



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *06 Octobre 2015* par :

Lucie BORDOIS

**Modélisation numérique de la marée interne :
contrôles hydrauliques et topographiques**

JURY

THÉO GERKEMA
ACHIM WIRTH
PASCAL LAZURE
PIETER VAN BEEK
FRANCK DUMAS
FRANCIS AUCLAIR
ALEXANDRE PACI

NIOZ
LEGI
IFREMER
LEGOS
SHOM
LA
CNRM-GAME

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Membre invité
Directeur de thèse
Co-Directeur de thèse

École doctorale et spécialité :

SDU2E : Océan, Atmosphère et Surfaces Continentales

Unité de Recherche :

Laboratoire d'Aérodynamique (UMR 5560)

Directeur(s) de Thèse :

Francis Auclair et Alexandre Paci

Rapporteurs :

Théo Gerkema et Achim Wirth



D'après Goscinny & Uderzo (1969) et Kuhlbrodt et al. (2007)¹

¹ http://www2.hawaii.edu/~decloedt/UH_October13th_2011.pdf

Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à mes encadrants de thèse, Francis Auclair et Alexandre Paci qui m'ont fait confiance tout au long de cette « aventure ». Merci Francis, pour ton implication, ta pédagogie et ta grande disponibilité au cours de mon long apprentissage des mystères des ondes solitaires et des secrets des schémas numériques. Merci Alexandre de me permettre de découvrir « cet autre monde de l'expérimentation », pour tes conseils avisés et nos riches échanges.

Je remercie également mes rapporteurs, Théo Gerkema et Achim Wirth, pour le temps consacré à la lecture de mon manuscrit et mes examinateurs Pascal Lazure et Franck Dumas pour leurs remarques enrichissantes et leur investissement. Un grand merci à Pieter Van-Beek qui a accepté de baptiser sa fonction de Président à coup d'ondes internes et qui m'a aussi donné l'occasion de m'« essayer à l'enseignement » à Banyuls ou à la halte santé (la compétition avec Matrix fut acharnée).

Un grand merci à Cyril et Thomas pour leur aide technique, informatique, mathématique, leurs cafés et à toute l'équipe de gestion du LA : Monique, Marisa, Laurent, Jérémy ... Merci également à Frédéric Marin et Alexandre Ganachaud qui m'ont permis de faire mes premiers pas dans le monde de l'océanographie physique ; à Ariane, Angélique et Rosemary pour les discussions scientifiques : ondes internes, cascade énergétique, campagne indomix, paramétrisations et mesures satellites !

Puis un Grand Merci à tout un tas d'autres personnes, en vrac :

A tous mes collègues au sens large (passé-présent, extra-intra, contractuels-cdéisé) dont la liste est beaucoup trop longue... pour avoir fait progresser considérablement mon niveau de volley, de salsa, de belote, mon taux glycémique (et même mon niveau de foot) ... D'avoir répondu à mes nombreuses questions et questionnement ... ou essayé du moins ! Un merci « spécial » à mon co-bureau, pour sa patience d'abord... puis pour les cours culturels sur l'Algérie, les débats, les calendriers de l'avent, les cours de tennis, les chants à deux voix ... Et au bureau D002, pour les cafés, les discussions turbulence, modélisation, plongées, ondes internes et les conseils avisés de technique de travail ...

A mes amis : à tous mes correcteurs orthographiques, grammaticaux, topographiques ... un grand GRAND merci! A ma coloc', pour tous ses petits plats, pour Raspoutine et pour son soutien quotidien! A tous les vagabonds aux quatre coins du monde, rencontrés jadis, sur un petit caillou qui m'ont donné le goût de l'océan. A mes colibris, pour les livraisons de survie, les encouragements journaliers, les thérapies à multiples formes J'attends encore les oies et les tasses en porcelaine ! A mes petites mamies du mercredi qui m'ont abreuvé et engraisé quand il

le fallait! A bien d'autres encore : AOCiens, Toulousains, Muretais, Grenoblois, Expatriés, Nordistes, Pacifistes, Mustélidés ...

Et à ma petite famille bien sûr : à mes parents, ma petite mamie, ma sœur, à Flo d'avoir guidé mes pas ...

Table des matières

QUELQUES DEFINITIONS ...	1
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	3
1. De la circulation océanique globale au mélange turbulent	3
1.1. Circulation méridienne de renversement (MOC)	3
1.2. Le mélange turbulent dans l'océan	4
1.3. Bilan énergétique de l'océan	7
2. La marée interne : un puits d'énergie	10
2.1. Etude de la marée interne dans l'océan : les différentes approches	10
2.2. Paramétrisations de la marée interne	14
2.3. Les limites actuelles de la paramétrisation	16
3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement	18
3.2. Interactions ondes-ondes	20
3.3. Interactions entre onde incidente et topographie	21
3.4. Interactions onde-courant	25
3.5. Impact sur l'environnement océanique	30
4. Approche méthodologique	33
4.1. Une étude multi-outils et multi-échelles des ondes de marée interne	33
4.2. Plan du manuscrit	34
CHAPITRE 2 : MODELES POUR L'ETUDE DE LA GENERATION DE LA MAREE INTERNE	37
1. Modèles analytiques	37
1.1. Modèle de Boussinesq	38
1.2. Ondes internes se propageant dans un fluide linéairement stratifié : $N(z) = N_0$	41
1.3. Ondes internes se propageant dans un fluide à stratification non-linéaire : $N(z)$ variable	48
1.4. Limitations	61
2. Synergie entre simulation numérique et simulation physique	62
2.1. Les objectifs de cette double approche	63
2.2. Les résultats des études précédentes	64
2.3. Notre étude	66
3. Le modèle numérique d'océanographie côtière SNH	66
3.1. Formulation générale et conditions aux limites	66
3.2. Modélisation non-hydrostatique	71

3.3.	Discrétisation numérique	73
3.4.	Configurations	74
3.5.	Diagnostics	78
4.	Principe de similitude : du laboratoire à l'échelle océanique.....	80
4.1.	Exemple d'un principe de similitude : le détroit de Luçon.....	80
4.2.	Des paramètres sans dimensions clés pour la dynamique des ondes internes en conditions supercritiques.....	82
4.3.	Notre principe de similitude.....	84
5.	Conclusion.....	86
6.	Annexes.....	86
6.1.	Annexe 1 : Génération de la marée interne dans un milieu stratifié linéairement	86
6.2.	Annexe 2 : Génération de la marée interne dans le cas d'une stratification variable	88
 CHAPITRE 3 : REGIMES D'ONDES INTERNES EN REGIONS « SUPERCRITIQUES ».....		93
1.	Résumé de l'article : « Topographic and hydraulic control on internal-tide generation. Part 1 : Vertical mode selectivity & soliton formation. »	94
2.	Introduction	96
3.	Numerical configuration	98
3.1.	General features of numerical model	98
3.2.	Configuration.....	99
3.3.	Analytical tools.....	102
4.	Control by topography in linear regimes	104
4.1.	Subcritical topography	105
4.2.	Supercritical topography.....	110
4.3.	Topographic control on vertical mode generation	114
5.	Supercritical and nonlinear flow.....	117
5.1.	A mode 2 hydraulic control	118
5.2.	A mode 1 hydraulic control with breaking and instabilities.....	122
5.3.	A mode 1 hydraulic control without ISWs formation	124
5.4.	A mode 1 hydraulic control with quasi-steady lee waves.....	126
6.	Impact on local circulation : downstream jet formation	128
6.1.	Lee-side vortexes formation and downstream jet separation.....	129
6.2.	Downslope jet	131
7.	Discussions-conclusions.....	132

8. Appendix	134
Appendix 1 : Modal decomposition.....	134
Appendix 2 : Singular value decomposition (SVD).....	134
Appendix 3: Orthogonal projection	135
9. References	135
10. Compléments	138
CHAPITRE 4 : VERS LES ECHELLES OCEANIQUES	141
1. Résumé de l'article: “Topographic and hydraulic control on internal-tide generation. Part 2 : Towards ocean scales.”	141
2. Introduction	144
3. From quasi-DNS to Large scale strait simulations	146
3.1. General features of numerical model	146
3.2. Strait academic configurations.....	147
3.3. Ocean scales similitude principle	147
4. Georges bank	154
5. Gibraltar strait	157
5.1. Numerical Configuration	158
5.2. Comparison with Gibraltar Experiment data	161
5.3. Internal waves dynamics.....	161
6. Over simplified configurations of Gibraltar strait	166
6.1. Simplified topography	166
6.2. Simplified stratification	168
7. Discussions-conclusions	172
8. References	175
CONCLUSION	177
1. Bilan	177
1.1. Un contrôle topographique sur la génération des modes verticaux.....	177
1.2. Différents régimes en régions supercritiques	177
1.3. Des facteurs environnementaux plus complexes	180
2. Perspectives	181
2.1. Exploration de l’impact d’autres facteurs environnementaux.....	181
2.2. Vers une modélisation encore plus réaliste du détroit de Gibraltar	182

Table des matières

2.3. Evaluation et description du mélange.....	183
2.4. Vers la sub-mésoéchelle.....	186
BIBLIOGRAPHIE	187

Quelques définitions ...

Mot	Définition
Cascade d'énergie	Processus par lesquels l'énergie des grandes échelles de l'océan est majoritairement transférée vers les petites échelles de l'océan allant jusqu'aux échelles de la dissipation moléculaire.
Mélange turbulent	Dispersion des particules d'un fluide par effet d'étirement et homogénéisation des propriétés du fluide par diffusion moléculaire.
Modes verticaux	Forme mathématique sous laquelle se propagent les ondes de marée internes dans une couche océanique de dimension verticale finie. Chaque mode vertical a sa propre longueur d'onde et vitesse de propagation. Ils oscillent tous à la fréquence de la marée.
Modes bas	Modes verticaux les plus rapides et ayant les plus grandes longueurs d'ondes. Ils correspondent aux numéros des modes verticaux les plus bas. Ce sont également les modes les plus énergétiques et les plus stables.
Modes hauts	Modes verticaux les plus lents et ayant de plus petites longueurs d'ondes. Ils correspondent aux numéros des modes verticaux les plus hauts.
Onde solitaire ou soliton	Onde qui se propage sans se déformer et qui résulte d'un équilibre entre les effets de la non-linéarité et de la dispersion.
Topographie supercritique	Topographie dont l'angle de la pente (γ) est supérieur à l'angle du rayon d'onde interne (θ).
Courant supercritique	Courant de marée barotrope dont la vitesse U est supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes c
Nombre de Froude	Rapport entre la vitesse du courant (U) et la vitesse de propagation d'une onde (c).
Ressaut hydraulique	Brusque élévation du niveau de l'eau lors du passage d'un écoulement supercritique à un écoulement sous-critique associé à un changement de relief.
Région « supercritique »	Région de l'océan où les ondes internes sont générées par un courant de marée supercritique au dessus d'une topographie supercritique.

Tableau 1 : Définitions de quelques mots clés.

Chapitre 1 : Introduction

La circulation océanique globale joue un rôle primordial dans le climat de notre planète. Elle transporte de vastes quantités de chaleur de l'équateur aux pôles et contribue également au transport de sel, de carbone, d'espèces biologiques et de matières dissoutes. La compréhension des échanges d'énergies complexes à l'intérieur de ce système océanique et avec l'atmosphère est fondamentale pour mieux comprendre l'évolution du climat. La principale source d'énergie de ce système thermodynamique océan-atmosphère est le rayonnement solaire. Il fournit une quantité d'énergie à la surface de la terre d'en moyenne 344 W/m^2 (Gill, 1982), dont une bonne partie est redistribuée dans l'océan et dans l'atmosphère. Le rayonnement solaire est donc la principale source chaude de l'océan. Cependant celui-ci ne pénètre que sur une épaisseur superficielle. L'océan abyssal est pourtant souvent caractérisé par une stratification en température et en salinité. Quels sont alors les processus responsables de cette stratification océanique profonde ?

1. De la circulation océanique globale au mélange turbulent

1.1. Circulation méridienne de renversement (MOC)

Un des moteurs de la circulation océanique globale est la convection profonde des eaux denses aux hautes latitudes. En effet, aux hautes latitudes, les transferts de chaleur de l'océan vers l'atmosphère engendrent des eaux très froides, devenant suffisamment denses pour être instables sur la verticale. Ces eaux plongent alors vers le fond de l'océan. La circulation résultante de cette convection profonde est nommée circulation méridienne de renversement (MOC, pour Meridional Overturning Circulation en anglais). Elle est caractérisée par un système de courants de surface induits par le vent et de courants profonds incluant différents bassins océaniques. Elle connecte ainsi l'océan de surface et de ce fait l'atmosphère aux larges réservoirs des eaux profondes, ce qui rend sa compréhension d'autant plus nécessaire pour l'étude du climat. Elle est associée à des temps de résidence de l'ordre du millier d'années et à des transferts énergétiques entre les basses et les hautes latitudes d'environ 2000 TW.

En l'absence d'autres processus physiques, la production locale d'eaux denses aux hautes latitudes devrait remplir petit à petit l'océan abyssal en formant une couche profonde dense, homogène et quasi immobile, surmontée par une couche d'eau plus légère, chauffée en surface (Figure 1.1-a). Pourtant, aux basses latitudes, une remontée des eaux profondes a lieu, bouclant la circulation méridienne de renversement. D'autres processus doivent donc transformer cette couche de fluide dense en eaux plus légères des couches sus-jacentes, maintenant ainsi la stratification abyssale des océans. Les mécanismes à l'origine de ce processus et du maintien de la MOC ont été et sont toujours le sujet de nombreux débats scientifiques (Vallis, 2015).

La MOC est en fait reliée à une multitude de processus turbulents de petite échelle impliquant des transferts énergétiques bien plus petits que l'énergie transportée par cette circulation. Le mélange turbulent (Tableau 1), induit par ces mécanismes, fournit l'énergie mécanique nécessaire pour maintenir la stratification abyssale des océans (Figure 1.1-b).

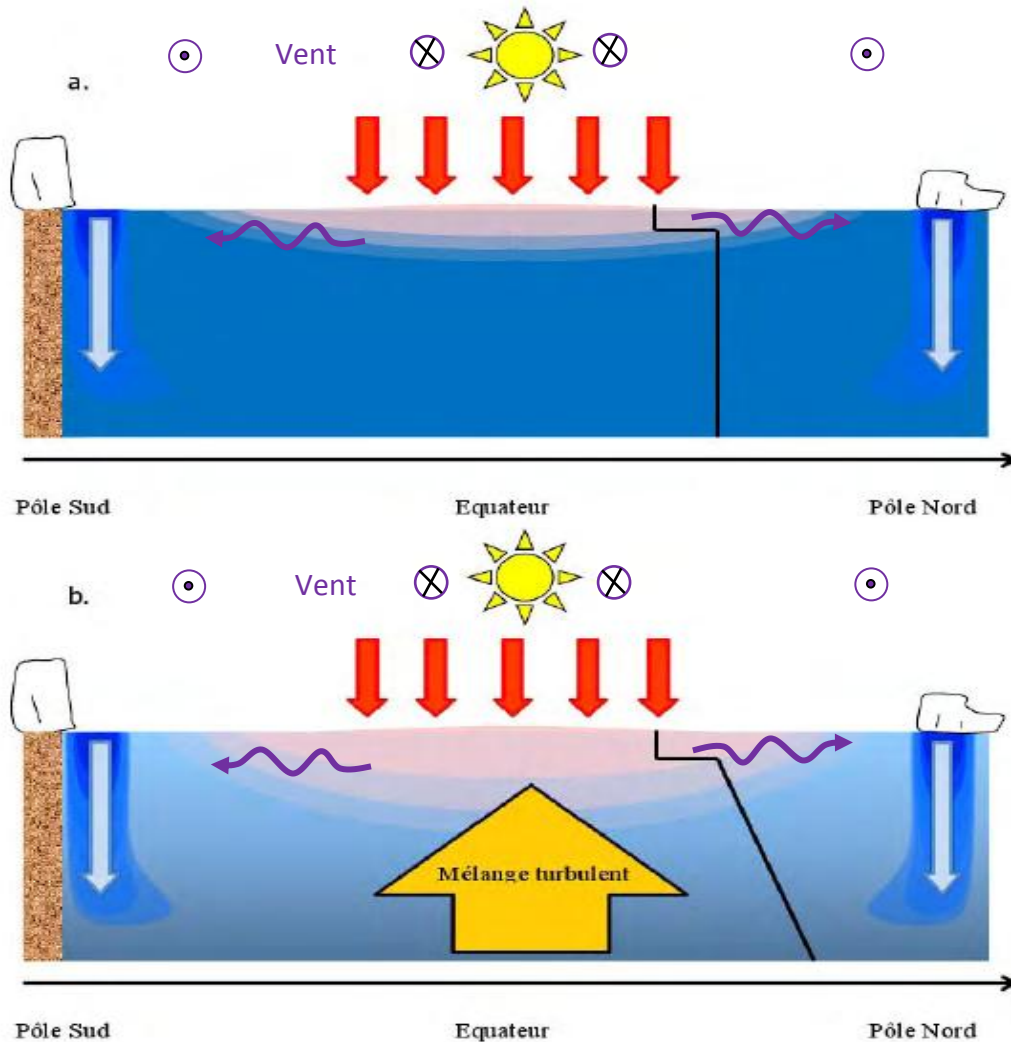


Figure 1.1 : a- Coupe schématisée de la MOC, dans un cas sans mélange. L'absence de mélange diapycnal ne permet pas la remontée des eaux profondes à l'équateur, engendrant un océan abyssal très peu stratifié, surmonté d'une fine couche d'eau plus légère en surface, réchauffée par le rayonnement solaire. b- Coupe schématisée de la MOC, en considérant un mélange efficace au sein du fluide. Les transferts thermiques vers l'océan profond sont assez efficaces pour stratifier l'océan profond, et permettent une circulation générale. (Tiré des cours de S. Coquillat et F. Auclair.)

1.2. Le mélange turbulent dans l'océan

L'océan, de par son caractère turbulent (Thorpe, 2007), est soumis à une dynamique variant sur de très larges gammes spatiales et temporelles (Figure 1.2). L'un des aspects fascinant de la physique de l'océan est la capacité de ces différents processus à interagir entre eux et ce par l'intermédiaire de cascades énergétiques directes et inverses (Tableau 1). Ainsi, des processus de petites échelles ont une influence sur les caractéristiques des processus de très larges échelles. Par exemple, c'est par ce

1. De la circulation océanique globale au mélange turbulent

mécanisme de cascade que l'énergie des cyclones et des grands tourbillons océaniques est finalement dissipée par la viscosité moléculaire. Cette cascade énergétique fait donc le lien entre les écoulements des fluides géophysiques à l'échelle synoptique (de l'ordre du millier voir de plusieurs milliers de kilomètres) et les fines structures de la dissipation moléculaire (de l'ordre cette fois du millimètre voir de quelques millimètres).

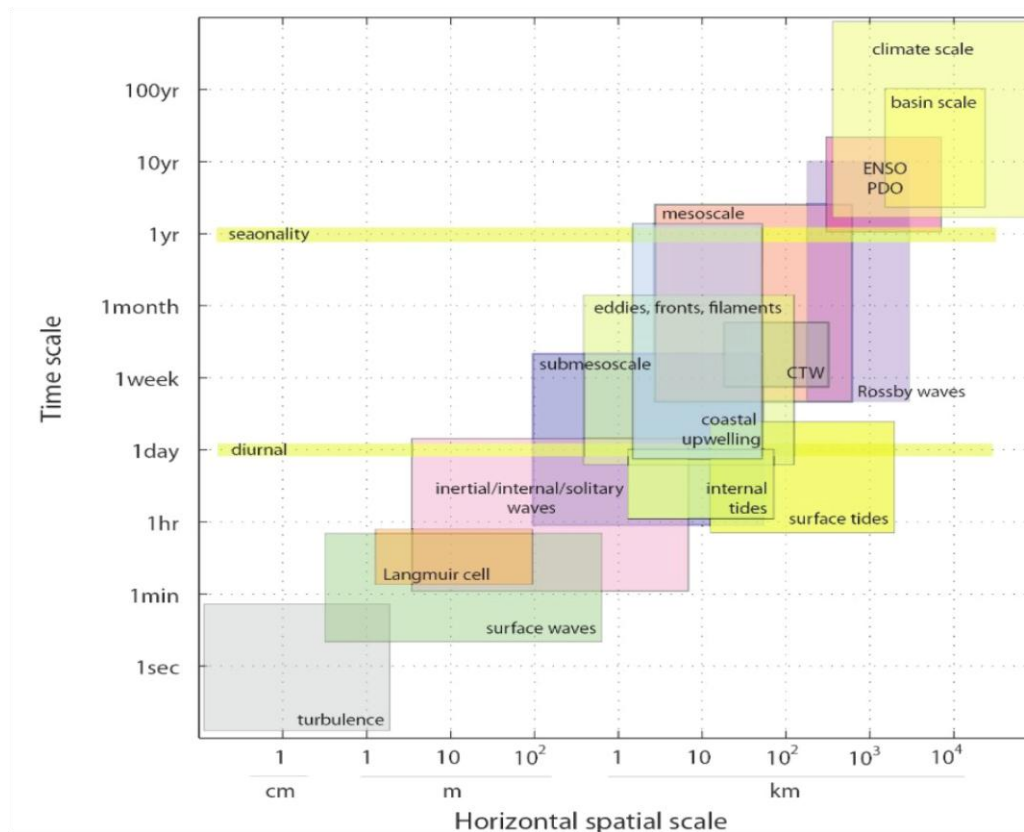


Figure 1.2 : Echelles temporelles et spatiales des processus turbulents dans l'océan. (D'après Chelton¹)

Le mélange turbulent comprend deux mécanismes distincts (Eckart, 1948). Le premier prend en compte les effets d'étirements qui tendent à redistribuer les propriétés du fluide en particulier sur l'horizontal sous forme de filaments. On a donc une dispersion des particules par des effets d'étirements (brassage, ou « stirring » en anglais) qui augmente localement l'intensité des gradients. Le deuxième mécanisme est associé à la diffusion moléculaire qui entraîne un transfert des propriétés du fluide que ce soit sur l'horizontale ou la verticale. Cette diffusion tend à homogénéiser les propriétés du fluide (homogénéisation, ou « mixing » en anglais). Le mélange est ainsi caractérisé par un effet combiné de la dispersion du fluide sous des effets d'étirements (ou d'advection) et de son homogénéisation due à la diffusion moléculaire. Ce processus de mélange turbulent est irréversible d'un point de vue thermodynamique.

Le terme de mélange turbulent désignera, ici, à la fois les effets d'étirements et la destruction par diffusion moléculaire des gradients de masse volumique générés par la turbulence. Ce mélange,

¹ http://osewiki.kaist.ac.kr/images/7/72/KAIST_CARRER_PLAN_SEMINAR_2012_SYK.pdf

dans l'océan, a lieu à des échelles de l'ordre du millimètre au mètre (Figure 1.2). Le mélange diapycnal correspond au mélange turbulent perpendiculaire aux surfaces isopycnales. Les effets de la viscosité cinématique seront désignés par un autre terme de dissipation d'énergie cinétique.

1.2.1. Une approche unidimensionnelle de l'équilibre advection-diffusion : une distribution spatialement uniforme du mélange vertical

Pour expliquer la remontée équatoriale des eaux profondes, Munk (1966) propose une approche unidimensionnelle, sur tout l'océan abyssal, reposant sur une équation d'équilibre entre les effets advectifs (« upwelling » des eaux équatoriales) et diffusifs (mélange turbulent). L'approche de Munk repose sur l'hypothèse d'un upwelling constant, spatialement uniforme sur l'océan profond. A partir de profils de masse volumique et de mesures de radiocarbonate dans l'océan Pacifique central, il a pu calculer les premières estimations cohérentes de la vitesse verticale moyenne ($w \approx 0,7 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$), correspondant au taux effectif de formation d'eaux profondes (environ 25 Sv). Dans les modèles océaniques, les processus de mélange turbulent sont paramétrés par un coefficient K_z , associé à la diffusion turbulente verticale. Ce coefficient, dans une approche unidimensionnelle, représente la dispersion des particules due à l'advection verticale turbulente w' (effet d'étirement), et à la diffusion moléculaire qui s'en suit (effet d'homogénéisation). L'upwelling constant des eaux équatoriales serait ainsi contrôlé par un mélange turbulent correspondant en moyenne sur tout le globe à une diffusivité verticale homogène de l'ordre de $K_z \approx 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Cette valeur est nettement supérieure aux coefficients de diffusion moléculaire de la température et de la salinité ($K_T = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, $K_S = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$). Ainsi, cette approche a permis de mettre en évidence le rôle joué par le mélange turbulent dans le maintien de la MOC.

1.2.2. Les premières mesures du mélange turbulent : un mélange océanique vertical très hétérogène

Les premières mesures océanographiques aux échelles du mélange turbulent ont permis de calculer un coefficient de diffusion turbulente pélagique $K_{pel} \approx 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ (Osborn and Cox, 1972), soit un ordre de grandeur inférieur à la valeur moyenne estimée par Munk (1.2.1) pour maintenir la MOC. Des mesures plus récentes confirmant ce résultat (Ledwell et al., 1993) ont conduit à une remise en question de l'idée d'une diffusion turbulente homogène. A la suite de ces travaux, des mesures de diffusion turbulente réalisées par Polzin et al. (1997) ont permis de localiser des zones de mélange local intense, au-dessus des topographies abruptes du bassin du Brésil, dans l'Atlantique Sud, avec des coefficients de diffusion turbulente excédant $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ (Figure 1.3). Les coefficients au-dessus des plaines abyssales plus lisses restent relativement proches du coefficient pélagique K_{pel} . Le mélange turbulent mesuré dans l'océan est ainsi distribué de façon très hétérogène. Les zones de topographies abruptes favorisent donc un mélange local intense. Les événements de turbulence, induits par le relief océanique, seraient ainsi susceptibles de fournir une partie de l'énergie nécessaire pour maintenir la stratification de l'océan à l'échelle globale. La topographie apparaît alors comme un facteur clé du mélange océanique. La quantification

énergétique des divers processus turbulents dans l'océan abyssal devient nécessaire pour identifier les acteurs principaux du maintien de la MOC.

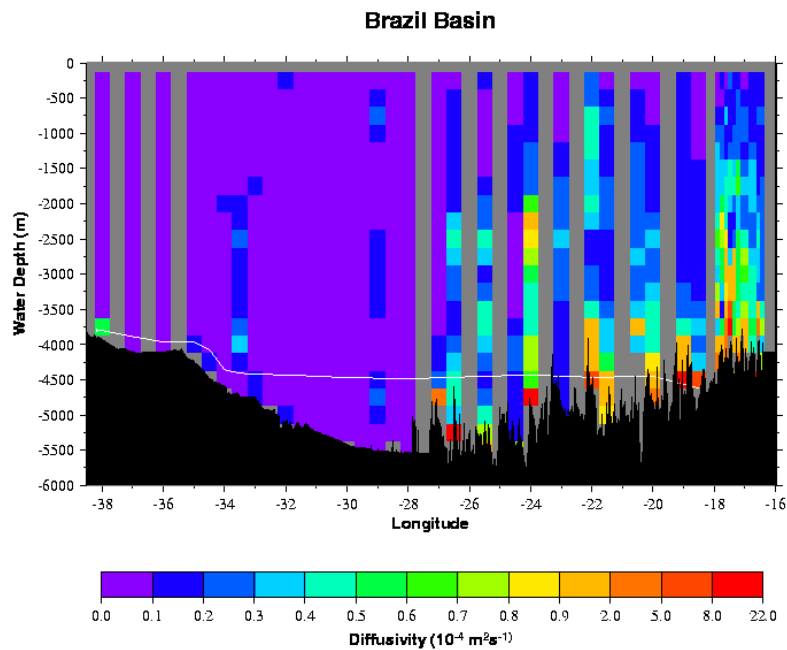


Figure 1.3 : Variations du coefficient de diffusion turbulente pour la température K_T dans une section Est-Ouest du bassin du Brésil. (Tiré de Polzin et al., 1997)

1.3. Bilan énergétique de l'océan

L'énergie nécessaire pour maintenir la stratification abyssale des océans est aujourd'hui estimée à 2 TW (Munk and Wunsch, 1998). Cette énergie mécanique peut emprunter une multitude de voies lors de la cascade turbulente des larges échelles vers les échelles du mélange. Un bilan énergétique est alors nécessaire pour identifier les acteurs principaux de ce mélange turbulent dans l'océan abyssal. L'estimation des puits et des sources d'énergie dans l'océan reste cependant très difficile et incertaine. Le forçage par le vent et les marées océaniques lunaires et solaires sont les principales sources d'énergie de l'océan.

1.3.1. La contribution du vent

La contribution du vent au mélange océanique a été l'objet de multiples études, dont les résultats sont schématisés sur la Figure 1.4.

La tension de vent à la surface de l'océan convertit une partie de l'énergie cinétique atmosphérique en énergie cinétique et potentielle océanique par le forçage de courants géostrophiques. Ce processus est dominant dans l'océan Austral. Wunsch (1998) estime cet apport énergétique pour l'océan à environ 1 TW. Cette énergie est convertie en intenses tourbillons géostrophiques (« geostrophic eddies ») par des instabilités baroclines. Ces tourbillons perdent ensuite leur énergie via deux principaux mécanismes : par friction dans les couches limites de fond

(« Bottom boundary layer turbulence ») ou par la génération d'ondes internes de sillage sur la topographie (« internal lee waves »). Sen et al. (2008) estiment que 0.2 à 0.8 TW de l'énergie du vent est dissipé dans la couche limite de fond. La fraction de l'énergie du vent convertit en ondes internes de sillage est estimée par Nikurashin and Ferrari (2011) à 0.2 TW. Cependant la contribution de ces ondes de sillage a été récemment revue à la hausse (MacKinnon, 2013). Nikurashin (2013) estime que le mélange turbulent associé au déferlement de ces ondes de sillage, intégré globalement, contribuerait en fait pour un tiers au mélange requis pour la transformation des eaux profondes. Néanmoins, cette estimation reste sujette à de nombreuses incertitudes.

Le vent est également à l'origine d'ondes internes non associées aux tourbillons géostrophiques. Le forçage par le vent provoque la génération d'ondes internes inertielles (« inertial waves »). Ces ondes se propagent vers l'océan intérieur, et l'interaction onde-onde, par exemple, provoque un transfert d'énergie efficace vers les échelles du mélange. Alford (2003) estime que 0.5 TW serait ainsi disponible pour le mélange via les ondes inertielles.

Le forçage par le vent représenterait donc une des sources majeures du mélange dans l'océan abyssal. Cependant, d'autre processus de conversion énergétique ont lieu pour atteindre les 2 TW associés à la transformation des eaux profondes.

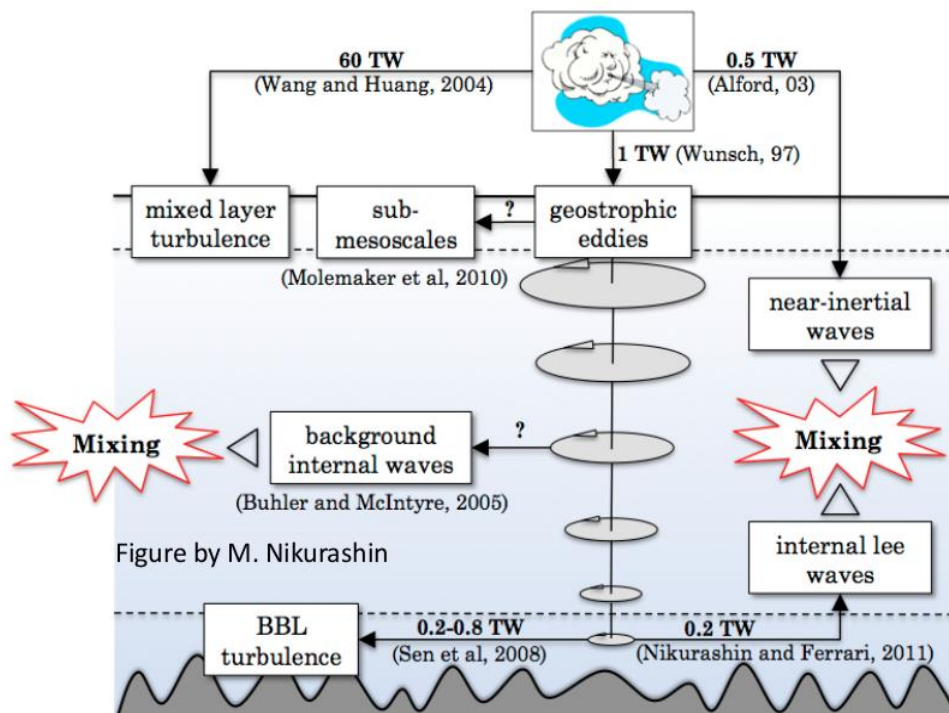


Figure 1.4 : Schéma des transferts énergétiques du forçage du vent aux échelles du mélange dans les eaux abyssales. (D'après M. Nikurashin²)

1.3.2. La contribution des marées

² http://www2.hawaii.edu/~decloedt/UH_October13th_2011.pdf

1. De la circulation océanique globale au mélange turbulent

Un schéma des transferts énergétiques océaniques des marées aux échelles du mélange est présenté sur la Figure 1.5. Environ 3.7 TW de l'énergie marémotrice du système Terre-Lune-Soleil sont dissipés dans l'océan, dont environ 3.2 TW sont associés à la marée lunaire et semi-diurne de surface (M_2) et environ 0.5 TW est dû à la marée semi-diurne solaire (Egbert and Ray, 2001). Approximativement 2.5 TW de l'énergie luni-solaire sont dissipés par friction dans les eaux peu profondes (« Bottom Friction Shallow seas ») et ne contribuent pas significativement au mélange dans l'océan profond.

Cependant, l'interaction de la marée barotrope avec des topographies abruptes génère au-dessus de celles-ci des ondes de marée interne (« internal tides ») qui se propagent dans les zones stratifiées de l'océan (Baines, 1998). La marée interne dans l'océan profond joue à son tour un rôle dans la cascade énergétique vers les échelles du mélange. Elle augmente le mélange diffusif irréversible dans sa zone de génération ainsi que dans l'océan profond, de façon directe par l'augmentation du cisaillement de vitesse et des gradients de traceurs, et de façon indirecte via le déferlement des ondes à plus petite échelle. Avec l'avènement des mesures satellitaires, Egbert and Ray (2001) estiment grâce aux données fournies par le satellite TOPEX/POSEIDON, qu'environ 0.9 TW serait disponible pour la conversion marée barotrope-marée interne, et à terme pour le mélange océanique. Des études numériques plus récentes (Jayne and St. Laurent, 2001), ont abouti à des estimations similaires de 1 TW. La marée interne jouerait ainsi un rôle fondamental dans la circulation méridienne (Munk and Wunsch, 1998; Wunsch and Ferrari, 2004). On estime qu'elle contribuerait pour environ la moitié de l'énergie nécessaire au maintien de la stratification globale (2TW).

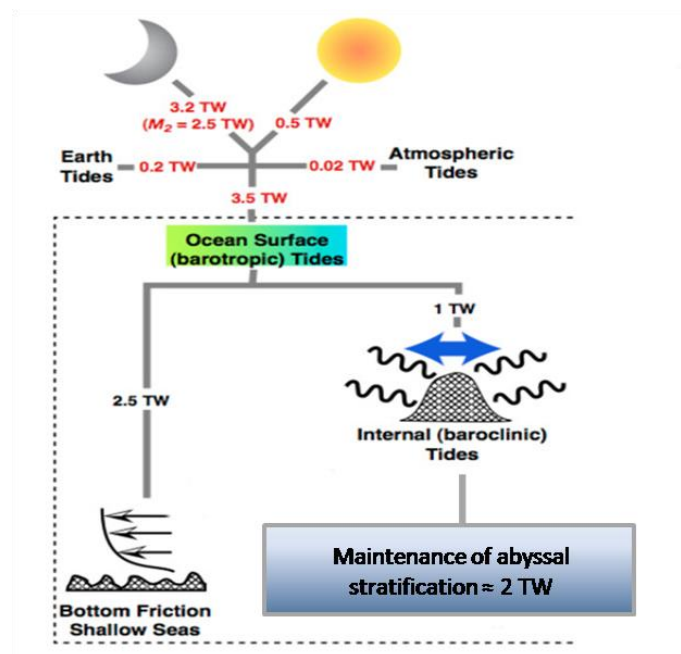


Figure 1.5 : Schéma des transferts énergétiques de la marée aux échelles du mélange dans les eaux abyssales. (D'après G. Carter³)

³ http://www2.hawaii.edu/~decloedt/UH_October13th_2011.pdf

1.3.3. De nombreuses incertitudes demeurent...

Un nombre important de questions restent ouvertes, comme celle de l'incertitude de l'estimation des 2 TW d'énergie nécessaire pour le mélange abyssal (Webb and Sugimoto, 2001), une incertitude qui s'applique à la plupart des sources et puits d'énergie dans l'océan global, sauf à la dissipation de l'énergie de la marée luni-solaire (Ferrari and Wunsch, 2009). Le mécanisme exact des transferts d'énergie vers les petites échelles demeure également une question à étudier, notamment concernant le rôle de l'énergie interne (Tailleux, 2009; expliqué en détails dans Dossmann, 2012). Ces incertitudes importantes soulignent le besoin de poursuivre l'effort dans la description des processus associés au mélange turbulent dans l'océan abyssal. La marée interne jouant un rôle majeur dans les processus de restratification de l'océan, elle est l'objet de cette thèse.

2. La marée interne : un puits d'énergie

2.1. Etude de la marée interne dans l'océan : les différentes approches

Les ondes de marée interne sont générées lorsque la marée barotrope pousse des eaux stratifiées en masse volumique sur un obstacle topographique, créant alors des gradients de masse volumique qui créent des ondes. Ces ondes internes se traduisent par une oscillation des masses d'eaux à la période de la marée. L'énergie de ces marées internes se concentre sous la forme de rayons (formant un angle caractéristique par rapport à l'horizontale), et se propage à partir du sommet de la topographie. Dans un océan de dimension verticale finie, ces ondes se propagent sous la forme de modes verticaux (Tableau 1). Les modes verticaux les plus bas ont les plus grandes longueurs d'ondes et se propagent le plus rapidement. On séparera ces modes verticaux en deux catégories : le terme mode bas (Tableau 1) désignera les modes émis les plus rapides, le terme mode haut (Tableau 1) désignera les modes émis les plus lents ayant de plus petites longueurs d'ondes. La conversion entre marée externe et interne dépend donc de caractéristiques océaniques présentant une forte variabilité spatio-temporelle. D'une part la topographie a un rôle important dans cette conversion et d'autre part, la stratification de l'océan, qui varie spatialement et temporellement, joue également un rôle dans la dynamique de la marée interne. L'étude d'une telle étendue de spectres spatiaux et temporels est un grand défi pour la communauté océanographique. Comment fournir une description quantitative et globale de la contribution de la marée interne au mélange, compte tenu des vastes gammes d'échelles spatio-temporelles et des différentes formes d'énergie mise en jeu ? Englobant approximativement neuf ordres de grandeur, de la dynamique des bassins océaniques jusqu'au mélange millimétrique, l'observation directe et la modélisation analytique ou numérique de l'ensemble de la cascade énergétique à l'origine de ces transferts demeurent hors de portée. Différentes approches complémentaires sont donc utilisées pour la description et la quantification de ces processus.

2.1.1. Observations in situ

Les sondes CTD (Conductivity Temperature Depth) sont les premiers instruments de mesures à avoir permis l'observation des ondes de marée interne, en fournissant des mesures dynamiques de salinité et de température. De nombreuses mesures ont été effectuées et ont corroboré le rôle des topographies et du forçage de la marée dans la génération de la marée interne. Les mesures CTD ont permis, notamment, les premières visualisations de la propagation d'onde de marée interne sous la forme de rayon dans l'océan abyssal (Pingree and New, 1989), mettant en évidence la capacité de la marée interne à se propager loin de sa zone de génération. Les profileurs acoustiques de courant à effet Doppler (ADCP) ont ensuite permis d'accéder à une vision bidimensionnelle des champs de vitesse et de masse volumique dans un plan vertical. Les mesures à fine-échelle ne permettent cependant pas une mesure directe du mélange turbulent, nécessitant d'établir des paramétrisations à fine-échelle du taux de dissipation de l'énergie cinétique (Figure 1.6). En revanche, les mesures de microstructures plus récentes permettent une quantification plus directe du mélange des masses d'eau.

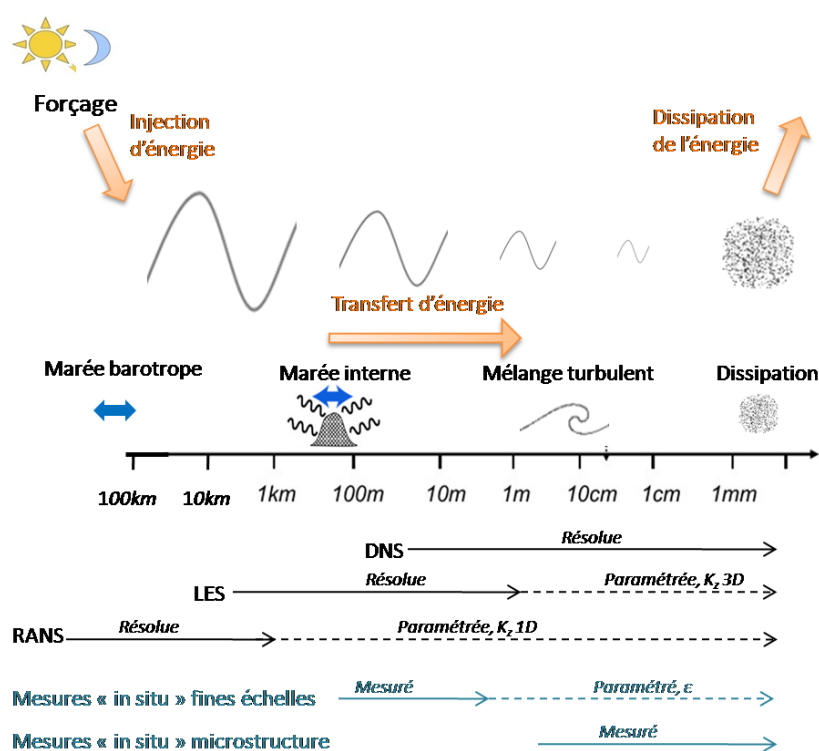


Figure 1.6: Représentation schématique de la cascade énergétique de la marée interne. Hiérarchisation des différents types de modèles numériques (en noir) et de mesures (en bleu).

2.1.2. Images satellites

L'imagerie satellite permet de mettre en évidence de nombreuses traces d'ondes internes. La Figure 1.7 montre un exemple d'ondes internes générées au niveau du détroit de Gibraltar. Les mesures satellites ont notamment permis d'effectuer une cartographie des zones de génération d'ondes internes dans l'océan et de mesurer leur contribution énergétique (Figure 1.8). A partir des

données satellitaires fournies par le satellite TOPEX/POSEIDON, Egbert and Ray (2001) ont quantifié de façon empirique la distribution spatiale de la dissipation de l'énergie des marées. Le taux de dissipation est estimé à partir de l'équilibre entre le travail des forces de marée et la divergence des flux énergétique. Ils estiment par exemple une conversion barocline de 20 GW par la dorsale hawaïenne. Cependant, ils estiment qu'au moins 75% de cette énergie sont radiés dans le champ lointain. L'estimation du mélange induit par la marée interne doit donc tenir compte de la dissipation locale au-dessus de la zone de génération, mais aussi du mélange délocalisé, après propagation par les modes bas de la marée interne. La carte représentée Figure 1.8 montre clairement le rôle des marges continentales et des dorsales dans la génération de la marée interne. Cependant, l'altimétrie satellitaire ne couvre que les mouvements de surface et de relativement grande échelle. Par exemple, les mouvements internes de faible extension caractérisant les modes internes de plus petite échelle ne sont actuellement pas visibles par imagerie satellite (Niwa and Hibiya, 2001).

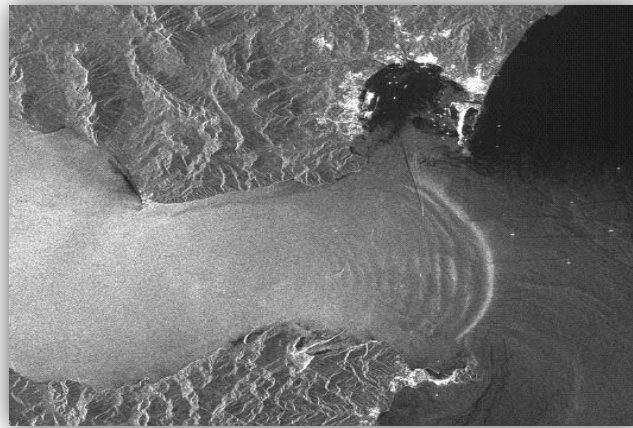


Figure 1.7 : Trace d'un paquet d'ondes internes générées par la marée au-dessus du détroit de Gibraltar, se propageant vers le bassin méditerranéen (source : RADARSAT image, Space Department, DERA, UK).

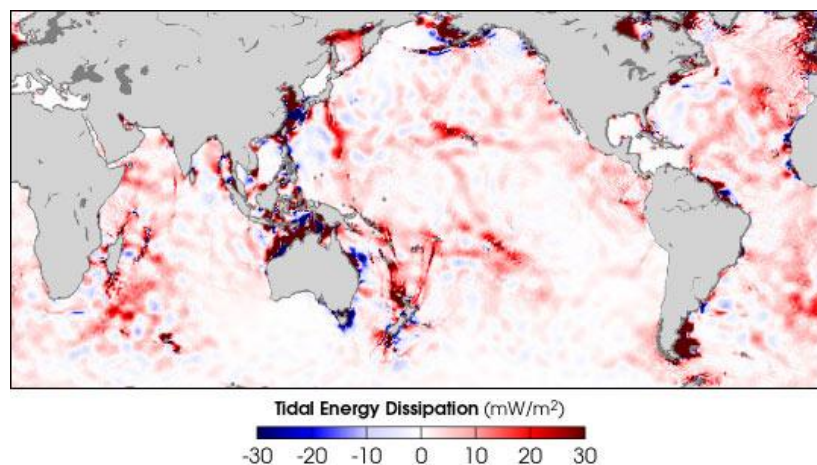


Figure 1.8 : Estimation de la conversion énergétique entre la marée barotrope M2 et la marée interne à partir des données satellitaires fournies par le satellite TOPEX/POSEIDON. (Tiré de Egbert and Ray, 2001).

2.1.3. Expérimentation physique

L'expérimentation physique permet de dégager les caractéristiques générales des processus de marée interne que les mesures in situ ne peuvent pas forcément mettre en évidence. En effet, dans l'océan, les zones de génération de la marée interne sont souvent complexes et résultent de l'interaction de multiples processus. L'étude de configurations idéalisées, réalisées en laboratoire, permet de disséquer les différents processus en jeu. De plus, certaines techniques difficilement applicables dans l'océan, comme les mesures par stéréo-corrélation d'images, permettent d'accéder à des informations complémentaires. Cette technique permet notamment de visualiser toute la structure du champ de marée interne et donc d'étudier les aspects 3D de ces processus (Figure 1.9).

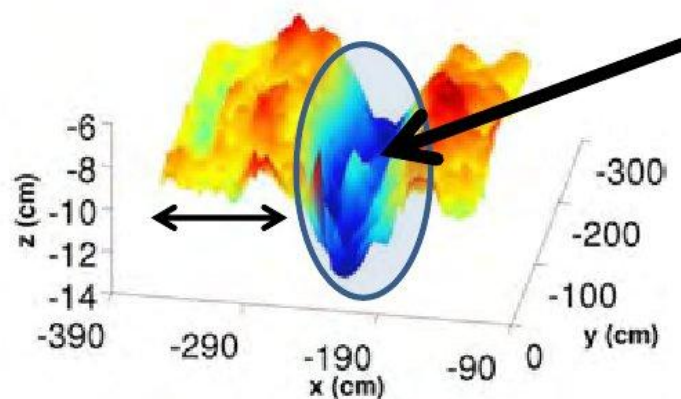


Figure 1.9 : Champ 3D obtenu par stéréo-corrélation d'images du déplacement interfaciale induit par la propagation d'une onde solitaire (Tableau 1). L'onde solitaire interfaciale se déplace vers la gauche, elle est entourée par un cercle bleu. La double flèche indique un plateau précédent l'onde et la flèche noire une remontée de l'interface localisé au centre. (D'après Dossmann et al., 2014).

2.1.4. Des modèles analytiques

Des modèles analytiques ont également permis d'identifier des paramètres clés dans la dynamique de la marée interne. Garrett et Kunze (2007) font une revue de ces paramètres. On peut citer, par exemple, le modèle analytique de génération de la marée interne de Baines (1973) qui met en évidence l'importance de la largeur, de la hauteur et de la forme de la topographie sur le taux de conversion de la marée barotrope en marée interne. Quelques années plus tard, Baines (1982) met en évidence l'importance de la pente de la topographie dans l'étude de la génération des ondes de marée interne. Selon le modèle analytique de Gerkema et Zimmerman (2008), le flux d'énergie émis vers l'océan au-dessus d'un talus continental dépend de la pente de la topographie et est plus intense dans le cas de topographies supercritiques (Tableau 1). Une topographie supercritique est une topographie abrupte dont la pente est supérieure à l'angle caractéristique du rayon d'onde interne ; dans le cas contraire elle est dite « sous-critique ».

2.1.5. Modélisation numérique

Les modèles globaux de circulation océanique (OGCMs) permettent d'effectuer des bilans énergétiques à l'échelle de la planète (Simmons et al., 2004; St. Laurent et al., 2002). Cependant, la

résolution actuelle de ces modèles (allant jusqu'à la dizaine de kilomètres) ne permet pas de résoudre explicitement les processus de petites échelles telles que les ondes de marée interne (de l'ordre de 1m à 1km). Les effets des processus de petites échelles, dits « sous-mailles » (tels que les ondes de marée interne), doivent donc être paramétrés en fonction des variables résolues dans le modèle. Les OGCMs résolvent les équations primitives. Dans la plupart de ces modèles, les effets de la marée interne sont paramétrés par un coefficient de diffusion verticale K_z 1D. En ce sens, mettre en place des paramétrisations physiques pour représenter correctement le puits d'énergie induit par les marées internes requiert une compréhension approfondie des processus dynamiques de petites échelles et de leur impact sur les grandes échelles.

En choisissant des domaines numériques plus petits, on peut diminuer la résolution spatiale et temporelle, de façon à représenter une plus large gamme de processus liés à la cascade turbulente. Lorsque la résolution spatiale est suffisamment fine pour pouvoir considérer des schémas de turbulence isotrope (3D), on parle alors de simulations des grandes échelles ou simulation des grands tourbillons (LES pour « Large Eddy Simulation »). Cette approche permet de résoudre explicitement une grande partie de la dynamique de la marée interne. Les modes bas de la marée interne transportant les plus grandes quantités d'énergie sont calculés explicitement et les plus hauts sont pris en compte en introduisant une viscosité isotrope supplémentaire ou un schéma de turbulence 3D. Les simulations LES sont intermédiaires entre les modèles RANS, qui paramètrent l'impact des processus turbulents sur les variables moyennes et les simulations numériques directes (DNS) qui résolvent toute la cascade turbulente (Figure 1.6).

Représenter explicitement toutes les échelles d'un écoulement jusqu'aux échelles du mélange turbulent nécessite une très haute résolution spatiale (de l'ordre du millimètre), donc des temps de calcul et des espaces mémoires très grands. On parle dans ce cas de simulations numériques directes (DNS pour « Direct Numerical Simulation »). Les moyens techniques actuels de calcul ne permettent d'utiliser cette approche que sur des domaines d'étude de tailles restreintes (souvent réservés aux études de laboratoire). Aujourd'hui, les simulations DNS demandent des ressources de calcul trop importantes pour pouvoir traiter de cas à l'échelle d'un bassin océanique. Cependant, seules les simulations DNS permettraient une approche de la turbulence où toutes les structures potentiellement présentes sont explicitement calculées sans avoir recours à aucune paramétrisation.

2.2. Paramétrisations de la marée interne

L'observation directe et la modélisation numérique à l'échelle océanique de l'ensemble de la cascade énergétique à l'origine de ces transferts demeurent hors de portée. Une partie de ces transferts énergétiques doit alors être paramétrée en fonction de variables mesurées par les instruments de mesures ou résolues par le modèle.

2.2.1. Paramétrisation de la marée interne dans les modèles OGCMs

Depuis les années 2000, des paramétrisations représentant le mélange non-uniforme induit par la marée interne sont développées dans les modèles d'océan et de climat. Dans la plupart des modèles OGCMs résolvant la marée barotrope, seule la dissipation locale des ondes de marée interne est paramétrée de façon explicite, mais selon un schéma semi-empirique. La marée interne est alors considérée comme un puits d'énergie local. St Laurent and Garrett (2002) estiment le taux de conversion d'énergie de la marée barotrope à la marée interne à partir des caractéristiques de la topographie, de la stratification profonde et de l'amplitude de la marée. Ils supposent que 1/3 de cette énergie est dissipé localement alors que les 2/3 sont radiés par les modes bas d'onde interne loin de la zone de génération. Cette fraction de dissipation locale q est considérée constante sur tout le domaine. L'énergie radiée est alors considérée comme une diffusion de fond homogène sur tout le domaine et n'est pas paramétrée de façon explicite. Le profil vertical du taux de dissipation de cette énergie est défini de façon *ad hoc* comme une fonction exponentielle décroissante au-dessus du fond de l'océan. Cependant, Melet et al. (2012) ont montré par une analyse de sensibilité que l'état de l'océan était sensible à la définition de ce profil vertical. Ces paramétrisations, utilisées dans de nombreuses autres études, comme par exemple celle de Simmons et al. (2004), ont permis notamment de faire des évaluations globales des transferts énergétiques dus à la marée interne et d'étudier les impacts potentiels globaux de la marée interne (biologiques, climatologiques, ...) mais elles restent rudimentaires.

2.2.2. Paramétrisation fine-échelle de la turbulence induite par les ondes internes

A plus fine échelle, la paramétrisation du mélange turbulent induit par les ondes internes reste aujourd'hui un défi scientifique majeur. Un nouveau problème se pose : comment l'énergie des ondes internes est-elle transférée aux plus petites échelles ? Ces transferts énergétiques peuvent être induits par une multitude de processus différents. Actuellement, la plupart des paramétrisations à fine-échelle du taux de dissipation s'exprime en fonction du cisaillement de courant et de la stratification, dont les effets s'opposent. Par exemple, la paramétrisation de Gregg-Henyey (Gregg, 1989; Henyey et al., 1986) repose sur l'hypothèse que les processus d'interactions ondes-ondes sont dominants dans l'océan ouvert (Müller et al., 1986). Les interactions non-linéaires entre les ondes entraînent des transferts énergétiques vers des nombres d'onde plus hauts jusqu'au déferlement de ces dernières, qui mène alors au mélange turbulent. Les modèles statistiques utilisés pour prédire ces transferts énergétiques reposent sur l'observation d'un spectre énergétique continu d'ondes internes sur l'ensemble des océans (Garrett and Munk, 1975). Des observations ont montré que ce spectre représente fidèlement le champ moyen d'ondes internes dans l'océan. Cependant, certaines régions sont significativement plus énergétiques que ne le prévoit ce type de paramétrisations (MacKinnon, 2013). De telles paramétrisations à fine-échelle ne sont donc pas bien adaptées à l'étude des régions de mélange intense.

2.3. Les limites actuelles de la paramétrisation

2.3.1. Des régions « problématiques »

Klymak et al. (2008) montrent qu'au-dessus de la dorsale hawaïenne, les taux de dissipation excèdent ceux prédits par les paramétrisations à fine-échelle de Gregg-Henyey par un facteur 100 (Figure 1.10). En effet, les processus de déferlements instantanés, observés au-dessus de la dorsale lors de la campagne coopérative HOME (Hawaii Ocen Mixing Experiment, décrite par Rudnick et al. (2003)), entraînent un mélange local intense dans les basses couches qui n'est pas pris en compte dans les paramétrisations. En fait, ce déferlement a pour effet de court-circuiter la cascade vers les hauts modes d'ondes internes et mène directement au mélange turbulent. Il a la particularité d'être phasé temporellement avec le forçage de la marée barotrope. Des observations similaires ont été faites sur le plateau continental au large de l'Oregon (Nash et al., 2007). Dans des zones de mélange intense comme celle-ci, les paramétrisations classiques ne peuvent donc pas être appliquées. Une compréhension plus étendue des processus en jeu est nécessaire.

L'étude de Legg et Klymak (2008) suggère que les ressauts hydrauliques (similaires à ceux observés dans les fjords ou les détroits, définis dans la section 3.4.2 et dans le Tableau 1) pourraient être un des mécanismes importants de mélange local induit par la marée dans ces cas de hautes topographies abruptes (telles que la dorsale hawaïenne). Une des conditions supplémentaires, pour la mise en place de ce type de processus dissipatifs, est la présence d'un courant de marée supercritique au-dessus de la topographie (Tableau 1 : le courant de marée barotrope a une vitesse supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes). Dans le prolongement de cette idée, Klymak (2010) explique les fortes dissipations locales au-dessus des topographies supercritiques (Tableau 1) par le piégeage des hauts modes verticaux d'ondes internes lorsqu'ils sont soumis à un contrôle hydraulique. La dynamique de ces régions semble donc être fortement liée au processus de contrôle hydraulique et aux devenir des modes hauts d'ondes internes au dessus de ces régions. Se basant sur cette théorie, il développe une paramétrisation simple de la dissipation de la marée interne près des topographies supercritiques (Klymak et al., 2010). Dans cette paramétrisation, il considère que les modes verticaux d'ondes internes ayant une vitesse inférieure à celle des courants de marée sont dissipés localement, essentiellement par les effets du contrôle hydraulique au sommet de la topographie. La dissipation prédit par cette paramétrisation au-dessus de la dorsale hawaïenne reste cependant inférieure à celle estimée par les observations, soulignant la potentielle présence d'autres processus dissipatifs dans ces régions supercritiques (Tableau 1) de mélange intense.

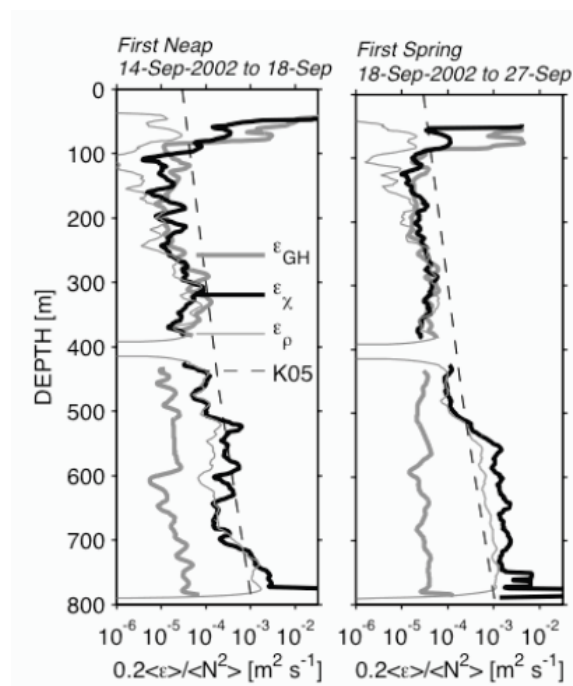


Figure 1.10 : Profils verticaux moyens de la dissipation turbulente (ϵ) normalisés par la stratification moyenne (N^2) pour deux périodes de la marée (vive-eau et morte eau) au-dessus de la dorsale hawaïenne. Les lignes noires correspondent aux estimations issues des observations (lignes épaisses : sondes de micro-conductivité ; lignes fines : mesures de masse volumique). Les lignes grises sont estimées à partir de la paramétrisation de Gregg-Henyey. Les lignes pointillées sont issues de mesures directes de turbulence au-dessus de la dorsale. (Tiré de Klymak et al., 2008)

Dans ces régions de topographie supercritique et de contrôle hydraulique, on est encore loin d'avoir une compréhension parfaite de tous les processus turbulents. Les déferlements sont particulièrement spectaculaires et peuvent entraîner un mélange jusqu'à 10 000 fois supérieur au mélange turbulent observé dans l'océan ouvert (Klymak et al., 2012). La description des processus turbulents en jeu dans ces régions « extrêmes » constitue le cœur de ma thèse. En revanche, même si dans de telles régions le mélange local est intense et spectaculaire, il ne représente toujours qu'une fraction modeste de l'énergie de la marée barotrope convertie en marée interne. En effet, les topographies supercritiques sont considérées comme des « radiateurs d'énergie » très efficaces.

2.3.2. Une vision trop « locale » et incomplète

Il apparaît donc qu'une importante quantité d'énergie est transportée par la marée interne à travers l'océan (St. Laurent and Garrett, 2002). Si la quantité d'énergie qui se dissipe en plein océan est maintenant bien distinguée de celle qui se dissipe sur les plateaux, la fraction d'énergie (q) dissipée localement par les ondes internes sur leur site de génération et la fraction susceptible de rayonner au loin sont encore mal quantifiées. St Laurent et al. (2002) estiment une fraction de dissipation locale de 30 %. La variabilité de ce paramètre en fonction des zones de génération d'onde interne reste malheureusement peu documentée. Althaus et al. (2003) estiment qu'au-dessus de l'escarpement Mendocino (au large de la Californie), 99 % de l'énergie sont radiés par la marée interne. Klymak et Gregg (2004) estiment qu'au-dessus du fjord de Knight Inlet (Colombie-

Britannique, Canada), seulement 66 % de l'énergie sont transportés par la marée interne. La prise en compte d'une fraction constante d'énergie dissipée localement semble donc assez rudimentaire. Cependant, dans toutes ces régions, une majorité de l'énergie est transportée par la marée interne loin de sa zone de génération, ce qui soulève de nouvelles questions : quel est le destin réservé à ces ondes de marée interne ? Comment évoluent-elles ? Où et par quels mécanismes se dissipent-t-elles finalement ? La propagation des ondes de marée interne et les phénomènes responsables de leur dissipation restent encore mal compris et sont l'objet de multiples recherches. Une meilleure appréhension des processus physiques de la marée interne est ainsi nécessaire.

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

3.1.1. Les effets de la non-linéarité

Lorsqu'une onde atteint de grandes amplitudes, des effets non-linéaires apparaissent. Le cisaillement de courant associé à l'onde devient plus fort et entraîne un raidissement progressif du front d'onde (Figure 1.11). Lorsqu'on atteint un point critique, où deux points de la même surface isopycnales, initialement à la même hauteur, se retrouvent l'un au-dessus de l'autre, l'onde déferle en formant des structures de plus petites échelles, proches des échelles de la dissipation. L'augmentation de l'inclinaison des surfaces isopycnales est donc à l'origine du déferlement des ondes internes et d'instabilités convectives. Ce déferlement induit un mélange diapycnal irréversible des masses d'eau. Les ondes, en déferlant, transforment donc de manière irréversible leur environnement, par le transport de masse selon la direction verticale (via le mélange diapycnal) et selon la direction horizontale (via un écoulement moyen horizontal induit par dépôt de quantité de mouvement lors de la dissipation des ondes).

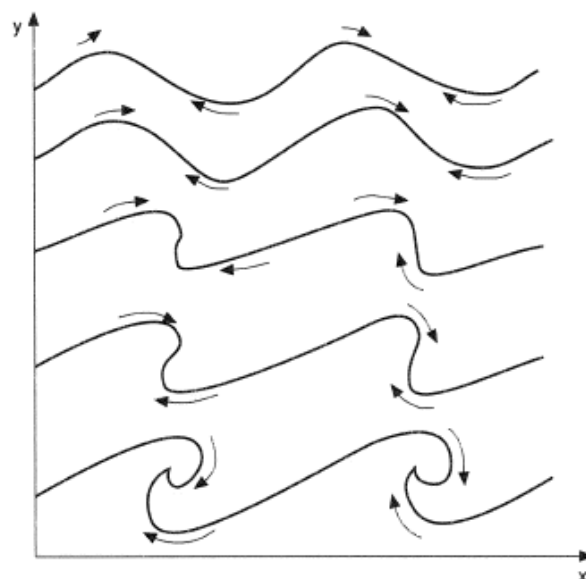


Figure 1.11: Mécanisme de déferlement d'une onde. (Tiré de Carter et al., 2012)

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

Cependant, dans certains cas, les effets dispersifs de l'océan viennent contrebalancer ces effets non-linéaires. Ils entraînent un étalement progressif de l'onde qui stabilise le front d'onde créé par les effets non-linéaires. Cet équilibre est à l'origine de la remarquable stabilité des ondes solitaires. Ainsi une onde solitaire ou soliton est une onde qui se propage sans se déformer et qui par définition est non-linéaire et dispersive. A l'échelle océanique, les mesures de température par CTD, de vitesse par ADCP, et plus récemment les observations satellitaires ont révélé que ces ondes peuvent se propager sur des centaines de kilomètres avant de déferler. La Figure 1.12 représente les zones de génération d'ondes internes non-linéaires observées par satellite (Jackson et al., 2012). La distribution étendue de ces ondes est le résultat de la forte diversité des mécanismes impliqués dans leur génération. Dans certaines régions, ces ondes solitaires peuvent atteindre des amplitudes de 100 à 200 mètres, comme au détroit de Luçon (situé entre les Philippines et Taiwan) (Duda, 2004; Liu et al., 1998; Yang et al., 2004) ou encore au détroit de Gibraltar (Farmer et al., 1988; Vázquez et al., 2006).

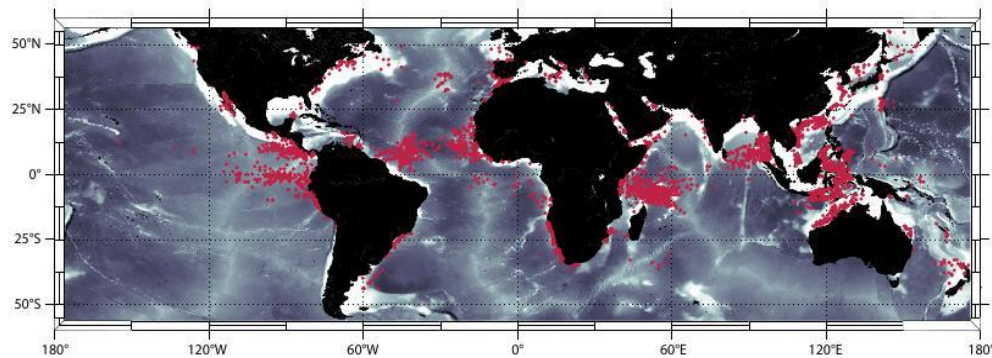


Figure 1.12 : Carte des zones de génération d'ondes internes solitaires observées par images satellites (MODIS – 250 m de résolution) entre août 2002 et mai 2004. Plus de 3500 ondes non-linéaires ont été identifiées lors de cette étude. (Tiré de Jackson et al., 2012).

Les ondes internes peuvent donc se propager sur de grandes distances, rendant la localisation et la représentation du mélange turbulent qu'elles induisent d'autant plus complexe. Elles peuvent, au cours de leur propagation, interagir de nouveau avec des topographies, avec d'autres ondes, des écoulements ou bien se déstabiliser pour finir par se briser et se dissiper localement par effets visqueux. La cascade énergétique depuis les grandes échelles vers les petites est alors constituée d'une multitude de processus. Une partie importante des processus menant aux déferlements et à la dissipation est liée à la transformation non-linéaire de ces ondes en présence d'obstacles fluides ou solides. Les interactions de ces ondes avec leur environnement océanique sont donc une source majeure de non-linéarité. La description rigoureuse et la compréhension de ces processus est l'objet de nombreuses études et restent en grande partie à découvrir.

3.2. Interactions ondes-ondes :

L'océan est le milieu de propagation d'une multitude d'ondes internes recouvrant un large spectre spatial et temporel. Des mesures de terrain ont mis en évidence la présence d'un spectre énergétique continu d'ondes internes sur l'ensemble des océans, excepté lorsqu'on se situe près des sources et des puits d'ondes internes (Garrett and Munk, 1979, 1975). Les interactions non-linéaires entre ces ondes internes peuvent entraîner, par des phénomènes de résonance, des transferts énergétiques, diminuant ou augmentant l'amplitude des ondes.

Les ondes internes peuvent devenir instables spontanément, produisant des ondes secondaires d'ordre vertical plus élevé et de fréquence plus faible. En particulier, pour une amplitude finie, une onde peut produire deux ondes secondaires de plus petite échelle et de plus basse fréquence. Cette instabilité résulte d'une interaction résonnante à trois ondes, satisfaisant une condition de résonance temporelle pour les trois pulsations et une condition de résonance spatiale pour les trois vecteurs d'onde. Les ondes secondaires produites correspondent à des sous-harmoniques de l'onde primaire. On parle alors d'instabilité paramétrique (PSI) sous-harmonique. Répétée plusieurs fois, cette instabilité offre un moyen de transférer de l'énergie à partir des ondes de grande échelle vers des échelles plus petites, où elle peut être dissipée. En ce sens, cette instabilité résulte en une cascade vers les petites échelles sans nécessité d'une cascade turbulente au sens où on l'entend habituellement, c'est-à-dire avec un continuum spectral.

Même si les interactions ondes-ondes mènent souvent à un transfert énergétique vers des ondes d'ordres verticaux plus élevés, conduisant à une déstabilisation de l'onde, il est aussi possible que ces interactions permettent de stabiliser un groupe d'ondes de différentes fréquences ou de différents nombres d'onde verticaux. Généralement, chaque mode vertical d'onde interne se déplace à sa propre vitesse. L'interaction de deux ondes dont le nombre d'onde et la fréquence sont compatibles selon les conditions de résonance peut alors former un groupe d'ondes se propageant à la même vitesse. En ce sens, la collision de deux ondes internes solitaires fortement non-linéaires peut mener à des transferts énergétiques d'une structure à l'autre. Par exemple, l'advection d'une onde solitaire mode 2 par une onde solitaire mode 1 plus rapide peut entraîner l'apparition d'une trainée de mode 1 de courte longueur d'onde derrière l'onde solitaire mode 2. Cette trainée de mode 1 de courte longueur d'onde se propage alors à la même vitesse que l'onde solitaire mode 2. Guo et al. (2012) et Vlasenko et al. (2010) ont notamment mis en évidence ce processus en mer de Chine, à l'aide d'images satellites et de simulations numériques (Figure 1.13). Dans cette situation, l'interaction entre 2 modes verticaux d'onde interne entraîne également un transfert d'énergie vers des plus petites échelles. Les interactions ondes-ondes sont donc un des processus responsables de la dissipation des ondes de marée interne. Cependant les modes bas, plus stables, et plus particulièrement les modes bas d'ondes internes solitaires ont généralement le temps de se propager sur de longues distances avant d'être dissipés par les processus d'interactions ondes-ondes. D'autres processus peuvent alors interférer le cours de leur existence.

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

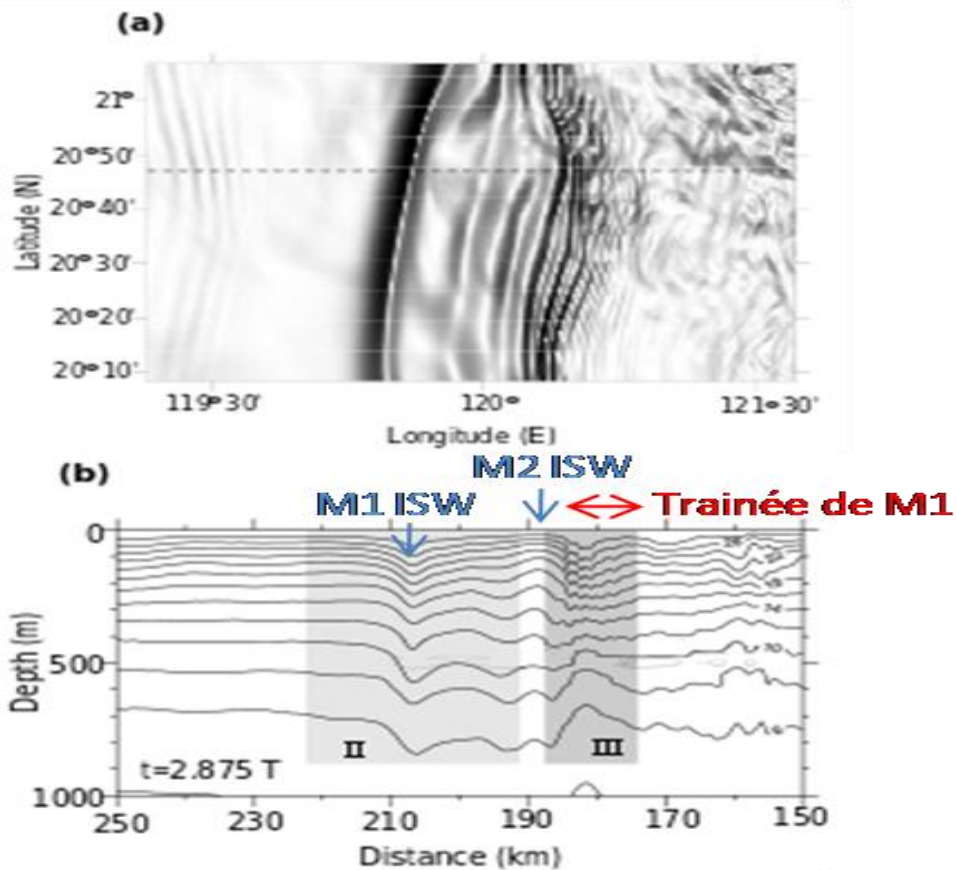


Figure 1.13 : Apparition d'une trainée de mode 1 (M1) de courte longueur d'onde derrière une onde solitaire mode 2 (M2 ISW) après l'advection d'une onde solitaire mode 1 (M1 ISW). a) Signature des ondes en surface. b) Champ de température estimé par le modèle le long du transect 20°47' N marqué par la ligne sur la figure a). (Adapté de Vlasenko et al., 2010)

3.3. Interactions entre onde incidente et topographie

Les modes bas d'ondes internes se propagent loin de leurs zones de génération et vont donc interagir avec des topographies lointaines. Leur devenir lorsqu'ils se propagent vers la côte dans les régions peu profondes reste encore peu compris.

3.3.1. Déferlement induit par la diminution de la profondeur (« shoaling »)

Les ondes internes, lorsqu'elles se propagent vers le haut d'une pente inclinée, peuvent déferler, un peu comme le font les vagues de surface se propageant sur la plage (Figure 1.14). De nombreuses études ont été menées pour identifier les instabilités à l'origine de ce déferlement. Le cisaillement de courant produit par la propagation de l'onde interne peut devenir instable lorsque les effets d'entraînement du cisaillement ne sont plus stabilisés par les effets de la stratification. On considère qu'un cisaillement de courant est instable lorsque le nombre de Richardson qui caractérise le gradient de vitesse devient inférieur à $\frac{1}{4}$ (théorème de Miles). On parle alors d'instabilité de cisaillement ou d'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Les expériences de laboratoire menées par Helfrich et al. (1984) et Helfrich et Melville (1986), considérant la propagation d'une onde au-dessus d'une

topographie variable, ont mis en évidence que les cisaillements de courant et les épisodes de déferlements intenses dépendaient de l'amplitude de l'onde incidente et de la stratification.



Figure 1.14 : déferlement d'une vague sur la plage. (Photo de John Carter⁴)

Vlasenko et Hutter (2002) ont étudié la transformation des ondes internes solitaires se propageant au-dessus d'un talus continental à travers diverses expérimentations numériques. Ils montrent que les effets cumulatifs de la non-linéarité sur l'onde qui se propage au-dessus du sol incliné amènent à un raidissement et à un renversement de la face arrière de l'onde (« overturning ») (Figure 1.15-Gauche). Juste avant le déferlement, la vitesse horizontale $u(z)$ sur la zone d'instabilité excède la vitesse de phase c_p de l'onde interne solitaire (Figure 1.15-Droite). Vlasenko et Hutter associent donc le déferlement intense de l'onde interne solitaire à une instabilité cinématique. Ce résultat est en accord avec les études de Grue et al. (2000) et Kao (1985) qui estiment que les déferlements intenses seraient dus à des instabilités cinématiques plutôt qu'à des instabilités de cisaillement. Au dernier stade de l'évolution, le déferlement se transforme en une intrusion horizontale d'eaux denses qui se propage le long du talus. Dans certains cas, le déferlement peut mener à la formation d'ondes internes secondaires (Figure 1.15-Gauche- Flèche A).

