado
$6(5 - 4x) = -4(5x + 11)$	
$-24x + 20x = -44 - 30$	Se transponen términos

1. ¿Qué significado tiene el valor encontrado para x dentro de la ecuación? Justifica tu respuesta.
2. Verifica el valor obtenido en la ecuación.
3. Repite el mismo proceso para la ecuación $3x + 5(x - 1) = 2(x + 3) - 8x + 1$.
4. Plantea tres ecuaciones, resuélvelas, justifica los procedimientos utilizados y verifica el valor obtenido en cada ecuación.

8 Tarea 5: Método de hacer y deshacer (T8). 8 Sesiones 11 y 12

Esta tarea contribuye al el logro del segundo objetivo. Es una tarea de desarrollo, pues permite la construcción de nuevos significados al comparar las diferentes estrategias para resolver ecuaciones lineales y ejercitarse en el método de hacer y deshacer.

8.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La tarea busca promover que los estudiantes reconozcan las diferentes formas de solución de una ecuación lineal con una incógnita y utilicen el método de hacer y deshacer para ejercitar la solución de ecuaciones lineales.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los conceptos de igualdad algebraica, ecuación, ecuaciones equivalentes y ecuaciones de la forma $ax = b$, $ax + b = c$, $a(bx + c) = d$ y $ax + b = cx + d$. En el campo procedimental, se abordan los métodos de sustitución, flujo, balanza y transposición de términos para resolver ecuaciones.

Sistemas de representación que se activan. Con esta tarea, los estudiantes activan los sistemas de representación tecnológico, simbólico y numérico. La aplicación Equation_Methods permite que los estudiantes exploren e identifiquen las diferentes formas simbólicas en las que se presenta la ecuación lineal con una incógnita y los diferentes métodos para su solución. En la segunda parte, los estudiantes activan el sistema de representación numérico al realizar operaciones inversas y sustituir números para verificar los resultados, cuando utilizan el material fotocopiado para resolver algunas ecuaciones por el método de hacer y deshacer.

Contexto en el que se sitúa la tarea. La tarea se sitúa en un contexto virtual que puede ser cercano para los estudiantes.

Materiales y recursos. Los recursos utilizados son Applets con java, Equations_Methods y fotocopias.

Agrupamiento de los estudiantes. La primera parte de la tarea se desarrolla en grupos de tres estudiantes. La segunda se realiza en forma individual y la tercera parte se desarrolla en gran grupo para la socialización de los resultados.

8.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

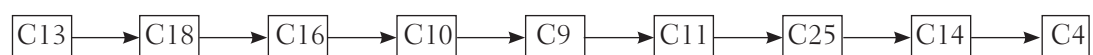
Esta tarea contribuye al logro del segundo objetivo. Para su desarrollo se destinan dos sesiones de 60 minutos. En la primera parte, el profesor orienta el trabajo con el aplicativo Equations_Methods⁴. Este aplicativo permite al estudiante identificar que existen otros métodos para solucionar ecuaciones aparte de los ya vistos, como el método de hacer y deshacer y el método de sustitución.

En la segunda parte, proponemos realizar la actividad planificada utilizando el material fotocopiable para ejercitar el método de flujo. Para ello, se presenta un diagrama de ejemplo y se solicita solucionar otras ecuaciones de la misma forma. Luego, se induce a los estudiantes a que reflexionen sobre el método que a su juicio es más favorable.

En la tercera parte, es conveniente realizar la socialización de los resultados; se espera que el profesor trate de unificar y/o consensuar sobre el método de solución más conveniente.

8.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

En el desarrollo de la tarea se pueden activar las capacidades C4, C9, C10, C11, C13, C14, C16, C18 y C25 (ver tabla 2). Estas capacidades se relacionan con el reconocimiento de las diferentes formas de resolver una ecuación, el establecimiento de relaciones entre los datos, el despeje de incógnitas, y la sustitución y comprobación de la solución. El siguiente es un camino de aprendizaje que los estudiantes podrán seguir al resolver la tarea.



8.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Los posibles errores en los que pueden incurrir los estudiantes están estrechamente relacionados con las dificultades al realizar operaciones con números reales, reducir términos semejantes y sustituir valores. Los siguientes son los errores que pueden aparecer en la transición entre una capacidad y otra (ver tabla 3): E10, E11, E13 y E14.

8.5 Ayudas para el profesor

Las siguientes son preguntas que se pueden hacer durante el desarrollo de la tarea o durante la socialización de los resultados.

- ¿Crees que te sirvió utilizar el aplicativo Equation_Methods para comprender el tema? ¿Por qué?

⁴ http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math9/strand2/equation_methods.htm

- ¿Son suficientes los datos que tienes para encontrar los demás del esquema?
- Si tuvieras que explicarle a un compañero de otro grado, ¿cómo lo harías?

En caso de que haya estudiantes que no puedan acceder a la página, se sugiere utilizar video beam. Por otro lado, el profesor debe hacer énfasis en que los estudiantes observen y comparen las diferentes estrategias de solución de una ecuación lineal.

8.6 Evaluación

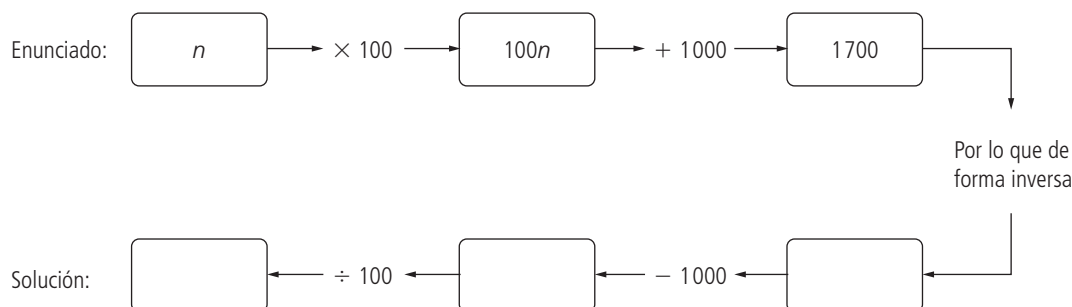
Los errores y dificultades evidenciados al verificar los caminos de aprendizaje activados por los estudiantes dan lugar a la necesidad de prever una realimentación en gran grupo durante la siguiente sesión de clase. Es importante que los estudiantes tengan claridad sobre los diferentes métodos de solución de ecuaciones lineales y que establezcan y justifiquen el método que consideran más práctico.

