



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Présentée et soutenue par :

Yasmina Bouzarour-Amokrane

Le mardi 3 décembre 2013

Titre :

Structuration des Processus d'Aide à la Décision par Analyse Bipolaire

EDSYS : Génie Industriel 4200046

Unité de recherche :

Laboratoire Génie de Production (LGP) - Équipe d'Accueil EA n° 1905

Directeur(s) de Thèse :

François Pérès : Professeur des Universités, ENI de Tarbes

Ayeley Tchangani : Maître de Conférences, Université Toulouse 3 Paul Sabatier, IUT de Tarbes

Rapporteurs :

Jacky Montmain : Professeur des Écoles Nationales Supérieures des Mines, et des Techniques

Lyes Benyoucef : Professeur des Universités, Université Aix-Marseille

Autre(s) membre(s) du jury :

Pascale Zaraté : Professeur des Universités, Université Toulouse Capitole IRIT-UMR5505

Vincent Mousseau : Professeur des Universités, École Centrale Paris

Résumé.

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le champ de l'aide à la décision multicritère. Ce champ aborde la décision dans un contexte où un groupe d'alternatives est évalué à travers un ensemble de critères (souvent contradictoires) afin d'estimer le potentiel de chacune à atteindre les objectifs fixés par un certain nombre de décideurs. La contribution de cette thèse concerne la structuration des problèmes d'aide à la décision par une approche bipolaire flexible qui permet d'évaluer les alternatives en distinguant leurs aspects positifs et négatifs vis-à-vis des objectifs à atteindre. Dans un premier temps, des modèles de structuration bipolaire sont proposés pour évaluer les problèmes de décision au niveau individuel. Les relations de synergie et les interactions potentielles entre les caractéristiques de la décision (attributs, alternatives, objectifs) sont modélisées dans un contexte bipolaire et intégrées ensuite à des approches de résolution en tenant compte de l'environnement certain ou incertain dans lequel l'évaluation se déroule. Dans la première phase de structuration (phase d'élicitation), les attributs sont élicités hiérarchiquement pour chaque couple (objectif, alternative) en distinguant les caractéristiques positives (attributs allant dans le sens de la réalisation de l'objectif) des caractéristiques négatives (attributs représentant le prix, au sens large, à payer pour réaliser l'objectif). Pour faciliter l'appréciation des éléments décisionnels par le ou les protagonistes de la décision, la phase d'évaluation propose d'utiliser le processus AHP (Analytic Hierarchy Process) comme outil d'évaluation afin de quantifier, à l'aide d'une comparaison par paires, les relations entre attributs, objectifs, et alternatives au niveau individuel.

La théorie des jeux satisfaisants (satisficing games) est présentée ensuite comme outil de recherche finale de la décision à sélectionner. Cette théorie est basée sur l'évaluation de chaque alternative par deux mesures : une mesure de sélectabilité qui agrège les aspects positifs des alternatives vis-à-vis des objectifs à atteindre, et une mesure de rejetabilité qui agrège leurs aspects négatifs. Ce faisant, le décideur va se retrouver en général avec un certain nombre d'alternatives pour lesquelles il n'a pas de préférence immédiate, ces alternatives sont regroupées dans un ensemble appelé ensemble d'équilibre satisfaisant dans lequel le choix final peut s'opérer en utilisant éventuellement d'autres critères de sélection.

En considérant un environnement incertain, une analyse BOCR basée sur l'évaluation des facteurs bénéfice (B), opportunité (O), coût (C) et risque (R), est associée au modèle bipolaire proposé afin d'intégrer la notion d'incertitude à travers les facteurs d'opportunité et de risque. Une définition et une méthode d'évaluation des facteurs incertains (opportunité, risque) sont proposées.

Dans un deuxième temps, les décisions de groupe sont traitées en tenant compte de l'impact du facteur humain (à travers les notions de peur, individualisme, influence, prudence, etc.) sur la capacité décisionnelle aux niveaux individuel et collectif. Des modèles d'évaluation et des techniques d'atteinte de consensus sont proposées dans deux catégories de problèmes relativement indépendantes, les problèmes de choix social impliquant un groupe de décideurs dont l'objectif est de sélectionner une alternative commune parmi un ensemble de solutions potentielles et les problèmes de jeux stratégiques où chaque décideur dispose de son propre ensemble d'alternatives et d'un ensemble d'objectifs dont la réalisation dépend des choix opérés par les autres décideurs.

Mots clés. aide à la décision multicritère, multi-objectifs, multi-décideurs, analyse bipolaire, analyse BOCR, théorie des jeux satisfaisants, intégrale de Choquet, risque et opportunité, problème de choix social, problème de jeux stratégiques.

Abstract.