⁴ <http://tendancebleue.com/surfing-life/le-shore-break-de-ponta-preta.html>

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

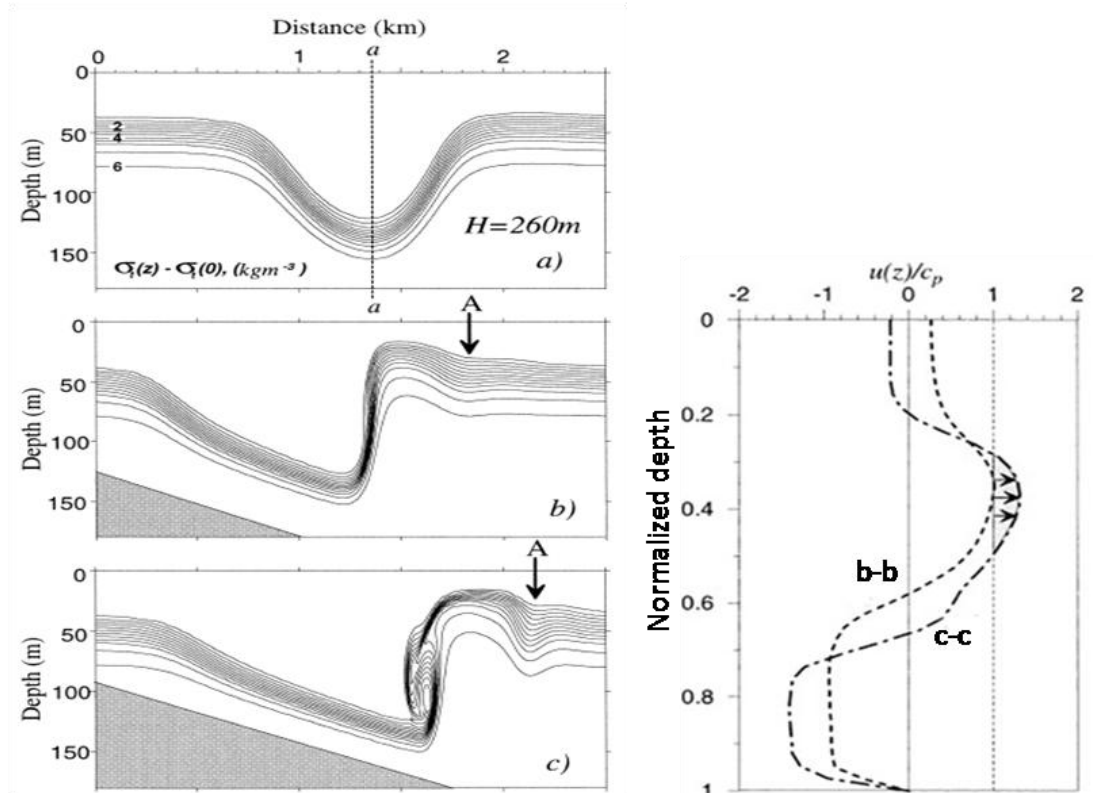


Figure 1.15 : Gauche : Champ de masse volumique associé à la propagation (vers le haut) d'une onde solitaire au-dessus d'une pente inclinée. a- bien avant le moment où l'onde déferle ; b- juste avant le déferlement ; c- après le renversement de la face arrière de l'onde. La flèche A indique la position d'une onde secondaire générée derrière l'onde incidente au moment du déferlement. Droite : Profils verticaux de la vitesse horizontale du fluide normalisée par la vitesse de phase de l'onde incidente, juste avant le déferlement (b-b) et au moment du renversement (c-c). L'instabilité convective est atteinte au moment du renversement (c-c). (D'après Vlasenko et Hutter, 2002)

3.3.2. Transfert d'énergie « accéléré » à des échelles plus petites (« scattering »)

Dans ses expériences de laboratoire, Helfrich (1992) observe que le déferlement des ondes est suivi par la formation d'ondes d'élévation contenant un fluide mixte et se propageant vers le sommet de la pente. En effet, lorsque les ondes passent un « point critique », où la pycnocline se situe approximativement à mi-hauteur de la profondeur, le coefficient de non-linéarité change de signe et leurs polarités s'inversent (Kaup and Newell, 1978). Des expériences de laboratoire de fluide bicouche ont été menées pour évaluer les transferts énergétiques résultant de l'interaction d'une onde solitaire avec un mont. Wessels and Hutter (1996) montrent que la quantité d'énergie transmise et réfléchi dépend du degré de blocage du mont (noté B), soit du rapport de la hauteur du mont sur la hauteur de la couche du bas. Ils observent une dispersion de l'énergie de l'onde incidente significative pour un degré de blocage B supérieur à 0,6. Dans un second papier, Hüttemann et Hutter (2001) démontrent que dans le cas d'une interface légèrement diffuse, lorsqu'un soliton mode 1 se propage au-dessus du mont, non seulement des modes 1 mais aussi des modes 2 d'ondes internes solitaires sont générés de chaque côté (réfléchis et transmis). Vlasenko et Hutter (2001), dans une configuration similaire (Figure 1.16), montrent que les amplitudes des

modes d'ondes internes solitaires 1 et 2 réfléchis et transmis dépendent du degré de blocage et de l'amplitude de l'onde incidente. Le déferlement d'une onde interne entraîne donc un transport de masses d'eaux selon la verticale et l'horizontale qui peut induire la propagation de modes verticaux d'ordres supérieurs. Ce phénomène de dispersion (« scattering » en anglais) entraîne un transfert d'énergie accéléré vers les petites échelles.

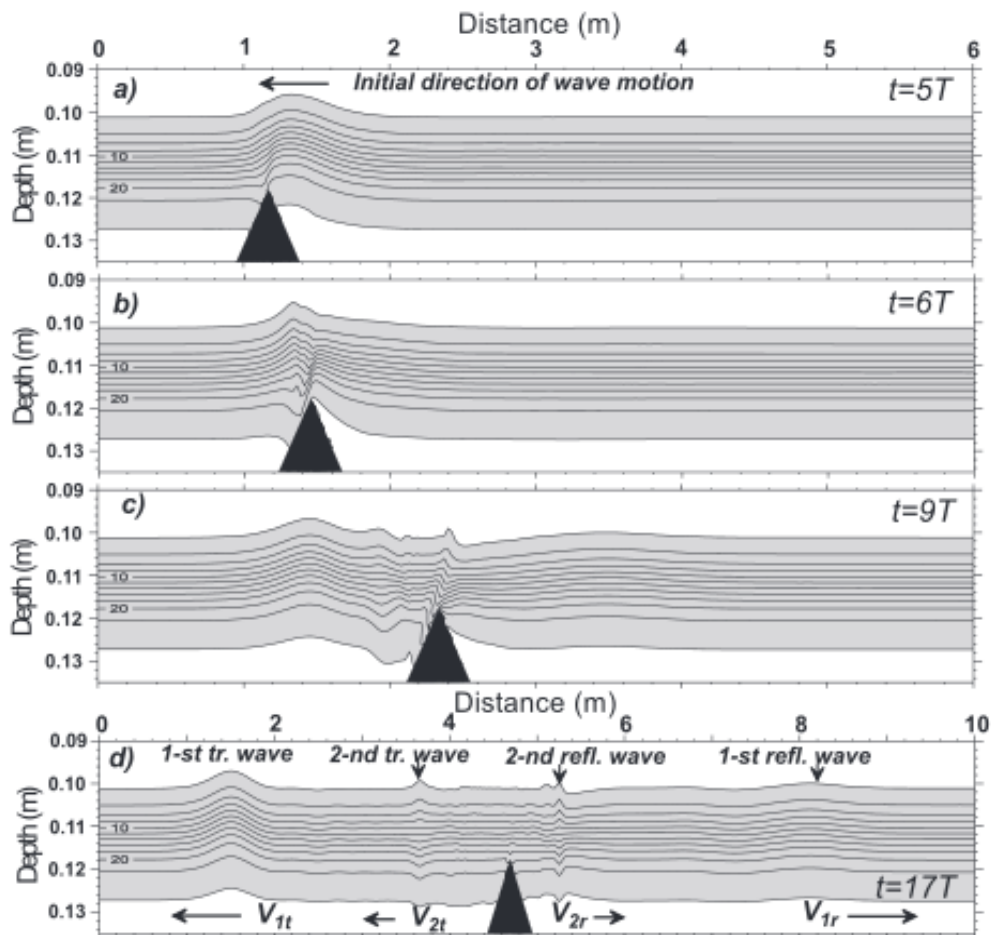


Figure 1.16 : Interaction d'un mode 1 d'onde interne solitaire avec un mont. L'onde incidente se propage jusqu'au mont et génère après interaction avec celui-ci des ondes réfléchies et transmises. Deux types d'ondes internes sont produits : les plus rapides correspondent à des solitons mode 1, et les plus lentes à des solitons mode 2. (Tiré de Vlasenko et Hutter, 2001)

Lorsque des ondes internes rencontrent une topographie, elles peuvent donc être réfléchies, se disperser, ou se briser. Décorrélérer les processus locaux de génération et les processus d'interactions avec les ondes incidentes au-dessus des talus continentaux devient alors particulièrement complexe. Des phénomènes de résonance peuvent avoir lieu entre les ondes générées localement et les ondes incidentes amplifiant ou inhibant l'énergie rayonnée et le mélange local. Ces phénomènes de résonance ont notamment été étudiés dans le cas du détroit de Luçon qui présente la particularité d'un double mont (Buijsman et al., 2012). Ces processus remettent en cause la vision unilatérale des talus continentaux comme zone de radiation d'énergie.

3.4. Interactions onde-courant:

L'étude de la propagation des ondes internes nécessite de prendre en compte un autre facteur : les courants moyens. Dans un cas simple d'ondes internes linéaires, l'interaction d'une onde interne avec le courant moyen modifie la forme de l'onde et sa vitesse de propagation. En effet, le courant advecte la propagation de l'onde. Cependant, il n'y a pas d'échanges énergétiques entre les deux : l'onde reprend sa forme et sa vitesse de phase lorsque la vitesse du courant s'annule. Les observations océaniques ont mis en évidence la propagation de nombreuses ondes internes non-linéaires dans l'océan. L'interaction d'ondes non-linéaires avec les courants moyens devient alors plus complexe.

3.4.1. Interaction entre ondes internes et courant barotrope au-dessus d'une topographie inclinée

Les échanges d'énergie entre ondes internes et courants barotropes au-dessus d'une topographie inclinée ont été étudiés théoriquement et numériquement par Vlasenko et Stashchuk (2006). Ils ont montré que le sens du transfert énergétique dépend de la direction relative de la propagation de l'onde et des courants. Ils ont donc identifié quatre scénarios d'interactions onde-courant au-dessus d'une topographie inclinée (Figure 1.17) :

- Une onde interne soutire de l'énergie au courant barotrope lorsqu'elle se propage le long de la pente ascendante avec un courant barotrope descendant, ou lorsqu'elle se propage le long de la pente descendante par courant descendant. Dans de telles situations, l'amplitude de l'onde augmente.

- L'onde perd de l'énergie lorsqu'elle se propage le long de la pente ascendante avec un courant barotrope ascendant ou lorsqu'elle se propage le long de la pente descendante par courant ascendant. Dans de telles situations, l'amplitude de l'onde diminue.

Plus la vitesse de propagation de l'onde (c) est proche de la vitesse du courant barotrope (U), plus les transferts énergétiques sont importants. Lorsque $U \geq c$, on parle de courant supercritique. Ce mécanisme sera notamment utilisé pour expliquer le devenir des modes 2 d'ondes internes solitaires au dessus des régions « supercritiques » dans le chapitre 3 de cette thèse.

Scenario	Downslope-upstream	Upslope-upstream	Downslope-downstream	Upslope-downstream
Bottom inclination	$\gamma > 0$	$\gamma < 0$	$\gamma > 0$	$\gamma < 0$
Direction of flow	$\Psi_0 > 0$		$\Psi_0 < 0$	
Effect	Suppression	Amplification	Amplification	Suppression

Figure 1.17 : Quatre scenarios d'interactions d'ondes internes avec le courant barotrope au-dessus d'une topographie inclinée. (Extrait de Vlasenko et Stashchuk, 2006)

3.4.2. Ressaut hydraulique

Dans un fluide stratifié, lorsque le courant de marée barotrope devient supercritique, un ressaut hydraulique interne se forme. Ce processus est assez similaire au ressaut hydraulique que l'on observe à l'embouchure des fleuves ou lorsque l'on ouvre son robinet et que l'on regarde au fond de son évier. On observe un curieux phénomène : l'apparition d'un petit mur d'eau. Cette surélévation de la surface, appelé ressaut hydraulique, sépare deux zones : l'une dans laquelle l'écoulement a une forte profondeur et une faible vitesse, et l'autre dans laquelle l'écoulement a une plus forte vitesse et une faible profondeur. A titre d'exemple, les ondes de surface qui entrent dans un estuaire ralentissent du fait de la diminution de la profondeur alors que la vitesse de l'écoulement s'opposant aux ondes de surface augmente. Au-delà d'une certaine profondeur, l'écoulement devient supercritique ($U \geq c$). Il se produit alors une accumulation de masse d'eau en provenance de l'océan : les ondes de surface ne peuvent plus se propager et s'accumulent les unes aux autres entraînant une surélévation de la surface de l'eau. Cette différence de hauteur de la surface forme un ressaut hydraulique. Lorsque ce ressaut hydraulique est relaxé, un mascaret peut se former (Figure 1.18).

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement



Figure 1.18 : Mascaret sur la rivière Petitcodiac (cours d'eau canadien). (Tiré du journal canadien : The National Post).

A l'intérieur de l'océan un mécanisme similaire a lieu : lorsque la profondeur diminue fortement, les courants de marée barotrope sont accélérés alors que la vitesse des ondes internes diminue entraînant la formation d'une dépression. Cette dépression forme un ressaut hydraulique interne. Le nombre de Froude (Tableau 1), correspondant au rapport entre la vitesse du fluide et la vitesse de l'onde interne, permet de délimiter la zone de contrôle hydraulique à l'intérieur de laquelle les ondes internes ne peuvent pas se propager. Il permet également de caractériser les différents régimes de contrôle hydraulique. Durant la période de la marée où le courant est supercritique, le ressaut hydraulique augmente en amplitude et ainsi en non-linéarité. Lorsque la marée s'affaiblit et s'inverse, le ressaut hydraulique est relâché et peut évoluer en un train d'ondes internes solitaires (Figure 1.19). Ce phénomène a été observé dans de nombreuses régions océaniques notamment au niveau des détroits et des fjords tels que le détroit de Gibraltar (Farmer and Armi, 1988) ou le détroit du Bosphore (Oguz et al., 1990).

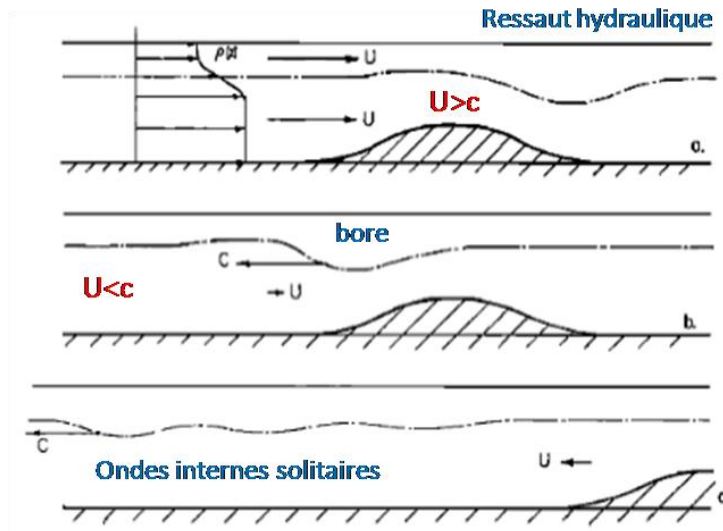


Figure 1.19 : Exemple de dynamique de ressaut hydraulique dans un fluide bicouche. (Adapté de Maxworthy, 1979).

Pour des nombres de Froude bien supérieur à 1, le ressaut hydraulique devient instable et entraîne un mélange turbulent intense, avant que la marée ne s'inverse. Plusieurs dynamiques peuvent alors se mettre en place. La formation d'une région de fluide mélangé peut donner naissance à un courant de gravité qui en se propageant génère des ondes internes solitaires (Maxworthy, 1979a). Un mascaret interne (« bore ») peut également se former et dégénérer en ondes solitaires lorsqu'il se propage. Ce type de ressaut hydraulique très turbulent a été notamment observé au fjord de Knight Inlet (Farmer and Armi, 1999) (Figure 1.20).

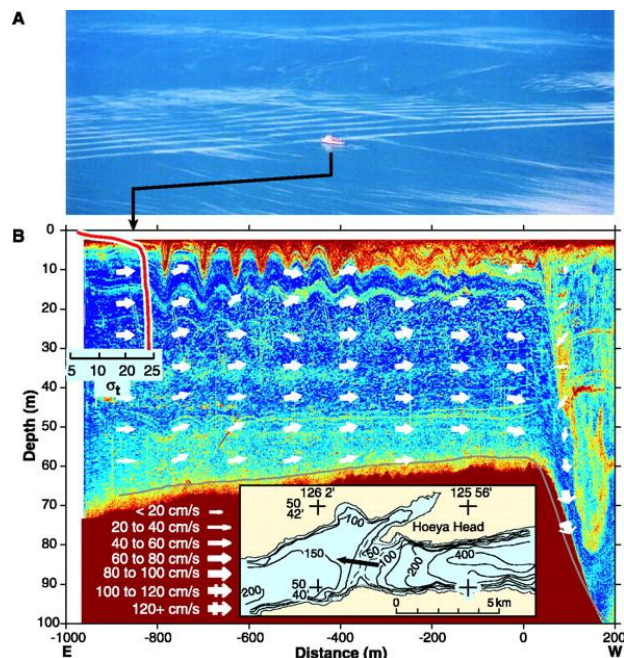


Figure 1.20 : A. Photographie aérienne du C.S.S. Vector sur le point de traverser un groupe d'ondes solitaires dans l'anse de Knight Inlet, en Colombie Britannique (Canada). B. Mesures ADCP du train de solitons correspondant, se propageant dans la pycnocline. Le ressaut hydraulique et la zone de mélange turbulent intense se situe à droite du seuil. (D'après Farmer and Armi, 1999)

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

3.4.3. Ondes de sillage

Lorsque le nombre de Froude est légèrement supérieur à 1, des ondes stationnaires peuvent se former en aval du ressaut hydraulique (Thorpe, 2007), qu'on appelle ondes de sillage (« lee waves »). Ces ondes de sillage n'oscillent plus à la fréquence de la marée mais à des fréquences plus petites et sont de plus courtes longueurs d'onde que les ondes de marée interne. Ces ondes de sillage sont similaires aux ondes orographiques observées dans l'atmosphère qui se forment sous le vent des montagnes. Elles sont parfois associées à la formation de rotors dans les basses couches de l'atmosphère, particulièrement dangereux pour les avions. Vosper (2004) a étudié l'effet d'une inversion de température (couche de surface homogène) sur la dynamique des ondes orographiques. Il estime que les deux paramètres principaux qui contrôlent les différentes dynamiques (formation d'un ressaut hydraulique, formation d'ondes orographiques, formation de rotors) sont le nombre de Froude et le degré de blocage de la montagne (rapport entre la hauteur de la montagne et la hauteur de la couche de surface).

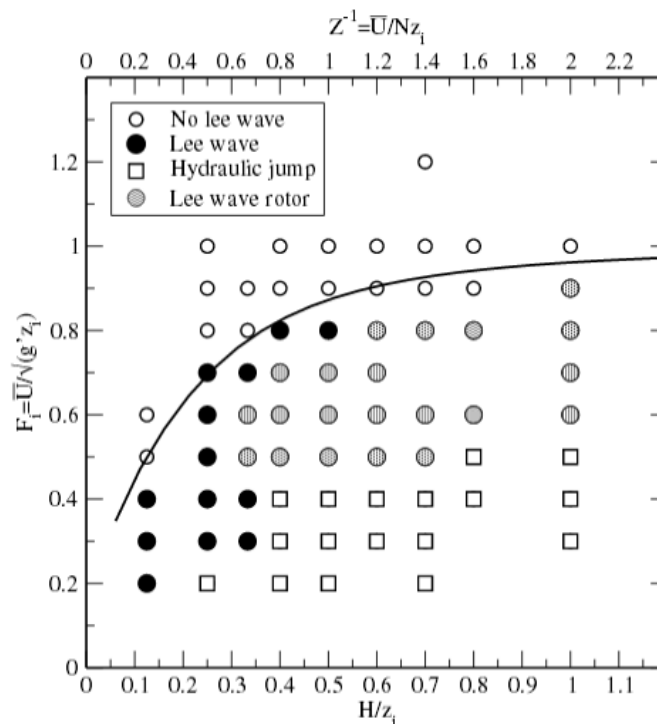


Figure 1.21 : Diagramme représentant la dynamique des ondes internes dans le sillage d'une montagne en présence d'une inversion de température, en fonction du nombre de Froude et du degré de blocage de la montagne. (Tiré de Vosper, 2004)

Dans certaines conditions, des vents violents peuvent se former le long de la pente aval (« downslope windstorm ») (Figure 1.22). Ces vents violents sont associés à une bifurcation des courants atmosphériques (flèche bleue) au sommet de la montagne et à un ressaut hydraulique (« jump ») situé au pied de la montagne. Les rotors qui se forment dans le sillage du ressaut hydraulique induisent des mouvements convectifs favorables à la formation de nuages.

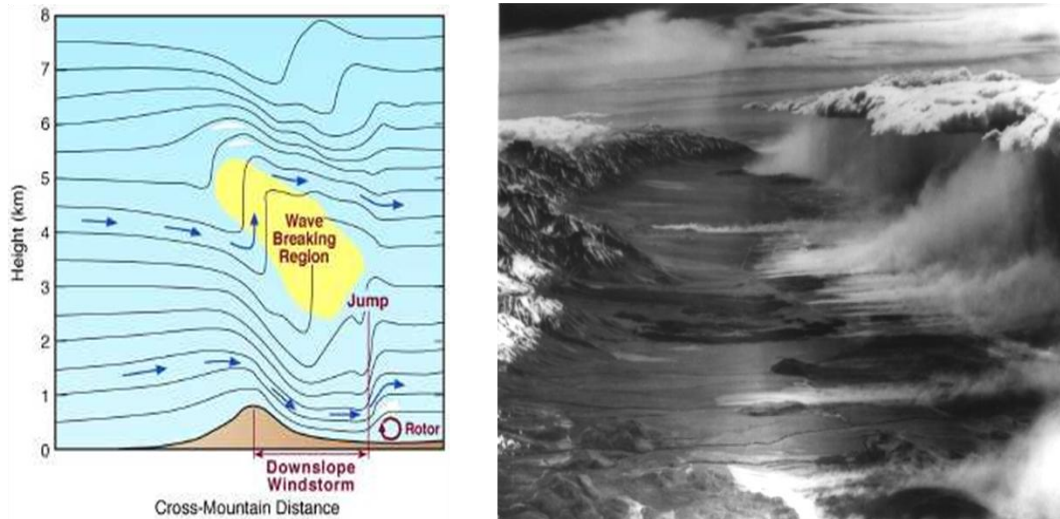


Figure 1.22 : Gauche : Représentation schématique de la dynamique associée aux coups de vent de pente aval (« downslope windstorm »). Une bifurcation de courant a lieu au sommet de la montagne au niveau de la zone où les ondes déferlent, un ressaut hydraulique se forme en aval de la montagne derrière lequel des ondes orographiques sont formées. Elles sont associées à des rotors dans les basses couches qui induisent des mouvements convectifs favorables à la formation de nuages (Tiré de C. David Whiteman, 2000). Droite : photo à l'Est des montagnes de la Sierra Nevada dans la vallée d'Owen ; les nuages en aval de la montagne marquent la position des rotors formés dans le sillage du ressaut hydraulique. (Photo de Robert Symons)

De nombreux autres facteurs environnementaux peuvent également interférer sur le comportement des ondes de marée interne : des changements de stratification le long de leurs trajectoires entraînant des réfractions et des réflexions d'ondes (Gerkema and Zimmerman, 2008), l'interaction avec des panaches de fleuves (Nash and Moum, 2005), l'interaction avec des upwelling locaux (communication personnel de Xavier Capet) ou avec des tourbillons de méso-échelle (Ponte and Klein, 2015; Rainville and Pinkel, 2006). Le devenir des ondes de marée interne est donc soumis à de nombreux facteurs externes, ce qui le rend particulièrement difficile à prévoir. De plus, ces facteurs interagissent les uns avec les autres, rendant difficile l'étude distincte de leurs effets. Dans des situations très turbulentes de mélange intense où de nombreux processus sont présents simultanément, telle que la dorsale hawaïenne ou l'Anse de Knight Inlet, des études locales sont nécessaires pour une compréhension globale de la dynamique. Deux cas d'études océaniques seront traités dans la présente thèse correspondant chacun à des régions de génération d'ondes solitaires « extrêmes » (topographie supercritique, contrôle hydraulique) et complexes (topographie asymétrique ou multiples, stratification hétérogène...): le détroit de Gibraltar et le plateau continental du golfe du Maine (« Georges Bank »). La prise en compte des processus de marée interne est essentielle pour l'étude de la circulation océanique globale mais qu'en-est-il à l'échelle régionale ? Quel est l'impact des ondes internes sur leur environnement d'un point de vue local ?

3.5. Impact sur l'environnement océanique

Par le biais de tous ces processus, les ondes internes jouent un rôle primordial pour le transport de chaleur, de sel, d'éléments nutritifs, de polluants et de sédiments. Les forts courants induits par

3. Devenir de la marée interne, de la propagation au déferlement : de fortes interactions avec l'environnement

les marées internes de grande amplitude constituent également une menace pour les plateformes de forage offshore (P. Hyder, 2005). Leurs mouvements verticaux peuvent aussi affecter les véhicules sous-marins en mouvement.

3.5.1. Des impacts dynamiques

Elles sont susceptibles de modifier les propriétés de la couche de mélange (profondeur, masse volumique), en provoquant un mélange à la base de celle-ci, notamment lorsqu'elles déferlent dans la pycnocline. Une représentation correcte de cet effet est importante pour les modèles de prévision du temps et du climat, conditionnant les échanges océans-atmosphère (Friedrich et al., 2011). Elles jouent également un rôle primordial dans la distribution des masses d'eaux océaniques (Koch-Larrouy et al., 2007).

3.5.2. Des impacts biologiques : des premiers maillons de la chaîne trophique aux prédateurs marins

Les ondes internes peuvent aussi avoir des impacts biologiques significatifs. Elles peuvent entraîner la remise en suspension des sédiments marins dans les basses couches. Le mélange qu'elles induisent à travers la pycnocline peut également entraîner une remontée des sels nutritifs vers les eaux de surface oligotrophes et entretenir ainsi la croissance biologique dans l'océan superficiel. Les importantes vitesses verticales associées à ces ondes peuvent aussi provoquer une redistribution du plancton dans la couche de mélange, impactant les concentrations de chlorophylle près de la surface et possiblement la production primaire (Muacho et al., 2013). La formation de bandes de fortes concentrations de phytoplancton dues à la propagation d'ondes internes vers la côte (vers la droite) est particulièrement bien visible sur la Figure 1.23.



*Figure 1.23 : Bandes de forte concentration de *Lingulodinium polyedrum*, associées à la propagation d'ondes internes, à environ 1 km de la côte de La Jolla (USA). Les ondes se propagent vers la côte (vers la droite). Au niveau du front des ondes internes, la plongée des eaux résulte en une faible concentration du phytoplancton en surface (couleur de l'eau bleu foncé) et par le déferlement des vagues de surface avec formation d'écume. A l'arrière des ondes, la remontée des eaux résulte en une forte concentration de phytoplancton (couleur de l'eau vert-marron). (Tiré de Franks, 1997)*

De récentes études (Moore and Lien, 2007) ont montré que les baleines pourraient exploiter l'agrégation de proies associée à la propagation d'ondes internes de grande amplitude. Des ondes se propageant sur le plateau de Dongsha (mer de Chine) entraînent une remontée des nutriments et du plancton vers l'océan superficiel, propice aux développements de poissons et de calmars (Figure 1.24). Durant deux jours, un groupe de six baleines pilotes (*Globicephala macrorhynchus*) a été observé suivant ces ondes internes. La présence d'ondes internes de grandes amplitudes pourrait donc également impacter le comportement des animaux marins.

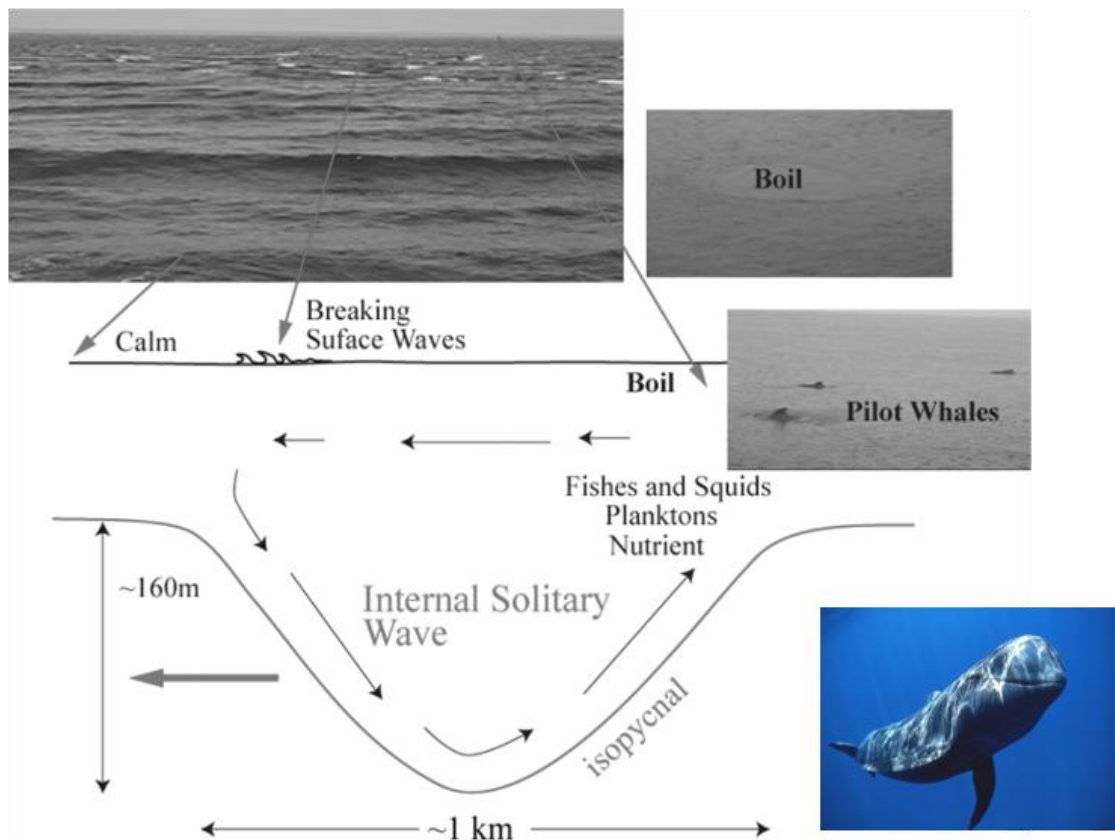


Figure 1.24 : Aperçu des conditions de surface de la mer associées à la propagation d'ondes internes, associé à un schéma représentant la dynamique de l'onde. Les ondes internes observées près de l'île de Dongsha, dans le sud de la mer de Chine, ont une longueur d'onde d'environ 1 km, des amplitudes supérieures à 150 m, avec des courants horizontaux atteignant 2 m/s. Au niveau du front de l'onde, la plongée des eaux entraîne le déferlement des vagues de surface avec formation d'écume. A l'arrière, là où les baleines pilotes se situent, la remontée des eaux crée des petites bulles à la surface et pourrait amener des nutriments, du plancton et une forte concentration de poissons et calmars. (Adapté de Moore and Lien, 2007)

4. Approche méthodologique

4.1. Une étude multi-outils et multi-échelles des ondes de marée interne

La marée interne générée sur une topographie est donc un élément clé des transferts énergétiques des échelles de forçage de l'océan vers les échelles de mélange turbulent. Elle contribuerait à près de la moitié du mélange turbulent nécessaire au maintien de la stratification océanique. Une compréhension plus approfondie des processus mis en jeu est alors nécessaire pour décrire plus précisément son rôle dans le maintien de la circulation océanique. Les mesures in situ de marée interne constituent une référence mais sont difficiles du fait de la complexité et de la diversité des phénomènes océaniques observés. La représentation explicite et simultanée de la génération, de la propagation et du déferlement de la marée interne dans les modèles numériques est assujettie à des choix de paramétrisations dont le réalisme dépend de notre niveau de compréhension des phénomènes.

4.1.1. Etude de processus à l'aide de configurations idéalisées à l'échelle du laboratoire

Dans ce contexte, la simulation physique et la simulation numérique directe (DNS), constituent des outils intéressants pour l'étude des processus physiques de la marée interne. Elles permettent d'accéder à un jeu de données complet et précis sur des configurations académiques et ainsi de pouvoir décortiquer les différents processus en jeu. Cette thèse s'inscrit dans le contexte de la collaboration établie entre le CNRM-GAME et le Laboratoire d'Aérodynamique. Cette collaboration a déjà conduit à la réalisation de deux thèses effectuées par Floor (2009) et Dossmann (2012) portant sur la génération d'ondes internes topographiques et se basant sur l'utilisation complémentaire d'expériences physiques et numériques à l'échelle du laboratoire. L'utilisation simultanée de ces deux outils a notamment permis d'évaluer la validité des hypothèses sous-jacentes au modèle numérique et le développement de nouveaux schémas numériques.

Dans le cadre de cette thèse, des simulations numériques quasi-directes (quasi-DNS), utilisant la version non-hydrostatique et non-Boussinesq du modèle d'océanographie côtière SNH (Auclair et al., 2011, 2014) sont utilisées pour décrire les différents régimes d'ondes internes dans des régions « supercritiques ». Le terme supercritique désigne à la fois des courants intenses de marée dont la vitesse U est supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes c_n , et des topographies très abruptes dont l'angle de la pente γ est supérieur à l'angle du rayon d'onde interne dans la pycnocline θ_p . De telles conditions environnementales correspondent à des régions de mélange intense, dynamiquement complexes, dont les processus ne sont pas encore totalement compris et particulièrement mal représentés par les paramétrisations d'ondes internes existantes.

L'objectif n'est pas de quantifier explicitement le mélange induit par la marée interne dans de telles régions mais se place en amont. Les études présentées ont pour but de décrire les mécanismes de génération des modes verticaux d'ondes internes par la marée sur une topographie et les processus d'interactions de ces ondes avec leur environnement. L'objectif est donc de mieux

comprendre les processus pilotant les transferts d'énergie et de faciliter la localisation de régions de l'océan où le mélange induit par la marée interne est potentiellement important. Des configurations académiques ont été mises en place pour étudier les différents processus à l'œuvre dans différents régimes « supercritiques » de génération d'onde internes. Cela a permis d'identifier un nombre limité de paramètres physiques adimensionnés contrôlant la dynamique des modes verticaux d'ondes internes dans ces régions et permettant de faire le lien avec l'échelle océanique.

4.1.2. Etude de cas réels plus complexes à l'échelle océanique

Le second objectif de cette thèse est de faire le lien entre les précédentes études académiques à l'échelle du laboratoire (Dossmann, 2012 ; Floor, 2009) et l'échelle océanique. Il n'est pas possible de reproduire exactement la totalité des caractéristiques physiques et géométriques des écoulements océaniques à l'échelle du laboratoire. La question qui se pose alors est de savoir si l'on peut réellement reproduire, à l'échelle du laboratoire, des régimes d'ondes internes similaires à ceux des échelles océaniques. Pour cela, un principe de similitude permettant de conserver la dynamique des ondes internes tout en modifiant l'échelle de l'écoulement est mis en place. Par le biais de ce principe de similitude, nous partirons de cas idéalisés à l'échelle du laboratoire, que nous transposerons à l'échelle océanique, pour nous rapprocher de cas océaniques plus réalistes et de plus en plus complexes. Notre étude de régime est ensuite appliquée à deux régions océaniques « supercritiques » bien connues : le détroit de Gibraltar et le plateau situé à l'entrée du golfe du Maine (« Georges Bank »). L'applicabilité de nos paramètres est étudiée dans le cas de ces deux environnements complexes par le biais de simulations haute résolution de grande échelle (LES). De plus, plusieurs campagnes océanographiques ont eu lieu dans ces régions et servent de référence lors de nos analyses.

L'objectif à plus long terme est de pouvoir identifier ces zones dynamiquement plus complexes, où le mélange induit par la marée interne est potentiellement important. Les modèles à haute résolution capables de résoudre une partie importante de tous ces processus non-hydrostatiques de petite échelle pourraient alors être utilisés localement dans ces régions pour calculer les flux diffusifs induits par la marée interne. Ces flux pourraient ensuite être utilisés pour forcer des modèles régionaux opérationnels ou via une imbrication de modèles.

4.2. Plan du manuscrit

Dans le chapitre 2, des modèles analytiques permettant de décrire la propagation des ondes internes dans différents régimes de stratification et de linéarité sont présentés. Ces outils théoriques serviront de base à l'interprétation des résultats présentés dans les chapitres suivants. Les caractéristiques du modèle numérique et des différentes configurations d'études sont également présentés dans ce chapitre. La dernière partie vise à décrire le principe de similitude utilisé pour faire le lien entre les études à l'échelle du laboratoire et à l'échelle océanique.

4. Approche méthodologique

Dans le chapitre 3, des régimes d'ondes internes solitaires dans des régions « extrêmes » sont analysés dans des configurations académiques idéalisées à l'échelle du laboratoire similaires à celle de Dossmann (2012). Pour cela, des simulations numériques directes ont été réalisées à l'aide de la version non-hydrostatique et non-Boussinesq du modèle de circulation régionale SNH. Une attention particulière est portée sur le rôle joué par la topographie sur la génération des modes verticaux d'ondes internes.

L'objectif du quatrième chapitre est de faire le lien entre les études académiques à l'échelle du laboratoire et l'échelle océanique. Pour cela, notre principe de similitude est appliqué à un régime non-linéaire du chapitre 3. Puis notre étude de régime est étendue à deux régions océaniques « supercritiques » bien connues : le détroit de Gibraltar et le golfe du Maine. Dans ce chapitre, des simulations à haute résolution de grande échelle (LES) sont utilisées.

Chapitre 2 : Modèles pour l'étude de la génération de la marée interne

La stratification de l'océan, par le biais de la force de flottabilité, entraîne la formation d'ondes, appelées ondes internes de gravité ou lorsque celles-ci sont affectées par la rotation de la terre, ondes de gravité inertielles. Différents modèles analytiques et numériques permettent de décrire la génération et la propagation de ces ondes internes de gravité, que nous appellerons simplement ondes internes par la suite. Chacun de ces modèles s'appuie sur des hypothèses simplificatrices et présente donc des limitations. Ce chapitre propose une revue et une description des différents modèles analytiques et numériques utilisés au cours de cette thèse.

1. Modèles analytiques

La structure des ondes internes dépend fortement des conditions de stratification locale de l'océan, donc du profil vertical de masse volumique, $\rho(z)$. Dans le cas d'une stratification stable (masse volumique, $\rho(z)$ qui augmente avec la profondeur : $\frac{\partial \rho(z)}{\partial z} < 0$), une particule fluide écartée de sa position d'équilibre va osciller autour de celle-ci sous l'effet de son poids et de la poussée d'Archimède, à une fréquence contrôlée par la stratification locale du fluide. Plus la stratification est forte, plus la force de rappel est importante et plus la pulsation des oscillations augmente. Ces oscillations sont amorties par la viscosité du fluide. Cette pulsation, appelée pulsation de Brunt-Väisälä, $N(z)$, est définie par :

$$N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho(z)} \frac{\partial \rho(z)}{\partial z}}$$

où g correspond à l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre.

En moyenne, la masse volumique de l'océan croît avec la profondeur. Cependant, la couche de surface qui peut s'étendre jusqu'à une centaine de mètres ($-100 < z < 0$ m), est quasi-homogène en masse volumique du fait des processus turbulents induits par les échanges avec l'atmosphère (principalement des échanges de quantité de mouvement induits par le vent ainsi que des échanges thermiques et halins). Les variations diurnes, saisonnières et zonales influent sur la profondeur de cette couche de mélange. Sous cette couche de mélange, la masse volumique varie brusquement formant une fine couche caractérisée par de forts gradients de masse volumique, appelée, pycnocline. La pycnocline est la région de l'océan la plus fortement stratifiée et joue par conséquent un rôle important pour la dynamique des ondes internes. Cette couche est caractérisée par des pulsations de Brunt-Väisälä, N , de l'ordre de 10^{-2} rad.s⁻¹ (Thorpe, 2007). Dans les couches profondes de l'océan abyssal, la masse volumique augmente quasi-linéairement avec la profondeur et

correspond à des valeurs de N de l'ordre de 10^{-3} - 10^{-4} $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Cependant la stratification océanique est très variable à la fois spatialement et temporellement. Il existe, en effet, de nombreuses régions océaniques, où ce profil vertical de masse volumique est différent. Les détroits, comme par exemple le détroit de Gibraltar (Figure 2.1) ou encore les fjords présentent souvent un profil vertical de masse volumique avec une couche du fond quasi-homogène. Ce type de profil vertical est souvent assimilé à une configuration de fluide bicouche.

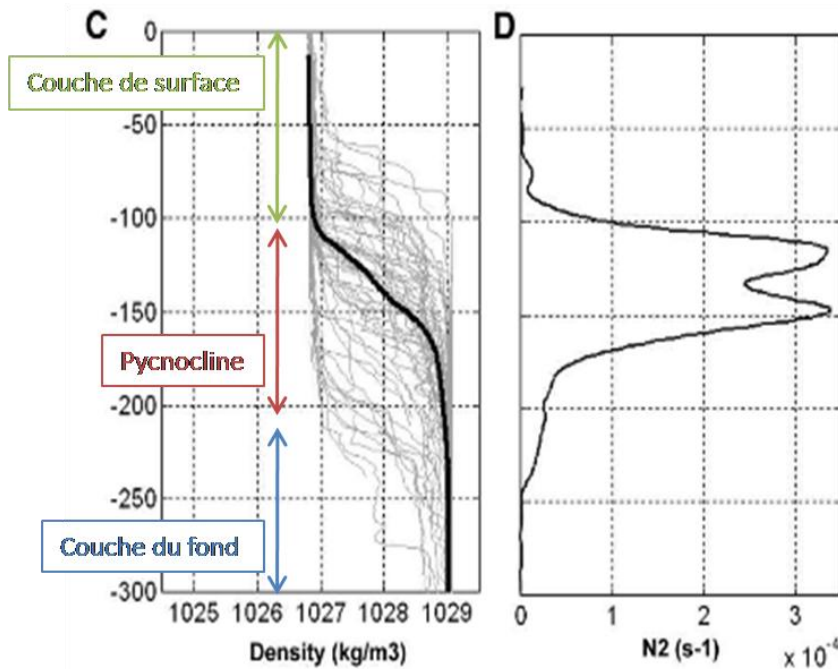


Figure 2.1 : Profils de masse volumique (a) et de stratification (b) issus de la base de donnée MEDATLAS et mesurés par CTD lors de la campagne de « Gibraltar Experiment » (1986) au niveau du point culminant du détroit de Gibraltar (nommé « Camarinal Sill »). Les lignes noires représentent les profils moyens hivernaux. (Adapté de Sanchez-Roman et al., 2008).

Dans la première section 1.1, nous énumérerons les hypothèses faites pour la description analytique des ondes internes. Dans la section 1.2, la physique des ondes internes est introduite pour une stratification linéaire à partir de différents modèles analytiques. Puis, pour traiter de la physique des ondes internes se propageant dans des milieux à stratification non-linéaire, notamment à l'intérieur de la pycnocline, nous considérerons dans la section 1.3, la propagation d'ondes à l'interface d'un océan bicouche ainsi que la propagation d'ondes dans un cas plus général d'océan tri-couche. Pour finir nous aborderons les limitations de tous ces modèles analytiques et leur domaine d'applicabilité dans la section 1.4.

1.1. Modèle de Boussinesq

Considérons un fluide stratifié, initialement à l'équilibre hydrostatique, pour lequel, $\rho(x, y, z, t)$ et $\vec{v}(x, y, z, t)$ sont respectivement les champs de masse volumique et de vitesse. Les équations qui régissent l'évolution d'une particule fluide de volume unité, dans le référentiel terrestre en rotation sont:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{équation de continuité} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\rho \vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} - \rho 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v} + \rho \vec{F}_f \quad \text{équation du mouvement} \quad (2.2)$$

avec P le champ de pression, \vec{F}_f , les forces de friction et Ω , la vitesse de rotation de la terre.

L'équation d'état du fluide est donnée par :

$$\rho = \rho(T, S, P),$$

où (T, S, P) sont la température, la salinité, et la pression du fluide qui dépendent des coordonnées spatiales et du temps. La résolution numérique de cette équation d'état nécessite donc l'utilisation de deux autres équations : l'équation de la chaleur pour la température T et l'équation de l'évolution de la salinité pour S .

On va étudier les perturbations à cet équilibre (désigné par « ' »), et donc les écarts par rapport à un état de référence (indiqué par un « 0 »). Ainsi on décompose la masse volumique et le champ de pression comme $\rho(x, y, z, t) = \rho_0 + \hat{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t)$ et $P(x, y, z, t) = P_0 + \hat{P}(z) + P'(x, y, z, t)$ où $\hat{\rho}(z)$ et $\hat{P}(z)$ décrivent la stratification et la pression du fluide au repos.

1.1.1. Hypothèse de Boussinesq

La description théorique des ondes internes qui suit, s'appuie sur l'approximation de Boussinesq. Elle permet de simplifier les équations primitives, dans le cas où les variations spatio-temporelles de la masse volumique sont faibles. On considère alors que la masse volumique varie faiblement spatialement et temporellement autour de ρ_0 : $\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \ll 1$ (hypothèse anélastique) avec une échelle de variation verticale de la masse volumique H_0 (tel que $H_0^{-1} = \frac{1}{\hat{\rho}(z)} \frac{d\hat{\rho}(z)}{dz}$) très grande devant la profondeur totale de l'océan (H) : $\frac{H}{H_0} \ll 1$. Dans l'océan, les échelles caractéristiques de variations de la masse volumique sont de l'ordre de $\frac{\rho}{\rho_0} \approx 10^{-2}$ et la masse volumique de l'océan varie entre la surface et le fond de l'océan dans une gamme maximale de 3-4 % (Vlasenko et al., 2005). Cette approximation est applicable à la dynamique des phénomènes océaniques de grandes et de méso-échelles (Cushman-Roisin and Beckers, 2011).

Considérant l'hypothèse de Boussinesq et en conservant uniquement les termes de perturbations d'ordre 1, les équations qui régissent l'évolution du fluide (2.1 et 2.2) peuvent être simplifiées :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{équation d'incompressibilité} \quad (2.3)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad \text{équation d'énergie}^1 \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \left(\frac{d\vec{v}}{dt} + 2\vec{\Omega}\Lambda\vec{v} \right) + \vec{\nabla}P' - \rho'\vec{g} - \nu\Delta\vec{v} = 0 \quad \text{équation de Boussinesq} \quad (2.5)$$

où ν est la viscosité cinématique du fluide.

Sous l'approximation de Boussinesq, la pulsation de Brunt-Väisälä s'exprime telle que :

$$N(z) \approx \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \frac{d\hat{\rho}(z)}{dz}}$$

1.1.2. Hypothèses Supplémentaires

Viscosité du fluide négligeable

On considère le cas d'un écoulement parfait. Par conséquent, la viscosité cinématique moléculaire n'affecte pas la propagation de l'onde interne. Cette hypothèse se justifie par le fait que les échelles spatiales et temporelles de l'onde interne sont bien supérieures à celles de la viscosité cinématique moléculaire.

Approximation linéaire

On suppose que le « produit de perturbations » est négligeable devant ces dernières. Ce qui nous permet de simplifier considérablement l'équation de Boussinesq (2.5). Ces termes non-linéaires sont négligeables si l'amplitude des ondes est faible, ce qui revient à considérer que la vitesse du fluide (U) est très faible devant la vitesse de propagation des ondes (c) : $U \ll c$. Cette approximation revient également à négliger les possibles interactions non linéaires entre les ondes.

H1

Avec ces nouvelles hypothèses, on obtient une nouvelle simplification du système d'équations :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

$$-\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + wN(z)^2 = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial x} - fv + \tilde{f}w = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial y} + fu = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial z} + \frac{g\rho'}{\rho_0} - \tilde{f}u = 0 \quad (2.10)$$

avec $\vec{v} = (u, v, w)$, $\vec{f} = (0, \tilde{f}, f)$ où $f = 2\Omega \sin \vartheta$ est le paramètre de Coriolis et $\tilde{f} = 2\Omega \cos \vartheta$ est le paramètre non-traditionnel de Coriolis, ϑ correspond à la latitude.

¹ L'implémentation numérique de cette équation prend en compte la diffusion numérique (K_z): $\frac{d\rho}{dt} = K_z \Delta \rho$

1. Modèles analytiques

A partir de ces cinq équations, on peut obtenir une seule équation dite de propagation qui s'exprime seulement en fonction de w (Gerkema and Zimmerman, 2008) :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \tilde{f}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + N^2(z) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.11)$$

Cette équation peut être simplifiée à partir des deux hypothèses suivantes :

Approximation traditionnelle :

L'approche traditionnelle consiste à négliger le terme \tilde{f} de la pseudo force de Coriolis impliquant le cosinus de la latitude. A moyenne latitude le paramètre \tilde{f} est de même amplitude que f . Cependant, il est associé à des mouvements verticaux alors que f est associé à des mouvements horizontaux. Généralement, les mouvements de basse fréquence de moyenne et grande échelle sont principalement horizontaux donc les effets de \tilde{f} faibles. De plus les stratifications fortes ($N \gg \Omega$) ont tendance à diminuer les mouvements verticaux, diminuant ainsi l'effet de \tilde{f} .

Hypothèse bidimensionnelle

On se place dans un plan vertical ($0xz$) pour cette description analytique, on considère donc $\frac{\partial}{\partial y} \sim 0$, bien que l'extension à trois dimensions soit possible. Les effets 3D induits par la non-linéarité seront discutés dans la partie 1.4.

H2

On obtient alors une équation simplifiée pour la propagation des ondes internes de la forme :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + N^2(z) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (2.12)$$

1.2. Ondes internes se propageant dans un fluide linéairement stratifié : $N(z) = N_0$

On considère le cas d'un fluide continûment stratifié de pulsation caractéristique $N(z) = N_0$ constante.

1.2.1. Modèle Rayon

On cherche des solutions ondulatoires à l'équation (2.12) de la forme $w = e^{i(-i\omega t + k_x x + k_z z)}$, de vecteur d'onde $\vec{k} = (k_x, k_z)$ et de pulsation ω . On obtient une relation de dispersion pour les ondes internes (Gill, 1982) de la forme :

$$\omega^2 (k_x^2 + k_z^2) = N^2 k_x^2 + f^2 k_z^2 \quad (2.13)$$

Cette expression peut être simplifiée en exprimant le vecteur d'onde en coordonnées polaires :

$$\vec{k} = (k_x, k_z) = \|\vec{k}\| (\sin \theta, \cos \theta)$$

où θ représente l'angle défini par le vecteur d'onde \vec{k} avec la verticale. L'équation (2.13) s'exprime alors tel que :

$$\omega^2 = N^2 \sin^2 \theta + f^2 \cos^2 \theta \quad (2.14)$$

De la relation de dispersion (2.13), on peut déduire les vitesses de phase (\vec{c}) et de groupe (\vec{c}_g) de ces ondes dans le plan (Oxz) :

$$\vec{c} = \frac{\omega}{\|\vec{k}\|} \vec{e}_k = \frac{\sqrt{N^2 \sin^2 \theta + f^2 \cos^2 \theta}}{\|\vec{k}\|} \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$\vec{c}_g = \begin{pmatrix} \frac{\partial \omega}{\partial k_x} \\ \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \end{pmatrix} = \frac{(N^2 - f^2) \cos \theta \sin \theta}{\|\vec{k}\| \omega} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Cette relation de dispersion ainsi que les expressions de \vec{c} et \vec{c}_g permettent de mettre en évidence certaines propriétés des ondes internes :

- On remarque que $\vec{c} \cdot \vec{c}_g = 0$, indiquant que les vitesses de phase et de groupe sont orthogonales. L'énergie se propage donc perpendiculairement à la vitesse de phase, et la structure de l'onde correspond à une onde de cisaillement dont la phase évolue dans la direction transverse à la propagation, comme illustré sur la Figure 2.2. Les ondes internes se propagent sous la forme de rayon formant un angle θ avec l'horizontale.
- La relation de dispersion (2.14) nous indique que ces ondes sont anisotropes. Leur pulsation ω est liée à leur direction de propagation θ , aux conditions de stratification du fluide N et au paramètre de Coriolis f .
- La relation de dispersion impose une limite supérieure et inférieure pour la pulsation ω des ondes internes propagatives pour la présente théorie linéaire, soit : $N \leq \omega \leq |f|$ ou $|f| \leq \omega \leq N$. Dans les cas contraires, les ondes internes sont évanescentes. Dans le cas où la force de Coriolis est négligeable, la relation de dispersion impose une unique limite supérieure : $\omega \leq N$.
- Le module du nombre d'onde, $\|\vec{k}\|$, et par conséquent de la longueur d'onde n'intervient pas directement dans la relation de dispersion (2.14).

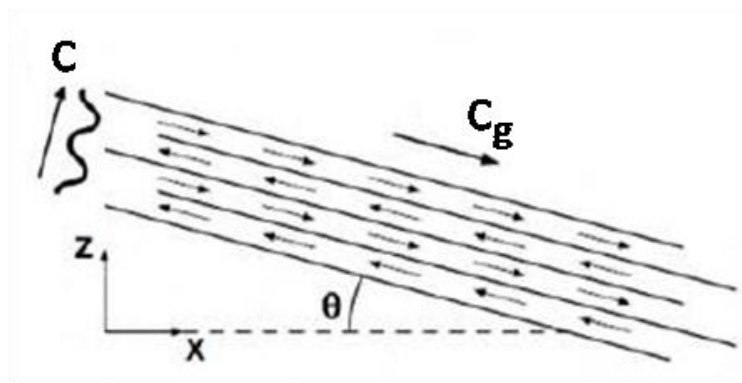


Figure 2.2 : Structure d'un rayon d'onde interne dans le cas d'une stratification linéaire. (Adapté de Mercier, 2010)

1.2.2. Modèle des « modes normaux »

Les frontières verticales de l'océan, de la surface libre et du fond, confinent naturellement la propagation des ondes internes. Elles agissent comme un guide d'onde. L'approche « modes normaux » permet de prendre en compte cet effet d'océan fini. Elle débouche ainsi sur une description alternative particulièrement utilisée pour l'analyse de la structure verticale des ondes internes.

De nouvelles hypothèses peuvent être faites:

Fond plat

L'océan a une profondeur finie constante H . Les modes peuvent être calculés pour tout H (constant ou pas), cependant au dessus d'une topographie variable ($H \neq cste$) ils ne sont plus orthogonaux entre eux.

Approximation de toit rigide

Les variations temporelles rapides de la surface libre ($\frac{\partial \xi}{\partial t}$) sont suffisamment faibles pour être négligeables. La propagation des ondes de surface est négligée.

Limite des grandes longueurs d'onde

Les longueurs d'onde des ondes internes (λ_n) sont grandes devant la profondeur de l'océan :

$$H \ll \lambda_n$$

Dans l'océan, les longueurs d'onde associées aux modes les plus rapides sont de l'ordre de la centaine de kilomètres soit un ordre de grandeur supérieur à la profondeur maximale de l'océan (de l'ordre de quelques kilomètres).

H3

On repart de l'équation des ondes internes (2.12) et on cherche une solution pour le champ de vitesse verticale, se propageant sur l'horizontale, de la forme :

$$w(x, z, t) = W_n(z) e^{i(k_{x,n}x - \omega t)} \quad (2.17)$$

où $W_n, k_{x,n}$, correspondent respectivement à la structure verticale du mode et au nombre d'onde horizontal, ω représente la pulsation de l'onde et $n \in N^*$ le numéro du mode vertical.

On obtient alors à partir de l'équation (2.12), une équation différentielle décrivant la structure verticale de l'onde :

$$\frac{\partial^2 W_n(z)}{\partial z^2} + k_{x,n}^2 \left(\frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) W_n(z) = 0 \quad (2.18)$$

Les conditions aux limites spécifiques au fond ($z = -H$) et l'approximation toit-rigide imposent des vitesses verticales nulles au fond et en surface soit :

$$W_n(0) = 0 \text{ et } W_n(-H) = 0 \quad (2.19)$$

Les équations (2.18) et (2.19) forment un problème de Sturm-Liouville pour la fonction W . Pour une valeur de ω fixée, il y a un nombre infini de solutions discrètes $W_n(z)$, correspondent à $k_{x,n}$ nombres d'onde horizontaux. L'ensemble des modes propres, $W_n(z), \forall n \in \{1, 2, \dots, \infty\}$, forment une base orthogonale, constituant une base de projection pour les ondes internes. La vitesse de phase de chacun de ces modes est définie comme : $c_n = \frac{\omega}{k_{x,n}}$.

Dans le cas $N(z) = N_0$ constant, l'équation (2.18) correspond à une équation d'oscillateur harmonique simple et des solutions analytiques peuvent être trouvées sous la forme :

$$W_n(z) = \sin \frac{n\pi z}{H} \quad (2.20)$$

associées à la relation de dispersion :

$$k_{x,n} = \pm \frac{n\pi}{H} \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N_0^2 - \omega^2}} \text{ et } n \in \mathbb{N}^* \quad (2.21)$$

Dans la limite des grandes longueurs d'ondes et si on néglige la force de Coriolis, les modes normaux sont non-dispersifs et ont pour vitesses de propagation :

$$c_{g,n} = c_n = \pm \frac{N_0 H}{n\pi} \quad (2.22)$$

Ainsi, dans le cas d'un océan de profondeur $H = 1000$ m, linéairement stratifié tel que $N_0 = 1.10 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, on trouve des vitesses de propagation typiques de 0.32 m/s pour le premier mode puis de 0.16 m/s, 0.11 m/s, 0.08 m/s pour les modes suivants. En comparaison, les ondes de surface ont des propagations typiques de l'ordre de 100 m/s soit deux à trois ordres de grandeur supérieures.

Le champ de vitesse verticale correspond à une superposition des modes normaux:

$$w(x, z, t) = \sum_n a_n \sin \frac{n\pi z}{H} \cos(k_{x,n}x - \omega t) \quad (2.23)$$

Les coefficients a_n sont des constantes arbitraires correspondant à l'amplitude des modes.

La Figure 2.3 représente la structure du champ de vitesse verticale w associé à la propagation de 1 à 25 modes d'ondes internes pour deux jeux de coefficients a_n (gauche : $a_n = 1$ et droite : $a_n = 1/n$). On observe distinctement dans les deux cas que la structure du rayon interne s'affine progressivement au fur et à mesure de la superposition des modes, en gardant un angle constant avec l'horizontale. Plus le nombre de modes impliqués est élevé, plus la structure de rayon devient « fine ». La structure du rayon est la même dans les deux cas, en effet le coefficient a_n n'intervient pas dans la relation de dispersion, les vitesses de propagation et les longueurs d'ondes des modes sont les mêmes. Cependant on remarque des différences non négligeables entre les deux champs de vitesse verticale. Notamment une nette dominance attendue du motif du mode 1 dans le cas $a_n = 1/n$. Il est donc nécessaire pour pouvoir représenter correctement les champs de vitesses verticaux et horizontaux de déterminer plus précisément la valeur des coefficients a_n . L'amplitude de ces coefficients a_n dépend de la source de génération (forme de la topographie ...).

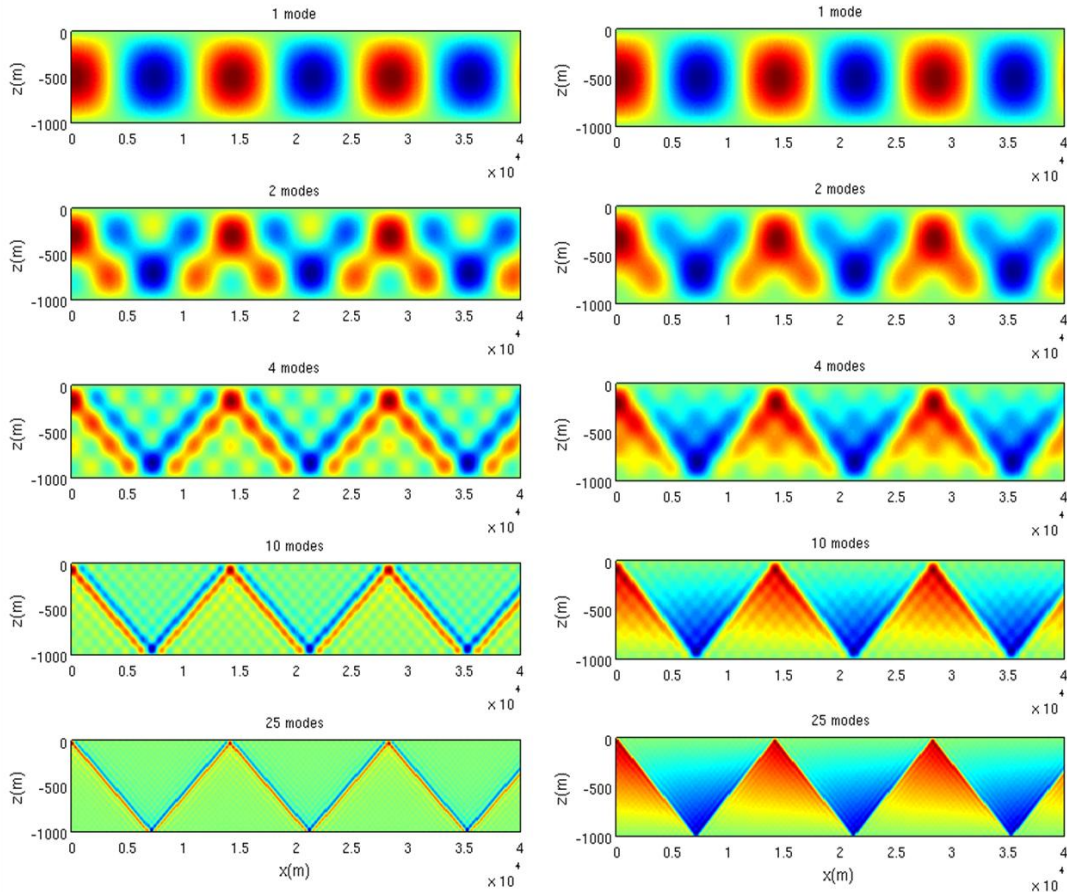


Figure 2.3 : Reconstruction du champ de vitesse verticale w à partir de la superposition de modes propres (de 1 à 25 modes) dans le cas d'une stratification linéaire, pour les paramètres : $H = 1000m$, $N_0 = 1.10^{-3} s^{-1}$, $f = 0$, $T = 12.4h$, (gauche) $a_n = 1$, (droite) $a_n = 1/n$.

1.2.3. Détermination des coefficients a_n

De nombreuses observations océaniques ont montré que, généralement, le premier mode domine et les amplitudes des modes hauts sont négligeables en comparaison (Vlasenko, Stashchuk, Hutter, 2005). C'est pourquoi, pour la description modale de la propagation des ondes internes, des lois de type $a_n \propto 1/n$ sont souvent choisies. Dans certains cas topographiques, une solution analytique de a_n peut être déterminée. On présente, ici, brièvement la méthode utilisée par Gerkema et Zimmerman (2008) pour résoudre le problème de la génération de la marée interne au dessus d'un talus continental et au-dessus d'un mont sous-marin infinitésimal. Une version plus détaillée de cette méthode est présentée en annexe 1 (section 6.1).

On introduit une fonction de courant ψ vérifiant : $u = \frac{\partial \psi}{\partial z}$ et $w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$. On peut alors exprimer l'équation des ondes internes (2.12) à partir de cette fonction de courant :

$$\frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial t^2} + N^2(z) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + f^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.24)$$

Jusqu'à présent w est considérée comme représentant seulement le champ d'ondes internes. Cependant, pour une description complète de la marée interne, il est nécessaire d'ajouter le champ

de marée barotrope. Pour cela, on peut modifier les conditions aux limites pour la fonction de courant ψ :

$$\psi(z = 0) = 0 \text{ et } \psi(-h(x)) = Q_0 e^{-i\omega t} \quad (2.25)$$

où $h(x)$ représente les variations topographiques et Q_0 est une constante lié à l'amplitude de la marée barotrope.

Une façon alternative de poser le problème est d'inclure directement le champ de marée barotrope sous la forme d'un terme de forçage dans l'équation de la fonction de courant (2.24) tel que :

$$\Psi = \Psi_0 + \psi \text{ avec } \Psi_0 = -\frac{z}{h(x)} Q_0 e^{-i\omega t} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial t^2} + N^2(z) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + f^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = z Q_0 (N^2 - \omega^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{h(x)} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.27)$$

$$\psi(0) = 0 \text{ et } \psi(-h(x)) = 0 \quad (2.28)$$

L'apparition de la fonction $h(x)$ dans l'équation de la fonction de courant (2.27) traduit la nécessité de prendre alors en compte la forme de la topographie. Gerkema et Zimmerman (2008) proposent des résolutions de ce système d'équation pour deux formes de topographies distinctes : un talus continental et un mont sous-marin de hauteur infinitésimale.

Cas d'un talus continental :

Dans le cas d'un talus continental, on considère un océan profond ($x < 0$) et un plateau continental ($x > 0$) de profondeurs respectives H et H_s constantes (Figure 2.4).

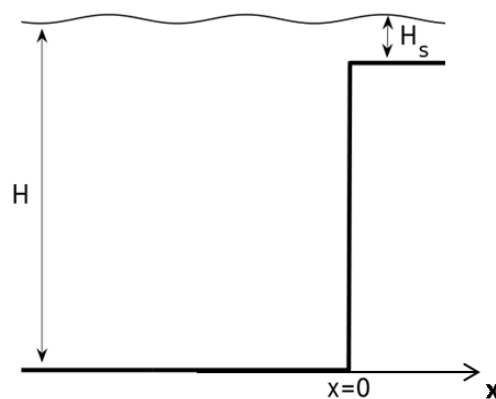


Figure 2.4 : Représentation schématique du changement topographique entre l'océan profond et le plateau continental. (Adapté de Gerkema et Zimmerman, 2008).

Pour une stratification linéaire $N(z) = N_0$, les fonctions analytiques (2.20) et (2.21) sont toujours solutions. Cependant dans cette configuration, on considère deux relations de dispersion, une caractérisant les nombres d'ondes dans l'océan profond $k_{x,n}$ et l'autre, sur le plateau continental $k_{s,x,n}$,

1. Modèles analytiques

(Annexe 1, section 6.1.1). On exprime la fonction de courant Ψ sous la forme de modes normaux tel que a_n et $a_{s,n}$ représentent les amplitudes des modes dans l'océan profond et au-dessus du plateau continental. Pour déterminer la valeur de ces coefficients, on utilise les conditions aux limites à $x = 0$ et les conditions de continuité à $x = 0$ pour la fonction de courant, Ψ , et pour le champ de vitesse verticale w (Annexe 1, section 6.1.1). Ces trois équations permettent d'aboutir à un système de deux équations dépendantes des variables a_n et $a_{s,n}$ (Gerkema and Zimmerman, 2008, p127). Ce système peut être résolu numériquement pour une gamme de paramètres donnés et pour un nombre fini de modes n . La Figure 2.5 montre la contribution des 10 premiers modes au champ de vitesse horizontale u' pour les paramètres suivants : $N = 2.10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$, $f = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $\omega = 1.10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$, $H = 4000 \text{ m}$, $H_s = 300 \text{ m}$ et $Q_0 = 100 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On observe que plus le numéro du mode (n) est « haut », plus faible est l'amplitude ($|na_n|$). En conclusion, dans le cas d'un talus continental et d'une stratification linéaire, on observe un comportement décroissant avec le numéro des modes. Les modes bas sont dominants et les amplitudes des modes hauts sont négligeables en comparaison.

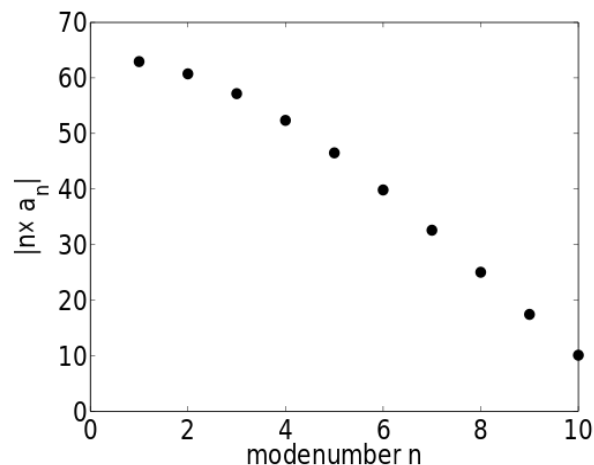


Figure 2.5 : Contribution des 10 premiers modes au champ de vitesse horizontale u' (proportionnelle à na_n). (Tiré de Gerkema et Zimmerman, 2008).

Cas d'un mont sous-marin infinitésimal :

On considère, cette fois, un mont sous-marin symétrique de largeur $2l$ et de hauteur h_0 , définie par la fonction $r(x)$ représentée sur la Figure 2.6.

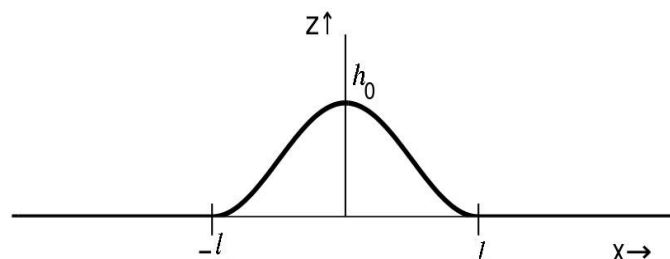


Figure 2.6 : Forme du mont sous-marin telle que définie par $r(x)$ (Annexe 1- section 6.1.2). (Adaptée de Gerkema and Zimmerman, 2008)

On fait l'hypothèse que la topographie est infinitésimale : $h(x) = H - r(x)$ avec $|r| \ll H$, de façon à ce que l'on puisse considérer que les modes verticaux sont les mêmes sur tout le domaine. On cherche une solution de l'équation (2.27) de la forme $\psi = \sum_n a_n(x) \phi_n(z) e^{-i\omega t}$ où ϕ_n est solution de (2.18). Ce qui mène à une équation différentielle pour le coefficient a_n (annexe 6.1.1). On obtient une solution telle que $a_n \propto R(k_{x,n}l) = \frac{\sin k_{x,n}l}{\pi^2 - (k_{x,n}l)^2}$.

La dépendance de R sur le produit $k_{x,n}l$ est illustrée sur la Figure 2.7. On observe un phénomène de résonance : la largeur de la bathymétrie (l) sélectionne préférentiellement une gamme restreinte de longueurs d'onde, $\lambda_n = 2\pi/k_{x,n}$. Dans le cas d'un mont sous-marin, la forme de la topographie, sa largeur l et sa hauteur h_0 ont un impact direct sur l'amplitude des modes émis a_n .

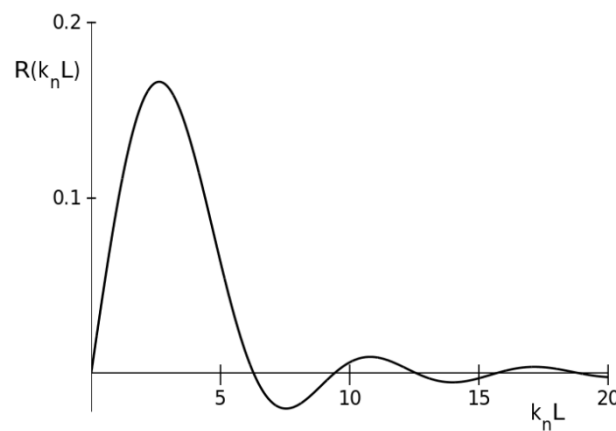


Figure 2.7 : Evolution de la fonction R en fonction du produit $k_{x,n}l$, un des facteurs clés déterminant l'amplitude de chacun des modes verticaux ($a_n \propto R(k_{x,n}l)$). (Tiré de Gerkema et Zimmerman, 2008).

Pour une stratification constante $N(z) = N_0$: $a_n \propto \frac{1}{n} R(k_{x,n}l)$ (annexe 6.1.1). Pour des grandes valeurs de n , on en déduit que : $a_n \propto \frac{1}{n^3}$.

En conclusion, dans le cas d'un mont sous-marin de hauteur infinitésimale, les modes bas expliquent la majeure partie des variations des champs de vitesse verticale et horizontale. On retrouve donc un comportement décroissant avec le numéro des modes. Cependant ces résultats reposent sur l'hypothèse de topographie de très faible amplitude dans le cas du mont sous-marin et d'une stratification linéaire. Le terme de forçage de la marée interne dans l'équation (2.27) est dépendant de l'intensité de la stratification $N(z)$, ce qui laisse supposer que le forçage de la marée interne tend à être plus fort dans les régions très stratifiées comme celle de la pycnocline. Cela a des conséquences sur la répartition énergétique entre les modes.

1.3. Ondes internes se propageant dans un fluide à stratification non-linéaire : $N(z)$ variable

Le cas particulier d'une stratification linéaire permet de décrire analytiquement la structure des ondes internes se propageant dans les couches abyssales de l'océan. Cependant la partie supérieure

de la colonne d'eau océanique est loin d'être stratifiée linéairement et présente un profil de stratification plus complexe : une couche de mélange homogène au-dessus d'une pycnocline caractérisée par un fort gradient de masse volumique. Qu'en est-il alors de la structure des ondes internes se propageant dans cette partie de l'océan? Nous nous intéresserons particulièrement ici, à la propagation des ondes internes dans la pycnocline. Les ondes internes sont contraintes de se propager quasiment horizontalement dans cette couche fortement stratifiée, les limites supérieures et inférieures représentées par un changement important de stratification jouant le rôle d'un guide d'onde.

1.3.1. Modèle interfaciale linéaire : application à une pycnocline d'épaisseur nulle

Pour décrire la structure des ondes internes se propageant dans la pycnocline, une des approches analytiques consiste à se placer dans la limite d'une pycnocline d'épaisseur nulle. En effet l'épaisseur de celle-ci est souvent négligeable devant la profondeur de l'océan d'une part et devant la longueur d'onde d'autre part. Dans cette limite, les ondes internes se propagent quasi-horizontalement, comme à l'interface d'un fluide bicouche. On considère donc deux couches homogènes (de masse volumique constante) de hauteurs h_1 et h_2 séparées par une pycnocline d'épaisseur nulle, qui est caractérisée par un saut de masse volumique $\Delta\rho$ comme représenté sur la Figure 2.8. La propagation des ondes internes le long de cette interface provoque un déplacement interfacial de la forme :

$$\eta(x, t) = \Re(\eta_0 e^{i(kx - \omega t)})$$

où η est la position de l'interface par rapport à sa position de repos. On considère une propagation linéaire des ondes internes soit : $\eta \ll h_1, h_2$.

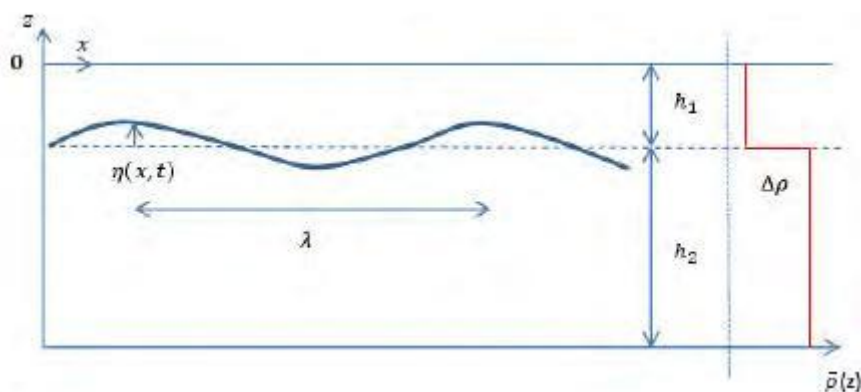


Figure 2.8 : Représentation schématique de la propagation d'ondes internes interfaciales dans un fluide bicouche. (Tiré de Dossmann, 2012)

Gerkema et Zimmerman (2008), par exemple, ont appliqué la méthode des modes normaux à ce profil de masse volumique bicouche pour déterminer la relation de dispersion des ondes interfaciales. Dans la limite d'une pycnocline d'épaisseur nulle, un mode unique existe : le mode interfacial. Pour cela, ils utilisent les hypothèses H3 de la méthode des modes normaux: fond plat, toit rigide et ondes longues et ils négligent la force de Coriolis. La relation de dispersion des ondes

interfaciales pour les ondes relativement longues dans le cadre linéaire s'exprime alors sous la forme :

$$\omega^2 = c^{*2} k_x^2 \left(1 - \frac{1}{6} h_1 h_2 k_x^2\right) \quad (2.29)$$

avec c^* , l'approximation hydrostatique (ondes très longues) de la célérité des ondes interfaciales:

$$c^* = \sqrt{g' \frac{h_1 h_2}{H}} \text{ avec } g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \text{ la gravité réduite} \quad (2.30)$$

Les ondes interfaciales longues sont donc dispersives : leur vitesse de phase ($c^2 = \frac{\omega^2}{k_x^2}$) varie avec leur nombre d'onde k_x .

