

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2021. Т. 21, вып. 2. С. 106–115
Izvestiya of Saratov University. Physics, 2021, vol. 21, iss. 2, pp. 106–115

Научная статья
УДК 533.951
<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>

Математическое моделирование развития неустойчивости Паркера крупномасштабных колебаний магнитных полей в конвективной зоне Солнца

Е. А. Степанов¹, А. О. Майоров¹, К. В. Романов²,
Д. В. Романов², В. А. Романов¹✉

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

²Красноярский государственный педагогический университет имени В. П. Астафьева, Россия, 660049, г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, д. 89

Степанов Евгений Александрович, аспирант кафедры математической кибернетики и компьютерных наук, ev_stepanov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2050-2724>

Майоров Александр Олегович, аспирант кафедры математической кибернетики и компьютерных наук, maiorovaleks94@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8241-1916>

Романов Константин Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, k-v-romanov@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7320-2517>

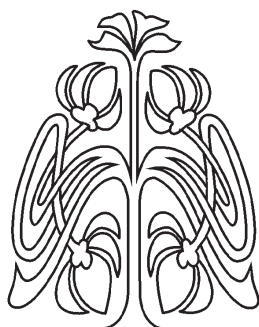
Романов Дмитрий Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и информационных технологий в образовании, d-v-romanov@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4982-5973>

Романов Валерий Александрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической кибернетики и компьютерных наук, valeriy.a.romanov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9876-0822>

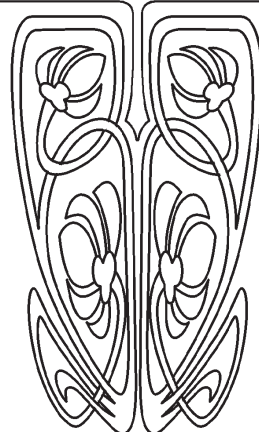
Аннотация. Рассмотрен физический механизм генерации устойчивого волнового потока на фотосферном уровне, обеспечивающий аномальный прогрев солнечной атмосферы на различных стадиях цикла активности Солнца. На базе консервативной разностной схемы разработан алгоритм расчета динамики тонкой магнитной трубки при движении в конвективной зоне и солнечной атмосфере. Определены условия равновесия положения магнитной трубки на различных глубинах конвективной зоны, типы линейных колебаний трубки вблизи положения равновесия: быстрые (альфвеновские) и медленные (варикозные) волны. Исследуются условия потери устойчивости для медленных мод колебаний на различных глубинах конвективной зоны и развитие неустойчивости Паркера, приводящей к выбросу магнитных полей в атмосферу Солнца. Определен физический механизм генерации слабых ударных волн на фотосферном уровне всплывающими магнитными полями на нелинейной стадии развития (насыщения) неустойчивости Паркера.
Ключевые слова: солнечная атмосфера, аномальный прогрев, тонкая магнитная трубка, неустойчивость Паркера, разностная схема

Благодарности: Авторы благодарят академика РАН Сергея Владимировича Алексеенко за обсуждение материалов работы.

© Степанов Е. А., Майоров А. О., Романов К. В.,
Романов Д. В., Романов В. А., 2021



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ





Для цитирования: Степанов Е. А., Майоров А. О., Романов К. В., Романов Д. В., Романов В. А. Математическое моделирование развития неустойчивости Паркера крупномасштабных колебаний магнитных полей в конвективной зоне Солнца // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2021. Т. 21, вып. 2. С. 106–115. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Article

<https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>

Mathematical modeling of the Parker's instability development of large-scale vibrations of magnetic fields in the sun convective zone

E. A. Stepanov¹, A. O. Mayorov¹, K. V. Romanov², D. V. Romanov², V. A. Romanov¹✉

¹Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

²Krasnoyarsk State Pedagogical University, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk 660049, Russia

Evgeniy A. Stepanov, ev_stepanof@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2050-2724>

Alexander O. Mayorov, maiorovaleks94@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8241-1916>

Konstantin V. Romanov, k-v-romanov@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7320-2517>

Dmitriy V. Romanov, d-v-romanov@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4982-5973>

Valeriy A. Romanov, valeriy.a.romanov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9876-0822>

Abstract. Background and Objectives: The physical mechanism of the generation of a steady wave flow at the photospheric level is studied, which ensures anomalous heating of the solar atmosphere at various stages of the solar activity cycle. **Background and Objectives:** We study the conditions of stability loss for slow modes of oscillation at various depths of the convective zone and the development of Parker's instability, which leads to the ejection of magnetic fields into the atmosphere of the Sun. **Materials and Methods:** Based on the conservative difference scheme, an algorithm for calculating the dynamics of a thin magnetic tube when moving in the convective zone and the solar atmosphere is presented. The equilibrium conditions of the position of the magnetic tube at various depths of the convective zone are determined. The types of linear oscillations of the tube near the equilibrium position were determined: fast (Alfvén) and slow (varicose) waves.

Results: The physical mechanism for generating weak shock waves at the photospheric level by emerging magnetic fields at the nonlinear stage of development (saturation) of Parker's instability is determined. **Conclusion:** The results allow further detailed analysis of wave flow generation in the lower layers of the Sun's atmosphere at various stages of the cycle activity.

Keywords: solar atmosphere, anomalous heating, a thin magnetic tube, the Parker's instability, finite difference scheme

Acknowledgements: The authors are grateful to Academician of the Russian Academy of Sciences Sergey V. Alekseenko for discussion of the materials of this work.

For citation: Stepanov E. A., Mayorov A. O., Romanov K. V., Romanov D. V., Romanov V. A. Mathematical modeling of the Parker's instability development of large-scale vibrations of magnetic fields in the sun convective zone. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2021, vol. 21, iss. 2, pp. 106–115 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0)

Введение

Видимая солнечная атмосфера состоит из нескольких слоёв, обладающих различными физическими свойствами. В самом низу (видимый край диска Солнца) расположена фотосфера – тонкий слой оптически непрозрачной плазмы, испускающий основную часть солнечного излучения. Над фотосферой до высот порядка 2000 км (радиус Солнца равен 695 000 км) располагается более разреженная и протяжённая хромосфера, в пределах которой формируются резонансные линии и ультрафиолетовая часть свечения Солнца [1, 2]. Выше расположена корона, простирающаяся от узкого переходного слоя до Земли и далее, охватывая все планеты Солнечной системы [1, 3].