The research presented in this thesis concerns the multi-criteria decision support field. This field aims at helping decision makers (DM) to face decisions involving several conflicting objectives. To deal with this, decision is addressed in a context where a group of alternatives is evaluated through a set of criteria (often contradictory) to estimate the potential of each to achieve the goals.

The main concern of this research is to propose flexible structuring decision problem support for evaluating alternatives distinguishing between positive and negative aspects they present with regard to objectives achievement.

Bipolar structure models are proposed first to evaluate the decision problems at the individual level. The synergistic relationships and potential interactions between the decision characteristics (attributes, alternative objectives) are modeled in a bipolar context and integrated into resolution approaches taking account the certain or uncertain environment in which the evaluation takes place. In a first structuring phase (elicitation phase), attributes are elicited hierarchically for each couple (objective, alternative) distinguishing positive characteristics (attributes going in the direction of goal achievement) and negative characteristics (attributes representing the cost to achieve the goal). To facilitate the assessment of decision characteristics by the decision maker(s), the Analytic Hierarchy Process (AHP) is proposed as an evaluation tool to quantify, using a pairwise comparison, the relationship between attributes, objectives and alternatives at the individual level. The satisficing game theory is then presented as a recommendation tool to select the final decision to be implemented. This theory is based on the evaluation of each alternative by two measures: a selectability measure that aggregates positive aspects and a rejectability measure that aggregates negative aspects of alternative regarding to objectives achievement, setting highlight the concept of bipolarity, basis developments of this thesis. In doing so, the decision maker will have a number of alternatives for which there is no immediate preference; these alternatives are grouped in a set called satisficing equilibrium set in which the final solution can be obtained using other criteria.

Considering uncertain environment, the BOCR analysis based on evaluation of benefit, opportunity, cost and risk factors is associated to proposed bipolar approach in order to integrate uncertainty notion through risk and opportunity factors. Definition and evaluation methods are proposed to quantify uncertain factors.

In a second part, group decision problems are discussed taking into account the impact of human behaviour (influence, individualism, fear, caution, etc.) on decisional capacity at individual and collective levels. Valuation models and a consensus process are proposed in two relatively independent problem categories: social choice problems involving a group of decision makers whose objective is to select a common alternative among a set of potential solutions, and, strategic game problems where each decision maker has its own alternative and objective sets whose achievement depends on the rest of decision makers choices.

Keywords. Multicriteria decision aid, multi-objectives, bipolar analysis, the Choquet integral, BOCR analysis, satisficing game theory, risk and opportunity, social choice problems, strategic game problems.

Remerciements

En tout premier lieu, je voudrais manifester toute ma reconnaissance à mes directeurs de thèse, François Pérès, Professeur des Universités et Ayeley Tchangani, Maître de Conférences, pour leurs conseils avisés, leurs recommandations perspicaces et leur sympathie. Merci pour la confiance et l'autonomie que vous m'avez accordées durant ces trois années de thèse.

Je souhaite remercier chaleureusement, Pascale Zaraté, Professeur à l'Université du Capitole qui nous a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse et d'examiner le présent manuscrit. Je tiens également à remercier sincèrement Jacky Montmain, Professeur à l'École Nationale Supérieure des Mines d'Alès et Lyès Benyoucef, Professeur à l'Université d'Aix-Marseille, d'avoir accepté la charge de rapporteur. Merci pour l'intérêt que vous avez accordé à cette tâche, vos observations et suggestions me permettent d'envisager de futurs développements. J'exprime également ma gratitude à Vincent Mousseau, Professeur à l'École Centrale de Paris qui a accepté d'examiner ce travail. Les annotations que vous m'avez fait parvenir m'ont permis d'améliorer la qualité du manuscrit.

Je tiens également à témoigner ma reconnaissance aux personnels de l'ENIT en général et aux membres du laboratoire LGP en particulier pour leur amabilité, encouragements et soutien exprimé avec différentes attentions témoignées tout au long de ces années. Merci à Houda, Karima, Paola et Samira pour leur appui et leur gentillesse. Les discussions autour des gamelles et les cérémonies du thé ont été 'délectables'.

Je ne terminerai pas sans remercier ma famille et mes amis pour leur affection et confiance.

Merci à mes parents pour leur dévotion et leur soutien inébranlable, merci à mon frère et sœurs pour leurs encouragements et présence, merci à ma belle-famille pour son soutien permanent et sa gentillesse, merci à mon mari pour sa patience et son affection...

Je tiens également à exprimer toute ma gratitude à Mr Ait Yahiatene professeur à l'École Nationale Polytechnique d'Alger pour m'avoir encouragé et guidé vers cette aventure. Un grand merci à ma 'marraine' Aïcha Armani-Zouggar, qui m'a accompagné tout au long de cette thèse et n'a cessé de me soutenir et de me motiver. Cette thèse je vous la dédie.