1.3.2. Ondes solitaires

Jusqu'ici, nous avons considéré des équations linéaires, valides seulement pour des ondes de faibles amplitudes. Cependant, il existe des régions de l'océan, où l'amplitude des ondes internes peut atteindre la centaine de mètres comme le détroit de Luzon (Duda, 2004; Liu et al., 1998; Yang et al., 2004) ou encore le détroit de Gibraltar (Farmer et al., 1988; Vázquez et al., 2006). Cette hypothèse n'est alors plus satisfaite : la propagation des ondes interfaciales est non-linéaire et η n'est plus négligeable devant h_1 ou h_2 .

La pycnocline est un support privilégié pour la propagation de ce type d'onde interne de grande amplitude. En effet, la gamme de fréquence des ondes internes se propageant dans la pycnocline est plus large que dans le reste de la colonne d'eau. Les ondes internes de pulsation ω satisfaisant $N_b < \omega < N_p$ (où N_b et N_p représentent respectivement la pulsation de Brunt-Väisälä dans la couche du bas et la valeur maximale de $N(z)$ dans la pycnocline) sont donc propagatives seulement dans la pycnocline et évanescentes dans l'océan profond ainsi que dans la couche de mélange. Ces ondes restent alors piégées à l'intérieur de la pycnocline.

Dans le cas d'un déplacement interfacial important : $h_1(x, t) = h_{1,0} - \eta(x, t)$ et $h_2(x, t) = h_{2,0} + \eta(x, t)$ où $h_{1,0}$ et $h_{2,0}$ correspondent à l'épaisseur des deux couches au repos. En remplaçant ces deux grandeurs dans (2.30) et après un développement limité en η , on obtient l'expression de la vitesse de phase des ondes interfaciales longues au premier ordre dans le cadre non-linéaire :

$$c^*_{NL} = c^* \left(1 + \eta \frac{h_{1,0} - h_{2,0}}{2h_{1,0}h_{2,0}}\right) \quad (2.31)$$

Un terme d'advection non-linéaire proportionnel à η est ajouté à la vitesse de phase des ondes linéaires c^* . Dans l'océan, lorsque $h_{1,0} < h_{2,0}$, l'onde forme une seule dépression (un creux dirigé vers la couche la plus profonde) donc $\eta < 0$ soit le produit $\eta(h_{1,0} - h_{2,0})$ est toujours positif. On en conclut que $c^*_{NL} > c^*$ et c^*_{NL} croît avec $|\eta|$. Autrement dit, la dépression maximale va se propager

plus rapidement et rattraper l'amont de la déformation comme illustré sur la Figure 2.9. Le terme non-linéaire provoque donc un raidissement progressif de l'onde menant à son déferlement au moment où le profil de masse volumique devient localement instable.

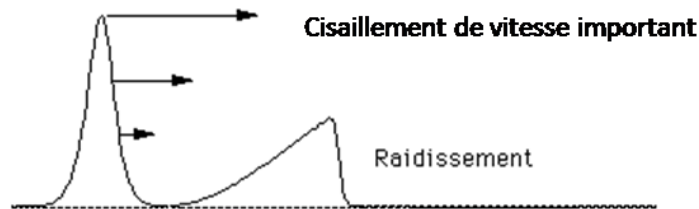


Figure 2.9: Effet non-linéaire, raidissement progressif de l'onde.

Cependant le caractère dispersif mis en évidence par la relation de dispersion (2.29) peut contrebalancer les effets non-linéaires. En effet, les ondes les plus longues (petit k_x) se propagent plus vite ($c^2 = \frac{\omega^2}{k_x^2} = c^{*2} (1 - \frac{1}{6} h_1 h_2 k_x^2)$) entraînant une dispersion de la déformation initiale. Celle-ci va donc s'étaler progressivement et décroître en amplitude comme illustré sur la Figure 2.10.



Figure 2.10 : Effet de la dispersion, étalement progressif de l'onde

Dans la limite hydrostatique, $k_x H \ll 1$, soit $\frac{1}{6} h_1 h_2 k_x^2 \ll 1$, le terme dispersif disparaît dans la relation de dispersion. Les effets non-hydrostatiques sont donc la source de la dispersion et il est nécessaire de les prendre en compte pour une bonne représentation de ces ondes.

L'équilibre entre les effets non-linéaires et dispersifs est à l'origine des remarquables propriétés des ondes solitaires. Les effets dispersifs entraînant un étalement progressif de l'onde vont stabiliser le front d'onde créé par les effets non-linéaires (Figure 2.11). Un soliton est donc une onde très stable, qui conserve sa forme lorsqu'elle se propage et lorsqu'elle interagit avec un autre soliton. Il ne subit pas de déformations ou de pertes d'énergie.

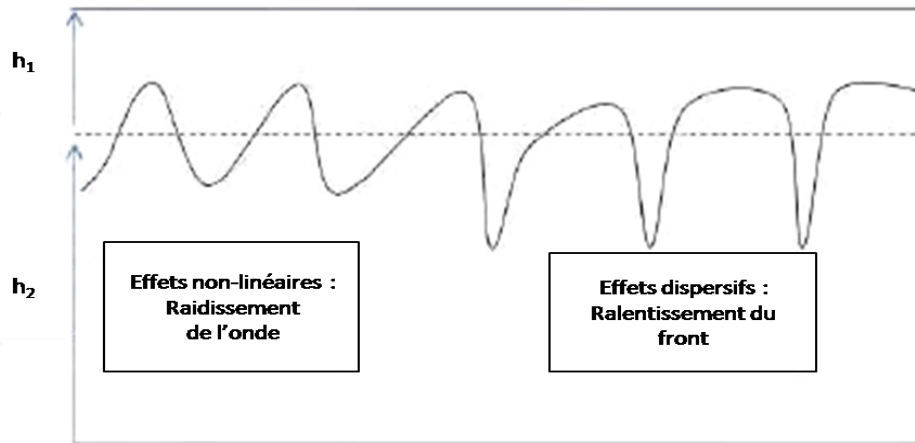


Figure 2.11 : Mécanisme de formation d'une onde solitaire. (Tiré de Dossmann, 2012)

Dans l'océan, les effets dispersifs peuvent être faibles, trop faibles pour compenser la non-linéarité d'une seule onde. L'onde initiale se désintègre alors en un train d'ondes solitaires ordonnées par amplitude décroissante. L'équilibre local entre dispersion et non-linéarité est réalisé pour chacune de ces ondes solitaires. L'équation de Korteweg-de Vries (KdV) décrit la propagation de ces ondes solitaires à l'interface d'un bicouche. Elle prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c^* \frac{\partial \eta}{\partial x} + \overbrace{\frac{3}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} c^* \eta \frac{\partial \eta}{\partial x}}^{\text{advection}} + \overbrace{\frac{1}{6} h_1 h_2 c^* \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}}^{\text{dispersion}} = 0 \quad (2.32)$$

Le troisième et le quatrième terme de cette équation correspondent respectivement à l'advection et à la dispersion non-hydrostatique. Ce modèle analytique est le plus simple pour décrire la propagation des ondes solitaires. Il peut se montrer suffisant pour représenter la dynamique générale des ondes de grandes amplitudes. Cependant, la prise en compte des termes d'ordres supérieurs est souvent nécessaire du fait des fortes amplitudes atteintes par les ondes solitaires. De telles amplitudes impliquent de forts effets non-linéaires. Si on rajoute la composante de l'advection non-linéaire de second ordre dans l'équation (2.32), on obtient une des versions étendues de l'équation KDV :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c^* \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} c^* \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} h_1 h_2 c^* \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} - \frac{3}{8} \eta^2 c^* \frac{h_1^2 + 6h_1 h_2 + h_2^2}{8(h_1 h_2)^2} = 0 \quad (2.33)$$

Ce terme non-linéaire additionnel ralentit et disperse l'onde. Il permet de raffiner la structure fine échelle de l'onde solitaire. Cette version étendue de l'équation KDV permet donc une représentation plus précise des ondes internes solitaires (Dossmann et al., 2013a).

Au moins deux processus de génération d'ondes solitaires par la marée (Dossmann et al., 2013a, 2013b) ont été identifiés (Figure 1.11) :

1. Modèles analytiques

- La génération primaire qui a lieu directement au-dessus de la topographie

Lorsque la marée barotrope rencontre un obstacle topographique abrupt dont le sommet est proche de la pycnocline, des courants verticaux intenses de l'ordre de 1 m/s sont générés à proximité de celle-ci. Ces courants verticaux périodiques génèrent la propagation d'ondes internes interfaciales le long de la pycnocline de part et d'autre de l'obstacle. Leur amplitude varie typiquement entre 10 et 100 m. Si l'équilibre entre les effets non-linéaires et dispersifs est propice, ces ondes évoluent alors en trains d'ondes solitaires. Ce mécanisme a lieu, par exemple, en mer de Sulu (Apel et al., 1985), au détroit de Gibraltar (Farmer and Armi, 1988) ou encore à l'entrée du golfe du Maine (Loder et al., 1992).

- La génération locale secondaire

Ce processus a été mis en évidence plus récemment à travers des observations effectuées dans le golfe de Gascogne (New and Pingree, 1992, 1990). Dans le golfe de Gascogne, des ondes solitaires sont générées localement à plus de 150 km du plateau continental (New and Da Silva, 2002). New et Pingree ont montré que cette zone de génération correspondait à la zone d'impact du rayon d'onde interne généré vers le bas sur le talus continental. L'impact du rayon génère localement des vitesses verticales de fortes amplitudes et provoque ainsi l'émission d'ondes solitaires se propageant dans le même sens que la phase du rayon.

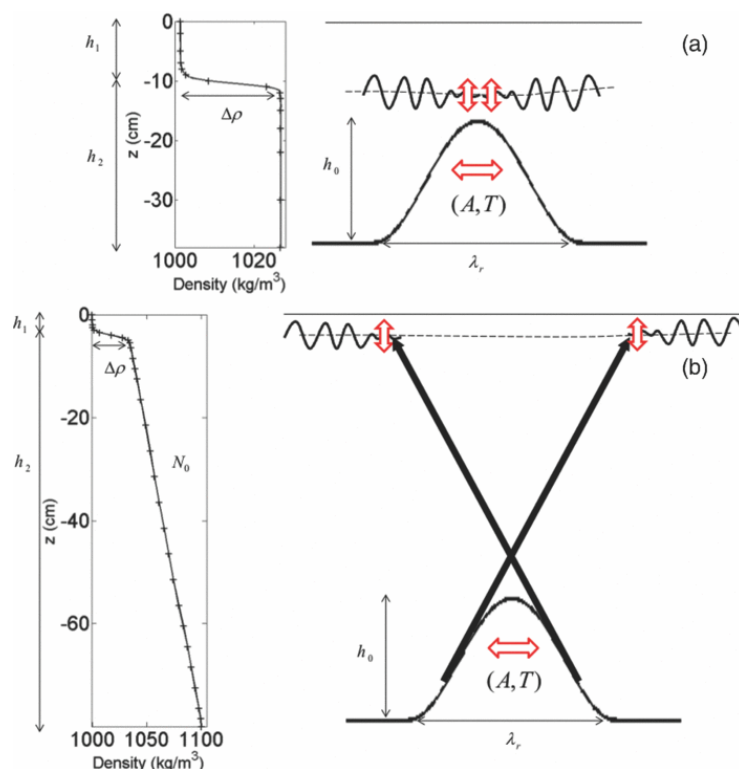


Figure 2.12 : Mécanisme de génération d'ondes solitaires. (a) génération primaire associée à un profil de stratification verticale « bicouche »; (b) génération secondaire associée à un profil de stratification verticale « tri-couche ». (Tiré de Dossmann et al., 2014)

Les paramètres adimensionnés ε et δ caractérisent la force des termes non-linéaires et dispersifs lors de la génération d'ondes internes. (A) représente l'excursion de la marée, (h_0) et (λ_r) la hauteur et la largeur du mont.

Effets non-linéaires	$\varepsilon = \frac{Ah_0}{\lambda_r H}$	<p>ε est lié à l'efficacité de la conversion des mouvements horizontaux en mouvements verticaux par le mont. Plus la topographie est pentue et proche de la pycnocline, plus les effets non-linéaires sont importants.</p> <p>Dossmann et al. (2013a) ont montré que pour générer de façon primaire des ondes internes solitaires, le paramètre de non-linéarité ε devait être supérieur à 0.018.</p>
Effets non-hydrostatiques	$\delta = \left(\frac{H\omega}{c^*}\right)^2$	<p>δ dépend du rapport de la profondeur du fluide sur la longueur d'onde et mesure donc les effets non-hydrostatiques.</p> <p>Pour des petites valeurs de δ, l'approximation hydrostatique peut être faite et les effets dispersifs sont négligeables.</p>

Ce modèle interfacial repose sur beaucoup d'hypothèses restrictives : fond plat, fluide bicouche (masse volumique constante dans la couche supérieure et dans la couche inférieure), pycnocline d'épaisseur nulle. Camassa et Tiron (2011) ont montré entre autre qu'une pycnocline d'épaisseur finie, modifie la vitesse de propagation c^* des ondes interfaciales. Des descriptions plus complètes sont donc nécessaires pour prendre en compte les effets induits par la topographie, l'impact d'une pycnocline d'épaisseur finie ou encore la radiation d'énergie dans la couche profonde linéairement stratifiée. L'approche dite des « modes normaux » pour un profil de stratification $N(z)$ non-linéaire permet de prendre en compte certains de ces effets dans le cadre de propagations d'ondes linéaires.

1.3.3. Approche modes normaux

L'approche modes normaux appliquée à un cas de stratification variable $N(z)$ quelconque permet en particulier de considérer des cas de stratifications tri-couches avec des pycnoclines d'épaisseurs finies plus réalistes et représentatives de la stratification moyenne de l'océan.

Les équations (2.18) et (2.19) forment un problème de Sturm-Liouville pour la fonction $W_n(z)$. Elles peuvent être résolues numériquement dans un cas d'une stratification quelconque $N(z)$. Le champ de vitesse verticale s'exprime alors tel que:

$$w(x, z, t) = \sum_n W_n(z) a_n \cos(k_{x,n}x - \omega t) \quad (2.34)$$

où les coefficients a_n correspondent à l'amplitude de chacun des modes normaux.

1. Modèles analytiques

On rappelle que N_b représente la pulsation de Brunt-Väisälä dans l'océan profond et N_p la valeur maximale de la pulsation de Brunt-Väisälä dans la pycnocline. La couche de mélange est caractérisée par une pulsation $N(z)$ nulle. On considère alors deux profils différents de stratification dans un cas où la force de Coriolis est négligeable:

- $\omega < N_b < N_p$ (Figure 2.13). Les ondes internes peuvent se propager dans la pycnocline et dans la couche abyssale.

- $-N_b < \omega < N_p$ (Figure 2.14). Seul la pycnocline, agit comme un guide d'onde.

La Figure 2.13 et la Figure 2.14 représentent la superposition des 10 premiers modes pour ces deux profils de stratification avec des coefficients a_n variant comme $1/n$.

Sur la Figure 2.13, on observe que le rayon formé par la superposition de ces modes dans la couche du bas est plus pentu que dans la pycnocline, en relation avec la plus faible stratification. Dans cette configuration, le changement de stratification entre la couche abyssale et la pycnocline entraîne une réfraction du rayon d'onde interne. De plus, on observe des réflexions du rayon d'onde interne à la transition de ces deux couches amenant une structure verticale des ondes internes complexes.

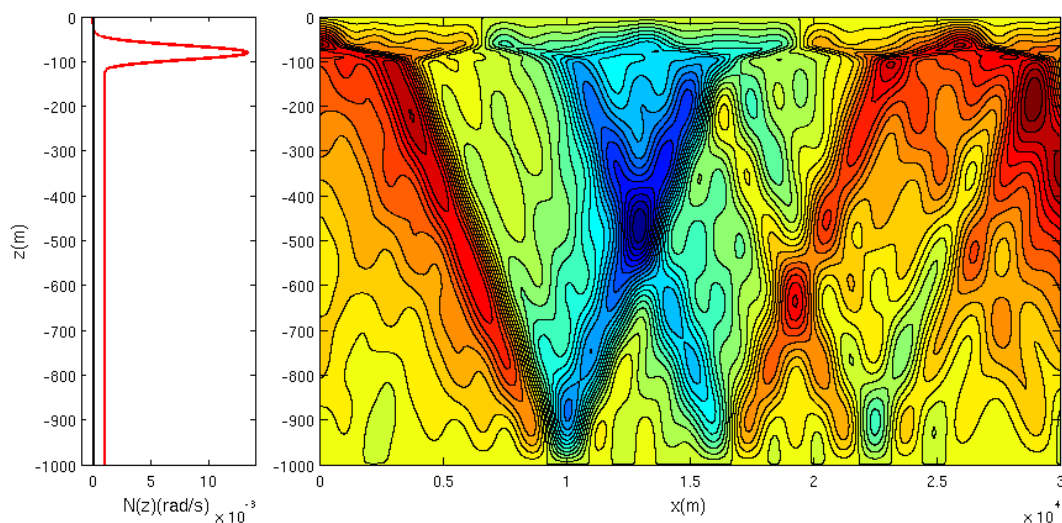


Figure 2.13 : (gauche) ligne rouge : profil de stratification $N(z)$ pour les paramètres : $f = 0$, $H = 1000m$, $N_b = 1.10^{-3} s^{-1}$, $N_p = 1.3.10^{-2} s^{-1}$ ($H_p = 80 m$, $\Delta H_p = 30m$, $\Delta\rho = 0.5$) / ligne noire : $\omega = 1.4.10^{-4} s^{-1}$. (droite) Reconstruction du champ de vitesse vertical w à partir de la superposition de 10 modes propres pour $a_n \sim 1/n$.

La Figure 2.14, nous confirme que seule la pycnocline supporte la propagation d'ondes internes lorsque $-N_b < \omega < N_p$. Les ondes internes sont piégées dans la pycnocline et sont évanescentes dans la couche de mélange ainsi que dans la couche du fond. Cette vision tri-couche avec une interface d'épaisseur finie permet la propagation de plusieurs modes verticaux le long de cette interface formant alors un rayon d'onde interne.

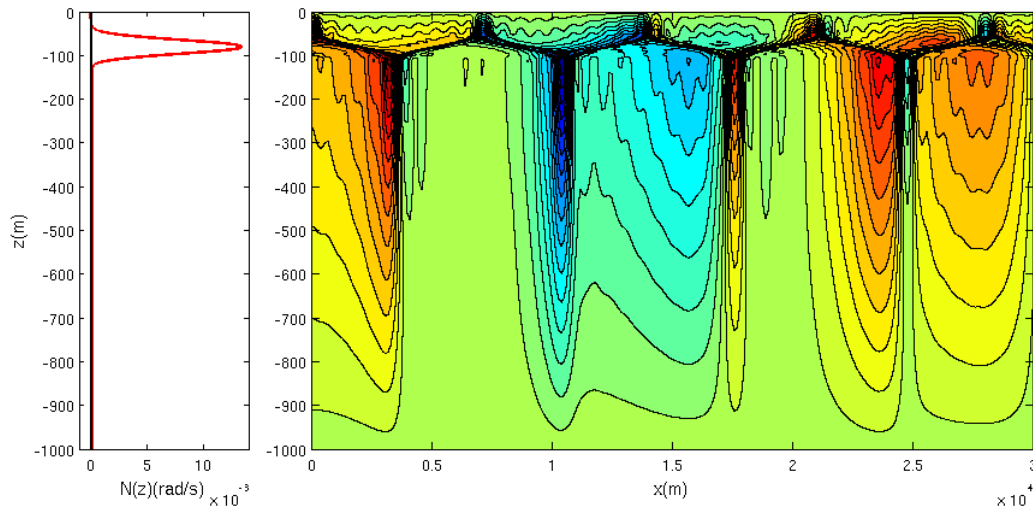


Figure 2.14 : (gauche) ligne rouge : profil de stratification $N(z)$ pour les paramètres : $f = 0$, $H = 1000\text{m}$, $N_b = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $N_p = 1.3.10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ($H_p = 80 \text{ m}$, $\Delta H_p = 30\text{m}$, $\Delta\rho = 0.5$) / ligne noire : $\omega = 1.4.10^{-4} \text{ s}^{-1}$. (droite) Reconstruction du champ de vitesse verticale w à partir de la superposition de 10 modes propres pour $a_n \sim 1/n$.

Comme nous l'avons vu précédemment, les observations océanographiques nous indiquent une dominance générale des modes bas soutenant l'hypothèse d'une amplitude des modes décroissante avec le numéro du mode. Cependant, dans le golfe de Gascogne, par, exemple, une dominance du mode 3 a été observée (Pingree and New, 1991) dans la pycnocline montrant donc qu'il existe des régions où la répartition énergétique entre les modes est peut-être plus complexe. C'est particulièrement le cas dans les zones de forte stratification telles que la pycnocline.

1.3.4. Détermination de a_n dans la pycnocline

Dans certaines configurations topographiques, une solution analytique de a_n pour des stratifications non-linéaires, peut être déterminée. On présente, ici, brièvement la méthode utilisée par Vlasenko, Stashchuk et Hutter (2005) pour résoudre le problème de la génération de la marée interne au-dessus d'un mont sous-marin dans le cas d'une stratification $N(z)$ variable. Cette méthode est présentée de manière plus détaillée en annexe 2 (section 6.2). On se place dans une configuration où la stratification $N(z)$ représente la pycnocline océanique de façon assez réaliste. Elle est déterminée par la fonction tracée sur la Figure 2.15.

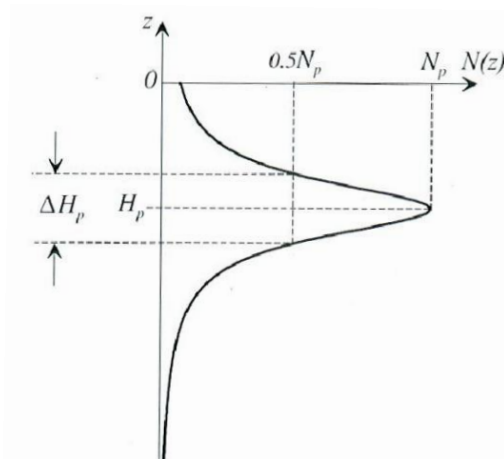


Figure 2.15: Profil de stratification $N(z)$ utilisé par Vlasenko, Stashchuk et Hutter (2005). H_p désigne la profondeur de la pycnocline, N_p la valeur maximal de la stratification à cette profondeur et ΔH_p la largeur de la pycnocline (Tiré de Vlasenko et al., 2005)

Cette méthode est similaire à celle de Gerkema et Zimmerman (2008) (présentée précédemment : section 1.2.3). Elle consiste à ajouter un champ de marée barotrope dans les conditions aux limites de la fonction de courant qui est décrite par l'équation de propagation des ondes internes (2.24). Un changement de variable prenant en compte les effets de la stratification est ensuite effectué (cf annexe 2 section 6.2). Cette méthode repose sur les hypothèses de l'approche « modes normaux » (H3) et sur deux hypothèses supplémentaires (H4) :

Les ondes internes peuvent se propager sur toute la colonne d'eau

On considère $\alpha^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2} > 0$. Ce qui revient à considérer une bande de fréquence tel que : $|f| \leq \omega \leq N$. On considère donc un cas où $N(z) \geq \omega$ sur toute la colonne d'eau, qui n'est pas représentatif d'un profil de masse volumique avec une couche de surface homogène ni d'un profil de fluide bicouche. De plus on considère que l'on se trouve dans une région au-dessous de la latitude critique : $|f| \leq \omega$.

Mont sous-marin de « faible » amplitude

On fait l'hypothèse que la hauteur du mont sous-marin exprimée dans le nouveau référentiel de variable est petite. Cependant ce paramètre ne reflète pas seulement la hauteur du mont en fonction de la profondeur de l'océan mais tient aussi compte de la stratification de l'océan dans la couche du fond, celle qui englobe la topographie. L'océan abyssal étant faiblement stratifié, cette condition peut également être valide dans le cas d'un mont sous marin d'amplitude importante sous la condition que son sommet se situe sous la pycnocline.

H4

Vlasenko, Stashchuk et Hutter (2005) ont appliqué cette méthode à des monts sous-marins de largeur $2l$ et de hauteur h_0 (équation en annexe 2). On présente la forme des solutions obtenues pour différentes catégories de monts sous-marins.

Cas d'un mont sous-marin de faible amplitude : résolution analytique

La Figure 2.16 représente l'évolution de a_n en fonction de la largeur l du mont pour une gamme de paramètres donnés telle que l'amplitude du mont sous-marin est faible. On observe que l'amplitude des modes est dépendante de la largeur l de l'obstacle : $a_n \propto k_{x,n}^{-2} \frac{\sin k_{x,n} l}{k_{x,n} l^2 - \pi^2}$ (cf annexe 2 section 6.2).

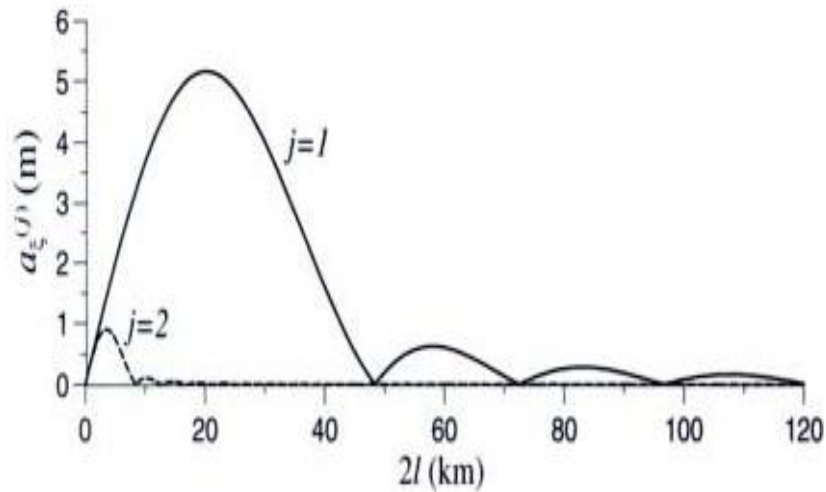


Figure 2.16 : Amplitudes associées au déplacement vertical ($a_{\zeta,n} = \frac{a_n k_{x,n}}{\omega}$) des deux premiers modes baroclines ($j = 1,2$), générées par un flux de marée de $\psi_0 = 20 \text{ m}^2/\text{s}$ au dessus d'un mont océanique de hauteur $h_0 = 2 \text{ km}$ dans un océan de profondeur $H = 4 \text{ km}$ en fonction de la largeur, $2l$ du mont. Les paramètres de la pycnocline sont $N_p = 0.02 \text{ s}^{-1}$, $H_p = 100 \text{ m}$, $\Delta H_p = 50 \text{ m}$. (Tiré de Vlasenko et al., 2005)

On retrouve donc le même mécanisme de résonance qu'avec l'approche de Gerkema et Zimmermann. La fonction $a_n(l)$ présente un maximum pour $l = \pi k_{x,n}^{-1}$ et s'annule lorsque $l = i\pi k_{x,n}^{-1}$ pour $i = 2,3, \dots$. La largeur de la topographie sélectionne donc une certaine gamme de longueur d'onde. Plus généralement, on retrouve une décroissance de l'amplitude avec le numéro du mode, pour n grand, $a_n \propto k_{x,n}^{-4} \propto n^{-4}$. L'amplitude du déplacement vertical des modes $a_{\zeta,n} = \frac{a_n k_{x,n}}{\omega}$ est proportionnelle à n^{-3} pour les grandes valeurs de n . On peut en conclure que l'amplitude des modes hauts est négligeable en comparaison avec le premier mode dans cette configuration.

Cas d'un mont sous-marin de grande amplitude : résolution numérique

On peut se demander si ce résultat est valide dans le cas de larges obstacles. Vlasenko, Stashchuk et Hutter (2005) ont développé un algorithme numérique pour répondre à cette question, qui est applicable sans aucune restriction concernant la hauteur de l'obstacle. Ce qui permet aussi de tester l'applicabilité de l'approche analytique que nous venons de décrire. La formulation générale du problème est la même (cf. annexe 2) et on considère également la même forme de topographie. On cherche l'évolution de l'amplitude a_n pour la gamme suivante de paramètres : $H = 4 \text{ km}$, $H_p = 100 \text{ m}$, $\Delta H_p = 50 \text{ m}$, $N_p = 5.10^{-3} \text{ s}^{-1}$, $T = 12.4 \text{ h}$, $\Psi_0 = 200 \text{ m}^2/\text{s}$. L'évolution de $a_{\zeta,n}$ en fonction de l ,

résolue numériquement pour trois hauteurs différentes de mont, $h_0 = (3.5, 2.5, 1)$ km est représentée sur la Figure 2.17.

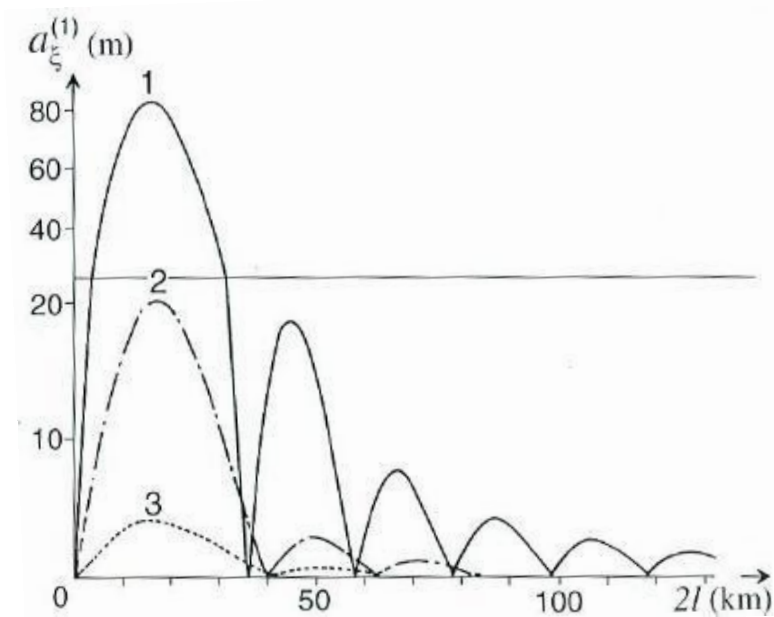


Figure 2.17: Amplitudes associées au déplacement vertical ($a_{\zeta,n} = \frac{a_n k_{x,n}}{\omega}$) du premier mode barocline ($j = 1$), généré par un flux de marée de $\psi_0 = 200 \text{ m}^2/\text{s}$ pour différentes valeurs de hauteurs du mont océanique $h_0 = (3.5, 2.5, 1)$ km (courbe 1, 2, 3) dans un océan de profondeur $H = 4$ km en fonction de la largeur, $2l$ du mont. Les paramètres de la pycnocline sont $N\rho = 0.005 \text{ s}^{-1}$, $H\rho = 100 \text{ m}$, $\Delta H\rho = 50 \text{ m}$. (Tiré de Vlasenko et al., 2005)

On retrouve qualitativement un comportement de résonance similaire à celui obtenu analytiquement : l'amplitude des modes générés par le mont, $a_{\zeta,n}$, est une fonction quasi périodique de la largeur du mont, l , et les valeurs des maxima locaux décroissent de façon asymptotique lorsque la largeur du mont augmente, suivant l^{-2} . Cependant la position des maxima et des zéros de la fonction $a_{\zeta,n}$ est modifiée lorsque la hauteur du mont augmente. Ce comportement s'explique par la signification physique de ces maxima et de ces zéros. On considère le temps $T(2l)$ qu'une onde interne met pour se propager au-dessus du mont sous-marin :

$$T_n(2l) = \int_{-l}^l \frac{dx}{c_n(x)}$$

où c_n est la vitesse de phase des modes verticaux d'ondes internes soit $c_n(x) = \frac{\omega}{k_{x,n}(x)}$. Les valeurs de $T_1(2l_{extrema})$ pour chaque position l des extrema des courbes 1, 2, 3 sont divisibles par la demi-période de marée $T/2$, ce qui corrobore le comportement de résonance décrit analytiquement.

La vitesse de propagation de l'onde interne diminue lorsque la hauteur de la topographie augmente. Autrement dit plus l'obstacle bathymétrique est haut plus l'onde interne va mettre du temps à se propager au dessus de celui-ci. Ce comportement explique le déplacement de la position des maxima et des zéros de la fonction $a_{\zeta,n}$ quand la hauteur du mont augmente.

Cas d'un mont sous-marin supercritique

Les précédents résultats ont été obtenus pour des obstacles topographiques relativement peu pentus c'est-à-dire avec une inclinaison caractéristique des isopycnes α bien supérieure à l'inclinaison de la topographie : $\gamma = \frac{dh(x)}{dx}$. Dans de telles conditions, les modes bas dominants sont générés par le flux de marée barotrope (comme décrit précédemment). Cependant, dans certaines régions de l'océan, comme le golfe de Gascogne (Pingree and New, 1991) ou le détroit de Gibraltar (Vázquez et al., 2006), ces conditions ne sont pas respectées. Dans ces cas de topographies supercritiques $\alpha < \gamma$, les procédures analytiques et numériques décrites précédemment ne sont plus applicables. En effet les ondes vont être partiellement réfléchies et peuvent intercepter le fond topographique plus d'une fois, entraînant la présence de zones « d'ombre » le long de la pente topographique et compliquant significativement le champ d'onde interne (Figure 2.17). Ces zones supercritiques convertissent plus efficacement l'énergie de marée barotrope en marée interne. Ce sont aussi des zones où les modes hauts ont des amplitudes significatives.

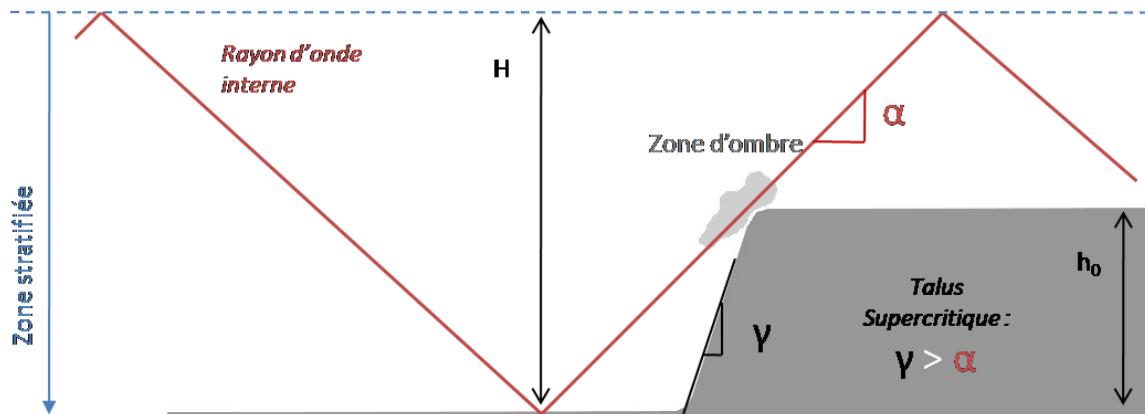


Figure 2.18 : Représentation schématique de la génération d'un rayon d'ondes internes au-dessus d'une pente supercritique $\alpha < \gamma$.

Vlasenko, Stashchuk et Hutter (2005), ont appliqué la procédure numérique décrite précédemment à des cas de talus continentaux sous-critiques ($\alpha > \gamma$) de plus en plus pentus de façon à tendre vers le cas critique ($\alpha = \gamma$). Ils ont observé qu'une augmentation de la pente de la topographie entraînait une augmentation de l'amplitude des modes hauts. Ceux-ci pouvant même dépasser l'amplitude des modes les plus bas. L'efficacité de génération des modes hauts dépend également de la différence de profondeur entre la plaine abyssale et le plateau continental. Autrement dit, plus la hauteur du talus h_0 est grande devant la profondeur totale de l'océan (H) plus la génération de modes hauts est efficace. Cet effet de blocage topographique est indépendant de l'effet de la pente du talus continental. La supercriticalité d'un obstacle topographique est donc caractérisée par sa pente mais aussi par son degré de blocage B (défini dans la section 3.3.2. de l'introduction).

1.4. Limitations

Les modèles analytiques des ondes internes que nous venons de décrire reposent sur de nombreuses hypothèses simplificatrices dont il est important de connaître les limitations.

1.4.1. Hypothèse de Boussinesq

La compressibilité du fluide est la raison pour laquelle les ondes acoustiques se propagent dans l'eau à la vitesse du son. Si, on la prend en compte, la pulsation de Brunt-Väisälä prend la forme :

$$N(z) = \sqrt{\frac{-g}{\rho_0} \frac{d\hat{\rho}(z)}{dz} - \frac{g^2}{c_s^2}}$$

Pour des conditions océaniques, la vitesse du son est de 1500 m/s alors que celle de la marée interne est de l'ordre de 2 m/s. La valeur de c_s est donc à peu près trois ordres de grandeur supérieure à celle de la marée interne. Cette différence de vitesse est la raison pour laquelle on peut considérer l'océan comme un milieu quasi-incompressible. L'effet de la compressibilité peut être négligé par le biais d'une analyse dimensionnelle, excepté dans la définition de la stratification $N(z)$ (Gerkema and Zimmerman, 2008). Si ce facteur est pris en compte, l'équation des ondes internes linéaires sous les hypothèses H1 et H2 prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 W_n(z)}{\partial z^2} - \left(\frac{N^2}{g} + \frac{g}{c_s^2}\right) \frac{\partial W_n(z)}{\partial z} + k_{x,n}^2 \left(\frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2}\right) W_n(z) = 0$$

Des calculs numériques ont été effectués par Wang et al. (2007) pour tester les effets de la compressibilité dans la stratification et ont conclu que ces effets ne semblaient pas être un facteur important pour la relation de dispersion des ondes internes linéaires.

1.4.2. Rotation du globe terrestre (approche traditionnelle et non-traditionnelle)

Le nombre de Rossby, $Ro = 1/fT$ où T est la période des ondes internes, permet de mesurer l'effet de la rotation terrestre sur les phénomènes physiques observés. Dans les configurations à l'échelle du laboratoire, étudiées dans le chapitre 3 de cette thèse, les périodes de forçages sont de l'ordre de 10-40 s et Ro est de l'ordre de 200-250. On peut donc, dans ce cas ($Ro \gg 1$), négliger les effets de la rotation à l'échelle du laboratoire. A contrario, à l'échelle océanique, aux latitudes tempérées, Ro a une valeur d'environ 0.5. Il est alors nécessaire de prendre en compte les effets de la rotation. Pour cela l'approche traditionnelle est la plus souvent employée. Elle consiste à négliger le terme \widetilde{f} de la pseudo force de Coriolis impliquant le cosinus de la latitude. A moyenne latitude le paramètre \widetilde{f} est de même amplitude que f . Cependant, il est associé à des mouvements verticaux alors que f est associé à des mouvements horizontaux. Généralement, les mouvements de basse fréquence de moyenne et grande échelle sont principalement horizontaux donc les effets de \widetilde{f} faibles. De plus les stratifications fortes ($N \gg \Omega$) ont tendance à diminuer les mouvements verticaux, diminuant ainsi l'effet de \widetilde{f} . Cependant dans les régions peu stratifiées de l'océan abyssal, les effets « non-

traditionnels » peuvent être significatifs, particulièrement pour les ondes internes proche-inertielles (Gerkema and Zimmerman, 2008). Dans le chapitre 4 de cette thèse, des études de cas à l'échelle océanique seront analysées. Les régions côtières analysées dans ce chapitre étant caractérisées par de fortes stratifications, l'approche traditionnelle est utilisée.

1.4.3. Effets 3D

Des expériences de laboratoire ont été menées par Dossmann et al. (2014) pour étudier les aspects 3D de la propagation des ondes internes et plus particulièrement des solitons. Dans le cas de la génération primaire, la dynamique des ondes s'est avérée globalement invariante le long de l'axe Oy avec des effets transverses de très faible amplitude. En effet, les déplacements de l'interface restent globalement constants dans les directions longitudinales et transverses. Les simulations numériques 2D-verticales se sont donc révélées adéquates pour représenter la dynamique des solitons dans le cas de la génération primaire. Ces résultats justifient l'approche numérique 2D-verticale de cette thèse qui n'aborde que le cas de la génération primaire.

1.4.4. Aspects non-linéaires

La démarche couramment utilisée pour prendre en compte les termes non-linéaires dans les équations (2.3), (2.4), (2.5) est de réaliser un développement perturbatif faiblement non-linéaire (décrit dans Mercier, 2010). Cette démarche permet dans le cas de l'approche des modes verticaux de mettre en évidence deux effets non-linéaires importants :

-La présence d'une stratification N variable avec la profondeur : $N(z) \neq cste$, rend les équations couplant les modes intrinsèquement non-linéaires. L'évolution d'un mode initialement unique est alors non-linéaire et peut générer d'autres modes.

-Dans le cas d'une stratification linéaire $N(z) = cste$, des interactions non-linéaires restent possibles entre plusieurs modes lorsqu'ils se superposent. Physiquement, cette non-linéarité peut être due, par exemple, à une bathymétrie variable ou à une amplitude finie d'ondes internes.

Ces effets non-linéaires seront étudiés dans les chapitres 2 et 3.

2. Synergie entre simulation numérique et simulation physique

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de celles soutenues par Dossmann (2012) et Floor (2009) qui ont utilisé en synergie des simulations physiques effectuées avec les installations du laboratoire de simulation physique du CNRM-GAME et des simulations numériques directes effectuées avec la version non-hydrostatique du modèle numérique SNH. Cette réalisation en parallèle de mesures expérimentales à haute résolution spatio-temporelle, et de simulations numériques directes sert et a servi plusieurs objectifs.

2.1. Les objectifs de cette double approche

2.1.1. Evaluation du modèle

La réalisation complémentaire de simulations numériques directes et d'expériences de laboratoire sur des configurations identiques a permis d'évaluer la validité des hypothèses sous-jacentes au modèle numérique. Cette évaluation a été effectuée par Floor (2009) sur les variables de masse volumique et de vitesse et est revisitée dans la section 3.4 de ce chapitre. Les expériences de laboratoire effectuées par Dossmann (2012) ont permis, entre autres, d'évaluer l'hypothèse bidimensionnelle des configurations numériques.

2.1.2. Développement de nouveaux schémas numériques

Les simulations numériques directes, c'est-à-dire sans schéma de paramétrisation des processus de petite échelle et utilisant des viscosités et diffusivités moléculaires, nécessite des résolutions millimétriques pour pouvoir représenter explicitement ces processus. De plus, comme nous l'avons montré précédemment, l'étude des ondes internes non-linéaires requiert l'utilisation d'un algorithme non-hydrostatique. Par conséquent, notre approche quasi-DNS nécessite des ressources de calculs importantes. Elle est, pour cette raison, actuellement limitée à des domaines d'étude de tailles restreintes. Une des problématiques clés pour ce type d'approche est donc de trouver des schémas et des algorithmes numériques plus performants permettant des calculs plus rapides. L'utilisation complémentaire de simulations physiques a permis en ce sens, d'explorer et d'évaluer de nouveaux schémas numériques, notamment la version non-hydrostatique, non-Boussinesq du modèle SNH (Auclair et al., 2014) ou encore l'implémentation d'un algorithme à bathymétrie mouvante (Auclair et al., 2014) présentés dans la section suivante.

2.1.3. Définition de configurations expérimentales

La simulation numérique permet de tester aisément différentes valeurs de paramètres. Cet atout peut être exploité pour définir les configurations physiques que l'on souhaite mettre en place, plus précisément que ne le permet une étude théorique. Cette double approche permet également une plus grande efficacité qu'une approche expérimentale pure.

2.1.4. Exploration d'une large gamme de régimes

L'approche numérique, tout comme l'approche expérimentale, présente des limitations. Cependant ces limitations ne sont pas les mêmes dans les deux cas, ce qui permet, lorsqu'on utilise ces deux approches de façon complémentaire, d'explorer une plus large gamme de régimes. Les expériences de laboratoire présentent notamment des contraintes techniques ne permettant pas la mise en place de certains types de configurations (pycnocline très fine, largeur du domaine fixe, ...). D'un autre côté, certains régimes très non-linéaires, nécessitent une augmentation des résolutions temporelles et spatiales trop importante pour qu'il soit réellement possible de les représenter

numériquement. L'approche numérique choisie ne permet pas à l'heure actuelle, par exemple, de représenter des pentes topographiques verticales.

2.1.5. Paramétrisation des processus sous-maille dans le modèle numérique

Pour réaliser des simulations grandes échelles (SGE ou LES), associées à des tailles de domaines beaucoup plus grandes, il est nécessaire d'utiliser des mailles de résolution spatiale plus large (de l'ordre du mètre ou du kilomètre). Dans de telles configurations numériques, il est donc indispensable de paramétrer les processus sous-mailles. Ces paramétrisations empiriques peuvent être testées et améliorées par la comparaison entre expériences de laboratoire et simulations DNS dégradées en mode LES à l'échelle du laboratoire. Cette étude n'a pas encore été menée mais est une des motivations de cette double approche.

2.2. Les résultats des études précédentes

Dossmann (2012) a utilisé cette approche pour décrire quantitativement la génération primaire et secondaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline, sur une large gamme d'écoulements.

2.2.1. Comparaison avec l'équation KDV

Dans le cas de la génération primaire, le déplacement vertical de la pycnocline simulé par SNH a été comparé avec les résultats numériques de l'équation KDV simple (2.32) et étendue (2.33). Les termes non-linéaires et dispersifs de l'équation KDV simple décrivent de façon satisfaisante la dynamique générale des ondes interfaciales simulées par SNH. La version étendue du schéma KDV permet de représenter avec une meilleure précision leurs structures à fine échelle. Cette comparaison a donc permis d'identifier les ondes interfaciales générées par l'interaction de la marée et de la topographie, comme des ondes internes solitaires, pour une certaine gamme de paramètres physiques. Les ondes internes solitaires commencent à se former pour des paramètres de non-linéarité ε (défini dans la section 1.3.2 de ce chapitre) supérieurs à 0.018.

2.2.2. Contrôle topographique

Dossmann (2012) a mis en évidence l'influence de la forme de la topographie en utilisant plusieurs monts de différentes hauteurs (h_0) et largeurs (λ_r) impactant la non-linéarité (ε) et la dispersion (δ) de l'écoulement. Dans le cas de la génération primaire, l'utilisation d'un mont sinusoïdal a permis de mettre en évidence un contrôle topographique exercé sur la génération et la propagation des ondes internes solitaires. Cette exploration a ainsi permis l'identification d'un critère de sélection spatiale pour une génération primaire efficace d'ondes internes solitaires :

$$\lambda_{nd} = \frac{\lambda}{\lambda_r} \approx 1$$

Autrement dit, pour une génération d'ondes internes solitaires optimale, il est nécessaire que la longueur d'onde, λ_r , privilégiée par le mont corresponde à la longueur d'onde interfaciale, λ ,

imposée par la stratification au dessus du mont et par la période de forçage. La Figure 2.19 représente l'évolution de l'amplitude de la première onde solitaire du train d'ondes en fonction de ce critère de sélection spatiale. Pour $\lambda_{nd} \approx 1$ (régime B), l'amplitude de la première onde solitaire du train d'onde est maximale. Pour $\lambda_{nd} < 1$ (régime A), le transfert énergétique vers les ondes interfaciales est moins efficace et les ondes sont de plus faibles amplitudes. Pour $\lambda_{nd} > 1$ (régime C), l'amplitude de la première onde solitaire du train d'onde décroît progressivement, au fur et à mesure que le nombre d'ondes solitaires dans le train augmente. L'augmentation du nombre d'ondes solitaires dans le train d'ondes est due à l'affaiblissement des effets dispersifs pour les grandes longueurs d'ondes. Notons que ce critère correspond au critère d'amplitude maximale a_n pour un mode vertical n donné par Vlasenko et al. (2005) pour des monts sous marin de petite hauteur : $l = \lambda_r/2 = \pi k_{x,n}^{-1} = \lambda_n/2$ (section 1.3.4)

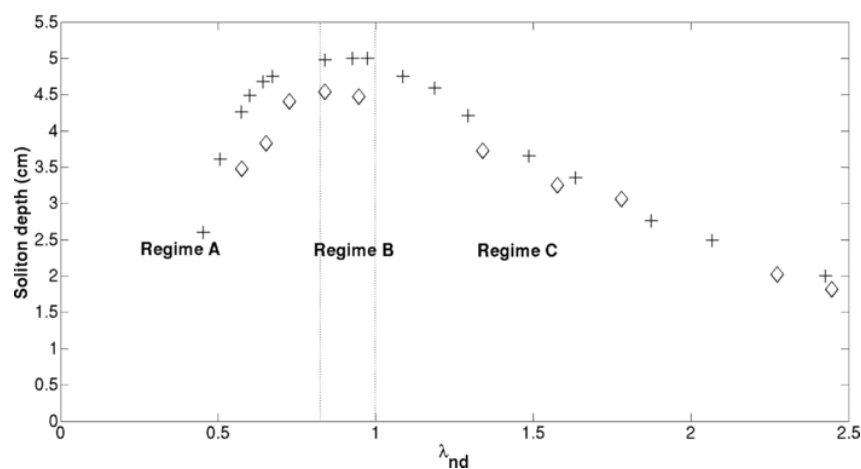


Figure 2.19 : Evolution de l'amplitude de la première onde solitaire du train d'ondes en fonction du critère de sélection spatiale λ_{nd} pour deux configurations numériques différentes Sim7 et Sim8 La largeur du mont contrôle la quantité d'énergie injectée dans le soliton. (Tiré de Dossmann et al., 2013a).

2.2.3. Effets transverses

Les aspects 3D de la propagation des ondes internes solitaires ont été étudiés par le biais des expériences de laboratoire. Dans le cas de la génération primaire, la dynamique des ondes s'est révélée globalement invariante le long de l'axe Oy avec des effets transverses de très faible amplitude (de l'ordre millimétrique). Certains régimes à plus forte non-linéarité, atteints seulement avec les expériences de laboratoire, ont montré des effets transverses à la direction de propagation des ondes un peu plus importants.

2.2.4. Génération secondaire

Dossmann (2012) a également utilisé cette approche pour décrire le mécanisme de génération d'ondes solitaires par l'impact d'un rayon d'onde interne topographique sur une pycnocline océanique. Il a proposé entre autre une interprétation de l'évolution de la structure des modes normaux émis en fonction de l'intensité de la pycnocline et a mis en avant le rôle joué par la topographie dans ce mécanisme.

2.3. Notre étude

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux. La génération primaire d'ondes internes est étudiée à travers des configurations quasi-DNS très proches de celles de Dossmann et al. (2013a). L'objectif est de continuer l'exploration des différents régimes de génération primaire d'ondes internes interfaciales et de décrire quantitativement leur comportement (génération, propagation, dissipation) dans des environnements doublement supercritiques (courant et topographie supercritiques). Cette étude de processus physiques vise à une meilleure compréhension et à une meilleure localisation des transferts énergétiques relatifs à la marée interne, sans quantification directe du mélange. La fermeture du laboratoire de simulation physique du CNRM-GAME n'a pas permis la mise en place de nouvelles simulations physiques au cours de cette thèse. Cependant notre approche numérique quasi-DNS repose directement sur les connaissances acquises au travers des multiples expériences physiques menées par Dossmann (2012). De plus des expériences avec des topographies supercritiques périodiques ont été menées dans le grand canal stratifié du CNRM-GAME en 2014 dans le cadre d'un projet Hydralab-IV (collaboration avec J. Nycander, Univ. Stockholm). Elles permettront ultérieurement d'évaluer la représentativité de notre modèle numérique en condition de topographies supercritiques.

3. Le modèle numérique d'océanographie côtière SNH

Après avoir introduit divers modèles analytiques d'ondes internes dans la première partie de ce chapitre, je présente dans cette section le modèle numérique et les différentes configurations d'études. Deux types de configurations sont utilisées au cours de cette thèse : des simulations numériques directes pour les études à l'échelle du laboratoire que nous qualifierons de configurations quasi-DNS et des simulations de grandes échelles pour les études à l'échelle océanique que nous qualifierons de configurations LES (pour « Large Eddy Simulation »). Pour faire le lien entre ces deux types de configurations, un principe de similitude est présenté dans la section 3 de ce chapitre.

3.1. Formulation générale et conditions aux limites

3.1.1. Problématique

L'étude des ondes internes et du mélange turbulent qu'elles induisent, nécessite une modélisation numérique à haute résolution. D'autant plus que dans le cas de simulations numériques directes à l'échelle du laboratoire, on souhaite résoudre la majeure partie de la cascade turbulente jusqu'aux échelles de la dissipation. De plus si l'on veut représenter correctement le déferlement de ces ondes ainsi que la génération et la propagation des ondes internes non-linéaires (solitons), il est nécessaire de prendre en compte les effets non-hydrostatiques. Si l'on souhaite représenter explicitement la génération de marée interne (forcées par des ondes de marée de surface), il est également nécessaire de représenter explicitement les ondes de surface et donc d'être dans des

conditions dites de « surface libre ». La représentation numérique de ces processus nécessite donc des modèles de surface libre, très haute résolution et non-hydrostatiques.

On se dirige aujourd'hui vers de nouvelles infrastructures de calcul. Ainsi, l'avènement des systèmes massivement parallèles a permis d'améliorer significativement les performances de ce type de modèles numériques mais soulève de nouveaux problèmes nécessitant d'adapter les algorithmes. Le développement récent des architectures GPUs ou Xeon Phi comme accélérateurs de calcul avec les CPU classiques pour des applications de calculs intensifs semble très prometteur. Ils présentent de nombreux intérêts que ce soit en termes d'accélération de calculs (nombre important de cœurs de calcul), de coût ou de consommation énergétique (greenHPC). Cependant, les performances de ce type de systèmes dépendent fortement des algorithmes à traiter et nécessitent donc le développement de nouveaux algorithmes plus adaptés.

Le calcul des différentes composantes de la pression (hydrostatique, non-hydrostatique et pression induite par les anomalies de surface libre) est un souci majeur des algorithmes non-hydrostatiques. Pour calculer ces différentes composantes, la correction de pression (CP) est une des méthodes les plus populaires dans les modèles de circulation océanique (Kanarska et al., 2007; Marshall et al., 1997a, 1997b). Cependant, ce schéma de correction de pression entraîne la résolution coûteuse d'une équation de Poisson 3D. Pour minimiser les temps de calcul, une méthode de pas de temps séparés est souvent utilisée. Elle consiste à intégrer simultanément deux modes dynamiques : un mode externe dédié à la dynamique « barotrope » à haute fréquence et un mode interne dédié à la dynamique basse fréquence barocline. La résolution explicite des ondes de surface « courtes » (surface libre) induit néanmoins des difficultés supplémentaires. Leur modélisation explicite requière généralement des pas de temps externe (mode « barotrope ») très petit. De plus, l'élévation de surface est couplée avec la composante non-hydrostatique de la pression, le pas de temps interne (mode « barocline ») est alors contraint par le pas de temps externe. Les gains de calcul que peut apporter une méthode de pas de temps séparés sont alors fortement limités. Ce type de modélisation nécessite donc des ressources de calculs très importantes. En ce sens, une des problématiques clés pour ce type d'approche est de trouver des schémas numériques plus performants.

3.1.2. Le modèle SNH

Les simulations numériques étudiées dans cette thèse ont été réalisées avec le modèle d'océanographie côtière SNH. SNH est une évolution du modèle océanique régional SYMPHONIE (Marsaleix et al., 2008) auquel un noyau non-hydrostatique a été ajouté (Auclair et al., 2011, 2014). Le noyau non-hydrostatique (module NH) de ce modèle était initialement basé sur une méthode classique de correction de pression (CP) (Auclair et al., 2011). Or, comme nous l'avons souligné précédemment, ce schéma de correction de pression entraîne la résolution d'un système 3D global à chaque pas de temps du mode interne. Ces systèmes globaux peuvent demander un nombre de communications important entre les processeurs, rendant les systèmes massivement parallèle rapidement inefficaces. Pour répondre en partie à ces problématiques, un second noyau non-

hydrostatique a été développé (module NBQ) en relaxant l'hypothèse de Boussinesq et en réintroduisant les ondes pseudo-acoustiques (Auclair et al., 2014). Ce module NBQ permet une résolution locale des algorithmes et ainsi un meilleur comportement et une plus grande efficacité en utilisation massivement parallèle. Réintroduire les ondes pseudo-acoustiques permet donc de réduire les coûts de calcul en évitant la résolution coûteuse d'une équation globale de Poisson 3D pour le schéma de correction de pression. Même si la réintroduction des ondes acoustiques demande en contrepartie des pas de temps très petits. De plus la relaxation de l'hypothèse de Boussinesq permet l'investigation de nouveaux domaines comme l'étude de l'impact de l'approximation traditionnelle ou l'étude des cascades énergétiques vers les échelles de mélange irréversible. Ces deux modules (NH et NBQ) reposent sur une méthode de séparation des composantes de pression qui peut représenter des limitations dans des configurations physiques où elles sont fortement couplées.

Le modèle SNH est donc composé de plusieurs « modes » dynamiques : un mode externe simulant la dynamique « barotrope » à haute fréquence, un mode interne dédié à la dynamique basse fréquence barocline (mode interne) auxquels il faut ajouter dans la version non-hydrostatique quasi-compressible un troisième mode dit « non Boussinesq » (mode NBQ) imbriqué dans le mode externe. Chacun de ces modes est associé à un pas de temps, le pas de temps du mode « non-Boussinesq » étant plus petit que celui du mode externe, lui-même plus petit que celui du mode interne. Cette technique de séparation des pas de temps permet de satisfaire les critères CFL associés, par exemple, à la simulation explicite des ondes les plus rapides en limitant les conséquences sur les temps de simulation. Les ondes de gravité de surface sont ainsi traitées par le mode externe alors que les ondes acoustiques (ou pseudo-acoustiques selon les cas) sont simulées explicitement par le mode non-Boussinesq. On parle de schéma temporel par « pas de temps séparés » (« time splitting » en anglais).

3.1.3. Système d'équations

Le modèle numérique SNH repose sur la résolution des équations générales de Navier-Stokes compressibles et non-hydrostatiques:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$	équation de continuité	(2.35)
$\frac{d\rho \vec{v}}{dt} = \overbrace{-\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} - 2\rho \vec{\Omega} \wedge \vec{v} + \rho \nu \Delta \vec{v} + \rho \lambda_{(2)} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v})}^{\vec{\lambda}}$	équation de la quantité de mouvement	(2.36)
$\frac{d\rho \theta}{dt} = \Phi_{\theta}$	équation de la chaleur	(2.37)
$\frac{d\rho S}{dt} = \Phi_S$	équation de la salinité	(2.38)
$\rho = \rho(\theta, S, P)$	équation d'état	(2.39)
SE1 : non-Boussinesq & non hydrostatique		

3. Le modèle numérique d'océanographie côtière SNH

où θ est la température potentielle, S la salinité, ϕ_θ et ϕ_S représentent les processus diabatiques et $\lambda_{(2)}$ est la seconde viscosité caractéristique du mode compressible. Plusieurs versions de l'équation d'état sont disponibles, l'équation utilisée sera spécifiée pour chaque configuration physique mise en place pour cette thèse.

Dans sa version Boussinesq (non-hydrostatique), une version simplifiée de ce système est utilisée :

$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$	équation d'incompressibilité	(2.40)
$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P + \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} - 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v} + \nu \Delta \vec{v}$	équation de la quantité de mouvement	(2.41)
$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\phi_\theta}{\rho_0}$	équation de la chaleur	(2.42)
$\frac{dS}{dt} = \frac{\phi_S}{\rho_0}$	équation de la salinité	(2.43)
$\rho = \rho(\theta, S, P_0)$ avec $P_0 = P_{\text{atm}} + \rho_0 g(\xi - z)$	équation d'état	(2.44)
SE2 : Boussinesq & non hydrostatique		

où ρ_0 représente la masse volumique de référence (constante) et ξ l'anomalie de surface.

Dans sa version Boussinesq hydrostatique, qui par nature est associée à l'approximation traditionnelle, ce système se simplifie finalement en :

$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$	(2.45)
$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + f v_y + \nu \Delta v_x$	(2.46)
$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} - f v_x + \nu \Delta v_y$	(2.47)
$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$	(2.48)
$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\phi_\theta}{\rho_0}$	(2.49)
$\frac{dS}{dt} = \frac{\phi_S}{\rho_0}$	(2.50)
$\rho = \rho(\theta, S, P_0)$	(2.51)
SE3 : Boussinesq & hydrostatique	

Une différence majeure réside alors dans le traitement de la vitesse verticale qui n'est plus pronostiquée à partir de l'équation verticale du mouvement (composante verticale de l'équation (2.36)). Cette composante de la vitesse devient en effet un diagnostic réalisé à partir de l'équation de continuité (2.45).

3.1.4. Bathymétrie Mouvante

L'utilisation de topographies oscillantes est une des méthodes couramment employées dans les laboratoires pour étudier les interactions entre la marée et la topographie. Gerkema et Zimmerman (2008) ont montré qu'une telle représentation physique pouvait être considérée comme équivalente au mouvement de la marée au dessus d'un mont. Afin de faciliter la comparaison avec les expériences de laboratoire, dans lesquelles le forçage est réalisé par l'oscillation de la topographie, une version du modèle SNH à bathymétrie mouvante a été développée (Auclair et al., 2014). Cet algorithme ouvre de nouvelles opportunités de configurations océaniques dans lesquelles la bathymétrie évolue dans le temps à des échelles temporelles au moins comparables à celle de la dynamique océanique. On peut ainsi envisager des imbrications de modèles avec suivi Lagrangien, l'étude de catastrophes sismiques avec génération de tsunami ou encore l'étude de l'évolution sédimentaire près des côtes.

3.1.5. Condition au fond

Des conditions de non-glissement (no-slip) sont utilisées au fond, imposant des vitesses verticales (w) et horizontales (v_α , $\alpha=1$ (pour x) et 2 (pour y)) nulles en $z = -H$ pour une bathymétrie fixe:

$$w(z = -H) = v_\alpha(z = -H) = 0$$

Dans des conditions de bathymétrie mouvante, $\Delta H(x,y,t)$ représente l'anomalie de bathymétrie et les conditions de non-glissement imposent:

$$w(z = -H) = w_{bathy} = -\frac{\partial \Delta H}{\partial t} - v_\alpha(z = -H) \frac{\partial (H + \Delta H)}{\partial x_\alpha} \quad (2.52)$$

Des conditions dites « avec glissement » sont également disponibles.

3.1.6. Traitement de la surface libre et mode externe

En présence d'une bathymétrie mouvante les conditions de surface libre à $z = \xi$ (où ξ est l'anomalie de surface libre) sont données par les conditions cinématiques suivantes :

$$w(z = \xi) = \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_\alpha(z = \xi) \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x_\alpha} \quad (2.53)$$

L'anomalie de surface libre (ξ) est alors pronostiquée par le mode externe résolu explicitement avec un pas de temps plus petit que le mode interne, le surcoût étant limité par le fait que ce système d'équations est bidimensionnel.

L'intégration de l'équation de continuité (2.35) du fond à la surface et la substitution des conditions cinématiques (2.52) et (2.53) amènent à l'équation de l'évolution de la masse de la colonne d'eau :

$$\frac{\partial \bar{\rho}(\xi + \Delta H)}{\partial t} = - \frac{\partial (\xi + H + \Delta H) \overline{\rho v_\alpha}}{\partial x_\alpha} \quad (2.54)$$

En version Boussinesq (hydrostatique ou non-hydrostatique), cette équation se transforme en une équation de conservation du volume, la masse n'étant plus alors conservée que de façon approximative. Cette équation est utilisée pour pronostiquer l'anomalie de surface libre (ξ). En effet, l'anomalie de bathymétrie (ΔH) et la densité moyenne ($\bar{\rho}$) qui apparaissent aux côtés de l'anomalie de surface libre au membre de gauche de cette équation sont respectivement spécifiées en tant que forçage externe ou pronostiquées par le mode « non-Boussinesq » en version non-hydrostatique non-Boussinesq (cf section 3.2).

Les composantes horizontales de la quantité de mouvement intégrées sur la colonne d'eau (transport) sont quant à elles pronostiquées à partir des équations horizontales du mouvement (2.36) elles-mêmes intégrées sur la verticale :

$$\frac{\partial \overline{\rho v_\alpha}}{\partial t} = \overline{\Lambda_\alpha} \quad (2.55)$$

La notation Λ est définie avec l'équation (2.36).

3.2. Modélisation non-hydrostatique

3.2.1. Mode non-hydrostatique « non-Boussinesq » (NBQ)

Le noyau non-hydrostatique basé sur une correction de pression n'étant pas directement utilisé dans le cadre de la présente thèse², le lecteur est renvoyé pour plus d'informations sur sa description proposée par Auclair et al. (2011). Le second noyau non-hydrostatique dit noyau « non-Boussinesq » est maintenant décrit plus en détails. Ce noyau résout le système général d'équations (SE1) et a donc nécessité une réécriture des modes internes et externes du modèle pour la quantité de mouvement (et non plus pour la vitesse). Seconde évolution importante : l'équation de continuité traite de la conservation de la masse et non plus de la conservation du volume comme cela était le cas sous l'hypothèse de Boussinesq. Enfin, ce n'est plus simplement la pression qui est écrite comme la somme d'une composante hydrostatique et une composante non-hydrostatique mais plus généralement la masse volumique qui est décomposée sous la forme :

$$\rho = \rho_0 + \rho_{\theta,S} + \rho_{NBQ} \quad (2.56)$$

avec une composante thermohaline, $\rho_{\theta,S} = \rho(\theta, S, P_0)$ et une composante « non-Boussinesq » $\rho_{NBQ} = \rho(\theta, S, P_{NBQ})$. L'hypothèse fondamentale sur laquelle s'appuie le noyau non-hydrostatique « non-Boussinesq » est donc basée sur la possibilité de décomposer la masse volumique sous la forme (2.56). Ceci implique en particulier que les effets thermohalins et les effets de la compressibilité peuvent être décorrélés, ce qui est justifié en partie par la grande disparité des

² Seule la réanalyse de la configuration de « George Bank » (chapitre 4) est basée sur une simulation avec un noyau non-hydrostatique en CP.

échelles spatiales et temporelles impliquées: on rappelle en effet que les ondes acoustiques se propagent dans l'océan avec des célérités proches de 1500 m/s alors que les ondes internes se propagent par exemple à des célérités de trois ordres de grandeur inférieures (de l'ordre du m/s). De cette décomposition de la masse volumique est immédiatement déduite une décomposition de la pression :

$$P = P_0 + P_{\theta,S} + P_{NBQ} \text{ avec } P_{\theta,S} = \int_z^\xi \rho_{\theta,S} g dz' \quad (2.57)$$

L'approximation « Boussinesq » de l'équation d'état (2.44) est utilisée pour calculer la composante « thermohaline » de la pression ($P_{\theta,S} = \int_z^\xi \rho_{\theta,S} g dz'$) alors que la composante « non-Boussinesq » (P_{NBQ}) est directement reliée à sa composante de pression via la relation linéaire : $\rho_{NBQ} = c_s^{-2} P_{NBQ}$.

3.2.2. Séparation des pas de temps : modes « interne », externe et « non-Boussinesq »

Les équations du mouvement (2.36) sont finalement résolues à trois pas de temps différents chacun associé à un mode et à une couleur (bleu : mode externe, jaune : mode interne, rouge: mode NBQ) :

$$\frac{D\rho\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla}(P_0 + P_{\theta,S} + P_{NBQ}) + \rho\vec{g} - 2\rho\vec{\Omega}\Lambda\vec{v} + \rho\nu\Delta\vec{v} + \rho\lambda_{(2)}\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{v}) \quad (2.58)$$

Au pas de temps interne (mode interne) est résolue la dynamique la plus lente : circulation géostrophique, ondes internes de gravité... Trois termes du membre de droite des équations du mouvement (2.58) sont ainsi plus spécifiquement concernés : la force de pression barocline ($P_{\theta,S}$), la pseudo-force de Coriolis ($2\rho\vec{\Omega}\Lambda\vec{v}$) et la diffusion visqueuse de la quantité de mouvement liée à la viscosité cinématique ($\rho\nu\Delta\vec{v}$).

Au pas de temps externe (mode externe) est résolue essentiellement la dynamique directement liée au mouvement de la surface libre. Seule la force de pression « barotrope » (P_0) est ainsi traitée au second membre des équations du mouvement (cf section 3.1.6).

Au pas de temps « non-Boussinesq » (mode NBQ), sont finalement traités les processus les plus rapides liés à la non-hydrostaticité et à la compressibilité du fluide, soit en particulier les ondes acoustiques. Les termes du second membre résolus à ce pas de temps sont : la composante non-hydrostatique de la force de pression (P_{NBQ}), le poids (en fait la partie du poids correspondant à l'anomalie de masse volumique ρ_{NBQ}).

3.3. Discrétisation numérique

3.3.1. Discrétisation temporelle

SNH est un modèle à surface libre, les ondes externes sont donc également explicitement représentées. Afin de représenter correctement la propagation de toutes ces ondes, pseudo-acoustiques, externes et internes, qui se propagent à des vitesses très différentes, tout en minimisant les temps de calculs, une méthode de pas de temps séparés, ou « time-splitting » est utilisée. Pour résoudre correctement les ondes les plus rapides, la résolution temporelle du mode NBQ (Δt_{NBQ}) est plus fine que celle du mode externe (Δt_e), elle-même plus fine que celle du mode interne (Δt_i), comme présenté sur la Figure 2.20. Un schéma leap-frog, ou saute-mouton, est utilisé pour la discrétisation temporelle. La vitesse de phase des ondes pseudo-acoustiques, c_s , peut être réduite artificiellement, rendant les processus hautes fréquences associés à la compressibilité sans signification physique, mais préservant une dynamique lente cohérente et permettant une relaxation des contraintes CFL sur les pas de temps. La représentation des ondes acoustiques nécessite donc des pas de temps de mode NBQ très petits, entraînant des coûts de calculs importants mais peut être compensée par une physique simplifiée.

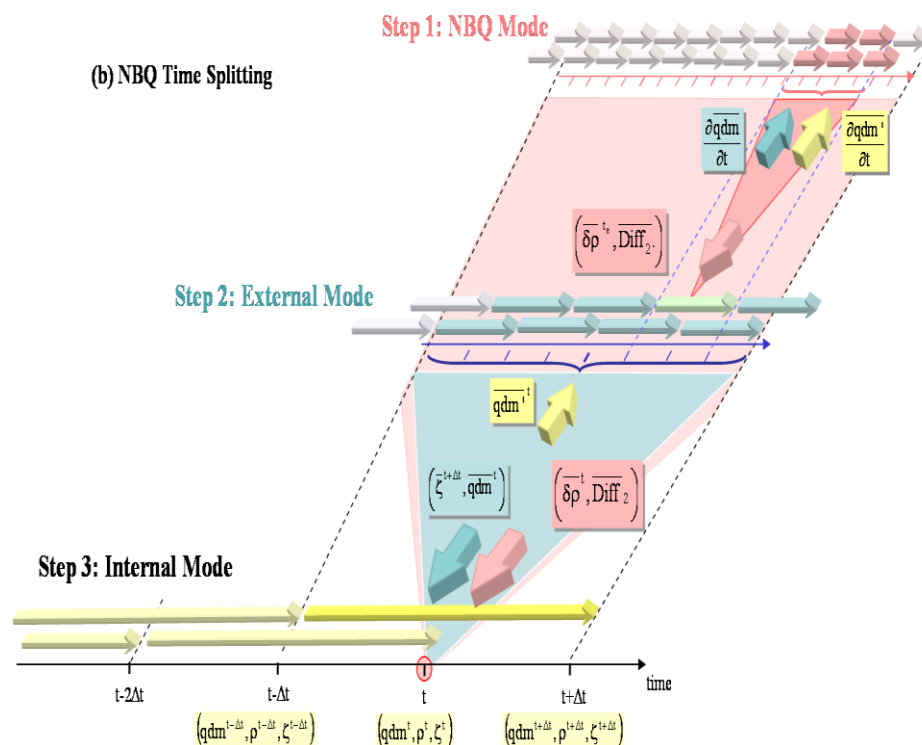


Figure 2.20 : Représentation schématique de la discrétisation temporelle du module NBQ. Les couleurs jaune, bleue et rouge représentent respectivement les modes internes, externes et NBQ. Les flèches horizontales représentent l'évolution temporelle leap-frog et les autres flèches indiquent les échanges entre chaque mode et la façon dont ils sont mis à jour. (Tiré de Auclair et al., 2014)

3.3.2. Discrétisation spatiale

Un schéma en différences finies centré sur une grille Arakawa-C est utilisé pour la discrétisation du modèle. Une discrétisation régulière est adoptée sur l'horizontale. Afin de s'adapter à des topographies complexes et aux variations de la surface libre, une coordonnée sigma $s(x,z,t)$ est utilisée, particulièrement bien adaptée à l'étude des effets topographiques sur la dynamique océanique. 20 à 100 niveaux « s » sont utilisés selon la configuration. L'utilisation de cette coordonnée peut cependant poser des problèmes dans le cas d'une représentation simultanée de gradients topographiques et de gradients de masse volumique forts entraînant des erreurs de troncatures. La grille Arakawa-C peut être décomposée comme présenté sur la Figure 2.21. Les variables (ρ, T, S, P) sont calculées au centre de la maille (i,k) , appelé « point de masse ». Les variables de vitesse sont calculées à des demi-niveaux horizontaux (u) et verticaux (w).

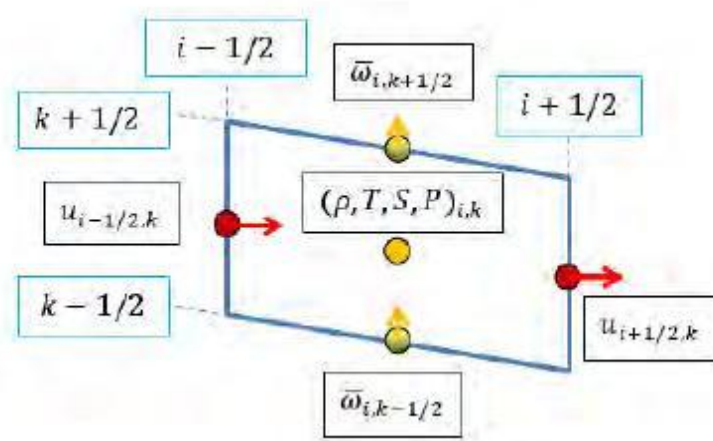


Figure 2.21 : Organisation verticale des variables sur une maille de grille Arakawa-C. \bar{w} est la vitesse verticale « à travers » un niveau s. (Tiré de Dossmann, 2012)

3.4. Configurations

Différentes configurations numériques réalisées avec le modèle SNH sont utilisées au cours de cette thèse. Le chapitre 3 consiste en une étude de régimes d'ondes internes et se base sur des simulations numériques directes (quasi-DNS) de résolution millimétrique à l'échelle du laboratoire qui permettent de résoudre explicitement toutes les structures tourbillonnaires potentiellement présentes. Ces configurations se basent sur les expériences physiques et numériques réalisées par Dossmann et al. (2013a) et Floor et al. (2009). A contrario, les configurations du chapitre 4 s'appuient sur des simulations de grande échelle (LES) à haute résolution permettant de résoudre les grandes échelles de l'écoulement mais n'allant pas jusqu'aux échelles de la turbulence.

3.4.1. Quasi-DNS

Une version bidimensionnelle dans un plan vertical (Oxz) du modèle est utilisée dans le troisième chapitre de cette thèse : les grandeurs ne dépendent pas de la coordonnée transverse y, et la vitesse transverse v est nulle. On se place dans un référentiel non-tournant ($f = 0$). Le choix de

3. Le modèle numérique d'océanographie côtière SNH

conditions cycliques aux frontières latérales a été fait. La largeur du domaine, L , de l'ordre de la dizaine de mètres est choisie assez grande pour limiter les interactions liées aux conditions cycliques. Le forçage de la marée est représenté par une oscillation de la topographie (Figure 2.22).