Es posible determinar si la meta de la tarea se ha alcanzado cuando los estudiantes evidencian las siguientes acciones.

- Reconocen diferentes formas de resolver una ecuación.
- Realizan operaciones y aplican las propiedades de los números reales en los casos que se requieran.
- Comprueban si un número es solución de una ecuación.

8.7 Material fotocopiable

El diagrama muestra la solución de la ecuación $100n + 1000 = 1700$, con base en el método llamado hacer y deshacer. El enunciado muestra cómo se deben ubicar dentro de las cajas del diagrama los miembros de la ecuación. En este caso, al multiplicar n por 100, da como resultado $100n$. Si a ello le adicionamos 1000, da como resultado 1700, que se señala con una flecha y se ubica en una caja del diagrama. El método nos lleva a realizar las operaciones inversas para hallar el valor de n . Debes ubicar los resultados de cada operación en las cajas respectivas del diagrama. Recuerda el proceso mostrado en el aplicativo Equations Methods.



1. Emplea el método de deshacer para resolver las siguientes ecuaciones.

$$x + \frac{1}{7} = 23$$

$$y - \frac{8}{3} = 15$$

2. Comprueba si el valor obtenido es solución de la ecuación.

3. Completa la tabla.

Enunciado verbal	Diagrama	Método de deshacer	Expresión simbólica
Hallar un número tal que su triplo aumentado en 2 dé 29.			$3n + 2 = 29$
			$5x - 7 = 13$
La séptima parte de la edad de Javier aumentada en 21 es igual a 45. ¿Cuál es la edad de Javier?			

Comprueba si el valor obtenido de la incógnita es solución en cada caso.

9 Tarea 6: Resolver (T6). Sesión 13

La tarea Resolver se trabaja como una tarea de reproducción, ya que permite ejercitar el algoritmo para la solución de ecuaciones lineales con una incógnita. Esta tarea incluye un pasatiempo algebraico lúdico llamado Pista algebraica. En este juego, los estudiantes deben resolver ecuaciones para poder avanzar en la pista. Los resultados obtenidos se deben consignar en una bitácora para contrastar las respuestas.

9.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. El propósito de la tarea es aplicar el algoritmo de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda operaciones con números enteros y racionales, operaciones con polinomios, signos de agrupación, equivalencia de ecuaciones y ecuaciones lineales con una incógnita.

Sistemas de representación que se activan. En esta tarea, los estudiantes activan el sistema de representación manipulativo durante la aplicación del juego Pista algebraica. También activan el sistema de representación numérico, al sustituir valores en la incógnita para hallar la cantidad de casillas que debe avanzar o retroceder en la pista.

Contexto en el que se sitúa la tarea. La tarea se ubica en el contexto de ejercitación lúdica.

Materiales y recursos. Se emplea como material el juego Pista algebraica y la Ecuabitácora.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. Los estudiantes se organizan en gran grupo para la presentación de las instrucciones de la tarea. Luego, participan en el juego en grupos de cuatro. Finalmente, socializan en gran grupo las experiencias y aclaran los conceptos trabajados con ayuda de las instrucciones y orientaciones del profesor.

9.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

La tarea se desarrolla en una sesión de 60 minutos. Mientras el profesor hace la presentación de la tarea, él da a conocer la meta y la agrupación, y explica el uso de la ecuabitácora. Enseguida, invita a leer las instrucciones del juego y a resolver la tarea. Para su desarrollo, los estudiantes resuelven ecuaciones lineales, sustituyen valores, hacen uso de las operaciones con números racionales, suprimen signos de agrupación y aplican la ley de los signos.

Se espera que durante, el desarrollo de la tarea, el profesor oriente, supervise el trabajo, genere y modere las intervenciones de los estudiantes y utilice las ayudas para resolver sus dudas. A continuación presentamos las instrucciones para el desarrollo del juego Pista algebraica.

1. El profesor debe distribuir unas fichas con diferentes figuras (círculo, triángulo, rectángulo y cuadrado) y colores a cada estudiante.
2. Cada estudiante buscará a otros tres compañeros que tengan la misma figura y color que la suya, para conformar el equipo.
3. Una vez conformado el grupo, el profesor entrega un tablero de la pista algebraica, cuatro fichas de diferente color y cuatro ecuabitácoras. Este último instrumento es una hoja con una tabla de cinco columnas que contienen el número obtenido en el dado, la ecuación obtenida, la solución de la ecuación,

- las dificultades encontradas en la solución, y los aciertos y/o dificultades en el desarrollo del trabajo grupal (ver material fotocopiable). En cada una de ellas, los estudiantes podrán registrar lo ocurrido en el desarrollo de las actividades individuales y colectivas para resolver las ecuaciones. Una vez terminado el juego, los estudiantes devolverán la ecuabitácora al profesor, quien hará el seguimiento del aprendizaje respecto a la solución de ecuaciones lineales de primer grado.
4. El propósito de este juego consiste en que los estudiantes recorran la pista en el menor tiempo posible, al resolver el mayor número de ecuaciones correctamente. El recorrido a través de la pista algebraica inicia con el lanzamiento del dado de cada estudiante. Luego, el estudiante contará desde la salida esa cantidad de casillas y con la expresión que encuentra en el tablero formará la ecuación. Una vez establecida la ecuación, el estudiante deberá encontrar el valor de la incógnita, ya sea de forma escrita o mental.
 5. Después de encontrar el valor de la incógnita, los estudiantes tendrán en cuenta las siguientes situaciones para continuar con el recorrido: (a) el signo de la incógnita indica el avance (si es positivo) o retroceso (si es negativo) de la ficha; y (b) el valor de la incógnita señala la cantidad de casillas a desplazarse. En el caso que el valor sea una cantidad decimal, se aplicará la regla de aproximación a unidades.
 6. El juego termina cuando un estudiante alcanza la posición de la salida y resuelve correctamente la ecuación: $2(3y + 6) = -4 - (y - 6)$. En el caso de que no obtenga la solución, deberá ceder el turno a sus compañeros y podrá volver a intentarlo en su próximo turno.