Je terminerai en rendant hommage aux personnes que j'ai perdues pendant ces années de thèse.

Je rends hommage à ma grand-mère -paix à son âme- partie se reposer après une longue maladie.

Je rends aussi hommage à ma presque nièce Imène, partie bien trop tôt.

Je rends enfin hommage à Nassim Zbib, Phillippe Charbonnaux et JiuCheng XU, collègues qui ont trouvé la mort dans un accident de la route un certain vendredi 8 juin 2012.

A tous, un grand merci et une profonde pensée...

Table des matières

Résumé.....	i
Abstract.....	iii
Liste des figures.....	ix
Liste des tableaux.....	xi
Introduction générale.....	1
Chapitre 1. Généralités sur l'aide à la décision	5
1.1. Introduction à l'aide à la décision	6
1.1.1. Approche Monocritère ou Approche Multicritère?	6
1.1.2. Caractéristiques des problèmes de décision complexe.....	9
1.1.3. Difficultés liées aux problèmes de décision complexe.....	12
1.2. Processus d'aide à la décision multicritère.....	14
1.2.1. Phase d'identification.....	15
1.2.2. Phase de modélisation	15
1.2.3. Phase d'évaluation et d'analyse	16
1.2.4. Phase de recommandation.....	17
1.3. Approches de résolution.....	17
1.3.1. Approches de résolution des problèmes de choix social.....	18
1.3.2. Approches de résolution des problèmes de jeux	26
1.4. Conclusions du chapitre et positionnement des travaux de thèse.....	34
Chapitre 2. Bipolarité: un concept de structuration et de résolution des problèmes de décision	37
2.1. Pourquoi la bipolarité ?.....	38
2.2. Structuration des problèmes de décision par l'approche bipolaire	43
2.2.1. Principe de bipolarité.....	45
2.2.2. Modèle d'évaluation bipolaire.....	46
2.2.3. Phase de recommandation.....	62
2.3. Conclusion	69
Chapitre 3. Analyse BOCR dans l'approche bipolaire	71
3.1. Généralités sur l'analyse BOCR.....	72
3.1.1. Méthodes d'agrégation des facteurs B, O, C, R.....	73

3.1.2.	Etat de l'art de l'analyse BOCR	75
3.2.	Concept BOCR dans l'évaluation bipolaire	77
3.2.1.	Caractéristiques BOCR dans le cadre bipolaire.....	78
3.3.	Evaluation du risque et de l'opportunité	80
3.3.1.	Définition du risque et de l'opportunité.....	80
3.3.2.	Mesure du risque et de l'opportunité	82
3.4.	Phase de recommandation.....	88
3.4.1.	Agrégation bipolaire finale dans le cadre d'une analyse BOCR	88
3.5.	Exemple d'application.....	90
3.6.	Conclusion	94
Chapitre 4.	Résolution des problèmes de choix collectifs	95
4.1.	Généralités sur les problèmes de choix collectif.....	96
4.2.	Introduction des processus d'atteinte de consensus	97
4.3.	Procédure de modélisation des influences	100
4.4.	Processus d'atteinte de consensus et phase de sélection	102
4.4.1.	Cas de préférences locales exprimées par une 'alternative unique'.....	103
4.4.2.	Cas de préférences locales exprimées par 'un ensemble d'équilibre satisfaisant'	105
4.5.	Exemple d'application : choix d'un site d'installation d'un parc éolien	110
4.6.	Conclusion	117
Chapitre 5.	Résolution des problèmes de jeux par approche bipolaire.....	119
5.1.	Introduction.....	120
5.1.1.	Relations de dominance et équilibre	121
5.2.	Evaluation bipolaire et théorie des jeux.....	122
5.2.1.	Jeux satisfaisants pour les décisions de groupe.....	123
5.2.2.	Structuration bipolaire des problèmes de jeux.....	124
5.2.3.	Techniques de recherche de consensus	128
5.3.	Exemple d'application.....	131
5.3.1.	Mesures bipolaires initiales.....	133
5.3.2.	Mesures bipolaires relatives.....	134
5.4.	Conclusion	140
Conclusion générale		141
Bibliographie.....		145