Солнечная атмосфера аномально прогрета на всех стадиях цикла активности. Феномен

аномального прогрева заключается в резком скачке температуры от 6000 К на фотосферном уровне до значений порядка $1.5 \cdot 10^6$ К на высотах порядка 28 000 км (нижняя корона Солнца) и далее температура устойчиво держится на этом уровне на протяжении нескольких радиусов Солнца. Выбор термина «аномальный прогрев» обусловлен тем, что при зафиксированном распределении температуры по высоте тепловой поток направлен к поверхности Солнца (тепловая энергия возвращается к фотосферному уровню). Теплопроводный механизм переноса лучистой энергии не может объяснить зарегистрированное распределение температуры по высоте, но принимает участие в формировании результирующего профиля температуры [4, 5].



С учётом сложного нелинейного характера физических процессов, протекающих в разряженной высокотемпературной плазме солнечной атмосферы в присутствии сильных магнитных полей, методы математического моделирования являются наиболее удобными и соответствующими уровню сложности задачи по изучению феномена аномального прогрева солнечной атмосферы [6, 7].

По предположению (гипотезе) Шварцшильда – Бирмана [8, 9] аномальный прогрев солнечной атмосферы обусловлен диссипацией энергии слабых ударных волн, генерируемых в нижних слоях солнечной атмосферы. В качестве источника первоначальных волн сжатия предложены акустические волны, генерируемые турбулентными конвективными течениями на фотосферном уровне [10]. Диапазон высот, на котором происходит «опрокидывание» акустической волны, естественно целиком определяется величиной местной шкалы высот барометрического распределения плотности газа по высоте [11–13].

В настоящее время процесс распространения и диссипации ударных волн в солнечной атмосфере детально изучен. В работах [12, 13] на базе численного моделирования методом характеристик исследован процесс «опрокидывания» волн сжатия в слабые ударные волны при распространении акустических волн от фотосферного уровня в верхние слои хромосферы Солнца. Рассчитан пространственный масштаб «опрокидывания» волн по высоте, который удовлетворительно согласуется с реальными масштабами начала аномального роста температуры – 2000 км. В работе [14] методом установления рассчитаны распределения термодинамических параметров аномально прогретой солнечной атмосферы в диапазоне высот от фотосферного уровня до нижних слоёв короны Солнца. Рассчитанные профили термодинамических параметров по высоте удовлетворительно согласуются с результатами прямых измерений структуры солнечной хромосферы по данным наблюдений в эпоху минимума цикла солнечной активности [15, 16]. Эти результаты фактически подтверждают гипотезу Шварцшильда – Бирмана.

Новым результатом является установленная независимость рассчитанных распределений от уровня генерации, амплитуды и частоты акустических волн, генерируемых в верхних слоях конвективной зоны Солнца. В качестве источника

генерации волнового потока можно исследовать кроме стохастических пульсаций конвективных течений на фотосферном уровне и другие физические механизмы [16, 17]. Хронологически первым астрофизиком, внесшим радикальные корректировки в формулировку гипотезы Шварцшильда – Бирмана, был Гарольд Зирина. По гипотезе Зирина «все активные процессы, протекающие на Солнце и обуславливающие собственно феномен активного Солнца, прямо или косвенно (как вторичные процессы) определяются наличием магнитных полей в недрах и атмосфере Солнца. Если магнитные поля убрать, то Солнце будет стационарной звездой с нормальной атмосферой без эффекта аномального прогрева» [1, с. 60].

Таким образом, по гипотезе Зирина источник генерации слабых акустических волн связан с наличием магнитных полей на Солнце. Предполагаемый механизм генерации волн должен объяснять все стадии эволюции структуры солнечной атмосферы за время развития цикла активности: от долговременной сферически симметричной структуры аномального прогрева в эпоху минимума активности до крупномасштабной несимметричной лучевой структуры в эпоху максимума активности цикла [1, 2].

Для решения поставленной задачи в настоящей работе исследуются квазилинейные крупномасштабные колебания всплывающих магнитных полей в верхних слоях конвективной зоны Солнца. В первом разделе работы приведена система уравнений магнитной газодинамики в приближении модели тонкой магнитной трубки с учетом процесса теплопроводности вдоль силовых магнитных линий [7]. Разработан алгоритм численного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений на базе консервативной разностной схемы. Процедура расчета базируется на схеме отдельных прогонок с обоснованием их устойчивости [6]. Во втором разделе работы исследуются линейные колебания тонкой магнитной трубки вблизи положения равновесия на различных глубинах конвективной зоны Солнца: быстрые (изгибные) и медленные (варикозные) моды колебаний. Описан механизм развития неустойчивости Паркера [3] для медленных волн колебаний.

1. Математическая постановка задачи

Современная разрешающая способность наблюдательных инструментов позволяет уве-



ренно установить, что структура крупномасштабных магнитных полей на Солнце не является замороженным в плазму векторным полем с непрерывно изменяющимися параметрами. Магнитные образования в атмосфере Солнца представляют собой множество крупномасштабных магнитных трубок большой напряжённости (порядка 1–3 кГс на фотосферном уровне), расположенных в практически незамагниченной плазме [18, 19]. Наблюдательные данные, такие как динамика формирования активной области или дрейф магнитных структур относительно окружающей атмосферы, позволяют сделать вывод, что наблюдаемые магнитные конфигурации являются лишь надфотосферной частью структуры, основная часть которой находится в конвективной зоне и, возможно, в зоне лучистого переноса [19, 20].