9.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

Un posible camino de aprendizaje que pueden seguir los estudiantes al resolver la tarea es el siguiente.



Este camino de aprendizaje incluye capacidades relacionadas con la supresión de paréntesis en una ecuación lineal; la realización de operaciones y la aplicación de las propiedades de los números reales en los casos que se requieran; la realización de operaciones a los dos lados de una igualdad de forma que quede equivalente; y la ejecución de cálculos mentales o pruebas por ensayo y error para solucionar ecuaciones de primer grado.

9.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Esta tarea es de ejercitación ya que contribuye en gran medida a que los estudiantes afiancen el algoritmo para resolver ecuaciones lineales con una incógni-

ta. Por ello, durante el desarrollo de la tarea los estudiantes podrán incurrir en algunos de los errores mencionados anteriormente: E14, E16, E10 y E13 (ver tabla 3).

9.5 Ayudas para el profesor

Es posible que los estudiantes presenten dificultades al resolver las operaciones con números racionales. En ese caso, el profesor puede plantear las siguientes preguntas.

- ¿Todas las operaciones con números racionales las realizas de la misma forma?, ¿en qué se diferencian?
- Si en un ejercicio debes hacer varias operaciones, ¿cuáles realizas primero? ¿por qué?
- ¿Qué sucede con los denominadores en las diferentes operaciones?

Si el profesor evidencia que los estudiantes siguen incurriendo en los mismos errores, puede enviar trabajo para la casa. En este caso, sugerimos ver videos⁵ y realizar ejercicios de reproducción⁶. Luego de esto, consideramos conveniente corregir y realimentar en la siguiente sesión de clase.

9.6 Evaluación

La ecuabitácora permite al profesor hacer un seguimiento del aprendizaje de los estudiantes en forma individual y grupal durante el desarrollo de la tarea. Este instrumento da cuenta de algunos de los errores y dificultades presentados en la transición entre una capacidad y otra, lo que permite al profesor ayudar a los estudiantes a superar dichas dificultades mediante realimentaciones y/o la aplicación de las anteriores ayudas.

El profesor puede corroborar si se cumplió la meta de la tarea al observar si sus estudiantes realizan las siguientes acciones.

- Realizan operaciones a los dos lados de una igualdad de forma que quede equivalente.
- Realizan operaciones y aplican las propiedades de los números reales en los casos que se requieran.
- Realizan cálculos mentales o pruebas por ensayo y error para solucionar ecuaciones de primer grado.
- Despejan la incógnita en cada ecuación lineal.

⁵ <http://www.youtube.com/watch?v=liF9LsL2mBY&feature=fvs>

⁶ <http://www.ematematicas.net/problemaecuacion.php?a=>

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~29700989/departamentos/departamentos/departamento_de_matemat/recursos/algebraconpapas/recurso/

9.7 Material fotocopiable

A continuación, presentamos algunas orientaciones sobre el uso de los materiales destinados para esta tarea (ver el apartado sugerencias metodológicas).

1. Juega en la pista algebraica. Ten en cuenta las siguientes instrucciones de juego.

- Reúnete con tres compañeros.
- Cada jugador lanza un dado para posicionarse en la casilla que le corresponda según el número obtenido.
- Empieza a jugar quien haya sacado el mayor puntaje.
- Lanza el dado y sustituye la x por el valor obtenido en el dado.
- Realiza las operaciones para verificar la igualdad.
- Puedes hacer los cálculos mentalmente o puedes utilizar lápiz y papel.
- Avanza o retrocede según el signo y valor numérico obtenido en la ecuación; por ejemplo, si el valor obtenido es -5 , debes retroceder 5 casillas; en caso de que el valor sea decimal, debes aproximarlos.
- Gana el jugador que haya solucionado el mayor número de ecuaciones correctamente durante el juego y que resuelva la ecuación $2(3y + 6) = -4 - (y - 6)$ para llegar a la meta.
- Si el jugador no obtiene la solución de la ecuación $2(3y + 6) = -4 - (y - 6)$, debe ceder el turno e intentarlo de nuevo en su próximo turno.

2. Registra en la Ecuabitácora el procedimiento que hayas utilizado para solucionar las ecuaciones que te correspondieron durante el recorrido del juego.

Ecuabitácora				
Grupo de trabajo: _____				
Estudiante _____		Fecha: _____		Grado _____
Número obtenido Dado	Ecuación obtenida	Solución la ecuación	Dificultades encontradas en la solución	Aciertos y/o dificultades en el desarrollo del trabajo grupal

10 Tarea 7: Jaime (T7).

Sesión 14

La tarea Jaime facilita el logro del tercer objetivo. Es una tarea de conexión en la que los estudiantes establecen la relación entre el uso del lenguaje simbólico —necesario para plantear una ecuación— y el algoritmo de la solución de ecuaciones para dar solución a diversos problemas de la vida diaria. En esta tarea, se espera que los estudiantes hagan uso de las capacidades activadas en tareas anteriores, como son las relacionadas con el uso de letras para expresar cantidades, la reducción de términos semejantes y la sustitución de valores numéricos en expresiones, entre otras.

10.1 Descripción de la tarea

A continuación, presentamos las metas, los conceptos y procedimientos que esta tarea aborda, los sistemas de representación que se activan, los materiales y recursos que implica y el tipo de agrupamiento de los escolares.

Meta. La meta de la tarea consiste en plantear una ecuación, aplicar el algoritmo de la solución de ecuaciones y comprobar el resultado.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los siguientes conceptos y procedimientos: ecuaciones lineales con una incógnita, equivalencia de ecuaciones, operaciones con números enteros y racionales, y propiedades aditivas y multiplicativas de las ecuaciones (trasposición de términos).

Sistemas de representación que se activan. En esta tarea, los estudiantes activan los sistemas de representación verbal, simbólico y numérico. Deben traducir el enunciado del problema, plantear la ecuación que permite su solución y sustituir valores para comprobar la solución encontrada.