Liste des figures

Figure 2-1. Relations de supportabilité et de rejetabilité entre objectifs et attributs	45
Figure 2-2. Structuration bipolaire hiérarchisée des attributs.....	47
Figure 2-3. Cadre général des problèmes de décision de groupe considérés.....	48
Figure 2-4. Processus d'évaluation des alternatives par l'approche bipolaire	48
Figure 2-5. Modèle AHP pour l'approche bipolaire considérée	49
Figure 2-6. Paramètres de l'évaluation hiérarchique bipolaire	50
Figure 2-7. Représentation graphique de l'ensemble des alternatives satisfaisantes	64
Figure 2-8. Représentation graphique d'une alternative non dominée (en équilibre).....	65
Figure 2-9. Représentation des alternatives dans le plan μ_r^k, μ_s^k	65
Figure 2-10. Représentation graphiques des résultats de l'évaluation bipolaires des alternatives par un décideur $d_k(q_k = 1)$	68
Figure 2-11. Représentation graphique des résultats de l'évaluation bipolaire des alternatives par un décideur $d_k(q_k = 0.97)$	68
Figure 3-1. Structuration bipolaire par analyse BOCR.....	78
Figure 3-2. Exemple de représentations du degré de réalisation d'un objectif en fonction d'un indicateur.....	83
Figure 3-3. Evaluation de l'indicateur 'contrainte de livraison' en fonction de la LCL.....	85
Figure 3-4. Représentation graphique des mesures bipolaires d'un décideur $d_k, (\delta^k = 0,5)$	92
Figure 3-5. Représentation graphique de mesures bipolaires d'un décideur $d_k, (\delta^k = 0,8)$	93
Figure 3-6. Représentation graphique de mesures bipolaires d'un décideur $d_k, (\delta^k = 0,2)$	93
Figure 4-1. Etapes d'évaluation par intégration des influences entre décideurs	99
Figure 4-3. Représentation graphique des mesures bipolaires finales de chaque décideur d_k	112
Figure 4-4. Représentation des ensembles d'équilibre satisfaisants des décideurs	114
Figure 4-5. Résultat de la modification de l'indice de prudence du décideur $d_2 (q^2 = 0.95)$	114
Figure 4-6. Représentation graphique des mesures bipolaires finales (itération1).....	116
Figure 4-7. Représentation graphique des résultats bipolaires finales avec $\delta^k = (0.9 \ 0.9 \ 0.9)$	117
Figure 5-1. Représentation graphique des mesures bipolaires finales ($\delta^A = \delta^B = 0.5$).....	137
Figure 5-2. Représentation graphique des mesures bipolaires conjointes ($q_g = 1$)	138
Figure 5-3. Représentation graphique des mesures bipolaires finales ($q_A = 0.8, q_B = 1$).....	138
Figure 5-4. Représentation graphique des mesures bipolaires conjointes dans le cas d'une dominance ($\delta^A = 0.2, \delta^B = 0.8, q_A = q_B = q_g = 1$).....	139

Liste des tableaux

Tableau 1-1. Propriétés de relations de surclassement (Nafi & Werey 2009)	21
Tableau 1-2. Jeux statiques et dynamiques dans le cas d'informations complètes et incomplètes (Ott 2006).....	31
Tableau 1-3. Matrice des gains du jeu d'investissement dans le marché des TIC à deux joueurs (Angelou & Economides 2009).....	32
Tableau 1-4. Catégories d'information (Rasmusen 2004).....	34
Tableau 2-1.Relations entre les éléments de la décision	39
Tableau 2-2. Répartition de quelques attributs en fonction de leur supportabilité ou rejetabilité à l'atteinte des objectifs	42
Tableau 2-3. Poids des comparaisons par paire dans le processus AHP classique.....	50
Tableau 2-4. Caractéristiques du problème d'installation d'un parc éolien selon l'approche bipolaire	59
Tableau 2-5. Résultats d'évaluation des attributs de supportabilité/rejetabilité ($\theta_s^{o_i^k} / \theta_r^{o_i^k}$) pour chaque alternative	60
Tableau 2-6. Importances relatives des objectifs, indicateurs et attributs	61
Tableau 2-7. Résultats d'agrégation des attributs sur les indicateurs (intégrale de Choquet)	62
Tableau 2-8. Résultats d'agrégation des indicateurs sur les objectifs d'un décideur d_k	62
Tableau 2-9. Mesures bipolaires des alternatives données par un décideur d_k	62
Tableau 2-10.Classement des alternatives en équilibre satisfaisant en fonction des critères de sélection	69
Tableau 3-1. Répartition BOCR des données d'entrée en fonction des objectifs.....	90
Tableau 3-2.Agrégation des évaluations BOCR sur les indicateurs de chaque objectif.....	91
Tableau 3-3. Agrégation BOCR sur l'ensemble des objectifs	91
Tableau 3-4. Résultats bipolaire 'à priori' des alternatives par un décideur d_k ($\delta^k = 0.5$).....	91
Tableau 3-5.Classement des alternatives en fonction des critères de sélection	94
Tableau 4-1.Agrégation BOCR sur l'ensemble des objectifs pour chaque décideur d_k	110
Tableau 4-2. Résultats de l'évaluation bipolaire 'à priori' des alternatives par les décideurs d_k , $\delta^k = (0.3 \ 0.5 \ 0.7)$	111
Tableau 4-3. Résultats de l'évaluation bipolaire relative des alternatives par les décideurs.....	111
Tableau 4-4. Mesures bipolaires finales des alternatives	112
Tableau 4-5. Mesures de consensus bipolaire	115
Tableau 4-6.Identification des décideurs dont les évaluations présentent des écarts	116
Tableau 5-1. Scénarios possibles.....	132
Tableau 5-2. Résultats des d'évaluation des critères par l'entreprise A	133
Tableau 5-3. Mesures bipolaires initiales des entreprises A et B.....	133
Tableau 5-4. Paramètres d'évaluation des mesures relatives.....	134
Tableau 5-5. Résultats d'évaluation des paramètres bipolaires des entreprises A et B	135
Tableau 5-6. Mesures bipolaires relatives des entreprises A et B.....	136
Tableau 5-7. Mesures bipolaires initiales des entreprises A et B.....	136
Tableau 5-8. Mesures bipolaires conjointes.....	136

