

## ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ НАРОДНЫМ ХОЗЯЙСТВОМ / ECONOMICS AND NATIONAL ECONOMY MANAGEMENT

УДК 330.1:330.4:519.8:332.6/.8:336.7

DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.15.2021.2.215-234>

JEL: C02, D24, G21, G22, R3

Научная статья

**М. И. ГЕРАСЬКИН<sup>1</sup>,****М. В. ИВАНОВА<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет), г. Самара, Россия

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ИНСТИТУТОВ РЫНКОВ ЖИЛЬЯ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ ИЗДЕРЖЕК

**Гераськин Михаил Иванович**, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой математических методов в экономике Института экономики и управления, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет)

Адрес: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34, тел.: +7 (846) 267-44-96

E-mail: [innovation@ssau.ru](mailto:innovation@ssau.ru)ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0381-5830>Web of Science Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/F-9518-2016>

eLIBRARY ID: SPIN-код: 5477-8170, AuthorID: 296770

Контактное лицо:

**Иванова Мария Владимировна**, аспирант, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет)

Адрес: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34, тел.: +7 (846) 267-44-96

E-mail: [ivanova.maria.ami@gmail.com](mailto:ivanova.maria.ami@gmail.com)ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9021-8630>Web of Science Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/AAE-1513-2021>

**Цель:** исследование оптимальных ценовых стратегий фирм в системе «риелтор – банк – страховщик» при нелинейных функциях издержек.

**Методы:** теория игр, координация цепей поставок, многокритериальная оптимизация.

**Результаты:** рынок жилья является одним из наиболее динамично развивающихся сегментов экономики. Закономерности ценообразования на этом рынке не всегда подчинены рыночным законам, поскольку испытывают воздействие иных факторов, таких как доступность кредитов, наличие агентов, ставки на страховом рынке и т. п. Для анализа процессов ценообразования авторами рассмотрена вертикально интегрированная система взаимодействия агентов «риелтор – банк – страховщик». Выведена система условий оптимальности агентов рынка жилья (риелтора, банка и страховщика) при нелинейных функциях издержек, соответствующих различным типам эффекта масштаба. Приведены результаты численных экспериментов, показывающие характер взаимозависимостей цен на этих рынках в случаях выпуклости или вогнутости функций издержек агентов.

**Научная новизна:** в отличие от системы «риелтор – банк – страховщик» с линейными функциями издержек наше исследование демонстрирует следующие инсайты: во-первых, если все агенты имеют вогнутые функции издержек, то цена жилья, ипотечная процентная ставка и страховой тариф ниже по сравнению с ситуацией, в которой агенты имеют выпуклые функции издержек; во-вторых, увеличение ставки внутрисистемной комиссии приводит к росту цены того агента, который платит комиссию, и снижению цены агента, который ее получает; в-третьих, рост ставки комиссии вызывает более резкое снижение цены агента, если у него выпуклая функция издержек, а у контрагента вогнутая, чем в противном случае.

**Практическая значимость:** результаты могут найти применение при разработке государственных программ развития жилищного рынка, субсидировании ипотеки и регулировании страхового рынка; кроме того, на основе наших рекомендаций фирмы в системе «риелтор – банк – страховщик» могут принимать взаимовыгодные децентрализованные решения.

**Ключевые слова:** экономика и управление народным хозяйством; оптимальная стратегия; риелтор; банк; страховщик

*Конфликт интересов: авторами не заявлен.*

Статья находится в открытом доступе в соответствии с Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), предусматривающем некоммерческое использование, распространение и воспроизводство на любом носителе при условии упоминания оригинала статьи.

**Как цитировать статью:** Гераськин М. И., Иванова М. В. Моделирование взаимодействий институтов рынков жилья на основе нелинейных функций издержек // Актуальные проблемы экономики и права. 2021. Т. 15, № 2. С. 215–234. DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.15.2021.2.215-234>

The scientific article

M. I. GERAS'KIN<sup>1</sup>,

M. V. IVANOVA<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University named after Academician S. P. Korolev (Samara University), Samara, Russia

## MODELING INTERACTIONS BETWEEN INSTITUTIONS OF HOUSING MARKETS BASED ON NON-LINEAR FUNCTIONS OF COSTS

**Mikhail I. Geras'kin**, Doctor of Economics, Professor, Head of the Department of Mathematical Methods in Economics of the Institute of Economics and Management, Samara National Research University named after Academician S. P. Korolev (Samara University)

Address: 34 Moskovskoye shosse, 443086 Samara, tel.: +7 (846) 267-44-96

E-mail: [innovation@ssau.ru](mailto:innovation@ssau.ru)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0381-5830>

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/F-9518-2016>

eLIBRARY ID: SPIN-код: 5477-8170, AuthorID: 296770

Contact:

**Maria V. Ivanova**, post-graduate student, Samara National Research University named after Acad. S.P. Korolev (Samara University)

Address: 34 Moskovskoye shosse, 443086 Samara, tel.: +7 (846) 267-44-96

E-mail: [ivanova.maria.ami@gmail.com](mailto:ivanova.maria.ami@gmail.com)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9021-8630>

Web of Science Researcher ID: <http://www.researcherid.com/rid/AAE-1513-2021>

**Objective:** to study the optimal pricing strategies of firms in the “realtor – bank – insurer” system under nonlinear cost functions.

**Methods:** game theory, supply chain coordination, multi-criteria optimization.

**Results:** the housing market is one of the most dynamically developing segments of the economy. Pricing patterns in this market are not always subject to market laws, since they are influenced by other factors, such as the availability of loans, the presence of agents, the rates in the insurance market, etc. To analyze the pricing processes, the authors consider a vertically integrated system of interaction of agents “realtor – bank – insurer”. A system of optimality conditions for housing market agents (realtor, bank, and insurer) under nonlinear cost functions is derived, corresponding to different types of scale effects. The results of numerical experiments are presented, showing the nature of price interdependencies in these markets in cases of convexity or concavity of the agents’ cost functions.

**Scientific novelty:** in contrast to the “realtor – bank – insurer” system with linear cost functions, our study demonstrates the following insights: first, if all agents have concave cost functions, then the housing price, mortgage interest rate, and insurance rate are lower compared to the situation in which agents have convex cost functions; second, an increase in the intra-system commission rate leads to an increase in the price of the agent who pays the commission, and a decrease in the price of the agent who receives it; third, an increase in the commission rate causes a sharper reduction in the agent’s price if the agent has a convex cost function and the counterparty has a concave one, than in the opposite case.

**Practical significance:** the results can be applied in the elaboration of state programs for the development of the housing market, mortgage subsidies and regulation of the insurance market; in addition, on the basis of our recommendations, firms in the “realtor – bank – insurer” system can make mutually beneficial decentralized decisions.

**Keywords:** Economics and national economy management; Optimal strategy; Realtor; Bank; Insurer

*Conflict of Interest:* No conflict of interest is declared by the authors.

The article is in Open Access in compliance with Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), stipulating non-commercial use, distribution and reproduction on any media, on condition of mentioning the article original.

**For citation:** Geras’kin M. I., Ivanova M. V. Modeling interactions between institutions of housing markets based on non-linear functions of costs, *Actual Problems of Economics and Law*, 2021, Vol. 15, No. 2, pp. 215–234 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.21202/1993-047X.15.2021.2.215-234>

## Введение

Исследуется роль системы «риелтор – банк – страховщик» в процессе ценообразования на рынке жилья. В случае нелинейных функций издержек этих агентов рынка в зависимости от характера нелинейности (выпуклые или вогнутые функции) цены на недвижимость могут изменяться более или менее резко в результате повышения процентных ставок банковских кредитов и страховых тарифов. В свою очередь, изменение цен жилья также приводит к вариациям цен банковских и страховых продуктов [1–3].

В рассматриваемой системе агенты взаимодействуют между собой следующим образом. В процессе приобретения недвижимости у покупателя есть два варианта: использование собственных сбережений или ипотечного кредита. В последнем случае банк может предложить кредит по пониженной процентной ставке, но потребует от покупателя застраховать сумму кредита. Поэтому рассматриваемые товар и услуги могут являться комплементарными, требующими их

одновременного, совместного использования. Такие товары взаимно усиливают удовлетворение от их потребления [4]. Современные исследования доказывают связь функций спроса на эти компоненты: при расширении рынка недвижимости растет спрос на ипотечные кредиты, и наоборот [5–8], при снижении страхового тарифа растет спрос на ипотечные кредиты [9]. Наличие комплементарных эффектов в рассматриваемой системе приводит к возникновению производного спроса.

Производный спрос – спрос на какой-либо фактор или продукт, зависящий от спроса на какой-то другой продукт [10, 11]. Так, в рассматриваемой системе спрос на кредиты зависит от спроса на недвижимость, а спрос на страховку – от спроса на кредиты.

В результате в системе «риелтор – банк – страховщик» продажи банка и страховщика будут расти при увеличении продаж недвижимости. Помимо основного товарооборота, не связанного с недвижимостью, у этих агентов возникает прирост продаж, имеющий отношение к взаимодействию с риелтором [12, 13].

Для выполнения условия индивидуальной рациональности, при котором агентам выгодно участие в рассматриваемой системе, необходимо перераспределение прибыли или выручки. В этой так называемой децентрализованной системе агенты принимают решения независимо друг от друга, стремясь максимизировать собственную прибыль [14].

Механизм распределения выручки представляет собой контракт, стимулирующий агентов децентрализованной системы взаимодействовать между собой [15, 16]. В условиях действия контрактов распределения выручки необходимо наличие равновесия на рынке, для того чтобы не возникало проблем при взаимодействии агентов [17–19].

Теоретической основой контрактов распределения выручки является координация в цепях поставок, которые представляют собой объединение основных бизнес-процессов, охватывающих всех поставщиков и производителей, а также дистрибьюторов и конечных потребителей [20]. Модель «риелтор – банк – страховщик» основана на идеях цепей поставок, так как товары агентов являются комплементарными и связаны совокупным спросом [21].

В этой системе для получения максимальной прибыли агентов необходимо установление равновесия на рынке путем выбора равновесных цен [22]. В дальнейшем исследуется влияние нелинейных функций издержек агентов на ценовые равновесия в системе. Функции издержек могут быть выпуклыми, с отрицательным эффектом расширения масштаба, или вогнутыми, с положительным эффектом расширения масштаба. При линейной функции издержек отдача от расширения масштаба постоянна.

Целью работы является более полный, в отличие от линейных функций, анализ процессов ценообразования на рынках жилья, ипотечных кредитов и страхования ипотечных кредитов на основе влияния различных эффектов расширения масштаба агентов системы.

### Обзор литературы

Опишем важнейшие результаты исследований, посвященных взаимодействиям институтов рынка жилой недвижимости.

Недавние исследования [5–8] показали, что расширение рынка жилья приводит к увеличению спроса на ипотечные кредиты, и наоборот. Напротив, увеличение финансирования от финансовых посредников,

банков способствует увеличению спроса на жилье. В результате тенденции роста продаж девелоперов и риелторов коррелируют с ростом кредитования ипотечных банков. Следовательно, спрос на ипотеку и спрос на жилье взаимозависимы.