Динамика движения тонкой магнитной трубки в конвективной зоне и атмосфере Солнца описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [20]:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{l} \cdot (\vec{l}, \vec{f})}{\rho_i} + \frac{\vec{f} - \vec{l} \cdot (\vec{l}, \vec{f})}{\rho_i + \rho_e}, \\ \vec{f} = \frac{H}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial(\vec{H})}{\partial \ell} + (\rho_i - \rho_e) \cdot \vec{g}, \\ \frac{\rho_i^\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{p_i}{\rho_i^\gamma} \right) = -\text{div} \vec{W}, \\ \vec{W} = -k \cdot \vec{\nabla} T, \\ \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \\ p_i + \frac{H^2}{8 \cdot \pi} = p_e, \\ H \cdot \pi \cdot a^2 = \Phi_0 = \text{const}, \\ \vec{\nabla} p_e = \rho_e \cdot \vec{g}, \\ |\vec{l}| = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Используется группа материальных уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{p_i}{\rho_i}, \\ p_i = \frac{R}{\mu} \cdot \rho_i \cdot T_i. \end{cases} \quad (2)$$

Введены обозначения: \vec{l} – единичный вектор касательной оси трубки (рис. 1); H – напряжённость магнитного поля; p – газодинамическое давление; ρ – плотность плазмы; \vec{g} – ускорение свободного падения; \vec{f} – сила, действующая на единицу

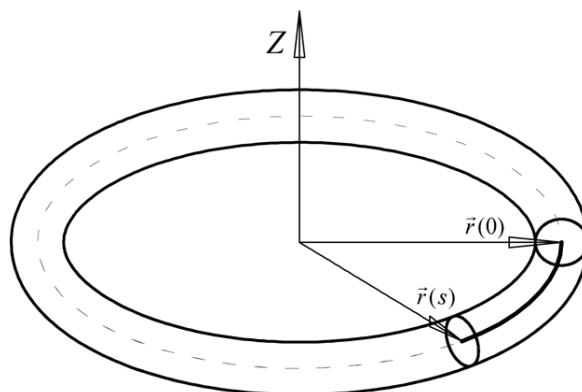


Рис. 1. Длина участка трубки между начальным и текущим сечениями в зависимости от массовой координаты s
Fig. 1. Length of the tube section between the initial and current sections, depending on the mass coordinate s

объёма плазмы; a – радиус трубки. Индексом i обозначены величины внутри трубки, индексом e – снаружи.

Система состоит из двух уравнений движения, двух уравнений энергии, уравнения пересчета координат магнитной трубки, баланса давления на поверхности трубки, условия сохранения потока магнитного поля в трубке, условия гидростатики для внешнего давления. Необходимые для замыкания системы зависимости $p_e(\vec{r})$, $\rho_e(\vec{r})$, $\vec{g}(r)$ определяются по данным модели внутреннего строения Солнца [21] и в силу сферической симметрии зависят только от радиуса r . Форма трубки задаётся однопараметрической кривой:

$$\vec{r} = \vec{r}(\ell), \quad (3)$$

где ℓ – длина трубки (натуральный параметр).

Для системы уравнений (1) удобно ввести массовую лагранжеву переменную s , равную массе вещества, заключённого между фиксированным начальным и текущим сечениями трубки (см. рис. 1):

$$s(\ell) - s(0) = \int_0^\ell \rho(u) \cdot \sigma(u) du, \quad (4)$$

где $\sigma = \pi \cdot a^2$ – поперечное сечение трубки. Масса элемента трубки длиной $d\ell$ равна

$$ds = \rho \cdot \sigma \cdot d\ell.$$

Следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial \ell} = \rho \cdot \sigma \cdot \frac{\partial}{\partial s}.$$

Проведём замену переменных в системе (1):



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} &= \frac{\bar{l} \cdot (\bar{l}, \bar{f})}{\rho_i} + \frac{\bar{f} - \bar{l} \cdot (\bar{l}, \bar{f})}{\rho_i + \rho_e}, \\ \bar{f} &= \frac{H \cdot \sigma \cdot \rho_i}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial(H \cdot \bar{l})}{\partial s} + (\rho_i - \rho_e) \cdot \bar{g}, \\ \frac{\partial \bar{r}}{\partial t} &= \bar{v}, \\ H \cdot \sigma &= \text{const}, \\ \frac{\rho_i^\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{p_i}{\rho_i^\gamma} \right) &= -\text{div} \bar{W}, \\ \bar{W} &= -k \cdot \bar{\nabla} T, \\ p_i + \frac{H^2}{8 \cdot \pi} &= p_e, \\ p_i &= \frac{R}{\mu} \cdot \rho_i \cdot T_i, \\ \bar{l} &= \sigma \cdot \rho_i \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial s}, \quad (\bar{l}, \bar{l}) = 1. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Для численного решения система дифференциальных уравнений (5) обезразмеривается и выписывается в виде конечных разностей с использованием стандартных обозначений [14].

Для аппроксимации дифференциальных уравнений системы (5) удобна разностная сетка «шахматного» типа по массовой переменной и времени с полуцелыми шагами по времени и пространству (рис. 2). К полуцелым точкам относятся значения радиус-вектора \bar{r}_i^j . Для каждого разностного элемента с массой разностного шага по массовой координате сопоставляются усреднённые материальные параметры T, p, ρ . К точке \bar{r}_i^j также относится приложение вектора силы, определяющего изменение скорости разностного элемента с течением времени. Скорости рассчитываются со сдвигом на полшага по времени для повышения порядка аппроксимации. К целым точкам относятся длина разностного элемента

dr , единичный вектор \bar{l} и тепловой поток \bar{W} . Сечения разностных элементов относятся к целым точкам, объёмные источники энергии – к полуцелым.

Итоговая система разностных уравнений разбивается на три группы: группа пересчёта координат узлов магнитной трубки, динамическая группа, тепловая группа.