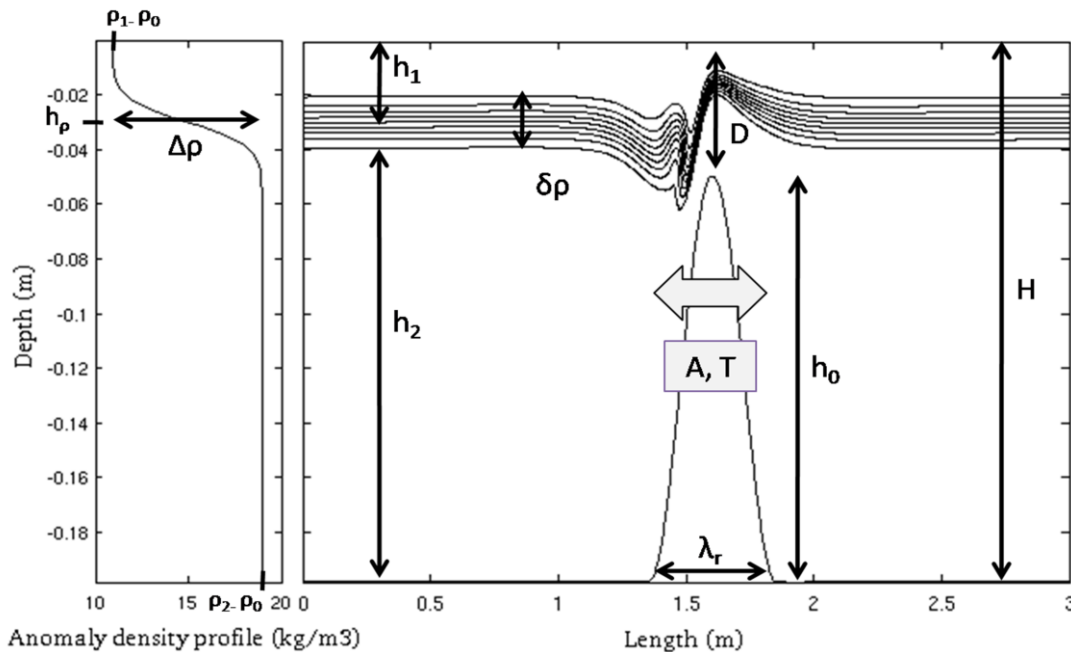


Figure 2.22 : Configuration quasi-DNS utilisée dans le chapitre 3. La topographie oscille à une période T et une amplitude A . Le paramètre A influe donc à la fois l'intensité des courants de marée et l'excursion de la marée. Le profil de stratification (bicouche) utilisé pour initialiser la simulation est représenté sur la figure de gauche. Les paramètres indiqués sur la figure seront modulés pour couvrir une large gamme de régime.

Equation d'état

Une équation d'état compressible et linéaire, où ρ varie uniquement en fonction de S et P est adoptée. Ce choix permet aussi de faciliter la comparaison avec les expériences de laboratoire réalisées à température constante et pour lesquelles les variations de la salinité sur la verticale sont à l'origine de la stratification en masse volumique.

Paramétrisation de la dissipation

Les simulations sont qualifiées de simulations numériques quasi-directes (quasi-DNS) dans la mesure où aucun schéma de fermeture turbulente n'est utilisé pour modéliser la turbulence sous maille dans le modèle et dans la mesure où la viscosité cinématique et le coefficient de diffusion sont fixés à leur valeur moléculaire ($\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $K_p = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$). Le coefficient de diffusion relatif à la masse volumique est défini comme le maximum des coefficients de diffusion moléculaire de la température ($K_T = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) et de la salinité ($K_S = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$). Par définition, le terme DNS implique que toutes les échelles significatives de la dynamique soient explicitement résolues jusqu'aux petites échelles de la turbulence, il est cependant possible que ce ne soit pas toujours entièrement le cas. Cette méthode nécessite en effet une très haute résolution spatiale et temporelle ; et de ce fait est

limitée à des domaines d'études de petites tailles. L'approche DNS est trop coûteuse en termes de ressources de calculs pour être appliquée à des domaines d'études d'échelle océanique, mais elle est bien adaptée à des domaines d'études à l'échelle du laboratoire. Cette configuration sera donc utilisée pour étudier la dynamique des ondes internes à l'échelle du laboratoire dans le chapitre 3. La résolution spatiale, Δx , est millimétrique permettant ainsi de résoudre explicitement au moins les 10 premiers modes verticaux d'ondes internes qui satisfont amplement le critère de Nyquist : $\frac{\lambda_n}{2\Delta x} > 6$ pour $n = 1, 2, \dots, 10$.

La seconde viscosité $\lambda_{(2)}$ qui apparaît dans l'équation de la quantité de mouvement (2.36) est relative aux processus hautes fréquences associés à la compressibilité du fluide. Elle est utilisée pour dissiper les ondes pseudo-acoustiques et on a pu montrer qu'elle n'avait que très peu d'impact sur la dynamique plus lente des ondes internes et des ondes de surface. Elle est fixée à 10^{-2} m²/s pour les configurations quasi-DNS.

Lorsque la résolution spatiale et temporelle est insuffisante pour résoudre explicitement les petites échelles associées localement à des forts gradients de vitesse, un schéma d'advection "upstream" est utilisé. Des études de sensibilité ont été effectuées sur ce schéma numérique permettant de réduire ses effets au mieux, assurant la stabilité du modèle tout en minimisant autant que possible la dissipation associée. La dissipation induite par ce schéma a été réduite par un coefficient multiplicatif β fixé à une valeur de 0.01. C'est en ce sens que nous avons choisi d'utiliser le terme « quasi-DNS » plutôt que le terme « DNS ».

Comparaison entre simulations numériques et expériences de laboratoire

La réalisation de simulations numériques directes et d'expériences de laboratoire effectuées par Floor (2009) sur des configurations physiques identiques a permis d'évaluer la pertinence des hypothèses sous-jacentes au modèle numérique. Cette évaluation a été effectuée, dans le cas d'une stratification linéaire, pour l'expérience présentée sur la Figure 2.23, sur les variables de masse volumique et de vitesse. La comparaison s'est révélée concluante, les approches numériques et expérimentales décrivent de manière comparable la dynamique des ondes internes, permettant l'utilisation du modèle dans cette configuration.

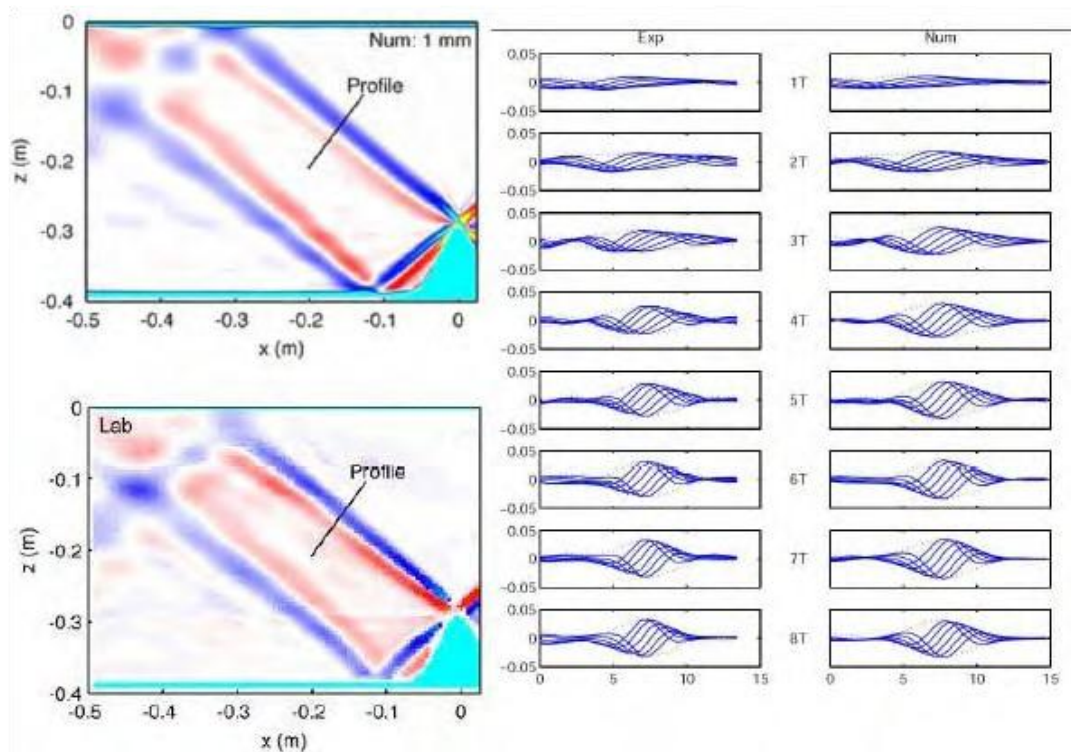


Figure 2.23 : A gauche : Anomalie de pulsation de Brunt-Väisälä ΔN^2 (rad^2/s^2) issue d'une simulation numérique (en haut) et de mesures par Schlieren synthétique dans les expériences de laboratoire (en bas), obtenus par l'oscillation d'un mont gaussien dans un fluide linéairement stratifié. A droite : Profils expérimentaux et numériques de ΔN^2 (rad^2/s^2), le long d'un segment orthogonal au rayon. (Figure extraite de Floor, 2009).

3.4.2. Configurations LES

Le chapitre 4 de cette thèse porte sur la dynamique des ondes internes à l'échelle océanique. Pour cela des simulations de grande échelle (LES) à haute résolution sont réalisées permettant de résoudre explicitement la dynamique des ondes internes. On passe donc à des domaines d'une largeur de plusieurs dizaines de kilomètres et à des résolutions métriques.

Force de Coriolis

Une version bidimensionnelle dans un plan vertical (Oxz) du modèle est utilisée. Des conditions cycliques dans la direction transverse sont appliquées aux configurations LES des cas d'études réalistes (détroit de Gibraltar et golfe du Maine). La vitesse transverse v est donc non nulle. On se place alors dans un référentiel tournant ($f \neq 0$).

Paramétrisation de la dissipation

Les simulations sont qualifiées de configurations LES dans la mesure où la dynamique des ondes internes est résolue explicitement bien que la résolution de l'ordre du mètre ne soit plus suffisante pour résoudre les petites échelles de la turbulence. Ces processus de petites échelles sont donc pris en compte en augmentant la viscosité. Pour cela les valeurs de la viscosité cinématique ($\nu = 2.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) et du coefficient de diffusion de la masse volumique ($K_\rho = 2.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) sont augmentées. Le

coefficient multiplicatif du schéma d'advection "upstream" est également augmenté à une valeur de 0.015. L'objectif reste de représenter explicitement les processus physiques (ondes internes, instabilités ...) induisant du mélange turbulent, et donc de calibrer ces paramètres au niveau le plus faible. Pour cela, une étude de sensibilité a été faite, permettant de fixer ces paramètres de dissipation à des valeurs minimales tout en assurant la stabilité du modèle. La seconde viscosité $\lambda_{(2)}$ est fixée à $10^2 \text{ m}^2/\text{s}$ dans cette configuration. Sa valeur a de nouveau peu d'impact sur la dynamique lente des ondes internes.

Forçage de la marée

Deux types de forçages différents sont utilisés dans ces configurations LES :

- Un forçage réalisé par oscillation de la topographie (Auclair et al., 2014), identique à celui des configurations quasi-DNS, pour une comparaison optimale de la petite et de la grande échelle.

- Un forçage aux frontières latérales sous la forme d'ondes de marée barotrope dans les cas d'études océaniques pour pouvoir fixer directement la vitesse des courants de marée barotrope en fonction des mesures in situ. Dans ce cas, le choix de frontières latérales ouvertes dites « radiatives » est fait.

3.5. Diagnostics

Au cours de cette thèse, plusieurs diagnostics et post-traitement ont été développés pour l'analyse de ces configurations numériques.

3.5.1. Coordonnées isopycnales

Les ondes internes se propagent le long de surfaces isopycnales qui ne sont pas représentées explicitement par le modèle. Il est donc nécessaire de mettre au point un diagnostic permettant d'extraire la position des coordonnées isopycnales à partir des champs de masse volumique. Pour représenter l'évolution de ces surfaces isopycnales, un changement de variable est alors effectué via un post-traitement par une méthode de traçage (« tracking »): $\rho(z) \rightarrow z(\rho)$. Cette méthode de traçage permettra notamment d'effectuer des diagrammes Hovmöller représentant l'évolution spatiale et temporelle des ondes internes.

3.5.2. Décomposition en modes verticaux

Une des problématiques principales a été d'identifier les modes verticaux d'ondes internes et d'isoler chacun de leurs signaux à partir des champs de vitesses et de masse volumique résolus par le modèle.

La première difficulté pour identifier ces modes verticaux est d'avoir une référence analytique précise en termes de longueur d'onde (λ_n), de vitesse de propagation (c_n) et de structure verticale $W_n(z)$. Pour cela l'approche modes normaux pour une stratification non-linéaire décrite dans la

section (1.3.3) est utilisée. L'équation de Sturm-Liouville est résolue numériquement pour un profil de stratification donné : $N(t = 0, x_1, z)$. Ce profil de stratification est calculé à partir du champ de masse volumique extrait du modèle loin de la zone de génération et au dessus de celle-ci à l'instant $t = 0$. Dans le cas de simulation avec une stratification complexe spatialement hétérogène comme celle du détroit de Gibraltar, il est nécessaire de prendre en compte la variabilité spatiale et temporelle du champ de masse volumique. L'équation de Sturm-Liouville est alors résolue en post-traitement pour chaque pas de temps externe et à chaque point de l'espace. Les vitesses de propagation théoriques déduites de cette méthode analytique permettront en autres d'analyser les diagrammes Hovmöller. Les structures verticales associées servent de référence pour les deux méthodes statistiques présentées ci-dessous.

3.5.3. Outils statistiques

Pour pouvoir étudier la propagation de ces modes normaux et mesurer leurs amplitudes respectives à partir de nos sorties de modèles, divers outils statistiques ont été utilisés. Nous avons fait le choix d'utiliser le champ de vitesses verticales (w) pour identifier les modes normaux.

- Décomposition en valeurs singulières (SVD)

La première approche consiste à identifier les différents modes de variabilité du champ de vitesse verticale. Pour cela une décomposition en valeurs singulières est effectuée sur un profil de vitesse verticale $w(z,t)$ à un point x donné, situé en dehors de la zone de génération. La décomposition en valeurs singulières consiste à décomposer le champ de vitesse verticale 2D en termes de valeurs singulières et de vecteurs propres. Cette décomposition permet d'obtenir à la fois des évolutions temporelles et des structures verticales associées à une base orthonormée de vecteurs propres. Cette décomposition en fonctions orthogonales est justifiée par le fait que les modes normaux au dessus d'un fond plat soit eux-mêmes des fonctions orthogonales. Seules les fonctions orthogonales ayant une évolution temporelle périodique à la même fréquence que celle de la marée seront analysées. Leur structure verticale sera ensuite comparée à la structure verticale de chacun des modes verticaux d'ondes internes calculées numériquement selon l'approche « modes normaux ». Ce qui nous permettra de déterminer quels sont les modes verticaux dominants.

- Projection orthogonale

Pour déterminer l'amplitude des modes verticaux (a_n) dans nos simulations, une méthode de projection orthogonale sur le champ de vitesses verticale est utilisée. Les structures verticales des modes déterminées par l'approche mode normaux sont projetées sur le champ de vitesse verticale. Une transformée de Fourier est ensuite effectuée sur le produit scalaire pour extraire le signal correspondant à la fréquence fondamentale de la marée. Dans nos configurations, le forçage de la marée est monochromatique, cependant des harmoniques de la marée peuvent être générées. Ce spectre de fréquence peut également être utilisé pour mettre en évidence les processus non-linéaires. En effet, ces derniers peuvent induire l'émergence de fréquences caractéristiques

supplémentaires sur le spectre. L'amplitude du spectre à la fréquence fondamentale de la marée nous renseigne donc sur l'amplitude associée au mode vertical projeté dans notre configuration.

4. Principe de similitude : du laboratoire à l'échelle océanique

Les configurations physiques et numériques à l'échelle du laboratoire, présentées précédemment, sont inspirées de configurations océaniques. En ce sens, elles sont utilisées pour comprendre et décrire des processus physiques que l'on considère semblables à ceux observés dans l'océan. Cependant, il n'est pas possible de reproduire simultanément la totalité des caractéristiques physiques et géométriques des écoulements océaniques à l'échelle du laboratoire. La question qui se pose alors est de savoir si l'on peut réellement reproduire, à l'échelle du laboratoire, des régimes d'ondes internes similaires à ceux des échelles océaniques. Pour cela, il est nécessaire de mettre en place un principe de similitude permettant de conserver la dynamique des ondes internes tout en modifiant l'échelle de l'écoulement. De nombreux principes de similitudes existent dans la littérature, chacun d'eux étant façonnés pour répondre à des contraintes et des objectifs spécifiques. Nous présenterons l'un d'entre eux, appliqué à la génération d'ondes internes solitaires dans le détroit de Luçon. Puis, nous présenterons, le principe de similitude que nous avons choisi pour l'étude de la propagation d'ondes internes dans un environnement supercritique.

4.1. Exemple d'un principe de similitude : le détroit de Luçon



Figure 2.24 : Expérience du détroit de Luçon menée à la plateforme Coriolis par Mercier et al. (2013). (Photo de H. Didelle, T. Peacock & M. Mercier³)

Le détroit de Luçon (« Luzon Strait »), situé entre Taïwan et les Philippines, est un exemple bien connu de génération d'ondes internes non linéaires par une topographie complexe. Mercier et al. (2013) ont réalisé une expérience à la plateforme Coriolis, table tournante de 13 m de diamètre. Ils ont reproduit le forçage de la marée, générant un écoulement oscillant sur une maquette réaliste du

³http://www.lemonde.fr/sciences/article/2013/12/09/les-mysteres-des-tsunamis-sous-marins_3528005_1650684.html

4. Principe de similitude : du laboratoire à l'échelle océanique

détroit de Luzon, avec une stratification similaire aux observations océaniques. Pour cela, une mise à l'échelle du laboratoire a été réalisée.

L'objectif du principe de similitude est de reproduire de façon réaliste la configuration océanique du détroit de Luçon à l'échelle de la plateforme Coriolis. Pour cela, Mercier et al. (2013) ont identifiés 8 paramètres sans dimension gouvernant la dynamique des ondes internes au détroit de Luçon (Tableau 2.1). Ils sont parvenus à conserver la majorité de ces paramètres clés. Cependant, le nombre de Reynolds (Re) n'est pas conservé dans les deux configurations. De plus, le rapport d'aspect du détroit ($\frac{h_o}{l}$) et la pente du rayon d'onde interne sont augmentés d'un facteur 20, préservant quand même la criticalité (ε^*) pour les grandes longueurs d'onde. La limite des grandes longueurs d'onde équivalente à l'approximation hydrostatique, peut être considérée comme valable pour les processus de génération mais ne permet pas de reproduire le raidissement du front de l'onde lors de la propagation menant à la formation d'ondes internes solitaires. Cette mise à l'échelle du laboratoire a donc permis de préserver globalement le régime dynamique d'ondes internes associé au problème océanique du détroit de Luçon. Toutefois, elle n'a pas permis de capturer les processus de raidissement de l'onde et donc de formation de solitons dans les expériences de laboratoire.

Les 8 nombres sans dimension clés identifiés par Mercier et al. (2013)		Notation	Gamme de valeurs	
			Lab./Luçon	
Rapport de la profondeur de la pycnocline		$h^* = \frac{h_p}{H}$	1	
Rapport de la hauteur de la topographie		$\delta^* = \frac{h_o}{H}$	0.82	
Rapport d'aspect de la topographie		$\frac{h_o}{\lambda_r}$	20	
Nombre de Reynolds		$Re^* = \frac{U_o \lambda_r}{\nu}$	2.76.10 ⁻⁵	
Nombre de Rossby		$Ro^* = \frac{U_o}{f \lambda_r}$	1	
Rapport entre la stratification de la pycnocline et celle de la couche du fond		$N^* = \frac{N_p}{N_b}$	0.98	
Criticalité		$\varepsilon^* = \frac{\nabla h}{\sqrt{(\omega^2 - f^2)/(N_p^2 - \omega^2)}}$	[2.5-1]	
Paramètre de non-linéarité	Excursion de la marée	$A^* = \frac{U_o}{\omega \lambda_r} = \frac{A}{\lambda_r}$	1	
	Nombre de "Long"	$Lo^* = \frac{U_o}{N_p h_o}$	0.5	
	Nombre de Froude	$Fr_n^* = \frac{U_o}{c_n}$	0.6	0.6

Tableau 2.1 : Les 8 nombres sans dimension clés identifiés par Mercier et al. pour la dynamique des ondes internes solitaires au détroit de Luçon et leur rapport (Laboratoire/Luçon) après mise à l'échelle. (Adapté de Mercier et al., 2013)

4.2. Des paramètres sans dimensions clés pour la dynamique des ondes internes en conditions supercritiques.

On s'intéresse ici à la génération primaire et à la propagation d'ondes internes dans un environnement « doublement supercritique », c'est-à-dire à des ondes internes générées par l'interaction de topographies abruptes et de forts courants de marée. Pour décrire de tels régimes, il est donc nécessaire dans un premier temps de définir la supercriticalité de la topographie et de l'écoulement.

4.2.1. Topographie supercritique : $\theta_p < \gamma$ et $B \geq 0.6$

Plusieurs paramètres entrent en jeu pour décrire la « supercriticalité » d'un obstacle topographique. D'une part l'inclinaison du mont de hauteur h_0 et de demi-largeur l : $\gamma = \tan^{-1} \frac{h_0}{l}$, doit être supérieure à l'inclinaison du rayon d'onde interne : $\theta_{th} = \sin^{-1} \frac{\omega}{N}$. D'autre part son sommet doit être suffisamment proche de la pycnocline pour entraîner des déplacements verticaux de la pycnocline de grande amplitude. Ce dernier critère est mesuré en considérant le degré de blocage topographique B : $B = \frac{h_0}{H - h_p - \frac{\delta\rho}{2}}$ où h_p et $\delta\rho$ correspondent à la profondeur et l'épaisseur de la pycnocline. Les travaux expérimentaux et numériques de Vlasenko et Hutter (2001) et de Wessels et Hutter (1996) ont montré que dans le cas d'une onde interfaciale incidente se propageant vers un obstacle topographique, les interactions entre la pycnocline et la topographie devenaient non négligeables pour $B \geq 0.6$ (voir section 3.3.2 de l'introduction).

Nous étudions des configurations de fluide bicouche avec pycnocline d'épaisseur finie. Le rayon d'onde interne est alors confiné dans la pycnocline dont la pulsation de Brunt-Väisälä moyenne peut s'exprimer sous la forme : $N_p = \sqrt{\frac{g\Delta\rho}{\rho\delta\rho}}$ où $\Delta\rho$ représente le saut de masse volumique et $\delta\rho$ l'épaisseur de la pycnocline. L'angle du rayon d'onde interne dans la pycnocline s'exprime alors comme : $\theta_p = \sin^{-1} \frac{\omega}{N_p}$. Le sommet du mont étant proche de la pycnocline, on peut aisément supposer que le flux au dessus de celui-ci, frappe la pycnocline avec un angle proche de celui du mont. Un mont supercritique se définit alors comme : $\theta_p < \gamma$.

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que des conditions de topographie supercritique favorisent généralement la génération de modes verticaux « hauts ». Pour décrire cette dynamique caractéristique des topographies supercritiques, une approche analytique « modes normaux » a été choisie plutôt qu'une approche de fluide bi-couche ne prenant en compte qu'un seul mode interfacial.

4.2.2. Ecoulement supercritique : $F_{n,D} > 1$

Un écoulement supercritique désigne un fluide dont la vitesse U est supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes (c). Le nombre de Froude correspondant au rapport entre ces deux

4. Principe de similitude : du laboratoire à l'échelle océanique

vitesses : $Fr = \frac{U}{c}$, permet de caractériser cette supercriticalité. Déterminer la vitesse de propagation des ondes internes est plus complexe, particulièrement au dessus d'une topographie qui varie. En effet, nous avons choisi une approche analytique de décomposition en modes normaux qui permet de déterminer numériquement la vitesse de chacun des modes verticaux au-dessus d'une bathymétrie constante. Nous considérerons donc deux nombres de Froude à des profondeurs différentes :

Nombre de Froude en eaux peu profondes :

Le premier caractérise la criticalité du fluide au sommet du mont, soit à $z = D = H - h_0$:

$$F_{n,D} = \frac{U_{max}}{c_{nth,D}} \text{ avec } U_{max} = U_o \frac{H}{H - h_0} \text{ et } U_o = 2\pi \frac{A}{T} \text{ où } A \text{ et } T \text{ sont l'amplitude et la période}$$

d'oscillation de la topographie.

Nombre de Froude au-dessus de la plaine abyssale:

Le second nombre de Froude prend en compte la vitesse de propagation des ondes internes loin de la zone de génération, dans les eaux profondes, soit pour $z = H$: $F_{n,H} = \frac{U_{max}}{c_{nth,H}}$

Ne pouvant pas déterminer précisément la vitesse des modes verticaux au dessus du mont, ces deux nombres de Froude forment des limites supérieures et inférieures de la criticalité de l'écoulement au dessus du mont.

4.2.3. Contrôle topographique : $\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \approx 1$

Pour mesurer, l'effet de la topographie sur l'efficacité de la génération des modes verticaux, on utilisera un critère de sélection spatiale similaire à celui de Dossmann et al. (2013a) pour les ondes internes solitaires ($\lambda_{na} \approx 1$ – section 2.2.2 de ce chapitre) et correspondant au critère d'amplitude maximale des modes verticaux de Vlasenko et al. (2005) ($l = \pi k_{x,n}^{-1}$ section 1.3.4 de ce chapitre) :

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \approx 1 \text{ pour } n = 1, 2, 3 \dots \text{ avec } \lambda_r = 2l.$$

4.2.4. Ondes internes solitaires : $\varepsilon \geq 0.018$ et μ_n

Pour mesurer l'équilibre entre les effets non-linéaire et dispersif menant à la formation d'ondes internes solitaires, nous utiliserons le même paramètre de non-linéarité (ε) que Dossmann (2012). Le paramètre de dispersion est adapté à la longueur d'onde de chacun des modes verticaux : $\mu_n = \frac{H}{\lambda_n}$.

4.2.5. Ondes de sillage: $\frac{A}{\lambda_r} \geq 1$

St. Laurent and Garrett (2002) ont mis en évidence un régime de marée interne quasi-stationnaire semblable au régime d'onde de sillage dans l'atmosphère. Les ondes se propagent alors

seulement en amont du mont dans la direction du courant de marée. Leur fréquence n'est plus directement imposée par la fréquence de forçage de la marée mais dépend alors de la largeur de la topographie (λ_r) et de la vitesse du courant de marée (U). Le rapport entre l'excursion de la marée (A) et la largeur de la topographie (λ_r) permet de caractériser ce type de comportement. Lorsque l'excursion de la marée excède la largeur de la topographie, $\frac{A}{\lambda_r} \geq 1$, on peut considérer que le comportement des ondes internes sera de type « quasi-stationnaire ».

4.2.6. Turbulence : Re

Le nombre de Reynolds : $Re = \frac{UH}{\nu}$, où ν représente la viscosité cinématique du fluide, est un indicateur de la turbulence de l'écoulement. Il n'est pas directement en lien avec la dynamique des ondes internes. Cependant, il caractérise les processus de petites échelles et particulièrement les cascades énergétiques menant au déferlement et à la dissipation des ondes internes.

4.3. Notre principe de similitude

Les contraintes fixées pour notre principe de similitude sont d'une part de conserver le plus grand nombre de paramètres clés, identifiés ci-dessus, et d'autre part d'obtenir des configurations à des échelles géométriques océaniques réalistes. Pour cela, le seul paramètre dont nous allons imposer, initialement, le changement de valeur est celui de l'échelle horizontale, L' , au dépend par exemple d'imposer une période de marée réaliste. L'objectif étant d'étudier les effets d'un changement d'échelle sur un même régime dynamique d'onde interne et non de reproduire exactement une configuration océanique. Les autres paramètres sont déterminés par les règles de conservations suivantes :

Pour commencer, le rapport entre l'échelle horizontale (L) et l'échelle verticale (H) est conservé :

- $\frac{H}{L} = \text{constante} \Rightarrow \frac{H'}{L'} = \frac{H}{L} = \alpha$ avec H' et L' , les nouvelles échelles horizontale et verticale

La seconde hypothèse consiste à conserver le nombre de Froude des ondes de surfaces soit le rapport entre la vitesse du fluide U et la vitesse de propagation des ondes de surfaces \sqrt{gH} :

- $\frac{U}{\sqrt{gH}} = \text{constante} \Rightarrow \frac{U'}{\sqrt{gH'}} \propto \frac{U}{\sqrt{gH}} \propto \sqrt{\alpha} \Rightarrow \frac{U'}{U} \propto \frac{L' T'}{L T} \Rightarrow \frac{T'}{T} \propto \sqrt{\alpha}$

Pour finir, on considère le nombre de Froude horizontal constant, soit un rapport constant entre les forces inertielles et les forces gravitationnelles:

- $\frac{U}{NL} = \text{constante} \Rightarrow \frac{\Delta\rho'}{\Delta\rho} \propto 1$

Le Tableau 2.2 montre un exemple d'application de ce principe de similitude à un régime d'onde interne non-linéaire qui sera traité dans le chapitre 3 et 4 de cette thèse, pour $\alpha = 2000$. En

4. Principe de similitude : du laboratoire à l'échelle océanique

respectant ces trois règles de conservations, on arrive à reproduire ce régime à grande échelle en gardant à peu près constants tous les paramètres clés de la dynamique des ondes internes décrits ci-dessus. Le nombre de Reynolds caractéristique de la turbulence ne peut cependant pas être simultanément conservé. Les effets numériques et physiques du changement d'échelle seront étudiés dans le chapitre 4 de cette thèse.

Paramètres clés pour la dynamique des ondes internes dans un environnement « supercritique »			Valeur		
			Grande échelle/échelle de laboratoire		
Degré de blocage topographique		$B = \frac{h_0}{H - h_p - \frac{\delta\rho}{2}}$		1	
Supercriticalité de la topographie		θ_{th}/γ		1	
Paramètre de contrôle topographique	Mode 1	λ_1/λ_r		1	
	Mode 2	λ_2/λ_r		1	
Nombre de Froude mode 1		$\frac{u_{max}}{c_{1th,H}}$	$\frac{u_{max}}{c_{1th,D}}$	0.9	1
Au dessus de la plaine abyssale	En eaux peu profondes				
Nombre de Froude mode 2		$\frac{u_{max}}{c_{2th,H}}$	$\frac{u_{max}}{c_{2th,D}}$	0.85	0.99
Au dessus de la plaine abyssale	En eaux peu profondes				
Paramètre de non-linearité		$\varepsilon = \frac{Ah_0}{lH}$		1	
Paramètre de dispersion		$\mu_n = \frac{H}{\lambda_n}$		1	
Excursion de la marée		$\frac{A}{\lambda_r}$		1	
Nombre de Reynolds		$Re = \frac{UH}{\nu}$		$6.7 \cdot 10^3$	

Tableau 2.2 : Principe de similitude appliqué un régime d'onde interne non-linéaire pour $\alpha = 2000$.

5. Conclusion

Dans ce chapitre, des modèles analytiques permettant de décrire la propagation des ondes internes dans différents régimes de stratification et de linéarité ont été présentés. Ils ont permis de décrire les propriétés physiques des ondes dans ces différents régimes et serviront à l'interprétation des résultats des chapitres suivants. L'approche combinant outils numériques et expérimentaux introduite ici, vise à étudier des configurations d'ondes internes générées sur une topographie à l'échelle du laboratoire directement inspirées par des situations océaniques. L'objectif général est de contribuer à une meilleure compréhension des processus océaniques de petite échelle. En ce sens, le principe de similitude présenté en dernière partie vise à faire le lien entre les études à l'échelle du laboratoire et à l'échelle océanique. Les paramètres sans dimension clés introduit dans cette dernière partie, serviront à la classification des différents régimes d'ondes internes étudiés dans les chapitres 2 et 3. L'étude de la génération primaire d'ondes internes dans un environnement supercritique est l'objet de ces deux chapitres. Nous partirons de cas idéalisés à l'échelle du laboratoire, que nous transposerons à l'échelle océanique, pour nous rapprocher de cas océaniques plus réalistes et de plus en plus complexes.

6. Annexes

6.1. Annexe 1 : Génération de la marée interne dans un milieu stratifié linéairement

On présente, dans cette annexe, la méthode utilisée par Gerkema et Zimmerman (2008) pour résoudre le problème de la génération de la marée interne au dessus d'un talus continental et au-dessus d'un mont sous-marin infinitésimal.

6.1.1. Talus continental

Dans le cas d'un talus continental, on considère un océan profond ($x < 0$) et un plateau continental ($x > 0$) de profondeurs respectives H et H_s constantes (Figure 2.4). Pour une stratification linéaire $N(z) = N_0$, les fonctions analytiques (2.20) et (2.21) sont toujours solutions. Cependant dans cette configuration, on considère deux relations de dispersion, une caractérisant les nombres d'ondes dans l'océan profond $k_{x,n}$ et l'autre, sur le plateau continental $k_{s,x,n}$:

$$k_{(s),x,n} = \pm \frac{n\pi}{H_{(s)}} \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N_0^2 - \omega^2}} \quad (2.59)$$

La fonction de courant Ψ peut ainsi s'exprimer sous la forme de modes normaux :

$$\Psi = \begin{cases} -\frac{z}{H} Q_0 e^{-i\omega t} + \sum_n a_n \sin \frac{n\pi z}{H} \exp i(-k_{x,n}x - \omega t) & \text{pour } x < 0 \\ -\frac{z}{H_s} Q_0 e^{-i\omega t} + \sum_n a_{s,n} \sin \frac{n\pi z}{H_s} \exp i(k_{s,x,n}x - \omega t) & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad (2.60)$$

avec a_n et $a_{s,n}$ des constantes arbitraires correspondant aux amplitudes des modes dans l'océan profond et au-dessus du plateau continental. Pour déterminer la valeur de ces coefficients, on utilise les conditions aux limites à $x = 0$ (2.61) et les conditions de continuité à $x = 0$ pour la fonction de courant, Ψ , (2.62) et pour le champ de vitesse vertical, $w = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ (2.63) :

$$\Psi(x = 0, -H < z < H_s, t) = Q_0 e^{-i\omega t} \quad (2.61)$$

$$-\frac{z}{H} Q_0 + \sum_n a_n \sin \frac{n\pi z}{H} = -\frac{z}{H_s} Q_0 + \sum_n a_{s,n} \sin \frac{n\pi z}{H_s} \quad (2.62)$$

$$-\sum_n a_n k_{x,n} \sin \frac{n\pi z}{H} = \sum_n a_{s,n} k_{s,x,n} \sin \frac{n\pi z}{H_s} \quad (2.63)$$

Ces trois équations permettent d'aboutir à un système de deux équations dépendantes des variables a_n et $a_{s,n}$ (Gerkema and Zimmerman, 2008, p127). Ce système peut être résolu numériquement pour une gamme de paramètres donnés et pour un nombre fini de modes n .

6.1.2. Mont sous-marin infinitésimal

On considère, cette fois-ci, un mont sous-marin symétrique de largeur $2l$ et de hauteur h_0 (Figure 2.6), définie par la fonction $r(x)$ suivante:

$$r(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < -l \\ \frac{1}{2} h_0 \left(1 + \cos \frac{\pi x}{l} \right) & \text{pour } -l < x < l \\ 0 & \text{pour } x > l \end{cases}$$

On fait l'hypothèse que la topographie est infinitésimale : $h(x) = H - r(x)$ avec $|r| \ll H$, de façon à ce que l'on puisse considérer que les modes verticaux sont les mêmes sur tout le domaine. On peut ainsi utiliser le développement de Taylor tel que :

$$\frac{1}{h} \approx \frac{1}{H} \left(1 + \frac{r(x)}{H} \right)$$

L'équation (2.27) peut alors s'exprimer comme :

$$\frac{\partial^2 \Delta \psi}{\partial t^2} + N^2(z) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + f^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{z Q_0 (N^2 - \omega^2)}{H^2} \frac{\partial^2 r(x)}{\partial x^2} e^{-i\omega t} \quad (2.64)$$

On cherche une solution de la forme :

$$\psi = \sum_n a_n(x) \phi_n(z) e^{-i\omega t} \quad (2.65)$$

où ϕ_n est solution de (2.18). La substitution de (2.65) dans (2.64) mène à une équation différentielle pour le coefficient a_n :

$$\frac{\partial^2 a_n(x)}{\partial t^2} + k_{x,n}^2 a_n(x) = \frac{d_n Q_0}{H^2} \frac{\partial^2 r(x)}{\partial x^2} \quad (2.66)$$

avec

$$d_n = \frac{\int_{-H}^0 z \phi_n'' dz}{\int_{-H}^0 \phi_n'' \phi_n dz} \quad (2.67)$$

En imposant les conditions de radiation pour $k_{x,n} > 0$, on obtient la solution de l'équation (2.66) suivante :

$$a_n = \frac{d_n Q_0}{2H^2} [A_n(x) e^{ik_{x,n}x} - B_n(x) e^{-ik_{x,n}x}] \quad (2.68)$$

avec

$$A_n(x) = \int_{-\infty}^x e^{-ik_{x,n}y} \frac{\partial r(y)}{\partial y} dy$$

$$B_n(x) = \int_x^{\infty} e^{ik_{x,n}y} \frac{\partial r(y)}{\partial y} dy$$

$$\text{Soit pour } x > L, \begin{cases} A_n(x) = h_0 \frac{i\pi^2 \sin k_{x,n}l}{\pi^2 - (k_{x,n}l)^2} \\ B_n(x) = 0 \end{cases} \text{ et pour } x < -L, \begin{cases} A_n(x) = 0 \\ B_n(x) = -h_0 \frac{i\pi^2 \sin k_{x,n}l}{\pi^2 - (k_{x,n}l)^2} \end{cases} .$$

Autrement dit, les amplitudes des modes n s'éloignant de la topographie sont proportionnels à $R(k_{x,n}l) = \frac{\sin k_{x,n}l}{\pi^2 - (k_{x,n}l)^2}$ et à d_n .

Pour une stratification constante $N(z) = N_0$:

$$\phi_n(z) = \sin \frac{n\pi z}{H} \text{ et } k_{x,n} = \frac{n\pi}{H} \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N_0^2 - \omega^2}}$$

d'où,

$$d_n = \frac{-2H}{n\pi} (-1)^n$$

Pour des grandes valeurs de n : $R(k_{x,n}l) \propto \frac{1}{n^2}$, on en déduit que :

$$a_n \propto \frac{1}{n} R(k_{x,n}l) \propto \frac{1}{n^3} \text{ pour } n \text{ grand}$$

6.2. Annexe 2 : Génération de la marée interne dans le cas d'une stratification variable

On présente, dans cette seconde annexe, la méthode utilisée par Vlasenko, Stashchuk, Hutter (2005) pour résoudre le problème de la génération de la marée interne au dessus d'un mont sous-marin de faible amplitude dans le cas d'une stratification $N(z)$ variable.

On se place dans une configuration où la stratification $N(z)$ est déterminée par la fonction suivante permettant de représenter la pycnocline océanique de façon assez réaliste :

$$N^2(z) = \omega^2 + (\omega^2 - f^2) \left[\underbrace{\frac{4\sqrt{\omega^2 - f^2}}{\Delta H_p^2} \left((N_p^2/4 - \omega^2)^{-\frac{1}{2}} - (N_p^2 - \omega^2)^{-\frac{1}{2}} \right)}_{c_1} (z + H_p)^2 + \underbrace{\frac{\omega^2 - f^2}{\sqrt{N_p^2 - \omega^2}}}_{c_2} \right]^{-2} \quad (2.69)$$

H_p désigne la profondeur de la pycnocline, N_p la valeur maximal de la stratification à cette profondeur $N(H_p)$ et ΔH_p la largeur de la pycnocline comme indiqué sur la Figure 2.15. Une pycnocline très large permettra de se rapprocher d'un cas de stratification linéaire ($N(z) \xrightarrow{\Delta H_p \rightarrow \infty} N_p$).

On repart de l'équation des ondes internes (2.24) en cherchant une solution de la forme $\psi = \tilde{\psi}(x, z)e^{i\omega t}$, on obtient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial z^2} - \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial x^2} = 0 \quad (2.70)$$

et on pose $\alpha^2(z) = \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2}$.

On opère un changement de variable, en considérant α^2 strictement positif, tel que $z_1 = \int_0^z \alpha^{-1}(s) ds$, on obtient alors :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial z_1^2} + \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial z_1} \frac{d\alpha}{dz} = 0 \quad (2.71)$$

Considérer α^2 strictement positif revient à considérer un cas où $N(z) \geq \omega \geq |f|$ sur toute la colonne d'eau, qui n'est pas représentatif d'un profil de masse volumique avec une couche de surface homogène ni d'un profil de fluide bicouche.

On introduit une nouvelle fonction inconnue : $\Psi(x, z_1) = \tilde{\psi}(x, z_1) \alpha^{-\frac{1}{2}}(z(z_1))$. L'équation (2.71) peut alors être simplifiée sous la forme:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z_1^2} + p(z) \Psi = 0 \quad (2.72)$$

avec $p(z) = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{d\alpha(z)}{dz} \right)^2 - 2\alpha(z) \frac{d^2\alpha(z)}{dz^2} \right]$.

Dans le cas d'une stratification uniforme : $p(z) = 0$.

Comme précédemment, pour une description complète de la marée interne, on ajoute un champ de marée barotrope de la forme $\psi_0 e^{-i\omega t}$ dans les conditions aux limites de la fonction de courant. On fait cependant le choix ici d'appliquer ce champ aux conditions de la surface libre plutôt qu'au fond et après avoir opéré le changement de variable ($0xz_1$) on obtient les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \Psi(z_1 = 0) = \Psi_0 \alpha^{-\frac{1}{2}}(0) \\ \psi(z_1 = h(x)) = 0 \end{cases} \quad (2.73)$$

avec $h(x) = \int_0^{-H(x)} \frac{ds}{\alpha(s)} = h_* \left(1 - r_1(x) \frac{h_{max}}{h_*} \right)$.

Où h_{max} et $r_1(x)$ représentent respectivement la hauteur et la forme du mont sous-marin et h_* la profondeur totale dans le nouveau référentiel de variables ($0xz_1$).

On fait l'hypothèse que la hauteur du mont sous-marin exprimée dans le nouveau référentiel de variables est petite, soit :

$$\varepsilon_0 = \frac{h_{max}}{h_*} \ll 1$$

Il est important de noter ici que ce paramètre ne reflète pas seulement la hauteur du mont en fonction de la profondeur de l'océan mais tient aussi compte de la stratification de l'océan dans la couche du fond, celle qui englobe la topographie. L'océan abyssal étant faiblement stratifié, cette condition peut également être valide dans le cas d'un mont sous marin d'amplitude importante sous la condition que son sommet se situe sous la pycnocline.

En supposant que la fonction $\Psi(x, z_1)$ a un développement asymptotique de la forme $\Psi(x, z_1) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_0^i \Psi^{(i)}(x, z_1)$ et en prenant en compte que $\varepsilon_0 \ll 1$, la fonction $\psi(x, z_1 = h_*(1 - r_1(x)\varepsilon_0))$ peut être exprimée en une série de Taylor autour de $z_1 = h_*$. On obtient alors en utilisant le profil de stratification donné par l'équation (2.69) deux séries de problèmes aux conditions aux limites, un à l'ordre zéro :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi^{(0)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi^{(0)}}{\partial z_1^2} - c_1 c_2 \Psi^{(0)} = 0 \\ \Psi^{(0)}(x, 0) = \Psi_0 \alpha^{-\frac{1}{2}}(0) \\ \psi^{(0)}(x, h_*) = 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

et un autre à l'ordre 1 :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial z_1^2} - c_1 c_2 \Psi^{(1)} = 0 \\ \Psi^{(1)}(x, 0) = \Psi_0 \alpha^{-\frac{1}{2}}(0) \\ \psi^{(1)}(x, h_*) = h_* r_1(x) \frac{\partial \psi^{(0)}}{\partial z_1} \Big|_{z_1=h_*} \end{cases} \quad (2.75)$$

Une solution analytique existe pour chacun de ces problèmes. On choisit une forme de mont sous-marin de largeur $2l$ et de hauteur h_0 tel que dans le nouveau référentiel de variables $(0xz_1)$:

$$r_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{l} \right) & \text{pour } |x| \leq l \\ 0 & \text{pour } |x| > l \end{cases}, \text{ avec } l \text{ la demi-largeur du mont.} \quad (2.76)$$

En prenant en compte les conditions de radiation et en passant par l'espace de Fourier (p53-57, Vlasenko et al., 2005) on obtient une solution analytique pour a_n de la forme :

$$a_n = -B \pi^3 k_{x,n}^{-2} \frac{\sin k_{x,n} l}{k_{x,n} l^2 - \pi^2} \text{ avec } B = \frac{h_* \Psi_0 (c_1 c_2)^{1/2}}{\alpha^{\frac{1}{2}}(0) \sin((c_1 c_2)^{1/2} h_*)} \quad (2.77)$$

On observe donc que l'amplitude des modes est dépendante de la largeur l de l'obstacle : $a_n \propto$

$$k_{x,n}^{-2} \frac{\sin k_{x,n} l}{k_{x,n} l^2 - \pi^2}.$$

Chapitre 3 : Régimes d'ondes internes en régions « supercritiques »

Dans les deux chapitres suivants, on s'intéresse au cas d'un fluide composé de deux couches homogènes en densité séparés par un saut de densité. Ce type de stratification représente de façon idéalisée la pycnocline et la couche de mélange en faisant abstraction de la stratification de l'océan profond. Il permet de décrire des cas océaniques où la pycnocline est très marquée relativement à la stratification dans l'océan profond, comme la mer de Sulu ou le détroit de Gibraltar. Il permet également de s'affranchir des processus de génération secondaire d'ondes internes solitaires. Ce chapitre présente une analyse des différents régimes de génération primaire d'ondes internes en conditions supercritiques à partir des configurations quasi-DNS décrites dans le chapitre précédent. Dans les chapitres suivants, ces configurations seront désignées de façon plus globale sous le terme « DNS ». Une attention particulière est portée sur le rôle joué par la topographie et sur les interactions entre les ondes internes et leur environnement de façon plus général. Ce chapitre est présenté sous la forme d'un article soumis dans la revue *Physics of Fluids*, précédé d'un résumé en français. Un complément en français est ajouté à la fin de cet article pour apporter quelques résultats supplémentaires issus d'une des méthodes statistiques utilisées dans l'article.

1. Résumé de l'article : « Topographic and hydraulic control on internal-tide generation. Part 1 : Vertical mode selectivity & soliton formation. »

Dans certaines régions océaniques, comme le détroit de Luçon ou le détroit de Gibraltar, la marée interne provoque des déplacements verticaux dans la pycnocline pouvant atteindre la centaine de mètres. Ces ondes modifient les propriétés physiques et biologiques de l'océan superficiel en induisant un fort mélange diapycnal. Afin d'améliorer la modélisation numérique de telles régions océaniques et plus largement la paramétrisation du mélange vertical dans les modèles océaniques régionaux et globaux, il est nécessaire de mieux comprendre leur mécanisme de génération et de propagation.

L'objectif de cet article est de décrire la génération primaire d'ondes internes non-linéaires dans des régions dites « supercritiques ». Ce terme désigne à la fois des courants de marée intenses dont la vitesse U est supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes c_n et des topographies très abruptes dont l'angle de la pente γ est supérieur à l'angle du rayon d'onde interne dans la pycnocline, θ_p . Des simulations numériques directes (DNS) utilisant la version non-hydrostatique et non-Boussinesq du modèle d'océanographie côtière SNH sont utilisées pour décrire les différents régimes d'ondes internes dans ces régions « supercritiques » et pour identifier les paramètres physiques clés contrôlant la dynamique de ces ondes.

Tout d'abord, l'effet de la topographie sur la distribution énergétique entre les modes verticaux est étudié dans des configurations linéaires pour des topographies sous-critiques et supercritiques. Dans chacun de ces cas, la largeur de la topographie exerce un contrôle important sur l'amplitude des modes verticaux émis, caractérisée par le rapport entre la longueur d'onde de ces modes λ_n et la largeur de la topographie λ_r . Dans le cas des topographies supercritiques, lorsque des modes verticaux hauts sont sélectionnés par la topographie, ils peuvent avoir une amplitude plus grande que celle des modes bas.

Lorsque l'on augmente l'amplitude de forçage de la marée jusqu'à obtenir un fluide en conditions supercritiques, un ressaut hydraulique se forme en aval de l'obstacle topographique. Dans ces conditions, le contrôle topographique sur les modes verticaux joue aussi un rôle crucial sur la formation d'ondes internes solitaires et sur le déferlement du ressaut hydraulique. Un mode vertical n , peut dégénérer en trains d'ondes solitaires s'il est sélectionné par la topographie ($\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \geq 1$). La stabilité des ondes solitaires de modes verticaux hauts dépend fortement de la supercriticalité du courant de marée et de la géométrie de la topographie.

Finalement, l'impact de la dynamique des ondes internes sur la circulation locale est étudié. L'effet de la topographie sur la formation de tourbillons et de jets en aval du mont est mis en évidence. L'effet qualitatif de chacun de ces processus sur la localisation du mélange induit par les ondes internes est discuté tout au long de cet article.

Topographic and hydraulic control on internal-tide
generation

Part 1 : Vertical mode selectivity & soliton formation.

Bordois L.¹, Auclair F.¹, Paci A.², Dossmann Y.³, Nguyen C¹.

¹ Laboratoire d'Aérodynamique, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

² CNRM-GAME, UMR3589 METEO-FRANCE and CNRS, 42 avenue Gaspard Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 01, France

³ Laboratoire de Physique, Ecole Normale Supérieure, 46 allée d'Italie, 69007 Lyon France

Abstract

In shallow water and regions of complex and abrupt topography, it appears that we do not yet have a full grasp of the multiplicity of processes controlling turbulent mixing regarding, in particular, the propagation and generation of nonlinear internal waves. In the present work, which corresponds to part I of a two-part paper, we focus on non-linear internal waves (internal solitary waves or ISWs) emitted primarily in “supercritical” regions. The approach relies on direct numerical simulations of an academic configuration inspired by oceanic observations. It aims at describing the different regimes of internal waves forced by supercritical tidal flow and above supercritical topography. First, the energetic distribution between vertical modes is studied in a linear configuration above both subcritical and supercritical topographies. In each case, a control on vertical modes amplitudes by the topography is found, enabling, in some supercritical cases, high mode amplitude to be larger than low mode amplitude. It is characterized by the ratio of vertical mode wavelength, λ_n , to topography width, λ_r . Increasing the forcing amplitude leads to hydraulic jump formation and supercritical flow condition. In such configuration, the topographic control on vertical mode plays also a crucial role on the formation of ISWs as well as on the direct breaking of hydraulic jump above supercritical topography. A vertical mode n , selected by the topography width ($\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \geq 1$) can degenerate in ISWs train. The stability of higher modes ISWs is highly dependent on flow supercriticality and geometrical conditions. Finally, the evolution of the local circulation with respect to internal wave dynamics, in particular the formation of lee-side vortexes and downstream jet is analyzed. The effect of the change of scale, Coriolis force, complex topography and horizontally-inhomogeneous stratification is investigated in part II of this work through two well-known typical oceanic cases of “supercritical” regions: Georges Bank and the Strait of Gibraltar.

2. Introduction

Internal tides are involved in the Meridional Overturning Circulation energy balance (Munk and Wunsch¹; Egbert and Ray²; Wunsch and Ferrari³). The current debate about the relative importance of the mechanical and thermodynamical energy sources induces a need for a quantitative evaluation of the energy transfers and for understanding the physical processes implied in these energy transfers. Moreover, the ability of nonlinear internal waves to persist for days after their generation and the key role they play in connecting large-scale motions to smaller-scale turbulence make them important for understanding the ocean environment. Nonlinear internal waves are found in many parts of the world oceans, but they have particularly large amplitudes in strait areas. For example, internal solitary waves (ISWs) with amplitudes ranging from 100 to 200 m have been observed in the South China Sea propagating away from Luzon Strait (Liu *et al.*⁴, Yang *et al.*⁵, Duda *et al.*⁶ and Klymak *et al.*⁷) and in the Mediterranean Sea propagating away from Gibraltar Strait (Armi and Farmer⁸). These nonlinear waves are suspected to be responsible for important energy transfers in so far as they induce turbulent mixing in the pycnocline region.

Several generation mechanisms of topographically induced ISWs in the pycnocline are known in the ocean. They can either be directly induced locally above topographies (primary generation) or by a topographic internal wave ray impinging on the pycnocline (secondary generation) (Dossmann *et al.*^{9,10}). These two generation mechanisms have been observed in the ocean (New and Pingree^{11,12}, New and Da Silva¹³) and particularly depend on vertical stratification conditions. Nevertheless the details of the generation of these waves are still an active area of exploration. In regions of large topographic variations and strong currents, like straits or fjords, other mechanisms may be possible and interactions between ISWs and current or topography are not yet completely understood.

In fact, in straits, like Gibraltar strait, ISWs are mostly generated above the sills and reach very high amplitude thanks to their interaction with tidal currents, which can be referred, in particular, as hydraulic control mechanism (Farmer and Armi¹⁴) or lee wave mechanism (Maxworthy¹⁵). The mechanism is based on the theory of supercritical flows and is a key mechanism for ISWs generation.

Interactions with complex topographies have also been an important area of study in the last years. Vlasenko *et al.*¹⁶, proposed a kind of scattering mechanism, for two layer cases, involving interaction between a mode-1 ISW and a topographic obstacle. When a mode-1 ISW flows over a sill and breaks, higher modes can be generated on either side of the sill in the form of reflected and transmitted energy. Moreover the topography can also influence the primary generation process. Dossmann *et al.*⁹ demonstrated a topographic control mechanism for primary ISWs generation and introduced a nondimensional parameter based on the ratio of the interfacial wavelength and the typical topography width to describe this spatial selection criterion. On the other hand, several studies about supercritical topography (when the topography is steeper than the internal wave ray) show that with growing bottom steepness the amplitudes of the higher modes increase and can even exceed the amplitudes of the lowest modes (Vlasenko *et al.*¹⁷). Moreover, the resulting wave is believed to “break” directly near supercritical topography due to non-linearities in the generation process itself (Klymak *et al.*¹⁸). So, the non-linear dynamic associated to supercritical sites is not yet fully understood and is particularly difficult to model. For example, Cummins¹⁹ showed that flow separation in the lee of the ridge is typically not well represented in models of stratified flow.

It is a fact that mode-1 ISWs are most commonly observed in the ocean, but higher-modes ISWs also occur under proper conditions. There have been only a few reports of higher mode wave observations in the ocean and none have included direct observations of the generation process (Jackson *et al.*²⁰). For example, Mode-2 ISWs have been found to occur around Gibraltar Strait (Vázquez *et al.*²¹), the Mascarene Ridge (Da Silva *et al.*²²), in the South China Sea (Yang *et al.*²³), and at Knight Inlet (Farmer and Smith²⁴). A mechanism has been proposed in secondary generation cases, based on a resonant phenomenon between the interfacial ISW wavelength and a wavelength imposed by the internal wave ray in the lower layer (Dossmann *et al.*¹⁰, Akylas *et al.*²⁵, Gerkema²⁶, Grisouard *et al.*²⁷). Nevertheless the question of generation mechanisms of higher-mode ISWs remains unresolved for primary generation cases. The stability of these modes-2 ISWs is also a question of great immediate interest (Carr *et al.*²⁸, Shroyer *et al.*²⁹).

This study follows the line of research of Dossmann et al.^{9,30}, on topographically induced internal solitary waves in a pycnocline but in configurations relevant to straits. A focus is made on supercritical topography and supercritical tidal flow for primary generation cases. Like in Dossmann et al.⁹, ISWs' regimes are presented in an academic configuration at the laboratory scale using direct numerical simulations. Thus, high resolution simulations can be performed and no turbulence scheme is required. They are performed using the nonhydrostatic and non-Boussinesq version of the regional oceanic circulation model SNH described in Auclair et al.^{31,32}. The academic configuration is inspired by oceanic observations. To facilitate comparisons with laboratory experiments, a “moving bottom” version of the model is used (Auclair et al.³³). Gerkema and Zimmerman³⁴ have shown that a tidal motion over a ridge is equivalent to an oscillating topography if the nonlinearity parameter $\varepsilon = \frac{Ah_0}{lH}$ and the topography parameter $\varepsilon b = \frac{h_0}{l}$ are small, with A the tidal excursion, h_0 and l respectively the ridge height and half-width and H the fluid depth. In our configurations, $\varepsilon b \leq 0.6$ and $\varepsilon < 0.05$ (except for the last two configurations) so the nonlinearity parameter is small whereas the topography parameter is only smaller than one, hence some divergences may appear between the present case and the real tidal forcing case. Various configurations of tidal forcing, stratification and bathymetry are explored and, in each configuration, the characteristics of the hydraulic control (when present) in the strait are studied together with the generation of both linear and non-linear regimes of internal waves. A focus on the impact of the topography on the dynamic, in particular on the multimodal structure of the ISWs is performed.

In section 1, we present the model and the numerical configuration adopted for this study. Section 2, deals with linear regime and the impact of the topography on the multimodal structure of internal wave generated in the pycnocline. Section 3 describes non linear regime and focus on hydraulic control and ISWs generation. Finally, Section 4 deals with the impact on the local circulation and particularly the formation of downstream jets. Conclusions are drawn in section 5.

3. Numerical configuration

3.1. General features of numerical model

Simulations are performed using the free-surface nonhydrostatic and non-Boussinesq version of the regional oceanic circulation model SNH described in Auclair et al.^{31,32}. SNH solves the equations of motion onto an Arakawa-C grid using time-dependent s -coordinates in the vertical direction. In the implementation used for the present study, density is supposed to depend linearly on salinity, while temperature is set to a constant value. An original three-mode time-splitting is used to deal with non-hydrostatic flows as acoustic waves are explicitly simulated. A first time-splitting is classically performed between barotropic (Δt_e) and baroclinic (Δt_i) motions. In the present non-Boussinesq version, an additional third time-step (Δt_{NBQ}) is introduced to circumvent the drastic CFL criteria induced by the high phase-velocity of such waves, c_s . Acoustic waves or more exactly “pseudo-acoustic” waves have indeed been re-introduced to reduce computational costs. Indeed, this allows to avoid Boussinesq- degeneracy which inevitably leads to a 3D Poisson-system in non-hydrostatic

3. Numerical configuration

pressure-correction methods. As long as they remain faster than the fastest physical processes in the domain, the so-called “pseudo-acoustic” wave phase-velocity can artificially be slowed down rendering unphysical high-frequency processes associated with bulk compressibility but preserving a coherent slow dynamics with a softening of the CFL criterion. A bidimensional version of the model in a vertical plane is used with periodic boundary conditions. Free surface boundary conditions and no-slip condition at the bottom of the domain are used.

3.2. Configuration

Quasi-direct numerical simulations of several strait regimes at short scales are performed. Molecular value of the kinematic viscosity ($\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) and of the density diffusivity ($K_\rho = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) are used. No turbulence closure scheme is used. When and where space-time resolution is not fine enough to explicitly simulated smaller scales associated to velocity large gradients, an upstream advection scheme is used. A sensibility study on this scheme has been performed in order to calibrate this scheme and to reduce its consequences to the lowest possible level and reduce numerical dissipation at best. The level of dissipation of the upstream scheme compared to an equivalent scheme has been reduced by multiplicative coefficient $\beta < 1$ (table 1).

Designation	Name	Value or range
Stratification		
Total depth	H (m)	0.2
Reference density	ρ_0 (kg/m ³)	1029
Upper layer density	ρ_1 (kg/m ³)	1040
Kinematic viscosity	ν (m ² /s)	$2 \cdot 10^{-6}$
Density diffusivity	K_ρ (m ² /s)	10^{-7}
Coriolis force	f (rad/s)	0
Bottom layer stratification	N_b (s ⁻¹)	0.001
Numerical model parameters		
Horizontal resolution	Δx (mm)	2
Ratio of internal time step to external time step	$\Delta t_i / \Delta t_e$	100
Internal time step	Δt_i (s)	$2,17 \cdot 10^{-3}$
Acoustic wave celerity	C_s (m/s)	10
Multiplicative coefficient of the upstream advection scheme	β	0.01

TABLE 1 – Constant Numerical and physical parameters

The domain size, $L = 4\text{-}20\text{m}$ varies depending on the interfacial wavelength. The fluid depth is $H = 20 \text{ cm}$, with regularly spaced s-levels in the vertical direction, corresponding to an average vertical resolution of 1 to 3 mm. The domain origin is set at the free surface. The configuration presented in figure 1 is adopted.

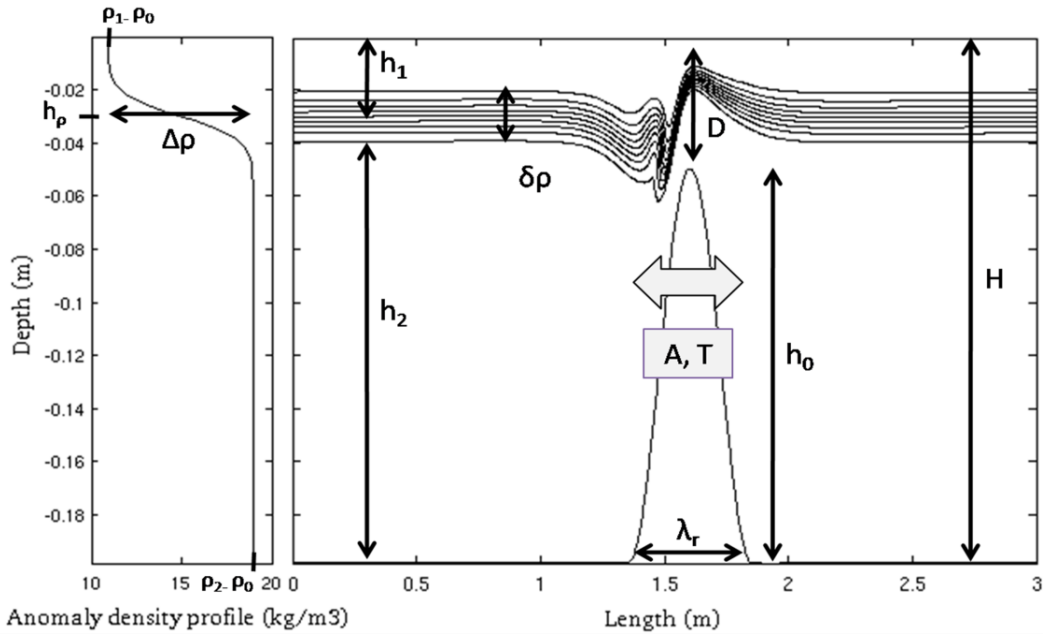


FIGURE 1 – Physical and Geometrical parameters. Left: initial density profile in **Sim5**. Right: density contours in **Sim5**: 10 isopycnals at $t = T/2$. The density difference between two isopycnals is $\delta\rho = 0.8 \text{ kg/m}^3$. Indicated physical parameters are defined in Table I.

Simulations are initialized with a continuous density profile $\rho(z)$ typical of strait profiles (figure1-left). It includes a homogeneous upper layer of depth h_1 and density $\rho_1 = 1040 \text{ kg/m}^3$, representing the oceanic mixing layer. In shallow strait, the stratification in the bottom layer can be almost non-existent; the strait of Gibraltar is an example of this case. So we consider a three layer case with a wide pycnocline ($\delta\rho$) characterized by a strong density jump $\Delta\rho$ and a almost homogeneous bottom layer ($N_b = 1.10^{-3} \text{ s}^{-1}$) of depth h_2 and density $\rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho$. The pycnocline center is at a position $z = h_p = h_1 - \frac{\delta\rho}{2}$. The corresponding Brunt-Väisälä frequency profile, $N(z)$, is the same as the one used in *Grisouard et al.*²⁷:

$$N^2(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} g \frac{\Delta\rho}{\delta\rho} \exp\left[-\left(\frac{z + h_p}{\delta\rho/2}\right)^2\right] + \begin{cases} N_b^2 & \text{for } -H \leq z < -h_p \\ 0 & \text{for } -h_p \leq z \leq 0 \end{cases}$$

with g the acceleration of gravity.

The Strait topography is represented by a high sinusoidal ridge whose shape is given by :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} h_0 \left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x_0}{2l}\right) & \text{for } x \in [-l + x_0, l + x_0] \\ 0 & \text{for } x < -l + x_0 \text{ and } x > l + x_0 \end{cases}$$

where h_0 and l are the height and the half-width of the ridge, x_0 is the strait center position at $t=0$. Most of the simulations respect the following topographic first order blocking conditions: $0.6 \leq B = \frac{h_0}{h_2} < 1$, feature of shallow strait area. h_2 is defined in table 2, it accounts for the depth (h_p) and the thickness ($\delta\rho$) of the pycnocline.

3. Numerical configuration

Tidal forcing is performed through the oscillation of the ridge. The ridge displacement is given by $x_m(t) = x_0 + A \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \pi\right) - 1 \right]$, where $x_m(t)$ is the horizontal position of the center of the ridge, (A, T) are the forcing amplitude and period.

Dossmann et al.⁹ show that, in similar configurations, non linear effects and ISWs formations appear in a clear way for a nonlinearity parameter, ϵ , of at least 0.018. They use the extended KdV scheme to validate the identification of ISW shape. This nonlinearity parameter is linked to the conversion efficiency from horizontal to vertical displacement by the ridge. Hence, in our study, a regime will be considered non-linear for $\epsilon \geq 0.018$. Physical parameters vary to cover a large range of strait regimes. Tables 1 and 2 summarize the range of parameters used in this study.

Designation	Name	Value or range
Fluid		
Upper layer depth	h_1 (m)	0.03-0.07
Bottom layer depth	$h_2 = H - h_p - \frac{\delta\rho}{2}$ (m)	0.1-0.16
Pycnoline depth	h_p (m)	0.03-0.07
Domain length	L (m)	4-20
Density jump	$\Delta\rho$ (kg/m ³)	8-60
Interface thickness	$\delta\rho$ (cm)	2-6
Pycnocline stratification	$N_p = \sqrt{\frac{g\Delta\rho}{\rho\delta\rho}}$ (s ⁻¹)	1.96-3.10
Bottom layer density	ρ_2 (kg/m ³)	1048-1100
Topography and forcing		
Ridge height	h_0 (m)	0.07-0.15
Strait Shallowest depth	$D=H- h_0$ (m)	0.05-0.13
Ridge width	λ_r (m)	0.3-1.5
Ridge half width	$l = \frac{\lambda_r}{2}$ (m)	0.15-0.75
Topographic blocking Degree	$B= h_0/h_2$	0.6-0.94
Topography angle	$\gamma = \tan^{-1} \frac{h_0}{l}$ (°)	5-31
Forcing amplitude and period	A (m) T (s)	0.006-0.2 10-40
Theoretical tidal velocity	$U_0 = 2\pi \frac{A}{T}$ (m/s)	0.002-0.05
Maximal theoretical fluid velocity	$U_{max} = U_0 \frac{H}{H - h_0}$ (m/s)	0.004-0.21
Deduced waves parameters		
Theoretical beam angle in the pycnocline	$\theta_{th} = \sin^{-1} \frac{\omega}{N_p}$ (°)	5-19
Nonlinearity parameter	$\epsilon = \frac{Ah_0}{lH}$	0.0014-0.3
Mode 1 dispersion parameter	$\mu_1 = \left(\frac{H}{\lambda_1}\right)^2$	0.008-0.37
Numerical model parameters		
Average vertical resolution	Δz (mm)	1-3
Sigma level number	N	60-100
Ratio of non-Boussinesq time step to external time step	$\Delta t_{NBQ}/\Delta t_e$	4-8

TABLE 2 – Range of variable Numerical and physical parameters

3.3. Analytical tools

3.3.1. Modal decomposition

The classical Sturm-Liouville eigenvalue problem of vertical mode decomposition (appendix 1) is numerically resolved for any buoyancy profile $N(z)$ with the same approach as Gerkema and Zimmerman³⁴. The vertical velocity field consists of the superposition of n modes, such as:

$$w(x, z, t) = \sum_n W_n(z) a_n \cos(k_n x - \omega t)$$

For fixed ω , this problem has an infinite number of solutions: $n \in \mathbb{N}^*$ vertical modal structures, W_n , with corresponding eigenvalues, k_n . The phase speed of each mode is defined as $c_n = \frac{\omega}{k_n}$. The coefficients a_n are arbitrary constants corresponding to the amplitudes of the modes. For modal description of oceanic internal wave rays propagation, laws of the type $a_n \propto 1/n$ are often chosen. Indeed, decreasing a_n with n are generally found in generation problems, such as internal tides (Gerkema and Zimmerman³⁴, p78). Moreover, in the ocean, the first mode usually predominates and the amplitudes of higher modes are usually negligible in comparison (Vlasenko *et al.*¹⁷ : analytical solution for “small” bottom features, p58). The exception is the internal wave generation above very steep bottom obstacles where vertical modes are of comparable amplitude (Vlasenko *et al.*¹⁷ : internal waves near steep topography-p94-97). Hence, two different coarse values of a_n (1 and $1/n$) are tested in relation to the steepness of the obstacle in section 2.

To characterize the steepness of the strait topography, in our configuration, the typical angle of the topography: $\gamma = \tan^{-1} \frac{h_0}{l}$ and the angle of the ray in the pycnocline: $\theta_p = \sin^{-1} \frac{\omega}{N_p}$, where $N_p = \sqrt{\frac{g\Delta\rho}{\rho\delta\rho}}$ are compared. Indeed, internal waves cannot propagate in the bottom layer ($N_b < \omega$) where the topography is located, but the flow above the strait reaches the pycnocline with an angle close to the angle of the topography.

The topography is considered “supercritical” (very steep) when $\theta_p < \gamma$, in this case, theoretically, all generated modes in the pycnocline are of comparable amplitudes. In most of the following simulations, the topography is considered “supercritical” regarding the pycnocline stratification so $\theta_p < \gamma$. In section 2, the splitting of energy between vertical mode (i.e. the variation of the coefficients a_n) is studied both for subcritical and supercritical topography cases.

In linear regime (small tidal forcing), Vlasenko *et al.*¹⁷ highlight a resonating character of the generation mechanism, for subcritical ($\theta \gg \gamma$) and small topography. They show that the amplitude of the modes, a_n , depends on the half-width, l , of the obstacle. Moreover, for a fixed value of l and large n , the amplitude a_n decreases with the mode number ($a_n(l) \propto k_n^{-3} \propto n^{-3}$). In particular, the function $a_n(l)$ assumes a maximum when $l = \frac{\lambda_n}{2}$ and is null when $l = m \frac{\lambda_n}{2}$ with $m=2,3,4...$

($a_n \propto k_n^{-1} \frac{\sin k_n l}{(l k_n)^2 - \pi^2}$: eq. 2.22 p57¹⁷). Physically, it means that the vertical mode amplitude, a_n , is maximal when the mode travels the half-width of the strait, l , in a half-tidal period, $T/2$. In supercritical case, modes slow down due to large topography variations and are accelerated by the flow. If we do not consider this spatial and temporal variability of the mode propagation speed, c_n , these effects could lead to a shift of the maximal amplitude position ($l = \pm \frac{\lambda_n}{2}$). Vlasenko *et al.*¹⁷ show that this resonant mechanism found by the perturbation method for small height obstacle is also valid for large obstacles. The dependence of the amplitude of the modes on the width is thus explored in our particular supercritical cases, in section 2.c.

Some studies show that the decrease in efficiency of the generation of high modes accompanies a decrease of the topographic blocking parameter, $B = \frac{h_0}{h_2}$, independently from the slope, γ , (Vlasenko¹⁷, p98). So the topographic blocking parameter characterizes an additional feature of the topography criticality. In all our configurations, this parameter is highly critical, $B \in [0.58, 0.94]$. So there are several parameters to define the topography criticality that affect directly IWs dynamics. Moreover ISW dynamics depends also on the flow criticality. The next section focuses on the definition of this flow criticality.

3.3.2. Hydraulic control characterization: a modal Froude number

Hydraulic control mechanism is based on the theory of supercritical flows, which uses a parameter called the internal Froude number to characterize the hydraulic state of the flow. The Froude number is a dimensionless quantity that expresses, in this case, the ratio of the velocity of a fluid to the velocity of a linear internal wave on the interface. Some studies have adapted this internal Froude number to two layers flow (Armi³⁵) or three layer flow (Sannino *et al.*³⁶). Precise characterization of hydraulic control in complex stratification case is still in progress (K. Winters and L. Armi³⁷). In our study, to qualify hydraulic control state, a modal Froude number, F_n , is adopted: $F_n(x, t) = \frac{\max_z U(x, t)}{c_n}$. F_n varies in space and time and compares over a fluid column the maximum value of fluid velocity, U , to the theoretical mode celerity, c_n , calculated above the flat bottom i.e. at the maximum strait depth ($h=H=0.2$). However the choice of the value of mode celerity above the strait will be discussed. Indeed, in linear theory, hydraulic control is located above the strait so above a varying topography. The modal decomposition does not apply for a varying bottom. So in controversial cases, a comparison between a modal decomposition in shallow water (at the shallowest strait depth $h=D$) and a modal decomposition in deep water (above the flat bottom at the maximum strait depth, $h=H=0,2m$) is made. In such cases, a second modal Froude number interpolated for shallow water is used: $F_{n,D}(x, t) = \frac{\max_z U(x, t)}{c_{n,D}}$, $c_{n,D}$ is the mode celerity calculated at the shallowest strait depth so for a total depth of D .

The objective is to understand the mechanism of internal wave generation in a large range of strait configurations in order to locate more precisely the induced mixing. We perform a large range

of simulations from linear regimes to highly non linear regimes. A focus is made on non-linear processes and interactions between internal waves, tidal currents and topography. First, a linear regime is investigated to highlight internal wave generation mechanism in this three-layer fluid. Vertical mode internal wave structures are compared with analytical solutions to validate the numerical configuration. A particular interest is given to supercritical topography and generation of higher vertical modes (section 2). Then we will focus on hydraulic control state in non-linear regime and approach breaking, instabilities phenomenon and relationship with solitary waves (section 3). The last section focuses on local strait circulation associated to these internal waves regimes (section 4).

4. Control by topography in linear regimes

The first objective is to compare the numerical configuration in linear regimes with the theoretical linear modal decomposition of Gerkema and Zimmerman³⁴ (section 1.c.i)). For that, in this section, all of the simulations are characterized by:

-a weak tidal forcing characterizing a subcritical fluid ($\frac{U_{max}}{c_1} \ll 1$) and a nonlinearity parameter ϵ inferior to 0.018 (threshold limit of Dossmann *et al.*⁹ for a linear regime)

- a topographic blocking parameter $B=0.7$, feature of shallow strait

- A fat pycnocline ($\delta\rho^* = \frac{\delta\rho}{H} = 0.3$) , approaching a three layer stratification. In the bottom layers, the stratification tends to zero in such a way that the propagation condition of linear internal waves is no longer satisfied: $\gg N_b$. So, the pycnocline is the only region where internal wave can propagate hence it becomes the waveguide of internal waves. In such configurations, it may be assumed that there is no internal wave's secondary generation as described in Dossmann *et al.*¹⁰.

We will consider two different cases: a subcritical ($\frac{\theta_p}{\gamma} > 1$) and a supercritical topography ($\frac{\theta_p}{\gamma} < 1$) regarding to the pycnocline stratification. A focus is made on energy splitting between vertical modes in both cases. All numerical and physical parameters are indicated in table 3.