Introduction générale

L'aide à la décision multicritère est un domaine qui connaît depuis un certain nombre d'années une expansion fulgurante. Cette accélération est essentiellement due aux exigences croissantes d'un monde en mutation continue dans lequel la performance devient synonyme de survie et où il est impératif de tenir compte de toutes les facettes d'une alternative dans son évaluation.

Pour évaluer les problèmes de décision où plusieurs points de vue, souvent contradictoires, doivent être pris en compte (Vincke 1998), la littérature propose une multitude de modèles et de méthodes de résolution multicritère permettant d'évaluer un ensemble d'alternatives sur plusieurs critères afin d'estimer le potentiel de chacune à atteindre les objectifs fixés.

La considération d'une multitude d'objectifs, une variété de critères -souvent contradictoires et hétérogènes- et une multiplicité d'acteurs -à opinions et personnalités différentes- dans un contexte potentiellement incertain rendent effectivement, la modélisation multicritère nécessaire afin de considérer simultanément l'ensemble de ces aspects. Des compromis sont alors requis pour aboutir à une réponse.

La modélisation multicritère proposée dans la littérature considère souvent que toutes les alternatives sont caractérisées par les mêmes critères. Cette hypothèse réduit toutefois le champ d'application de ces méthodes et suppose que la définition et l'élicitation des attributs est indépendante des alternatives. Or, dans certains cas pratiques, il n'est pas rare de rencontrer des problèmes dont les attributs dépendent des alternatives, l'important étant leur adéquation/inadéquation avec les objectifs poursuivis. Prendre en compte ces cas dans la résolution des problèmes de décision est donc importante.

Un deuxième verrou associé aux méthodes d'analyse de décision a trait au résultat de l'évaluation des alternatives (à travers les critères). Obtenu à l'aide de méthodes d'agrégation, les évaluations ont généralement pour but final la représentation des alternatives par une valeur unique. Cette démarche souvent compensatoire, ne permet pas de distinguer les aspects positifs et négatifs que les alternatives présentent en fonction des objectifs visés.

Les problèmes de décision sont caractérisés également dans certains cas, par une multiplicité d'acteurs, ce qui génère souvent des situations de conflit et/ou d'accord en raison des intérêts et des personnalités différentes des protagonistes de la décision. Les évaluations individuelles peuvent, dans ce cas, être entachées par l'influence positive et/ou négative que les acteurs exercent mutuellement, les uns sur les autres. Cette notion n'est cependant pas intégrée aux modèles de résolution en général. En considérant ces influences potentielles et en tenant compte du comportement humain (émotion, peur, individualisme, altruisme, etc.), des approches de résolution peuvent fournir des méthodes présentant une capacité à tolérer l'imprécision, l'incertitude et la vérité partielle, ce qui permet de simuler le comportement humain à faible coût (Pal & Ghosh 2004).

C'est à la croisée de ces différentes problématiques que se positionne la présente thèse. Celle-ci s'inscrit dans le développement de structures de résolution des problèmes de décision de groupe à partir des évaluations individuelles.

Loin de prétendre combler toutes les lacunes que les outils de résolutions décisionnels présentent, l'objectif de cette thèse est d'aborder la problématique de structuration des problèmes de décision de groupe en considérant un contexte bipolaire permettant l'évaluation des alternatives à partir de leur degré de support et de rejet par rapport aux objectifs fixés ; le but ultime étant l'aboutissement à une solution satisfaisant l'ensemble des acteurs.