Группа пересчёта координат магнитной трубки

В данную группу из системы (5) выделяются следующие уравнения:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{r}}{dt} &= \bar{v}, \\ \frac{d\bar{v}}{dt} &= \frac{(\bar{f}, \bar{l}) \cdot \bar{l}}{\rho_i} + \frac{\bar{f} - \bar{l} \cdot (\bar{f}, \bar{l})}{\rho_i + \rho_e}, \\ \bar{f} &= C_0 \cdot \rho_i \cdot H \cdot \sigma \cdot \frac{\partial(H \cdot \bar{l})}{\partial s} + (\rho_i - \rho_e) \cdot \bar{g}, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где $C_0 = \frac{2 \cdot p_0}{\rho_0 \cdot r_0 \cdot g_0}$ – параметр обезразмеривания системы (5).

Используется следующая разностная аппроксимация системы (6):

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{r}_i^{j+1} - \bar{r}_i^j &= \bar{v}_i^{j+\frac{1}{2}}, \\ \bar{v}_i^{j+\frac{1}{2}} - \bar{v}_i^{j-\frac{1}{2}} &= \frac{(\bar{f}_i^j \cdot \bar{l}_i^j) \cdot \bar{l}_i^j}{\rho_i^j} + \frac{\bar{f}_i^j - \bar{l}_i^j \cdot (\bar{f}_i^j, \bar{l}_i^j)}{\rho_i^j + \rho_{ei}^j}, \\ \bar{f}_i^j &= C_0 \cdot \rho_i^j \cdot H_0 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{H_{i+1}^j \cdot \bar{l}_{i+1}^j - H_i^j \cdot \bar{l}_i^j}{h} + (\rho_i^j - \rho_{ei}^j) \cdot \bar{g}(\bar{r}_i^j), \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где

$$\bar{l}_i^j = \frac{\bar{l}_i^j + \bar{l}_{i+1}^j}{2}. \quad (8)$$

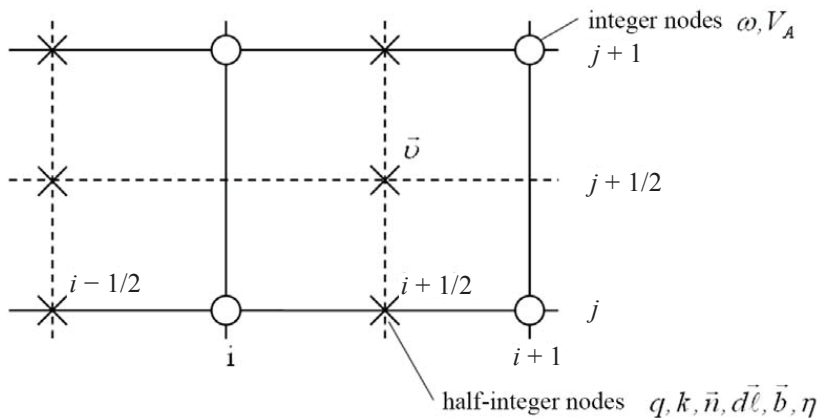


Рис. 2. Выбранный разностный шаблон
Fig. 2. Selected difference pattern



Динамическая группа разностных уравнений

В динамическую группу выделяются уравнения:

$$\begin{cases} dr = \frac{ds}{\rho_i \cdot \sigma}, \\ p + H^2 = p_e, \\ H \cdot \sigma = H_0 \cdot \sigma_0, \\ \frac{\rho_i^\gamma}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = -\text{div} \vec{W} + Q. \end{cases} \quad (9)$$

Используется следующая разностная аппроксимация системы (9):

$$\begin{cases} \frac{2 \cdot \Delta \hat{r}}{h} \cdot \hat{\sigma} \cdot \hat{\rho} \cdot \hat{\rho}(-1) - \hat{\rho} - \hat{\rho}(-1) = 0, \\ \hat{p}_e = \hat{p}_i + \frac{\hat{H}^2 + \hat{H}^2(+1)}{2}, \\ \hat{H} \cdot \hat{\sigma} = H_0 \cdot \sigma_0 = \Phi_0, \\ \frac{(\hat{\rho}^{\gamma-1} + \rho^{\gamma-1})}{2 \cdot \tau} \cdot \left(\frac{\hat{p}}{\hat{\rho}^\gamma} - \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = \\ = -\frac{(\gamma-1)}{2 \cdot h} \cdot [(\hat{W}_n(+1) \cdot \hat{\sigma}(+1) - \hat{W}_n \cdot \hat{\sigma}) + \\ + (W_n(+1) \cdot \sigma(+1) - (W_n \cdot \sigma))] + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\hat{Q}}{\hat{\rho}} + \frac{Q}{\rho} \right). \end{cases} \quad (10)$$

Тепловая группа разностных уравнений

В тепловую группу выделяются уравнения:

$$\begin{cases} \frac{\rho_i^\gamma}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = -\text{div} \vec{W} + Q, \\ \vec{W} = -k \cdot \vec{\nabla} T, \\ p = \frac{R}{\mu} \cdot \rho \cdot T, \\ \varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho}. \end{cases} \quad (11)$$

Используется следующая разностная аппроксимация системы (11):

$$\begin{cases} \frac{\hat{\rho}^{\gamma-1} + \rho^{\gamma-1}}{2} \cdot \left(\frac{\hat{p}}{\hat{\rho}^\gamma} - \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = -\frac{\tau \cdot (\gamma - 1)}{2 \cdot h} \times \\ \times [(\hat{W}_n(+1) \cdot \hat{\sigma}(+1) - \hat{W}_n \cdot \hat{\sigma}) + (W_n(+1) \cdot \sigma(+1) - W_n \cdot \sigma)], \\ \hat{W}_n = -\hat{k}_\parallel \cdot \frac{2 \cdot \hat{\sigma} \cdot \hat{\rho} \cdot \hat{\rho}(-1)}{\hat{\rho} + \hat{\rho}(-1)} \cdot \frac{\hat{T} - \hat{T}(-1)}{h}, \\ \hat{p} = \frac{R}{\mu} \cdot \hat{\rho} \cdot \hat{T}, \\ \hat{\varepsilon} = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}}. \end{cases} \quad (12)$$

Система разностных уравнений для группы пересчёта координат (7) рассчитывается по явной схеме. Для устойчивости временной разностный шаг ограничен критерием Куранта [6]:

$$\tau \cdot \max[C_s, V_A] \leq \frac{h}{\rho_i}, \quad (13)$$

где $V_A = \frac{H}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \rho_i}}$ – альфвеновская скорость,

$C_s = \sqrt{\gamma \cdot \frac{p_i}{\rho_i}}$ – местная скорость звука.