4. Control by topography in linear regimes

		Linear Regime $\varepsilon \ll 0.018$		
		Subcritical Topography $\frac{\theta_{th}}{\gamma} > 1$	Supercritical Topography $\frac{\theta_{th}}{\gamma} < 1$	
		Sim0	Sim1	Sim2
initial conditions	h_p, h_0	0.07, 0.07		
	$\Delta\rho, \delta\rho$	60, 0.06		
	T, A	16, 0.006		
	λ_r	1.5	0.5	0.3
Regime parameters	B	0.7		
	θ_{th}/γ	1.36	0.47	0.29
	ε	0.0014	0.0042	0.007
	λ_1/λ_r	1.5	4.4	7.3
	λ_2/λ_r	0.5	1.5	2.5
	λ_3/λ_r	0.3	0.9	1.5
	λ_4/λ_r	0.2	0.6	1.05
Validation	$\frac{\theta_{Sim}}{\theta_{th}}$	1.05	1.04	1.05
	$\frac{c_{nSim}}{c_{nth}}$	0.98	0.98	0.97
		1	1.02	0.98
	$\frac{\lambda_{nSim}}{\lambda_{nth}}$	-	1.02	1/0.98
		0.97	0.998	0.88
		1.04	0.99	0.98
	-	0.95	0.97/0.96	

TABLE 3–Numerical and physical parameters for linear regime

4.1. Subcritical topography

A simulation, **Sim0**, with subcritical topography, is shown in Figure 2 (d) after 5.6 forcing periods ($t=90s$). The primary four plots (a,b,c) are vertical velocity analytical fields calculated according to the stratification profile ($\Delta\rho, \delta\rho, h_p, H$) and the forcing periodicity (T) based on vertical modes decomposition approach. As the topography is subcritical, an assumption is made that the amplitudes of the vertical modes are inversely proportional to the mode number ($a_n \propto 1/n$). In these configurations, the vertical stratification profile is not linear, so the internal wave structure is more complex. In particular, the wavenumber, k_n , is no more linearly proportional to the mode number, n , even if the wavenumber still grow with the mode number. Consequently, we assume that the amplitudes of the vertical modes are rather proportional to the wavenumber ($a_n \propto 1/k_n$).

The first plot (a) takes into account only the first vertical mode and in each following plot we superimposed one additional vertical mode so the third plot (c) finally shows the first three vertical modes. The bottom plot (d) represents the vertical velocity output from **Sim0** at $t=5.6T$. The main differences between theory (a,b,c) and the numerical experiment (d) are the representation of the generation area and the transition state. Indeed method of vertical modes rest on the assumption of a flat bottom and lead to a steady state solution. That's why in our study, vertical modes are characterized only above flat bottom and not in the strait area (above the ridge) where they are generated.

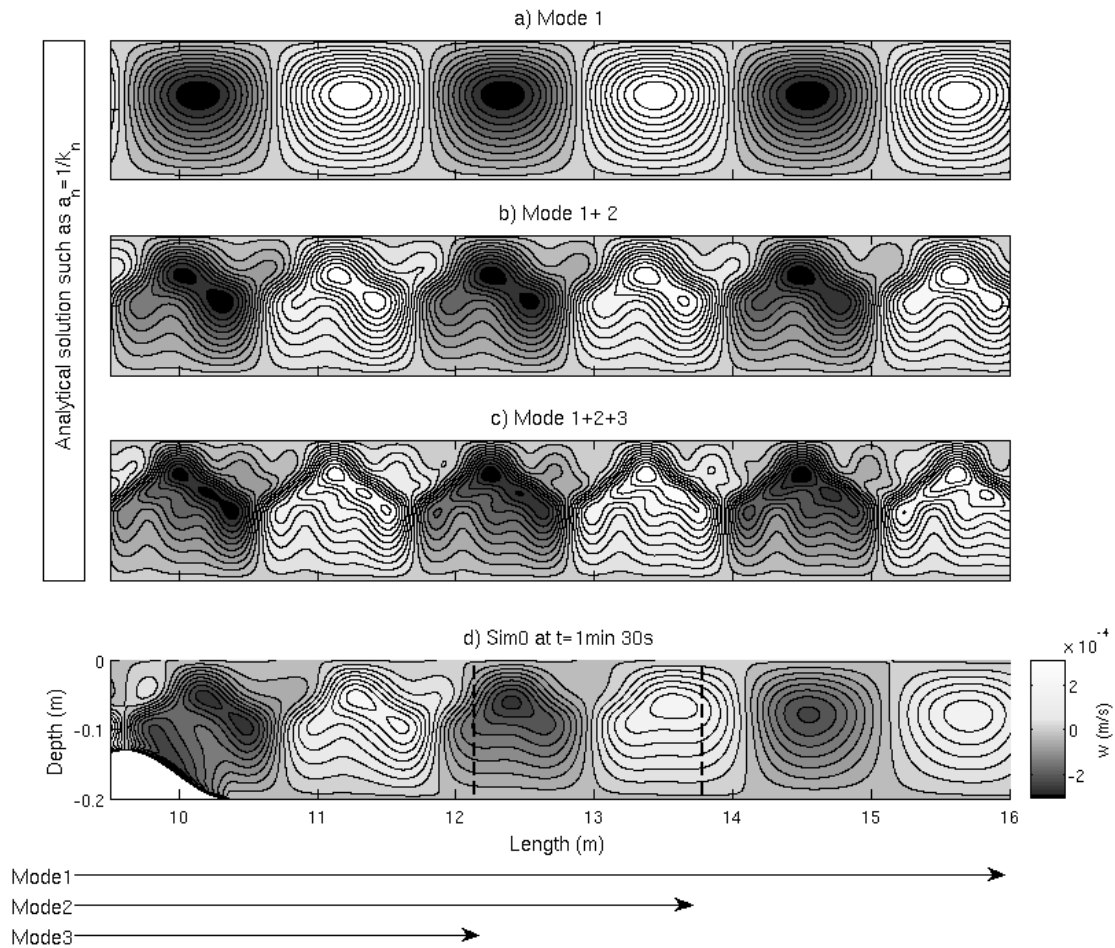


FIGURE 2 - Spatial structure of the first three modes calculated with the modal decomposition method for the vertical velocity component w and $a_n=1/k_n$. Parameters of the stratification profile are indicated in table 3. White denotes positive values; black, negative ones.

a-spatial structure of the first mode only

b-spatial structure of the superposition of the first two modes

c-spatial structure of the superposition of the first three modes

*d-vertical velocity field in **Sim0** at $t=5.6T$: 20 streamlines, the velocity difference between two lines is $dw=4.10^{-5}$ m/s. Vertical dashed lines and arrows represent vertical modes travelled distance at t time, $x_n = c_n t$*

In figure 2-d, we can point out the contribution of the first and the second vertical mode: the first mode propagates faster than the second one (as shown by the arrows). However, the finer structure of the third vertical mode (additional lobe and thinner ray on figure 2-c) are not visible in **Sim0**. Near the strait (between 10 and 12 m), where the steady state is established, the vertical velocity field of **Sim0** fits extremely well with the superposition of the theoretical first and second mode structure (2-b). So there is a good agreement between the first and second theoretical vertical mode structure (a,b) and **Sim0** (d) vertical velocity field. After 12m, the structure associated to mode 2 is less visible, maybe because mode 2 dissipates relatively quickly with distance. Indeed, the dispersion parameter : $\mu_n = \left(\frac{H}{\lambda_n}\right)^2$ with λ_n the wavelength of the vertical mode n , indicates a faster dissipation for mode 2 than for mode 1. To conclude, internal wave ray (IWR) angle, first and second vertical mode wavelength and celerity in **Sim0** correspond to theoretical values (table 3- Validation). So, in **Sim0**, it seems that only mode 1 and mode 2 escape from the strait.

To identify more precisely vertical modes generated and propagating in **Sim0**, we used two different statistical analyses. The goal is also to compare the amplitudes of each vertical mode in our simulations to expected solutions ($a_n \propto \frac{1}{k_n}$ & $a_n \propto 1$ – see section 1.c.i)

A singular value decomposition (SVD) analysis on the vertical velocity field is used to identify the dominant vertical modes (Appendix 3). Figure 3 represents time series (b) and vertical spatial patterns (a) associated to the first three empirical orthogonal functions (EOF). Two SVD analysis at different locations in space are presented: the first location is far from the strait ($x_1=13.2\text{m}$ -plain lines) to have a long transitive time series, providing a better decorrelation of the first and second vertical mode, the other one is close to the strait ($x_2=11.2\text{m}$) to obtain a maximum amount of information with a longer time series (dotted lines). The first two EOF modes, in both locations, have the same periodicity as the tides (b-EOF1-EOF2). The third EOF mode, EOF3, has a pseudo-periodicity of 13.5-14.5 seconds, in both locations, fitting neither tidal or harmonic periodicity ($T/2, T/3\dots$). The percentage of variance explained associated to it is very small (3% at x_1 , 2% at x_2). The signal is quite chaotic and the vertical spatial patterns associated (a-EOF3-dashed and dotted lines) do not match to any theoretical vertical mode profile (bold lines). Vertical spatial patterns associated to EOF1 (a-EOF1- dashed-dotted line) match approximately theoretical mode 1 vertical profile (bold line). Moreover, the initial time of the perturbation (b-EOF1- dashed-dotted line) fit vertical mode 1 arrival time (vertical line), $t_1 = \frac{x_1 - x_0}{c_1}$, at x_1 and x_2 . It becomes less clear for EOF2 at x_2 point (b-EOF2-dotted line), where mode 1 and mode 2 are temporally close and more difficult to decorrelate. Indeed, vertical modes are not strictly independent from each other. There can be different kinds of interactions between them: advection of a higher mode by a lower one resulting in non-linear effects and property changes due to varying topography or varying stratification. That's why, there are some discrepancies between analytical vertical mode profiles (bold line-a) and EOF1 and 2 profiles (dashed and plain line-a). To conclude, SVD analysis succeeds to analyze the structure of the first two vertical modes. The percentage of variance explained associated to EOF1 (85% at x_1 , 84% at x_2) is much higher than that of EOF2 (11% at x_1 , 12% at x_2) indicating a domination of the first mode.

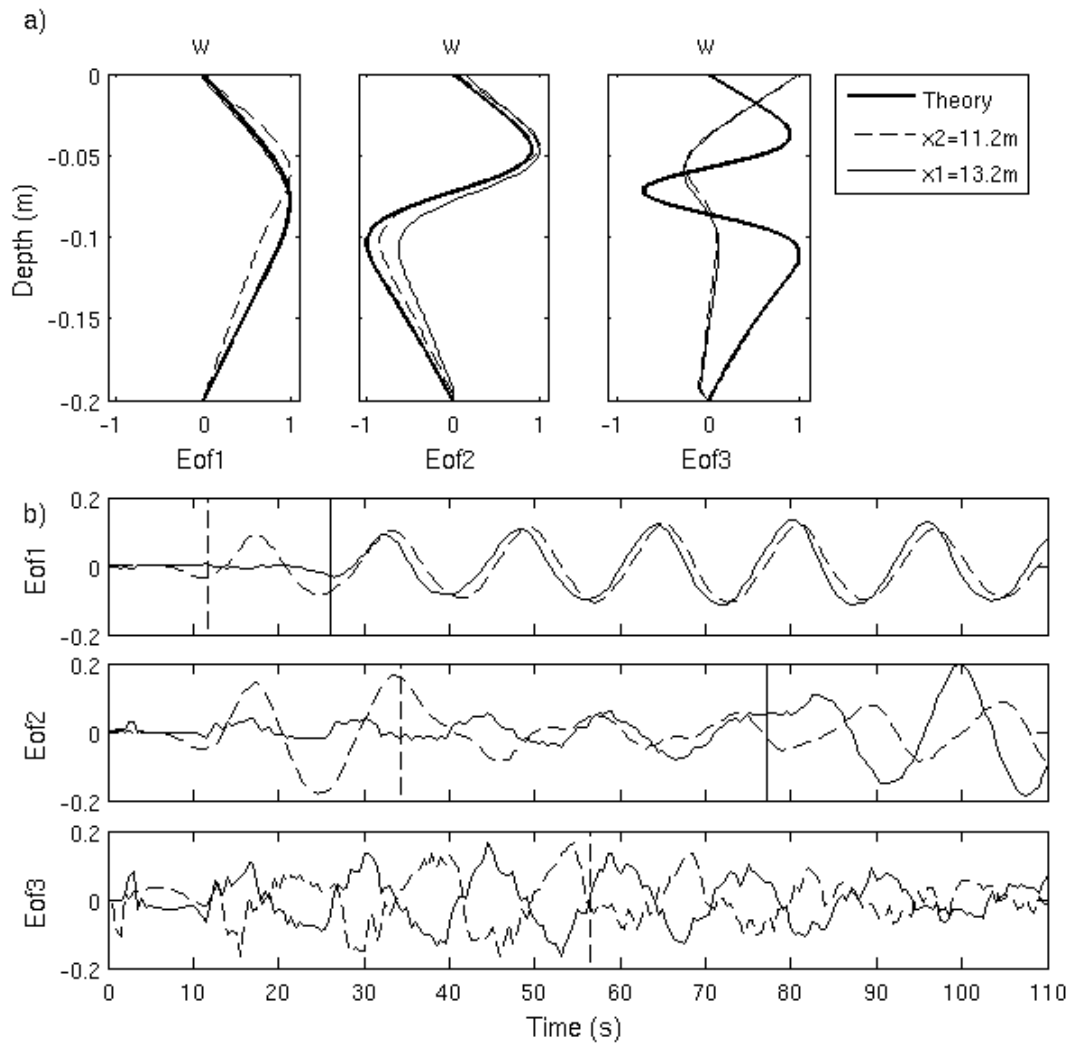


FIGURE 3 - **Sim0** vertical velocity SVD analysis for 0-110 second period on two locations: (a) $x_1=13.2m$ (b) $x_2=11.2m$;

- (a) plain and dashed lines: spatial pattern of the first three EOFs calculated respectively at x_1 and x_2 locations, Bold lines: First three vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method,
- (b) Plain and dashed lines: temporal variation associated to the first three EOFs respectively at x_1 and x_2 locations. Vertical lines: theoretical vertical modes arrival time, $t_n = \frac{x_1 - x_0}{c_n}$, at x_1 (dashed) and x_2 (plain).

The second statistical analysis is an orthogonal projection of the first four analytical vertical modes profiles calculated with the modal decomposition method, on vertical velocity field in **Sim0** in each spatial point and at each time step (Appendix 3). A time-space windows near the strait, but above flat bottom, have been selected where the first four vertical mode are theoretically propagating ($t \in [80s \ 110s]$, $x \in [10.4m \ 11.52m]$). A Fourier transform is performed along the time dimension. The resulting amplitude at the tidal frequency ($f=1/T= 0.0625 \text{ s}^{-1}$) gives the associated amplitude of each vertical mode ($a_{n,w}$) in each spatial point (figure 4 – a). Figure 4-b represent the spatial mean of vertical mode amplitude in the “near field” (solid line) and the vertical mode amplitude at its spatial boundaries positions (dotted line: $x=10.4 \text{ m}$, dashed-dotted: $x=11.52 \text{ m}$). The first and the second modes have significant amplitudes and the first mode is clearly dominant as

4. Control by topography in linear regimes

expected. The second mode amplitude decreases more rapidly than the first one, indicating a faster dissipation of the second mode. Mode 1 amplitude varies slightly with space (Fig. 4–a), possibly due to interaction with mode 2 (destructive or constructive) and reflection on the top and on the bottom of the pycnocline. A comparison is made between amplitudes deduced from the projection, $a_{n,w}$, and the normalized theoretical estimates ($a_n \propto 1/k_n$ & $a_n \propto 1$ -bold lines). This suggested, as expected, that the most appropriate theoretical law is a decrease of the amplitude of the mode with the wavenumber. However, mode 3 and mode 4 theoretical amplitudes ($a_n \propto 1/k_n$) are overestimated because for large n , $a_n \propto k_n^{-3}$ (see 1.c.i).

To conclude, our numerical configuration succeeds to represent the modal decomposition of Gerkema and Zimmerman³⁴. In subcritical topographic slope cases ($\gamma < \vartheta_\rho$), energy spreads not homogeneously between internal vertical modes, as expected, higher modes have smaller amplitudes. Most of the energy, generated by internal waves, is concentrated in the first mode.

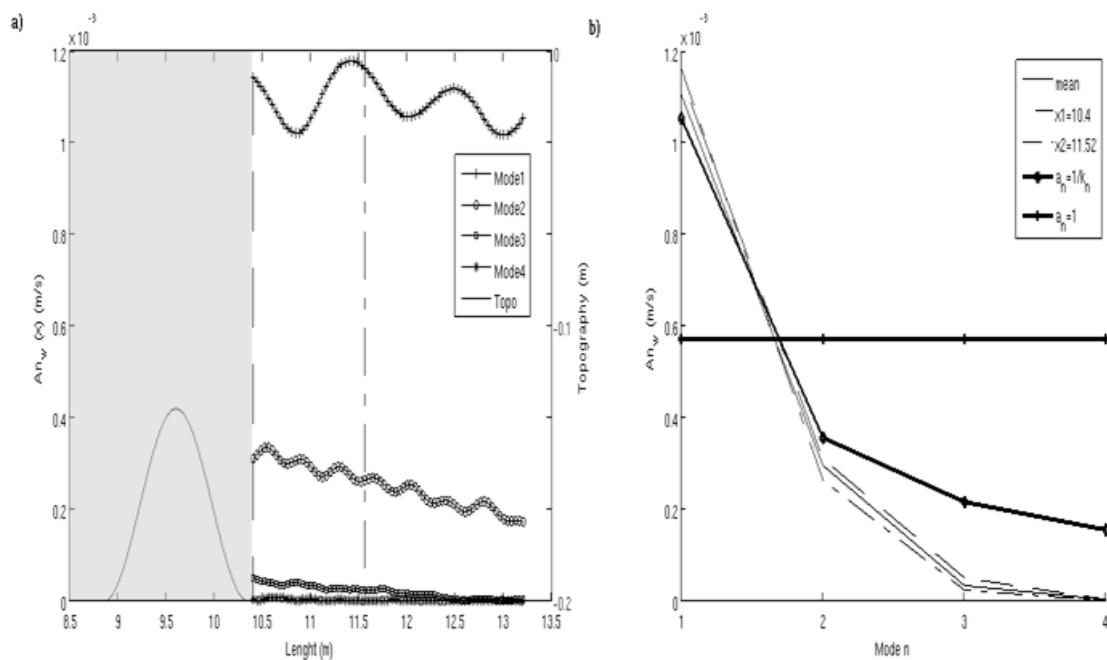


FIGURE 4 - Orthogonal projection of the first four vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method on **SimO** vertical velocity field for 80-110 second period (without the transitive period inside the near field : 0-80s)

(a) Spatial variation of the first four vertical modes amplitude (lines with markers); dashed and dashed-dotted vertical lines define the near strait field, shaded area: area of variable topography;

(b) First four vertical modes amplitude in the near field, dashed line: vertical modes amplitude at the position closest to the strait, dashed-dotted line: vertical modes amplitude at the position farthest to the strait inside the near field, plain line: average amplitude in the near field. Solid bold line with marker: rough theoretical estimate of vertical modes amplitude for subcritical topography ($a_{n,th}=1/k_n$ -circle marker-) and for supercritical topography ($a_{n,th}=1$ -cross marker-). These values are normalized such as: $\frac{a_{n,th}}{\|a_{n,th}\|} \|A_{n,w,mean}\|$.

4.2. Supercritical topography

A simulation, **Sim1**, with a supercritical topography (abrupt slope) is shown in Figure 5 (e) after 5.6 forcing period. This simulation differs from **Sim0** only by the strait width ($\lambda_r = 0.5m$) hence the topographic slope angle, γ .

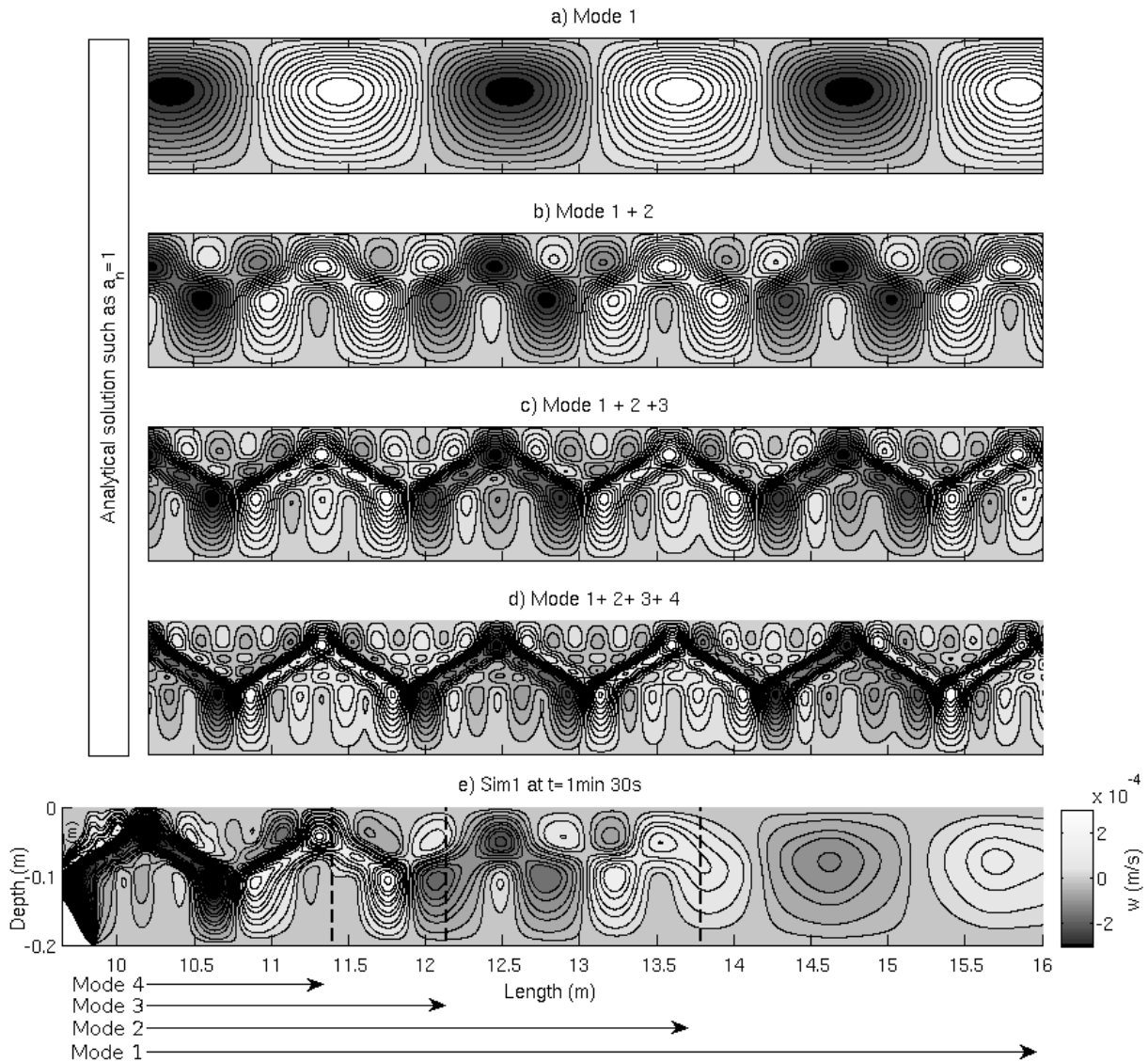


FIGURE 5 - Spatial structure of the first four modes calculated with modal decomposition method for the vertical velocity component, w , and $a_n=1$. Parameters of the stratification profile are indicated in table 3 . White denotes positive values; black, negative ones.

- (a) spatial structure of the first mode only
- (b) spatial structure of the superposition of the first two modes
- (c) spatial structure of the superposition of the first three modes
- (d) spatial structure of the superposition of the first four modes
- (e) vertical velocity field in **Sim1** at $t=5.6T$: 20 streamlines, the velocity difference between two lines is $dw=4 \cdot 10^{-5}$ m/s. Vertical dashed lines and arrows: vertical modes travelled distance at t time, $x_n = c_n t$

4. Control by topography in linear regimes

The first four plots (a,b,c,d) of figure 5 are vertical velocity analytical fields calculated according to our stratification profile ($\Delta\rho, \delta\rho, h_p, H$) and the forcing periodicity (T) with vertical mode decomposition method. This time, as the topography is supercritical, we assume comparable amplitudes for all vertical modes ($a_n \propto 1$).

The first plot (a) shows only the first vertical mode and in each following plot we superimposed one additional vertical mode so the fourth plot (d) finally shows the first four vertical modes. The bottom plot (e) represents the vertical velocity output from **Sim1** at $t=5.6T$.

On figure 5-a-b-c-d, we can see the constructive superposition of vertical modes in the pycnocline and the apparition of the structured ray. The greater the number of modes involved, the finer the structure of the ray becomes. In figure 5-e, we can point out the contribution of each vertical mode during the transition period: the higher modes do not propagate as fast as the lower modes (as shown by the arrows). In this transition area, the first three modes are clearly distinguishable. There is a good agreement between the theoretical vertical mode structures (a,b,c,d) and the vertical velocity field in **Sim1** (f). However, near the strait, where the steady state is already established, the superposition of the vertical mode and the apparition of the ray structure render more difficult the identification of each vertical mode involved. The associated density field and isopycnal vertical displacements show that the first three modes have significant amplitude, hence energy seems concentrated in these three modes. So it is difficult to determine which of these vertical modes are the most energetic but we can clearly identify the structure of the first three vertical modes on density and velocity field. Moreover, internal wave ray (IWR) angle, vertical mode wavelength and celerity in **Sim1** for the first three modes correspond to theoretical values (table 3 – validation-).

The modal selectivity appears to be more complex than the criterion: $a_n \propto 1$. However, the vertical velocity field in **Sim1** (Fig. 5-e) corresponds more closely to an energetic equidistribution between vertical mode ($a_n \propto 1$ - Fig. 5-c-d) than to a decrease of the amplitude of the mode with the wavenumber ($a_n \propto \frac{1}{k_n}$ – Fig. 2 – c). In other words, in this supercritical topographic case, theoretical correlation with experiment **Sim1** is better for $a_n \propto 1$, than for $a_n \propto \frac{1}{k_n}$ as expected.

A singular value decomposition (SVD) analysis on the vertical velocity field is used to identify the dominant vertical modes. Figure 6 shows time series (b) and vertical spatial patterns (a) associated to four EOF modes. Two SVD analysis at different locations in space are presented: the first location is far from the strait ($x_1=13.2m$, plain lines) to have a long transition time series, providing a better decorrelation of the first and the second vertical mode, the other one is close to the strait ($x_2=11.2m$, dashed lines) to obtain a maximum amount of information with a long time series. At $x_2=11.2m$ (dashed lines), all EOF modes (b), have the same periodicity as the tides. Spatial patterns of EOF 3 and 4 (a-EOF 3-4- dashed lines) correspond respectively to theoretical vertical modes 3 and 4 (bold lines). There are some discrepancies between mode 1 and mode 2 analytical vertical mode profiles (bold line) and EOF 1 and 2 profiles (dashed line). A signal leakage is observed between these

different EOF modes, i.e. an unwanted signal before mode arrival time, phased with the previous EOF mode (b-EOF 2-3-4). Nevertheless, the phase of the signal change after the mode arrival time, so each of these EOF modes seems to be related to a different vertical mode. At $x_1=13.2\text{m}$, there is a better correlation between EOF1,2 (a-EOF1-2-plain line) and analytical first and second vertical modes. To conclude, SVD analysis succeeds in analyzing the structure of the first four vertical modes. However, no dominant vertical mode can be extracted: the values of the percentage of variance explained associated to EOF modes are less reliable due to this mixing of signal.

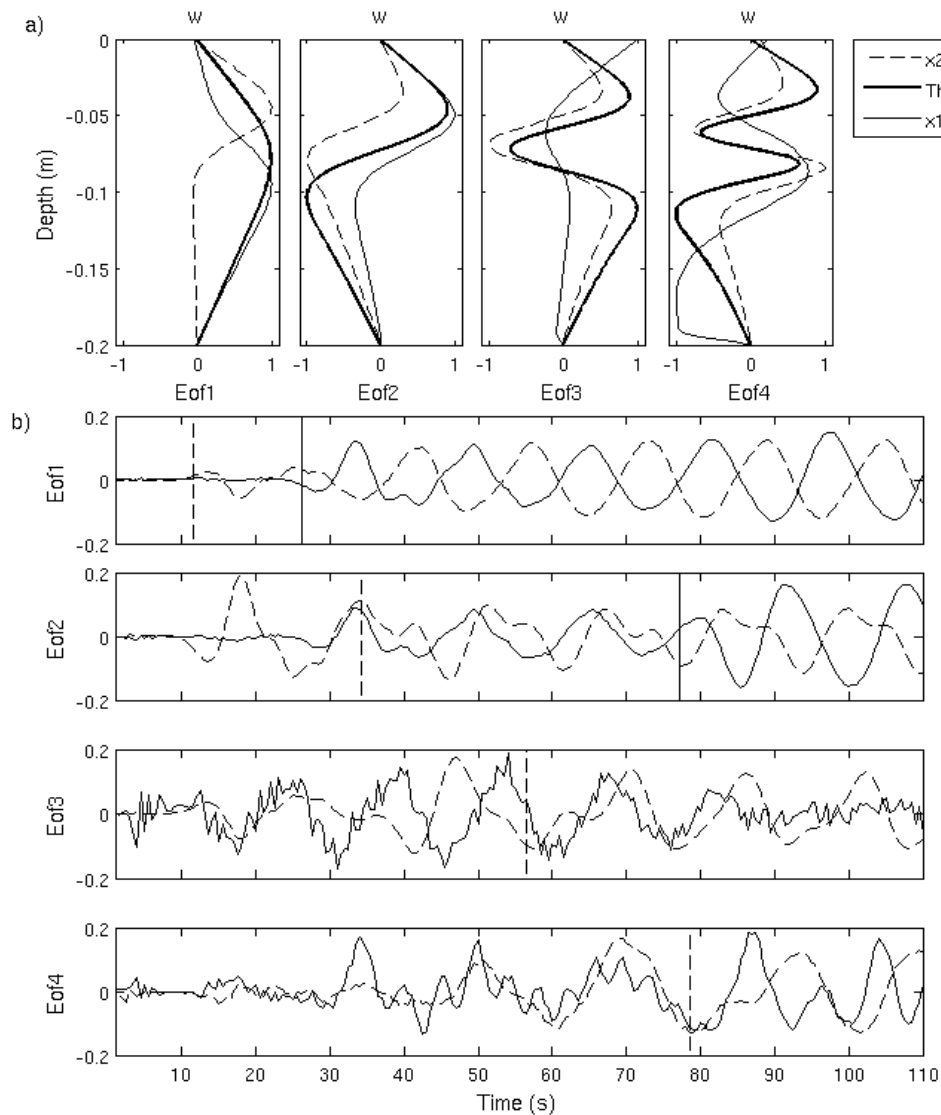


FIGURE 6 - **Sim1** vertical velocity SVD analysis for 0-110 second period on two locations: (a) $x_1=13.2\text{m}$ (b) $x_2=11.2\text{m}$;

- (a) plain and dashed lines: spatial pattern of the first four EOFs calculated respectively at x_1 and x_2 locations, Bold lines: First four vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method
- (b) Plain and dashed lines: temporal variation associated to the first four EOFs respectively at x_1 and x_2 locations. Vertical lines: vertical modes arrival time, $t_n = \frac{x_1 - x_0}{c_n}$, at x_1 (dashed) and x_2 (plain).

4. Control by topography in linear regimes

Figure 7–a represents the evolution of the first four vertical mode amplitude ($a_{n,w}$) of **Sim1** as a function of space calculated with the method of orthogonal projection. Figure 7-b represents the spatial mean of vertical mode amplitude in the near field (solid line) and the vertical mode amplitude at its spatial boundaries positions (dashed line: $x=10$ m, dashed-dotted: $x=11.16$ m). The main difference with **Sim0** is that the second mode has the largest amplitude near the generation area. Moreover, mode 3 and mode 4 have also significant amplitudes in this case. So, in this supercritical case, even if the first four modes have significant amplitudes, the assumption of identical amplitude for all vertical modes ($a_n \propto 1$) seems to be rather crude. In particular, this law does not predict the largest magnitude of the second mode near the generation zone. This could be the effect of a particular selectivity mechanism or a resonating character of the generating mechanism in **Sim1**. In addition, high modes dissipate more rapidly than the first mode.

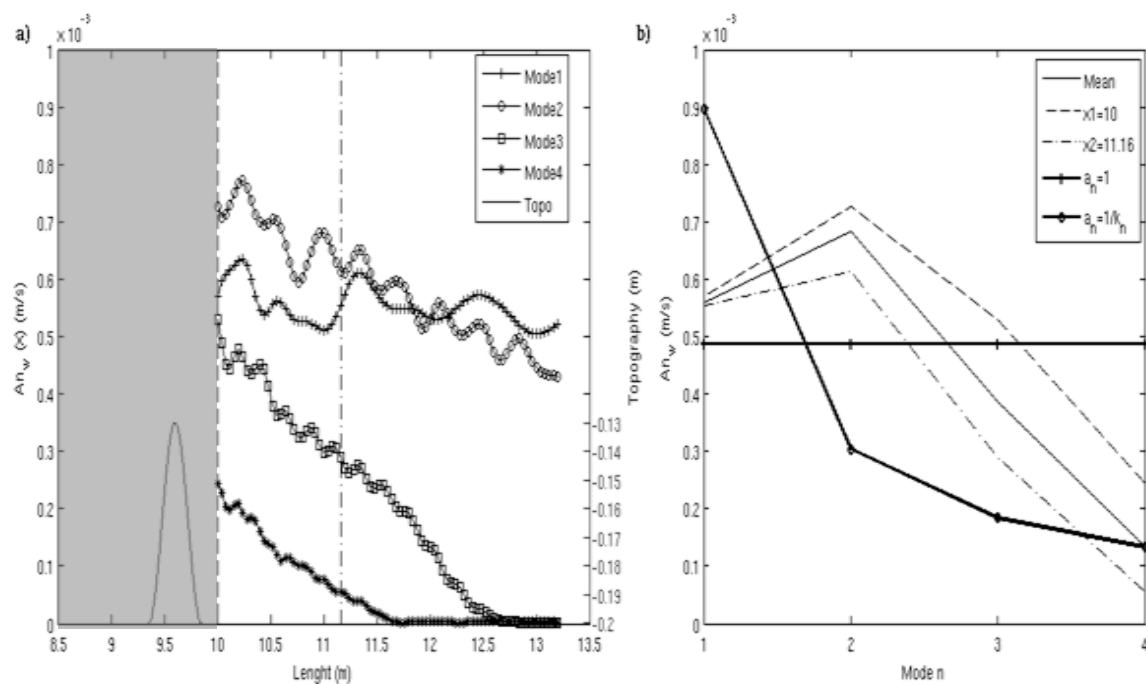


FIGURE 7 - Orthogonal projection of the first four vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method on **Sim1** vertical velocity field for 80-110 second period

(a) Spatial variation of the first four vertical modes amplitude (lines with markers) : dashed line and dashed-dotted line define the near strait field, shaded area: area of variable topography.

(b) First four vertical modes amplitude in the near field, dashed line: vertical modes amplitude at the position closest to the strait, dashed-dotted line: vertical modes amplitude at the position farthest to the strait inside the near field, plain line: average amplitude in the near field. Solid bold line with marker: rough theoretical estimate of vertical modes amplitude for subcritical topography ($a_n=1/k_n$ -circle marker-) and for supercritical topography ($a_n=1$ -cross marker-). These values are normalized such as: $\frac{a_{n,th}}{\|a_{n,th}\|} \|An_{w,mean}\|$.

To conclude, in this supercritical topography case, the numerical configuration succeeds also in representing the modal decomposition of Gerkema and Zimmerman³⁴. In this case, energy spread more homogeneously between internal vertical modes: higher modes have also an influence on the vertical velocity field structure and significant amplitudes ($a_n \neq 1/k_n$). Moreover, the orthogonal

projection seems to indicate a mode 2 selectivity mechanism. So, the question of the partitioning of the energy between vertical modes with possible selectivity mechanism or resonating character is raised. This is in line with the resonating character highlighted by Gerkema and Zimmerman³⁸ and Vlasenko *et al.*¹⁷ for small and large subcritical topography. Vertical modes do not dissipate at the same rate as observed in **Sim1** (figure 7-a) and indicated by the dispersion parameter ($\mu_n = (\frac{H}{\lambda_n})^2$). So energy radiated by each mode will drive turbulence dissipation at different locations. In particular, the first three modes propagate away from the generation zone and therefore induce remote mixing contrary to higher modes causing, in turn, local mixing. It is thus crucial to understand and quantify the partitioning of the energy between vertical modes.

4.3. Topographic control on vertical mode generation

Several numerical tests are performed to understand what can influence the energy partition between internal vertical modes in supercritical topography cases. Four potential parameters play a role on the vertical mode generation: the density jump, $\Delta\rho$, the pycnocline thickness, $\delta\rho$, tidal periodicity, T and strait width, λ_r . In the present work, the topographic selection criterion of Dossmann *et al.*⁹ is tested. The authors demonstrate a topographic control mechanism for primary internal solitary wave generation. To generate a topographically induced internal solitary wave in a pycnocline, its wavelength λ and the ridge bottom width, λ_r , must have the same order of magnitude: $\frac{\lambda}{\lambda_r} \approx 1$. If we use a similar topographic selection criterion applied for vertical mode in a pycnocline: $\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \approx 1$, the most energetic mode (n) would be selected by the strait width. Moreover, this criterion corresponds to Vlasenko's¹⁷ condition of maximal modal amplitude in subcritical topography cases (section 1.c.i).

In **Sim1**, $\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \approx 4.4$, $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 1.5$, $\frac{\lambda_3}{\lambda_r} \approx 0.9$ and $\frac{\lambda_4}{\lambda_r} \approx 0.6$, indicating a possible selectivity of the second and the third mode. Yet, as we show in section 2.b, the first three vertical modes have significant amplitude and the mode 2 amplitude is the largest. So a topographic selection criterion close to or superior to one seems to indicate significant amplitude.

To test our criterion, we perform a second simulation, **Sim2**, such as $\frac{\lambda_4}{\lambda_r} \approx 1$ and $\frac{\lambda_1}{\lambda_r}, \frac{\lambda_2}{\lambda_r}, \frac{\lambda_3}{\lambda_r}$ are superior to 1 (table 3). For that, we changed only one initial condition parameter: the strait width ($\lambda_r = 0.3m$) so the tidal forcing and the stratification are the same in the three simulations (**Sim0**, **Sim1** and **Sim2**). Consequently, tidal velocity, modal wavelength and celerity are also the same.

We performed an orthogonal projection of the first four analytical vertical modes on the vertical velocity field in **Sim2** in the same time-space windows: ($t \in [80s \ 110s], x \in [10m \ 11.16m]$). Figure 8-a represents the resulting vertical mode amplitudes ($a_{n,w}$) in each spatial point. Figure 8-b represent the spatial mean of vertical mode amplitude in the “near field” (solid line) and the vertical mode amplitude at its spatial boundaries positions (dashed line: $x=10$ m, dashed-dotted: $x=11.16$ m). In **Sim2**, it is still the second mode which has the largest amplitude near the generation area.

However, in this case, modes 3 have larger amplitude than mode 1 close to the strait. Moreover, just next to the strait, modes 2 and 3 have slightly the same amplitude. Looking more closely, at $x=10\text{m}$, the amplitude of mode 3 in **Sim2** ($A_{M3,Sim2}=5.4 \cdot 10^{-4}$ m/s, Figure 8-b) is almost the same than in **Sim1** ($A_{M3,Sim1}=5.3 \cdot 10^{-4}$ m/s, Figure 7-b) but the amplitude of mode 1 in **Sim2** is smaller. Nevertheless, mode 4 amplitude in **Sim2** is larger than in **Sim1** ($A_{M4,Sim2}=3.3 \cdot 10^{-4}$ m/s $>$ $A_{M4,Sim1}=2.4 \cdot 10^{-4}$ m/s). This result confirms our assumption: to reach the maximum amplitude of a mode n , its wavelength, λ_n , must be of the same order than the ridge width, λ_r : $\frac{\lambda_4}{\lambda_r}, Sim1 \approx 0.6$; $\frac{\lambda_4}{\lambda_r}, Sim2 \approx 1.05$. The dissipation rates of high modes are still much higher than mode 1 dissipation rate especially for modes 3 and 4. This strong dissipation rate may be also related to the reflection on the top and on the bottom of the pycnocline or to interaction between other vertical modes which could result in energy exchange or loss.

In **Sim2**, which is more supercritical than **Sim1** ($(\theta_{th}/\gamma)_{Sim2} < (\theta_{th}/\gamma)_{Sim1}$, table3), energy spread even more homogeneously between the first four vertical modes which have all significant amplitudes. The most energetic vertical modes are the second and third ones. The amplitude of mode 4 is maximal. A topographic selection criterion for a mode n , near 1 or superior to 1, seems to indicate that this mode n has significant amplitude, at least, next to the generation area.

The vertical and horizontal resolutions are also questionable. Vertical modes cannot be represented numerically if the horizontal resolution is larger than half its wavelength. The vertical resolution of the pycnocline must be also high enough to represent the vertical structure of higher modes. This is a reason why the study is focused particularly on the first four modes.

Other tests with different pycnocline thickness, $\delta\rho$, and different topographic blocking degree, B have been done (not shown here). The topographic control on vertical mode generation has also been observe in thinner pycnocline cases ($\delta\rho \in [0.02 \ 0.06 \text{ m}]$) and located further from the strait ($B \in [0.58 \ 0.94]$). In these tests, mode 2 amplitude can also be larger than mode 1 amplitude under the proper conditions ($\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 1, \frac{\lambda_1}{\lambda_r} \gg 1$).

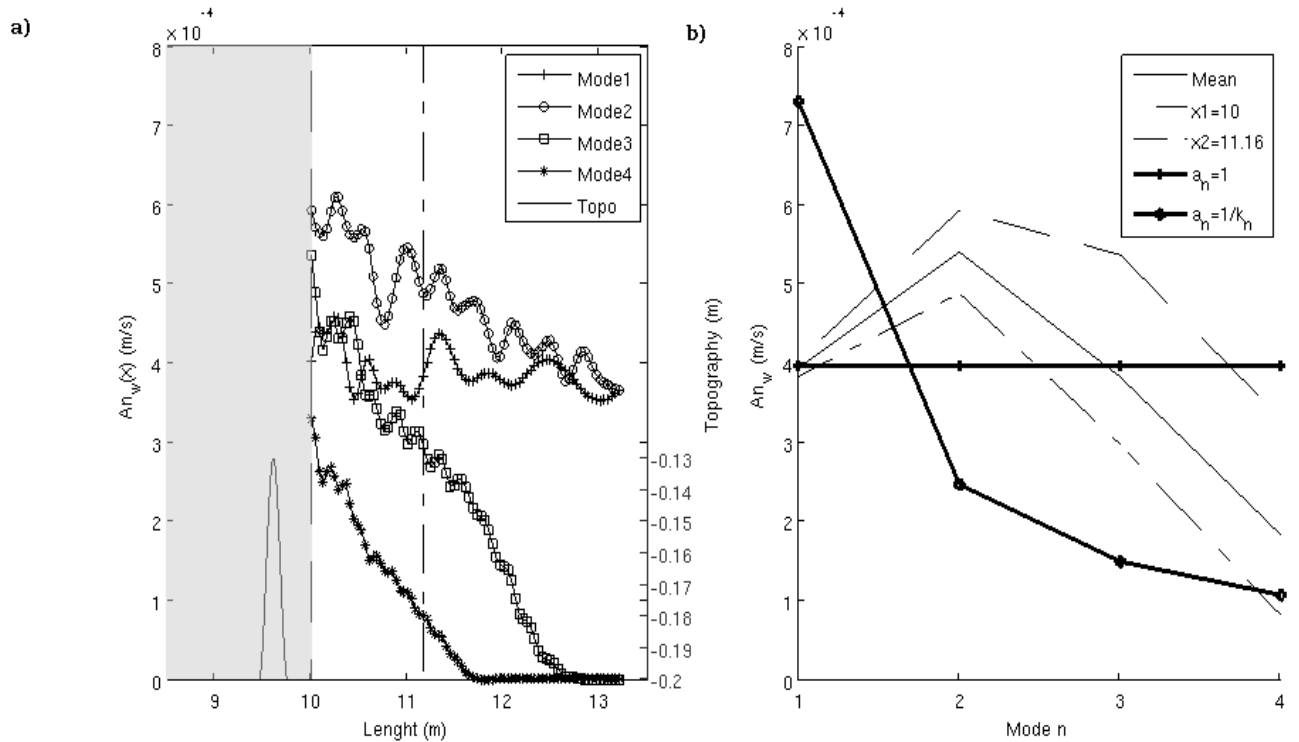


FIGURE 8 - Orthogonal projection of the first four vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method on **Sim2** vertical velocity field for 80-110 second period

(a) Spatial variation of the first four vertical modes amplitude ((lines with markers): dashed line and dashed-dotted line define the near strait field, shaded area: area of variable topography.

(b) First four vertical modes amplitude in the near field, dashed line: vertical modes amplitude at the position closest to the strait, dashed-dotted line: vertical modes amplitude at the position farthest to the strait inside the near field, plain line: average amplitude in the near field. Solid bold line with marker: rough theoretical estimate of vertical modes amplitude for subcritical topography ($a_n=1/k_n$ -circle marker-) and for supercritical topography ($a_n=1$ -cross marker-). These values are normalized such as: $\frac{a_{n,th}}{\|a_{n,th}\|} \|An_{w,mean}\|$.

To conclude, in supercritical slope cases, a topographic control or resonance character similar to the one of the generating mechanism above small bottom (subcritical topography) is recovered. It is characterized by the ratio of the n mode wavelength λ_n to the ridge bottom width λ_r . Indeed, the condition of maximal modal amplitude of Vlasenko *et al.*³⁹, for subcritical topography, applies also in our supercritical topography cases. By contrast, for fixed values of l , the amplitudes a_n , are no more proportional to k_n^{-1} (or k_n^{-3} for large n). Indeed, in supercritical cases, the amplitudes of higher modes are significant and can even exceed the amplitudes of the lowest modes (as in **Sim1** and **Sim2**). Nevertheless, the assumption of a similar amplitude for all vertical modes ($a_n = 1$) in supercritical cases, is too crude as it does not take into account this topography control on vertical mode generation.

5. Supercritical and nonlinear flow

The objective of this section is to understand better the relationship between hydraulic control and ISWs formation. We select four typical internal wave behaviors among all the regimes and simulations performed to illustrate this relationship. In order to create conditions for hydraulic control, we perform, in a shallow supercritical strait ($B = 0.94$, $\frac{\theta_p}{\gamma} < 1$), simulations with strong tidal forcing ($\frac{U_{max}}{c_2} \geq 1$) and a thin pycnocline ($\delta\rho^* = 0.1$) except for the last configuration (table 4).

		Non-linear Regime $\varepsilon \geq 0.018$			
		Mode 2 Hydraulic Control $F_2 \geq 1$ & $\lambda_2/\lambda_r \approx 1$	Mode 1 Hydraulic control $F_1 \geq 1$		
		Sim3 <i>M2 & M1 ISWs</i>	Sim4 <i>M1 ISWs & breaking</i>	Sim5 <i>Linear M1</i>	Sim6 <i>Quasi-steady lee wave</i>
initial conditions (I.C.)	h_p, h_0	0.03, 0.15			Sim1's I.C.
	$\Delta\rho, \delta\rho$	8, 0.02			
	λ_r	0.5			
	T	40	24	10	
	A	0.012	0.033	0.02	0.3
Regime parameters	B	0.94			0.7
	A/λ_r	0.024	0.066	0.04	0.6
	θ_{th}/γ	0.15	0.25	0.60	0.47
	ε	0.018	0.05	0.03	0.21
	λ_1/λ_r	3.2	1.9	0.7	4.4
	λ_2/λ_r	0.9	0.5	0.2	-
	λ_3/λ_r	0.5	0.3	0.1	-
	$\frac{u_{max}}{c_{nth,H}}$	0.2	0.9	1.5	1.3
	$\frac{u_{max}}{c_{nth,D}}$	0.9	3.3	5.7	-
Post-analysis	$\max(F_{n,D_{x0}})$	0.5	1.5	1.8	1.9
		1.3	4.1	4.9	-
	$\max(F_{n,H_{x0}})$	0.3	0.97	1.3	1.4
		1.1	3.6	4.7	-

TABLE 4–Numerical and physical parameters for supercritical an non-linear flow

The four following regimes are non-linear ($\epsilon \geq 0.018$). The topographic selection criterion varies in the different simulations; consequently, the energy is injected preferentially in different internal vertical modes. The influence of this parameter is discussed in detail as well as the possible nonlinear interactions between these vertical modes. These three non-dimensional parameters: ϵ , $\frac{\lambda_2}{\lambda_r}$, F_n are adopted to describe the nonlinear regimes. Special attention will also be given to local wave breaking processes. Indeed, in supercritical cases, hydraulic jump is believed to break directly near the topography due to nonlinearities in the generation process itself. However as the processes are very non-linear and sensitive to small changes in local forcing, a large number of caveats comes into play before we fully understand dissipation at supercritical sites (Klymak et al.¹⁸).

5.1. A mode 2 hydraulic control

First, simulation (**Sim3**), with hydraulic control on the second vertical mode is shown in figure 9. In this mode 2 hydraulic control regime, modes 2 are generated only on one side of the strait at each half-tidal period due to hydraulic control and disintegrate in periodic trains of two ISWs. But modes 1 are not subject to hydraulic control.

In this configuration, energy is injected preferentially in mode 2 ($\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \approx 3.2$, $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 0.9$ - table 4). The tidal period is 40 s. Figure 9-a represents the evolution of vertical displacements, in space and time, of the isopycnal line $\rho=1041 \text{ Kg.m}^{-3}$ located at the top of the pycnocline: light colors correspond to a positive isopycnal elevation and dark colors to an isopycnal depression. To represent the vertical evolution of an isopycnal line, a variable change is performed offline by a tracking method ($\rho(z) \rightarrow z(\rho)$). This diagnostic have been performed for several isopycnal lines, the most informative have been selected. Arrows represent theoretical celerity of the first and second vertical modes, propagating along this isopycnal surface. White and black bold contour lines correspond to $F_2 = -1$ and $F_2 = 1$, respectively, in other words, mode-2 hydraulic control area. The mode 1 Froude number is not represented because there is no mode 1 hydraulic control: $F_1 < 1$. Figure 9-b indicates time evolution of the maximal vertical value of the fluid velocity at the shallowest strait depth, x_0 : $\max_z U(x_0, t)$ so this plot indicates time evolution of tidal intensity and orientation at the shallowest strait depth. Finally, figure 9-c shows a pycnocline's vertical section at $t=1.25T$, corresponding to the dashed line on Figure 9a-b. This gives us information about internal wave's vertical density structure.

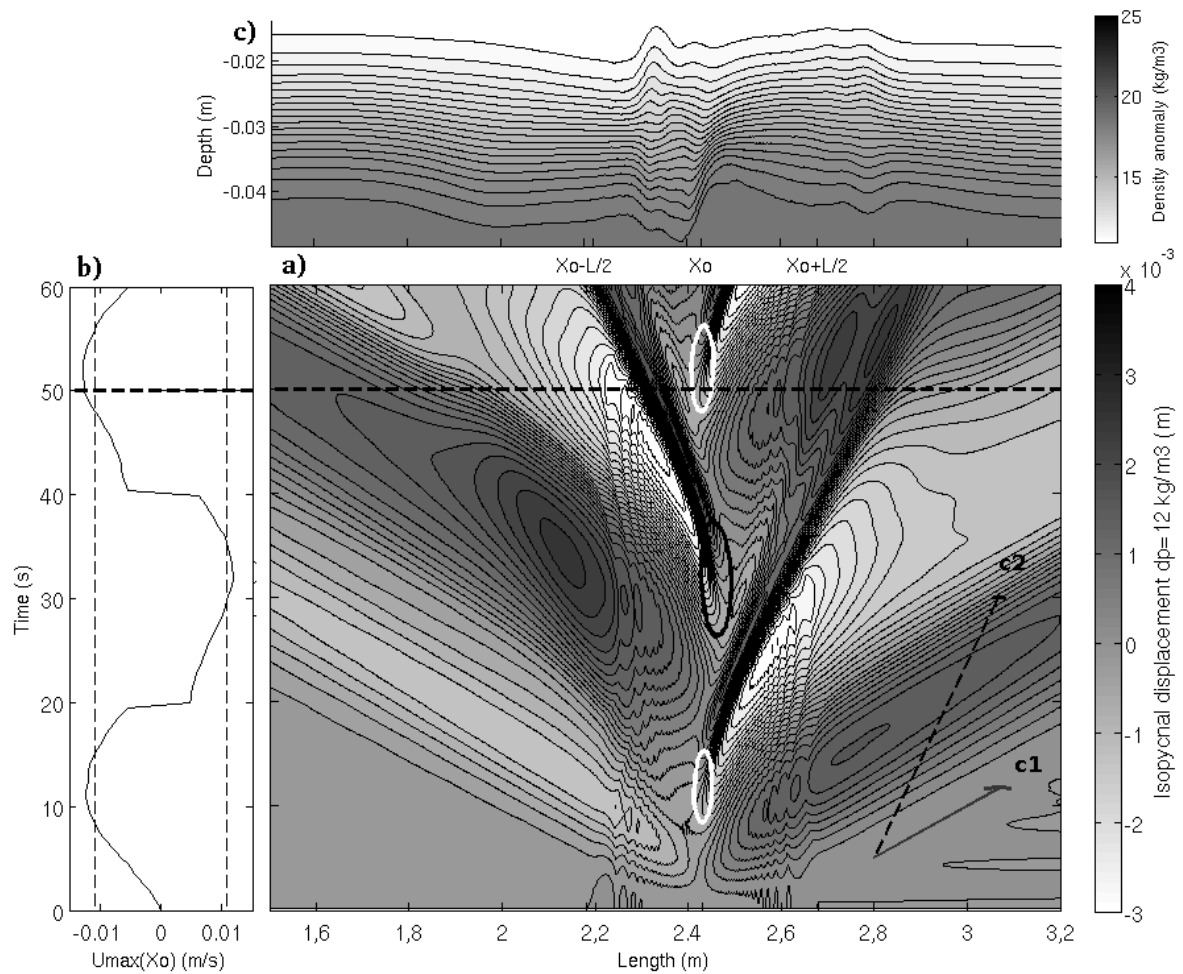


FIGURE 9 – a) Space-time diagram of the vertical isopycnal displacement for $\delta \rho = 12 \text{ kg/m}^3$ (located at the top of the pycnocline) in **Sim3**. Arrows indicate the speed of the first two normal modes calculated with modal decomposition method ($c_1 = 0.04 \text{ m/s}$, $c_2 = 0.011 \text{ m/s}$). White and black contour lines locate mode 2 Froude number of minus one and one. Horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located just above the ridge (at x_0); vertical dashed lines: mode 2 celerity; horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the pycnocline at $t = 1.25T = 50\text{s}$

Two different waves propagate along this Isopycnal lines: faster waves emitted at each half tidal period, on each side of the strait and slower waves emitted during slack tide periods, only on one side of the strait. On the pycnocline vertical section, the slower waves are associated to an opposition of phase between the top and the bottom of the pycnocline whereas for the faster waves, all isopycnals are in-phase. Hence the slower waves have the structure and the celerity of mode 2 and the faster waves correspond to mode 1. Mode 2 Froude number become superior to one above the strait, at each half tidal period, so modes 2 are subject to hydraulic control. Moreover, mode 2-waves disintegrate into two trains of ISWs. In addition, it was shown that the condition of Mode 2 amplitude is close to maximal ($\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 0.9$). To characterize nonlinear behavior of first and second vertical modes, a SVD analysis is realized near the strait (at $x_1 = 2.9 \text{ m}$). Figure 10 shows spatial

patterns and associated time series of the first and the second EOF modes. Spatial patterns indicate that first and second EOF (plain lines) correspond to mode-1 and mode-2 theoretical vertical structure (bold lines) respectively. In this way, time series provide information about nonlinearity of mode-1 and mode-2. Both time signals have a 40s-periodicity. Modes 1 show nonlinearity leading to a steepening of the rear wave face: sharper troughs and flatter crests. Although mode 2 is disintegrated into two trains of ISWs: mode 2 time series present two depressions.

Near the strait, SVD analysis indicates that the first and second vertical modes signals have a similar intensity. The intensity of the second mode decreases when a SVD analysis is performed farther from the strait. This indicates a decrease of the mode-2 amplitude during the propagation, so a possible mode-2 ISW energy loss. In linear cases (as in section 2) mode 2 amplitude decreases and depends on the parameter of dispersion: $\mu_n = \left(\frac{H}{\lambda_n}\right)^2$, so mode 1 will propagate farther than mode 2. Nevertheless, ISWs are supposed to conserve their energy. Many reasons can explain this signal amplitude decrease:

- Formation of many small amplitude troughs due to dispersion effects, leading to the signal loss: the mode-2 ISWs train is not observable any more but there is no energy loss. The energy is transferred to small scales or the energy is numerically dissipated.

- Non linear interactions with mode-1 ISW: when a mode-1 catch up a mode-2 ISW, it is possible that nonlinear energy interactions happen between them. This advection process has been observed in different area. In the northern South China Sea, short internal waves riding on second mode ISW have been observed, hypothetically generated by the overtaking of the second mode ISW by a first mode ISW (Guo et al⁴⁰).

- Energy distribution change redirected to the mixing or the bottom layer: this mechanism occurs in the secondary generation case. Indeed IWR reflect on the top and on the bottom of the pycnocline, this can lead to non-linear interaction or energy exchange with the mixing or the bottom layer. This can lead, for example, to a change of mode 2 ISW vertical structure, hardly traceable with SVD analysis.

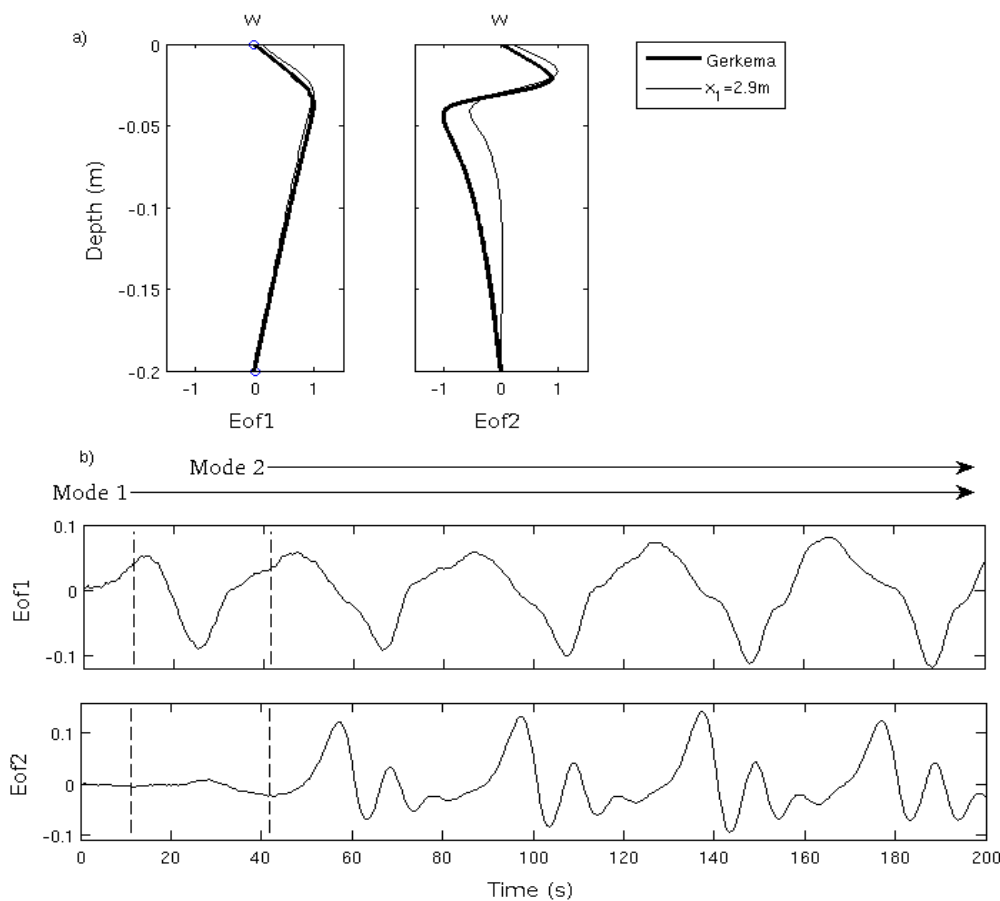


FIGURE 10- Sim3 vertical velocity SVD analysis for 0-200 second period on the location: $x_1=2.9 m$
 (a) plain lines: spatial pattern of the first and the second EOF analysis, Bold lines: First two vertical velocity modes profiles calculated with modal decomposition method,
 (b) Vertical dashed line and arrows: vertical modes arrival time, $t_n = \frac{x_1-x_0}{c_n}$, at x_1 point. Plain lines: temporal variation associated to the first and second EOF.

To conclude, in this mode 2 hydraulic control regime, mode 2 are generated only on one side of the strait at each half-tidal period due to hydraulic control and disintegrate in periodic trains of two ISWs. Modes 1 are generated each half tidal period, on each side of the strait and do not disintegrate into ISWs train. Mode-2 ISWs radiate a non-negligible amount of energy. The processes responsible for the “fast dispersion” of mode-2 ISWs are multiple and so difficult to dissociate.

To generate mode 2 ISWs in supercritical straits, many conditions must be fulfilled. The first condition is related to the topography selection criterion: an important part of the energy must be injected in mode 2, this is the case when $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 1$. The second condition is related to the non linearity parameter ε , linked to the conversion efficiency from horizontal to vertical displacement by the ridge, non linear effects and ISWs appear for $\varepsilon \geq 0.018$. Moreover, Mode 2 ISW propagation distance depends on multiples processes of interaction with its environment, as advection by another ISW or ocean circulation. These effects are difficult to take into account in mixing parameterizations. At that point, the best to localize precisely the mixing induced by ISWs in numerical simulation is to resolve explicitly ISW dynamics and environmental factors.

5.2. A mode 1 hydraulic control with breaking and instabilities

A simulation (**Sim4**), with wave breaking above the strait is shown in figure 11. Modes 2 and modes 1 are subject to hydraulic control, when the hydraulic jump is released, it breaks above the strait and modes 1 disintegrate in periodic trains of two ISWs.

Only tidal forcing parameters vary from **Sim3** : $T = 24$ s, $A = 3.3 \cdot 10^{-2}$ m such as $U_{max}/c_1 = 0.9$ and $U_{max}/c_2 = 3.3$ (table 4). So this regime is highly nonlinear: $\varepsilon = 0.05$ and we can additionally expect a hydraulic control of the first and second vertical mode. Moreover, energy is injected preferentially in the first mode ($\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \approx 1.9$, $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \approx 0.5$). Figure 11-a represent the displacement, in space and time, of the isopycnal line $\rho = 1044 \text{ kg.m}^{-3}$ located at the top of the pycnocline. The strait is located at $x_0 = 1.54$ m. Black and white bold contour lines still correspond to a mode 2 Froude number of 1 and -1. Figure 11-c depicts time evolution of fluid velocity at the shallowest strait depth ($h = D$) and dashed lines represent two values of mode 1 celerity: $c_{1,H}$ (calculated in deep water so for a depth of $h = H = 0.2$ m) and $c_{1,D}$ which is mode 1 celerity interpolated at the shallowest strait depth so for a total depth of D ($h = D = 0.05$ m) (section 1.c.ii).

Two different internal wave modes propagate along this isopycnal line, both generated during slack tidal periods and only on one side of the strait. The slower waves have mode 2 structure and celerity. The faster one, corresponding to mode 1-wave, disintegrates into two trains of ISWs, and propagates far from the strait. Mode 2 dissipates rapidly, more rapidly than in **Sim3**. Bold contour indicate a large spatial area of mode-2 hydraulic control leading to a fast dissipation of mode 2: when tides reverse, mode 2 has not propagated far enough from the strait and is still in the mode 2 hydraulic control spatial area so it is advected backward by tidal current and losses its energy . This energy loss can be related to an energy exchange with the tidal current. Indeed, Vlasenko and Stashchuk⁴¹ highlight a mechanism of suppression or amplification of internal waves by a current over an inclined bottom in supercritical fluid condition. He showed, in particular, that the internal waves lose energy when they propagate downslope—upstream. Here, mode 2 is still above the strait ($x < 1.79$) propagating downslope (away from the strait) and it is advected backward by tidal current (the tidal current is upstream and supercritical regarding to mode 2 celerity). So, the amplitude of the wave, which is decelerated by the presence of the strong barotropic flux, rapidly decreases. Moreover, in this configuration, mode 2 is not selected by the topography width so its initial amplitude is reduced. In contrast, when the mode 1 is propagating downslope, the tidal current is downstream so the amplitude of the first mode accelerated by the current is increased. Besides the topographic control on vertical mode generation, there is also a hydraulic selectivity on vertical mode propagation characterized, in particular, by the modal Froude number.

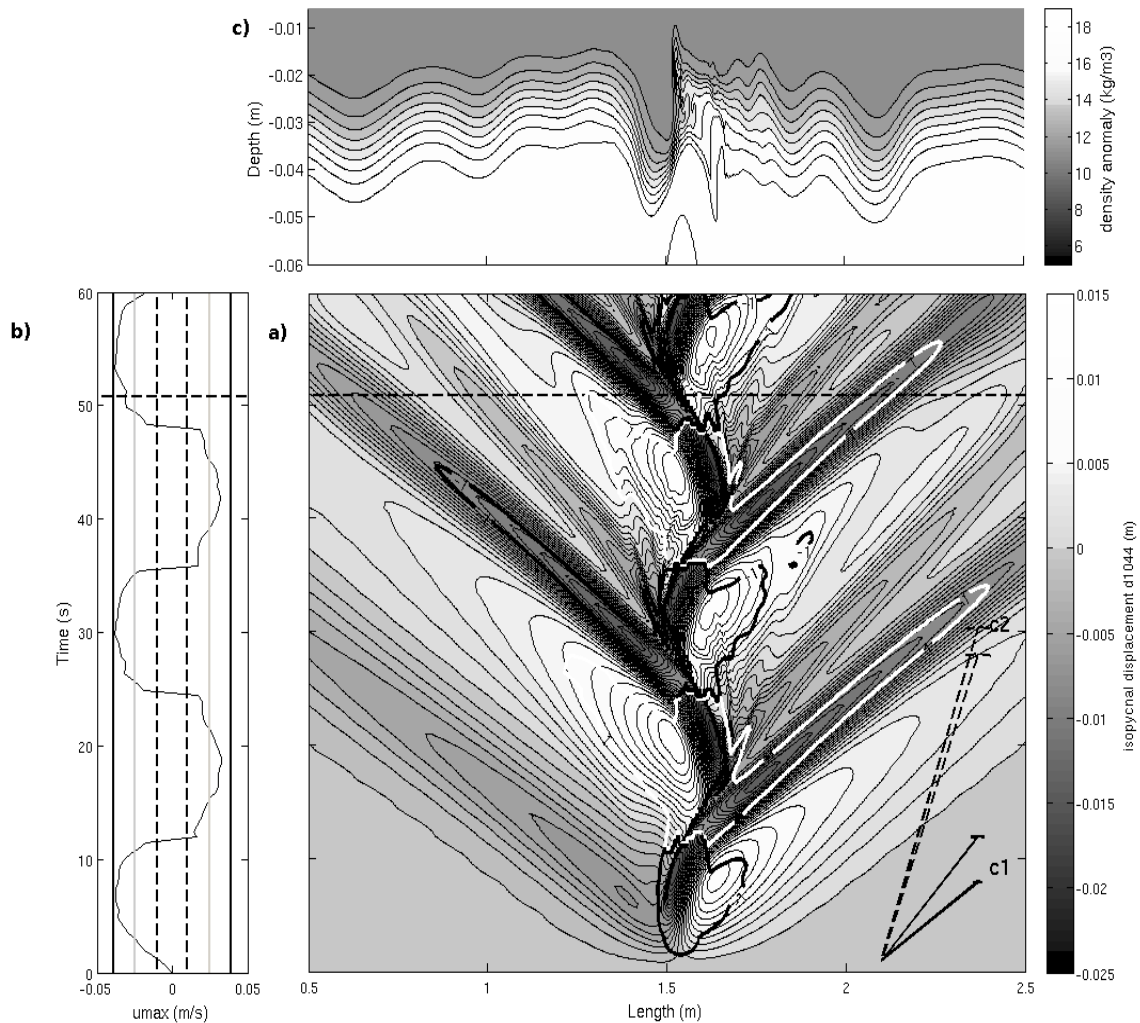


FIGURE 11 –a) Space-time diagram of the isopycnal displacement d_{1044} for $\rho=1044 \text{ kg/m}^3$ (located at the top of the pycnocline) in **Sim4**. Arrows indicate the speed of the two fastest normal modes calculated with modal decomposition method ($c_1= 0.039 \text{ m/s}$, $c_2= 0.01 \text{ m/s}$). Black and white contour lines locate hydraulic control of the second vertical mode.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located just above the ridge; vertical lines: (dashed) mode 2 celerity, (plain bold) $c_{1,H}$, (plain gray) $c_{1,D}$, horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the pycnocline at $t=50.8 \text{ s}$

The mode 1 Froude number is inferior to one (table 4- $\max(F_{n,H_{x0}}) < 1$) indicating no mode 1 hydraulic control. Nevertheless modes 1 are emitted only on one side of the strait at each half tidal period indicating possible mode 1 hydraulic control. The maximal values of the fluid velocity are located just above the strait, above varying topography. So, in this area the value of mode 1 celerity is questionable. The assumption of a flat bottom with a depth of $H=0.2 \text{ m}$, made to calculate this celerity, is no longer valid. Moreover, when the hydraulic jump is released and propagates above the strait, the topography change, impacts its wavelength, celerity and amplitude. Thus, another assumption is made to characterize mode 1 celerity above the strait, considering a bottom with a depth of $h=D=0.05 \text{ m}$ (so the shallowest depth of the strait). If we consider this new mode 1 celerity,

$c_{1,D}=0.025$ m/s (section 1.c.ii), the maximal Froude number value is superior to one ($\max (F_{n,D,x_0}) > 1$ -Table 4-), so there is a mode 1 hydraulic control.

A new phenomenon appears in this regime: at each tidal reversal, the hydraulic jump is released and breaks above the strait. Figure 11-c shows this breaking phenomenon: during the previous tidal period a hydraulic jump was formed on the lee side of the strait, it is released, propagates leftward (on figure 11-a) and then breaks above the strait. The nature of the instability leading to this breaking is questionable. At least, two kinds of instabilities can be responsible: Kelvin-Helmholtz instability due to shear current and characterized by a Richardson number inferior to 0.25 or a kinematic instability characterized by a fluid velocity superior to the hydraulic jump propagation velocity. If we consider that the hydraulic jump has a mode 1 celerity interpolated at D , the kinematic instability condition is reached during the overturning event $t_B : \max_z U(x_0, t_B) > c_{1,D}$. The overturning event is defined by Vlasenko and Hutter⁴² as the moment at which the top of the propagating baroclinic bore outstripped the wave trough. In this situation the heavier and denser water penetrates into the relatively light water layers and falls down to the wave trough. Nevertheless, before the overturning event, the buoyancy frequency turns negative with the steepening of the hydraulic jump, at the same time; the corresponding Richardson number is inferior to 0.25. So, the Richardson criterion is reached before the kinematic instability condition. For a mechanism of strong wave breaking up to overturning event, a kinematic instability seems to be responsible rather than a shearing instability, as was suggested by Kao et al.⁴³.

To conclude, in this breaking regime, mode 2 and mode 1 are generated only on one side of the strait at each half tidal period due to hydraulic control and mode 1 disintegrates in periodic trains of two ISWs. Moreover hydraulic jump breaks above the strait and leads to strong local mixing. This breaking event is due to mixed kinematic instability and Kelvin-Helmholtz instability.

5.3. A mode 1 hydraulic control without ISWs formation

A simulation (**Sim5**), with supercritical topography and supercritical flow but without ISWs trains formation is shown in figure 12. Only tidal forcing parameters vary from **Sim3** and **Sim4** : $T=10$ s, $A=2.10^{-2}$ m such as $U_{max}/c_1=1.5$ and $U_{max}/c_2=5.7$. So this regime is still nonlinear: $\epsilon=0.03$ and we can additionally expect a hydraulic control of the first and second vertical mode as for **Sim4**. However, in this case, all topographic selection criterions are inferior to one, indicating no selection of vertical modes (table 4). Figure 12-a represent the displacement, in space and time, of the isopycnal line $\rho=1044$ kg.m⁻³ located at the top of the pycnocline. The strait is located at $x_0 = 1.54$ m. Black and white bold contour lines correspond to a mode 1-froude number of one and minus one. There is a mode 1 hydraulic control, $\max (F_{n,H,x_0}) > 1$. Figure 12-c indicates time evolution of fluid velocity at the shallowest strait depth and dashed lines represent two values of mode 1 celerity: $c_{1,H}$ and $c_{1,D}$ which is mode 1 celerity interpolated at the shallowest strait depth so for a total depth of D ($h=D=0.05$ m).

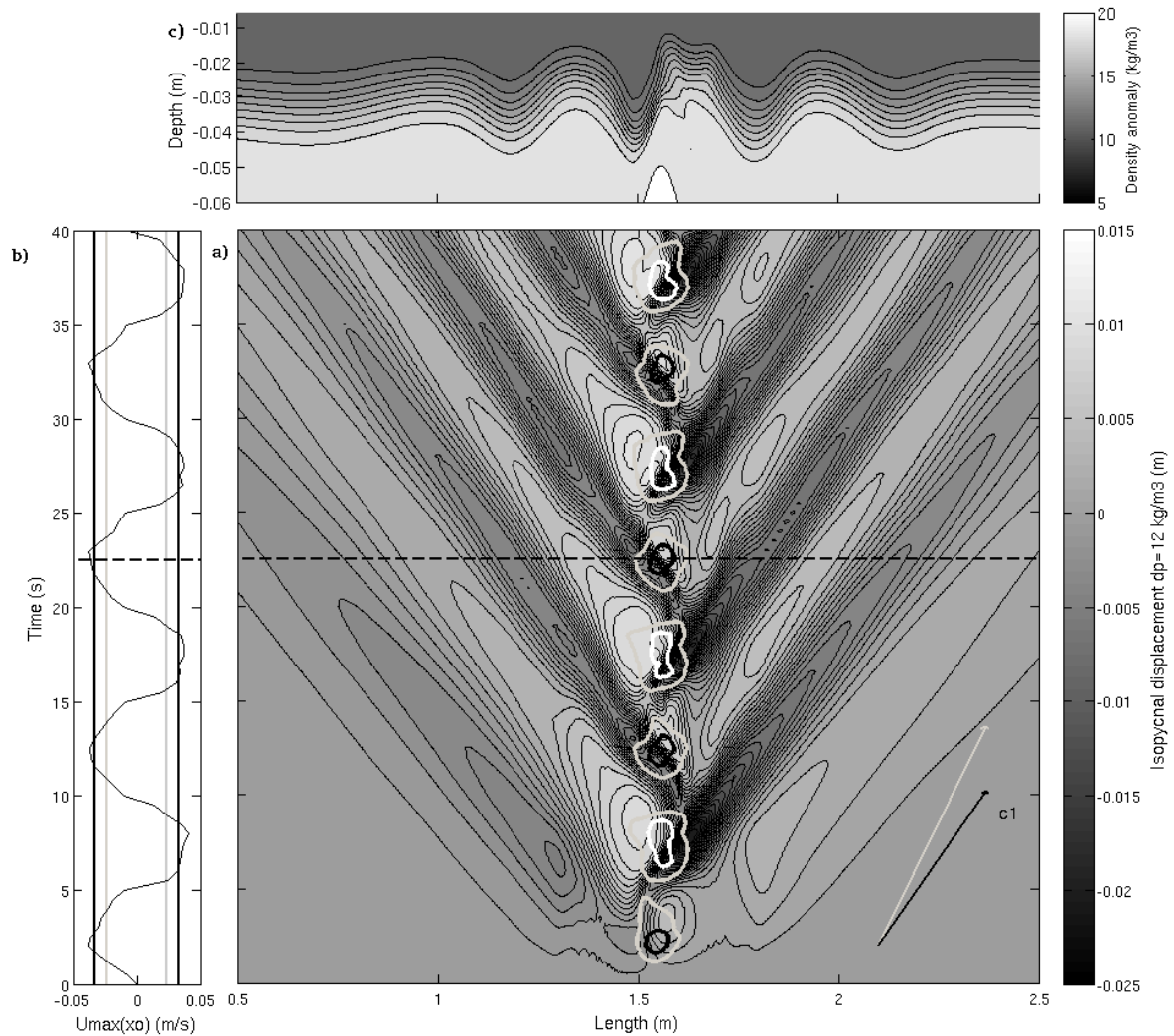


FIGURE 12 – a) Space-time diagram of the vertical isopycnal displacement for $\delta \rho = 12 \text{ kg/m}^3$ (located at the top of the pycnocline) in *Sim5*. Arrows indicate the speed of the first normal mode calculated with modal decomposition method in shallow and deep water ($c_{1,H} = 0.033 \text{ m/s}$, $c_{1,D} = 0.023 \text{ m/s}$). White and black contour lines locate mode 1 deep water Froude number of minus one and one. Grey contour lines locate mode 1 shallow water Froude number of an absolute value of one. Horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located just above the ridge (at x_0); vertical lines: (plain bold) $c_{1,H}$, (plain gray) $c_{1,D}$, horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the pycnocline at $t = 22.5 \text{ s}$ (supercritical flow condition regarding the mode 1 celerity in shallow and deep water)

Only one kind of internal wave propagates along this isopycnal surface, generated during slack tide periods. They correspond to mode 1 structure and celerity and propagate away from the strait. In spite of the fluid supercriticality and the non-linearity condition, this mode 1 does not degenerate in trains of solitary waves. This is consistent with some numerical and experimental experiments of Dossmann et al.⁹. The authors demonstrate a topographic control mechanism for primary internal solitary wave generation: to generate effectively a topographically induced internal solitary wave in a pycnocline, its wavelength λ and the ridge bottom width, λ_r , must have the same order of

magnitude: $\frac{\lambda}{\lambda_r} \approx 1$. This is also consistent with the condition of maximal mode 1 amplitude indicated by the topographic selection criteria. In this supercritical case, $\frac{\lambda_1}{\lambda_r} = 0.7 < 1$, the amplitude of the first mode is not optimal, the propagation of the mode 1 is quasi-linear and it does not degenerate in trains of solitary waves.