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse traitent la résolution des problèmes de décision de groupe graduellement. Le premier niveau offre un cadre méthodologique permettant l'élicitation des critères caractérisant chaque alternative en fonction des objectifs fixés. En considérant l'évaluation au niveau individuel, la nature bipolaire des critères est introduite dans la phase d'élicitation et reconduite dans les phases d'évaluation et de recommandation dans le but de proposer des processus décisionnels inspirés de l'attitude humaine, qui revient à peser le pour et le contre d'une action avant de la réaliser ou pas. En intégrant les facteurs issus du comportement humain tels que la prudence et l'aversion au risque, le modèle proposé permet une certaine flexibilité dans la phase de recommandation.

Dans un deuxième temps, en considérant l'ensemble du groupe, des modèles d'atteinte de consensus sont proposés pour les problèmes de choix collectifs ou stratégiques. En fonction de la nature des intérêts (communs ou concurrentiels) et des décisions (collectives ou individuelles), des modèles d'évaluation sont proposés. La notion d'incertitude est également traitée à travers une structuration bipolaire basée sur une analyse BOCR permettant l'évaluation des facteurs de bénéfice (B), opportunité (O), coût (C) et risque (R).

Ce travail vise essentiellement à proposer un processus de décision dont la modélisation et l'évaluation se base sur l'aspect intuitif qui pousse toute personne rationnelle à peser le pour et le contre avant de prendre une décision. La suite de la thèse est organisée comme suit.

Dans le premier chapitre, le domaine d'aide à la décision est présenté de manière générale. Les caractéristiques des problèmes de décision sont définies et les difficultés liées à leur résolution soulignées. Les outils et méthodes d'évaluation sont ensuite présentés en distinguant les problèmes de choix collectifs et les problèmes de jeux stratégiques.

Le chapitre 2 décrit le concept général de bipolarité et développe la structuration des différentes phases du processus décisionnel par l'approche bipolaire. La théorie des jeux satisfaisants est ensuite présentée et illustrée dans la phase de recommandation.

En considérant un environnement incertain, le chapitre 3 est consacré à l'élicitation et l'évaluation des attributs par une analyse BOCR, cette méthode est utilisée comme outil de structuration, en raison de sa capacité à considérer la bipolarité et l'incertitude où l'aspect positif est représenté par le bénéfice (certain) et l'opportunité (incertaine) et l'aspect négatif par le coût (certain) et le risque (incertain). Une méthode de mesure des facteurs incertains est proposée et les problèmes rencontrés lors de l'agrégation des attributs sont abordés.

Dans le chapitre 4, la résolution des problèmes de choix social est abordée. Les phases de modélisation, d'évaluation et de recommandation sont détaillées. Dans la phase de modélisation, on propose de modéliser les liens sociaux à partir de l'influence positive et négative que chaque décideur peut avoir sur son voisinage. La notion d'évaluation relative est introduite afin de permettre la prise en compte de l'avis d'un voisinage dans les évaluations individuelles. Les notions d'individualisme et

d'altruisme qui permettent de considérer la nature de chaque membre du groupe de décision sont également introduites. Pour atteindre la solution finale, des processus bipolaires de recherche de consensus sont proposés.

Dans le chapitre 5, la résolution des problèmes de jeux stratégiques est abordée. Une structuration des problèmes de jeux par l'approche bipolaire est introduite. Des mesures d'évaluation sont présentées et des techniques de résolution sont proposées et illustrées.

Une conclusion générale récapitulant la structure du mémoire, les principaux résultats et les perspectives de continuation des travaux engagés vient clore le mémoire.

Chapitre 1. Généralités sur l'aide à la décision

*« A l'auberge de la décision, les gens
dorment bien »* Proverbe perse

Résumé. Ce chapitre présente une introduction générale au domaine de l'aide à la décision en indiquant le positionnement de nos travaux par rapport à la littérature existante sur le sujet. Un panorama des outils utilisés pour résoudre les problèmes de décision est présenté : dans un premier temps, les caractéristiques des problèmes de décision complexes et les difficultés rencontrées dans leur structuration, formulation et résolution sont abordées de manière générale. Une distinction est ensuite faite entre les problèmes de choix collectif (ou choix social) dans lesquels le groupe de décision est appelé à se prononcer sur un ensemble commun d'alternatives, et les problèmes de décision stratégiques (jeux stratégiques) qui considèrent que chaque membre du groupe dispose de son propre ensemble de décision. Pour chaque famille de problèmes, une revue de littérature est proposée pour présenter les principales approches de résolution en soulignant les avantages et les inconvénients de chacune. Une conclusion et une synthèse de la contribution scientifique de ce travail de thèse terminent ce chapitre.