Система разностных уравнений для динамической группы (10) является неявной и нелинейной. Её численное решение реализуется по методу Ньютона циклической прогонкой. Вопросы устойчивости решаются так же, как и для обычной прогонки [6]. Уравнение энергии пересчитывается два раза: в динамической и тепловой группе. Тепловая группа (12) является вспомогательной по отношению к динамической группе. Их согласование реализуется за счёт промежуточных итераций между собой до сходимости с заданной точностью. Итоговая блок-схема программы по расчёту динамики подъёма магнитной трубки представлена на рис. 3.

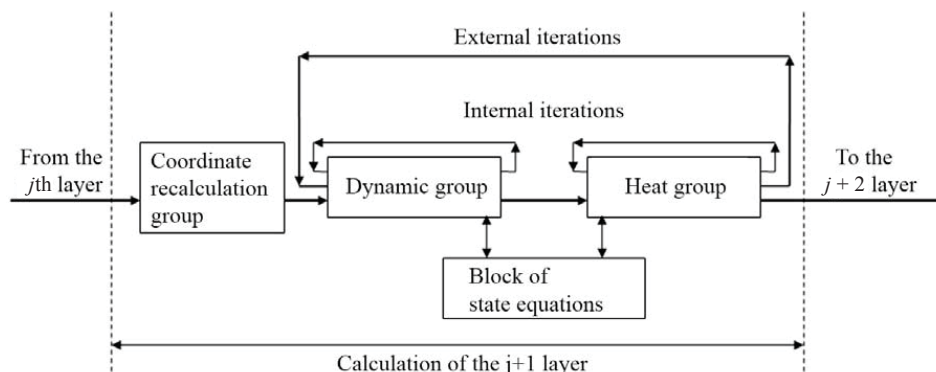


Рис. 3. Блок-схема программы расчёта динамики подъёма тонкой магнитной трубки
 Fig. 3. Block-diagram of the program for calculating lifting dynamics of a thin magnetic tube



Разработанный пакет прикладных программ позволяет рассчитать подъём магнитной трубки из конвективной зоны в солнечную атмосферу с учётом продольного вдоль магнитных силовых линий теплового прогрева и объёмных лучистых потерь [14, 22].

2. Условие равновесия магнитной трубки. Неустойчивость Паркера для медленных мод колебаний

Начальные условия задачи расчёта динамики подъёма магнитной трубки в конвективной зоне и атмосфере Солнца определяются условиями механического равновесия, следующего из уравнения движения системы (5)

$$\frac{H \cdot \sigma \cdot \rho_i}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (H \cdot \vec{\ell}) + (\rho_i - \rho_e) \cdot \vec{g}(\vec{r}) = 0, \quad (14)$$

в котором выталкивающая сила Архимеда

$$\vec{F}_{Ar} = (\rho_i - \rho_e) \cdot \vec{g} \quad (15)$$

уравновешивается силой натяжения магнитных силовых линий

$$\vec{F}_H = \frac{H \cdot \sigma \cdot \rho_i}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (H \cdot \vec{\ell}). \quad (16)$$

Уравнение (14) позволяет определить плотность газа внутри магнитной трубки в положении равновесия в зависимости от напряжённости магнитного поля H на различных глубинах конвективной зоны. Система уравнений динамики тонкой магнитной трубки (5) позволяет исследовать устойчивость магнитного поля в равновесном положении [22]. Система дифференциальных уравнений (5) линеаризуется и приводится к алгебраической системе уравнений для малых смещений вдоль и поперёк магнитной трубки. Условие существования нетривиального решения для данной системы уравнений позволяет получить дисперсионное уравнение для малых колебаний магнитной трубки.

Вблизи положения равновесия реализуются два типа линейных колебаний магнитной трубки: изгибные (быстрые) альфвеновские волны и медленные (варикозные) волны, модифицированные присутствием гравитации, поскольку к возвращающей силе натяжения магнитного поля добавляется сила Архимеда.

Схематическое направление течения плазмы внутри трубки для этих мод показано на рис. 4. В медленной волне вещество смещается в основном вдоль трубки, а давление плазмы изменяется в противофазе к напряжённости магнитного поля. По этой причине в поле тяжести Солнца для вари-

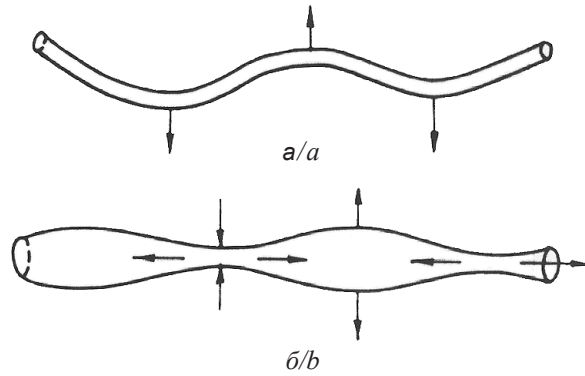


Рис. 4. Быстрая (а) и медленная (б) моды колебаний магнитной трубки. Стрелками указаны направления течений плазмы в трубке

Fig. 4. Fast (a) and slow (b) vibration modes of the magnetic tube. The arrows indicate the directions of the plasma flows in the tube

козных мод колебаний при достаточно малых напряжённостях магнитного поля области сгущения плазмы начинают проваливаться вниз – тонуть.