Напротив, взаимное влияние ипотечного рынка и рынка страхования не так очевидно. В частности, эта взаимосвязь вызвана законодательными ограничениями, например, в США [1, 2], где ипотечные ссуды, превышающие лимит, подлежат страхованию в Федеральной жилищной администрации (FHA). В некоторых странах, например в Великобритании, совместная продажа страховки и ипотеки ограничена семью днями после заключения кредитного договора, но это ограничение подверглось критике [23]. Во многих странах страхование ответственности было введено как обязательное для определенных классов банковских заемщиков [3].

Интересно, что страховая ставка влияет на спрос на ипотеку: относительное снижение ставки FHA по долгосрочному ипотечному страхованию (более 15 лет) привело к увеличению количества долгосрочных ипотечных кредитов [9]. Напротив, на ипотечном рынке США частные страховщики сократили страховое покрытие из-за более низкой капитализации [24]. Кроме того, страхование по безработице оказало значительное положительное влияние на ипотечный рынок США: во время Великой рецессии страхование по безработице предотвратило более 1,3 миллиона случаев обращения взыскания по ипотечным кредитам [25].

Далее опишем методы моделирования вертикально интегрированных систем, к которым относится анализируемая нами система «риелтор – банк – страховщик».

Вертикальные отношения между фирмами, одна из которых низшая в иерархии, а другая высшая, изучались на основе трансфера прибыли [26] и распределения выручки [27]. Кроме того, в соглашении о распределении выручки между производителем (лидером по Штакельбергу) и ретейлером в отношении рекламы было доказано, что программа сотрудничества всегда направлена на распределение прибыли по Парето [28]. Для сравнения: в децентрализованной цепочке поставок «производитель – ретейлер» в условиях спроса, чувствительного к рекламе, договор о распределении доходов является эффективным стимулом для увеличения прибыли производителей и розничных продав-

цов [29]. Также ученые исследовали модель системы «производитель – ретейлер» с точки зрения выплат роялти [30]. А в системе «производитель – ретейлер» проблема взаимодействия была решена при помощи арбитражной схемы Нэша [31–33]. Модели [29–33] базировались на линейных функциях издержек агентов.

Далее проведем обзор систем, построенных на основе метода цепей поставок, которые подобны объекту нашего исследования.

В системе «аэропорт – авиалинии» [34] большая часть прибыли аэропорта напрямую зависит от прибыли авиакомпаний, т. е. от спроса на услуги авиакомпаний. В системе цепей поставок «производитель – дистрибьютор – ретейлер» [35] было доказано наличие производного спроса, которое обусловлено зависимостью спроса дистрибьютора и производителя от спроса на товары ретейлера. В моделях обеих систем в ходе анализа использованы линейные функции издержек.

На рынке операторов мобильной связи [36], в модели с не зависящими от объемов услуг предельными издержками, агенты приходят к равновесию на основе контрактов распределения выручки. В системе цепей поставок, состоящей из двух производителей и ретейлера, доминирующего в системе, контракты распределения выручки приводят к равновесиям по Нэшу или по Штакельбергу [37], которые также рассчитаны при постоянных предельных издержках. В модели с квадратичными (выпуклыми) функциями издержек показано, что при заключении контракта о распределении прибыли коэффициент распределения прибыли в пользу ретейлера был наибольшим [38].

Трехагентная система «производитель – поставщик – супермаркет» [39] моделирует цепочку поставок от первичного производителя до супермаркетов через логистический сервис третьего агента – поставщика на основе линейных функций издержек агентов. В этом случае функция спроса поставщика будет зависеть от спроса на продукцию производителя и товары супермаркета.

Итак, актуальная проблема, вытекающая из анализа моделей вертикально интегрированных систем, заключается в исследовании взаимодействия агентов системы «риелтор – банк – страховщик», представляющей собой цепь взаимозависимых агентов рынка жилья, связанных контрактами распределения выручки в случае нелинейных (выпуклых или вогнутых) функций их издержек.

## Методы

Рассмотрим функции прибыли агентов децентрализованной системы [40]:

$$\pi_k = A_k Q_k^{B_k+1} [(1 - \alpha_k)^{B_k+1} + \bar{\gamma}_k \alpha_k^{B_k+1}] - c_k Q_k, \\ k = 1, 2, 3, \bar{\gamma}_k = (1 + u_k) \gamma_k, \quad (1)$$

где  $A_k, B_k$  – коэффициенты функций спроса  $k$ -го агента вида  $p_k = A_k Q_k^{B_k}$ ,  $A_k > 0, B_k < 0, |B_k| < 1, Q_k > 0$ , и введены следующие обозначения  $k = 1$  – риелтор,  $k = 2$  – банк,  $k = 3$  – страховщик;

$\gamma_k$  – отношение цены товара (услуги)  $k$ -го агента внутри системы к цене вне этой системы;

$c_k$  – предельные издержки  $k$ -го агента;

$u_k$  – коэффициент распределения выручки  $k$ -го агента, в частности:

$u_1$  – доля товарооборота риелтора, перераспределяемая между ним и банком;

$u_2 = u_{21} + u_{23}$  – доля товарооборота банка, перераспределяемая с риелтором и страховщиком,  $u_{21}$  – доля товарооборота банка, перераспределяемая между ним и риелтором;  $u_{23}$  – доля товарооборота банка, перераспределяемая между ним и страховщиком;

$u_3$  – доля товарооборота страховщика, перераспределяемая между ним и банком;

$Q_k$  – объем продаж  $k$ -го агента системы;

$\alpha_k$  – коэффициент внутрисистемного оборота  $k$ -го агента (доля продаж агента внутри системы к его общему объему продаж).

Преобразуем функцию (1) с учетом зависимости издержек от объема продаж, т. е. с учетом эффекта масштаба, тогда функция (1) примет вид:

$$\pi_k = A_k Q_k^{B_k+1} [(1 - \alpha_k)^{B_k+1} + \bar{\gamma}_k \alpha_k^{B_k+1}] - \\ - c_k Q_k^{\rho_k}, k = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где  $\rho_k$  – коэффициент масштаба  $k$ -го агента, при  $\rho_k \in (1, 2)$  имеет место отрицательный эффект масштаба (выпуклая функция), при  $\rho_k < 1$  – положительный эффект масштаба (вогнутая функция).

Тогда задачи агентов в децентрализованной системе представляются в виде:

$$\max_{Q_k} > 0, \alpha_k \in (0; 1)_k \pi_k,$$

где агенты находят оптимальные объемы продаж и оптимальные доли продаж внутри системы.

### Теоретический анализ модели

Для нахождения оптимального объема продаж и оптимального коэффициента внутрисистемного оборота необходимо продифференцировать целевую функцию (2) по соответствующим переменным и записать условие максимума первого порядка (индекс  $k$  опущен):

$$\pi'_Q = A(B+1)Q^B[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - c\rho Q^{\rho-1} = 0,$$

$$\pi'_{\alpha} = A(B+1)Q^{B+1}[-(1-\alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^B] = 0.$$

Так как  $Q > 0$ , то из второго уравнения следует:

$$-(1-\alpha)^B + \bar{\gamma} \cdot \alpha^B = 0,$$

тогда, если обозначить  $\bar{\gamma}^{-\frac{1}{B}} \equiv \Phi$ , то оптимальная доля вычисляется по формуле:

$$\alpha^* = \frac{\Phi}{1+\Phi},$$

где  $\Phi = \bar{\gamma}^{-\frac{1}{B}}$ .

Подставим в первое уравнение  $\alpha^* = \frac{\Phi}{1+\Phi}$ , получим:

$$A(B+1)Q^{*B} \left[ \left(1 - \frac{\Phi}{1+\Phi}\right)^{B+1} + \bar{\gamma} \left(\frac{\Phi}{1+\Phi}\right)^{B+1} \right] - c\rho Q^{*\rho-1} = 0. \quad (3)$$

Представленные выше формулы справедливы в случае, когда агенты взаимодействуют друг с другом, т. е.  $\gamma > 1$ . Но в случае  $\gamma = 1$  агенты системы не взаимодействуют и  $\alpha^* = 0$ .

Таким образом, оптимальный объем продаж находится из уравнения (3), а оптимальный коэффициент внутрисистемного оборота – из выражения:

$$\alpha^* = \begin{cases} 0, & \text{при } \gamma = 1, \\ \frac{\Phi}{1+\Phi}, & \text{при } \gamma > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Матрица Гессе для целевой функции (2) представляет собой:

$$H = \begin{pmatrix} \pi''_{QQ} & \pi''_{Q\alpha} \\ \pi''_{\alpha Q} & \pi''_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы рассчитываются следующим образом:

$$\pi''_{QQ} = A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2},$$

$$\pi''_{Q\alpha} = \pi''_{\alpha Q} = A(B+1)^2Q^B[-(1-\alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}],$$

$$\pi''_{\alpha\alpha} = A(B+1)BQ^{B+1}[(1-\alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}].$$

Целевая функция (2) примет максимальное значение при соблюдении следующих условий:

1) определитель первого порядка матрицы Гессе:

$$\pi''_{QQ} = A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} < 0. \quad (5)$$

2) определитель второго порядка матрицы Гессе:

$$\begin{aligned} & \pi''_{QQ}\pi''_{\alpha\alpha} - (\pi''_{Q\alpha})^2 = \\ & = (A^2(B+1)^2B^2Q^{2B}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - \\ & \quad - c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2})[(1-\alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] - \\ & \quad - A^2(B+1)^4Q^{2B}[-(1-\alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]^2 > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В статье [40] было доказано, что

$$A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] < 0.$$

Тогда, если  $\rho > 1$ , эффект расширения масштаба отрицательный, то  $c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} > 0$ , поэтому

$$A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} < 0,$$

если  $r < 1$ , эффект расширения масштаба положительный, то  $c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} < 0$ , поэтому

$$A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - c\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} \text{ может быть как меньше, так и больше нуля.}$$

В этом случае для достижения максимума (2) необходимо, чтобы соблюдалось условие:

$$\rho(\rho-1)Q^{\rho-2} > \frac{A(B+1)BQ^{B-1}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]}{c}.$$

В статье [40] было доказано, что

$$\begin{aligned} & (A^2(B+1)^2B^2Q^{2B}[(1-\alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]) \times \\ & \times [(1-\alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] - \\ & - A^2(B+1)^4Q^{2B}[-(1-\alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]^2 > 0. \end{aligned}$$

Тогда, если  $\rho < 1$ , эффект расширения масштаба положительный, то  $c\rho(\rho - 1)Q^{\rho-2} < 0$ ,

$$\begin{aligned} & (A^2(B + 1)^2B^2Q^{2B}[(1 - \alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - \\ & - c\rho(\rho - 1)Q^{\rho-2})[(1 - \alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] - \\ & - c\rho(\rho - 1)Q^{\rho-2})[(1 - \alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] - \\ & - A^2(B + 1)^4Q^{2B}[-(1 - \alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]^2 > 0, \end{aligned}$$

если  $\rho > 1$ , эффект расширения масштаба отрицательный, то  $c\rho(\rho - 1)Q^{\rho-2} > 0$ ,

$$\begin{aligned} & (A^2(B + 1)^2B^2Q^{2B}[(1 - \alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - \\ & - c\rho(\rho - 1)Q^{\rho-2})[(1 - \alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] - \\ & - A^2(B + 1)^4Q^{2B}[-(1 - \alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]^2 \end{aligned}$$

может быть как меньше, так и больше нуля.