1.1. Introduction à l'aide à la décision

Prendre une décision est une activité que toute personne réalise au quotidien. Une décision peut être simple : « Est-ce que je dois prendre ou non mon parapluie pour sortir ? » (D. Poole 1992) ou complexe « Comment résoudre le conflit au Moyen-Orient ? » (Zoffer et al. 2008), individuelle (décideur unique) ou collective (décision de groupe). La décision peut également se faire à différents niveaux: personnel « J'achète une voiture ou non? » (Figueira et al. 2005), organisationnel « Comment gérer le roulement du personnel ? » (Caprara et al. 1998) ou inter-organisationnel « quelle énergie renouvelable choisir pour surmonter la pénurie énergétique d'un pays? » (Yi et al. 2011). Lorsqu'elle est collective, la décision peut également être stratégique quand les acteurs de la décision sont maîtres de leur choix, « Quelle stratégie faut-il adapter pour contrer la concurrence et se faire une place dans le marché des technologies de l'information et de la télécommunication ? » (Angelou & Economides 2009) ou commune dans le cas contraire, « Quel site faut-il choisir pour l'implantation d'un nouveau parc éolien? » (Lee et al. 2009).

De façon générale, prendre une décision revient à choisir parmi plusieurs alternatives susceptibles de résoudre un problème dans un contexte donné. Pour y parvenir, une aide à la décision est souvent nécessaire afin de faire face à la complexité que certains problèmes de décision peuvent présenter. Bernard Roy (Roy 1996) définit l'aide à la décision comme l'activité d'une personne qui, à travers l'utilisation de modèles explicites mais pas nécessairement complètement formalisés, permet d'obtenir des éléments de réponses aux questions posées par des parties prenantes dans un processus de décision.

Les premières réflexions sur la décision ont été émises par les penseurs et philosophes des siècles passés comme Aristote, Platon et Thomas Aquinas, Benjamin Franklin, etc., qui considéraient déjà qu'une décision complexe était intrinsèquement liée à une pluralité de points de vue pouvant être grossièrement définie comme des 'critères'. Toutefois, pendant de nombreuses années, la seule façon d'énoncer un problème de décision était de le définir sur un critère unique (monocritère) fournissant les aspects multidimensionnels d'une situation de décision dans une seule échelle (Figueira et al. 2005). De nombreuses méthodes de résolution de problèmes monocritère ont été proposées par la recherche opérationnelle. Ce n'est qu'aux alentours des années 70s qu'une nouvelle approche explicite tenant compte des avantages et des inconvénients représentés par un ensemble de critères, a vu le jour. C'est le domaine de l'Aide à la Décision Multicritère (ADMC) qui connaît depuis un intérêt et une utilisation croissante. Pour justifier de l'intérêt que connaît l'approche multicritère, la partie suivante propose de faire une petite présentation des deux approches (monocritère et multicritère) en analysant leurs avantages et leurs inconvénients.

1.1.1. Approche Monocritère ou Approche Multicritère?

On a souvent cherché à expliquer le développement qu'a connu la littérature « multicritère » depuis les années 1970 (M. Zeleny 1982), (Schärlig 1985) en faisant remarquer que la réalité elle-même était multicritère et que toute décision impliquait de « peser le pour et le contre ». Puisque décider implique de prendre en compte plusieurs points de vue, aider à la décision impliquerait d'utiliser des

méthodes multicritères. Cependant cette vision à argument « réaliste » tend à minimiser la portée des modèles monocritères (calcul économique, techniques classiques de la recherche opérationnelle, etc.) alors même que ces méthodes ont souvent prouvé leur efficacité dans certains cas.

L'approche monocritère (Bouyssou 1993), permet en effet de :

- déboucher sur des problèmes mathématiques bien posés ;
- proposer des techniques de résolution sophistiquées.

Mais elle présente également de nombreux inconvénients (Maystre et al. 1994), (Sami Ben Mena 2000)) tels que :

- la difficulté fréquente de modélisation d'un critère unique par une fonction;
- la négligence à tort de certains aspects de réalisme;
- l'impossibilité d'atteinte d'un ensemble d'objectifs à la fois, dans le cas des problèmes multi-objectifs;
- les hypothèses fortes sur lesquelles repose la recherche d'un optimum (globalité, stabilité, complète compatibilité transitive).

Une approche monocritère est donc tout à fait adaptée si le problème de décision est simple, opérationnel, répétitif, caractérisé par un point de vue unique (ou prédominant) ou par de multiples points de vue non conflictuels, etc. Elle propose des techniques de résolution complexes qui débouchent sur une solution finale 'optimale' caractérisant l'instruction donnée par l'analyste aux décideurs une fois la résolution terminée.