При этом легкие участки остаются наверху (рис. 5). Газ из этих участков стекает вниз под действием силы тяжести. Тяжелые участки становятся ещё тяжелее, а лёгкие участки, теряя массу, под действием выталкивающей силы Архимеда всплывают наверх к фотосферному уровню и в атмосферу Солнца. Так развивается неустойчивость Паркера для варикозных (медленных) волн колебаний магнитного поля в конвективной зоне Солнца [3, 18].

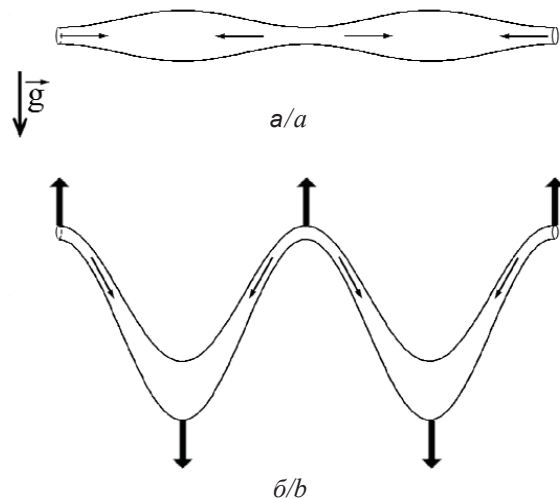


Рис. 5. Потеря устойчивости равновесного положения магнитной трубки (а). Начальная стадия развития неустойчивости Паркера (б)

Fig. 5. Loss of stability of the equilibrium position of the magnetic tube (a). The initial stage of the development of the Parker's instability (b)



Развитие неустойчивости Паркера для крупномасштабных колебаний магнитных полей на различных глубинах конвективной зоны реализуется в различных режимах. На рис. 6 представлены данные по распределению газодинамических параметров в пределах конвективной зоны, полученные в рамках проекта GONG [21]. Главной особенностью распределений давления, плотности и температуры по радиусу Солнца в конвективной зоне является плавное уменьшение газодинамических величин до глубин порядка 10^5 км (от дна до середины конвективной зоны).

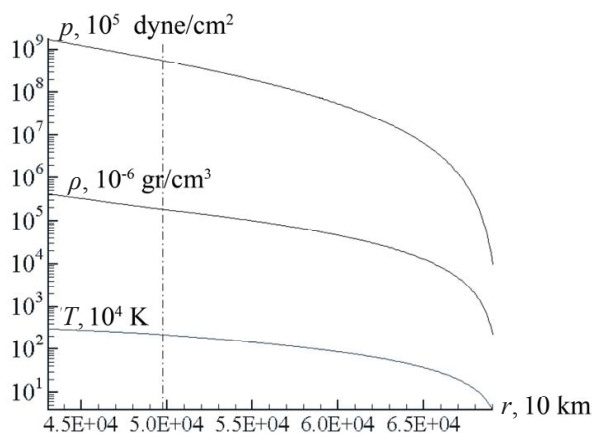


Рис. 6. Распределение газодинамических параметров в пределах конвективной зоны Солнца (данные проекта GONG)

Fig. 6. Distribution of gas-dynamic parameters within the Sun convective zone (GONG project data)

На меньших глубинах газодинамические параметры резко нелинейно спадают: реализуется зона высоких градиентов изменения газодинамических параметров. Физический механизм роста градиентов определяется нелинейным уменьшением коэффициента лучистой теплопроводности в зависимости от температуры: $\lambda_\phi \approx T^{7/2}$ [14]. Происходит запираение лучистого потока и перенос энергии реализуется за счёт конвекции. Градиенты распределения газодинамических параметров по глубине нелинейно растут.

С ростом градиентов параметров окружающей среды равновесное положение магнитной трубки естественно становится менее устойчивым. Это не единственное обстоятельство, определяющее устойчивость магнитной трубки. С ростом напряжённости магнитного поля устойчивость линейных колебаний в равновесном положении растёт. Очень важна длина волны: более длинноволновые колебания под воздействием

силы тяжести Солнца легче проваливаются вниз, и реализуется нелинейная фаза развития неустойчивости Паркера.

На рис. 7 представлены распределения критических значений напряжённости магнитного поля трубки в зависимости от глубины расположения трубки в конвективной зоне и длины волны (m – число длин волн, укладываемых по периметру трубки в равновесном положении). Видно, что значение напряжённости эффективно влияет на устойчивость колебаний трубки только для слабых полей. С ростом напряжённости главным становятся другие физические параметры:

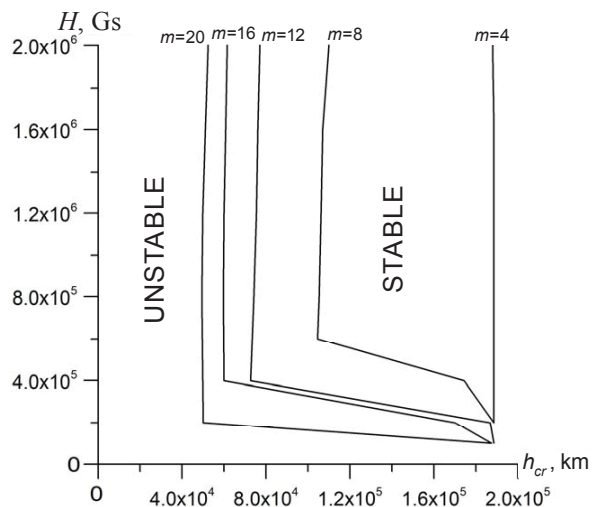


Рис. 7. Распределения критических значений напряжённости магнитного поля развития неустойчивости Паркера в зависимости от глубины расположения трубки в конвективной зоне и от волнового числа m

Fig. 7. Distributions of critical values of the magnetic field strength for the development of the Parker's instability, depending on the depth of the tube in the convection zone and on the wave number m

длина волны (из-за разрушающего воздействия гравитации) и градиенты распределения окружающих газодинамических параметров. С увеличением волнового числа m устойчивые равновесные положения реализуются вплоть до средних слоёв конвективной зоны и выше.