В этом случае для получения максимальной прибыли необходимо, чтобы соблюдалось условие:

$$\begin{aligned} & \rho(\rho - 1)Q^{\rho-2} < A^2(B + 1)^2B^2Q^{2B} \times \\ & \times [(1 - \alpha)^{B+1} + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}] - \\ & - A^2(B + 1)^4Q^{2B}[-(1 - \alpha)^B + \bar{\gamma}\alpha^{B+1}]^2 / \\ & / [(1 - \alpha)^{B-1} + \bar{\gamma}\alpha^{B-1}] / c. \end{aligned}$$

### Результаты численных экспериментов

Проанализируем возможные типы функций издержек для реальных агентов рынка жилья, ипотечных кредитов и ипотечного страхования. Отметим, что если эмпирические данные не позволяют сформировать аппроксимирующую зависимость при помощи одной степенной функции, то используются две степенные функции с различными коэффициентами.

На рис. 1 представлена зависимость себестоимости строительства от количества условных однокомнатных квартир (площадью 35 кв. м) для ГК «ПИК» [41] по 23 отчетным периодам (полугодиям)

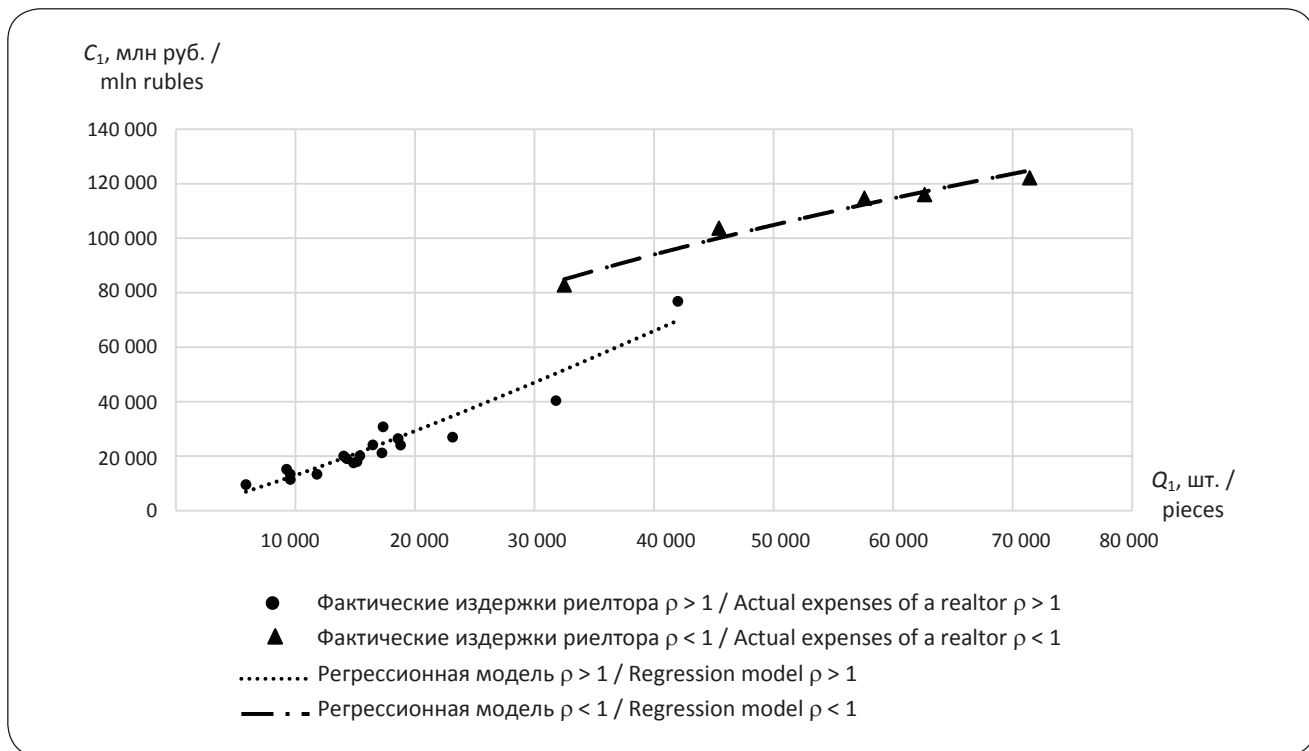


Рис. 1. Зависимость издержек риелтора от объема продаж квартир

Источник: отчетность ГК «ПИК», статистика «Росриэлт недвижимости» [41–42].

Fig. 1. Dependence of realtor's expenses on the volume of sales of flats

Source: reports of GK "PIK", statistics of "Rosrielt nedvizhimosti" [41–42].

за 2007–2020 гг.; объем продаж риелтора рассчитан путем деления общей выручки фирмы на среднюю стоимость однокомнатной квартиры [42]. Все графики построены на основе данных табл. 1.

Модель функции издержек риелтора, рассчитанная методом наименьших квадратов, имеет вид:

$$C_1(Q) = \begin{cases} 1,26Q_1^{1,1743}, & t = 2007-2016 \text{ гг.} \\ 524,86Q_1^{0,4896}, & t = 2017-2020 \text{ гг.} \end{cases}$$

Кривая издержек имеет характерный S-образный вид [48]. Однако в отличие от классической формы [48] при малых объемах продаж в 2007–2016 гг. кривая демонстрирует отрицательный эффект расширения масштаба ( $\rho > 1$ ), а при больших объемах продаж в 2017–2020 гг. наблюдается положительный эффект расширения масштаба ( $\rho < 1$ ). В первом случае средние издержки растут быстрее, чем объем продаж, а во втором медленнее.

Таблица 1

Данные о количестве проданных агентами рынка товаров и услуг и их себестоимости по периодам

Table 1. Amount of products and services sold by market agents and their cost prices by periods

№	Период / Period	Количество однокомнатных квартир (кв. м.), / Number of one-room flats (sq. m.)	Себестоимость строительных работ, млн руб. / Cost of construction works, mln rubles	Количество выданных банком кредитов, шт. / Number of bank credits	Операционные расходы банка на выдачу кредитов, млн руб. / Operational costs of a bank for giving credits, mln rubles	Период / Period	Количество выданных полисов, шт. / Number of policies issued	Операционные расходы страховщика на выдачу полисов, тыс. руб. / Operational costs of a provider for issuing policies, thousand rubles
1	I полугодие 2009 / I half year 2009	5 865	9 541	382 245	9 996	1-й квартал 2013 / 1 <sup>st</sup> quarter 2013	686 763	1 488 522
2	II полугодие 2009 / II half year 2009	16 476	24 115	520 158	11 126	2-й квартал 2013 / 2 <sup>nd</sup> quarter 2013	991 332	1 832 519
3	I полугодие 2010 / I half year 2010	9 262	15 170	532 948	12 685	3-й квартал 2013 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2013	1 116 453	1 790 870
4	II полугодие 2010 / II half year 2010	14 046	20 028	578 003	16 363	4-й квартал 2013 / 4 <sup>th</sup> quarter 2013	1 122 479	1 794 900
5	I полугодие 2011 / I half year 2011	14 299	19 060	578 512	15 042	2-й квартал 2014 / 2 <sup>nd</sup> quarter 2014	1 213 350	1 573 486
6	II полугодие 2011 / II half year 2011	14 864	17 528	620 924	17 010	3-й квартал 2014 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2014	1 213 596	1 912 448
7	I полугодие 2012 / I half year 2012	9 578	11 416	709 857	20 527	4-й квартал 2014 / 4 <sup>th</sup> quarter 2014	1 167 371,38	2 161 748,41
8	II полугодие 2012 / II half year 2012	31 788	40 387	816 932	25 432	1-й квартал 2015 / 1 <sup>st</sup> quarter 2015	794 423	1 423 146
9	I полугодие 2013 / I half year 2013	15 156	17 930	868 139	26 221	2-й квартал 2015 / 2 <sup>nd</sup> quarter 2015	995 594	1 708 891
10	II полугодие 2013 / II half year 2013	23 146	26 953	1 008 533	31 950	3-й квартал 2015 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2015	917 197	1 807 481
11	I полугодие 2014 / I half year 2014	17 244	21 201	1 127 696	32 228	4-й квартал 2015 / 4 <sup>th</sup> quarter 2015	942 926	2 066 359
12	II полугодие 2014 / II half year 2014	18 800	24 039	1 339 926	36 997	1-й квартал 2016 / 1 <sup>st</sup> quarter 2016	655 935	1 458 726



Окончание табл. 1

№	Период / Period	Количество однокомнатных квартир (кв. м), / Number of one-room flats (sq. m.)	Себестоимость строительных работ, млн руб. / Cost of construction works, mln rubles	Количество выданных банком кредитов, шт. / Number of bank credits	Операционные расходы банка на выдачу кредитов, млн руб. / Operational costs of a bank for giving credits, mln rubles	Период / Period	Количество выданных полисов, шт. / Number of policies issued	Операционные расходы страховщика на выдачу полисов, тыс. руб. / Operational costs of a provider for issuing policies, thousand rubles
13	I полугодие 2015 / I half year 2015	11 805	13 357	1 425 226	38 313	2-й квартал 2016 / 2 <sup>nd</sup> quarter 2016	1 006 722	1 722 461
14	II полугодие 2015 / II half year 2015	15 400	20 138	1 563 946	43 221	3-й квартал 2016 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2016	1 013 046	1 777 204
15	I полугодие 2016 / I half year 2016	9 565	13 391	1 570 806	42 898	4-й квартал 2016 / 4 <sup>th</sup> quarter 2016	1 126 975	2 158 240
16	II полугодие 2016 / II half year 2016	18 585	26 423	1 615 941	46 101	2016 год / year 2016	3 803 185	7 108 458
17	I полугодие 2017 / I half year 2017	17 335	30 762	1 619 139	53 796	1-й квартал 2017 / 1 <sup>st</sup> quarter 2017	736 387	1 432 022
18	II полугодие 2017 / II half year 2017	62 623	115 979	1 741 112	58 435	2-й квартал 2017 / 2 <sup>nd</sup> quarter 2017	1 029 862	1 722 323
19	I полугодие 2018 / I half year 2018	41 985	76 858	1 799 014	54 713	3-й квартал 2017 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2017	985 055	1 804 359
20	II полугодие 2018 / II half year 2018	57 587	114 670	1 923 572	68 983	4-й квартал 2017 / 4 <sup>th</sup> quarter 2015	1 147 302	2 217 054
21	I полугодие 2019 / I half year 2019	32 482	82 836	-	-	1-й квартал 2018 / 1 <sup>st</sup> quarter 2018	735 986	1 435 319
22	II полугодие 2019 / II half year 2019	71 413	112 092	-	-	3-й квартал 2018 / 3 <sup>rd</sup> quarter 2018	1 065 322	2 335 356
23	I полугодие 2020 / I half year 2020	45 423	103 653	-	-	4-й квартал 2018 / 4 <sup>th</sup> quarter 2018	1 069 353	2 339 384

Источник: отчетность ГК «ПИК», статистика «Росриэлт недвижимости» [41–42], отчетность Сбербанка, статистика ЦБ [43–44], отчетность ОАО «Ресо-Гарантия», Медиа-Информационной Группы «Страхование сегодня», рейтингового агентства «РИА рейтинг» [45–47].