Contexto en el que se sitúa la tarea. La tarea está ubicada en un contexto real y cercano a los estudiantes que permite la generalización de problemas.

Materiales y recursos. Para el desarrollo de la tarea, se utilizan libros de consulta, lápiz, borrador, marcador y tablero.

Agrupamiento de los estudiantes e interacciones previstas. Los estudiantes desarrollan la primera parte de la tarea en forma individual. En la segunda parte de la tarea, se agrupan por parejas para confrontar los resultados y obtener conclusiones parciales. Finalmente, se reúnen en gran grupo para la socialización de los resultados.

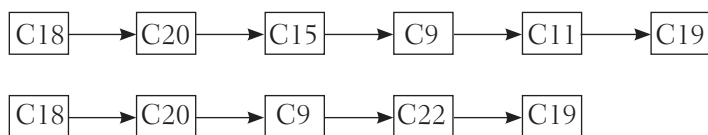
10.2 Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

La tarea se desarrolla en una sesión de 60 minutos. El tiempo se distribuye de la siguiente manera.

1. Realimentación y presentación del tercer objetivo (15 minutos). El profesor puede proponer una lluvia de ideas para recordar los contenidos vistos hasta este momento. Luego se sugiere presentar brevemente el tercer objetivo estableciendo una relación entre los contenidos vistos y la solución de problemas.
2. Presentación de la tarea (10 minutos). El profesor realiza la lectura de la tarea y explica, en caso de que existan algunas dudas.
3. Desarrollo de la tarea (20 minutos). Los estudiantes deben plantear la ecuación pasando del lenguaje verbal al lenguaje simbólico, luego deben resolver la ecuación generada y dar la respuesta al problema.
4. Socialización de los resultados (15 minutos). El profesor podrá seleccionar dos o tres estudiantes para que expongan y justifiquen la solución a la situación.

10.3 Capacidades y caminos de aprendizaje

Se espera que los estudiantes puedan interpretar el enunciado, utilicen el lenguaje simbólico para traducirlo, planteen la ecuación, la resuelvan y, finalmente, analicen y comprueben el resultado para dar solución al problema. Dos posibles caminos de aprendizaje que dan evidencia de lo anterior son los siguientes.



10.4 Errores en los que pueden incurrir los estudiantes

Al realizar la tarea, los estudiantes pueden incurrir en los errores E4, E10, E11, y E19 (ver tabla 3). Es posible que presenten dificultades para comprender o interpretar el enunciado, para plantear la ecuación o para resolver la ecuación lineal que genera la solución del problema.

10.5 Ayudas para el profesor

El profesor puede orientar o realizar preguntas a los estudiantes cada vez que observe dificultades cuando: (a) leen el enunciado del problema; (b) expresan en forma simbólica el enunciado del problema; (c) aplican el algoritmo de la solución de ecuación y (d) interpretan los resultados. Para cada una de estas situaciones, el profesor puede formular alguna de las preguntas siguientes.

- ¿Cómo representas tres números consecutivos?
- ¿Qué letra vas a utilizar para expresar la incógnita?

- Si reduces los términos semejantes, ¿qué obtienes?
- Cuando igualas la suma de los tres números consecutivos a 39, ¿qué obtienes?
- Si tienes el valor del primer número, ¿cómo encuentras los demás números?

Al finalizar la sesión, el profesor puede identificar estudiantes que aún presentan dificultades. Puede proponer ejercicios para desarrollar en la casa que impliquen traducciones de enunciados al lenguaje simbólico y solución de ecuaciones. Es conveniente que el profesor verifique los resultados obtenidos de estos ejercicios para que pueda reorientar los procesos seguidos por los estudiantes.

10.6 Evaluación

El profesor puede verificar si la meta de la tarea se cumplió cuando los estudiantes evidencian las siguientes acciones.

- Interpretan el enunciado de un problema y establecen las relaciones entre los datos presentes en la situación.
- Pasan un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal.
- Realizan operaciones y aplican las propiedades de los números reales en los casos que se requieran.
- Verifican e interpretan resultados.

10.7 Material fotocopiable

Jaime escuchó a dos profesores de matemáticas a la salida del colegio y memorizó lo que uno de ellos le dijo al otro: "...ese problema está claro, porque la suma de tres números consecutivos es siempre un múltiplo de 3". Jaime se quedó intrigado y al llegar a casa trató de comprobar esa propiedad que encontró curiosa. Responde las siguientes preguntas.

- ¿Cómo puede Jaime representar esa relación numérica?
- Ayuda a Jaime a elaborar un argumento que justifique la propiedad.
- Jaime encontró que hay tres números consecutivos que al sumarlos se obtiene 39, encuentra los números.

11 Evaluación: Examen final (EF).

Sesión 15

En este apartado, presentamos los criterios de evaluación que permiten determinar en qué nivel de desempeño se encuentra un estudiante en términos del alcance de los objetivos propuestos para la unidad didáctica. La evaluación de la implementación es coherente con lo establecido en el Decreto 1290 (MEN, 2009) y con los objetivos de aprendizaje. El profesor puede verificar la actuación de los estudiantes desde lo cualitativo y lo cuantitativo en los distintos niveles de

desempeño que los estudiantes deben alcanzar y los criterios con que serán evaluados. A continuación, presentamos la escala que permite observar el alcance del aprendizaje de los estudiantes.