Заключение

При срыве магнитного поля из-за развития неустойчивости Паркера магнитные поля с ускорением летят из нижних слоёв конвективной зоны к фотосферному уровню и далее в атмосферу Солнца, генерируя перед собой ударные волны. По гипотезе Зирина этот процесс является источником генерации потока слабых ударных волн,



обеспечивающих феномен аномального прогрева солнечной атмосферы. Таким образом, предположение по гипотезе Шварцшильда – Бирмана об источнике генерации волнового потока за счет стохастических колебаний конвективных течений на фотосферном уровне отклоняется. Этот вывод согласуется с результатами других авторов [1, 10, 19], указывающих на стабильность конвективных течений на фотосферном уровне на протяжении всего цикла солнечной активности. При этом структура аномального прогрева на различных фазах цикла не стационарна [4, 5].

Развитие нелинейной фазы неустойчивости Паркера существенным образом зависит от частоты колебаний и напряженности магнитного поля в трубке. Детальный анализ нелинейных процессов, протекающих при всплывании магнитных полей в верхние слои конвективной зоны, требует численного моделирования в приближении модели тонкой магнитной трубки с использованием алгоритма, детально представленного в первом разделе настоящей работы.

Из-за нелинейного распределения газодинамических параметров в пределах конвективной зоны естественно ожидать реализацию качественно различных режимов всплывания магнитного поля из верхних слоев конвективной зоны и аномального прогрева атмосферы Солнца. Детальный анализ этих процессов возможен в рамках численного моделирования изучаемых физических процессов по алгоритму, представленному в настоящей работе. Для проведения таких исследований разработан алгоритм численного расчета развития неустойчивости Паркера глобальных колебаний магнитных полей на различных глубинах конвективной зоны, способных обеспечить реализацию потока слабых ударных волн на фотосферном уровне и в нижних слоях атмосферы Солнца с последующей реализацией феномена аномального прогрева солнечной атмосферы в различных режимах.

Список литературы

1. *Зирин Г.* Солнечная атмосфера. М. : Мир, 1969. 504 с.
2. *Прист Е. Р.* Солнечная магнитогидродинамика. М. : Мир, 1985. 592 с.
3. *Паркер Э. М.* Космические магнитные поля. Их формирование и проявления : в 2 т. М. : Мир, 1982. Т. 1. 608 с. ; Т. 2. 408 с.
4. *Hamada A., Asikainen T., Mursula K.* New Homogeneous Dataset of Solar EUV Synoptic Maps from SOHO/EIT and SDO/AIA // *Solar Phys.* 2020. Vol. 295. P. 2. DOI: 10.1007/s11207-019-1563-y
5. *Alissandrakis C. E., Valentino A.* Structure of the Transition Region and the Lower Corona from TRACE and SDO Observation Near the Limb // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 96. DOI: 10.1007/s11207-019-1486-7
6. *Самарский А. А., Понов Ю. П.* Разностные схемы газовой динамики. М. : Наука, 1975. 352 с.
7. *Романов К. В.* Математическое моделирование физических процессов аномального прогрева солнечной атмосферы : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 2002. 146 с.
8. *Bierman L. Z.* Inhomogeneous stellar atmosphere models // *Naturwissenschaften.* 1946. Bd. 33. S. 118.
9. *Schwarzschild M.* Stability of the Sun against spherical thermal perturbations // *Astrophys. J.* 1948. Vol. 107. P. 1.
10. *Deubner Franz-Ludwig.* On the Powerspectrum of the Photospheric Resonance Oscillations // *Solar Phys.* 1972. Vol. 23. P. 304–308.
11. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М. : Наука, 1986. 736 с.
12. *Ulmschneider P., Schmitz F., Kalkofen W., Bohn H. U.* Acoustic Waves in the Solar Atmosphere V. On the chromosphere temperature rise // *Astron. Astrophys.* 1978. Vol. 70. P. 487–500.
13. *Ulmschneider P.* On Frequency and Strength of Shock Waves in the Solar Atmosphere // *Solar Phys.* 1970. Vol. 12. P. 403–415.
14. *Майоров А. О., Романов К. В., Романов Д. В., Романов В. А.* Численное моделирование физического механизма аномального прогрева солнечной атмосферы // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика.* 2020. Т. 20, вып. 1. С. 4–15. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-4-15>
15. *Vernazza J. E., Avertt E. H., Loeser R.* Structure of the Solar chromosphere. I. Basic computation and summary of the results // *Astrophys. J.* 1973. Vol. 184. P. 605–631.
16. *Vasquez A. M., Frazin R. A., Vourlidis A., Ward B., Bart van der Holst, Russell A., Philippe L.* Tomography of the Solar Corona with the Wide-Field Imager for the Parker Solar Probe // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 81. DOI: 10.1007/s11207-019-1471-1
17. *McCauley P. I., Cairns I. H., White S. M., Mondal S., Lenc E., Morgan J., Oberoi D.* The Low – Frequency Solar Corona in Circular Polarization // *Solar Phys.* 2019. Vol. 294. P. 106. DOI: 10.1007/s 11207-019-1502-y
18. *Parker E. N.* Stellar fibril magnetic system. I. Reduced energy state // *Astrophys. J.* 1984. Vol. 283. P. 343–348.
19. *Piddington J. H.* Solar magnetic fields and convection. VI. Basic properties of magnetic flux tubes // *Astrophysics and Space Science.* 1976. Vol. 45. P. 47–62.
20. *Spruit H. C.* Motion of magnetic flux tubes in the solar convection zone and chromosphere // *Astron. Astrophys.* 1981. Vol. 98. P. 155–160.
21. *Christensen-Dalsgaard J., Dappen W., Ajukov S. V., Anderson E. R., Antia H. M., Basu S., Baturin V. A., Berthomieu G., Chaboyer B., Chitre S. M., Cox A. N., Demarque P., Donatowicz J., Dziembowski W. A., Gabriel M., Gough D. O., Guenther D. B., Guzik J. A., Harvey J. W., Hill F., Houdek G., Iglesias C. A., Kosovichev A. G., Leibacher J. W., Morel P.,*