Source: reports of GK “PIK”, statistics of “Rosrielt nedvizhivosti” [41–42], reports of Sberbank, statistics of Centrobank [43–44], reports of “Reso-Garantiya” Open Corporation, Media-Information Group “Strakhovaniye segodnya”, ranking agency “RIA reyting” [45–47].

На рис. 2 представлена зависимость операционных издержек банка, относящихся к обслуживанию ипотечных кредитов, от количества выдаваемых ипотечных кредитов для Сбербанка [43] по 20 отчетным периодам (полугодиям) за 2009–2018 гг.; количество кредитов, выданных Сбербанком, рассчитано на основе доли ипотечных кредитов Сбербанка в общей сумме ипотечных кредитов, выданных в России за

соответствующие периоды, представленной в статистике Центрального банка [44].

Модель функции издержек банка также имеет вид S-образной кривой с переменным эффектом расширения масштаба:

$$C_2(Q) = \begin{cases} 0,0665Q_2^{0,9381}, t = 2009–2014 \text{ гг.} \\ 0,000000661Q_2^{1,7504}, t = 2015–2017 \text{ гг.} \end{cases}$$

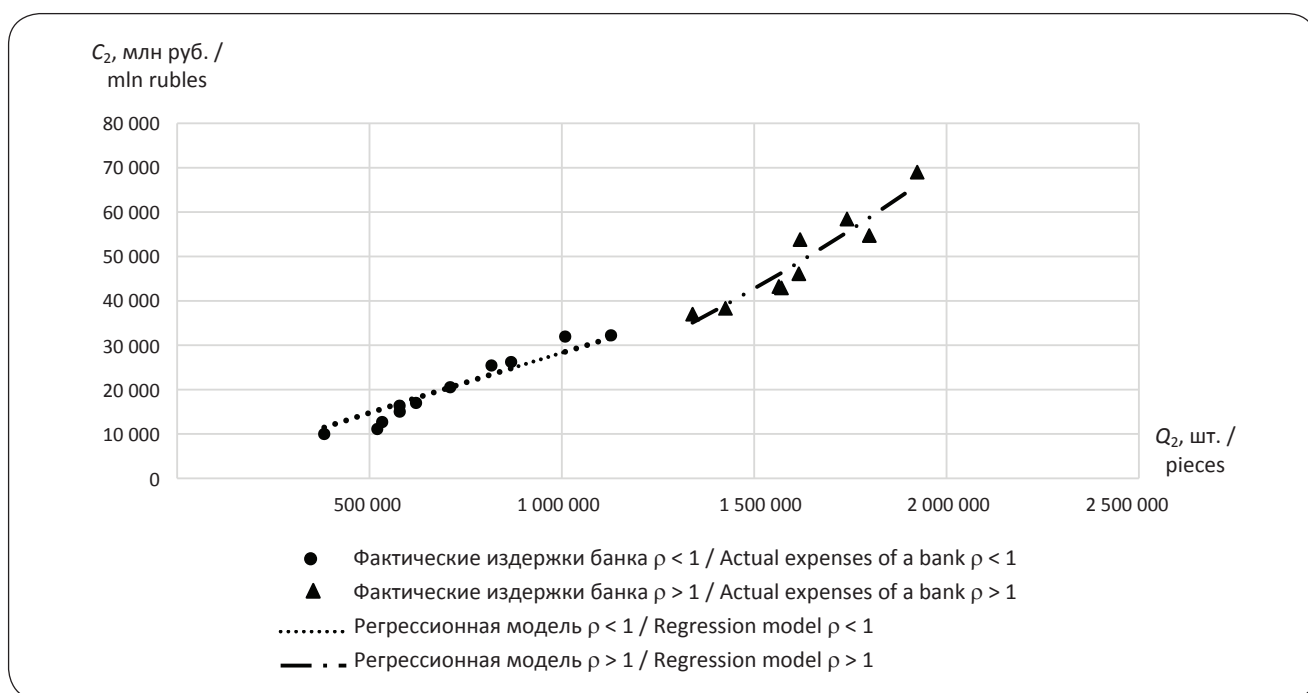


Рис. 2. Зависимость издержек банка от количества кредитов

Источник: отчетность Сбербанка, статистика ЦБ [43–44].

Fig. 2. Dependence of bank's expenses on the number of credits

Source: reports of Sberbank, statistics of Centrobank [43–44].

В 2009–2014 гг. эффект расширения масштаба положительный ( $\rho < 1$ ), а при больших объемах продаж в 2017–2020 гг. наблюдается отрицательный эффект расширения масштаба ( $\rho < 1$ ). В первом случае средние издержки растут медленнее, чем объем продаж, а во втором быстрее.

На рис. 3 представлена зависимость аквизиционных издержек страховщика, относящихся к обслуживанию операций по имущественному страхованию, от количества выдаваемых страховых полисов для ОАО «Ресо-Гарантия» [45, 46] по 23 отчетным периодам (кварталам) за 2013–2018 гг.; информация о количестве страховых полисов взята из статистики рейтингового агентства «РИА рейтинг» [47].

Модель функции издержек страховщика характеризуется положительным эффектом расширения масштаба ( $\rho < 1$ ):

$$C_3(Q) = 3,2021Q_3^{0,9606}.$$

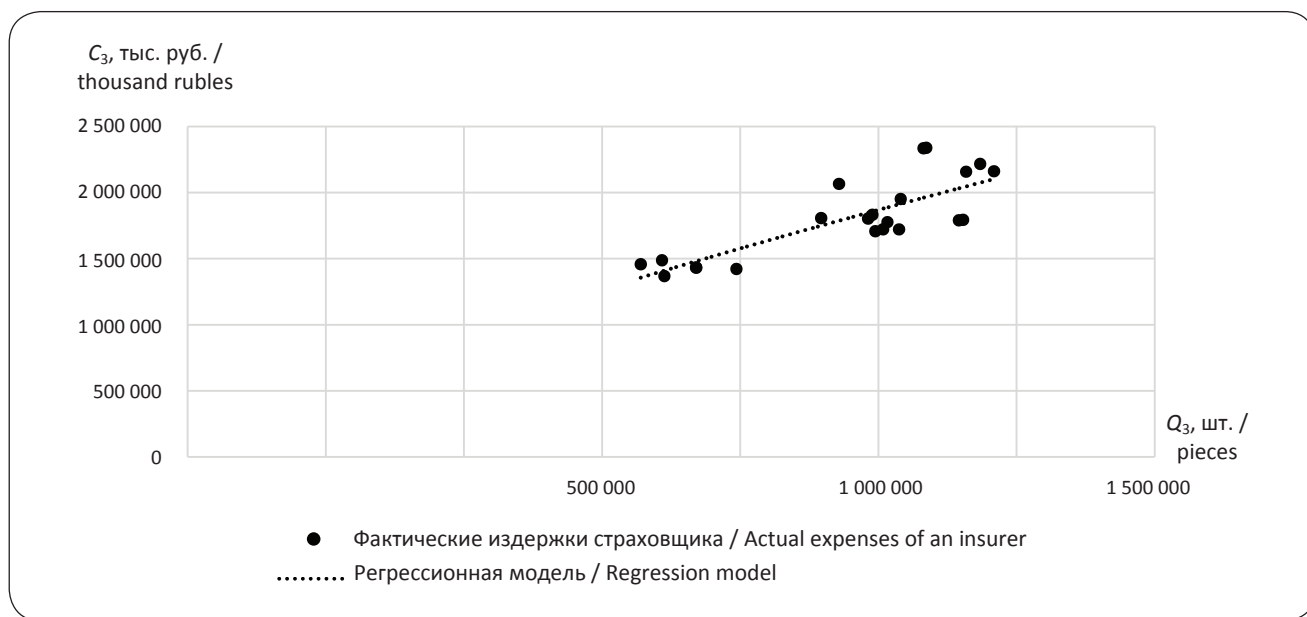
В табл. 2 представлены коэффициенты для оценки адекватности регрессионных моделей.

Таким образом, регрессионные модели являются адекватными и значимыми.

Численные эксперименты проведем на основе данных статьи [40]. В частности, в формуле прибыли (2) коэффициенты функции спроса риелтора равны  $A_1 = 78\,500$ ,  $B_1 = -0,15$ , коэффициент функции издержек равен  $c_1 = 33\,300$  руб., для банка  $A_2 = 2,4$ ,  $B_2 = -0,56$ ,  $c_2 = 0,2$ , и для страховщика  $A_3 = 0,022$ ,  $B_3 = -0,38$ ,  $c_3 = 0,004$ .

На рис. 4 и 5 графически представлены графики прибыли риелтора при различных эффектах расширения масштаба в зависимости от коэффициента внутрисистемного оборота и от объема продаж, соответственно, при постоянном значении коэффициента комиссии, равном  $u_1 = 0$ .

Проанализировав рис. 4, можно сделать вывод о том, что изменение коэффициента масштаба влияет на величину максимальной прибыли, но не влияет на оптимальную долю продаж агента внутри системы, что соответствует формуле (4), которая не зависит от коэффициента  $\rho$ . Из рис. 5 видно, что изменение



**Рис. 3. Зависимость издержек страховщика от количества полисов**

Источник: отчетность ОАО «Ресо-Гарантия», Медиа-информационной группы «Страхование сегодня», рейтингового агентства «РИА рейтинг» [45–47].

**Fig. 3. Dependence of insurer's expenses on the number of policies**

Source: reports of "Reso-Garantiya" Open Corporation, Media-Information Group "Strakhovaniye segodnya", ranking agency "RIA reytng" [45–47].