Tabla 6
Criterios de evaluación

Superior	<p>Interpreta y pasa un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal y viceversa, haciendo uso de letras para expresar las incógnitas.</p> <p>Realiza operaciones y aplica las propiedades de los números reales en las diferentes formas de solución de una ecuación lineal.</p> <p>Interpreta el enunciado de un problema estableciendo las relaciones entre los datos resultados tanto en forma oral como escrita.</p>
Alto	<p>Pasa un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal y viceversa, haciendo uso de letras para expresar las incógnitas.</p> <p>Realiza operaciones con números reales para solucionar ecuaciones lineales por diferentes métodos.</p> <p>Interpreta el enunciado de un problema y usa algunas estrategias y recursos para solucionarlo.</p>
Básico	<p>Usa las letras para expresar las incógnitas y representar enunciados verbales en expresiones algebraicas.</p> <p>Realiza operaciones con números reales para solucionar ecuaciones lineales.</p> <p>Soluciona algunos problemas haciendo uso de las ecuaciones lineales.</p>
Bajo	<p>Presenta dificultad para pasar un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal y viceversa.</p> <p>Se le dificulta realizar operaciones con números reales y solucionar ecuaciones lineales por diferentes métodos.</p> <p>Confunde los enunciados de los problemas para plantear la ecuación y encontrar su solución.</p>

11.1 Material fotocopiable

Nombre _____ Grado _____

1. Relaciona mediante una flecha las siguientes expresiones verbales con su respectiva expresión algebraica.

Un número más tres veces el mismo, es el doble de él.

$$y + 2y + 3y = 50$$

La diferencia entre un número y tres veces este es cincuenta.

$$n + 3n = 2n$$

Un número más el doble del número, más tres veces el número es igual a cincuenta.

$$x + x + 1 + x + 2 = 33$$

La diferencia entre trescientos veinte y un número es dos veces el número.

$$x + 3x = 50$$

La suma de tres números consecutivos es treinta y tres.

$$320 - k = 2k$$

2. Identifica, de las siguientes, la ecuación que no es equivalente a $3x + 3 = 6$.
- a. $3x = 3$
 - b. $3x + 6 = 9$
 - c. $x = 1$
 - d. $x + 3 = 2$

Justifica tu respuesta

3. El perímetro de un rectángulo, cuyo largo es el triple de su ancho, es igual al de un cuadrado de 40 cm de lado. ¿Cuánto mide el largo del rectángulo?
- a. 20 cm
 - b. 40 cm
 - c. 60 cm
 - d. 80 cm

Justifica tu respuesta

4. Resuelve la siguiente ecuación justificando cada uno de los pasos.

Ecuación	Procedimiento utilizado
$9(2 - 4x) = -2(13x - 50) - 12$	

5. Escribe una ecuación que represente el siguiente problema y resuélvelo. María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Cuántos años tiene cada uno? ¿Que expresión se generó? Explica tus respuestas en forma escrita.

12 Referencias

- BORENSON, H. (1990). *Hands on equations*. Recuperado el 22 de octubre de 2010, de <http://www.borenson.com/>
- ZABALA, A. (1993). Los enfoques didácticos. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala (Eds.), *Constructivismo en el aula* (pp. 125-161). Barcelona, España: Grao.
- FLORES, P., LUPIÁÑEZ, J. L., BERENGUER, L., MARÍN, A. Y MOLINA, M. (2011). *Materiales y recursos en el de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- CIFUENTES, P., DIMATÉ, L., RINCÓN, A., VELÁSQUEZ, J., VILLEGAS, M., FLORES, P. (2014). Ecuaciones lineales con una incógnita. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 76-141). Bogotá: Universidad de los Andes.
- GÓMEZ, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- GRUPO AZARQUIEL (1993). *Lo tuyo y lo mio*. Recuperado el 4 de Mayo de 2015 de, <http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS4.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- ORTEGA, J.A. (2007). *Álgebra con papas*. (s.f.). Recuperado el 20 de Octubre de 2010, de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesdiegogaitan/departamentos/departamentos/departamento_de_matemat/recursos/algebraconpapas/recurso/index.htm
- PONTE, J. P., BOAVIDA, A., GRAÇA, M. Y ABRANTES, P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.
- PONTE, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Jiménez, L. Santos y J.P. Ponte (Coords.) *La actividad matemática en el aula* (pp. 25-34). Barcelona, España: Graó.
- REED, J. (1998). *Equations Methods*. Recuperado el 22 de Octubre de 2010, de http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math9/strand2/equation_methods.htm

13 Material fotocopiable

TD. Tarea diagnóstica

Nombre: _____

Grado: _____

Esta prueba consta de diez ítems. El tiempo máximo para desarrollarla es de 60 minutos.

Lee atentamente y realiza los cálculos pertinentes para determinar la respuesta.

1. Determina el inverso aditivo de las siguientes expresiones.

a. $\frac{21}{2}$

b. $2x$

2. Halla el inverso multiplicativo de cada expresión.

a. 3

b. $\frac{1}{x}$

3. Resuelve las siguientes operaciones y justifica el proceso.

a. $12 - [2 + (-3 - 4) - (-2 + 4)] + 40 =$

4. Simplifica la expresión

a. $12a + 34b - 67b = 24a + 54b - 13a$

5. La temperatura mínima en una ciudad fue de -3°C y la temperatura máxima fue de 8°C . ¿Cuál fue la variación de la temperatura en el día?

a. -11°C

b. -5°C

c. 8°C

d. 11°C

6. Determina el perímetro de un rectángulo, conociendo que su base mide 20 unidades y su altura mide 10 unidades.

7. Alberto cobró 60.000 pesos por tres horas de trabajo. ¿Cuánto cobrará por ocho horas de trabajo?

8. Para envasar cierta cantidad de vino, se necesitan ocho toneles de 200 litros de capacidad cada uno. Queremos envasar la misma cantidad de vino empleando 32 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de esos toneles?

9. Encuentra los valores que hacen verdaderas las siguientes igualdades.

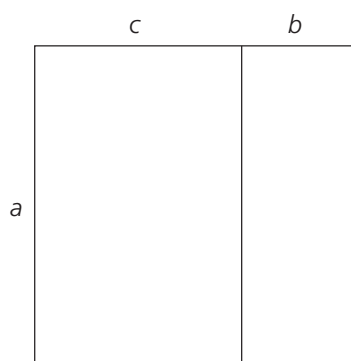
a. $(\quad) + (-4) = -1$

b. $(\quad) + 5 = 16$

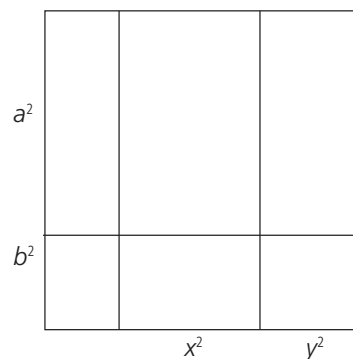
c. $(\quad) \cdot \frac{1}{2} = 1$

d. $(\quad) - 5 = 1$

10. Colorea la región de cada figura que corresponde al área que representa la expresión indicada.



$(a)(b)$



$a^2(x^2 + y^2)$

T1. El trueque

El material fotocopiable de la tarea, está compuesto por la descripción de la tarea y del juego.