- Proffitt C. R., Provost J., Reiter J., Rhodes E. J. Jr., Rogers F. J., Roxburgh I. W., Thompson M. J., Ulrich R. K. The current state of Solar modeling // *Science*. 1996. Vol. 272. P. 1286.
22. Романов Д. В. Математическое моделирование влияния многомерности на эволюцию магнитных полей и структуру аномального прогрева солнечной атмосферы : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Красноярск, 2003. 128 с.
- ### References
- Zirin G. *Solnechnaya atmosfera* [Solar Atmosphere]. Moscow, Mir Publ., 1969. 504 p. (in Russian).
 - Prist E. R. *Solnechnaya magnitogidrodinamika* [Solar Magnetohydrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1985. 592 p. (in Russian). DOI: 10.1017/CBO9781139020732
 - Parker E. M. *Kosmicheskiye magnitnyye polya. Ikh obrazovaniye i proyavleniya* [Cosmic Magnetic Fields. Their Formation and Manifestations]. Moscow, Mir Publ., 1982. Vol. 1, 608 p.; Vol. 2, 408 p. (in Russian).
 - Hamada A., Asikainen T., Mursula K. New Homogeneous Dataset of Solar EUV Synoptic Maps from SOHO/EIT and SDO/AIA. *Solar Phys.*, 2020, vol. 295, pp. 2. <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1563-y>
 - Alissandrakis C. E., Valentino A. Structure of the Transition Region and the Lower Corona from TRACE and SDO Observation Near the Limb. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 96. DOI: 10.1007/s11207-019-1486-7
 - Samarsky A. A., Popov Yu. P. *Raznostnyye skhemy gazovoy dinamiki* [Difference Schemes of Gas Dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 352 p. (in Russian).
 - Romanov K. V. *Matematicheskoye modelirovaniye fizicheskikh protsessov anomal'nogo progrena solnechnoy atmosfery* [Mathematical Modeling of the Physical Processes of Anomalous Heating of the Solar Atmosphere]. Thesis Diss. Cand. Sci. (Phys.). Novosibirsk, 2003. 145 p. (in Russian).
 - Bierman L. Z. Inhomogeneous stellar atmosphere models. *Naturwissenschaften*, 1946, Bd. 33, S. 118.
 - Schwarzschild M. Stability of the Sun against spherical thermal perturbations. *Astrophys. J.*, 1948, vol. 107, pp. 1.
 - Deubner Franz-Ludwig. On the Powerspectrum of the Photospheric Resonance Oscillations. *Solar Phys.*, 1972, vol. 23, pp. 304–308.
 - Landau L. D., Lifshitz E. M. *Gidrodinamika* [Hydrodynamic]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 736 p. (in Russian).
 - Ulmschneider P., Schmitz F., Kalkofen W., Bohn H. U. Acoustic Waves in the Solar Atmosphere V. On the chromosphere temperature rise. *Astron. Astrophys.*, 1978, vol. 70, pp. 487–500.
 - Ulmschneider P. On Frequency and Strength of Shock Waves in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.*, 1970, vol. 12, pp. 403–415.
 - Mayorov A. O., Romanov V. A., Romanov K. V., Romanov D. V. Numerical Modeling of the Physical Mechanism of Anomalous Heating of the Solar Atmosphere. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Physics*, 2020, vol. 20, iss. 1, pp. 4–15 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-1-4-15>
 - Vernazza J. E., Avrett E. H., Loeser R. Structure of the Solar chromosphere. I. Basic computation and summary of the results. *Astrophys. J.*, 1973, vol. 184, pp. 605–631.
 - Vasquez A. M., Frazin R. A., Vourlidas A., Ward B., Bart van der Holst, Russell A., Philippe L. Tomography of the Parker Corona with the Wide-Field Imager for the Parker Solar Probe. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 81. DOI: 10.1007/s11207-019-1471-1
 - McCauley P. I., Cairns I. H., White S. M., Mondal S., Lenc E., Morgan J., Oberoi D. The Low – Frequency Solar Corona in Circular Polarization. *Solar Phys.*, 2019, vol. 294, pp. 106. <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1502-y>
 - Parker E. N. Stellar fibril magnetic system. I. Reduced energy state. *Astrophys. J.*, 1984, vol. 283, pp. 343–348.
 - Piddington J. H. Solar magnetic fields and convection. VI. Basic properties of magnetic flux tubes. *Astrophysics and Space Science*, 1976, vol. 45, pp. 47–62.
 - Spruit H. C. Motion of magnetic flux tubes in the solar convection zone and chromosphere. *Astron. Astrophys.*, 1981, vol. 98, pp. 155–160.
 - Christensen-Dalsgaard J., Dappen W., Ajukov S. V., Anderson E. R., Antia H. M., Basu S., Baturin V. A., Berthomieu G., Chaboyer B., Chitre S. M., Cox A. N., Demarque P., Donatowicz J., Dziembowski W. A., Gabriel M., Gough D. O., Guenther D. B., Guzik J. A., Harvey J. W., Hill F., Houdek G., Iglesias C. A., Kosovichev A. G., Leibacher J. W., Morel P., Proffitt C. R., Provost J., Reiter J., Rhodes E. J. Jr., Rogers F. J., Roxburgh I. W., Thompson M. J., Ulrich R. K. The current state of Solar modeling. *Science*, 1996, vol. 272, pp. 1286.
 - Romanov D. V. *Matematicheskoye modelirovaniye vliyaniya mnogomernosti na evolyutsiyu magnitnykh poley i strukturu anomal'nogo progrena solnechnoy atmosfery* [Mathematical Modeling of the Influence of Multidimensionality on the Evolution of Magnetic Fields and the Structure of Anomalous Heating of the Solar Atmosphere]. Thesis Diss. Cand. Sci. (Phys.). Krasnoyarsk, 2003. 128 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 19.07.2020, после рецензирования 22.02.2021, принята к публикации 06.03.2021
 Received 19.07.2020, revised 22.02.2021, accepted 06.03.2021