Таблица 2

**Статистические оценки регрессионных моделей**

**Table 2. Statistical estimations of regression models**

Агент / Agent	Регрессионная модель / Regression model	Коэффициент детерминации / Determination coefficient	Критерий Фишера (расчетный) / Fischer criterion (estimated)	Табличное значение критерия Фишера (при уровне значимости 0,05) / Table value of Fischer criterion (at 0.05 significance level)
Риелтор / Realtor	$C_1(Q) = 0,26Q_1^{1,1743}$	$R^2 = 0,9198$	$F = 183,50$	$F = 2,30$
	$C_1(Q) = 524,86Q_1^{0,4896}$	$R^2 = 0,97$	$F = 97$	$F = 9,01$
Банк / Bank	$C_2(Q) = 0,0665Q_2^{0,9381}$	$R^2 = 0,9185$	$F = 101,46$	$F = 3,10$
	$C_2(Q) = 0,000000661Q_2^{1,7504}$	$R^2 = 0,8997$	$F = 62,79$	$F = 3,68$
Страховщик / Insurer	$C_3(Q) = 3,2021Q_3^{0,9606}$	$R^2 = 0,9642$	$F = 646,39$	$F = 1,97$

Источник: составлено авторами.

Source: compiled by the authors.

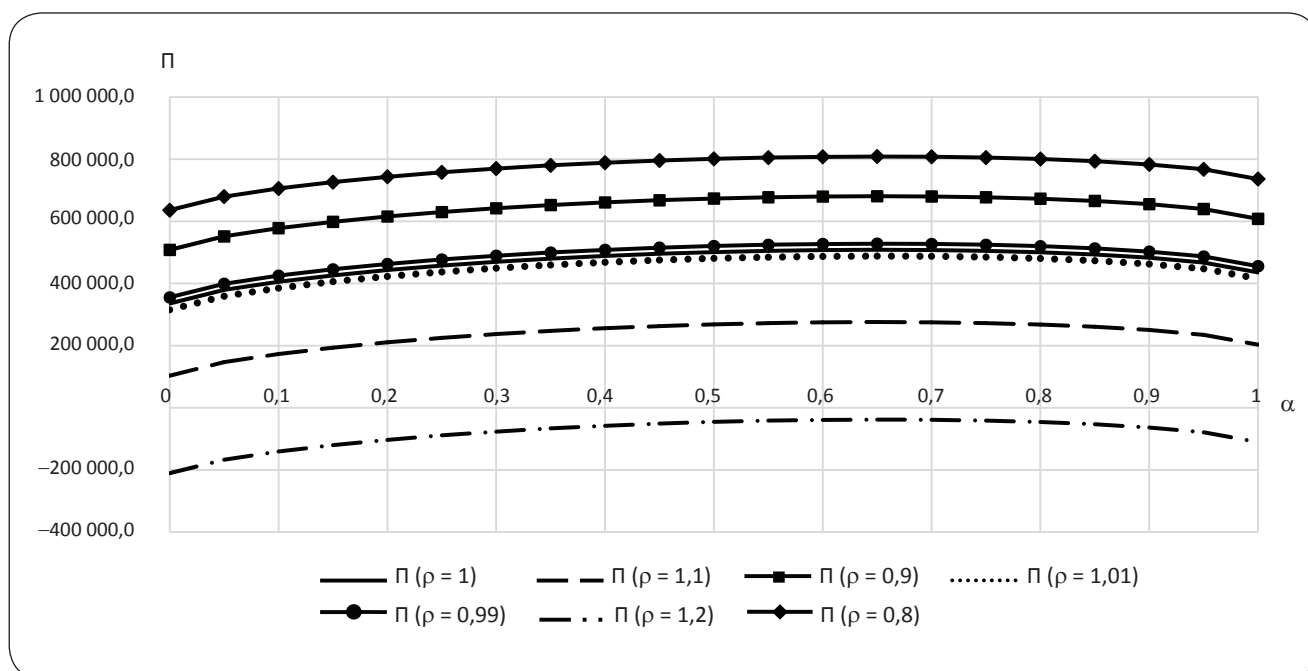


Рис. 4. Зависимость прибыли риелтора от коэффициента внутрисистемного оборота при различных эффектах расширения масштаба и фиксированном  $Q = 20$

Источник: составлено авторами.

Fig. 4. Dependence of realtor's profit on the coefficient of intra-system turnover at various scaling effects and fixed  $Q = 20$

Source: compiled by the authors.

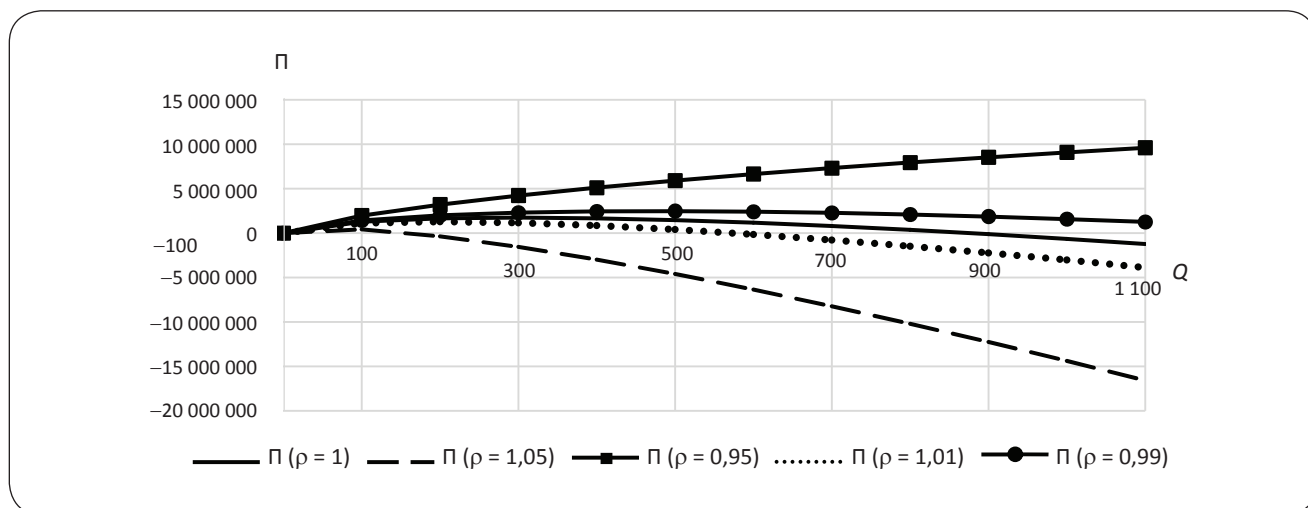


Рис. 5. Зависимость прибыли риелтора от объема выпуска продукции при разных эффектах расширения масштаба и фиксированном  $\alpha = 0,65$

Источник: составлено авторами.

Fig. 5. Dependence of realtor's profit on the volume of produced goods at various scaling effects and fixed  $\alpha = 0,65$

Source: compiled by the authors.

коэффициента масштаба влияет как на величину максимальной прибыли, так и на оптимальный объем продаж агента: чем более вогнута функция издержек агента (меньше значение коэффициента  $r$ ), т. е. чем выше положительная отдача от масштаба, тем больше прибыль и оптимальный объем продаж. Это свойство соответствует уравнению (3), которое зависит от коэффициента  $\rho$ .

Из рис. 5 видно, что при уменьшении коэффициента  $\rho$  до определенного значения (при  $\rho = 0,95$ ) второе условие максимизации прибыли формула (6) перестает выполняться, т. е. функция прибыли перестает быть унимодальной.

Далее исследуем зависимости объемов продаж и цен агентов от коэффициента комиссионного вознаграждения при положительном и отрицательном эффектах расширения масштаба, причем рассмотрим значения коэффициента  $\rho$  одинаковыми для всех агентов.

На рис. 6 представлены зависимости оптимальных объемов продаж риелтора и банка от коэффициента комиссии в паре «риелтор – банк»; на рис. 7 представлены зависимости оптимальных цен риелтора и банка. При этом случай  $u_1 < 0$  означает, что риелтор платит комиссию банку, а случай  $u_1 > 0$  подразумевает платеж банка риелтору.

Проанализировав рис. 6 и 7, можно сделать вывод о том, что вне зависимости от эффекта расширения масштаба с ростом коэффициента комиссии в паре «риелтор – банк» риелтору выгодно увеличивать объем продаж, а банку – снижать. Наряду с этим, начиная с некоторого значения  $u_1$ , риелтору выгодно снижать цены на жилье, а банку повышать ставку ипотечных кредитов. Отметим, что снижение оптимальной цены на жилье и рост ипотечной ставки происходят уже при  $u_1 < 0$ , поскольку для риелтора растет, а для банка снижается оптимальное значение доли внутреннего оборота  $\alpha^*$ . Однако в случае положительной отдачи

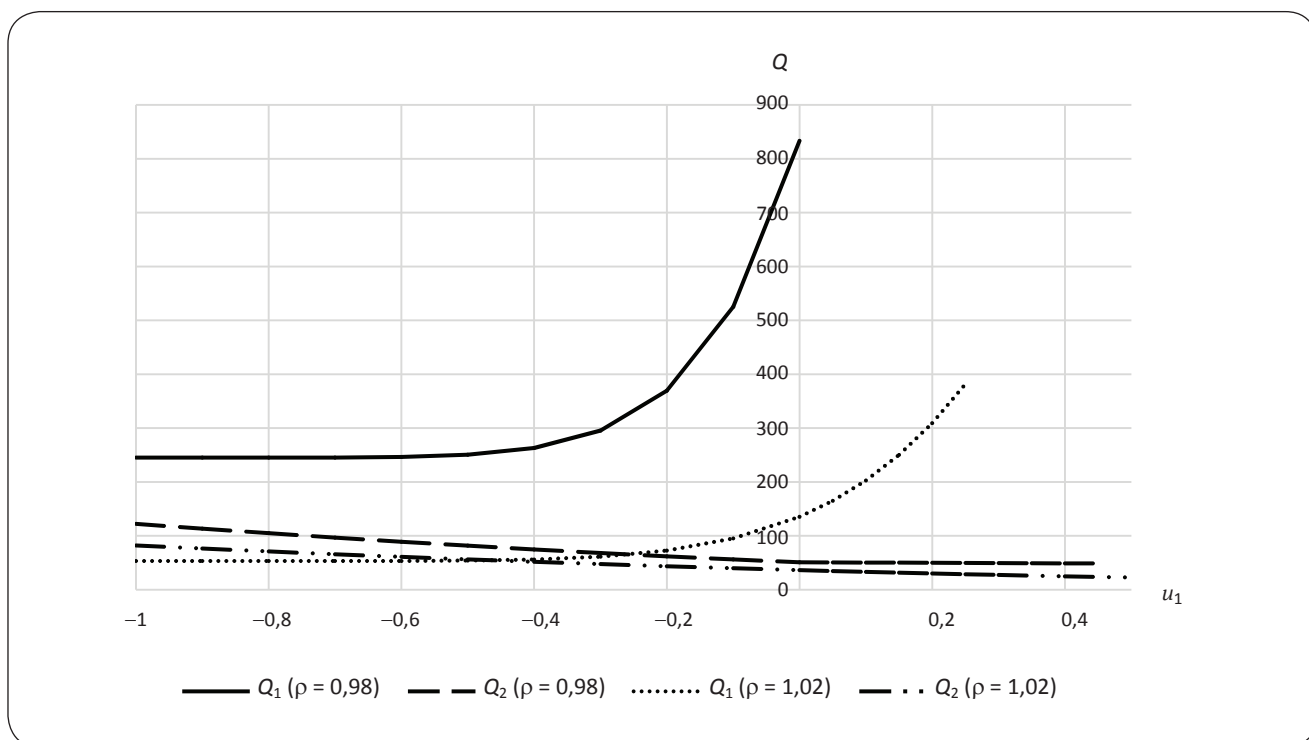


Рис. 6. Зависимость оптимального объема продаж жилья и объема выдачи кредитов от коэффициента комиссии

Источник: составлено авторами.