El trueque

Hace mucho tiempo, cuando aún no se había creado la moneda, se hacían transacciones a través del trueque. Por ejemplo, un collar y una lanza se cambiaban por un escudo; un escudo se cambiaba por un collar y un bulto de maíz; dos escudos se cambiaban por tres cuchillos; y un bulto de trigo se podía cambiar por dos cuchillos un escudo y un collar.

- Identifica los datos que intervienen en la situación y represéntalos con un símbolo o letra del abecedario.
- Utiliza los nombres de las variables del punto anterior para establecer las relaciones de igualdad entre los artículos.

- Establece otras equivalencias entre los artículos. Escríbelos como expresiones matemáticas y asóciales un enunciado verbal.

Juego Lo tuyo y lo mío

En el juego, se utiliza el siguiente material: un tablero numerado del uno al 49 para cada grupo de cuatro estudiantes; 20 tarjetas que deben ser recortadas; diez fichas de diferente color por cada jugador; y un par de dados. El profesor da las instrucciones del juego. Estas instrucciones aparecen en el apartado de sugerencias metodológicas.

Tarjetas para recortar:

Tengo lo mismo	¡Vaya!, si tienes 4 veces menos que yo	Lo mío es el doble de lo tuyo
Lo mío es 6 veces lo tuyo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20	Si te diera 15, tendríamos lo mismo
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15
Lo mío es el triple de lo tuyo	Te gano por 27	La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano
La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23, pero yo tengo más	Tienes la mitad que yo	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo
Si te consigues 6 más, tendrás el doble que yo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡Vaya!, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío
Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú	¡No me compares! Tres veces lo tuyo sólo llega a la mitad de lo mío	

Tablero de juego

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

T2. Traducir

Los juegos para adivinar números han sido usados a través de la historia como pasatiempos, por ser sencillos y por permitir mejorar las destrezas en el álgebra de forma divertida y motivadora. A continuación, presentamos las indicaciones para el desarrollo del juego Adivina un número.

Primera parte. Adivina el número

- Piensa un número.
- Multiplícalo por dos.
- Añade 5 al resultado.
- Multiplica lo que has obtenido por 5.
- Añade 10 al resultado.
- Multiplica el resultado por 10.
- Dime lo que sale y te diré rápidamente tu número inicial.

Segunda parte. En la siguiente tabla se muestran las edades de cuatro amigos.

	Eva	Sara	Carlos	Paula
Edad	$2x$	x	$2x + 7$	$(2x + 7) 2$
Edad	y	$\frac{y}{2}$	$y + 7$	$(y + 7) 2$

- a) Escribe una expresión verbal que represente la edad de cada amigo.
- b) Expresa la edad de Paula de otra forma. Hazlo en forma de enunciado y también como una expresión algebraica.
- c) Plantea enunciados diferentes que correspondan a la edad de cada uno de los cuatro amigos. Escríbelos en forma de expresión algebraica (simbólica) utilizando otro nombre para la variable.
- d) Construye igualdades con las edades y comprueba que sean ciertas dando valores numéricos a las variables.

T3. La balanza

Esta tarea permite resolver ecuaciones lineales a través del uso de una balanza. A continuación, presentamos orientaciones sobre el uso de los materiales destinados para esta tarea.

Primera parte. Hands on Equations¹

El material Hands on Equations está constituido por ocho fichas azules, ocho fichas blancas, dos cubos rojos numerados del 0 al 5, dos cubos rojos numerados del 5 al 10, dos cubos verdes numerados del 0 al 5, dos cubos verdes numerados del 5 al 10 y una escala laminada en forma de balanza. Para ver con más detalle el material, sugerimos ingresar al enlace <http://www.borenson.com/>.

Las fichas azules representan las cantidades positivas desconocidas, es decir las x ; las fichas blancas representan las cantidades desconocidas negativas, es decir $-x$; los cubos rojos representan las cantidades conocidas positivas; y los cubos verdes representan cantidades conocidas negativas.

Los siguientes son movimientos legales e indicaciones a tener en cuenta.

- La balanza siempre debe estar en equilibrio.
- Se puede quitar o agregar el mismo número de fichas a ambos lados de la balanza (lo que se haga a un lado de la balanza, se debe hacer también al otro lado de la balanza).
- Se pueden quitar o agregar cubos del mismo valor a ambos lados de la balanza.
- Una ficha y su opuesto en el mismo platillo equivale a cero.
- Lo que se pretende es obtener una sola ficha (x) en un platillo de la balanza y en el otro una cantidad numérica; es decir, hallar el valor de la incógnita al utilizar los movimientos legales.

1. Representa en la balanza las siguientes ecuaciones. Utiliza el material entregado.

a. $2x = 6$ $x =$ _____

b. $3x + 2 = 2x + 1$ $x =$ _____

c. $4x - 2 = 3x + 4$ $x =$ _____

d. $5x + 20 = 65$ $x =$ _____

2. Representa en la balanza las siguientes ecuaciones. Utiliza el material entregado. Resuélvela utilizando la balanza Hands on Equations.

a. $2(x + 4) = 18$

¹ <http://www.creciendoconmontessori.com/2013/01/hands-on-equations-material.html>

b. $3(2x - 3) = -5x + 35$

c. $7(x - 2) = 4(x + 1)$

3. Inventa una ecuación. Representala en la balanza. Escribe la expresión algebraica correspondiente y resuélvela utilizando el Hands on Equations.

Segunda parte. La balanza virtual

Este manipulador² permite resolver ecuaciones lineales simples a través del uso de una balanza. Los bloques de unidades con números (que representan las cantidades conocidas) y los bloques con una x (que representan las cantidades desconocidas $-x$) deben ser arrastrados hacia las bandejas de la balanza. Cuando las bandejas estén en balance representando la ecuación lineal dada, podrás realizar cualquier operación aritmética, siempre y cuando hagas lo mismo en ambos lados, manteniendo así las bandejas en balance. La meta es obtener una sola x en una bandeja y cualquier cantidad de bloques de unidades necesarios para estar en balance en la otra bandeja.