At each tidal reversal, the hydraulic jump is released and propagates above the strait. The wave crest associated to the hydraulic jump becomes steeper and results in a strong inclination of the isopycnal surface but does not seem to break as in **Sim4**. Indeed, the local buoyancy frequency stays positive with the steepening of the hydraulic jump. Figure 12-b shows this phenomenon: during the last tidal period a hydraulic jump was formed on the lee side of the strait, it is then released and induces the propagation of a bore leftward above the strait. The bore steepens and then returns to its original form to continue its way on the other side. Yet, at this point, the kinematic instability condition is reached, the background upstream flow speed is superior to the mode 1 celerity propagating upslope ($u > c_1$) but the shear horizontal current is weaker than in **Sim4**. This can be linked to the amplitude of the first mode and the energy injected into it. The amplitude of the hydraulic jump is smaller as well as the horizontal velocity shear associated to it, so it is more stable and does not break above the strait despite the kinematic instability condition.

To conclude, in this supercritical regime, modes 1 are submitted to hydraulic control but do not disintegrate in periodic trains of ISWs. Thus, they travel smaller distance, impacting the localization of induced remote mixing. Moreover, in spite of the favorable kinematic instability condition, the hydraulic jump does not break above the strait. However, other processes of turbulence cascade, due to the strong tidal forcing and the resulting friction, induce strong local mixing above the strait in the bottom layer. The induced mixing is then localized closer to the bottom than in the previous breaking regime in which IW breaking induces strong diapycnal mixing in the pycnocline.

5.4. A mode 1 hydraulic control with quasi-steady lee waves

Finally, a simulation (**Sim6**), with quasi-steady lee waves is shown in figure 13. The flow is supercritical and trapped internal waves are generated in the lee-side of the strait. Only the amplitude of the tidal forcing varies from **Sim1**: $A = 0.3$ m such as $U_{max}/c_1 = 1.3$. This regime is highly nonlinear: $\varepsilon = 0.21$ and the mode 1 is subject to hydraulic control. Moreover, the mode 1 topographic selection criteria is superior to one (table 4). In this simulation, the strait top is farther from the pycnocline than in the three previous cases, so the topographic blocking degree is smaller ($B = 0.7$). Figure 13 (right) represents the vertical velocity field and the isopycnal lines of **Sim6** at $t = 1$ min. The vertical stratification profile, the topography and the tidal period of **Sim6** are the same than **Sim1**, however the vertical velocity field of these two simulations are quite different (figure 5-e). Indeed, in **Sim6**, only the first vertical mode is generated (only one maximal velocity value on the vertical and isopycnal lines in phase), whereas in **Sim1**, the four first vertical modes have significant amplitudes (ray pattern i.e. 2.ii) even if in these two configurations the topographic selection criteria are exactly the same. Another difference is the wavelength associated to this first vertical mode. In **Sim1**, the

5. Supercritical and nonlinear flow

mode 1 wavelength is very close to the linear analytical value ($\lambda_1=2.2$ m- Figure 5). However, in **Sim6**, mode 1 vertical structure is associated to several wavelength (0.49m-0.66m-1m, $\lambda-\lambda'-\lambda''$ on figure 13), all smaller than the linear analytical value. In both configurations, mode 1 wave celerities are very close to mode 1 linear analytical value ($c_1=0.1376$ m/s) no matter what the value of the wavelength is. In **Sim6**, the mode 1 small wavelength waves are generated during the hydraulic control period during which they are trapped in the lee-side of the strait.

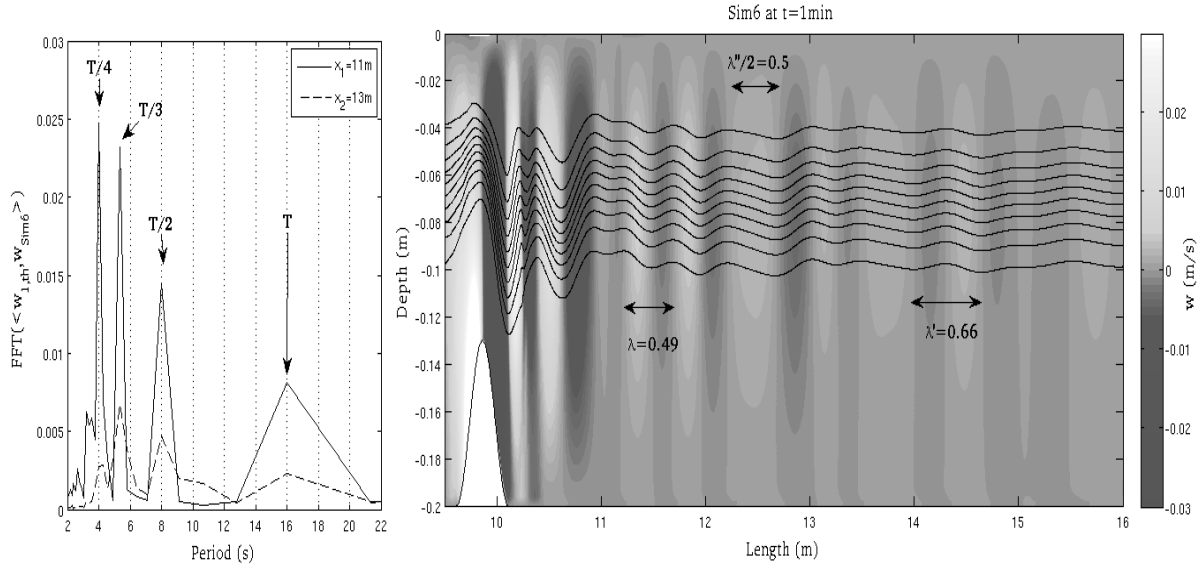


FIGURE 13 – (Right) Vertical velocity field in **Sim6** at $t=1$ min, contours indicate isopycnal lines, the density difference between two lines is $dp=6$ $kg.m^{-3}$. (Left) FFT of the result of the orthogonal projection of the first analytical vertical mode profile onto the vertical velocity field in **Sim6** at $x_1=11$ m (plain line) and $x_2=13$ m (dashed line) for 0-60 second period.

St Laurent and Garrett⁴⁴ use the terms “quasi-steady lee wave” to describe the regime illustrated in figure 13. The regime is distinguished using the tidal excursion parameter, A/λ_r , which compares the length of the tidal excursion, A , to the horizontal scale of the topography, λ_r . In the “internal tide” regime, the tidal excursion is less than the scale of the bathymetry and the waves radiate mainly at the fundamental frequency of the tide in both up- and down-stream directions. In the “quasi-steady lee wave” regime, the tidal excursion exceeds the length scale of the bathymetry and waves propagate only in the upstream direction with frequencies $< U(t)/\lambda_r$ and phase speeds $< U(t)$. Higher harmonic internal tides manifest themselves mainly as quasi-steady lee waves.

In **Sim6**, $A/\lambda_r = 0.6$ which is close to one but is not sufficient to classify this regime as “quasi-steady lee wave” according to St Laurent and Garrett⁴⁴ and $c_1 < U_{max}$. In order to classify, more precisely this regime, the predominant frequency associated to the mode 1 waves is determined by a Fast Fourier Transform (FFT). First, the mode 1 analytical vertical profile calculated with the modal decomposition method is projected on the vertical velocity profile of **Sim6** at $x_1=11$ m and $x_2=13$ m for the time period $t \in [0, 60]$ s. Figure 13 (left) represents the FFT of this scalar product at $x_1=11$ m (plain line) and $x_2=13$ m (dashed line). Near the generation area, the frequency spectrum shows four dominant frequencies: the tidal fundamental frequency ($T=16$ s) and three higher tidal harmonic

frequency ($T/2= 8s$, $T/3= 5.33s$, $T/4= 4s$). When considering a constant mode 1 celerity ($c_1=0.1376$ m/s), these frequencies correspond to wavelength of 2.2, 1.1, 0.73 and 0.55 m. Moreover, figure 13 shows wavelength of similar order ($\lambda-\lambda'-\lambda''$) except for the largest one (2.2m) corresponding to the tidal fundamental frequency. For **Sim6**, $U(t)/\lambda_r \in [-0.4 \ 0.4] \text{ s}^{-1}$ so the condition $T_{\text{Lee waves}} > \lambda_r / U(t) > 2.5 \text{ s}$ is respected on the frequency spectrum. The most important frequencies correspond to $T/3$ and $T/4$, so in this regime, the fundamental tidal frequency, T , is no more predominant but higher tidal harmonic are, thus characterizing a “quasi-steady lee wave” regime. Farther from the strait (dashed line on figure 13), higher harmonic frequencies are less important (particularly $T/4$) due to the faster dissipation of smaller wavelength waves. We can notice that the dominant frequencies correspond to wavelength of 0.55-0.73 m roughly matching the width of the strait ($\lambda_r=0.5\text{m}$). So the topographic selection criteria ($\lambda/\lambda_r \approx 1$) for vertical mode can also be applied for “quasi-steady lee wave”, indicating a high amplitude wave response. Similar resonant effect has been observed for atmospheric lee waves (Grubišić and Stiperski⁴⁵).

To conclude, for supercritical flow, when the amplitude of the tidal oscillation (A) becomes approximately of the same order than the strait width, λ_r , trapped waves are generated in the lee-side of the strait. They have smaller wavelength, so they are more dispersive. These “quasi-steady lee waves” can also break and induce diapycnal local mixing. In such regime, the rate of remote dissipation should be considerably smaller. The topographic blocking parameter, B , seems also to have an influence on this dynamics. Indeed, other numerical simulations (not shown here) suggest that larger topographic blocking parameter ($B \sim 0.9$) in the same supercritical flow condition, even in case of large tidal excursion, seems rather leading to wave breaking above the strait (large eddy). Similar behavior has been observed for atmospheric lee waves. Vosper⁴⁶ and Knigge et al.⁴⁷ (Figure 9⁴⁷) show that an elevated inversion closed to the top of the mountain is supporting the formation of rotors in the lee side of mountains rather than a lee wave regime.

6. Impact on local circulation : downstream jet formation

All these different internal wave dynamics have an impact on the local circulation in the strait area. Indeed, several studies show an intrinsic connection between hydraulic control of stratified flows and bifurcating streamlines above topographic obstacle (Winters and Armi⁴⁸, Baines⁴⁹). Most of them focus on continuously stratified flows or homogenous flow (Smith et al⁵⁰). In particular, Baines⁴⁹ studies stratified flow over two dimensional obstacles and highlight three different types of “lee-side” behavior, as a function of the lee-side slope (h_0/l) and NH/U . Different kinds of jets can be generated on the lee-side of the strait. For example, a lee-side bluff body boundary-layer separation results in a jet separation whereas if there is no boundary layer separation on obstacle, a downslope jet can be formed. The next section focuses on the local circulation, in particular the formation of downstream jets, in highly supercritical flow ($F_1 \gg 1$ -table 5-) above supercritical topography in the case of an oscillating flow and an inhomogeneous vertical stratification. These regimes are highly non-linear ($\epsilon \gg 0.018$ -table 5-).

		Supercritical Fluid $F_1 > 1$		
		Jet separation		Downslope jet
		along the slope	at the crest	
		Sim4	Sim7	Sim8
Initial conditions	A	0.033	0.2	
	λ_r	0.5		1.5
Circulation regime parameters	h_0/l	0.6		0.2
	θ_{th}/γ	0.25		
	A/λ_r	0.066	0.4	0.13
	$Re = \frac{U_0 \lambda_r}{\nu}$	2160	13090	39270
	ε	0.05	0.3	0.1
	λ_1/λ_r	1.9		0.6
	$\frac{u_{max}}{c_{1th,H}}$	0.9	5.2	
	$\frac{\delta \rho N_\rho}{U_{max}}$	1.14	0.19	
	$\frac{h_2 N_B}{U_{max}}$	5.10^{-3}	8.10^{-4}	

TABLE 5–Numerical and physical parameters for boundary layer separation regime

6.1. Lee-side vortexes formation and downstream jet separation

A simulation (**Sim7**), with supercritical topography and highly supercritical flow is shown in figure 14-(b) at $t=34.5$ seconds. Only the intensity of the tidal forcing ($A=0.2$ m) varies from **Sim4** (table 5) as the tidal current velocity is multiplied by six. So this regime is highly nonlinear ($\varepsilon=0.3$) and highly supercritical ($U_{max}/c_1=5.2$). A comparison is made, at the same time t , with the circulation of **Sim4** (figure 14-(a)). In both simulations, flow is supercritical (table 5).

In **Sim4**, at $t=34.5$ s (Fig. 14-(a)), the flow is subcritical upstream of the sill and the bottom layer is supercritical just downstream of the crest ($u > c_{1,D}=0.025$ m/s). The bottom layer is accelerated over the obstacle crest forming a downslope jet which start to separate from the topography at $z=-0.06$ m. The accelerated layer is asymmetric and thins as it flows past the strait crest. A vortex is created, above the strait crest ($x \approx -0.05$ m,) at the base of the strongly stratified pycnocline layer ($z \approx -0.035$ m). It is characterized by shear instability and result in a partially mixed fluid region. This vortex is associated with the beginning of a breaking event (as the one in Figure 11-c) even if, at $t=34.5$ s, the kinematic instability condition has not yet been reached. The separation of the downslope jet is associated to the formation of a small eddy resulting in boundary layer separation. So another vortex is generated inside the bottom layer, in the lee-side of the strait. These two vortexes are associated to two different layers with very different stratification.

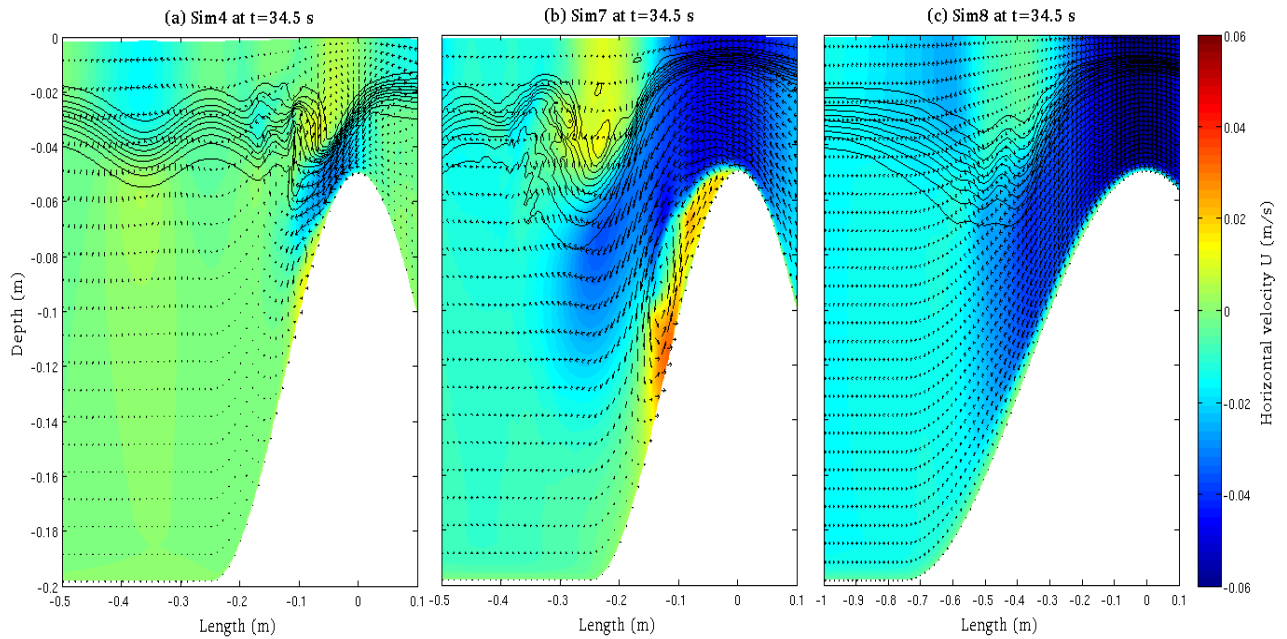


FIGURE 14 – Vertical section of the strait for three different simulations, at $t=34.5$ s. The tidal flow is leftward. Color bar represents horizontal velocity output highlighting hydraulic control regions ($u < c_{1,D} = -0.025$ m/s). Contour lines represent isopycnal lines, the density difference between two lines is $d\rho = 0.8$ kg/m⁻³. Arrows represent the intensity and the direction of the currents. a) **Sim4** ; b) **Sim7** ; c) **Sim8**

We adapt Baines' criteria for steady and continuously stratified flow at each of these layers and for our oscillating fluid. In the pycnocline layer, the mean stratification N_p and the pycnocline thickness, $\delta\rho$, is used: $\frac{\delta\rho N_p}{U_{max}} = 1.14$. In the bottom layer, the stratification N_B is very weak: $\frac{h_2 N_B}{U_{max}} = 0.005$. The topography is characterized by a mean slope, h_0/l , of 0.6 (table 5). In this regime, the breaking event in the pycnocline layer and the jet flow separation in the bottom layer correspond to lee-side bluff boundary-layer separation behavior describe by Baines (Fig 5.8, p237⁴⁹).

In **Sim7**, at $t=34.5$ s (Fig. 14-(b)), the flow is supercritical upstream and downstream of the strait ($u > c_{1,D} = 0.025$ m/s). The supercritical flow area is much more extended than in **Sim4**. Moreover, above the strait, the flow is nearly barotropic. As the flow passes the strait crest, this jet separates from the topography slope ($z = -0.05$ m). A vortex is created, downstream of the strait ($x \approx -0.25$ m) at the base of the strongly stratified pycnocline layer ($z \approx -0.04$ m). Indeed, overturning is visible in the pycnocline layer at $x = -0.3$ m, the Brunt-Väisälä Frequency becomes locally negative. This vortex is much larger than the one created in **Sim4** and it is located further downstream due to the more extended and stronger supercritical region. It exerts an opposing force on the fluid, so the jet flow is accelerated and forced by this strong gradient pressure, downward in the bottom layer. Behind this breaking event (at $x = -0.4$), higher modes are locally generated inside the pycnocline. The second vortex created in the bottom layer ($x = -0.15$), associated to the separation of the jet flow from the topography, is also much larger than in **Sim4**. So the separation point moves up the lee slope and the jet start to separate as soon as the flow pasts the strait crest. The pycnocline layer and the bottom

layer also correspond to lee-side bluff boundary-layer separation behavior in this configuration. The Reynolds number is higher ($Re_{sim7}=13090$) ; this regime is more turbulent than **Sim4** regime with bigger vortex and stronger jet but the dynamic is similar. Both of these regimes can be associated to “high drag state” as the typical response observed near the sill crest during the Knight Inlet Experiment (Farmer and Armi⁵¹) or can be compared to “downslope windstorm” or mountain-induced rotors (Knigge *et al.*⁴⁷) in analogy to similar phenomena observed with airflow over mountains.

6.2. Downslope jet

A last simulation (**Sim8**) is carried out with a larger strait ($\lambda_r=1.5m$), shown in figure 14-(c) at $t=34.5$ seconds. The topography slope is smoother ($h_0/l=0.2$) but still supercritical and all others initial conditions are the same than in **Sim7**. In this configuration, like in Sim7, the hydraulic control area is widespread above the strait (upstream and downstream). The flow is accelerated over the strait then a downslope jet is formed. Contrary to Sim7, the hydraulic jump did not break downstream of the strait but a separation of the flow still occurs beneath this hydraulic jump, this is termed “post-wave” separation. The hydraulic jump forms an adverse pressure gradient creating a stagnant uniform-density isolating region which exerts an opposing force on the fluid. This almost stagnant region, above the pycnocline, isolates the accelerated layer and forced the jet flow downward in the bottom layer. But in this case, the slope is smoother and not in favor of instabilities formation. So, there is no formation of small scale eddies in the lee side of the strait, and there is no separation of the jet flow from the obstacle.

The effect of the slope topography is the same as in Baines’ diagram. If the non-dimensional parameter NH/U is large enough (as for the pycnocline layer), a steep slope indicates a lee-side bluff body boundary-layer separation whereas a smooth slope correspond to a post wave separation. For a small value of NH/U (as for the bottom layer), a steep slope indicates also a lee-side bluff body boundary-layer separation whereas a smooth slope corresponds to no separation on obstacle. Studies on homogeneous flow (Smith *et al.*⁵⁰) have also shown the importance of the topography slope on boundary separation layer, particularly at high Reynolds number.

To conclude, eddies above and in the lee of the strait may be created if the flow speed is sufficiently large (large F_1), the topography sufficiently steep (large h_0/l) and close to the pycnocline (large B). These eddies have an impact on the local circulation inducing the formation of a downstream jet separated from the topography. Moreover these eddies could have an impact on the turbulent cascade and on the amount of energy dissipated locally.

7. Discussions-conclusions

In straits regions, large topographic variations and strong currents lead to more complex ISWs generation mechanisms and ISWs interactions with their environment. Many different strait configurations and dynamics have been observed and studied in the ocean: hydraulic control with generation of large amplitude mode-1 ISWs (Strait of Gibraltar), internal wave ray impinging on the pycnocline responsible for secondary generation of ISWs (Luzon Strait) but also other kinds of secondary processes due to environmental interaction: advection of a second vertical mode ISW by a first mode ISW (Mascarene ridge), Kelvin-Helmholtz billows in internal wave propagating across a varying topography (Oregon coast)... To provide a better understanding of all these different regimes and processes, an idealized modeling approach has been chosen. Direct numerical simulations of strait dynamics have been presented and a regime analysis has been proposed using and identifying key non-dimensional parameters for ISW dynamics and local circulation associated.

Several statistical and technical tools have been used to analyze these regimes. The orthogonal projection has proved to be an effective method to quantify the amplitude of each vertical mode in linear regime. In non-linear regime, the orthogonal projection as much as the SVD analysis are less effective to quantify the amplitude of vertical modes because vertical modes functions are no more strictly independent. Nevertheless, the SVD analysis permits to highlight the non-linearity character of the regime. The frequency spectrum made from the orthogonal projection is also a good indicator of the non-linear character of the flow. The dominant frequencies indicate three different behaviors:

- Linear internal waves are characterized by a dominant frequency corresponding to the fundamental tidal frequency
- The apparition of higher tidal harmonic frequencies in addition to the dominant fundamental tidal frequency corresponds to non-linear processes in particular internal solitary wave formation (Mercier et al.⁵² & Dossmann et al.⁵³)
- A dominance of higher tidal harmonic frequencies over the fundamental is an indicator of a “quasi-steady lee wave” regime.

Linear regimes have been simulated to study the topographic control on vertical mode generation at supercritical sites. As for small subcritical bottom topography, it is characterized by the ratio of vertical mode wavelength, λ_n , to topography width, λ_r . The amplitudes of the higher modes are larger than at subcritical sites and can exceed the amplitudes of the lowest modes. Indeed energy spreads more homogeneously between vertical modes and the topography width selects the maximal modal amplitude (a_n maximal for $\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \approx 1$).

In non-linear regime, hydraulic control of higher modes have been simulated and characterized by adapted Froude numbers, F_n , accompanied by the formation of higher mode ISWs. Higher mode ISWs are generated in supercritical straits, if an important part of the energy is injected in this mode

n (implying a topographic selection criterion of $\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \approx 1$) and if the non linearity parameter ϵ , is superior to 0.018 (threshold of Dossmann *et al.*⁹). Moreover, higher mode ISWs propagation distance is highly sensitive to multiple processes of interaction with the environment, as advection by another ISW, topography change and background currents. As a consequence, in some regimes, higher modes ISWs have a very short life and they are blocked above the strait. In other regimes, they can propagate away from the strait. Thus, they can be both actor of remote or local mixing according to the hydraulic and topographic selectivity. Thus, at supercritical sites, not only the well known first mode internal waves but also higher mode baroclinic disturbances should be taken into account in a general balance of mixing processes. Shroyer *et al.*⁵⁴ showed that, although mode-2 waves had for instance less energy than mode-1 waves observed on the coast of New Jersey, the magnitudes of the wave-localized turbulent dissipation were similar in both cases. This suggests that mode-2 internal solitary waves may have a significant effect on eroding the pycnocline and hence on the vertical fluxes of heat and nutrients in the water column. That's why understanding their conditions of disintegration or dissipation could be very useful for vertical mixing parameterizations.

In supercritical flow regime ($F_{1,D} \geq 1$), wave breaking events have also been observed above the strait, characterized by steep slope ratios (highly supercritical topography: $\theta_{th}/\gamma \leq 0.25$, $\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \geq 1$). Hydraulic jump breaks above the strait and leads to strong local mixing. This breaking event is due to a mixed of kinematic instability and Kelvin-Helmholtz instability.

A quasi-steady lee waves regime has also been characterized for supercritical flow ($F_{1,D} \geq 1$) and large tidal excursion, A . This regime leads to the generation of smaller wavelength internal waves, so to most dissipative waves. In such situations, the proportion of remote dissipation should be significantly smaller. The dominant wavelengths of these quasi-lee waves are also submitted to a topographic control. Thus, the topographic selection criterion is also, here, a good indicator of the dominant wavelength.

Finally, in some highly turbulent regimes, small scale eddies, above and in the lee of the strait, have been simulated. These eddies are created if the flow speed is sufficiently high (supercritical flow) and the topography sufficiently steep (highly supercritical topography, $\theta_{th}/\gamma \leq 0.25$). They induce the formation of a downstream jet separated from the topography. The formation of such eddies may increase the rate of the local dissipation.

A striking point is the difficulty to establish key non-dimensional parameters which take into account the spatial and the temporal variability of the dynamics. The topographic selection criterion, $\frac{\lambda_n}{\lambda_r}$, has proven to be a useful indicator for the energy distribution between vertical modes even in the case of large topography and supercritical tidal flow. Consequently, it is also a good indicator for solitary wave's generation and for wave overturning occurrence. For the non-linearity parameter, ϵ , the same solitary wave threshold ($\epsilon \geq 0.018$) as Dossmann⁹ has been found. However, this threshold may shift for higher vertical mode. The "shallow water" Froude number, $F_{n,D}$, has

proven to be accurate and robust to characterize hydraulic control state above the strait. Supercritical flows above varying topography impact vertical modes amplitudes. Thus, the Froude number is also an indicator of hydraulic selectivity of vertical modes and breaking event occurrence. When the tidal excursion is approximately large compared to topography width, this parameter is an indicator of a quasi-pseudo lee-wave regime. The influence of the topographic blocking degree remains to be further examined.

In conclusion, all of these numerical simulations demonstrate that internal waves dynamics, at supercritical sites, are highly diversified and deeply affected by the environment (topography geometry, tidal current, incoming waves). All these environmental factors are related in a non-linear way and must be considered in a global context. Moreover, in the ocean, they are many others interrelated factors that can play a role in the internal waves dynamics, including spatially varying stratification, Coriolis force or more complex topography... The purpose of the Part II is to extend the present study towards more realistic oceanic conditions. In this regard, the present regime analysis is applied to idealized large scale oceanic cases and to two well-known realistic cases: the Strait of Gibraltar and Georges Bank.

8. Appendix

Appendix 1 : Modal decomposition

The principle of modal decomposition (Gill⁵⁵) rests on the rigid-lid approximation justified by weak free-surface displacements. It applies to any buoyancy profile $N(z)$, and to flat bottom condition. Linear solutions of the Boussinesq equation for the vertical velocity field, w , are sought in the form:

$$w(x, z, t) = W_n(z)e^{i(k_n x - \omega t)}$$

where W_n , k_n are respectively the vertical modal structure and the wavenumber, ω is the wave pulsation and $n \in N^*$ is the mode number. W_n et k_n are solutions of the Sturm-Liouville eigenvalue problem:

$$\frac{\partial^2 W_n(z)}{\partial z^2} + k_{x,n}^2 \left(\frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2} \right) W_n(z) = 0$$

$$W_n(0) = 0 \text{ et } W_n(-H) = 0$$

Appendix 2 : Singular value decomposition (SVD)

Singular value decomposition (SVD) analysis on vertical velocity field is used to determine which vertical modes are dominant. The Singular value decomposition (SVD) analysis is a decomposition of the vertical velocity data set $(w(z,t))$ in terms of orthogonal basis functions which are determined from the data. The SVD method finds both time series and vertical spatial patterns associated to these empirical orthogonal functions (EOF). Note that vertical modes are orthogonal function under

flat bottom conditions. The singular value decomposition of the $z \times t$ matrix W is a factorization of the form $W = U\Sigma V^*$, where U is $z \times k$ with orthonormal columns, Σ is $k \times k$ rectangular diagonal with non-negative real numbers on the diagonal, and V^* is $k \times t$ with orthonormal columns. We compute the four largest singular values ($k=4$) and associated singular vectors of matrix W . The singular vectors U and V represent respectively time series and spatial patterns associated to EOFs.

Appendix 3: Orthogonal projection

To determine each vertical mode amplitude (A_n) in our simulations, an orthogonal projection analysis on vertical velocity field is used. Vertical modal structures ($W_n(z)$), calculated with the modal decomposition method, are projected on the vertical velocity field ($w(x,z,t)$). For each resulting projection ($P_{n,w}(x,t)$), we calculate the residual signal ($w(x,z,t) - \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,w}(x,t) \cdot W_i(z)$) before applying the next vertical mode projection :

$$P_{n,w}(x,t) = \langle w(x,z,t) - \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,w}(x,t) \cdot W_i(z), W_n(z) \rangle$$

Frequency spectra were calculated on $P_{n,w}(x,t)$ by a fast Fourier transform. In Fourier analysis a signal is decomposed into its constituent sinusoidal vibrations. In our configurations, there is only one tidal frequency but tidal harmonic can be generated. Moreover, non-linearity can induce the emerging of additional characteristic frequencies on the frequency spectra (Mercier et al.⁵², Dossmann et al.³⁰). In oceanic configurations, there are several tidal forcing frequencies, so filtering is highly necessary. The amplitude of the spectrum at the tidal frequency, $P_{n,w}(x, f_{internal\ tide})$, gives the amplitude of the associated vertical mode ($A_{n,w}(x)$).

9. References

- ¹ W. Munk and C. Wunsch, "Abyssal Recipes II: Energetics of Tidal and Wind Mixing", Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap., **45**, 1977 (1998).
- ² G.D. Egbert and R.D. Ray, "Significant Dissipation of Tidal Energy in the Deep Ocean Inferred from Satellite Altimeter Data", Nature, **405**, 775 (2000).
- ³ C. Wunsch and R. Ferrari, "Vertical Mixing, Energy, and the General Circulation of the Oceans", Annu. Rev. Fluid Mech., **36**, 281 (2004).
- ⁴ A.K. Liu, J.R. Holbrook, and J.R. Apel, "Nonlinear Internal Wave Evolution in the Sulu Sea", J. Phys. Oceanogr., **15**, 1613 (1985).
- ⁵ Y.-J. Yang, T.Y. Tang, M.H. Chang, A.K. Liu, M.-K. Hsu, and S.R. Ramp, "Solitons Northeast of Tung-Sha Island during the ASIAEX Pilot Studies", IEEE J. Ocean. Eng., **29**, 1182 (2004).
- ⁶ T.F. Duda, J.F. Lynch, J.D. Irish, R.C. Beardsley, S.R. Ramp, C.-S. Chiu, T.Y. Tang, and Y.-J. Yang, "Internal Tide and Nonlinear Internal Wave Behavior at the Continental Slope in the Northern South China Sea", IEEE J. Ocean. Eng., **29**, 1105 (2004).
- ⁷ J.M. Klymak, R. Pinkel, C.-T. Liu, A.K. Liu, and L. David, "Prototypical Solitons in the South China Sea", Geophys. Res. Lett., **33**, L11607 (2006).
- ⁸ D.M. Farmer, L. Armi, L. Armi, and D.M. Farmer, "The Flow of Atlantic Water through the Strait of Gibraltar The Flow of Mediterranean Water through the Strait of Gibraltar", Prog. Oceanogr., **21**, 1 (1988).

- ⁹ Y. Dossmann, F. Auclair, and A. Paci, "Topographically Induced Internal Solitary Waves in a Pycnocline: Primary Generation and Topographic Control", *Phys. Fluids*, **25**, 066601 (2013).
- ¹⁰ Y. Dossmann, F. Auclair, and A. Paci, "Topographically Induced Internal Solitary Waves in a Pycnocline: Secondary Generation and Selection Criteria", *Phys. Fluids*, **25**, 086603 (2013).
- ¹¹ A.L. New and R.D. Pingree, "Large-Amplitude Internal Soliton Packets in the Central Bay of Biscay", *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.*, **37**, 513 (1990).
- ¹² A.L. New and R.D. Pingree, "Local Generation of Internal Soliton Packets in the Central Bay of Biscay", *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.*, **39**, 1521 (1992).
- ¹³ A.L. New and J.C.B. Da Silva, "Remote-Sensing Evidence for the Local Generation of Internal Soliton Packets in the Central Bay of Biscay", *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.*, **49**, 915 (2002).
- ¹⁴ D. Farmer and L. Armi, "The Flow of Atlantic Water Through the Strait of Gibraltar - the Flow of Mediterranean Water Through the Strait of Gibraltar", *Prog. Oceanogr.*, **21**, 1 (1988).
- ¹⁵ T. Maxworthy, "A Note on the Internal Solitary Waves Produced by Tidal Flow over a Three-Dimensional Ridge", *J Geophys Res*, **84**, 338 (1979).
- ¹⁶ V. Vlasenko and W. Alpers, "Generation of Secondary Internal Waves by the Interaction of an Internal Solitary Wave with an Underwater Bank", *J. Geophys. Res. Oceans*, **110**, C02019 (2005).
- ¹⁷ V. Vlasenko, N. Stashchuk, and K. Hutter, *Baroclinic Tides: Theoretical Modeling and Observational Evidence* (Cambridge University Press, 2005).
- ¹⁸ J. Klymak, S. Legg, M. Alford, M. Buijsman, R. Pinkel, and J. Nash, "The Direct Breaking of Internal Waves at Steep Topography", *Oceanography*, **25**, 150 (2012).
- ¹⁹ P.F. Cummins, "Stratified Flow over Topography: Time-Dependent Comparisons between Model Solutions and Observations", *Dyn. Atmospheres Oceans*, **33**, 43 (2000).
- ²⁰ C. Jackson, J. da Silva, and G. Jeans, "The Generation of Nonlinear Internal Waves", *Oceanography*, **25**, 108 (2012).
- ²¹ A. Vázquez, N. Stashchuk, V. Vlasenko, M. Bruno, A. Izquierdo, and P.C. Gallacher, "Evidence of Multimodal Structure of the Baroclinic Tide in the Strait of Gibraltar", *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L17605 (2006).
- ²² J.C.B. da Silva, A.L. New, and J.M. Magalhaes, "On the Structure and Propagation of Internal Solitary Waves Generated at the Mascarene Plateau in the Indian Ocean", *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.*, **58**, 229 (2011).
- ²³ Y.J. Yang, Y.C. Fang, M.-H. Chang, S.R. Ramp, C.-C. Kao, and T.Y. Tang, "Observations of Second Baroclinic Mode Internal Solitary Waves on the Continental Slope of the Northern South China Sea", *J. Geophys. Res. Oceans*, **114**, C10003 (2009).
- ²⁴ D.M. Farmer and J. Dungan Smith, "Tidal Interaction of Stratified Flow with a Sill in Knight Inlet", *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.*, **27**, 239 (1980).
- ²⁵ T.R. Akylas, R.H.J. Grimshaw, S.R. Clarke, and A. Tabaei, "Reflecting Tidal Wave Beams and Local Generation of Solitary Waves in the Ocean Thermocline", *J. Fluid Mech.*, **593**, 297 (2007).
- ²⁶ T. Gerkema, "Internal and Interfacial Tides: Beam Scattering and Local Generation of Solitary Waves", *J. Mar. Res.*, **59**, 227 (2001).
- ²⁷ N. Grisouard, C. Staquet, and T. Gerkema, "Generation of Internal Solitary Waves in a Pycnocline by an Internal Wave Beam: A Numerical Study", *J. Fluid Mech.*, **676**, 491 (2011).
- ²⁸ M. Carr, P.A. Davies, and R.P. Hoebbers, "Experiments on the Structure and Stability of Mode-2 Internal Solitary-like Waves Propagating on an Offset Pycnocline", *Phys. Fluids 1994-Present*, **27**, 046602 (2015).
- ²⁹ E.L. Shroyer, J.N. Moum, and J.D. Nash, "Mode 2 Waves on the Continental Shelf: Ephemeral Components of the Nonlinear Internal Wavefield", *J. Geophys. Res. Oceans*, **115**, C07001 (2010).
- ³⁰ Y. Dossmann, A. Paci, F. Auclair, M. Lepilliez, and E. Cid, "Topographically Induced Internal Solitary Waves in a Pycnocline: Ultrasonic Probes and Stereo-Correlation Measurements", *Phys. Fluids*, **26**, 056601 (2014).
- ³¹ F. Auclair, C. Estournel, J.W. Floor, M. Herrmann, C. Nguyen, and P. Marsaleix, "A Non-Hydrostatic Algorithm for Free-Surface Ocean Modelling", *Ocean Model.*, **36**, 49 (2011).

- ³² F. Auclair, L. Bordoio, Y. Dossmann, T. Duhaut, A. Paci, C. Ulses, and C. Nguyen, "A Non-Hydrostatic Non-Boussinesq Algorithm for Free-Surface Ocean Modelling", *Ocean Model.*, in revision, (First submitted 2014).
- ³³ F. Auclair, L. Bordoio, Y. Dossmann, T. Duhaut, C. Estournel, J.W. Floor, P. Marsaleix, C. Nguyen, A. Paci, and C. Ulses, "Implementation of a Time-Dependent Bathymetry in a Free-Surface Ocean Model: Application to Internal Wave Generation", *Ocean Model.*, **80**, 1 (2014).
- ³⁴ T. Gerkema and J.T.F. Zimmerman, "An Introduction to Internal Waves: Lecture Notes", R. NIOZ, (2008).
- ³⁵ L. Armi, "The Hydraulics of Two Flowing Layers with Different Densities", *J. Fluid Mech.*, **163**, 27 (1986).
- ³⁶ G. Sannino, A. Bargagli, and V. Artale, "Numerical Modeling of the Mean Exchange through the Strait of Gibraltar", *J. Geophys. Res. Oceans*, **107**, 9 (2002).
- ³⁷ K.B. Winters and L. Armi, "Hydraulic Control of Continuously Stratified Flow over an Obstacle", *J. Fluid Mech.*, **700**, 502 (2012).
- ³⁸ T. Gerkema and J.T.F. Zimmerman, "An Introduction to Internal Waves", *Lect. Notes R. NIOZ Texel*, (2008).
- ³⁹ Vlasenko, Stashchuk, Hutter, *Baroclinic Tides, Theoretical Modeling and Observational Evidence*. (Cambridge University Press (2005), 2005).
- ⁴⁰ C. Guo, V. Vlasenko, W. Alpers, N. Stashchuk, and X. Chen, "Evidence of Short Internal Waves Trailing Strong Internal Solitary Waves in the Northern South China Sea from Synthetic Aperture Radar Observations", *Remote Sens. Environ.*, **124**, 542 (2012).
- ⁴¹ V. Vlasenko and N. Stashchuk, "Amplification and Suppression of Internal Waves by Tides over Variable Bottom Topography", *J. Phys. Oceanogr.*, **36**, 1959 (2006).
- ⁴² V. Vlasenko and K. Hutter, "Numerical Experiments on the Breaking of Solitary Internal Waves over a Slope–Shelf Topography", *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 1779 (2002).
- ⁴³ F.-S.P. Timothy W. Kao, "Internal Solitons on the Pycnocline: Generation, Propagation, and Shoaling and Breaking over a Slope", *J. Fluid Mech.*, **159**, 19 (1985).
- ⁴⁴ L. St. Laurent and C. Garrett, "The Role of Internal Tides in Mixing the Deep Ocean", *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 2882 (2002).
- ⁴⁵ V. Grubišić and I. Stiperski, "Lee-Wave Resonances over Double Bell-Shaped Obstacles", *J. Atmospheric Sci.*, **66**, 1205 (2009).
- ⁴⁶ S.B. Vosper, "Inversion Effects on Mountain Lee Waves", *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130**, 1723 (2004).
- ⁴⁷ C. Knigge, D. Etling, A. Paci, and O. Eiff, "Laboratory Experiments on Mountain-Induced Rotors", *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **136**, 442 (2010).
- ⁴⁸ Winters, "Topographic Control of Stratified Flows: Upstream Jets, Blocking and Isolating Layers", *J. Fluid Mech.*, **753**, 80 (2014).
- ⁴⁹ P.G. Baines, *Topographic Effects in Stratified Flows* (Cambridge University Press, 1998).
- ⁵⁰ F.T. Smith, P.W.M. Brighton, P.S. Jackson, and J.C.R. Hunt, "On Boundary-Layer Flow Past Two-Dimensional Obstacles", *J. Fluid Mech.*, **113**, 123 (1981).
- ⁵¹ D.M. Farmer and L. Armi, "The Generation and Trapping of Solitary Waves over Topography", *Science*, **283**, 188 (1999).
- ⁵² M.J. Mercier, L. Gostiaux, K. Helfrich, J. Sommeria, S. Viboud, H. Didelle, S.J. Ghaemsaidi, T. Dauxois, and T. Peacock, "Large-Scale, Realistic Laboratory Modeling of M2 Internal Tide Generation at the Luzon Strait", *Geophys. Res. Lett.*, **40**, 5704 (2013).
- ⁵³ Y. Dossmann, A. Paci, F. Auclair, M. Lepilliez, and E. Cid, "Topographically Induced Internal Solitary Waves in a Pycnocline: Ultrasonic Probes and Stereo-Correlation Measurements", *Phys. Fluids* 1994-Present, **26**, 056601 (2014).
- ⁵⁴ E.L. Shroyer, J.N. Moum, and J.D. Nash, "Mode 2 Waves on the Continental Shelf: Ephemeral Components of the Nonlinear Internal Wavefield", *J. Geophys. Res. Oceans*, **115**, C07001 (2010).
- ⁵⁵ A.E. Gill, *Atmosphere-Ocean Dynamics* (Academic Press, 1982).

10. Compléments

Nous avons montré, précédemment, que le résultat des projections orthogonales des modes verticaux sur le champ de vitesse verticale w , à l'aide d'une analyse de Fourier, permettait de caractériser les régimes de « pseudo-ondes de sillage » tels qu'observés dans l'expérience **Sim6** (section 5.4). Rappelons que les régimes de « pseudo-ondes de sillage », par définition, présentent des fréquences d'oscillations caractéristiques différentes de la fréquence fondamentale de la marée. Mercier et al. (2013) et Dossmann et al. (2014) ont montré que des processus non-linéaires tels que les ondes internes solitaires pouvaient induire l'émergence de fréquences caractéristiques additionnelles sur le spectre de fréquence. Ils ont, en particulier, utilisé une technique de transformée de Fourier pour caractériser la génération secondaire d'ondes internes solitaires. Dans de telles conditions, Mercier et al. (2013), montrent que le spectre en fréquence présente un bombement à haute fréquence. Notre approche est un peu différente puisque la projection orthogonale est utilisée dans un premier temps pour isoler le signal d'un mode vertical de la façon décrite dans l'annexe 2. On peut donc se demander de quelle façon les ondes internes solitaires vont être caractérisées en termes de spectre de fréquence en utilisant notre approche. Dans la continuité de cet article, nous nous intéressons à des cas de générations primaires.

La Figure 3.1 montre une application de cette approche sur trois simulations différentes : **Sim1**, **Sim9** et **Sim6**. Les mêmes conditions initiales sont utilisées dans ces trois simulations (**Sim1**-tableau 3) excepté pour l'amplitude d'oscillation de la topographie A . De ce fait, les profils théoriques des modes verticaux calculés par la méthode de décomposition modale sont identiques pour les trois simulations. Le critère de sélection topographique est également identique ($\lambda_1/\lambda_r = 4.4$). Pour une comparaison optimale on utilise toujours la même fenêtre temporelle $t \in [80s \ 110s]$ pour effectuer la transformée de Fourier. Le forçage augmente en amplitude dans ces trois simulations : $A = [6.10^{-3}; 0.06; 0.3]$ m. De ce fait, l'expérience **Sim1** correspond à un régime linéaire (section 4.2) alors que **Sim9** correspond à un régime non-linéaire ($\varepsilon = 0.042 > 0.018$), sans contrôle hydraulique ($F_{1,D} = 0.33 < 1$), avec formation d'onde internes solitaires de mode 1 ($\lambda_1/\lambda_r \geq 1$). Notons que dans notre configuration, lorsque l'on augmente l'amplitude d'oscillation de la topographie A , on augmente à la fois les courants et l'excursion de la marée. L'expérience **Sim6** caractérise un régime de « pseudo-ondes de sillage » (section 5.4). La Figure 3.1 représente le spectre de fréquence de ces trois différents régimes.

Ces 3 spectres sont caractérisés par des pics de fréquences différents:

- Le spectre en fréquence du régime linéaire (A) présente un seul pic à la fréquence fondamentale de la marée.

- Le régime non-linéaire avec formation d'ondes solitaires (B) présente 4 pics de fréquence, un maximum pour la fréquence fondamentale de la marée et les trois suivants correspondent aux harmoniques supérieures.

10. Compléments

- Le spectre de fréquence du régime « pseudo-ondes de sillage » (C) ne présente plus de pic maximal à la fréquence fondamentale de la marée, les trois premières fréquences harmoniques dominent le spectre.

En conclusion, on observe bien l'émergence de fréquences caractéristiques additionnelles sur le spectre de fréquence dans le cas de la génération primaire d'ondes internes solitaires. Dans ce type de régime, la fréquence fondamentale reste cependant dominante. Dans cette situation de génération primaire d'ondes internes solitaires, le spectre de fréquence ne présente pas un bombement à haute fréquence, tel que celui observé par Mercier dans le cas de la génération secondaire.

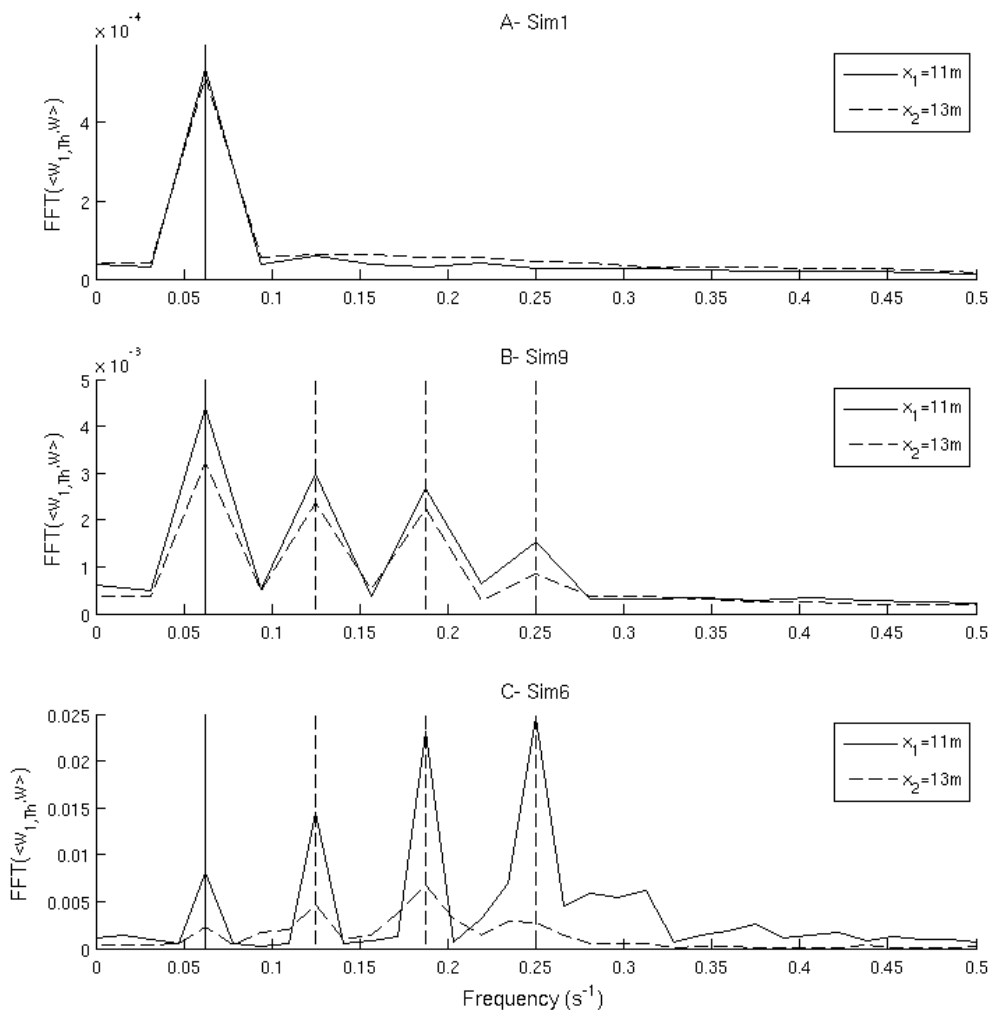


Figure 3.1 : Transformée de Fourier du produit de la projection orthogonale du profil analytique du mode 1 sur le champ de vitesse verticale des simulations **Sim1** (A), **Sim9** (B), **Sim6** (C) pour une période de 80 à 110 secondes à $x_1=11$ m (ligne pleine) et $x_2=13$ m (ligne en pointillé) . La ligne verticale pleine positionne la fréquence fondamentale de la marée et les lignes verticales en pointillé la fréquence des quatre premières harmoniques.

Dans ce chapitre, des simulations numériques directes ont permis de décrire quantitativement la génération primaire et la dynamique des ondes internes dans la pycnocline sur une large gamme de régimes « supercritiques ». L'influence de la largeur de la topographie sur la génération des modes verticaux d'ondes internes à la fois au-dessus de topographies sous-critiques et supercritiques a été mise en évidence dans nos simulations. Ces régions peuvent notamment être caractérisées par des modes hauts de grande amplitude. Cependant la propagation de ces modes hauts et leur devenir sont très sensibles aux conditions environnementales (topographie, courant barotrope, interactions ondes-ondes ...) ce qui rend leur prévision d'autant plus complexe. Ils peuvent notamment être acteurs du mélange local ou se propager au-delà de leur zone de génération. La dynamique des ondes internes dans les régions « supercritiques » est donc très diversifiée et fortement influencée par les conditions environnementales (courants, topographies...). De plus, tous ces facteurs environnementaux sont interconnectés et doivent donc être considérés de façon globale. Il reste, dans l'océan, de nombreux autres facteurs pouvant jouer un rôle dans la dynamique des ondes internes. En ce sens, l'objectif du chapitre suivant est d'étendre cette étude de régime « supercritique » à des conditions océaniques plus réalistes et plus complexes.

Chapitre 4 : Vers les échelles océaniques

Ce chapitre est présenté sous la forme d'un article soumis dans la revue *Physics of Fluids*, précédé d'un résumé en français.

1. Résumé de l'article: "Topographic and hydraulic control on internal-tide generation. Part 2 : Towards ocean scales."

La première partie de cette étude, reposant sur l'utilisation de simulations numériques directes à l'échelle du laboratoire, a permis de décrire une large gamme de régimes de génération primaire d'ondes internes dans des régions « supercritiques ». Une analyse de ces régimes a permis d'identifier les paramètres physiques clés contrôlant la dynamique des ondes internes et de mettre en évidence les fortes interactions non-linéaires des ondes internes avec leur environnement. Cette dernière constatation soulève notamment la question de l'impact d'un environnement plus complexe sur cette dynamique. L'objectif de cette seconde partie est donc d'appliquer cette étude de régimes à des situations océaniques réalistes par le biais de simulations à haute résolution de grande échelle (SGE ou « LES » en anglais).

Un principe de similitude, visant à reproduire les régimes de petites échelles à des échelles océaniques, est proposé. Dans un premier temps, une comparaison avec un régime non-linéaire permet de configurer les paramètres numériques de dissipation dans les configurations LES et de confirmer la validité à l'échelle océanique des paramètres clés de la dynamique des ondes internes identifiés : nombre de Froude, paramètre de non-linéarité, critère de sélection topographique ...

Cette étude de régimes est ensuite appliquée à deux régions océaniques « supercritiques » bien connues : le détroit de Gibraltar et le plateau situé à l'entrée du golfe du Maine (nommé « Georges Bank » en anglais). Dans ces deux régions extrêmes, caractérisées par des topographies et des courants supercritiques, les modes 2 d'ondes internes ont des amplitudes importantes et jouent un rôle significatif dans la dynamique. Le modèle numérique reproduit correctement un grand nombre de caractéristiques océaniques observés dans ces deux régions, notamment la formation du ressaut hydraulique suivi par la propagation des modes verticaux. Il reproduit également le raidissement du mode 1 entraînant la formation de trains d'ondes internes solitaires. La topographie du golfe du Maine, typique des plateaux continentaux, entraîne une distribution énergétique asymétrique entre les modes verticaux : les modes 2 d'ondes internes ne sont émis que sur le plateau continental. Leur forte interaction avec les courants de marée sur le plateau continental entraîne une fusion de ces modes avec les modes 1 émis à la période de marée suivante. La topographie complexe du détroit de Gibraltar présente plusieurs zones de génération et de contrôle hydraulique des modes 2 d'ondes internes, entraînant une propagation multiple de modes 2 vers le bassin méditerranéen. De plus, la stratification spatialement inhomogène dans le détroit forme un front de densité à l'Est du seuil de

Camarinal. Ce front a un impact direct sur la propagation et la génération des modes verticaux d'ondes internes. L'applicabilité de nos paramètres clés est étudiée dans le cas de ces deux environnements complexes.

Topographic and hydraulic control on internal-tide generation

Part 2: towards ocean scales

Bordois L.¹, Auclair F.¹, Paci A.², Dossmann Y.³, Nguyen C.¹.

¹ Laboratoire d'Aérodynamique, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

² CNRM-GAME, UMR3589 METEO-FRANCE and CNRS, 42 avenue Gaspard Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 01, France

³ Laboratoire de Physique, Ecole Normale Supérieure, 46 allée d'Italie, 69007 Lyon France

Abstract

In shallow water and regions of complex and abrupt topography, it appears that we don't yet have a full grasp of the multiplicity of processes controlling turbulent mixing, in particular regarding the propagation and generation of nonlinear internal waves (internal solitary waves or ISWs). In part 1 of this paper, taking an idealized modeling approach at laboratory scale, we examined a range of different internal waves regimes in "supercritical" regions. Relying on quasi-direct numerical simulations (DNS), a regime analysis has been proposed using and identifying key non-dimensional parameters for ISWs dynamics. The objective of the present study is to apply this regime analysis to idealized large scale oceanic cases and to two well-known realistic cases of "supercritical" regions: the Strait of Gibraltar (SoG) and Georges Bank, relying on high-resolution Large Eddy Simulation (LES). In these two "extreme" regions with supercritical flow and supercritical topography, modes 2 internal waves have high amplitude and play a significant role in the dynamics. These two oceanographic configurations are particularly interesting for their complex and specific topography and stratification conditions. The topography shape of Georges Bank, similar to typical shelf break, results in an asymmetric energetic distribution between vertical modes whereas the complex topography of SoG with multiple mode 2 hydraulic control area results in a multiplicity of shoreward propagating mode 2. The interactions between vertical mode 2 and 1 are also quite different in these two configurations. Finally, the specific inhomogeneous stratification of SoG, resulting in a strong frontal area, have a direct impact on ISWs generation and propagation.

2. Introduction

Internal tides are involved in the Meridional Overturning Circulation energy balance (Munk and Wunsch¹, Egbert and Ray²; Wunsch and Ferrari³). The issue about the relative importance of the mechanical and thermodynamical energy sources induces a need for a quantitative evaluation of the energy transfers and for understanding the physical process implied in these energy transfers. Nonlinear internal waves are found in many parts of the world ocean and they are suspected to be responsible for important energy transfers in so far as they induce turbulent mixing in the pycnocline region.

In supercritical regions, large topographic variations and strong currents lead to more complex generation mechanisms of internal waves and environmental interactions. Many intense internal wave generation areas with different dynamics have been observed and studied in the ocean: hydraulic control with generation of strong mode-1 internal solitary waves (ISWs) in the Strait of Gibraltar, Kelvin-Helmholtz billows in internal wave propagating across Oregon coast (Smith and Moum⁴) but also other kind of secondary processes due to environmental interaction such as the advection of a second vertical mode ISW by a first mode ISW (Da Silva *et al.*⁵)... So, in these "extreme" regions with supercritical topography and supercritical flow, ISWs dynamics is more complex and also more difficult to model. Indeed, these situations are highly non-hydrostatic and non-linear with strong instabilities, strong velocity and density gradients and steep slopes. Moreover,

in these regions, internal wave's parameterizations for global models are often inadequate. So there is a real need to understand and represent better the ISWs dynamic in these areas.

In part 1 of this paper, taking an idealized modeling approach at laboratory scale, we examined a range of different internal waves regimes in strait area and in particular above supercritical topography. A regime analysis has been proposed using and identifying key non-dimensional parameters for ISWs dynamics. This analysis has permitted to recover a topographic control on vertical mode generation characterized by the ratio of vertical mode wavelength to topography width, even above supercritical topography. The topographic selection criterion has proven to be a useful indicator of solitary wave formation in non-linear regime even in supercritical cases with large bottom obstacle. In strong tidal forcing regime, hydraulic control of vertical modes was characterized by adapted Froude numbers.

Part I was based on laboratory idealized cases, raising the question of possible differences with real oceanic situations. The generation of internal gravity waves in the ocean can be complicated by many interrelated factors including varying topography, spatially-varying tidal current strength, and spatially and temporally varying stratifications. Coriolis force and non-linearity have also an impact on large-scale ISWs dynamics which complicates the analysis. The purpose of Part II is to extend the present study towards more realistic oceanic conditions. In this regard, the regime analysis of Part I is apply to idealized large scale oceanic cases and to two well-known realistic cases: the Strait of Gibraltar and Georges Bank. These two oceanographic configurations are particularly interesting for their specific topography and stratification conditions.

The northern edge of Georges Bank in the gulf of Maine has been identified as a location of complex and intense internal waves (Lamb⁶). It's a region where strong tidal flow, strong density gradient, abrupt topography and a background jet, interact in a complex nonlinear system. Internal tide behavior is characterized by tidal currents that are significantly faster than internal wave propagation speeds on the bank (supercritical flow) and slower than the lowest internal modes in deeper water to the north (subcritical flow) (Dale *et al.*⁷). Moreover Georges Bank has been an intensively studied region, through a combination of observational programs and theoretical and modeling studies. So the dynamic of this area is close to some ISWs regimes identified in Part 1.

The strait of Gibraltar is a reference area in large amplitude ISWs primary generation and particularly vertical mode 1 ISW hydraulic control dynamics (Farmer and Armi⁸). Besides, observational data revealed the presence of, at least, two types of tidal internal waves in this area: mode 1 solitary waves and mode 2 bores (Vazquez *et al.*⁹). Thus, the strait of Gibraltar corresponds to supercritical flow regime with high vertical mode generation as well as the northern edge of Georges Bank. Nevertheless, the topography is much more complex than in the Part 1 idealized regimes. There is several potential source of ISWs generation, and several locations of hydraulic control (Sannino *et al.*¹⁰). Moreover, above this complex topography, the stratification is far from being uniform. Indeed vertical stratification profiles of Atlantic and Mediterranean waters, on each side of the strait, are very different. Therefore, at Gibraltar strait, ISWs and hydraulic control

dynamics are similar to some idealized strait regime of Part1 but environmental conditions are much more complex. Moreover, although the generation mechanism of large internal waves in the Strait of Gibraltar is generally understood, there are still some elements which deserve to be explored. Among the features still not deeply investigated is the sensitivity of the generation process to the neap-spring cycle (Sanchez-Garrido¹¹).

A numerical approach is adopted to describe the primary generation and propagation of internal solitary waves (ISWs) above abrupt topography (straits, banks): in one idealized large scale oceanic strait case and for two well-known realistic cases: the Strait of Gibraltar and Georges Bank. These numerical experiments can be considered as LES (Large Eddy Simulation) while those from Part 1 were quasi-DNS (Direct Numerical Simulation). LES resolves the relevant large scales of the turbulent flow including internal wave processes and models the effects of the small turbulent structures by an additional viscosity. Large Eddy Simulations are performed using the nonhydrostatic and non-Boussinesq version of the regional oceanic circulation model SNH described in Auclair *et al.*^{12,13}. In section 1, a similitude principle is laid out to compare ISWs regimes as the simulation in Part 1 but in large scale straits. This similitude principle is applied to a highly non-linear case and comparisons are done with laboratory scale dynamic. Section 2 focuses on Georges Bank. Section 3 and 4 describe the dynamics of the strait of Gibraltar. Conclusions are drawn in section 5.

3. From quasi-DNS to Large scale strait simulations

3.1. General features of numerical model

Simulations are performed using the free-surface nonhydrostatic and non-Boussinesq version of the regional oceanic circulation model SNH described in Auclair *et al.*^{12,13}. SNH solves the equations of motion onto an Arakawa-C grid using time-dependent s -coordinates in the vertical direction. An original three-mode time-splitting is used to deal with non-hydrostatic flows as acoustic waves are explicitly simulated. A first time-splitting is classically performed between barotropic (Δt_e) and baroclinic (Δt_i) motions. In the present non-Boussinesq version, an additional third time-step (Δt_{NBQ}) is introduced to circumvent the drastic CFL criteria induced by the high phase-velocity of such waves, c_s . Acoustic waves or more exactly “pseudo-acoustic” waves have indeed been re-introduced to reduce computational costs. Indeed, this allows to avoid Boussinesq- degeneracy which inevitably leads to a 3D Poisson-system in non-hydrostatic pressure-correction methods. As long as they remain faster than the fastest physical processes in the domain, the so-called “pseudo-acoustic” wave phase-velocity can artificially be slowed down rendering unphysical high-frequency processes associated with bulk compressibility but preserving a coherent slow dynamics with a softening of the CFL criterion. A bidimensional version of the model in a vertical plane is used. Free surface boundary conditions and no-slip condition at the bottom of the domain are used.

3.2. Strait academic configurations

LES of strait academic configuration, carried out in the present paper, are initialized almost exactly as the quasi-Direct Numerical Simulations of Part 1. Only the resolution and the dissipation parameters vary from quasi-DNS. They are hereafter determined by a similitude principle and a sensitivity study is provided (section 1.3). Strait academic configurations are initialized with a continuous density profile $\rho(z)$ typical of strait profiles. It includes a homogeneous upper layer of depth h_1 and density $\rho_1=1040 \text{ kg/m}^3$, representing the oceanic mixing layer. In shallow strait, the stratification in the bottom layer can be almost non-existent; the strait of Gibraltar is an example of this case. So we consider a three layer case with a wide pycnocline ($\delta\rho$) characterized by a strong density jump $\Delta\rho$ and an almost homogeneous bottom layer ($N_b = 1.10^{-5} \text{ s}^{-1}$) of depth h_2 and density $\rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho$. The pycnocline center is at a position $z = h_p = h_1 - \frac{\delta\rho}{2}$. The corresponding Brunt-Väisälä frequency profile, $N(z)$, is the same as the one used in Grisouard *et al.*¹⁴. In the implementation used for this configuration, density is supposed to depend linearly on salinity, while temperature is set to a constant value. The Strait topography is represented by a high sinusoidal ridge with a height of h_0 and a half-width of l . Tidal forcing is performed through the motion of the bottom topography and the specified oscillations of the ridge (Auclair *et al.*¹⁵). The ridge displacement is given by $x_m(t) = x_0 + A \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \pi\right) - 1 \right]$, where $x_m(t)$ is the horizontal position of the center of the ridge, (A, T) are the forcing amplitude and period and x_0 is the strait center position at $t=0$. A bidimensional version of the model in a vertical plane is used with periodic boundary conditions on the horizontal dimension.

3.3. Ocean scales similitude principle

In this section, the objective is to compare laboratory scale regimes of Part 1 to large scale oceanic regimes. First, a similitude principle is laid out to reproduce as far as possible the same dynamics in large and realistic scale straits. Then a comparison is done for the breaking ISWs regime (Part 1-Sim4, section 3.b.).

All physical and geometrical non dimensional parameters cannot be conserved when real ocean dynamics and length scale are studied. Nevertheless the aim of the similitude principle is to conserve the main key parameters of ISW dynamics, which means at least: the non-linearity parameter ε , the Froude number F_n , the topographic control parameter $\frac{\lambda_m}{\lambda_r}$. To start with, the ratio of horizontal (L) to vertical (H) scale is conserved:

- $\frac{H}{L} = \text{constant} \Rightarrow \frac{H'}{H} = \frac{L'}{L} = \alpha$ (1)

with H' and L' , the modified horizontal and vertical scale.

The second hypothesis is to conserve the Froude number of the surface wave i.e. the ratio of the fluid speed to surface wave celerity:

$$\bullet \quad \frac{U}{\sqrt{gH}} = constant \Rightarrow \frac{U'}{U} \propto \frac{\sqrt{gH'}}{\sqrt{gH}} \propto \sqrt{\alpha} \Rightarrow \frac{U'}{U} \propto \frac{L' T'}{L T} \Rightarrow \frac{T'}{T} \propto \sqrt{\alpha} \quad (2)$$

Finally, the horizontal Froude number is conserved:

$$\bullet \quad \frac{U}{NL} = constant \Rightarrow \frac{\Delta\rho'}{\Delta\rho} \propto 1 \quad (3)$$

It corresponds to the ratio of a body's inertial to gravitational forces.

The following simulation, **SimLES**, is an application of this similitude principle for a highly non-linear regime: the breaking ISW case of Part 1 (**Sim4**, section 3.b). **SimLES** is therefore an analogy of **Sim4** with a total depth of 400 meters: $\frac{H_{SimGBR12}}{H_{SimB}} = \frac{L_{SimGBR12}}{L_{SimB}} = \alpha = 2000$. All **SimLES** initialization parameters, calculated according to the similitude principle, are indicated in Table1 (-Fluid- & -topography and forcing-).

Designation	Name	Value or range	
		Large scale SimLES	Laboratory scale Sim4
Fluid			
Total depth	H (m)	400	0.2
Reference density	ρ_0 (kg/m ³)	1029	1029
Upper layer density	ρ_1 (kg/m ³)	1040	1040
Pycnoline depth	h_p (m)	60	0.03
Interface thickness	$\delta\rho$ (cm)	40	0.02
Density jump	$\Delta\rho$ (kg/m ³)	8	8
Pycnoline stratification	$N_p = \sqrt{\frac{g\Delta\rho}{\rho\delta\rho}}$ (s ⁻¹)	$4.4 \cdot 10^{-2}$	1.96
Bottom layer stratification	N_b	1.10^{-5}	1.10^{-3}
Domain length	L (m)	4000	4
Coriolis force	f (rad/s)	0	0
Topography and forcing			
Forcing amplitude	A (m)	66	0.033
Forcing period	T (s)	1068	24
Ridge height	h_o (m)	300	0.15
Strait Shallowest depth	$D=H- h_o$ (m)	100	0.05
Ridge width	λ_r (m)	1000	0.5
Ridge half width	$l = \frac{\lambda_r}{2}$ (m)	500	0.25
Topographic blocking Degree	$B = \frac{h_o}{H - h_p - \frac{\delta\rho}{2}}$	0.94	0.94
Topography angle	$\gamma = \tan^{-1} \frac{h_o}{l}$ (°)	31	31
Theoretical barotropic tidal velocity	$U_o = 2\pi \frac{A}{T}$	0.39	0.009
Maximal theoretical barotropic tidal velocity above the strait	$U_{max} = U_o \frac{H}{H - h_o}$ (m/s)	1.55	0.04

3. From quasi-DNS to Large scale strait simulations

ISWs key parameters							
Theoretical beam angle in the pycnocline		$\theta_{th} = \sin^{-1} \frac{\omega}{N_p}$ (°)		7.7		7.7	
Topography supercriticality		θ_{th}/γ		0.25		0.25	
topographic control parameter	Mode 1	λ_1/λ_r		1.9		1.9	
	Mode 2	λ_2/λ_r		0.5		0.5	
Mode 1 Froude number		$\frac{u_{max}}{c_{1th,H}}$	$\frac{u_{max}}{c_{1th,D}}$	0.8	1.39	0.89	1.38
deep	shallow						
Mode 2 Froude number		$\frac{u_{max}}{c_{2th,H}}$	$\frac{u_{max}}{c_{2th,D}}$	2.8	3.74	3.3	3.76
deep	shallow						
Nonlinearity parameter		$\varepsilon = \frac{Ah_0}{lH}$		0.05		0.05	
Dispersion parameter		$\mu_n = \frac{H}{\lambda_n}$		0.045		0.045	
Reynolds number		$Re = \frac{U_{max}h_0}{\nu}$		$2 \cdot 10^7$		$3 \cdot 10^3$	
Numerical parameters							
Average vertical resolution		dz (m)		7		$1 \cdot 10^{-3}$	
Horizontal resolution		dx (m)		4		$2 \cdot 10^{-3}$	
Sigma level number		N		60		60	
Ratio of non-boussinesq time step to external time step		$\Delta t_{NBO}/\Delta t_e$		2		4	
Ratio of internal time step to external time step		$\Delta t_i/\Delta t_e$		10		100	
Internal time step		Δt_i (s)		$2,03 \cdot 10^{-3}$		$2,17 \cdot 10^{-3}$	
Acoustic wave celerity		C_s (m/s)		130		10	
Bulk viscosity		λ_{bulk}		$1 \cdot 10^2$		$1 \cdot 10^{-2}$	
Multiplicative coefficient of the upstream advection scheme		β		0.015		0.01	
Kinematic viscosity		ν (m ² /s)		$2 \cdot 10^{-5}$		$2 \cdot 10^{-6}$	
Density diffusivity		K_ρ (m ² /s)		$2 \cdot 10^{-7}$		10^{-7}	

TABLE 1 – Comparison of numerical and physical parameters between *SimLES* and *Sim4* (shaded areas show the similarities)

In the literature, lots of different choice of key parameters for the similitude principle exist, each suited to various constraints and purpose. With the present one, our primary objective is to conserve exactly ISWs key dimensionless parameters in a realistic geometric configuration of strait ($H=400$ m, $D=100$ m, $\lambda_r = 1$ km) at the expense, for example, of the tidal period realism ($T=1068$ s). The objective is to study the effect of the scale change in a same ISWs regime and not to reproduce exactly an oceanic situation.

In Mercier *et al.*¹⁶, the similitude principle is quite different; the objective is to reproduce realistically the oceanic situation of Luzon strait at Laboratory scale. They identified 8 governing

dimensionless parameters (table2) and they succeed to conserve most of these key parameters. The aspect ratio ($\frac{h_0}{l}$) and the wave ray slope are increased by a factor 20, preserving the criticality (ε^*) only in the long wave limit. Moreover the Reynolds numbers (Re^*) varies in both experiments. They eventually show that the consistence of the aspect ratio ($\frac{h_0}{l}$) and the criticality (ε^*) have importance for the wave steepening subsequent to the generation process and leading to ISWs.

In the present paper, the 8 governing dimensionless parameters for **Sim4** and **SimLES** (table2) are similar, except for Re^* . So the nature of the ISWs process should be the same in both numerical experiments. This is confirmed by the conservation of all our ISWs key parameters (table1). Indeed, in **SimLES**, key parameters of ISW dynamics are the same as in **Sim4**, characterizing a highly non linear regime ($\varepsilon > 0.018$) with a mode-1 hydraulic control just above the strait ($\frac{U_{max}}{c_{1,D}} > 1$) and selecting, mode 1 vertical mode ($\lambda_1/\lambda_r = 1.9$ & $\lambda_2/\lambda_r = 0.5$). The only dimensionless parameter that it is not consistent is, like already said previously, the Reynolds number Re . It represents the ratio of inertia to viscous forces and it is quite different for these two simulations: $Re_{Sim4} = \frac{U_{max} h_0}{\nu} \approx 3 \cdot 10^3$ and $Re_{SimLES} \approx 2 \cdot 10^7$. The possible impact of this change is discussed later.

In addition to physical and geometrical parameters which have been adapted thanks to the similitude principle, some numerical parameters must be adapted too (table1-numerical parameters). Indeed the vertical (dz) and horizontal resolution (dx) is not millimetric but of the order of 4 meters. So the values of the kinematic viscosity (ν) and of the density diffusivity (K_p) must be adapted and superior to molecular values (table1-numerical parameters-). This change can have impact on turbulence and instabilities dynamics. So the values have been chosen to reproduce as closely as possible, in **SimLES**, the breaking phenomenon observed in **Sim4**. All with the idea in mind that the objective is to model explicitly internal wave mixing processes. Therefore, the dissipation parameters are calibrated to the lowest possible level, while ensuring the model stability.

3. From quasi-DNS to Large scale strait simulations

The 8 governing dimensionless parameters of Mercier et al. ¹⁶		Name	Value or range	
			Large scale SimLES	Laboratory scale Sim4
Ratio of the pycnocline depth		$h^* = \frac{h_\rho}{H}$	0.15	0.15
Ratio of the topographic height		$\delta^* = \frac{h_o}{H}$	0.75	0.75
Aspect ratio of the topographic features		$\frac{h_o}{\lambda_r}$	0.3	0.3
Reynolds number		$Re^* = \frac{U_o \lambda_r}{\nu}$	$2 \cdot 10^7$	$2.3 \cdot 10^3$
Rossby Number		$Ro^* = \frac{U_o}{f \lambda_r}$	0	0
Ratio of the pycnocline and the bottom layer stratification		$N^* = \frac{N_\rho}{N_b}$	$4 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$
Criticality		$\varepsilon^* = \frac{\nabla h}{\sqrt{(\omega^2 - f^2)/(N_\rho^2 - \omega^2)}}$	4.45	4.45
Wave non linearity parameter	Tidal excursion	$A^* = \frac{U_o}{\omega \lambda_r} = \frac{A}{\lambda_r}$	0.066	0.066
	Long number	$Lo^* = \frac{U_o}{N_\rho h_o}$	0.03	0.031
	Froude number	$Fr_n^* = \frac{U_o}{c_n}$	0.2 0.7	0.22 0.83

TABLE 2 – The 8 governing dimensionless parameters of Mercier et al.¹⁶ calculated for **SimLES** and **Sim4** configurations (shaded areas show the similarities)

In order to obtain such a setting, a sensibility study on mixing parameters has been performed. Some parameters do not have a significant impact on the ISWs dynamics like the bulk viscosity. Simulations are performed using a fully compressible algorithm so bulk-compressibility is explicitly simulated and pseudo-acoustic waves can propagate. The bulk viscosity is used to dissipate these acoustic waves and consequently have been shown not to have a significant impact on slow dynamics. In **SimLES**, the bulk viscosity is multiplied by four (table 1-Numerical parameters) and shows no major impact on ISWs dynamic. By contrast, the kinematic viscosity, the density diffusivity and the upstream advection scheme, used to deal with strong velocity gradient, have an impact on internal wave dynamics and must be adapted. Thus, in **SimLES**, since the resolution is lower than in the direct numerical simulation of **Sim4**, the dissipation must be slightly stronger. However, these parameters are calibrated to the lowest possible level to reduce dissipation at best (table 1-Numerical parameters).

Figure 1 and 2 (a) represent the vertical isopycnal displacement, in space and time, for $\delta \rho = 12 \text{ kg/m}^3$ located at the top of the pycnocline respectively in **Sim4** and **SimLES**. At $t=0$, the strait is located at $x_0 = 2052 \text{ m}$ in **SimLES** and at $x_0 = 1.54 \text{ m}$ in **Sim4**. Black and white bold contour lines

correspond to “shallow water” mode 1-froude number of one and minus one. Figure 1 and 2 (b) represent a vertical section of the pycnocline after one period ($t \approx 1T$), when the kinematic instability is reached ($U > c_{1,D}$) and the hydraulic jump breaks above the strait in **Sim4** and **SimLES**. Finally Figure 1 and 2 (c) indicate time evolution of fluid velocity at the shallowest strait depth and dashed lines represent two values of mode 1 celerity: $c_{1,H}$ and $c_{1,D}$ in **Sim4** and **SimLES**.