Fig. 6. Dependence of optimal volume of housing sales and volume of crediting on the commission coefficient

Source: compiled by the authors.

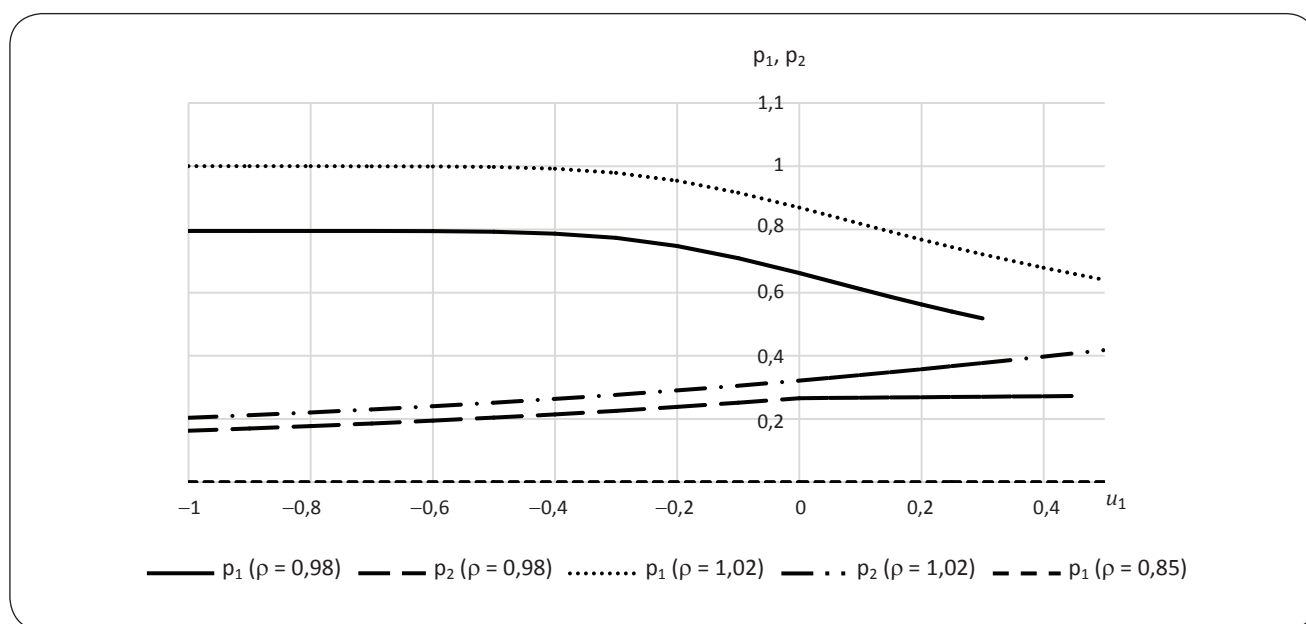


Рис. 7. Зависимость оптимальной цены на жилье и процента на ипотечный кредит от коэффициента комиссии (в долях)

Источник: составлено авторами.

Fig. 7. Dependence of optimal housing price and interest on mortgage credit on the commission coefficient (in shares)

Source: compiled by the authors.

от масштаба оптимум риелтора растет более резко, а оптимум банка снижается более плавно, чем в случае отрицательной отдачи от масштаба у этих агентов. Аналогичная картина проявляется для цен: при положительной отдаче от масштаба цена на недвижимость снижается более резко, а ставка ипотечных кредитов растет более плавно. В частности, при  $\rho = 0,85$  цена на жилье практически постоянна и близка к нулю.

Также рассмотрены зависимости объемов продаж и цен на услуги для банка и страховщика от коэффициента комиссии в паре «банк – страховщик» при положительном и отрицательном эффекте расширения масштаба. При этом случай  $u_{23} < 0$  означает, что банк платит комиссию страховщику, а случай  $u_{23} > 0$  подразумевает платеж страховщика банку.

На рис. 8 представлены зависимости оптимальных объемов кредитования и страхования от коэффициента комиссии в паре «банк – страховщик»; на рис. 9 представлены зависимости оптимальных цен на услуги банка и страховщика.

Проанализировав графики, можно сделать вывод о том, что вне зависимости от эффекта расширения

масштаба с ростом коэффициента взаимодействия банка и страховщика для банка целесообразно увеличивать объем выдаваемых кредитов, а страховщику – снижать количество полисов. Кроме того, банку целесообразно снижать ставку ипотечного кредита, а страховщику повышать тариф страхования жилья.

С увеличением коэффициента взаимодействия банка и страховщика в ситуации положительной отдачи от расширения масштаба количество выданных кредитов возрастает более резко и количество страховых полисов снижается более плавно, чем в случае отрицательной отдачи. Соответственно, при положительной отдаче от расширения масштаба ипотечная ставка снижается более резко, а страховой тариф растет более плавно, чем в случае отрицательной отдачи.

Обобщим полученные результаты. Цена жилья зависит от ставки ипотечного кредита через коэффициент комиссии в паре «риелтор – банк»  $u_1$  ( $u_{21}$ ) так, что при увеличении  $u_1$  (или снижении  $u_{21}$ ) с ростом ставки ипотечного кредита цена жилья снижается:

$$\frac{\partial p_1}{\partial p_2} < 0,$$

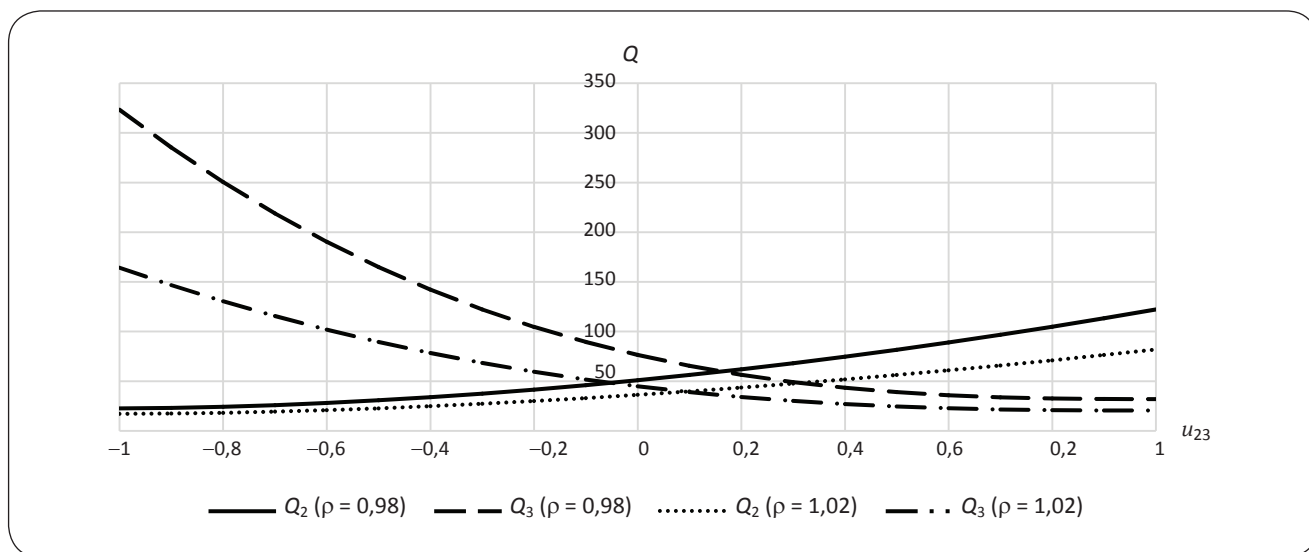


Рис. 8. Зависимость оптимального числа кредитов и количества страховых полисов от коэффициента комиссии

Источник: составлено авторами.

Fig. 8. Dependence of optimal number of credits and number of insurance policies on the commission coefficient

Source: compiled by the authors.

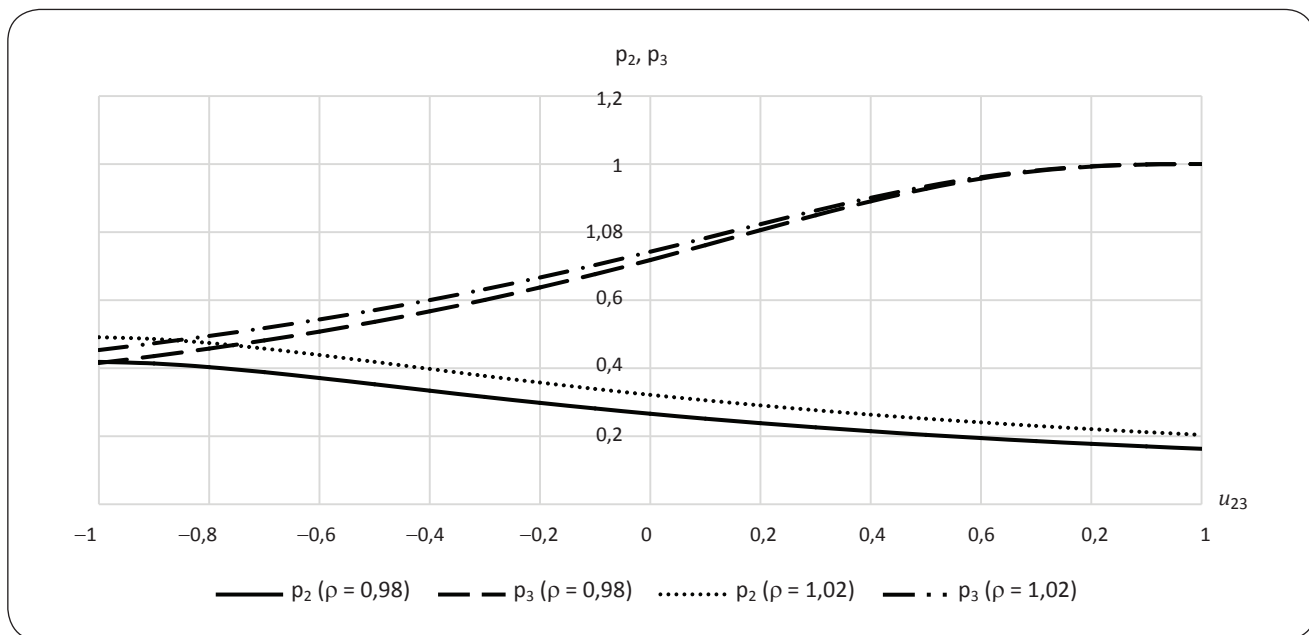


Рис. 9. Зависимость оптимального процента на ипотечный кредит и оптимальной ставки страхования от коэффициента комиссии (в долях)

Источник: составлено авторами.