4. Propón una ecuación, insértala en el programa manipulador algebraico y comprueba el resultado.

Ecuación: _____ Resultado: _____

Tercera parte. Balanza en papel

Observa la imagen y responde las preguntas.



5. ¿Qué se ha hecho en la balanza? ¿Qué se ha hecho en la ecuación? ¿Qué se puede hacer en una ecuación/balanza en equilibrio, para obtener otra equivalente?
6. ¿Para qué valor de x se equilibra la balanza?
7. ¿Qué se ha hecho para pasar de la ecuación $x = 2$ a cada una de estas otras?
 $x = 2 \quad \underline{\quad} \quad x + 3 = 5$
 $x = 2 \quad \underline{\quad} \quad 2x = 4$
 $x = 2 \quad \underline{\quad} \quad x - 2 = 0$
8. Inventa cuatro ecuaciones que tengan como solución $x = 1$.

² http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&from=topic_t_2.html

T4. Solución de ecuaciones

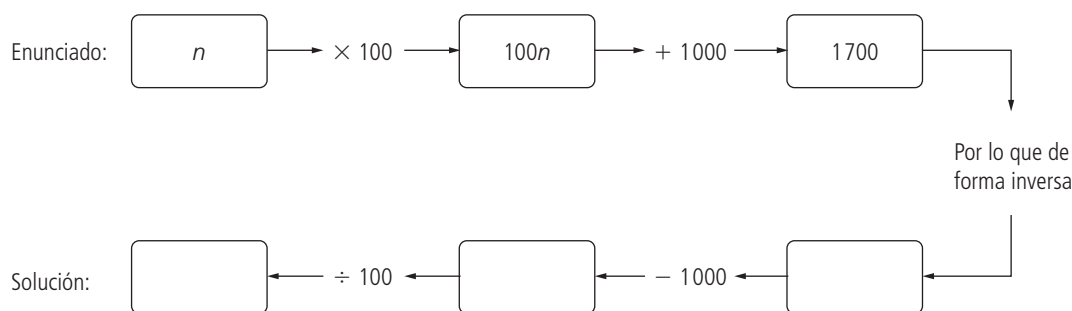
Ingresa al aplicativo virtual Álgebra con papas disponible en el enlace <http://tinyurl.com/jvpe8> y explora los métodos de solución de las ecuaciones lineales de la forma $ax = b$; $ax + b = c$; $a(bx + c) = d$; $ax + b = cx + d$. Posteriormente, y con ayuda de lápiz y papel, resuelve la ecuación presentada en la tabla y justifica cada uno de los procedimientos.

Ecuación	Procedimiento utilizado
$6(5 - 4x) = -4(5x + 11)$	
$-24x + 20x = -44 - 30$	Se transponen términos

1. ¿Qué significado tiene el valor encontrado para x dentro de la ecuación? Justifica tu respuesta.
2. Verifica el valor obtenido en la ecuación.
3. Repite el mismo proceso para la ecuación $3x + 5(x - 1) = 2(x + 3) - 8x + 1$.
4. Plantea tres ecuaciones, resuélvelas, justifica los procedimientos utilizados y verifica el valor obtenido en cada ecuación.

T5. Método de hacer y deshacer

El diagrama muestra la solución de la ecuación $100n + 1000 = 1700$, con base en el método llamado hacer y deshacer. El enunciado muestra cómo se deben ubicar dentro de las cajas del diagrama los miembros de la ecuación. En este caso, al multiplicar n por 100, da como resultado $100n$. Si a ello le adicionamos 1000, da como resultado 1700, que se señala con una flecha y se ubica en una caja del diagrama. El método nos lleva a realizar las operaciones inversas para hallar el valor de n . Debes ubicar los resultados de cada operación en las cajas respectivas del diagrama. Recuerda el proceso mostrado en el aplicativo Equations Methods.



1. Emplea el método de deshacer para resolver las siguientes ecuaciones.

$$x + \frac{1}{7} = 23$$

$$y - \frac{8}{3} = 15$$

2. Comprueba si el valor obtenido es solución de la ecuación.

3. Completa la tabla.

Enunciado verbal	Diagrama	Método de deshacer	Expresión simbólica
Hallar un número tal que su triplo aumentado en 2 dé 29.			$3n + 2 = 29$
			$5x - 7 = 13$
La séptima parte de la edad de Javier aumentada en 21 es igual a 45. ¿Cuál es la edad de Javier?			

Comprueba si el valor obtenido de la incógnita es solución en cada caso.