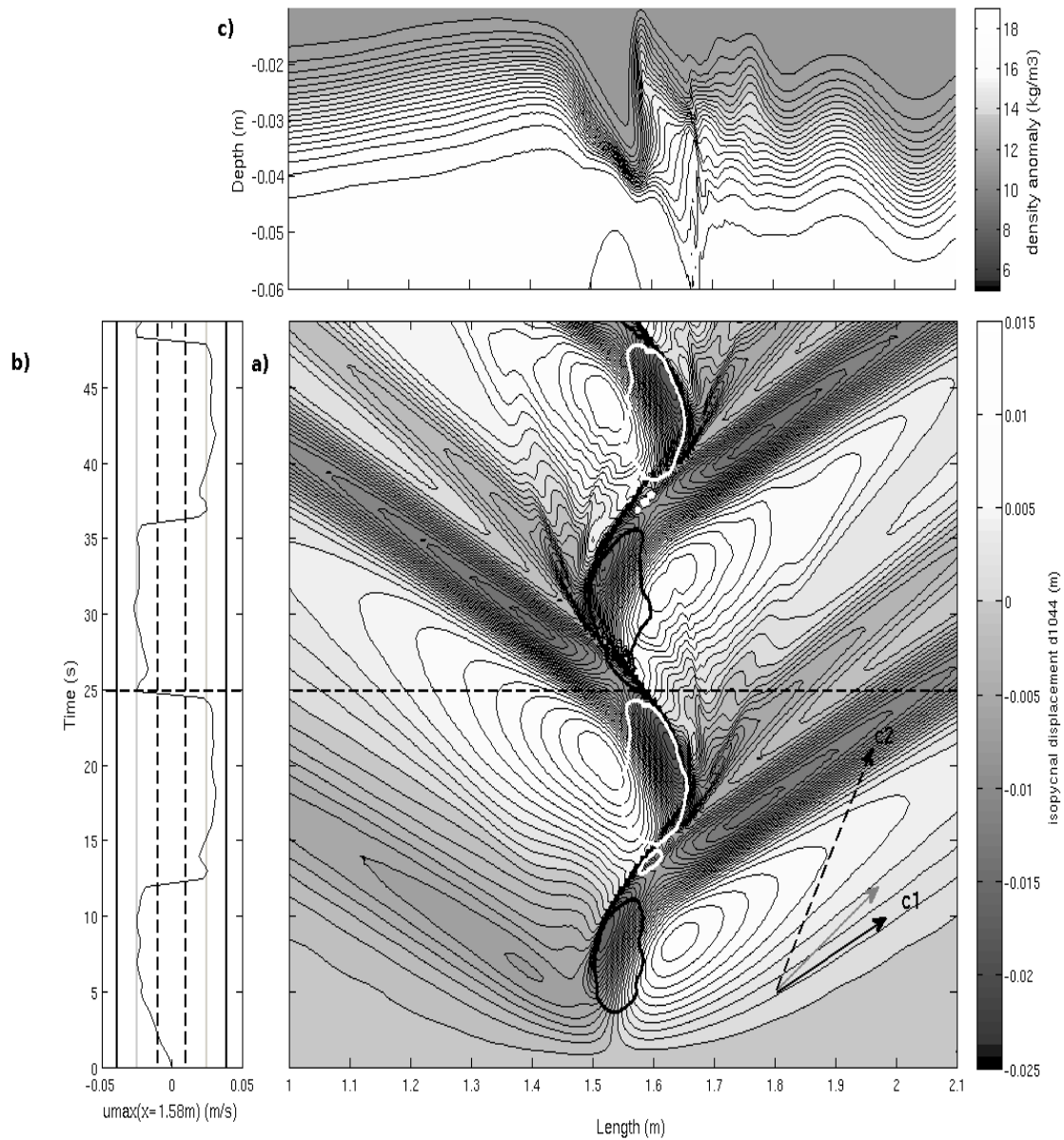


FIGURE 1 –

a) Space-time diagram of the isopycnal displacement d_{1044} for $\rho=1044$ kg/m³ (located at the top of the pycnocline) in **Sim4**. Black arrows indicate the speed of the two fastest normal modes calculated with modal decomposition method in deep water ($c_{1,H}= 0.039$ m/s, $c_{2,H}= 0.01$ m/s) and the grey arrows to the speed of the first mode in shallow water ($c_{1,D}= 0.025$ m/s) . Black and white contour lines locate hydraulic control of the first vertical mode in shallow water.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located just above the ridge; vertical lines: (dashed) mode 2 celerity, (plain bold) $c_{1,H}$, (plain gray) $c_{1,D}$, horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the pycnocline at $t=24,92$ s $\approx 1T$

3. From quasi-DNS to Large scale strait simulations

In figure 2, ISWs dynamic is very similar to **Sim4** dynamic (figure1): mode 2 and mode 1 are generated on each side of the strait only one period out of two due to hydraulic control and mode 1 disintegrates in periodic trains of two solitons. Modes 2 dissipate rapidly away from the strait. At each half-tidal period, hydraulic jump breaks above the strait and leads to strong local mixing.

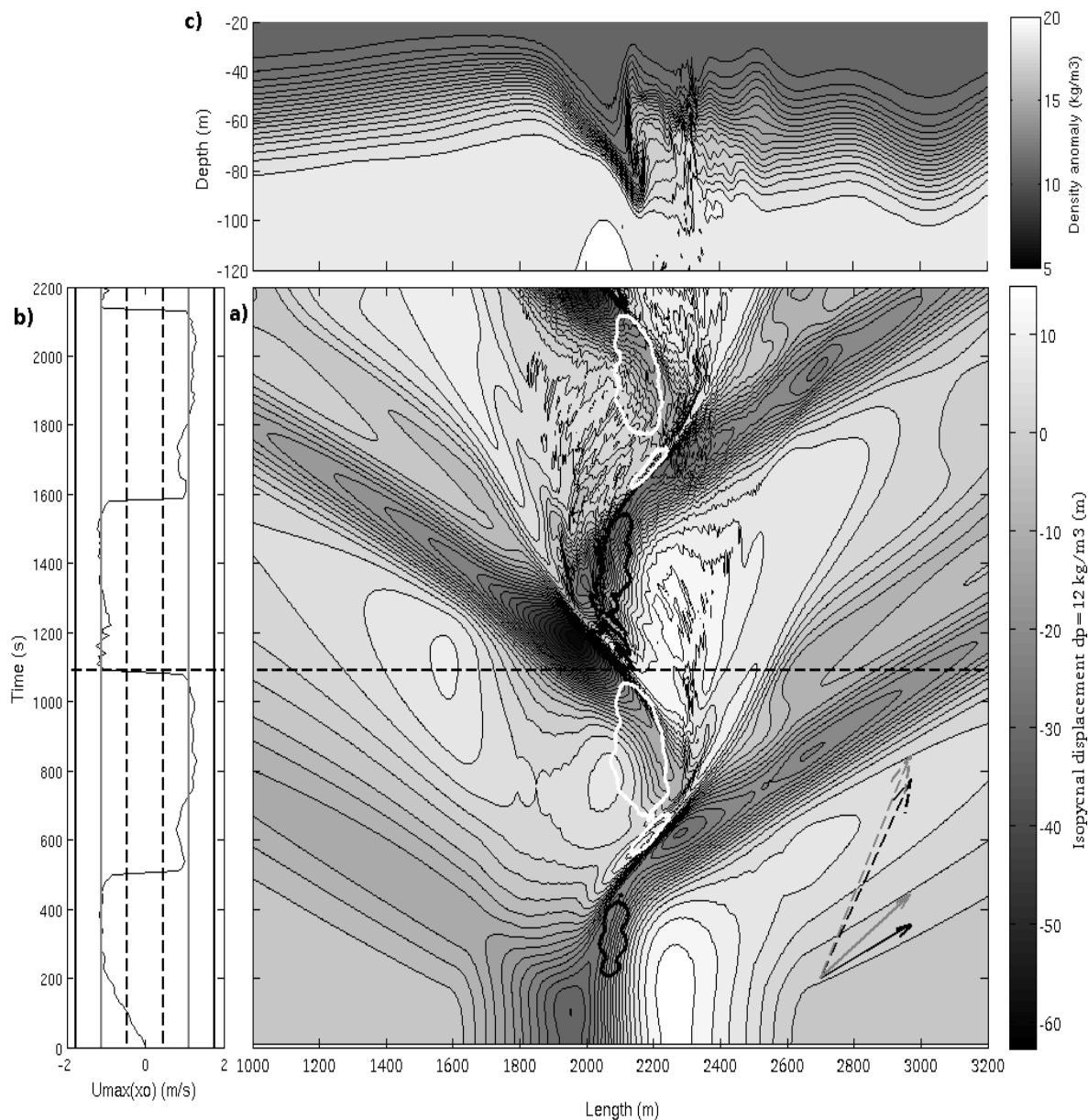


FIGURE 2–

a) Space-time diagram of the vertical isopycnal displacement for $\delta \rho = 12 \text{ kg/m}^3$ (located at the top of the pycnocline) in **SimLES**. Arrows indicate the speed of the first two normal modes (plain lines for the first and dashed lines for the second one) calculated with the modal decomposition method in deep water (black lines): $c_{1,H} = 1.76 \text{ m/s}$, $c_{2,H} = 0.47 \text{ m/s}$ and above the strait (grey lines): $c_{1,D} = 1.11 \text{ m/s}$, $c_{2,D} = 0.42 \text{ m/s}$. White and black contour lines locate "shallow water" mode 1 Froude number of minus one and one. Horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located just above the ridge (at x_0); vertical lines: (dashed) mode 2 celerity, (plain bold) $c_{1,H}$, (plain gray) $c_{1,D}$, horizontal bold dashed line locate temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the pycnocline at $t \approx 1T = 18 \text{ min } 9\text{s}$

There are also some differences. At $t \approx 17$, the breaking event is not exactly at the same stage of development in both simulations (figure 1-2-c). Moreover, the diapycnal mixing is globally more visible on Figure 2-a-c than on figure 1-a-c. There are two possible explanations. This can be due to the scale change or to the change in mixing parameterizations related to the scale change. Indeed, the Reynolds number is quite different for these two simulations ($Re_{Sim4} \approx 3 \cdot 10^3$, $Re_{SimLES} \approx 2 \cdot 10^7$). Both values characterize turbulent regime where instabilities can developed. However, for large-scale simulation, the Reynolds number is much greater, inducing the need to represent a broader range of turbulent scales. Indeed, a flow with a higher Reynolds number contains a broader range of eddies. The energy cascade, in which energy is transferred to successively smaller and smaller eddies, continues until the Reynolds number is sufficiently small that the eddy motion is stable, and molecular viscosity is effective. Moreover, some studies (Geyer *et al.*¹⁷) show that the mixing induced by shear instabilities at high Reynolds number does not primarily occur by overturning in the cores but results more from secondary shear instabilities within the zones of intensified shear separating the cores. So, if the process is a little bit different at moderate and high Reynolds number, the mixing induced by this kind of instabilities can be different too. Moreover, the noise is more intense, above the strait, on figure 2-a than on figure 1-a. This can be related to this energy cascade inducing a possible stronger diapycnal mixing above the strait at large scale or to our isopycnal tracking method which induces some small errors on the isopycnal displacement.

In conclusion, our laboratory scale strait regimes are clearly reproducible in large strait cases. Moreover, the ISWs key parameters identified in part 1 are still good indicator of the dynamics at large scale: hydraulic control, non-linearity, internal solitary wave formation, vertical mode generation, overturning event... There are some differences related to the scale change, larger scale induces higher Reynolds number so flow with a broader range of eddies. Direct numerical simulations presented in part 1 can be very helpful to adjust mixing parameters in large eddy simulations presented in the present paper.

4. Georges bank

Georges Bank is a reference oceanic example where mode-2 internal waves and mode-1 ISWs are generated primarily by tides. According to the slope supercriticality definition of Part 1 (section 1.c.i)), the topography of George Bank is supercritical ($\theta_\rho < \gamma$) and high modes can have significant amplitudes in this area. Moreover, previous studies have shown that internal tidal behavior is characterized by tidal advection that is significantly faster than internal wave propagation speeds on the bank (supercritical flow). Therefore, Georges Bank can be compared to supercritical topography and supercritical flow regimes of Part 1. Nevertheless, there are some differences: Georges Bank is a large scale oceanic case so the Coriolis force must be taken into account. Moreover the topography shape is quite different: bank topography is asymmetric unlike strait idealized topography.

A configuration correspondent to Lamb's idealized representation of George Bank (Lamb⁶) has been simulated with the non-hydrostatic version of SNH (Auclair *et al.*¹²). This algorithm provides

very similar dynamics to the non-hydrostatics experiments by Lamb, confirming the dynamics of the non-linear waves found in this study and corroborating also available observations (Auclair *et al.*¹²). This dynamic is summarized in figure 3.

A large depression formed by the off-bank tidal flow separated into two mode-1 depression propagating respectively, on and off-bank (A_1 & C_1). A mode-2 internal wave (B_1) follows the mode-1 depression on the bank (Fig. 5-a¹²). When the flow reverses, the mode-2 wave is advected back to the bank edge and latter disappears into the large depression formed over the bank edge. It finally merges with the following on-bank propagating mode-1 (A_2), formed during the second tidal period (Fig. 5-b¹²). So, mode 2 and mode-1 ISWs seem to exchange energy. Mode-1 depressions are large enough for nonlinearities to steepen them, they disperse into undular bore. Overtuning occurs near the bottom over the bank edge. So George's Bank regime could dynamically look like the breaking ISW case studied previously (Part 1, 3-ii).

Nevertheless, there are also some differences with this case, mode-2 waves don't seem to propagate off-bank. The asymmetry of the topography may lead to an inhomogeneous energy flux distribution between on and off-bank. The hydraulic jump occurs only once per tidal period, in this case. Moreover the mode-1 hydraulic control area is more extended; the fluid supercriticalities are intended to be equal in magnitude all over the bank in such a way that mode-1 can be submitted to hydraulic control several times during its propagation above the bank and may even be advected back by the tidal current. Lastly, mode-2 propagating above the bank, in this configuration, are undisturbed by topography change. This has an effect on mode-2 stability or dissipation and mode 2, finally, merges with mode-1 depressions.

There is a hydraulic control of mode-1 in shallow water so above the bank edge: $F_{1,sh} > 1$ and a mode-2 hydraulic control in shallow and deep water $F_{2,sh} > 1$ and $F_{2,deep} > 1$ (L94, table 1). The non-linearity parameter, $\varepsilon = 0.4$, is characteristic of ISWs formation and overturning event. To determinate, the topographic control on vertical mode generation, we first globally estimate the length scale of the topographic variations: $l \approx 14$ km (c.f. Fig. 2⁶ & dashed lines on Fig. 3). It should be noted that, the topographic control mechanism could be altered by the bank shape quite different from the sinus shape of Part 1 idealized case. However, in a first time, the same topographic selection criterion is tested. The first and second mode wavelengths are calculated numerically in shallow (above the bank edge) and deep water with the modal decomposition method¹⁸ (c.f. Part 1-section 1.c.i) : $\lambda_{1,SH} = 14.6$ km, $\lambda_{2,SH} = 6.4$ km ; $\lambda_{1,D} = 20$ km, $\lambda_{2,D} = 9.3$ km. The topographic selection criterion ($\lambda_r \approx 2l = 28$ km) of first and second mode, in shallow and deep water, ($\frac{\lambda_{1,SH}}{\lambda_r} = 0.5$, $\frac{\lambda_{2,SH}}{\lambda_r} = 0.2$, $\frac{\lambda_{1,D}}{\lambda_r} = 0.7$, $\frac{\lambda_{2,D}}{\lambda_r} = 0.3$) indicate any preferential selection to either mode 1 or 2. This result is not consistent with the observed and simulated internal waves dynamic. Thus, the topographic selection criterion must be adapted to bank edge cases. Indeed, the on-bank internal waves are generated when the hydraulic jump is released. Yet the hydraulic jump is located just at the top of the bank (HJ on Fig. 3), thus these waves do not propagate above a varying topography.

On-bank modes 2 have significant amplitude because the hydraulic jump is formed above a supercritical slope; there is no secondary topography selection mechanism after the release of the hydraulic jump. Off-bank internal waves are generated above the slope where the strongest forcing of the internal wave is expected. To calculate this position, Lamb used a non-dimensional parameter which is the ratio of the tidal excursion distance to the horizontal topographic length scale. The location of its peak value (about 0.55) is at $x=3$ km (c.f. Fig 2⁶, L_M/L_T), so the off-bank internal wave must propagate approximately 10 km above a varying topography (Fig. 3, $l \approx 10$ km). Taking this new and more accurate value as length scale of the topographic variations for off-bank waves, the topographic selection criterion ($\lambda_r \approx 2l=20$ km), for deep water, indicate a preferential selection for mode 1 : $\frac{\lambda_{1,D}}{\lambda_r} = 1$, $\frac{\lambda_{2,D}}{\lambda_r} = 0.5$. This result is consistent with the absence of mode 2 propagating off-bank and the disintegration of mode 1 into solitary wave train in deep water (c.f. Part 1. 3-c). A off-bank mode 1 topographic selection criterion superior or equal to one ($\frac{\lambda_{1,D}}{\lambda_r} \geq 1$) mean that from a physical standpoint, it propagates downslope when the tidal current is downstream and when the tidal current reverse ($\Delta t_l \geq T/2$), it is out the varying topography area (distance travelled $\geq l \Leftrightarrow c_1(T/2) \geq l \Leftrightarrow \lambda_1 \geq 2l$). In this way, its amplitude is amplified by energy exchange with tidal current when it is propagating above the varying topography. Nevertheless, the time that off-bank mode 1 takes to travel this 10 km above the slope, Δt_l is slightly shifted by mode 1 celerity variation above the slope ($\Delta c_1 = c_{1,SH} - c_{1,D} = -0.11$ m/s) and by the effect of the tidal advection ($U_{mean,sh}=0.59$ m/s, $U_{mean,D}=0.15$ m/s). In a supercritical regime, the slow down caused by variation of the topography (0.11 m/s) is largely offset by the acceleration related to the tidal advection (+0.15-0.59 m/s). So the topographic selection criteria, which don't take into account these two effects, stay a good lower limit. In conclusion, ISWs non-dimensional parameters are still helpful to characterized ISWs dynamics in other area than straits (bank, ridge ...).

To conclude, Georges Bank is dynamically close to the ISW breaking case (section1) with some noticeable differences due mostly to its asymmetrical topography. When the hydraulic jump is released, at the end of the off-bank tidal flow period, modes 2 are generated only above the edge bank, in the flow direction. Thus, the asymmetry of the topography results in an inhomogeneous energy flux distribution between on and off-bank vertical mode. Moreover, when a mode 1 catches up a mode 2, above the bank, they merged. Even if energy exchange and interaction between vertical modes was assumed in strait regime of Part 1, such merging was not directly observed. This can be related to the specific topography shape of GB and the related more extended hydraulic control area above the bank or maybe to the pycnocline position above the topography. Indeed, Carr *et al*¹⁹, found that offsetting the pycnocline in the vertical direction does significantly affect mode-2 internal solitary-like wave's stability. Knowing that, the pycnocline position above George's Bank is more close to the surface than in strait regime of Part 1.

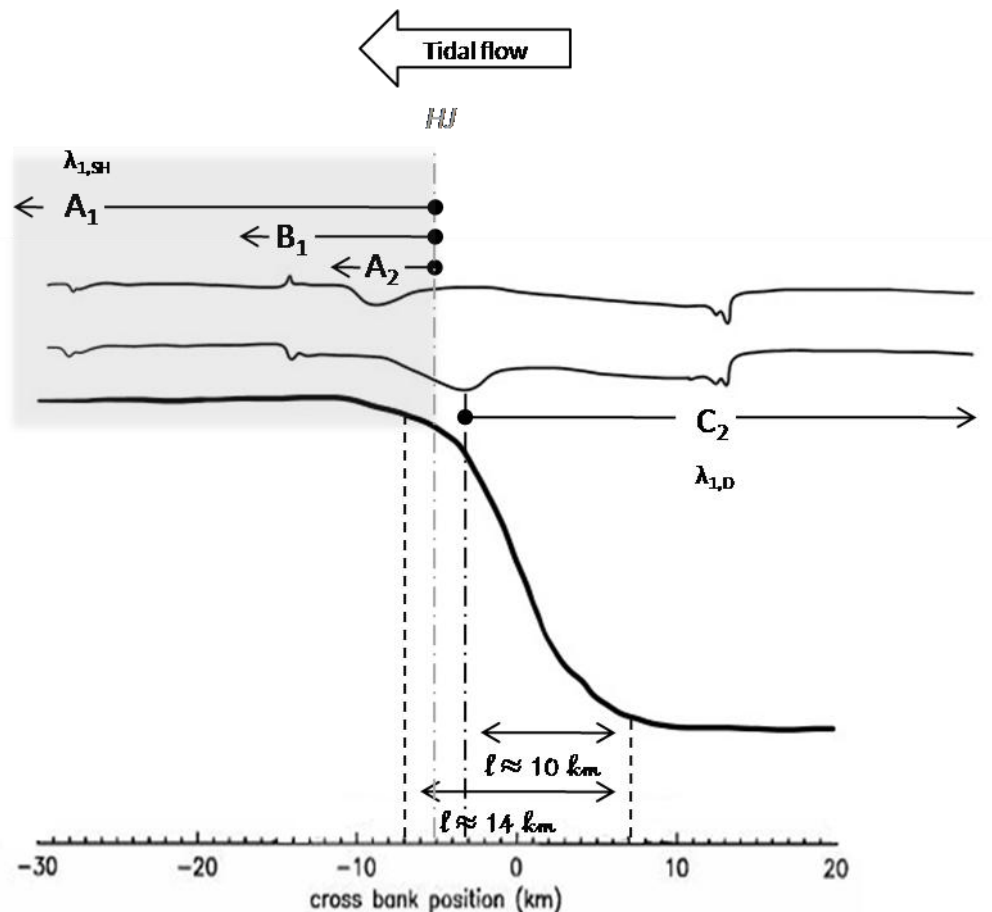


FIGURE 3 - Schematic of internal wave dynamic above Georges Bank

A1: on-bank mode 1 ISW train generated during the first tidal period;

B1: on-bank mode 2 generated during the first tidal period;

A2: on-bank mode 1 generated during the second tidal period;

C2: on-bank mode 1 ISW train during the second tidal period

HJ & grey dashed-dotted line: hydraulic jump position when the tidal current is in the opposite direction; shaded area: mode 1 hydraulic control area;

Black dashed lines: approximate boundaries of the varying topography;

Black dashed-dotted line: position of the maximal value of the ratio of the tidal excursion distance to the horizontal topographic length scale.

Plain circle: generation area of each wave; arrows: propagation path of each wave.

5. Gibraltar strait

The strait of Gibraltar is a reference area in large amplitude ISW generation and particularly vertical mode 1 ISW hydraulic control dynamics. There is several potential source of ISW generation, at each sill (Espartel (ES), Camarinal (CS)), and several locations of hydraulic control (Sannino *et al.*¹⁰). This complex topography involves other secondary generation mechanism due to interaction between mode-1 ISW and topographic obstacle. Moreover, the resonating phenomenon may be altered by the secondary topography sills as observed in the South China Sea (Vlasenko *et al.*²⁰). Lastly, vertical stratification profiles are different on each side of the strait. Therefore, at Gibraltar strait, ISWs and hydraulic control dynamics are very similar to some idealized strait regime of Part1

even if environmental conditions are more complex. ISWs key non dimensional parameters can be calculated above Camarinal and Espartel sill and give some insight about Gibraltar strait regime.

5.1. Numerical Configuration

To illustrate this ISWs regime, a large eddy simulation, **SimGBRO**, of a Gibraltar configuration, has been carried out using SNH model. A 2D version of the model in a vertical plane is used, with cyclic condition in the transversal direction. The Coriolis frequency, f , is set to $8.55 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. The depth data were obtained from topographic data set of the Strait of Gibraltar (figure 4) provided from the British Oceanographic Data Centre (GEBCO One Minute Grid) and a Gaussian interpolation has been made along the transect A (figure 4).

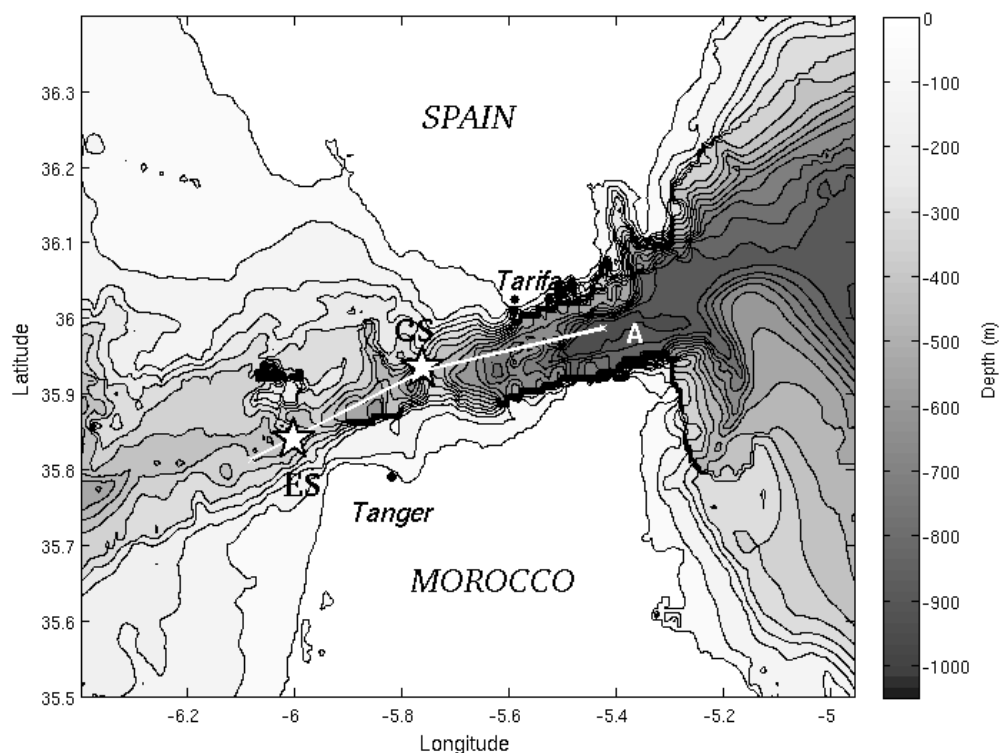


FIGURE 4 – Bathymetry of the strait of Gibraltar, location of the transect A used in **SimGBRO** and location of Camarinal Sill (CS), Espartel Sill (ES)

The resulting model topography is illustrated on figure 5. Here the dominant topographic features of the strait are clearly recognizable (from west to east): Espartel sill (ES); Tangier basin; Camarinal sill (CS), with the minimum depth of 269 m, and Tarifa Narrows. The vertical model grid is based on 20 sigma levels and an horizontal resolution is of 150 meters. Hence the vertical resolution is much higher above Camarinal sill (~13m) than in the eastern (17m) and western ends (45m). The transect A has been chosen to fit, approximately, the ship trajectory of the Gibraltar Experiment, carried out during April 1986 (Farmer and Armi²¹) in order to compare the **SimGBRO** output to in situ data. The goal is to study one of the possible regimes of the strait of Gibraltar and not necessarily to

reproduce exactly all the dynamics and variability. For examples, tidal velocities have a strong variability above CS ranging from 1 m/s during neap tides ($F_1 \in [1.1 \ 1.75]$) to 1.8 m/s during spring tides ($F_1 > 1.75$) (Sanchez-Garrido¹¹), resulting in different set of regimes. Wind and surface fluxes are not included in our simulation. The long-term objective, is not to reproduce the entire turbulent cascade ($dx=200m$) but to be able, from this kind of simulation, to characterize the mixing due to internal wave dynamics. This simulation is based on the Gibraltar configuration of Sannino *et al.*²², in particular, the forcing set up.

5.1.1. Lock exchange initialization and Coriolis effect

The model is started from rest; it is driven only by an initial density difference without any other forcing known as lock-exchange initial condition. To do this, following Sannino *et al.*²², we have filled the model with two water masses, horizontally uniform and vertically stratified (c. f. fig.5²²), separated by an imaginary lock above CS that is removed at the initial time. During this spin-up phase of 3 days (figure 5), Atlantic and Mediterranean waters spread outward, in opposite direction and in geostrophic adjustment. The first internal Rossby radius (R) within the Strait, is around 14 km. It was calculated using $R = \frac{\sqrt{g'h_e}}{f}$ (LeBlond and Mysak²³), where g' is the reduced gravity, f is the Coriolis parameter corresponding to 35.9°N, and h_e is the equivalent depth defined as $h_e = \frac{h_1 h_2}{(h_1 + h_2)}$, where h_1 and h_2 are the thicknesses of the surface Atlantic inflow and of the deep Mediterranean outflow, respectively. Two superimposed density currents forms at $t=0$ and propagate, with a frontal speed of 1.3 m.s⁻¹ for the Atlantic waters and 1.2 m.s⁻¹ for Mediterranean waters at $t=3$ hours. These values are higher than in Sannino's configuration (0.57 m.s⁻¹ and 0.69 m.s⁻¹ respectively), this can be due to the dissipation parameterization. After 4 hours, both frontal speeds begin to decrease, the Mediterranean density current has travelled 16.5 km and the Atlantic surface current 17 km so the density currents start to feel the effects of the Coriolis force. The pycnocline slope ($\alpha = \frac{dh}{dx} \sim 6.7 \cdot 10^{-3}$) along the strait and the emergence in the surface layer of a transversal jet flow ($v_{min} = -1.5 \text{ m.s}^{-1}$) above Tarifa Narrows are the result of this geostrophic equilibrium. In other words, the influence of rotation on stratified shear flow result, in our model, in isopycnal slopes, related directly to the flow speeds and density gradients: $v = \frac{g'dh}{fdx} = \frac{g'\Delta H}{fR} \approx 1.5 \text{ m/s}$.

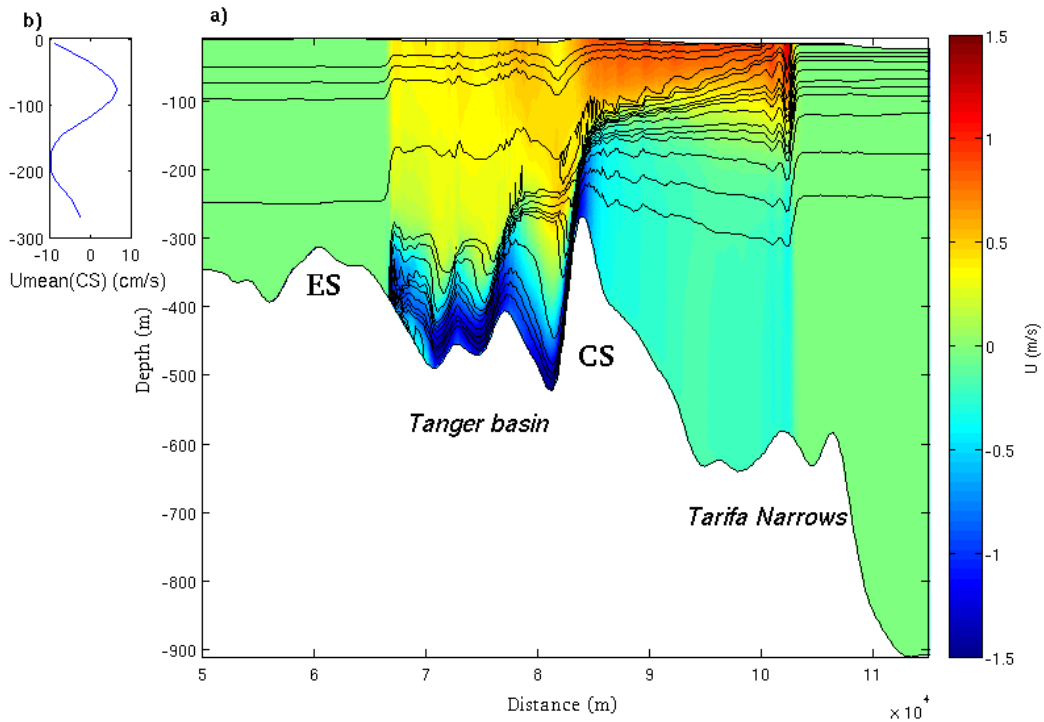


FIGURE 5 –

a) Vertical section of the pycnocline at $t=4h$ during the spin-up phase (no tidal forcing) and model bathymetry in **SimGBRO**, location of Camarinal Sill (CS), Espartel Sill (ES). Color bar represents horizontal velocity output highlighting gravity currents and fronts induced by the lock exchange initialization.

b) Mean currents above CS associated to the lock exchange initialization and calculated over a six days period after the spin-up phase.

5.1.2. Tidal Forcing

After this spin-up phase ($\Delta t=3\text{days}$), the model is forced at the open boundaries through the specification of the barotropic tidal current. Tsimplis²⁴ has found that 75% of the current variability in the strait is due to semidiurnal tide, so we have limited our modeling study to the semidiurnal component, forcing the model with only the M2 tide. A monochromatic barotropic tidal wave is forced at the eastern boundary with a period $T=12.4\text{ h}$ (M2) and an amplitude corresponding to a volume flux of $86\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. This induces a maximum tidal current of about 41 cm/s at the eastern boundary and 107 cm/s over CS (Fig. 5-b)), corresponding approximately to the maximum tidal velocity amplitude at this location during neap tidal cycle and to a local maximal froude number of 1.1. Hence, **SimGBRO** can be classified as a configuration of “moderate forcing” representing a neap tidal cycle. Given the spatial variability of the stratification profile and bathymetry, vertical mode celerity used in Froude number calculation, are computed with the modal decomposition method (c.f. Part 1-section 1.c.i), at each point along transect A, at each step time of one ebb tidal period and is temporally averaged over this period. Ebb tide refers to westward tidal current and negative value of horizontal velocity and flood tide to eastward current.

5.2. Comparison with Gibraltar Experiment data

Acoustic images and CTD sections show the surface Atlantic layer entering the Alboran Sea with the interface intersecting the surface at some point between Tarifa and Gibraltar (c.f. Fig. 11²¹). This phenomenon is associated with a frequently observed surface slick. Moreover, the CTD sections confirm an isopycnal slope along the strait less pronounced than in **SimGBRO** but in the same order of magnitude ($\alpha = \frac{dh}{dx} \sim 3 \cdot 10^{-3}$, c.f. Fig. 4⁸). In **SimGBRO**, the frontal zone, created by the surface Atlantic layer, is located approximately between Tarifa and Gibraltar (20 km from Camarinal Sill) so in good correlation with this observation and in the range of the Rossby radius (14km). Nevertheless, in **SimGBRO**, no 3D features of the strait of Gibraltar can be represented, particularly transverse isopycnal slopes across the strait and the channel and its contraction effect on the dynamics.

The mooring above Camarinal sill, during the Gibraltar Experiment, recorded current profiles (c.f. Fig. 7.6⁸) with maximum amplitude of -1 m/s during neap tides and -1.83 m/s in the surface layer, -1.67 m/s at the deepest current meter during spring tides. The authors observed that Mediterranean water reverses during the spring inflow but not during the neap inflow. Maximal tidal amplitude, in **SimGBRO**, corresponds to neap tidal cycles, nevertheless Mediterranean waters reverse: in the bottom layers tidal current amplitudes are between -1.1 m/s and +0.8 m/s. This difference is due to an underestimate of the mean current amplitude above CS created artificially by the lock-exchange. During another measurement series conducted in January 97 to estimate the transports through the strait of Gibraltar, ADCP current above CS indicate a mean Atlantic inflow speed of about 23 cm/s above 90 m and the water outflows reach approximately 65 cm/s below 230 m. Therefore, in **SimGBRO**, the vertical structure of the mean currents is well represented; particularly the two-layer character of the flow but its velocity amplitude is underestimated (figure 5).

It should be underlined that, mode 2 bore have been recorded above TN during Gibraltar Experiment (c.f. Fig 12.6 p97⁸). Moreover mode 2 internal waves have also been observed above CS and propagating eastward during the GIMIX project (Vazquez *et al.*²⁵). Therefore, observational data revealed the presence of, at least, two types of tidal internal waves generated over Camarinal Sill (CS): mode 1 solitary waves and mode 2 bore.

5.3. Internal waves dynamics

Figure 6-a represent internal wave propagation along the isopycne 1028 kg/m³ during two tidal periods and above the transect A. Figure 6-b show the evolution of the tidal flow associated, just above (plain lines) and upstream (dashed lines) of CS. The figures 5-c-d represent density vertical sections of **SimGBRO** during a ebb tide and the following flood tide respectively.

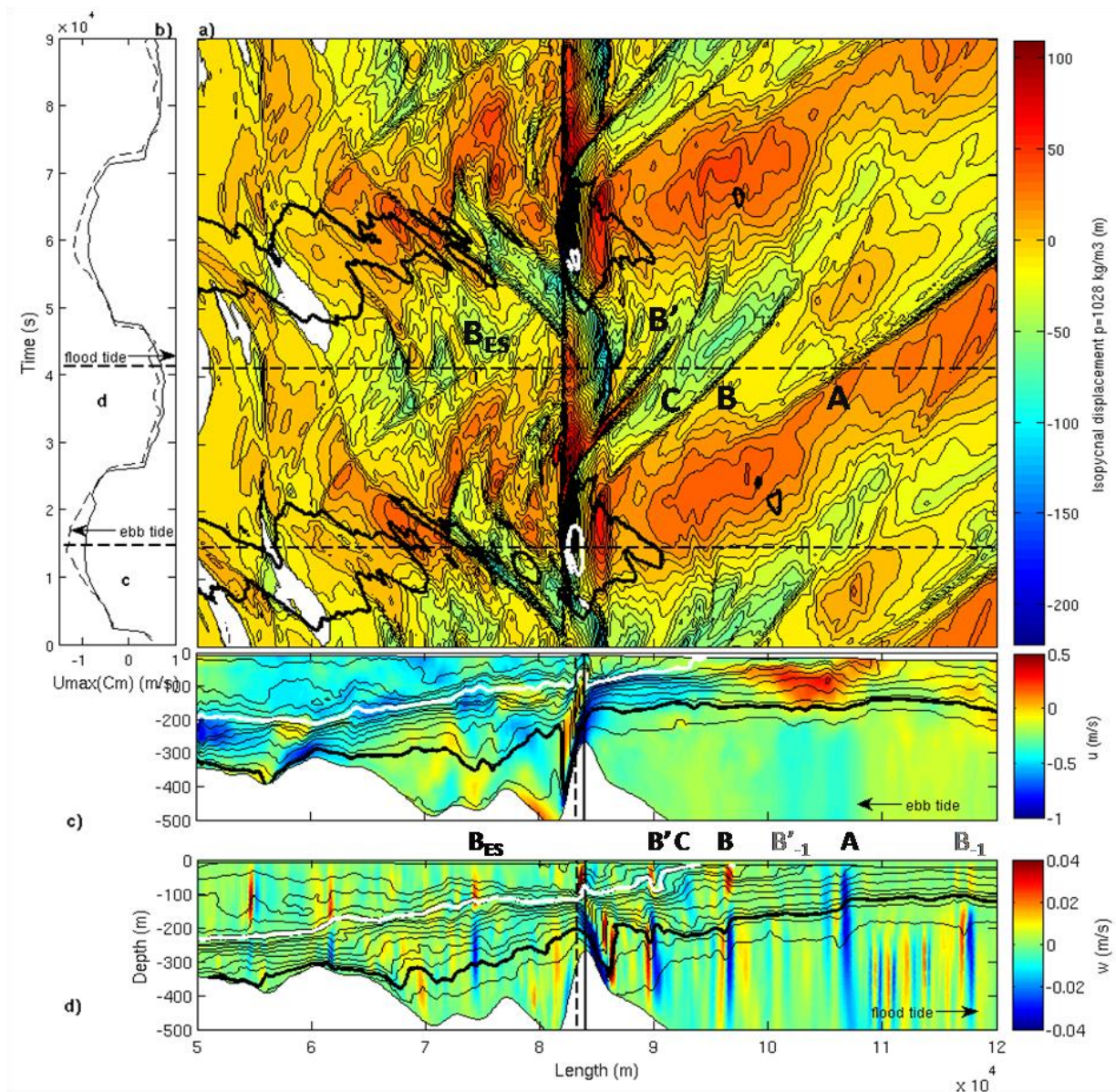


FIGURE 6-

a) Space-time diagram of the isopycnal displacement for $\rho=1028 \text{ kg/m}^3$, located at the bottom of the pycnocline—indicated by black bold-solid line on c) and d) in *SimGBRO*. White and black bold contour lines give the location of the hydraulic control of the first and second vertical mode respectively. Horizontal bold dashed line locates temporally vertical sections(c-d) of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located above CS (plain line) and upstream of CS (dashed line.) horizontal bold dashed lines locate temporally vertical sections of the pycnocline.

c) Vertical section of the density at $t \approx 4\text{h}05\text{mn}$ ($1.47.10^4 \text{ s}$ after the spin-up phase) during a ebb tide. The color bar represents horizontal velocity (m/s). Bold black contour locates the isopycnal surface used for the space-time diagram a) and white contour represent the separation between Atlantic and Mediterranean waters. Vertical dashed and plain lines locate spatial position of the fluid maximum velocity plotted in b).

d) Vertical section of the density at $t \approx 11\text{h}27\text{mn}$ ($4.12.10^4 \text{ s}$ after the spin-up phase) during a flood tide. The color bar represents vertical velocity (m/s). Bold black contour locates the isopycnal surface used for the space-time diagram a) and white contour represent the separation between Atlantic and Mediterranean waters. Vertical dashed and plain lines locate spatial position of the fluid maximum velocity plotted in b).

5.3.1. Ebb tide

During the ebb tide, two hydraulic jumps (or bores) are formed, one upstream of CS (200 m) and another one of smaller amplitude upstream of ES (50 m), just where the barotropic flow undergoes a strong spatial acceleration ($u < -0.5$ m/s) (Figure 6-c). For this moderate regime, the first-mode bore is controlled only above CS (white contour on Figure 6-a) but there are two hydraulic control areas for the second mode (black contour): above CS and ES. The bore upstream of CS remain trapped by the flow, progressively growing in amplitude until the background current slackens (around $2.6 \cdot 10^4$ s) and it finally disintegrates into a series of baroclinic higher mode internal waves (B-C-B'-Figure 6-d) and a mode 1 solitary wave (A) propagating eastward along the strait. The bore travels through a rapidly changing field of stratification, as the surface layer becomes thinner and accelerates towards the east, so its structure change during its propagation. Besides, the time varying tidal current is superimposed to this changing structure so the structure and celerity of internal wave vary considerably over time and space: $\Delta c_1 \approx 0.58$ m/s, $\Delta c_2 \approx 0.25$ m/s. Moreover, the stratification change may have impacts on the dynamics, resulting in reflection or energy redistribution.

5.3.2. Flood tide

During the flood tide, a mode 1 generated around CS (A) disintegrates into a series of solitary waves propagating above Tarifa Narrows and in the Alboran Sea (Figure 6- d). In this moderate regime, these mode 1 solitary waves (A) reach maximum amplitude of 50-60m. During the Gibraltar Experiment, mode 1 internal bore with maximum amplitude of 100 meters have been recorded above TN. Nevertheless, neap tides generate mode 1 internal bore smaller than those generated during spring tides so this amplitude difference between **SimGBRO** output and Gibraltar Experiment data is expected. Moreover, mode 1 signature is very weak near CS (between $x(\text{CS})=8.4$ km and 9.6 km) on Figure 6-a. Higher internal modes are propagating eastward above TN ([B],[C],[B'], Figure 6-d-a), behind the mode 1 solitary waves [A]. The celerity, the density and velocity vertical profile of internal mode indicated by [B] and [B'] are associated to large amplitude mode 2 internal waves. The mode 2 internal wave [B] degenerates in a mode 2 ISW. The internal wave [C] is associated to a higher vertical mode internal wave (mode 3 or mode 4) more difficult to identify clearly due to its much weaker intensity. Internal mode celerities are visible on Figure 6-a. During flood tides (from $2,6 \cdot 10^4$ s to $4,7 \cdot 10^4$ s on Figure 6-b), they are accelerating because they are advected by tidal current. When the flow reverses (from $4,7 \cdot 10^4$ s to $7,2 \cdot 10^4$ s), they slow down ([A],[B]), or stop propagating ([C],[B']) when they cross a hydraulic control area (black contour for mode 2). On the vertical section GBRd, modes 2 emitted during the previous tidal period are also visible ([B₋₁] at $x_1=117$ km and [B'₋₁] at $x_2=101$ km), their amplitude and intensity are however much weaker.

A singular value decomposition (SVD) analysis on the vertical velocity field is used to identify the dominant vertical modes (appendix 1). Figure 7 represents time series (b) and vertical spatial patterns (a) associated to first two EOF modes. Two SVD analysis at different locations in space are presented: the first location is close to the generation area of CS ($x_1=9$ km-plain lines) where modes 2 ([B] and [B']) have large amplitude, the other one is after TN over flat bathymetry ($x_2=11.4$ km)

where the mode 1 ISW train, [A], is well formed (dotted lines). Vertical mode profiles are calculated numerically (bold lines on Figure 7-a) with an analytical method of modal decomposition (Gerkema and Zimmerman²⁶) at each of these locations from the stratification condition of the end of the spin-up phase. The first two EOF modes, in both locations, have the same periodicity as tides (b-EOF1-EOF2). For x_1 location, time series of EOF1 and EOF2 show two dominant peaks separated by 1.10^4 s which correspond to the time interval between [B] and [B'] on figure 6-a. However, spatial patterns associated to them show some discrepancies with mode 2 analytical profile (a-left). The stratification profile is very variable at this point which can cause some discrepancies between this analytical profile and the realistic one. Moreover, vertical modes are not strictly orthogonal above varying topography. So, the dominant signal at x_1 is temporally associated to B and B'. For x_2 location, time series reproduce the nonlinearity of the mode 1 ISW trains; a large leading depression followed by smaller ones, and between each of these signatures there is smaller perturbation which could temporally correspond to mode 2 signatures [B]. Spatial patterns of EOF 1 and 2 (a-dashed lines) correspond approximately to mode 1 and 2 analytical vertical profiles (a-bold lines). However, vertical positions of maximums are a little deeper maybe in relation with the widening of the pycnocline during the simulation. Thus at x_2 , mode 1 ISW train is the dominant feature (large percentage of variance explained: 53%) whereas at x_1 , mode 2 is the dominant feature and mode 1 is almost-nonexistent.

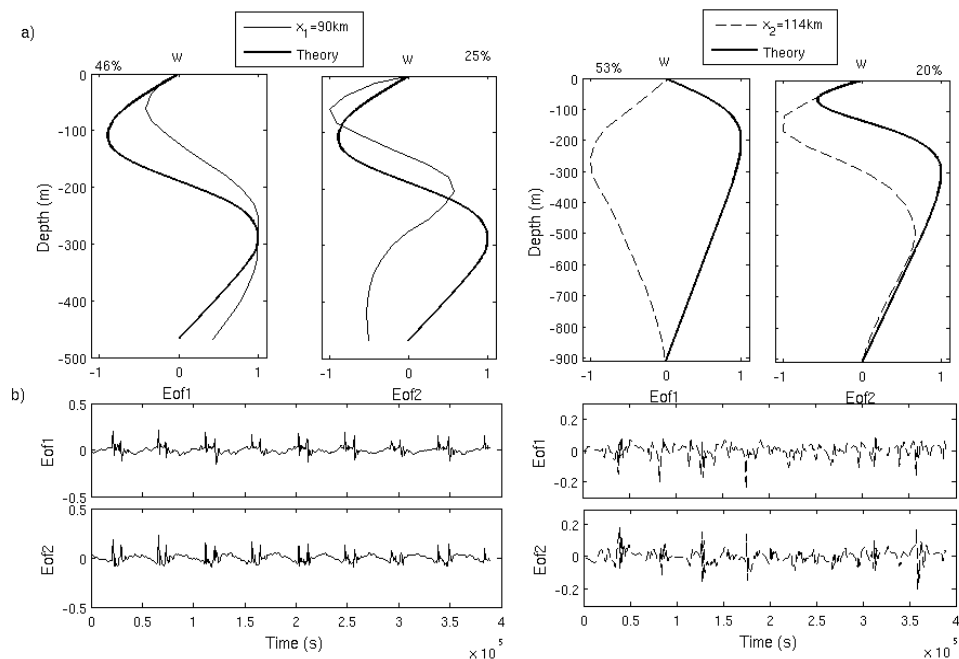


FIGURE 7- SimGBRO vertical velocity SVD analysis for a five days period after the spin-up phase on two locations : (a) $x_1=90$ km (b) $x_2=114$ km;
a) plain and dashed lines: spatial pattern of the first two EOFs calculated respectively at x_1 and x_2 locations, Bold lines: First two vertical velocity modes profiles calculated with the modal decomposition method, from SimGBRO stratification profile extracted at the end of the spin up phase at x_1 and x_2 locations,
b) Plain and dashed lines: temporal variation associated to the first two EOFs respectively at x_1 and x_2 locations.

To conclude the dynamics of this Gibraltar configuration is a little more complex than in strait idealized regime of Part 1. There is two area of hydraulic control for the second mode corresponding to two dominant area of internal wave generation: ES and CS. Thus, at each tidal period several copies of each vertical mode can be generated at different locations. Moreover, several modes 2 are propagating above CS and TN at each flood tide period but they don't propagate the same distance i.e. they don't dissipate at the same location. Unexpectedly, the mode 1 ISW trains propagating above Tarifa Narrows have an almost non-existent signature between Camarinal Sill top (which is supposedly its generation area) and 9.6 km.

5.3.3. Vertical Modes selection and interaction

Therefore, the topography of CS seems to favor the generation of high internal mode, particularly mode 2 internal waves. According to the slope supercriticality definition of Part 1 (section 1.c.i): $\theta_\rho(CS) \in [0.4^\circ \ 0.8^\circ] < \gamma_{WEST}(CS) \in [4^\circ \ 8^\circ]$, CS west slope is supercritical therefore high modes must have significant amplitudes above CS. Moreover, above CS, the ratio of the sill width ($\lambda_r = 13,5$ km) to first, second and third mode wavelength ($\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \in [3.8 \ 5.2]$, $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \in [1.4 \ 2.3]$, $\frac{\lambda_3}{\lambda_r} \in [0.85 \ 1.4]$) indicates also that the first three vertical modes must have significant amplitude ($\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \geq 1$). Knowing that there is a strong hydraulic control on the third mode, which stops its propagation very quickly, even if an important part of the energy is injected in mode 3, its track will be difficult to perceive.

Modes 2 are also generated above ES (B_{ES} at $x=75$ km on figure 6-d). The ratio of the sill width ($\lambda_r = 14.55$ km) to first, second and third mode wavelength above ES ($\frac{\lambda_1}{\lambda_r} \in [3.1 \ 4.4]$, $\frac{\lambda_2}{\lambda_r} \in [1.3 \ 1.5]$, $\frac{\lambda_3}{\lambda_r} \in [0.7 \ 1.2]$) are quite similar to CS ratios. Nevertheless, in **SimGBRO**, there is no mode 1 hydraulic control above ES ($F_1 < 1$) and no generation of mode 1 ISWs. In fact, mode 1 generated above ES can hardly be tracked. It seems that a part of internal wave's energy generated above ES, particularly mode 2, remain trapped in Tanger basin due to strong reflection at each basin's side and strong hydraulic control (B_{ES} on figure 6-a). However, the question of the interaction of these waves with CS remains. Are they totally reflected when they reach CS? What is the impact of these waves on the local dynamics above CS? Do they interact with the topography? Are some modes 1 or 2 generated above ES transmitted beyond CS? One hypothesis is that the second mode 2 (Fig. 6.a-d, [B']) propagating in TN, is not generated above CS but it is originated from ES. Another hypothesis is that the internal wave [B'] is a result of interactions between CS topography and internal waves originated from ES. Indeed process of energy cascade from first to higher internal modes driven by wave-topography interactions is discussed in detail in Vlasenko and Hutter²⁷, and evidence of it has been reported in some other places of the World Ocean (Vlasenko and Alpers²⁸). To answer to these questions of generation and interaction, the effects of the complex topography and of the stratification change are studied separately in two even simpler configurations of Gibraltar strait. First a configuration with a simplified topography including only CS is studied to remove the effect of

incoming wave from ES and possible effect of secondary topography features. Then a configuration with a homogeneous horizontal stratification is studied to remove the possible effect of frontal area and pycnocline tilt.

6. Simplified configurations of Gibraltar strait

6.1. Simplified topography

Another experimentation has been carried out, **SimGBR1**, with a simplified topography, not representing ES and other secondary features but only CS (figure 8-c). The internal wave dynamics in **SimGBR1** is compared to **SimGBR0** dynamics.

The figure 8-d represents density output of **SimGBR1** during a flood tide. Like in **SimGBR0**, during the previous ebb tide, a hydraulic jump has been formed upstream of CS, where the barotropic flow controlled the mode-1 bore (white contour on figure 8-a). The bore upstream of CS remains trapped by the flow, progressively growing in amplitude until the background current slackens (around $2.6e4$ s) and it finally disintegrates into a series of higher mode internal waves ([B],[C], figure 8-d) and a mode 1 solitary wave [A] propagating eastward along the strait. On figure 8-d, the density and velocity vertical profile of [B] is associated to a large amplitude mode 2 and it is closely followed by a mode 3. [C] is associated to a higher vertical mode internal wave (mode 4). So, in **SimGBR1**, there is only one mode 2 propagating above TN. This confirms our previous hypothesis. In **SimGBR0**, the second mode-2 propagating above TN is not generated directly by CS. Moreover Espartel sill is a hydraulic control area for modes 2 and generates strong modes 2. So it can be assumed that these modes 2 are transmitted beyond CS.

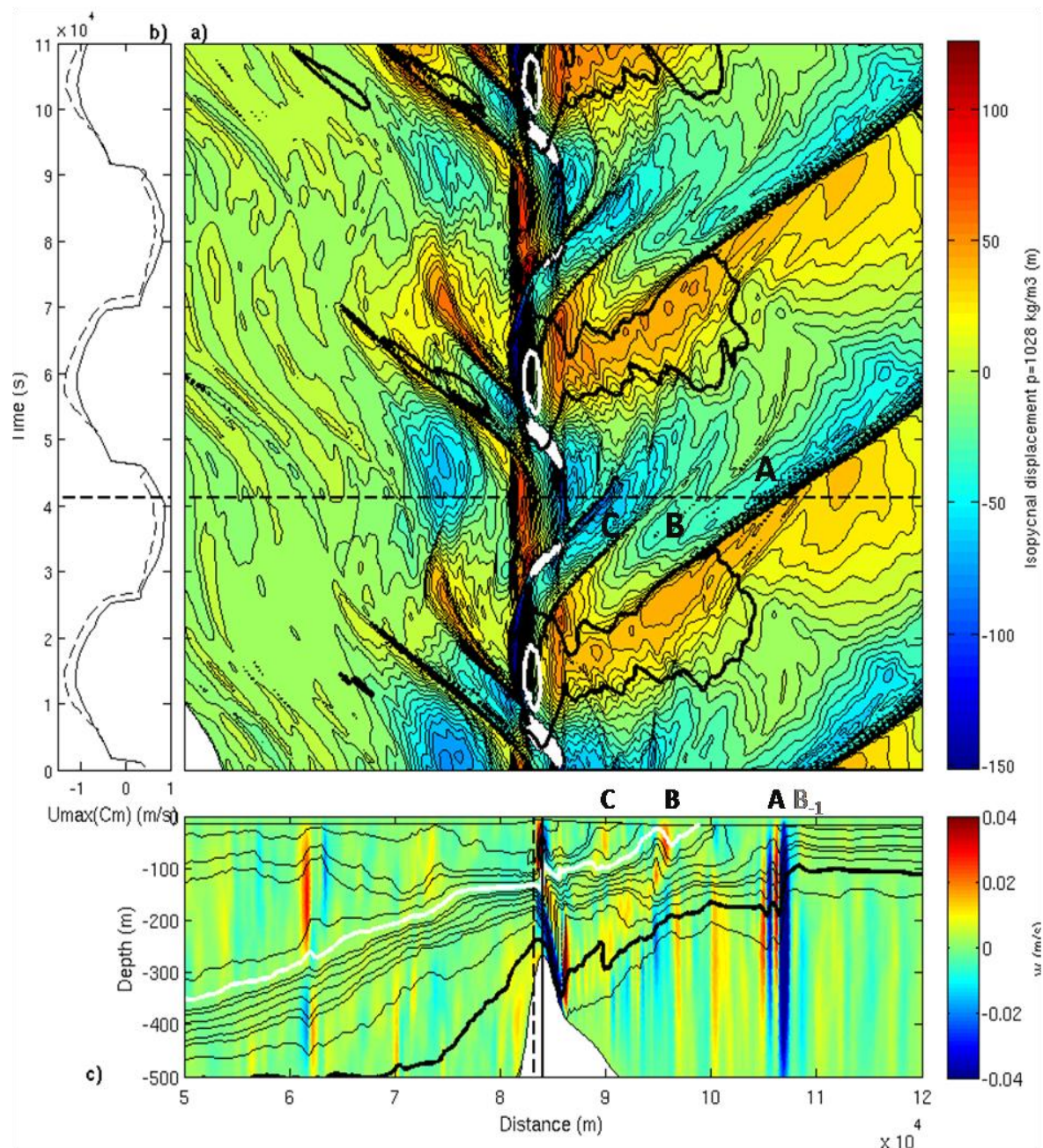


FIGURE 8-

a) Space-time diagram of the isopycnal displacement for $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$, located at the bottom of the pycnocline—indicated by black bold-solid line on c), in **SimGBR1**. White and black bold contour lines give the location of the hydraulic control of the first and second vertical mode respectively. Horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section c) of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located above CS (plain line) and upstream of CS (dashed line.) horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the density at $t \approx 11\text{h}27\text{mn}$ (4.12×10^4 s after the spin-up phase) during a flood tide. The color bar represents vertical velocity (w) in m/s . Bold black contour locates the isopycnal surface used for the space-time diagram a) and white contour represent the separation between Atlantic and Mediterranean waters. Vertical dashed and plain lines locate spatial position of the fluid maximum velocity plotted in b).

In figure 6.a and 8.a, the mode 1 propagating eastward above TN [A] is observable only over a distance of 14.1-14.5 km downstream of CS. This distance matches approximately the first internal Rossby radius ($R=14$ km) and the position of the front between Atlantic and Mediterranean water (white contour in Fig.6.c-d and Fig.8.c) which represents a drastic change in stratification. It can be underlined that this absence of mode 1 depression near CS is also observable in **SimGBR0** so there is no correlation between this phenomenon and the topography. Different hypotheses can explain this absence of mode 1 depression near CS:

- The amplitude of the mode 1 internal wave is very small between CS ($x=84$ km) and the frontal zone ($x_f=94$ km) and the stratification change result in an important amplitude increase.

- Higher modes generated above CS and controlled by the flow downstream of CS during ebb tides, generate the mode 1 solitary wave when they impact the frontal zone.

- this mode 1 solitary wave is not generated over CS but locally in the frontal zone (x_f), by the interaction of the tidal current with the frontal zone. A similar process has been observed at the Columbia River Plume Front (Nash and Moum²⁹). Internal wave are generated from a river plume that flows as a gravity current into the coastal ocean. Individual freely propagating waves are released from the river plume front when the front's propagation speed decrease below the wave speed in the water ahead of it. This mechanism generates internal waves of similar amplitude and steepness as internal waves from tide-topography interactions observed elsewhere. In **SimGBR0** and **SimGBR1** cases, the surface Atlantic layer entering the Alboran Sea becomes thinner and accelerates towards the east as gravity current into the Mediterranean waters. So, at each tidal period, the stratification front tilts up and down under the effect of tidal currents, resulting hypothetically in internal wave's generation.

6.2. Simplified stratification

To test these hypothesis and the implication of the frontal zone, a third simulation, **SimGBR2**, has been carried out without the lock exchange initialization. Therefore, **SimGBR2** is initialized with the same density profile along x axis: the Mediterranean density profile. In other words, the frontal area between Atlantic and Mediterranean waters is not reproduced in this configuration.

The figure 9.d represents density output of **SimGBR2** during a flood tide. Like in **SimGBR0**, during the previous ebb tide, a hydraulic jump is formed upstream of CS, grow in amplitude until the background current slackens and it finally disintegrates into a series of higher mode internal waves ([B],[C] figure 8-d) and a mode 1 solitary wave [A] propagating eastward along the strait. On figure 9-d, the density and velocity vertical profiles of [B] are associated to a large amplitude mode 2 which degenerates into a mode 2 solitary wave. [C] is associated to a higher vertical mode internal wave (mode 3...). The trace of the mode 1 solitary waves is perceptible from $x=86$ km, so 12 km closer to CS than in **SimGBR0** and **SimGBR1**. In the absence of the frontal zone, the mode 1 solitary wave originates from the hydraulic jump upstream of CS and is perceptible from the beginning of its

6. Simplified configurations of Gibraltar strait

propagation. Therefore, the frontal area and the stratification change in **SimGBR0** and in **SimGBR1** seem to have an important impact on ISW dynamic and in particularly on mode-1 ISWs generation and propagation. In **SimGBR2**, high modes generated above CS are also controlled by the flow downstream of CS during ebb tides but they do not seem to have an influence on mode 1 propagation and amplitude. Thus, the most convincing hypothesis are the local generation of mode 1 at the frontal area or/and a mode 1 amplitude increase by the stratification change in **SimGBR0&SimGBR1**.

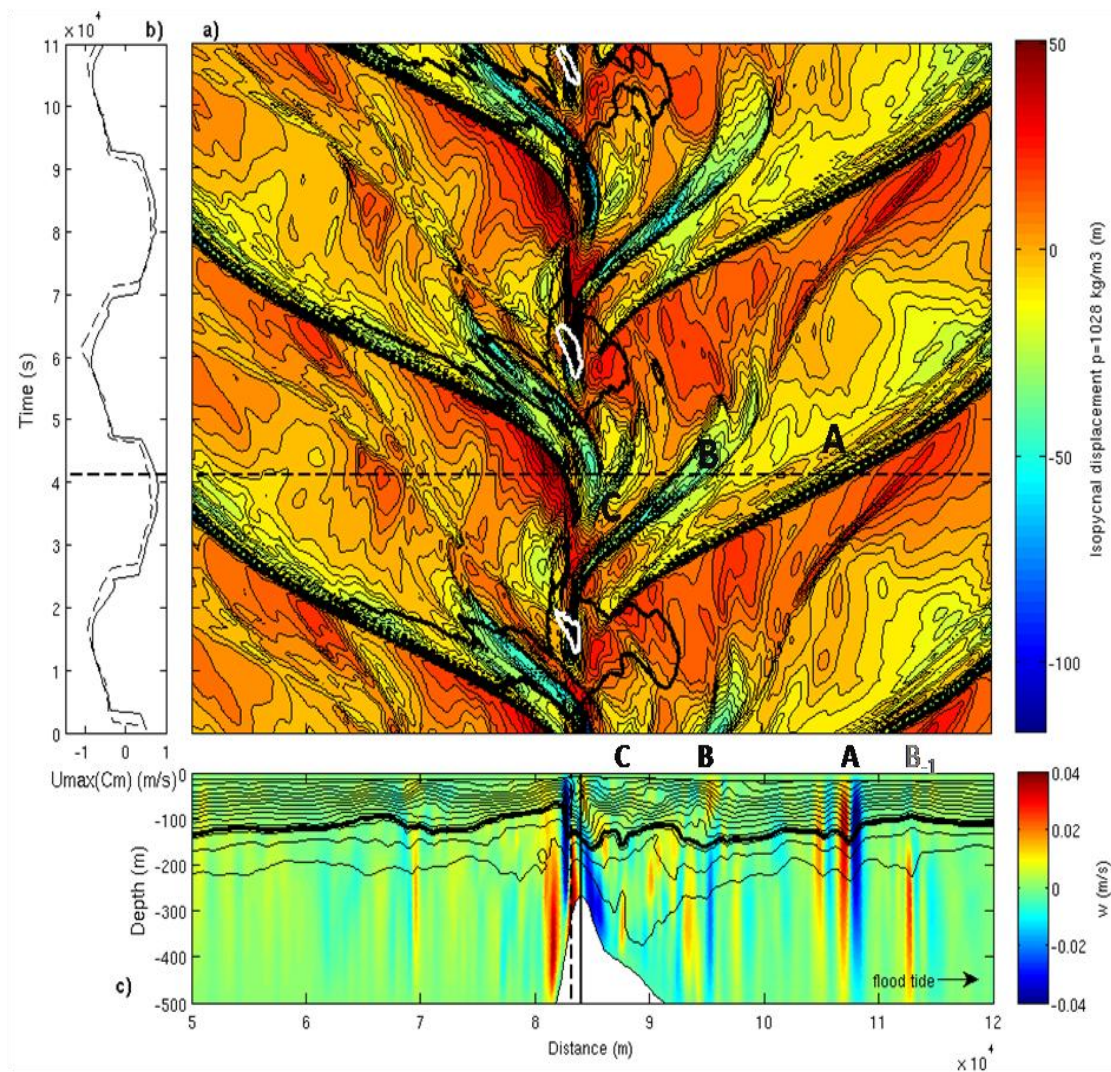


FIGURE 9-

a) Space-time diagram of the isopycnal displacement for $\rho=1028 \text{ kg/m}^3$, located at the bottom of the pycnocline-indicated by black bold-solid line on c), in **SimGBR2**. White and black bold contour lines give the location of the hydraulic control of the first and second vertical mode respectively. Horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section c) of the pycnocline.

b) Temporal evolution of the fluid maximum velocity located above CS (plain line) and upstream of CS (dashed line.) horizontal bold dashed line locates temporally the vertical section of the pycnocline.

c) Vertical section of the density at $t \approx 11\text{h}27\text{mn}$ ($4.12.104 \text{ s}$) during a flood tide. The color bar represents vertical velocity (m/s). Bold black contour locates the isopycnal surface used for the space-time diagram a). Vertical dashed and plain lines locate spatial position of the fluid maximum velocity plotted in b).

A singular value decomposition (SVD) analysis on the vertical velocity field in **SimGBR2** is performed at the same locations as for **SimGBR1**. Figure 10 represent time series (b) and vertical spatial patterns (a) associated to first two EOF modes. Two SVD analysis are performed: the first, close to the generation area of CS ($x_1=9$ km-plain lines), the other one, over flat bathymetry at $x_2=11.4$ km, where the mode 1 ISW train, [A], is well formed (dotted lines). Vertical mode profiles are calculated numerically at each of these locations (bold lines on Figure 10-a) from the initial stratification profile of the Mediterranean Sea. The first two EOF modes, in both locations, have the same period as the tides (b-EOF1-EOF2). For x_1 location, time series of EOF1 and EOF2 show two peaks separated by $0.9 \cdot 10^4$ s which correspond to the time interval between [A] and [B] on figure 9-a. However, the second peak has very small amplitude on time series of EOF2. Spatial patterns associated to them show some maximum position coherent with mode 2 and 1 analytical profile (a-left). The discrepancies can be related to the non-orthogonality of vertical mode above varying topography. SVD analysis does not succeed to decorrelate these two signals properly. However, on figure 9-a, it is clear that mode 1 and 2 have important amplitude at this location. For x_2 location, time series reproduce the nonlinearity of the mode 1 ISW trains [A]; a large leading depression followed by smaller ones, and just before each of these signatures there is a small elevation (more important on EOF2-b-dashed lines) which could temporally correspond to mode 2 signatures [B]. Spatial patterns of EOF 1 and 2 (a-dashed lines) correspond approximately to mode 1 and 2 analytical vertical profiles (a-bold lines). Vertical positions of mode 2 maximums are a little deeper. Thus at x_2 , mode 1 ISW train is the dominant feature (large percentage of variance explained: 64%) whereas SVD analysis at x_1 , does not allow a firm conclusion.

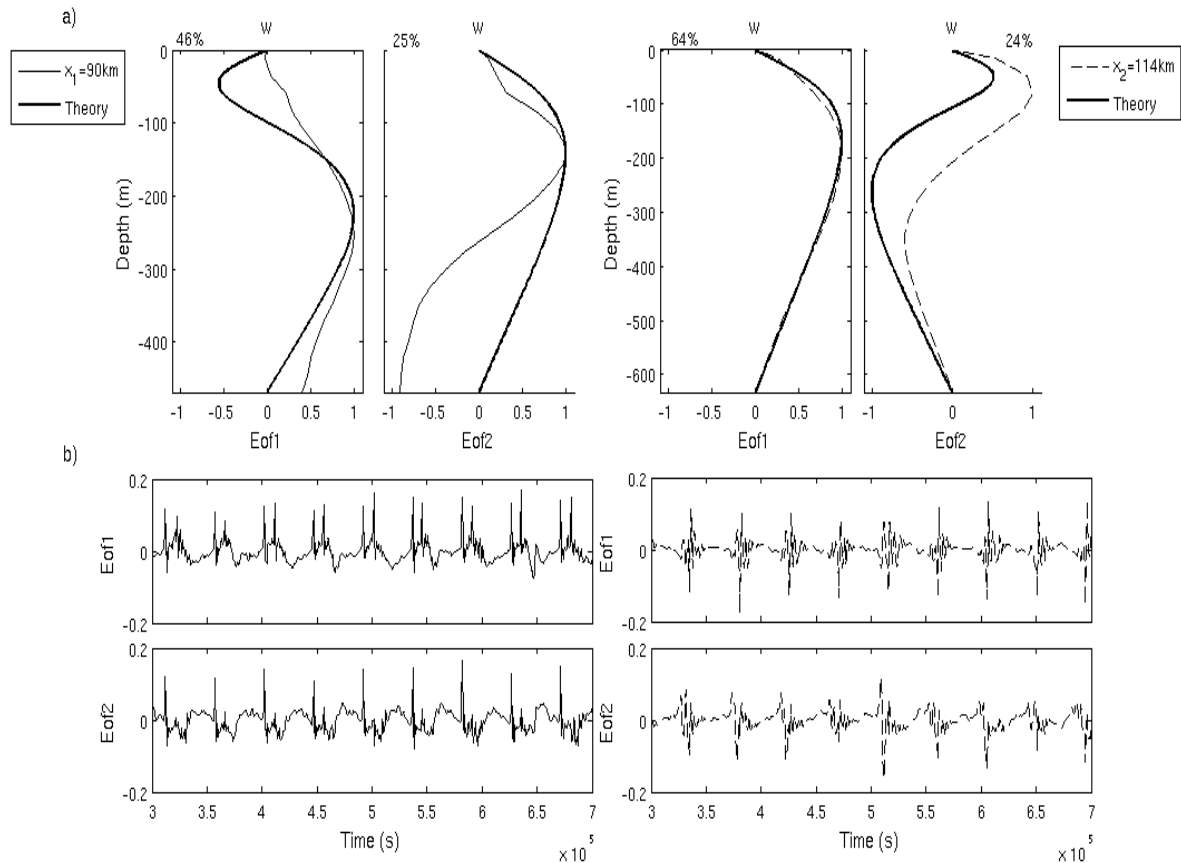


FIGURE 10- SimGBR2 vertical velocity SVD analysis for a eight days period after the spin-up phase on two locations : (a) $x_1=90 \text{ km}$ (b) $x_2=114 \text{ km}$;
 a) plain and dashed lines: spatial pattern of the first two EOFs calculated respectively at x_1 and x_2 locations, Bold lines: First two vertical velocity modes profiles calculated with the modal decomposition method from **SimGBR2** initial stratification profile at x_1 and x_2 locations,
 b) Plain and dashed lines: temporal variation associated to the first two EOFs respectively at x_1 and x_2 locations.

To conclude, the results of the numerical simulations presented in this section illustrate a number of important aspects on the dynamics of tidally generated internal waves in the Strait of Gibraltar. In particular, it confirmed the complex multimodal structure of baroclinic tide in the Strait of Gibraltar. This dynamic is summarized in figure 11. Not only the well-known first-mode internal solitary wave but also higher mode baroclinic disturbances are generated above CS with comparable amplitude as corroborated by in situ data and should be taken into account in a general balance of mixing processes in the strait. Moreover, the Coriolis force has a strong impact on the dynamic, initiating currents along wave fronts and resulting in a stationary along-channel isopycnal tilt. It should be underlined that the full three-dimensional dynamic has not been taken into account. For example, it was demonstrated that Coriolis have also effect across the channel (Vlasenko³⁰). Another result concerns the wave-topography interaction between CS and internal waves generated above ES, propagating eastward in Tanger basin. Finally, the stratification differences between the east and the west of the strait, resulting in potential presence of frontal zone, could influence the internal wave's dynamic.

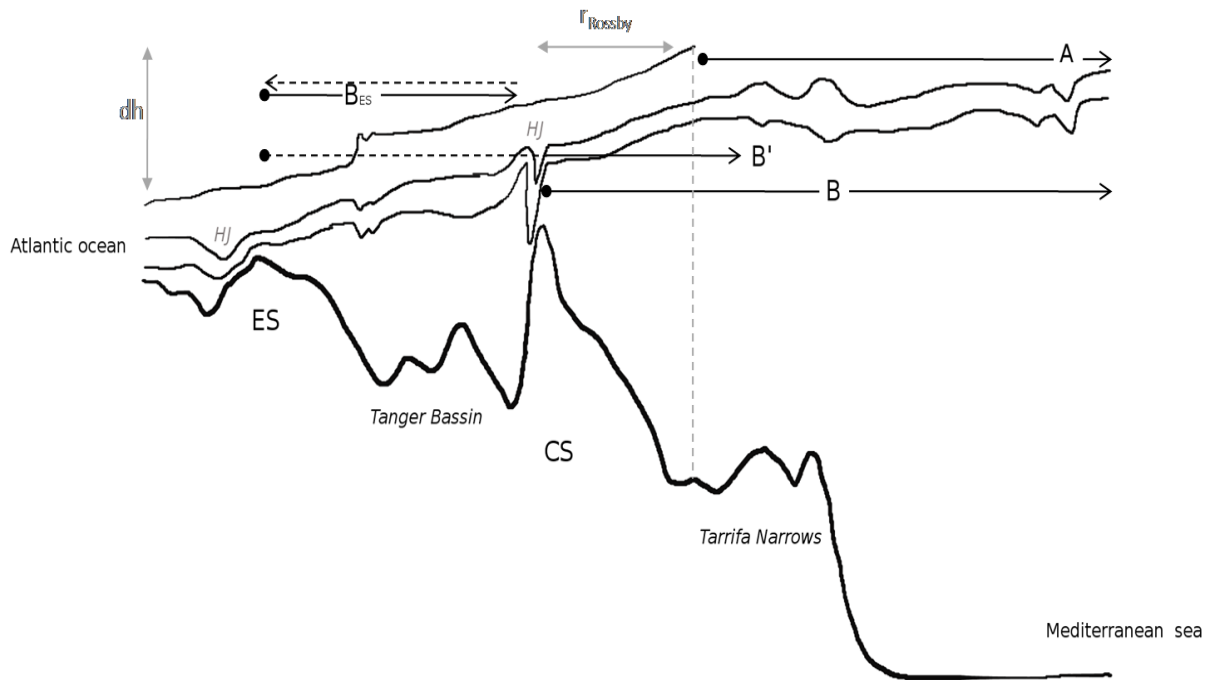


FIGURE 11 - Schematic of internal wave dynamics above Gibraltar strait (transect A) for a moderate tidal forcing

A: mode 1 ISW train propagating above Tarrifa Narrows and in the Mediterranean Sea;

B & B': mode 2 propagating above TN; BES : mode 2 propagating above Tanger Basin;

HJ: hydraulic jump (mode 2 hydraulic control area above ES and mode 1 hydraulic control area above CS);

Plain circle: generation area of each wave; plain arrows: propagation path of each wave; dashed arrows: represent a possible change of properties (related to ISW scattering caused by high topography);

dh: pycnocline tilt due to Coriolis force and horizontal inhomogeneous stratification.

7. Discussions-conclusions

In the present paper detailed descriptions of nonlinear evolution of the internal wave field generated by supercritical tidal flow across supercritical topography has been presented. These descriptions were obtained from LES high resolution runs of a nonlinear, nonhydrostatic, non-Boussinesq, numerical model which uses an up-to-date method (Auclair et al¹²). Three different cases are analyzed. The first run is a configuration of an idealized strait. It succeeds in representing laboratory scale strait regime of Part 1 at largest and realistic scales. In particular, this run succeeds to model explicitly breaking event and instabilities and permits to set mixing parameters. The two remaining cases are application to the realistic situations of Georges Bank and the Strait of Gibraltar. In both realistic situations, the model successfully reproduced a number of observed features, including the generation of a large depression resulting in a hydraulic jump during supercritical flow period, followed by vertical modes propagation and subsequent mode-1 steepening, leading to ISWs.