Fig. 9. Dependence of the optimal interest on mortgage credit and optimal insurance rate on the commission coefficient (in shares)

Source: compiled by the authors.

причем темп снижения цены жилья с ростом ставки ипотечного кредита больше, если у риелтора выпуклая функция издержек, а у банка вогнутая, чем в противном случае:

$$\left| \frac{\partial p_{1(\rho>1)}}{\partial p_{2(\rho<1)}} \right| > \left| \frac{\partial p_{1(\rho<1)}}{\partial p_{2(\rho>1)}} \right|.$$

Ставка ипотечного кредита зависит от страхового тарифа через коэффициент комиссии в паре «банк – страховщик»  $u_{23}$  ( $u_3$ ) так, что при увеличении  $u_{23}$  (или снижении  $u_3$ ) с ростом страхового тарифа ставка ипотечного кредита снижается:

$$\frac{\partial p_2}{\partial p_3} < 0,$$

причем темп снижения ставки ипотечного кредита с ростом страхового тарифа больше, если у банка выпуклая функция издержек, а у страховщика вогнутая, чем в противном случае:

$$\left| \frac{\partial p_{2(\rho>1)}}{\partial p_{3(\rho<1)}} \right| > \left| \frac{\partial p_{2(\rho<1)}}{\partial p_{3(\rho>1)}} \right|.$$

В целом система «риелтор – банк – страховщик» с вогнутыми функциями издержек агентов обеспечивает более гибкое регулирование цен, чем в случае линейных функций издержек [40]. С целью понижения цены жилья можно увеличивать коэффициент комиссии в паре «риелтор – банк», тогда ставка ипотечного кредита незначительно повышается; в то же время следует снизить коэффициент комиссии в паре «банк – страховщик», тогда ставка ипотечного кредита также слабо растет, а страховой тариф снижается.

## Выводы

В исследовании представлены эмпирические данные, характеризующие фактические издержки риелтора, банка и страховщика на российском рынке недвижимости, подтверждающие проявление у этих агентов положительной или отрицательной отдачи от расширения масштаба.

С учетом типа отдачи от расширения масштаба сформулированы модели максимизации прибыли агентов децентрализованной и централизованной систем «риелтор – банк – страховщик», поступающих рационально. Также выведены формулы вычисления оптимального объема продаж и коэффициента внутрисистемного оборота в децентрализованной системе и необходимые условия максимизации прибыли агентов.

Было доказано, что коэффициент комиссии влияет на оптимальный объем продаж и оптимальные цены агентов системы с учетом нелинейности функции издержек и представлен анализ этих зависимостей, показывающий, что с увеличением соответствующих коэффициентов риелтору целесообразно увеличивать объем и снижать цену, а страховщику – наоборот. На оптимальную стратегию банка влияет изменение коэффициента комиссии с каждым из его контрагентов.

На основе проведенных исследований агенты системы «риелтор – банк – страховщик» могут принимать решения по развитию своих фирм, т. е. выбирать такие коэффициенты внутрисистемного оборота, коэффициенты комиссии, объемы продаж и, соответственно, цены, при которых прибыли фирм будут максимальны, а их взаимодействие наиболее выгодно для всех агентов.

## Список литературы

1. Park K. A. Temporary loan limits as a natural experiment in federal housing administration insurance // Housing Policy Debate. 2017. Vol. 27, № 3. Pp. 449–466.
2. Jones K. FHA-insured home loans: an overview // The Housing Finance System in the United States. 2013. Pp. 44–58.
3. Calomiris C. W., Jaremski M. Deposit insurance: theories and facts // Annual Review of Financial Economics. 2016. Vol. 8, № 1. Pp. 97–120.
4. Carbaugh R. Contemporary Economics: An Applications Approach. Cengage Learning. 2006. P. 35.
5. Chatterjee S., Eyigungor B. A quantitative analysis of the U.S. housing and mortgage markets and the foreclosure crisis // Review of Economic Dynamics. 2015. Vol. 18, № 2. Pp. 165–184.
6. Borgersen T.-A. Housing appreciations and the (in)stable relation between housing and mortgage markets // International Journal of Housing Policy. 2016. Vol. 16, № 1. Pp. 91–110.
7. Nobili A., Zollino F. A structural model for the housing and credit market in Italy // Journal of Housing Economics. 2017. Vol. 36. Pp. 73–87.



8. Reed R. R., LaRue A., Ume E. S. Mortgage recourse provisions and housing prices // *Regional Science and Urban Economics*. 2018. Vol. 73. Pp. 99–111.
9. Park K. A. An event study in relative prices and choice of loan term // *Journal of Housing Economics*. 2019. Vol. 46. P. 101637.
10. Pass C. L., Lowes B., Davies L., Collins Dictionary of Economics. 2nd ed., Harpercollins Pub Ltd, 1991. P. 576.
11. Marshall A. Principles of Economics, Macmillan, London, 1890.
12. Chuang M.-C., Yang W.-R., Chen M.-C., Lin S.-K. Pricing mortgage insurance contracts under housing price cycles with jump risk: evidence from the U.K. housing market // *The European Journal of Finance*. 2018. Vol. 24, № 11. Pp. 909–943.
13. Bronfenbrenner M. Notes on the elasticity of derived demand // *Oxford Economic Papers*. 1961. Vol. 13, № 3. Pp. 254–261.
14. Tirole J. The Theory of Industrial Organization. Cambridge: MIT Press, 1988. 496 p.
15. Bart N., Chernonog T., Avinadav T. Revenue sharing contracts in a supply chain: a literature review // *IFAC-PapersOnLine*. 2019. Vol. 52, Is. 13. Pp. 1578–1583. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319314065> (дата обращения: 19.01.2021).
16. De Giovanni P., Roselli M. Overcoming the drawbacks of a revenue-sharing contract through a support program // *Annals of Operations Research*. 2012. Vol. 196, № 1. Pp. 201–222.
17. Dana J. D., Spier K. E. Revenue sharing and vertical control in the video rental industry // *The Journal of Industrial Economics*. 2001. Vol. 49, № 3. Pp. 223–245.
18. Cachon G. P., Lariviere M. A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: strengths and limitations // *Management Science*. 2005. Vol. 51, № 1. Pp. 30–44.
19. Jørgensen S., Sigué S. P., Zaccour G. Stackelberg leadership in a marketing channel // *International Game Theory Review*. 2001. Vol. 3, № 1. Pp. 13–26.
20. Bhatnagar R., Viswanathan S. Re-engineering global supply chains: alliances between manufacturing and global logistics service providers // *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*. 2000. Vol. 30, № 1. Pp. 13–34. DOI: 10.1108/09600030010307966
21. Levy D. Testing stigler’s interpretation of “the division of labour is limited by the extent of the markets” // *The Journal of Industrial Economics*. 1984. Vol. 32, № 3. Pp. 377–389.
22. Walras L. Elements of Pure Economics / W. Jaffe (Ed.). London: Allen and Unwin, 1954.
23. Ashton J. K., Hudson R. S. The price, quality and distribution of mortgage payment protection insurance: a hedonic pricing approach // *The British Accounting Review*. 2017. Vol. 49, № 2. Pp. 242–255.
24. Park K. A. Choice, capital, and competition: private mortgage insurance application and availability // *Housing Policy Debate*. 2019. Vol. 30, № 2.
25. Unemployment insurance as a housing market stabilizer / J. W. Hsu, D. A. Matsa, B. T. Melzer // *American Economic Review*. 2018. Vol. 108, № 1. Pp. 49–81.
26. Ahn I. Profit transfer within a vertical relationship // *Journal of Economic Theory and Econometrics*. 2017. Vol. 28, № 4. Pp. 61–99.
27. De Giovanni P., Roselli M. Overcoming the drawbacks of a revenue-sharing contract through a support program // *Annals of Operations Research*. 2012. Vol. 196, № 1. Pp. 201–222.
28. Buratto A., Cesaretto R., De Giovanni P. Consignment contracts with cooperative programs and price discount mechanisms in a dynamic supply chain // *International Journal of Production Economics*. 2019. Vol. 218. Pp. 72–82.
29. Tsao Y.-C., Lee P.-L. Employing revenue sharing strategies when confronted with uncertain and promotion-sensitive demand // *Computers and Industrial Engineering*. 2020. Vol. 139. P. 106200.
30. Kunter M. Coordination via cost and revenue sharing in manufacturer-retailer channels // *European Journal of Operational Research*. 2012. Vol. 216, № 2. Pp. 477–486.
31. Channel bargaining with retailer asymmetry / A. J. Dukes, E. Gal-Or, K. Srinivasan // *Journal of Marketing Research*. 2006. Vol. 43, № 1. Pp. 84–97.
32. Design of the reverse channel for remanufacturing: must profit-maximization harm the environment? / L. Wang, G. G. Cai, A. A. Tsay, A. J. Vakharia // *Production and Operations Management*. 2017. Vol. 26, № 8. Pp. 1585–1603.
33. Channel selection and contracting in the presence of a retail platform / Y. Shen, S. P. Willems, Y. Dai // *Production and Operations Management*. 2019. Vol. 28, № 5. Pp. 1173–1185.
34. Revenue sharing with multiple airlines and airports / A. Zhang, X. Fu, H. Yang // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2010. Vol. 44, № 8/9. Pp. 944–959.
35. Coordination and performance analysis for a three-echelon supply chain with a revenue sharing contract / Y. Hou, F. Wei, S. X. Li, Z. Huang, A. Ashley // *International Journal of Production Research*. 2017. Vol. 55, № 1. Pp. 202–227.