T6. Resolver

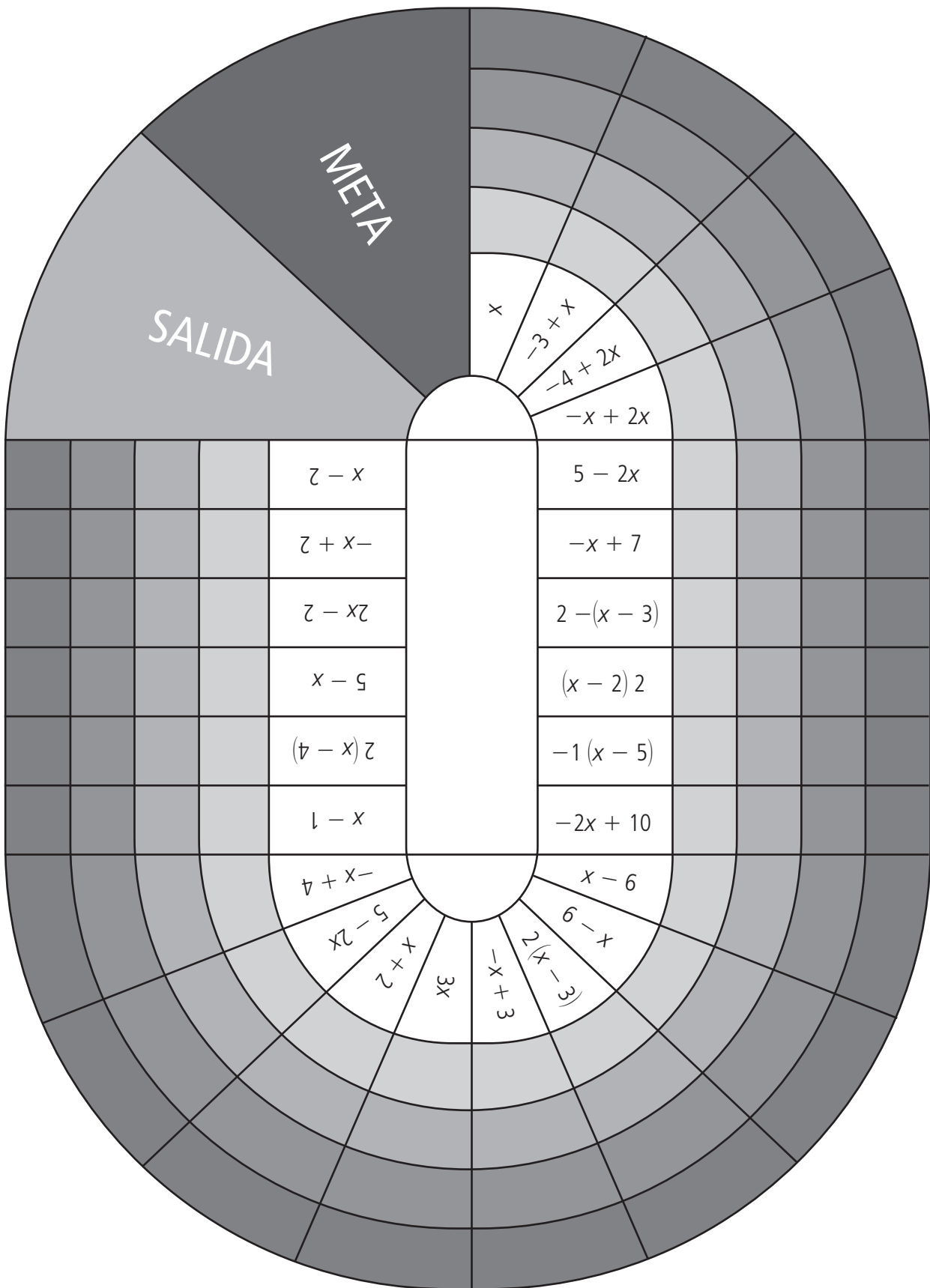
A continuación, presentamos algunas orientaciones sobre el uso de los materiales destinados para esta tarea (ver el apartado sugerencias metodológicas).

1. Juega en la pista algebraica. Ten en cuenta las siguientes instrucciones de juego.

- Reúnete con tres compañeros.
- Cada jugador lanza un dado para posicionarse en la casilla que le corresponda según el número obtenido.
- Empieza a jugar quien haya sacado el mayor puntaje.
- Lanza el dado y sustituye la x por el valor obtenido en el dado.
- Realiza las operaciones para verificar la igualdad.
- Puedes hacer los cálculos mentalmente o puedes utilizar lápiz y papel.
- Avanza o retrocede según el signo y valor numérico obtenido en la ecuación; por ejemplo, si el valor obtenido es -5 , debes retroceder 5 casillas; en caso de que el valor sea decimal, debes aproximarlos.
- Gana el jugador que haya solucionado el mayor número de ecuaciones correctamente durante el juego y que resuelva la ecuación $2(3y + 6) = -4 - (y - 6)$ para llegar a la meta.
- Si el jugador no obtiene la solución de la ecuación $2(3y + 6) = -4 - (y - 6)$, debe ceder el turno e intentarlo de nuevo en su próximo turno.

2. Registra en la Ecuabitácora el procedimiento que hayas utilizado para solucionar las ecuaciones que te correspondieron durante el recorrido del juego.

Ecuabitácora				
Grupo de trabajo: _____				
Estudiante _____		Fecha: _____		Grado _____
Número obtenido Dado	Ecuación obtenida	Solución la ecuación	Dificultades encontradas en la solución	Aciertos y/o dificultades en el desarrollo del trabajo grupal



T7. Jaime

Jaime escuchó a dos profesores de matemáticas a la salida del colegio y memorizó lo que uno de ellos le dijo al otro: "...ese problema está claro, porque la suma de tres números consecutivos es siempre un múltiplo de 3". Jaime se quedó intrigado y al llegar a casa trató de comprobar esa propiedad que encontró curiosa.

Responde las siguientes preguntas.

- a) ¿Cómo puede Jaime representar esa relación numérica?
- b) Ayuda a Jaime a elaborar un argumento que justifique la propiedad.
- c) Jaime encontró que hay tres números consecutivos que al sumarlos se obtiene 39, encuentra los números.

EF. Evaluación final

Nombre _____ Grado _____

1. Relaciona mediante una flecha las siguientes expresiones verbales con su respectiva expresión algebraica.

Un número más tres veces el mismo, es el doble de él.

La diferencia entre un número y tres veces este es cincuenta.

Un número más el doble del número, más tres veces el número es igual a cincuenta.

La diferencia entre trescientos veinte y un número es dos veces el número.

La suma de tres números consecutivos es treinta y tres.

$$y + 2y + 3y = 50$$

$$n + 3n = 2n$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 33$$

$$x + 3x = 50$$

$$320 - k = 2k$$

2. Identifica, de las siguientes, la ecuación que no es equivalente a $3x + 3 = 6$.

- a. $3x = 3$
- b. $3x + 6 = 9$
- c. $x = 1$
- d. $x + 3 = 2$

Justifica tu respuesta

3. El perímetro de un rectángulo, cuyo largo es el triple de su ancho, es igual al de un cuadrado de 40 cm de lado. ¿Cuánto mide el largo del rectángulo?

- a. 20 cm
- b. 40 cm
- c. 60 cm
- d. 80 cm

Justifica tu respuesta

4. Resuelve la siguiente ecuación justificando cada uno de los pasos.

Ecuación	Procedimiento utilizado
$9(2 - 4x) = -2(13x - 50) - 12$	

-
5. Escribe una ecuación que represente el siguiente problema y resuélvelo.
María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Cuántos años tiene cada uno? ¿Que expresión se generó? Explica tus respuestas en forma escrita.