Dynamically, a focus is made on high vertical mode generation and propagation. In fact, part 1, confirms that in some supercritical cases, higher modes, in particular mode 2, can have larger amplitude than mode 1 and may have a significant effect on the energy budget. Georges Bank and the Strait of Gibraltar are both mode 2 generation areas of significant amplitude. However, mode 2 propagation and generation are different in these bank and strait cases. Georges Bank is a particular case by its asymmetrical topography. Gibraltar strait is intriguing for its multiple topographies and its specific inhomogeneous stratification. At Georges Bank, at each tidal period, only one mode 2 is generated and it propagates only above the bank edge due to the topography asymmetry. It is advected back by the tidal current and merges with the following on-bank propagating mode-1 depression in agreement with the observations reported by Brickman and Loder³¹. To the contrary, at Gibraltar strait, at each tidal period, several modes 2 are emitted on each sides of Camarinal sill. Two of them propagate eastward during flood tide and one propagate westward during ebb tide. The multiplicity of mode 2 propagating eastward is due to the multiplicity of hydraulic mode 2 area along the strait associated to the complex bathymetry. There is no clear sign of inter-mode merging during the propagation (each vertical mode structure keeps its own structure and its own celerity) but energy exchanges between vertical modes cannot be excluded. The horizontal inhomogeneous stratification has also an impact on modes 2 propagation and maybe dissipation. Indeed, Carr et al.¹⁹ found that offsetting the pycnocline in the vertical direction does significantly affect mode-2 internal wave's stability. The main impact of this specific stratification is on the mode 1 signature linked to the frontal area. This study raises some questions about the possible interactions between vertical modes and the local energy dissipation associated. The impact of a heterogeneous horizontal stratification on vertical mode propagation, stability and even on the generation mechanism is also in question.

SVD analyses have been used to analyze these different configurations. They can be helpful to characterized vertical modes above flat bottom and permit to highlight the non-linearity character of the regime. However, above a varying topography, they are less effective because vertical mode functions are coupled.

The ISWs key parameters identified in Part 1 have been tested and in some cases adapted to the more complex environmental situation. For the three different regimes, the non linearity parameter, ϵ , was a good indicator of nonlinearity event (overturning, ISWs formation). Local Mode 1 and 2 Froude number, considering "local" vertical mode celerity, has proven to be a good indicator of hydraulic control state and hydraulic jump position. It is also a good indicator of hydraulic selectivity of vertical mode, above varying topography. The topographic selection criterion is more difficult to calculate for real oceanic configuration: $\frac{\lambda_n}{\lambda_r} \in \left[\frac{\lambda_{n,SH}}{2l_{max}}, \frac{\lambda_{n,D}}{2l_{min}} \right]$ but is still a useful indicator for the local energy distribution between vertical modes in strait configuration. The limit of $\frac{\lambda_{n,SH}}{\lambda_r} \geq 1$ indicating significant amplitude of the mode n must be considered as a lower limit, especially in supercritical flow regimes. Moreover, other environmental conditions such as incoming internal wave interacting with the strait or changing stratification could also influence vertical mode amplitude. For ocean

Bank configurations or shelf breaks, the topographic selection criterion is no more valid and must be adapted. The on-bank internal waves are not subject to a secondary topography selection mechanism. The energy distribution between on-bank vertical modes is only linked to the supercriticality of the slope. However, in a bank configuration with a secondary shelf, a topographic selection criterion could be certainly identified. A topographic selection criterion has been adapted for off-bank vertical mode which are not generated at the top of the bank but at the steepest point where the strongest forcing of the internal wave is expected ($\lambda_r < 2l$).

In conclusion, all of these numerical simulations demonstrate that, in “extreme” regions with supercritical flow and supercritical topography, high vertical modes could have high amplitude and play a significant role in the dynamics. Mode-2 ISWs, particularly, can have high amplitude so strong impact on diapycnal mixing. Indeed, Shroyer *et al.*³² showed that, although mode-2 waves had less energy than mode-1 waves observed in the coast of New Jersey, the magnitudes of the wave-localized turbulent dissipation were similar in both cases. This suggests that mode-2 ISWs may have a significant impact on eroding the pycnocline and hence on the vertical heat and nutrients fluxes in the water column. However, in these “extreme” regions, environmental factors (stratification variability, topography variability, current circulation, eddies, wind, ...) have a strong impact on the internal waves dynamics, making it difficult to parameterize local mixing induced by such internal waves. The topography exert a double control on the ISWs generation, by controlling, one the one hand, the energy distribution between vertical mode at the time of generation and one the other hand, the energy transfer between vertical mode and the tidal flow at the time of propagation. This energy transfer is also controlled by the spatially and temporally variable tidal flow magnitude. The best for parameterizing mixing in such complex oceanic regions may currently be to use local high resolution models: they can both take into account the environmental factors and explicitly resolve a large part of the small-scale non-hydrostatic processes. In this way, they can provide a mixing parameterization for regional or global model. Our key ISWs parameters can help to characterize and localize this kind of “extreme” regions.

8. References

- ¹Munk, W. & Wunsch, C. "Abyssal recipes II: energetics of tidal and wind mixing," *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* **45**, 1977–2010 (1998).
- ²Egbert, G. D. & Ray, R. D. "Significant dissipation of tidal energy in the deep ocean inferred from satellite altimeter data," *Nature* **405**, 775–778 (2000).
- ³Wunsch, C. & Ferrari, R. "Vertical Mixing, Energy, and the General Circulation of the Oceans," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36**, 281–314 (2004).
- ⁴Smyth, W. & Moum, J. "Ocean Mixing by Kelvin-Helmholtz Instability," *Oceanography*, **25**, 140–149 (2012).
- ⁵Da Silva, J. C. B., New, A. L. & Magalhaes, J. M. "On the structure and propagation of internal solitary waves generated at the Mascarene Plateau in the Indian Ocean," *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* **58**, 229–240 (2011).
- ⁶Lamb, K. G. "Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge," *J Geophys Res* **99**, 843–864 (1994).
- ⁷Dale, A. C., Ullman, D. S., Barth, J. A. & Hebert, D. "The front on the Northern Flank of Georges Bank in spring: 1. Tidal and subtidal variability," *J. Geophys. Res. Oceans* **108**, 8009 (2003).
- ⁸Farmer, D. & Armi, L. "The Flow of Atlantic Water Through the Strait of Gibraltar - the Flow of Mediterranean Water Through the Strait of Gibraltar," *Prog. Oceanogr.* **21**, 1–& (1988).
- ⁹Vázquez, A. *et al.* "Evidence of multimodal structure of the baroclinic tide in the Strait of Gibraltar," *Geophys. Res. Lett.* **33**, L17605 (2006).
- ¹⁰Gianmaria Sannino, L. J. P. "Hydraulic criticality of the exchange flow through the Strait of Gibraltar," (2009). doi:10.1175/2009JPO4075.1
- ¹¹Sánchez-Garrido, J. C., Sannino, G., Liberti, L., García Lafuente, J. & Pratt, L. "Numerical modeling of three-dimensional stratified tidal flow over Camarinal Sill, Strait of Gibraltar" *J. Geophys. Res. Oceans* **116**, C12026 (2011).
- ¹²Auclair, F. *et al.* "A non-hydrostatic algorithm for free-surface ocean modelling," *Ocean Model.* **36**, 49–70 (2011).
- ¹³Auclair, F. *et al.* "A non-hydrostatic non-Boussinesq algorithm for free-surface ocean modelling," *Ocean Model.*, in revision, (First submitted 2014).
- ¹⁴Grisouard, N., Staquet, C. & Gerkema, T. "Generation of internal solitary waves in a pycnocline by an internal wave beam: a numerical study," *J. Fluid Mech.* **676**, 491–513 (2011).
- ¹⁵Auclair, F. *et al.* "Implementation of a time-dependent bathymetry in a free-surface ocean model: Application to internal wave generation," *Ocean Model.* **80**, 1–9 (2014).
- ¹⁶Mercier, M. J. *et al.* "Large-scale, realistic laboratory modeling of M2 internal tide generation at the Luzon Strait," *Geophys. Res. Lett.* **40**, 5704–5709 (2013).
- ¹⁷Geyer, W. R., Lavery, A. C., Scully, M. E. & Trowbridge, J. H. "Mixing by shear instability at high Reynolds number," *Geophys. Res. Lett.* **37**, L22607 (2010).
- ¹⁸Gerkema, T. "Internal and interfacial tides: Beam scattering and local generation of solitary waves," *J. Mar. Res.* **59**, 227–255 (2001).
- ¹⁹Carr, M., Davies, P. A. & Hoebers, R. P. "Experiments on the structure and stability of mode-2 internal solitary-like waves propagating on an offset pycnocline," *Phys. Fluids 1994-Present* **27**, 046602 (2015).
- ²⁰Vlasenko V, S. N. "Multimodal structure of baroclinic tides in the South China Sea," *Nonlinear Process. Geophys.* (2010). doi:10.5194/npg-17-529-2010
- ²¹Farmer, D. M., Armi, L., Armi, L. & Farmer, D. M. "The flow of Atlantic water through the Strait of GibraltarThe flow of Mediterranean water through the Strait of Gibraltar," *Prog. Oceanogr.* **21**, 1 (1988).
- ²²Sannino, G., Bargagli, A. & Artale, V. "Numerical modeling of the mean exchange through the Strait of Gibraltar. *J.*" *Geophys. Res. Oceans* **107**, 9–1 (2002).
- ²³LeBlond, P. H. & Mysak, L. A. *Waves in the Ocean.* (Elsevier, 1981).

- ²⁴Tsimplis, M. N. & Bryden, H. L. "Estimation of the transports through the Strait of Gibraltar," *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* **47**, 2219–2242 (2000).
- ²⁵Vázquez, A. *et al.* "Evidence of multimodal structure of the baroclinic tide in the Strait of Gibraltar" *Geophys. Res. Lett.* **33**, (2006).
- ²⁶Gerkema, T. & Zimmerman, J. T. F. "An Introduction to Internal Waves: Lecture Notes," R. NIOZ (2008).
- ²⁷Vlasenko, V. I. & Hutter, K. "Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill," *Nonlinear Process. Geophys.* **8**, 223–239 (2001).
- ²⁸Vlasenko, V. & Alpers, W. "Generation of secondary internal waves by the interaction of an internal solitary wave with an underwater bank." *J. Geophys. Res. Oceans* **110**, C02019 (2005).
- ²⁹Nash, J. D. & Moum, J. N. "River plumes as a source of large-amplitude internal waves in the coastal ocean," *Nature* **437**, 400–403 (2005).
- ³⁰Vlasenko, V., Sanchez Garrido, J. C., Stashchuk, N., Garcia Lafuente, J. & Losada, M. "Three-Dimensional Evolution of Large-Amplitude Internal Waves in the Strait of Gibraltar," *J. Phys. Oceanogr.* **39**, 2230–2246 (2009).
- ³¹Loder, J. W., Brickman, D. & Horne, E. P. W. "Detailed structure of currents and hydrography on the northern side of Georges Bank," *J. Geophys Res* **97**, 14331–14351 (1992).
- ³²Shroyer, E. L., Moum, J. N. & Nash, J. D. "Mode 2 waves on the continental shelf: Ephemeral components of the nonlinear internal wavefield," *J. Geophys. Res. Oceans* **115**, C07001 (2010).

Dans ce chapitre, des simulations numériques à grande échelle ont permis d'étudier la dynamique des ondes internes à l'échelle océanique en régions « supercritiques ». Ces simulations ont notamment permis de confirmer le rôle significatif des modes hauts dans ces régions et leur sensibilité aux conditions environnementales. L'impact de nouveaux facteurs environnementaux (stratification spatialement hétérogène, talus continentaux, topographies complexes ...) a également été étudié à travers deux cas réels : le détroit de Gibraltar et le golfe du Maine. Les interactions complexes entre tous ces facteurs environnementaux rendent difficile la paramétrisation des processus d'ondes internes et du mélange induit dans ces régions « extrêmes » (courant intense, topographie abrupte et imposante). La topographie exerce un double contrôle sur la génération et la propagation des ondes internes, en contrôlant d'une part la distribution énergétique entre les modes verticaux au moment de la génération et d'autre part les transferts énergétiques entre ces modes et les courants de marée barotrope au moment de la propagation. Ces transferts énergétiques sont également contrôlés par la variabilité spatiale et temporelle des courants de marée barotrope. Dans ces régions complexes, la meilleure solution actuelle pour paramétrer le mélange induit par les ondes internes semble être l'utilisation de modèles à haute résolution qui peuvent à la fois résoudre explicitement une grande partie des processus de petite échelle non-hydrostatique et prendre en compte l'ensemble des facteurs environnementaux. Les paramètres adimensionnés que nous avons identifiés peuvent permettre la localisation et la caractérisation de ces régions « supercritiques ».

Conclusion

1. Bilan

Le rôle joué par la topographie et par le contrôle hydraulique sur la génération et la propagation des modes verticaux d'ondes internes constitue le cœur de cette thèse. Notre approche s'inscrit dans la prolongation des travaux d'Y. Dossmann (2012) qui a utilisé de façon complémentaire des expériences physiques et des simulations numériques directes à l'échelle du laboratoire. Des configurations quasi-DNS ont été utilisées pour étudier la dynamique des ondes internes dans une nouvelle gamme de régime : les régions « supercritiques ». Le choix de configurations numériques de complexité croissante et de plus en plus réalistes a conduit à l'identification de paramètres adimensionnés pertinents pour la description des ondes internes dans les régions supercritiques de l'océan. Cette volonté de se rapprocher des conditions océaniques réelles nous a conduit à l'analyse de deux cas réels : le détroit de Gibraltar et le plateau à l'entrée du golfe du Maine, à l'aide de simulations de grandes échelles (LES). Cette démarche s'inscrit dans l'objectif général d'une meilleure quantification des transferts énergétiques responsables du maintien de la circulation méridienne de renversement.

1.1. Un contrôle topographique sur la génération des modes verticaux

L'étude numérique de la génération d'ondes internes au dessus d'une topographie supercritique a permis de caractériser un contrôle topographique sur la génération des modes verticaux. La largeur de la topographie contrôle l'amplitude des modes verticaux émis à la fois en condition de topographie sous-critique (comme le montrent les modèles analytiques de Gerkema et Zimmerman (2008) et Vlasenko et al. (2005)) mais également dans le cas de topographies supercritiques. Dans ce dernier cas, les modes hauts lorsqu'ils sont sélectionnés par la topographie peuvent avoir des amplitudes supérieures aux modes bas. Dans le cas de détroits, de monts sous-marins, ou de dorsales, ce contrôle topographique peut être caractérisé simplement par le rapport de la longueur d'onde du mode vertical émis (λ_n) sur la largeur de la topographie (λ_T). Lorsque ce rapport a une valeur proche de 1, le mode vertical en question a une amplitude maximale. L'amplitude du mode reste significative pour un rapport supérieur à 1 mais lorsque ce rapport est significativement inférieur à 1, le mode est quasi-inexistant.

1.2. Différents régimes en régions supercritiques

Notre analyse de régimes d'ondes internes en région « supercritiques » à l'échelle du laboratoire a permis d'identifier des comportements d'ondes internes très diverses. Ces comportements vont avoir un impact direct sur la localisation du mélange induit par les ondes internes générées. La mise en place d'un principe de similitude a permis de mettre en évidence le fait que ces régimes étaient

représentatifs des échelles océaniques et qu'à l'échelle océanique, ils étaient régis par les mêmes paramètres adimensionnés.

1.2.1. Génération de solitons modes 2 : acteur du mélange local ou pas ?

Lorsque la topographie supercritique sélectionne préférentiellement un mode 2 ($\lambda_2/\lambda_r \geq 1$) et que l'écoulement est non-linéaire, celui-ci peut alors dégénérer en train d'ondes internes solitaires. Ce critère est similaire à celui mis en évidence par Dossmann et al. (2013) pour la formation d'ondes internes solitaires mode 1. La localisation du mélange induit par ce train d'ondes solitaires mode 2, associé à la distance qu'il parcourt, dépend fortement des conditions environnementales, c'est-à-dire de la topographie et des courants barotropes. Dans le cas où le courant de marée barotrope est supercritique vis-à-vis des modes 2, deux destinées sont envisageables pour ces solitons mode 2.

- Des solitons mode 2 de courte durée de vie : acteur d'un mélange local

Lorsque la marée s'inverse et que le ressaut hydraulique qui s'est formé au sommet du mont sous-marin est relâché, le soliton mode 2 peut alors commencer à se propager le long de la pente descendante du mont, il est advecté par un courant de marée favorable à sa propagation. Si le soliton mode 2 n'a pas le temps de sortir de la zone de génération supercritique et qu'il est toujours au-dessus d'une pente topographique fortement inclinée lorsque le courant s'inverse à nouveau, il se retrouve piégé au dessus du mont et est dissipé rapidement par les effets du contrôle hydraulique. Le soliton mode 2 participe alors au mélange local.

- Des solitons mode 2 de plus longue durée de vie : acteur de transfert énergétique en dehors de la zone de génération

En revanche si le soliton mode 2 a le temps de « s'échapper » de la région supercritique avant que la marée ne s'inverse, les interactions avec le courant lui seront bénéfiques. Son amplitude augmentera au cours de sa propagation au-dessus de la pente descendante et il pourra alors se propager dans des eaux plus lointaines en dehors de sa zone de génération. Dans de telles conditions, il participera à des transferts énergétiques au-delà de la zone de génération.

La destinée des solitons mode 2 dépend donc à la fois de leur vitesse effective de propagation, des dimensions de la topographie, et de la période de la marée.

1.2.2. Déferlement plongeant au-dessus de la zone de génération & solitons mode 1: un mélange à la fois local et délocalisé

Ce comportement a été observé pour des courants de marée supercritiques vis-à-vis de l'ensemble des modes verticaux ($F_1 \geq 1$) dans le cas de topographies fortement supercritiques ($\theta_{th}/\gamma \leq 0.3$) sélectionnant les modes verticaux bas et pour des pycnoclines proches du sommet du mont ($B > 0.8$).

Dans ce type de régime, lorsque le courant s'inverse et que le ressaut hydraulique est relâché sous la forme d'un *bore*, il déferle de façon spectaculaire au sommet du mont sous-marin. Le critère

d'instabilité cinématique est atteint et on observe un déferlement plongeant de ce *bore* induisant un mélange local diapycnal important. De plus, des solitons mode 1 de grande amplitude se propagent loin de la zone de génération de chaque côté du mont sous-marin. Ces ondes, reconnues pour leur grande stabilité, vont se propager sur de grandes distances et seront responsables d'un mélange délocalisé. Des hauts modes verticaux peuvent également être générés si le contrôle topographique est propice à l'émission de ces modes. Ils restent cependant piégés au-dessus de la zone de génération, sont rapidement dissipés et participent ainsi au mélange local.

1.2.3. Tourbillons et décollement de jet : un mélange turbulent important dans le sillage du mont

Ce régime est caractéristique des courants de marée très supercritiques ($F_1 \gg 1$) dans le cas de topographies fortement supercritiques ($\theta_{th}/\gamma \leq 0.3$) sélectionnant les modes verticaux bas et pour des pycnoclines proches du sommet du mont ($B > 0.8$).

Dans ce régime, le ressaut hydraulique est déplacé plus en aval du sommet du mont dû à un contrôle hydraulique plus intense et plus étendu. Le déferlement se déclenche légèrement plus tôt et se situe plus en aval du sommet du mont. Ce déferlement entraîne un mélange local diapycnal important dans le sillage du mont. De plus, un tourbillon se forme dans les basses couches de celui-ci (couche homogène en dessous de la pycnocline). Il est associé à un décollement de la couche limite au sommet du mont qui induit la formation d'un jet en aval de celui-ci. Ce régime est donc caractérisé par de fortes dissipations dans le sillage du mont. Elles sont localisées au niveau de la pycnocline via le mélange diapycnal induit par le déferlement du ressaut hydraulique comme dans les basses couches par le dépôt de quantité de mouvement dû à la formation de tourbillon.

1.2.4. Jet le long de la topographie : frottements au fond

Ce régime est caractéristique des courants de marée très supercritiques ($F_1 \gg 1$) dans le cas de topographies supercritiques moins pentues, n'étant favorables à aucun modes verticaux ($\lambda_1/\lambda_r < 1$) et pour des pycnoclines proches du sommet du mont ($B > 0.8$).

Dans ce régime, présentant une topographie un peu moins pentue que le précédent, un ressaut hydraulique de grande amplitude se forme dans le sillage du mont, formant un gradient de pression important qui va contraindre l'écoulement de marée barotrope dans les basses couches. Ce ressaut hydraulique reste stable durant toute la période de marée supercritique et entraîne la formation d'un jet intense le long de la topographie. Les frottements au fond, induits par ce courant intense le long de la topographie, vont entraîner de la dissipation locale.

1.2.5. Ondes de sillage : « radiateurs » d'énergie « moins » efficaces

Ce régime est caractéristique de courants de marée supercritiques ($F_1 \geq 1$) de grande excursion (A) devant la largeur de la topographie et pour des pycnoclines un peu plus éloignées du sommet du mont ($B < 0.8$).

Dans ce régime, le ressaut hydraulique est placé encore un peu plus en aval de la zone de génération au-dessus d'une topographie générant des ondes de sillage mode 1 quasi-stationnaires en aval de ce ressaut. Lorsque le courant de marée barotrope s'inverse, ces ondes sont relâchées et se propagent au dessus de la zone de génération. Elles sont alors soumises au contrôle topographique, qui sélectionne les sous-harmoniques de la marée interne ayant des longueurs d'ondes proches de la largeur de la topographie (dans le cas où la largeur de la topographie est inférieure à la longueur d'onde du mode 1). Ce régime semble moins turbulent à l'intérieur de la zone de génération (pas de déferlement, de tourbillon ou de jet), il génère uniquement des ondes ayant une structure de mode 1. Toutefois, ces ondes sont de plus petites longueurs d'ondes et se dissipent donc plus rapidement.

1.3. Des facteurs environnementaux plus complexes

Les simulations numériques de cas réels (détroit de Gibraltar et plateau du golfe du Maine), nous ont permis d'étudier l'impact d'autres facteurs environnementaux sur la propagation des modes verticaux d'ondes internes (stratification hétérogène, topographie multiple, asymétrique ...).

1.3.1. Asymétrie des talus continentaux

Dans le cas de talus continentaux, il semble également exister un contrôle topographique de la pente sur la génération des modes verticaux mais l'asymétrie de la topographie associée à des conditions d'écoulement supercritiques rend plus difficile la caractérisation de ce contrôle. Dans le cas du plateau du golfe du Maine, l'advection du mode 2 par la marée barotrope sur le plateau jusqu'à son point de départ au-dessus du talus continental conduit à une fusion du mode 2 avec le mode 1 suivant. Ils se propagent alors comme un seul et même groupe d'ondes à la vitesse de propagation du mode 1. Cette fusion n'a pas été observée dans nos régimes de détroit.

1.3.2. Topographie avec multiples zones de contrôle hydraulique

L'étude du détroit de Gibraltar a permis d'analyser l'impact d'une topographie multiple sur la dynamique des ondes internes. La présence de plusieurs zones de contrôle hydraulique mode 2 avec des topographies favorables à la génération de ces modes entraîne la génération de multiples solitons mode 2 vers la Méditerranée à chaque demi-période de marée. Ces solitons mode 2 ne venant pas de la même zone de génération, ils ne se dissipent pas au même endroit et ne transportent a priori pas les mêmes masses d'eaux.

1.3.3. Evolution spatiale de la stratification

L'étude du détroit de Gibraltar a également permis de mettre en évidence les effets non-négligeables de l'évolution spatiale de la stratification sur la dynamique des ondes internes. Le gradient horizontal de la stratification est particulièrement important au niveau du détroit de Gibraltar. Il entraîne la formation d'un front de stratification dans les couches de surface associé à un courant de gravité. Ce front marque un changement important de l'amplitude des solitons mode 1

dont le signal est pratiquement inexistant en amont du front. Les interactions entre ce front et la marée barotrope seraient susceptibles d'entraîner localement la génération d'ondes de marée internes.

2. Perspectives

Le travail de cette thèse se situe à l'interface de la mécanique des fluides et de l'océanographie avec pour objectif global d'améliorer notre compréhension des ondes internes topographiques et des transferts énergétiques impliqués. Les résultats obtenus, et les progrès réalisés dans le modèle numérique amènent naturellement de nombreuses perspectives dans la continuité de cette thèse.

2.1. Exploration de l'impact d'autres facteurs environnementaux

Tout d'abord, il reste de nombreux facteurs environnementaux à étudier qui pourraient avoir des impacts significatifs sur la dynamique des ondes internes dans les régions « supercritiques ». En voici quelques exemples concrets.

2.1.1. Stratification abyssale

Au cours de cette thèse, nos efforts se sont concentrés sur des stratifications de type tri-couche avec des couches profondes très faiblement stratifiées, ne permettant pas la propagation d'ondes internes dans l'océan profond. On peut donc se demander quel serait l'impact d'une stratification plus importante de l'océan abyssal ($N_b > \omega$) sur la propagation des modes d'ondes internes solitaires dans la pycnocline, que ce soit en termes d'amortissement (« damping ») ou en termes d'interactions avec les rayons d'ondes internes de la couche profonde. On peut, par exemple, trouver ce type de stratification dans le golfe de Gascogne. On peut imaginer une configuration dans laquelle des solitons d'ordre supérieur seraient émis de façon primaire dans la pycnocline et de façon secondaire par le biais de rayons d'ondes internes se propageant dans l'océan abyssal. Les études de Dossmann et al. (2013b) ont montré que les modes d'ondes solitaires émis de façon secondaire dans la pycnocline étaient contrôlés par les rayons d'ondes internes de la couche profonde. Il serait alors intéressant de voir comment le contrôle topographique agit dans le cas d'une double génération ou encore de savoir si le type de génération a un impact sur la stabilité du mode d'onde interne solitaire. Quel type de génération est la plus efficace ? On peut imaginer que dans le cas d'une génération secondaire, loin de la zone de génération, le soliton n'est plus soumis à l'effet du contrôle hydraulique et qu'il pourrait se propager sur de plus grandes distances. Da Silva et al. (2015) ont observé au niveau du plateau du Mascarène (océan Indien) la coexistence de solitons mode 2 de courtes et de longues durées de vie. Les solitons mode 2 de courte durée de vie sont générés en aval du seuil lorsque le ressaut hydraulique est relâché alors que les solitons mode 2 qui se propagent sur de plus grandes distances sont générés en amont du seuil par l'interaction d'un rayon d'onde interne avec la pycnocline.

2.1.2. Topographies périodiques supercritiques (projet Hydralab-IV J. Nycander)

On peut également penser à l'interaction de plusieurs monts supercritiques proches les uns des autres. En effet les topographies supercritiques composées de multiples monts sous-marins entraînent la formation de zones d'ombre (« shadowing »). Cette zone correspond à la région de la vallée où les rayons d'ondes internes formées sur les crêtes ne peuvent plus atteindre les eaux au-dessus de la topographie sans se refléter sur la pente d'un mont voisin. Des études montrent que ce phénomène pourrait avoir un impact significatif sur la conversion d'énergie entre marée barotrope et marée interne. Ce type de phénomène a été largement exploré par le biais d'expériences de laboratoire menées dans le grand canal stratifié du CNRM-GAME en 2014 dans le cadre d'un projet Hydralab-IV (collaboration avec J. Nycander, Univ. Stockholm). Il est prévu que je contribue à l'analyse de ces expériences fin 2015. Dans ce cadre, en complément de l'analyse des données, je mettrai également au point les configurations numériques correspondant à certaines expériences afin notamment d'étudier les flux énergétiques.

2.1.3. Upwelling (campagne UPSEN2, Sénégal)

La campagne UPSEN2 menée au Sénégal par Xavier Capet (communication personnelle) ouvre également de nouveaux horizons sur les possibles interactions entre ondes internes et upwelling. Une étude numérique à l'aide de l'algorithme non-hydrostatique non-Boussinesq du modèle d'océanographie côtière sur cette région apporterait un éclairage complémentaire aux observations collectées et permettrait une meilleure compréhension des mécanismes d'interaction entre *upwelling* et ondes internes.

2.1.4. Ondes proches inertielles (campagne Per2Tong, golfe de Gascogne)

La campagne Per2Tong, menée sur le golfe de Gascogne par P. Lazure, apporte également de nombreuses observations d'ondes internes générées sur des plateaux continentaux. Ces observations ont mis en évidence des mécanismes d'interactions important avec les ondes proche-inertielles ou encore des mécanismes de génération particulier dus à des configurations de double plateaux. Une simulation numérique 2D des transects effectués pourrait également apporter un éclairage complémentaire aux observations collectées et permettre une meilleure compréhension de ces mécanismes d'interactions.

2.2. Vers une modélisation encore plus réaliste du détroit de Gibraltar

De façon plus générale, effectuer des simulations encore plus réalistes avec une meilleure prise en compte de l'ensemble des facteurs environnementaux impactant la dynamique des ondes internes, nécessite l'intégration de nombreux paramètres dans nos simulations. Prenons l'exemple de nos simulations du détroit de Gibraltar.

2.2.1. Effet 3D

Des simulations 3D sont nécessaires pour représenter les effets du rétrécissement transversal « horizontal » du détroit sur la dynamique des ondes. Ce rétrécissement va notamment avoir un impacte sur la localisation et l'intensité des zones de contrôle hydraulique. La dynamique des ondes internes peut également être affectée par les effets transversaux de la stratification et de la topographie. Ces effets jouent des rôles mineurs dans le cas d'un canal étroit mais lorsque la largeur du canal est comparable au rayon de déformation de Rossby interne, comme dans le détroit de Gibraltar, les effets transversaux peuvent devenir significatifs notamment dus à des variations transverses de profondeur de la pycnocline. La dynamique des ondes internes peut également être modifiée lorsque la topographie a une structure transverse présentant de fortes variations. Des simulations 3D sont également nécessaires pour représenter correctement la circulation dans le golfe de Cadix en sortie du détroit. Cette circulation est fortement influencée par la génération de tourbillons induits par des courants de pente instables et est caractérisée par la formation d'une veine d'eau méditerranéenne qui remonte le long des côtes du Portugal. La modélisation de cette veine nécessite donc des simulations 3D.

2.2.2. Marées

Dans nos simulations du détroit de Gibraltar, seuls les courants de marée barotrope ont été implémentés en considérant une amplitude de marée constante et un seul mode de marée barotrope. Or, des études numériques du détroit de Gibraltar ont montré que les marées de vives-eaux et mortes-eaux génèrent des régimes d'ondes internes bien différents (Sánchez-Garrido et al., 2011). On peut donc également envisager d'implémenter un forçage de marée plus réaliste avec tous les types de marées présents au détroit de Gibraltar (M2, S2, O1, K1) et prenant en compte la variabilité temporelle de l'amplitude de la marée.

2.2.3. Forçage synoptique

La dynamique des ondes de marées internes générées au-dessus du détroit de Gibraltar peut également être influencée par les interactions avec d'autres types d'ondes, telles que les ondes inertielles générées par le vent. De nombreuses études ont également mis en évidence l'impact des structures tourbillonnaires de méso-échelle sur les ondes internes (Ponte and Klein, 2015). Pour prendre en compte ces divers phénomènes, il est nécessaire d'intégrer le forçage synoptique à nos simulations.

2.3. Evaluation et description du mélange

Cette thèse s'inscrit dans un objectif à long terme d'améliorer la description et la quantification du mélange turbulent induit par les ondes internes dans l'océan. Dans ce contexte, de nombreuses perspectives sont envisageables.

2.3.1. Quantification du mélange turbulent dans les régimes supercritiques

Le mélange induit par les ondes internes dans nos différents régimes supercritiques pourrait être quantifié dans des expériences de laboratoire identiques à nos configurations numériques quasi-DNS. Cette quantification permettrait notamment d'estimer la fraction adimensionnée de mélange local et de mélange délocalisé dans chacun de nos régimes. Quantifier le mélange turbulent pose à la fois le problème de la mesure et le problème de la méthode de quantification. Des estimations globales s'appuyant sur des mesures de champ de masse volumique 1D (avec des sondages conductivité-température réguliers) dans des expériences de laboratoire seraient une première approche. Une seconde approche, pour aborder le détail des mécanismes responsable du mélange, seraient d'accéder à la fois à des mesures de champs de vitesse 2D voire 3D avec une technique de vélocimétrie par images de particules (PIV) et à des mesures de champ de masse volumique 2D voire 3D avec par exemple une technique s'appuyant sur la fluorescence d'un colorant induite par un éclairage laser (PLIF) dans des expériences de laboratoire. Ces études pourraient permettre également de mieux appréhender le rôle du taux de dissipation ϵ sur l'évolution de la stratification du fluide. Enfin, la comparaison de ces mesures avec nos configurations numériques quasi-DNS, à l'échelle du laboratoire pourrait permettre de valider la représentation du mélange turbulent dans les modèles numériques. L'utilisation d'installations de grande dimension (accès à de grand nombre de Reynolds et limitation des effets de bords) disposant de la capacité à générer un écoulement stratifié en masse volumique est particulièrement pertinente pour ce type d'expériences.

2.3.2. Mise en place d'un schéma de fermeture turbulente pour les simulations LES

Pour réaliser des simulations grandes échelles (LES), associées à des tailles de domaines beaucoup plus grandes, il est nécessaire d'utiliser des mailles de résolution spatiale plus large (de l'ordre du mètre ou du kilomètre). Dans de telles configurations numériques, il est donc indispensable de paramétrer les processus sous-mailles. Ces paramétrisations empiriques peuvent être testées et améliorées par la comparaison entre expériences de laboratoire et simulations DNS dégradées en mode LES à l'échelle du laboratoire. Cette approche permettrait de définir des schémas de fermeture turbulente qui, une fois validés, pourront être inclus dans la version LES du modèle numérique. Les travaux en cours pour améliorer la paramétrisation de la turbulence en présence d'un gradient vertical de stratifications stable dans les modèles météorologiques (par ex. au CNRM-GAME) pourraient être une source d'inspiration et de collaboration.

2.3.3. Quantification du mélange turbulent dans l'océan

Mesurer le mélange turbulent dans l'océan pose également le problème de la mesure et de la méthode de quantification. Pour répondre à ces problématiques de nombreuses techniques ont été développées:

- Des mesures de microstructures par VMP (Vertical Micro-structure Profiler)

2. Perspectives

- Des mesures à fine-échelle par sondes CTD (conductivity, temperature, and depth) ou par profileurs acoustiques de courant à effet Doppler (ADCP), associées à différentes techniques de paramétrisation (méthode de Thorpe, paramétrisation de Gregg-Henyey, « *model-overtorns* » de van Haren et Gostiaux (2014), ...)
- Des mesures de traceurs chimiques faiblement radioactifs

De multiples campagnes océanographiques, dont les campagnes MOUTON dans le golfe de Gascogne, la campagne INDOMIX dans l'archipel Indonésien, ou encore la campagne DIMES (Diapycnal and Isopycnal Mixing Experiment in the Southern Ocean) dans l'océan austral, ont permis d'expérimenter et de comparer ces différentes techniques et de collecter une large gamme de données sur le mélange turbulent. Des comparaisons entre ces différentes mesures océanographiques et des configurations LES permettraient de valider les schémas de turbulence à grande échelle.

On peut également penser à l'utilisation des données du futur satellite SWOT (Surface Water & Ocean Topography). Celles-ci donneront accès à une vision 2D des processus de méso-échelle et sub-méso-échelle permettant de valider la représentation de la génération et de la propagation des ondes internes dans les modèles numériques. En effet, ce satellite altimétrique de nouvelle génération à large fauchée, fournira des observations à haute résolution de la hauteur de la surface de la mer. Il devraient également permettre une meilleure caractérisation des cascades énergétiques à l'échelle du globe notamment par la méthode décrite par Richman et al. (2012).

2.3.4. Proposition de développements numériques répondant à la problématique du mélange délocalisé

La modélisation rigoureuse du mélange induit par les ondes internes solitaires nécessite de représenter explicitement la génération de l'onde solitaire, sa propagation, son environnement océanique dans toute sa complexité (topographie, courants géostrophiques, structures de méso-échelle ...) et les processus de déferlement. De plus, ces ondes ont la capacité de se propager loin de leur zone de génération, sur plusieurs centaines de kilomètres. Il faudrait donc de manière optimale effectuer des simulations 3D non-hydrostatiques sur des domaines de plusieurs centaines de kilomètres, à des résolutions de l'ordre du mètre nécessitant des ressources de calculs inenvisageables aujourd'hui. Quelles solutions alors peuvent être proposées pour prendre en compte le mélange délocalisé par les ondes internes solitaires dans les modèles régionaux et globaux ?

Une solution envisageable pour l'avenir serait l'imbrication d'un modèle non-hydrostatique haute résolution adaptatif, permettant de raffiner la résolution spatiale le long de la trajectoire de l'onde, dans un modèle hydrostatique de plus faible résolution régionale ou globale. Ce type de simulations permettrait de modéliser explicitement tout le cycle de l'onde (génération, propagation, dissipation) tout en ayant un coût numérique envisageable. La version de l'algorithme que nous avons utilisé permet d'effectuer des configurations avec des bathymétries mouvantes (Auclair et al.,

2014). Un tel algorithme pourrait donc permettre ce type de suivi lagrangien. Une autre solution pourrait être l'utilisation d'outils d'affinage adaptatif dans des modèles de grille non-structurée. Ce genre de modèle permettrait notamment d'identifier les zones préférentielles de dissipation des ondes internes solitaires et de répondre aux problématiques actuelles concernant la nature des talus continentaux : source de génération d'ondes internes vs puits énergétique pour les ondes solitaires incidentes ?

2.4. Vers la sub-mésoéchelle

Cette thèse s'inscrit plus globalement dans le cadre des efforts actuels pour mieux comprendre, quantifier et modéliser l'impact des processus de méso et de sub-mésoéchelle qui jouent un rôle majeur dans le bilan énergétique de l'océan (Capet, 2015). Les processus de sub-mésoéchelle et les vitesses verticales associées sont également connus pour contribuer significativement à la production biologique (Lapeyre et Klein, 2006, Carr et al., 2008, Klein et Lapeyre, 2009) et à l'exportation du carbone (Guidi et al., 2012). L'amélioration actuelle des performances des moyens et techniques de calculs rend aujourd'hui possible la résolution explicite de ces processus de sub-mésoéchelle. Cependant les hypothèses sur lesquelles reposent les algorithmes des modèles océaniques actuelles ne sont pas forcément adaptées à la dynamique physique de ces processus de petite échelle. Ces nouveaux moyens de calculs offrent donc de nouvelles possibilités mais entraînent également des questionnements sur la validité de ces hypothèses à très haute résolution.

Bibliographie

- Akylas, T.R., Grimshaw, R.H.J., Clarke, S.R., Tabaei, A., 2007. Reflecting tidal wave beams and local generation of solitary waves in the ocean thermocline. *J. Fluid Mech.* 593, 297–313. doi:10.1017/S0022112007008786
- Alford, M., 2003. Improved global maps and 54-year history of wind-work on ocean inertial motions. *Geophys. Res. Lett.* 30, 1424. doi:10.1029/2002GL016614
- Althaus, A.M., Kunze, E., Sanford, T.B., 2003. Internal Tide Radiation from Mendocino Escarpment. *J. Phys. Oceanogr.* 33, 1510–1527. doi:10.1175/1520-0485(2003)033<1510:ITRFME>2.0.CO;2
- Apel, J.R., Holbrook, J.R., Liu, A.K., Tsai, J.J., 1985. The Sulu Sea Internal Soliton Experiment. *J. Phys. Oceanogr.* 15, 1625–1651. doi:10.1175/1520-0485(1985)015<1625:TSSISE>2.0.CO;2
- Armi, L., 1986. The hydraulics of two flowing layers with different densities. *J. Fluid Mech.* 163, 27–58. doi:10.1017/S0022112086002197
- Auclair, F., Estournel, C., Floor, J.W., Herrmann, M., Nguyen, C., Marsaleix, P., 2011. A non-hydrostatic algorithm for free-surface ocean modelling. *Ocean Model.* 36, 49–70. doi:10.1016/j.ocemod.2010.09.006
- Auclair, F., Bordois, L., Dossmann, Y., Duhaut, T., Estournel, C., Floor, J.W., Marsaleix, P., Nguyen, C., Paci, A., Ulses, C., 2014. Implementation of a time-dependent bathymetry in a free-surface ocean model: Application to internal wave generation. *Ocean Model.* 80, 1–9. doi:10.1016/j.ocemod.2014.03.002
- Auclair, F., Bordois, L., Dossmann, Y., Duhaut, T., Paci, A., Ulses, C., Nguyen, C., in revision, first submitted 2014. A non-hydrostatic non-Boussinesq algorithm for free-surface ocean modelling. *Ocean Model.*
- Baines, P., 1973. The generation of internal tides by flat-bump topography. *Deep Sea Res. Oceanogr. Abstr.* 20, 179–205.
- Baines, P.G., 1998. *Topographic Effects in Stratified Flows*. Cambridge University Press.
- Baines, P.G., 1982. On internal tide generation models. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 29, 307–338. doi:10.1016/0198-0149(82)90098-X
- Buijsman, M.C., Legg, S., Klymak, J., 2012. Double-Ridge Internal Tide Interference and Its Effect on Dissipation in Luzon Strait. *J. Phys. Oceanogr.* 42, 1337–1356. doi:10.1175/JPO-D-11-0210.1
- Camassa, R., Tiron, R., 2011. Optimal two-layer approximation for continuous density stratification. *J. Fluid Mech.* 669, 32–54. doi:10.1017/S0022112010004891
- Capet, X., 2015. Contributions to the understanding of meso/submesoscale turbulence and their impact on the ocean functioning (HDRthesis). Université Paris 6 Pierre et Marie Curie

- Carr, M., Davies, P.A., Hoebbers, R.P., 2015. Experiments on the structure and stability of mode-2 internal solitary-like waves propagating on an offset pycnocline. *Phys. Fluids 1994-Present* 27, 046602. doi:10.1063/1.4916881
- Carr, S.D., Capet, X.J., McWilliams, J.C., Pennigton, J.T., Chavez, F.P., 2008. The influence of diel vertical migration on zooplankton transport and recruitment in an upwelling region: estimates from a coupled behavioral-physical model. *Fish. Oceanogr.* 17, 1–15. doi:10.1111/j.1365-2419.2007.00447.x
- Carter, G., Fringer, O., Zaron, E., 2012. Regional Models of Internal Tides. *Oceanography* 25, 56–65. doi:10.5670/oceanog.2012.42
- Cummins, P.F., 2000. Stratified flow over topography: time-dependent comparisons between model solutions and observations. *Dyn. Atmospheres Oceans* 33, 43–72. doi:10.1016/S0377-0265(00)00044-0
- Cushman-Roisin, B., Beckers, J.-M., 2011. Introduction to geophysical fluid dynamics: physical and numerical aspects. Academic Press.
- Dale, A.C., Ullman, D.S., Barth, J.A., Hebert, D., 2003. The front on the Northern Flank of Georges Bank in spring: 1. Tidal and subtidal variability. *J. Geophys. Res. Oceans* 108, 8009. doi:10.1029/2002JC001327
- Da Silva, J.C.B., New, A.L., Magalhaes, J.M., 2011. On the structure and propagation of internal solitary waves generated at the Mascarene Plateau in the Indian Ocean. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 58, 229–240. doi:10.1016/j.dsr.2010.12.003
- Da Silva, J.C.B., Buijsman, M.C., Magalhaes, J.M., 2015. Internal waves on the upstream side of a large sill of the Mascarene Ridge: a comprehensive view of their generation mechanisms and evolution. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 99, 87–104. doi:10.1016/j.dsr.2015.01.002
- Dossmann, Y., 2012. Ondes internes générées sur une dorsale océanique: du laboratoire à l'océan (phdthesis). Université Paul Sabatier - Toulouse III.
- Dossmann, Y., Auclair, F., Paci, A., 2013a. Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline: Primary generation and topographic control. *Phys. Fluids* 25, 066601. doi:10.1063/1.4808163
- Dossmann, Y., Auclair, F., Paci, A., 2013b. Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline: Secondary generation and selection criteria. *Phys. Fluids* 25, 086603. doi:10.1063/1.4817373
- Dossmann, Y., Paci, A., Auclair, F., Lepilliez, M., Cid, E., 2014. Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline: Ultrasonic probes and stereo-correlation measurements. *Phys. Fluids 1994-Present* 26, 056601. doi:10.1063/1.4873202
- Duda, T.F., Lynch, J.F., Irish, J.D., Beardsley, R.C., Ramp, S.R., Chiu, C.-S., Tang, T.Y., Yang, Y.-J., 2004. Internal tide and nonlinear internal wave behavior at the continental slope in the northern south China Sea. *IEEE J. Ocean. Eng.* 29, 1105–1130. doi:10.1109/JOE.2004.836998
- Eckart, C., 1948. An Analysis of the Stirring and Mixing Processes in Incompressible Fluids. *J Mar Res* 7, 265–275.
- Egbert, G.D., Ray, R.D., 2000. Significant dissipation of tidal energy in the deep ocean inferred from satellite altimeter data. *Nature* 405, 775–778. doi:10.1038/35015531

- Egbert, G.D., Ray, R.D., 2001. Estimates of M2 tidal energy dissipation from TOPEX/Poseidon altimeter data. *J. Geophys. Res. Oceans* 106, 22475–22502. doi:10.1029/2000JC000699
- Farmer, D.M., Dungan Smith, J., 1980. Tidal interaction of stratified flow with a sill in Knight Inlet. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 27, 239–254. doi:10.1016/0198-0149(80)90015-1
- Farmer, D., Armi, L., 1988. The Flow of Atlantic Water Through the Strait of Gibraltar - the Flow of Mediterranean Water Through the Strait of Gibraltar. *Prog. Oceanogr.* 21, 1–&. doi:10.1016/0079-6611(88)90055-9
- Farmer, D.M., Armi, L., 1999. The generation and trapping of solitary waves over topography. *Science* 283, 188–190. doi:10.1126/science.283.5399.188
- Ferrari, R., Wunsch, C., 2009. Ocean Circulation Kinetic Energy: Reservoirs, Sources, and Sinks. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 41, 253–282. doi:10.1146/annurev.fluid.40.111406.102139
- Floor, J., 2009. Transferts d'énergie associées à la génération, propagation et dissipation de la marée interne (phd). Université de Toulouse, Université Toulouse III - Paul Sabatier.
- Franks, P.J.S., 1997. Spatial patterns in dense algal blooms. *Limnol. Oceanogr.* 42, 1297–1305. doi:10.4319/lo.1997.42.5_part_2.1297
- Friedrich, T., Timmermann, A., Decloedt, T., Luther, D.S., Mouchet, A., 2011. The effect of topography-enhanced diapycnal mixing on ocean and atmospheric circulation and marine biogeochemistry. *Ocean Model.* 39, 262–274. doi:10.1016/j.ocemod.2011.04.012
- Garrett, C., Munk, W., 1975. Space-time scales of internal waves: A progress report. *J. Geophys. Res.* 80, 291–297. doi:10.1029/JC080i003p00291
- Garrett, C., Munk, W., 1979. Internal Waves in the Ocean. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 11, 339–369. doi:10.1146/annurev.fl.11.010179.002011
- Garrett, C., Kunze, E., 2007. Internal Tide Generation in the Deep Ocean. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 39, 57–87. doi:10.1146/annurev.fluid.39.050905.110227
- Gerkema, T., 2001. Internal and interfacial tides: Beam scattering and local generation of solitary waves. *J. Mar. Res.* 59, 227–255. doi:10.1357/002224001762882646
- Gerkema, T., Zimmerman, J.T.F., 2008. An introduction to internal waves. *Lect. Notes R. NIOZ Texel.*
- Geyer, W.R., Lavery, A.C., Scully, M.E., Trowbridge, J.H., 2010. Mixing by shear instability at high Reynolds number. *Geophys. Res. Lett.* 37, L22607. doi:10.1029/2010GL045272
- Gill, A.E., 1982. *Atmosphere-ocean Dynamics.* Academic Press.
- Gregg, M.C., 1989. Scaling turbulent dissipation in the thermocline. *J. Geophys. Res. Oceans* 94, 9686–9698. doi:10.1029/JC094iC07p09686
- Grisouard, N., Staquet, C., Gerkema, T., 2011. Generation of internal solitary waves in a pycnocline by an internal wave beam: a numerical study. *J. Fluid Mech.* 676, 491–513. doi:10.1017/jfm.2011.61
- Grubišić, V., Stiperski, I., 2009. Lee-Wave Resonances over Double Bell-Shaped Obstacles. *J. Atmospheric Sci.* 66, 1205–1228. doi:10.1175/2008JAS2885.1
- Grue, J., Jensen, A., Rusås, P.-O., Sveen, J.K., 2000. Breaking and broadening of internal solitary waves. *J. Fluid Mech.* 413, 181–217. doi:10.1017/S0022112000008648

- Guidi, L., *et al.*, 2012. Does eddy-eddy interaction control surface phytoplankton distribution and carbon export in the North Pacific Subtropical Gyre?. *J. Geophys. Res.* 117, G02024. doi:10.1029/2012JG001984.
- Guo, C., Vlasenko, V., Alpers, W., Stashchuk, N., Chen, X., 2012. Evidence of short internal waves trailing strong internal solitary waves in the northern South China Sea from synthetic aperture radar observations. *Remote Sens. Environ.* 124, 542–550. doi:10.1016/j.rse.2012.06.001
- Helfrich, K., Melville, W., Miles, J., 1984. On Interfacial Solitary Waves Over Slowly Varying Topography. *J. Fluid Mech.* 149, 305–317. doi:10.1017/S0022112084002664
- Helfrich, K.R., Melville, W.K., 1986. On long nonlinear internal waves over slope-shelf topography. *J. Fluid Mech.* 167, 285–308. doi:10.1017/S0022112086002823
- Helfrich, K., 1992. Internal Solitary Wave Breaking and Run-up on a Uniform Slope. *J. Fluid Mech.* 243, 133–154. doi:10.1017/S0022112092002660
- Henye, F.S., Wright, J., Flatté, S.M., 1986. Energy and action flow through the internal wave field: An eikonal approach. *J. Geophys. Res. Oceans* 91, 8487–8495. doi:10.1029/JC091iC07p08487
- Hüttemann, H., Hutter, K., 2001. Baroclinic solitary water waves in a two-layer fluid system with diffusive interface. *Exp. Fluids* 30, 317–326. doi:10.1007/s003480000198
- Hyder P., D.R.G.J., 2005. Observations and predictability of internal solitons in the northern Andaman Sea. *Appl. Ocean Res.* 27, 1–11. doi:10.1016/j.apor.2005.07.001
- Jackson, C., da Silva, J., Jeans, G., 2012. The Generation of Nonlinear Internal Waves. *Oceanography* 25, 108–123. doi:10.5670/oceanog.2012.46
- Jayne, S.R., St. Laurent, L.C., 2001. Parameterizing tidal dissipation over rough topography. *Geophys. Res. Lett.* 28, 811–814. doi:10.1029/2000GL012044
- Kanarska, Y., Shchepetkin, A., McWilliams, J.C., 2007. Algorithm for non-hydrostatic dynamics in the Regional Oceanic Modeling System. *Ocean Modelling* 18, 143–174. doi:10.1016/j.ocemod.2007.04.001
- Kao Timothy W., F.-S.P., 1985. Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope. *J. Fluid Mech.* 159, 19 – 53. doi:10.1017/S0022112085003081
- Kaup, D.J., Newell, A.C., 1978. Theory of nonlinear oscillating dipolar excitations in one-dimensional condensates. *Phys. Rev. B* 18, 5162–5167. doi:10.1103/PhysRevB.18.5162
- Klein, P., Lapeyre, G., 2009. The oceanic vertical pump induced by mesoscale and submesoscale turbulence. *Ann Rev Mar Sci* 1, 351–375. doi:10.1146/annurev.marine.010908.163704
- Klymak, J.M., Gregg, M.C., 2004. Tidally Generated Turbulence over the Knight Inlet Sill. *J. Phys. Oceanogr.* 34, 1135–1151. doi:10.1175/1520-0485(2004)034<1135:TGTOTK>2.0.CO;2
- Klymak, J.M., Pinkel, R., Liu, C.-T., Liu, A.K., David, L., 2006. Prototypical solitons in the South China Sea. *Geophys. Res. Lett.* 33, L11607. doi:10.1029/2006GL025932
- Klymak, J.M., Pinkel, R., Rainville, L., 2008. Direct Breaking of the Internal Tide near Topography: Kaena Ridge, Hawaii. *J. Phys. Oceanogr.* 38, 380–399. doi:10.1175/2007JPO3728.1
- Klymak, 2010. High-mode stationary waves in stratified flow over large obstacles. *J. Fluid Mech.* 644, 321–336. doi:10.1017/s0022112009992503

- Klymak, J.M., Legg, S., Pinkel, R., 2010. A Simple Parameterization of Turbulent Tidal Mixing near Supercritical Topography. *J. Phys. Oceanogr.* 40, 2059–2074. doi:10.1175/2010JPO4396.1
- Klymak, J., Legg, S., Alford, M., Buijsman, M., Pinkel, R., Nash, J., 2012. The Direct Breaking of Internal Waves at Steep Topography. *Oceanography* 25, 150–159. doi:10.5670/oceanog.2012.50
- Knigge, C., Etling, D., Paci, A., Eiff, O., 2010. Laboratory experiments on mountain-induced rotors. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 136, 442–450. doi:10.1002/qj.564
- Koch-Larrouy, A., Madec, G., Bouruet-Aubertot, P., Gerkema, T., Bessières, L., Molcard, R., 2007. On the transformation of Pacific Water into Indonesian Throughflow Water by internal tidal mixing. *Geophys. Res. Lett.* 34, L04604. doi:10.1029/2006GL028405
- Lamb, K.G., 1994. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. *J Geophys Res* 99, 843–864. doi:10.1029/93JC02514
- Lapeyre, G., Klein, P., 2006. Impact of the small-scale elongated filaments on the oceanic vertical pump. *Journal of Marine Research* 64, 835–851. doi:10.1357/002224006779698369
- LeBlond, P.H., Mysak, L.A., 1981. *Waves in the Ocean*. Elsevier.
- Ledwell, J.R., Watson, A.J., Law, C.S., 1993. Evidence for slow mixing across the pycnocline from an open-ocean tracer-release experiment. *Nature* 364, 701–703. doi:10.1038/364701a0
- Legg, S., Klymak, J., 2008. Internal Hydraulic Jumps and Overturning Generated by Tidal Flow over a Tall Steep Ridge. *J. Phys. Oceanogr.* 38, 1949–1964. doi:10.1175/2008JPO3777.1
- Liu, A.K., Holbrook, J.R., Apel, J.R., 1985. Nonlinear Internal Wave Evolution in the Sulu Sea. *J. Phys. Oceanogr.* 15, 1613–1624. doi:10.1175/1520-0485(1985)015<1613:NIWEIT>2.0.CO;2
- Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.-K., Liang, N.K., 1998. Evolution of nonlinear internal waves in the East and South China Seas. *J. Geophys. Res. Oceans* 103, 7995–8008. doi:10.1029/97JC01918
- Loder, J.W., Brickman, D., Horne, E.P.W., 1992. Detailed structure of currents and hydrography on the northern side of Georges Bank. *J Geophys Res* 97, 14331–14351.
- MacKinnon, J., 2013. Oceanography: Mountain waves in the deep ocean. *Nature* 501, 321–322. doi:10.1038/501321a
- Marsaleix, P., Auclair, F., Floor, J.W., Herrmann, M.J., Estournel, C., Pairaud, I., Ulses, C., 2008. Energy conservation issues in sigma-coordinate free-surface ocean models. *Ocean Model.* 20, 61–89. doi:10.1016/j.ocemod.2007.07.005
- Marshall, J., Adcroft, A., Hill, C., Perelman, L., Heisey, C., 1997a. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers. *J. Geophys. Res.* 102, 5753–5766. doi:10.1029/96JC02775
- Marshall, J., Hill, C., Perelman, L., Adcroft, A., 1997b. Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling. *J. Geophys. Res.* 102, 5733–5752. doi:10.1029/96JC02776
- Maxworthy, T., 1979. Note on the Internal Solitary Waves Produced by Tidal Flow Over a 3-Dimensional Ridge. *J. Geophys. Res.-Oceans Atmospheres* 84, 338–346. doi:10.1029/JC084iC01p00338

- Melet, A., Hallberg, R., Legg, S., Polzin, K., 2012. Sensitivity of the Ocean State to the Vertical Distribution of Internal-Tide-Driven Mixing. *J. Phys. Oceanogr.* 43, 602–615. doi:10.1175/JPO-D-12-055.1
- Mercier, M., 2010. Étude expérimentale de la génération de structures linéaires et non-linéaires (solibores, solitons) en milieu stratifié (phdthesis). Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON.
- Mercier, M.J., Gostiaux, L., Helfrich, K., Sommeria, J., Viboud, S., Didelle, H., Ghaemsaïdi, S.J., Dauxois, T., Peacock, T., 2013. Large-scale, realistic laboratory modeling of M2 internal tide generation at the Luzon Strait. *Geophys. Res. Lett.* 40, 5704–5709. doi:10.1002/2013GL058064
- Moore, S.E., Lien, R.-C., 2007. Pilot Whales Follow Internal Solitary Waves in the South China Sea. *Mar. Mammal Sci.* 23, 193–196. doi:10.1111/j.1748-7692.2006.00086.x
- Muacho, S., da Silva, J.C.B., Brotas, V., Oliveira, P.B., 2013. Effect of internal waves on near-surface chlorophyll concentration and primary production in the Nazaré Canyon (west of the Iberian Peninsula). *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 81, 89–96. doi:10.1016/j.dsr.2013.07.012
- Müller, P., Holloway, G., Henyey, F., Pomphrey, N., 1986. Nonlinear interactions among internal gravity waves. *Rev. Geophys.* 24, 493–536. doi:10.1029/RG024i003p00493
- Munk, W.H., 1966. Abyssal recipes. *Deep Sea Res. Oceanogr. Abstr.* 13, 707–730. doi:10.1016/0011-7471(66)90602-4
- Munk, W., Wunsch, C., 1998. Abyssal recipes II: energetics of tidal and wind mixing. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 45, 1977–2010. doi:10.1016/S0967-0637(98)00070-3
- Nash, J.D., Moum, J.N., 2005. River plumes as a source of large-amplitude internal waves in the coastal ocean. *Nature* 437, 400–403. doi:10.1038/nature03936
- Nash, J.D., Alford, M.H., Kunze, E., Martini, K., Kelly, S., 2007. Hotspots of deep ocean mixing on the Oregon continental slope. *Geophys. Res. Lett.* 34, L01605. doi:10.1029/2006GL028170
- New, A.L., Pingree, R.D., 1990. Large-amplitude internal soliton packets in the central Bay of Biscay. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 37, 513–524. doi:10.1016/0198-0149(90)90022-N
- New, A.L., Pingree, R.D., 1992. Local generation of internal soliton packets in the central bay of Biscay. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 39, 1521–1534. doi:10.1016/0198-0149(92)90045-U
- New, A.L., Da Silva, J.C.B., 2002. Remote-sensing evidence for the local generation of internal soliton packets in the central Bay of Biscay. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 49, 915–934. doi:10.1016/S0967-0637(01)00082-6
- Nikurashin, M., Ferrari, R., 2011. Global energy conversion rate from geostrophic flows into internal lee waves in the deep ocean: INTERNAL LEE WAVES IN THE OCEAN. *Geophys. Res. Lett.* 38, n/a–n/a. doi:10.1029/2011GL046576
- Nikurashin Maxim, R.F., 2013. Overturning circulation driven by breaking internal waves in the deep ocean. *Geophys. Res. Lett.* 40, n/a–n/a. doi:10.1002/grl.50542
- Niwa, Y., Hibiya, T., 2001. Numerical study of the spatial distribution of the M2 internal tide in the Pacific Ocean. *J. Geophys. Res. Oceans* 106, 22441–22449. doi:10.1029/2000JC000770

- Oguz, T., Özsoy, E., Latif, M.A., Sur, H.I., Ünlüata, Ü., 1990. Modeling of Hydraulically Controlled Exchange Flow in the Bosphorus Strait. *J. Phys. Oceanogr.* 20, 945–965. doi:10.1175/1520-0485(1990)020<0945:MOHCEF>2.0.CO;2
- Osborn, T.R., Cox, C.S., 1972. Oceanic fine structure. *Geophys. Fluid Dyn.* 3, 321–345. doi:10.1080/03091927208236085
- Pingree, R.D., New, A.L., 1989. Downward propagation of internal tidal energy into the Bay of Biscay. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 36, 735–758. doi:10.1016/0198-0149(89)90148-9
- Pingree, R.D., New, A.L., 1991. Abyssal Penetration and Bottom Reflection of Internal Tidal Energy in the Bay of Biscay. *J. Phys. Oceanogr.* 21, 28–39. doi:10.1175/1520-0485(1991)021<0028:APABRO>2.0.CO;2
- Polzin, K.L., Toole, J.M., Ledwell, J.R., Schmitt, R.W., 1997. Spatial Variability of Turbulent Mixing in the Abyssal Ocean. *Science* 276, 93–96. doi:10.1126/science.276.5309.93
- Ponte, A.L., Klein, P., 2015. Incoherent signature of internal tides on sea level in idealized numerical simulations. *Geophys. Res. Lett.* 42, 2014GL062583. doi:10.1002/2014GL062583
- Rainville, L., Pinkel, R., 2006. Propagation of Low-Mode Internal Waves through the Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 36, 1220–1236. doi:10.1175/JPO2889.1
- Richman, J.G., Arbic, B.K., Shriver, J.F., Metzger, E.J., Wallcraft, A.J., 2012. Inferring dynamics from the wavenumber spectra of an eddying global ocean model with embedded tides. *J. Geophys. Res. Oceans* 117, C12012. doi:10.1029/2012JC008364
- Rudnick, D.L., Boyd, T.J., Brainard, R.E., Carter, G.S., Egbert, G.D., Gregg, M.C., Holloway, P.E., Klymak, J.M., Kunze, E., Lee, C.M., Levine, M.D., Luther, D.S., Martin, J.P., Merrifield, M.A., Moum, J.N., Nash, J.D., Pinkel, R., Rainville, L., Sanford, T.B., 2003. From Tides to Mixing Along the Hawaiian Ridge. *Science* 301, 355–357. doi:10.1126/science.1085837
- Sánchez-Garrido, J.C., Sannino, G., Liberti, L., García Lafuente, J., Pratt, L., 2011. Numerical modeling of three-dimensional stratified tidal flow over Camarinal Sill, Strait of Gibraltar. *J. Geophys. Res. Oceans* 116, C12026. doi:10.1029/2011JC007093
- Sanchez-Roman, A., Criado-Aldeanueva, F., Garcia-Lafuente, J., Sanchez, J.C., 2008. Vertical structure of tidal currents over Espartel and Camarinal sills, Strait of Gibraltar. *J. Mar. Syst.* 74, 120–133. doi:10.1016/j.jmarsys.2007.11.007
- Sannino, G., Bargagli, A., Artale, V., 2002. Numerical modeling of the mean exchange through the Strait of Gibraltar. *J. Geophys. Res. Oceans* 107, 9–1. doi:10.1029/2001JC000929
- Sannino Gianmaria, L.J.P., 2009. Hydraulic criticality of the exchange flow through the Strait of Gibraltar. doi:10.1175/2009JPO4075.1
- Sen, A., Scott, R.B., Arbic, B.K., 2008. Global energy dissipation rate of deep-ocean low-frequency flows by quadratic bottom boundary layer drag: Computations from current-meter data. *Geophys. Res. Lett.* 35. doi:10.1029/2008GL033407
- Shroyer, E.L., Moum, J.N., Nash, J.D., 2010. Mode 2 waves on the continental shelf: Ephemeral components of the nonlinear internal wavefield. *J. Geophys. Res. Oceans* 115, C07001. doi:10.1029/2009JC005605

- Simmons, H.L., Jayne, S.R., Laurent, L.C.S., Weaver, A.J., 2004. Tidally driven mixing in a numerical model of the ocean general circulation. *Ocean Model.* 6, 245–263. doi:10.1016/S1463-5003(03)00011-8
- Smith, F.T., Brighton, P.W.M., Jackson, P.S., Hunt, J.C.R., 1981. On boundary-layer flow past two-dimensional obstacles. *J. Fluid Mech.* 113, 123–152. doi:10.1017/S0022112081003431
- Smyth, W., Moum, J., 2012. Ocean Mixing by Kelvin-Helmholtz Instability. *Oceanography* 25, 140–149. doi:10.5670/oceanog.2012.49
- St. Laurent, L.C., Simmons, H.L., Jayne, S.R., 2002. Estimating tidally driven mixing in the deep ocean. *Geophys. Res. Lett.* 29, 2106. doi:10.1029/2002GL015633
- St. Laurent, L., Garrett, C., 2002. The Role of Internal Tides in Mixing the Deep Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 32, 2882–2899. doi:10.1175/1520-0485(2002)032<2882:TROI>2.0.CO;2
- Tailleux, R., 2009. On the energetics of stratified turbulent mixing, irreversible thermodynamics, Boussinesq models, and the ocean heat engine controversy. *J. Fluid Mech.* 638, 339. doi:10.1017/S002211200999111X
- Thorpe, S.A., 2007. *An Introduction to Ocean Turbulence*. Cambridge University Press.
- Tsimplis, M.N., Bryden, H.L., 2000. Estimation of the transports through the Strait of Gibraltar. *Deep Sea Res. Part Oceanogr. Res. Pap.* 47, 2219–2242. doi:10.1016/S0967-0637(00)00024-8
- Vallis, G., 2015. The Stratification of the Ocean and Atmosphere. NewWave conference, Lyon. URL: <http://newwave.sciencesconf.org/browse/speaker?authorid=335232>
- Van Haren, H., Gostiaux, L., 2014. Characterizing turbulent overturns in CTD-data. *Dyn. Atmospheres Oceans* 66, 58–76. doi:10.1016/j.dynatmoce.2014.02.001
- Vázquez, A., Stashchuk, N., Vlasenko, V., Bruno, M., Izquierdo, A., Gallacher, P.C., 2006. Evidence of multimodal structure of the baroclinic tide in the Strait of Gibraltar. *Geophys. Res. Lett.* 33, L17605. doi:10.1029/2006GL026806
- Vlasenko, V.I., Hutter, K., 2001. Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill. *Nonlinear Process. Geophys.* 8, 223–239. doi:10.5194/npg-8-223-2001
- Vlasenko, V., Hutter, K., 2002. Numerical Experiments on the Breaking of Solitary Internal Waves over a Slope–Shelf Topography. *J. Phys. Oceanogr.* 32, 1779–1793. doi:10.1175/1520-0485(2002)032<1779:NEOTBO>2.0.CO;2
- Vlasenko, V., Alpers, W., 2005. Generation of secondary internal waves by the interaction of an internal solitary wave with an underwater bank. *J. Geophys. Res. Oceans* 110, C02019. doi:10.1029/2004JC002467
- Vlasenko, Stashchuk, Hutter, 2005. *Baroclinic Tides, Theoretical Modeling and Observational Evidence*. Cambridge University Press (2005).
- Vlasenko, V., Stashchuk, N., 2006. Amplification and Suppression of Internal Waves by Tides over Variable Bottom Topography. *J. Phys. Oceanogr.* 36, 1959–1973. doi:10.1175/JPO2958.1
- Vlasenko, V., Sanchez Garrido, J.C., Stashchuk, N., Garcia Lafuente, J., Losada, M., 2009. Three-Dimensional Evolution of Large-Amplitude Internal Waves in the Strait of Gibraltar. *J. Phys. Oceanogr.* 39, 2230–2246. doi:10.1175/2009JPO4007.1

- Vlasenko V, S.N., 2010. Multimodal structure of baroclinic tides in the South China Sea. *Nonlinear Process. Geophys.* doi:10.5194/npg-17-529-2010
- Vosper, S.B., 2004. Inversion effects on mountain lee waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 130, 1723–1748. doi:10.1256/qj.03.63
- Wang G., Y.H., M.L., 2007. Numerical calculation of dispersion relation for linear internal waves. *Chin. J. Oceanol. Limnol.* 25, 347–353. doi:10.1007/s00343-007-0347-7
- Webb, D.J., Suginohara, N., 2001. Oceanography: Vertical mixing in the ocean. *Nature* 409, 37–37. doi:10.1038/35051171
- Wessels, F., Hutter, K., 1996. Interaction of internal waves with a topographic sill in a two-layered fluid. *J. Phys. Oceanogr.* 26, 5–20.
- Winters, K.B., Armi, L., 2012. Hydraulic control of continuously stratified flow over an obstacle. *J. Fluid Mech.* 700, 502–513. doi:10.1017/jfm.2012.157
- Winters, 2014. Topographic control of stratified flows: upstream jets, blocking and isolating layers. *J. Fluid Mech.* 753, 80–103. doi:10.1017/jfm.2014.363
- Whiteman C. David & Staff Scientist of Meteorology at Pacific Northwest, C.D.W.S.S. of M. at P.N., 2000. *Mountain Meteorology: Fundamentals and Applications: Fundamentals and Applications.* Oxford University Press, USA.
- Wunsch, C., 1998. The Work Done by the Wind on the Oceanic General Circulation. *J. Phys. Oceanogr.* 28, 2332–2340. doi:10.1175/1520-0485(1998)028<2332:TWDBTW>2.0.CO;2
- Wunsch, C., Ferrari, R., 2004. Vertical Mixing, Energy, and the General Circulation of the Oceans. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 36, 281–314. doi:10.1146/annurev.fluid.36.050802.122121
- Yang, Y.-J., Tang, T.Y., Chang, M.H., Liu, A.K., Hsu, M.-K., Ramp, S.R., 2004. Solitons northeast of Tung-Sha Island during the ASIAEX pilot studies. *IEEE J. Ocean. Eng.* 29, 1182–1199. doi:10.1109/JOE.2004.841424
- Yang, Y.J., Fang, Y.C., Chang, M.-H., Ramp, S.R., Kao, C.-C., Tang, T.Y., 2009. Observations of second baroclinic mode internal solitary waves on the continental slope of the northern South China Sea. *J. Geophys. Res. Oceans* 114, C10003. doi:10.1029/2009JC005318

PHD THESIS

UNIVERSITY TOULOUSE III PAUL SABATIER

Title : Internal tide modeling : Hydraulic & Topographic controls

Internal tides are involved in the Meridional Overturning Circulation energy balance. The issue about the relative importance of the mechanical and thermodynamical energy sources induces a need for a quantitative evaluation of the energy transfers and for a clear understanding of the physical processes involved in these energy transfers.

In supercritical regions such as the strait of Gibraltar or the Hawaiian Ridge, large topography variations and strong currents lead to more complex generation mechanisms of internal waves and environmental interactions. They can be subject locally to spectacular breaking, with turbulent structures observed hundreds of meters above the seafloor, and driving turbulence orders of magnitude higher than open-ocean levels. These regions are also effective at generating nonlinear internal waves (ISWs) which persist for days after their generation and are suspected to be responsible for important remote energy transfers. In these “extreme” regions, ISWs dynamics is also more difficult to model. These situations are highly non-hydrostatic and non-linear with strong instabilities, strong velocity and density gradients and steep slopes. Moreover, in these regions, actual internal wave’s parameterizations are often inadequate. So there is a real need to understand and represent better the ISWs dynamic in these areas.

This thesis follows the line of research of Dossmann (2012), on topographically induced internal solitary waves which used a complementary approach relying on numerical and experimental configurations at laboratory scale. In this context, we continue to explore internal tide regimes but in “supercritical” regions: internal tide generation area with supercritical topography and hydraulic control. Simulations are performed using the nonhydrostatic and non-Boussinesq version of the regional oceanic circulation model SNH.

In a first part, taking an idealized modeling approach at laboratory scale, we examined a range of different internal waves regimes in “supercritical” regions. Relying on quasi-direct numerical simulations (quasi-DNS), a regime analysis has been proposed using and identifying key non-dimensional parameters for ISWs dynamics. This analysis has permitted to recover a topographic control on vertical mode generation characterized by the ratio of vertical mode wavelength to topography width, even above supercritical topography. The topographic selection criterion has proven to be a useful indicator of high mode solitary wave formation in non-linear regime.

The purpose of the second part is to extend the previous studies at laboratory scales towards more realistic oceanic conditions. In this regard, the regime analysis is applied to a idealized large scale oceanic strait through a similitude principle. The idealized strait configuration succeeds in representing laboratory scale strait regime at largest and realistic scales. Then our analysis is applied to two well-known realistic cases: the Strait of Gibraltar and Georges Bank through large eddy simulations. These two oceanographic “supercritical” regions are particularly interesting for their specific topography and stratification conditions.

Keys words: internal tide, stratified fluids, hydraulic control, topographic control, solitary waves, hydraulic jump, DNS, LES, Gibraltar strait.

THESE DE DOCTORAT
UNIVERSITE TOULOUSE III PAUL SABATIER

Titre : Modélisation numérique de la marée interne : Contrôles hydrauliques et topographiques

La marée interne générée sur une topographie est un élément clé des transferts énergétiques des échelles de forçage de l'océan vers les échelles de mélange turbulent. Elle contribuerait à près de la moitié du mélange turbulent nécessaire au maintien de la stratification océanique. Une compréhension plus approfondie des processus mis en jeu est nécessaire pour décrire plus précisément son rôle dans le maintien de la circulation océanique.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des travaux d'Y. Dossmann (2012) portant sur les ondes internes solitaires générées au dessus d'une dorsale océanique. Ces travaux reposent sur une utilisation complémentaire d'expériences physiques menées dans le grand canal du CNRM-GAME et d'expériences numériques à l'échelle du laboratoire effectuées avec le modèle d'océanographie côtière SNH. L'utilisation simultanée de ces deux outils a notamment permis d'évaluer la validité des hypothèses sous-jacentes de ce modèle et le développement de nouveaux schémas numériques.

Dans cette thèse, des simulations numériques utilisant la version non-hydrostatique et non-Boussinesq du modèle SNH sont utilisées pour décrire les différents régimes d'ondes internes dans des régions « supercritiques ». Le terme supercritique désigne à la fois des courants de marée intenses dont la vitesse U est supérieure à la vitesse de propagation des ondes internes c_n , et des topographies très abruptes dont l'angle de la pente γ est supérieur à l'angle du rayon d'onde interne dans la pycnocline θ_p . De telles conditions environnementales correspondent à des régions de mélange intense, jusqu'à 10 000 fois supérieur au mélange turbulent observé dans l'océan ouvert. Les processus physiques ayant lieu dans ces régions restent encore mal compris et mal représentés par les paramétrisations d'ondes internes existantes. De plus, ces régions sont également des zones propices à la génération d'ondes internes non-linéaires pouvant se propager pendant plusieurs jours et entraînant ainsi des transferts d'énergie significatifs loin de leur zone de génération. La description des processus turbulents en jeu dans ces régions « extrêmes » constitue le cœur de ma thèse.

Dans une première partie, des configurations académiques à l'échelle du laboratoire sont mises en place pour étudier les processus en jeu dans différents régimes « supercritiques » de génération d'onde internes. Des simulations numériques directes sont réalisées et permettent d'identifier un nombre limité de paramètres physiques adimensionnés contrôlant la dynamique des ondes internes dans ces régions. Une attention particulière est portée sur le rôle joué par la topographie sur la génération des modes verticaux d'ondes internes et sur la formation de modes « hauts » d'ondes internes solitaires.

Le second objectif de cette thèse est de faire le lien entre les précédentes études académiques à l'échelle du laboratoire et l'échelle océanique. Pour cela, un principe de similitude permettant de conserver la dynamique des ondes internes tout en modifiant l'échelle de l'écoulement est mise en place. Par le biais de ce principe de similitude, nous partons de cas idéalisés à l'échelle du laboratoire, que nous transposons à l'échelle océanique, pour nous rapprocher de cas océaniques plus réalistes et de plus en plus complexes. Puis notre étude de régime est étendue à deux régions océaniques « supercritiques » bien connues : le détroit de Gibraltar et le plateau situé à l'entrée du golfe du Maine (nommé « Georges Bank » en anglais). L'applicabilité de nos paramètres clés est étudiée dans le cas de ces deux environnements complexes par le biais de simulations haute résolution de grande échelle (LES).

Mots clés: ondes internes, fluide stratifié, contrôle hydraulique, contrôle topographique, ondes solitaires, ressaut hydraulique, DNS, LES, détroit de Gibraltar.