36. Coordination in competitive dual sales channels of the mobile phone industry / N. Wang, Z.-P. Fan, X. Zhao / N. Wang, Z.-P. Fan, X. Zhao // *International Transactions in Operational Research*. 2020. Vol. 27, № 2. Pp. 984–1012.
37. The shelf space and pricing strategies for a retailer- dominated supply chain with consignment based revenue sharing contracts / J. Zhao, Y.-W. Zhou, Z.-H. Cao, J. Min // *European Journal of Operational Research*. 2020. Vol. 280, № 3. Pp. 926–939.
38. De Giovanni P., Genc T. S. Coordination in closed-loop supply chain with price-dependent returns // *International Series in Operations Research and Management Science*. 2020. Vol. 280. Pp. 87–113.
39. Decision and coordination in a dual-channel three-layered green supply chain / Z. Song, S. He, B. An // *Symmetry*. 2018. Vol. 10, № 11. P. 549.
40. Geraskin M. Pricing analysis of interconnected markets of housing, mortgage lending and insurance, *Kybernetes*, 2020 (в печати).
41. Отчетность по МСФО. ГК ПИК. URL: <https://pik-group.ru/about/news-and-reports/reports/financial-results> (дата обращения: 19.01.2021).
42. Цены на недвижимость в России / Росриэлт. URL: <https://rosreal.ru/cena> (дата обращения: 19.01.2021).
43. Сбербанк, отчетность по МСФО. URL: <https://www.sberbank.com/ru/investor-relations/reports-and-publications/ifrs> (дата обращения: 19.01.2021).
44. Центральный банк, статистика. URL: <https://www.cbr.ru/statistics/table/?tableId=4-1> (дата обращения: 19.01.2021).
45. ОАО «Ресо-Гарантия», отчетность по МСФО. URL: <https://www.reso.ru/Shareholders/Finance/MSFO/> (дата обращения: 19.01.2021).
46. Рейтинговое агентство «РИА рейтинг». Рэнкинг страховых компаний по итогам 2014 года. URL: [http://riarating.ru/insurance\\_companies\\_rankings/20150319/610649976.html](http://riarating.ru/insurance_companies_rankings/20150319/610649976.html) (дата обращения: 23.01.2021).
47. Медиа-информационная группа «Страхование сегодня». Динамика рынка. URL: <http://www.insur-info.ru/statistics/> (дата обращения: 23.01.2021).
48. Walters A. A. Production and cost functions: and econometric survey // *Econometrica*. 1963. № 31 (1). Pp. 23–44.

## References

1. Park K. A. Temporary loan limits as a natural experiment in federal housing administration insurance, *Housing Policy Debate*, 2017, Vol. 27, No. 3, pp. 449–466.
2. Jones K. FHA-insured home loans: an overview, *The Housing Finance System in the United States*, 2013, pp. 44–58.
3. Calomiris C. W., Jaremski M. Deposit insurance: theories and facts, *Annual Review of Financial Economics*, 2016, Vol. 8, No. 1, pp. 97–120.
4. Carbaugh R. *Contemporary Economics: An Applications Approach*, Cengage Learning, 2006, p. 35.
5. Chatterjee S., Eyigungor B. A quantitative analysis of the U.S. housing and mortgage markets and the foreclosure crisis, *Review of Economic Dynamics*, 2015, Vol. 18, No. 2, pp. 165–184.
6. Borgersen T.-A. Housing appreciations and the (in)stable relation between housing and mortgage markets, *International Journal of Housing Policy*, 2016, Vol. 16, No. 1, pp. 91–110.
7. Nobili A., Zollino F. A structural model for the housing and credit market in Italy, *Journal of Housing Economics*, 2017, Vol. 36, pp. 73–87.
8. Reed R. R., LaRue A., Ume E. S. Mortgage recourse provisions and housing prices, *Regional Science and Urban Economics*, 2018, Vol. 73, pp. 99–111.
9. Park K. A. An event study in relative prices and choice of loan term, *Journal of Housing Economics*, 2019, Vol. 46, p. 101637.
10. Pass C. L., Lowes B., Davies L. *Collins Dictionary of Economics*, 2<sup>nd</sup> ed., Harpercollins Pub Ltd, 1991, 576 p.
11. Marshall A. *Principles of Economics*, Macmillan, London, 1890.
12. Chuang M.-C., Yang W.-R., Chen M.-C., Lin S.-K. Pricing mortgage insurance contracts under housing price cycles with jump risk: evidence from the U.K. housing market, *The European Journal of Finance*, 2018, Vol. 24, No. 11, pp. 909–943.
13. Bronfenbrenner M. Notes on the elasticity of derived demand, *Oxford Economic Papers*, 1961, Vol. 13, No. 3, pp. 254–261.
14. Tirole J. *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge, MIT Press, 1988, 496 p.
15. Bart N., Chernogog T., Avinadav T. Revenue sharing contracts in a supply chain: a literature review, *IFAC-PapersOnLine*, 2019, Vol. 52, Is. 13, pp. 1578–1583, available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319314065> (access date: 19.01.2021).

16. De Giovanni P., Roselli M. Overcoming the drawbacks of a revenue-sharing contract through a support program, *Annals of Operations Research*, 2012, Vol. 196, No. 1, pp. 201–222.
17. Dana J. D., Spier K. E. Revenue sharing and vertical control in the video rental industry, *The Journal of Industrial Economics*, 2001, Vol. 49, No. 3, pp. 223–245.
18. Cachon G. P., Lariviere M. A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: strengths and limitations, *Management Science*, 2005, Vol. 51, No. 1, pp. 30–44.
19. Jørgensen S., Sigué S. P., Zaccour G. Stackelberg leadership in a marketing channel, *International Game Theory Review*, 2001, Vol. 3, No. 1, pp. 13–26.
20. Bhatnagar R., Viswanathan S. Re-engineering global supply chains: alliances between manufacturing and global logistics service providers, *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 2000, Vol. 30, No. 1, pp. 13–34. DOI: 10.1108/09600030010307966
21. Levy D. Testing stigler’s interpretation of “the division of labour is limited by the extent of the markets”, *The Journal of Industrial Economics*, 1984, Vol. 32, No. 3, pp. 377–389.
22. Walras L. *Elements of Pure Economics*, W. Jaffe (ed.), London, Allen and Unwin, 1954.
23. Ashton J. K., Hudson R. S. The price, quality and distribution of mortgage payment protection insurance: a hedonic pricing approach, *The British Accounting Review*, 2017, Vol. 49, No. 2, pp. 242–255.
24. Park K. A. Choice, capital, and competition: private mortgage insurance application and availability, *Housing Policy Debate*, 2019, Vol. 30, No. 2.
25. Hsu J. W., Matsa D. A., Melzer B. T. Unemployment insurance as a housing market stabilizer, *American Economic Review*, 2018, Vol. 108, No. 1, pp. 49–81.
26. Ahn I. Profit transfer within a vertical relationship, *Journal of Economic Theory and Econometrics*, 2017, Vol. 28, No. 4, pp. 61–99.
27. De Giovanni P., Roselli M. Overcoming the drawbacks of a revenue-sharing contract through a support program, *Annals of Operations Research*, 2012, Vol. 196, No. 1, pp. 201–222.
28. Buratto A., Cesaretto R., De Giovanni P. Consignment contracts with cooperative programs and price discount mechanisms in a dynamic supply chain, *International Journal of Production Economics*, 2019, Vol. 218, pp. 72–82.
29. Tsao Y.-C., Lee P.-L. Employing revenue sharing strategies when confronted with uncertain and promotion-sensitive demand, *Computers and Industrial Engineering*, 2020, Vol. 139, p. 106200.
30. Kunter M. Coordination via cost and revenue sharing in manufacturer-retailer channels, *European Journal of Operational Research*, 2012, Vol. 216, No. 2, pp. 477–486.
31. Dukes A. J., Gal-Or E., Srinivasan K. Channel bargaining with retailer asymmetry, *Journal of Marketing Research*, 2006, Vol. 43, No. 1, pp. 84–97.
32. Wang L., Cai G. G., Tsay A. A., Vakharia A. J. Design of the reverse channel for remanufacturing: must profit-maximization harm the environment?, *Production and Operations Management*, 2017, Vol. 26, No. 8, pp. 1585–1603.
33. Shen Y., Willems S. P., Dai Y. Channel selection and contracting in the presence of a retail platform, *Production and Operations Management*, 2019, Vol. 28, No. 5, pp. 1173–1185.
34. Zhang A., Fu X., Yang H. Revenue sharing with multiple airlines and airports, *Transportation Research Part B: Methodological*, 2010, Vol. 44, No. 8/9, pp. 944–959.
35. Hou Y., Wei F., Li S. X., Huang Z., Ashley A. Coordination and performance analysis for a three-echelon supply chain with a revenue sharing contract, *International Journal of Production Research*, 2017, Vol. 55, No. 1, pp. 202–227.
36. Wang N., Fan Z.-P., Zhao X. Coordination in competitive dual sales channels of the mobile phone industry, *International Transactions in Operational Research*, 2020, Vol. 27, No. 2, pp. 984–1012.
37. Zhao J., Zhou Y.-W., Cao Z.-H., Min J. The shelf space and pricing strategies for a retailer-dominated supply chain with consignment based revenue sharing contracts, *European Journal of Operational Research*, 2020, Vol. 280, No. 3, pp. 926–939.
38. De Giovanni P., Genc T. S. Coordination in closed-loop supply chain with price-dependent returns, *International Series in Operations Research and Management Science*, 2020, Vol. 280, pp. 87–113.
39. Song Z., He S., An B. Decision and coordination in a dual-channel three-layered green supply chain, *Symmetry*, 2018, Vol. 10, No. 11, p. 549.
40. Geraskin M., Pricing analysis of interconnected markets of housing, mortgage lending and insurance, *Kybernetes*, 2020 (In print).
41. *Reports by MSFO. GK “PIK”*, available at: <https://pik-group.ru/about/news-and-reports/reports/financial-results> (access date: 19.01.2021).

42. Prices for real estate in Russia, *Rosrielt*, available at: <https://rosrealt.ru/cena> (access date: 19.01.2021) (in Russ.).
43. *Sberbank, reports by MSFO*, available at: <https://www.sberbank.com/ru/investor-relations/reports-and-publications/ifrs> (access date: 19.01.2021) (in Russ.).
44. *Central Bank, statistics*, available at: <https://www.cbr.ru/statistics/table/?tableId=4-1> (access date: 19.01.2021) (in Russ.).
45. “*Reso-Garantiya*” *Open Corporation, reports by MSFO*, available at: <https://www.reso.ru/Shareholders/Finance/MSFO/> (access date: 19.01.2021) (in Russ.).
46. *Ranking agency “RIA reyting”. Ranking of insurance companies as of 2014*, available at: [http://riarating.ru/insurance\\_companies\\_rankings/20150319/610649976.html](http://riarating.ru/insurance_companies_rankings/20150319/610649976.html) (access date: 23.01.2021) (in Russ.).
47. *Media-Information Group “Strakhovaniye segodnya”. Market dynamics*, available at: <http://www.insur-info.ru/statistics/> (access date: 23.01.2021) (in Russ.).
48. Walters A. A. Production and cost functions: and econometric survey, *Econometrica*, 1963, Vol. 31, No. 1. Pp. 23–44.

Дата поступления / Received 04.02.2021

Дата принятия в печать / Accepted 25.03.2021

Дата онлайн-размещения / Available online 25.06.2021

© Гераськин М. И., Иванова М. В., 2021

© Geras'kin M. I., Ivanova M. V., 2021

#### Вклад авторов

М. И. Гераськин является главным исследователем, проводившим исследование и координировавшим его, интерпретировавшим результаты.

М. В. Иванова проводила обзор литературы, подготовила рукопись, осуществляла расчеты модели и проводила статистический анализ, интерпретировала результаты.

#### Contribution of the authors

M. I. Geraskin is the leading researcher who carried out and coordinated the research and interpreted its results.

M. V. Ivanova carried out a literature review, prepared the manuscript, carried out the model calculations and statistical analysis, and interpreted its results.