Dans le cas des problèmes de décision complexes et conflictuelles, construire plusieurs critères permet de structurer et d'analyser le processus de décision d'une manière efficace. D'une part, par les décideurs qui pourront exprimer leurs préférences sur chaque critère et, d'autre part, par l'homme d'étude ou l'analyste qui pourra gérer les éléments d'incertitude, d'imprécision et de mauvaise définition affectant les données d'un problème (Bouyssou 1989). On peut alors mettre en œuvre des techniques plus simples et efficaces que les méthodes monocritères pour gérer ces phénomènes et ainsi parvenir à une représentation plus lisible et moins arbitraire.

L'approche multicritère offre donc plusieurs avantages qui permettent d'éviter les lacunes de l'approche monocritère (Vanderpooten 2008), (Roy 2005) tels que :

- la construction d'une famille de critères qui conserve, pour chacune d'elles, sans aucune conversion fictive, le sens original et concret des évaluations correspondantes;
- la délimitation d'un large éventail de points de vue (objectifs) permettant de structurer le processus de décision de manière à impliquer l'ensemble des acteurs engagés;
- la facilitation du débat au cours du processus d'aide à la décision, sur le rôle respectif de chaque critère (poids, veto, niveau d'aspiration, niveau de rejet, etc.) ;
- l'intelligibilité des critères ;
- la coexistence de critères qualitatifs et quantitatifs ;
- l'absence de présupposé quant à la manière d'agrèger les critères ;
- une meilleure adaptation aux contextes multi-décideurs ;
- ...etc.

Toutefois, l'approche multicritère présente quelques difficultés. Adopter une approche multicritère c'est admettre effectivement, qu'une décision sera inévitablement le résultat d'un compromis entre plusieurs objectifs conflictuels (Bouyssou 1993). Comme les acteurs n'ont pas forcément la même vision de ce compromis, l'évaluation de ces objectifs à travers les critères peut varier d'un décideur à un autre en fonction de ses convictions et de la structuration de ses préférences. Ces variations doivent être prises en compte par l'homme d'étude ou l'analyste afin d'éviter (ou d'atténuer) certains écueils fréquemment rencontrés avec une démarche monocritère.

L'approche multicritère est donc, mieux adaptée aux problèmes de décision complexes, multi-acteurs, stratégiques, ...etc. Elle propose de modéliser les problèmes de décision de manière flexible et réaliste en intégrant plusieurs paramètres de décision (critères, objectifs, incertitude,...etc.) dans le modèle de résolution. Les solutions obtenues par cette approche conduisent à des 'recommandations' que l'homme d'étude ou l'analyste propose aux décideurs pour aboutir à une décision finale. Toutefois, les recommandations émises peuvent être aussi bien retenues ou rejetées par les décideurs qui seront libres de s'y conformer ou pas.

Alors, que faut-il réellement attendre de l'approche multicritère ?

Dans son chapitre 'Paradigms and challenges', Bernard Roy (Roy 2005) rappelle que l'objectif de l'aide à la décision multicritère est de formuler, sur des bases scientifiques reconnues, des propositions (éléments de réponses aux questions, présentation des solutions satisfaisantes ou de compromis possibles, ...etc.) soumises au jugement d'un décideur et/ou des acteurs impliqués dans le processus décisionnel.

Selon le cas, l'aide à la décision multicritère peut donc contribuer à :

- l'analyse du contexte de la prise de décision en identifiant les acteurs, les différentes possibilités d'action (alternatives), leurs conséquences, les enjeux, etc. ;
- l'organisation et/ou la structuration du déroulement du processus décisionnel afin d'accroître la cohérence entre les paramètres de la décision;
- la coopération des acteurs en proposant des solutions pour une meilleure compréhension mutuelle et un cadre favorable au débat;
- l'élaboration des recommandations à partir des résultats tirés des modèles et des procédures de calcul conçues dans le cadre d'hypothèse de travail;
- la participation à la légitimation d'une décision finale.

Ainsi, l'aide à la décision multicritère est étroitement liée à la façon dont les humains prennent des décisions. Par conséquent et en dépit de la diversité des approches, méthodes et techniques, les éléments ou paramètres de base de l'aide à la décision multicritère sont très simples ; à savoir : un ensemble fini (ou infini dans le cas continu) de mesures (alternatives, actions ou solutions potentielles), au moins deux critères, des objectifs et, évidemment, au moins un décideur. Compte tenu de ces éléments de base, l'aide à la décision multicritère est une activité qui contribue à la prise de décisions notamment en termes de choix, classification ou de tri des alternatives ou actions potentielles (Figueira et al. 2005).

Dans cette première partie, les termes 'acteur', 'décideur', 'partie prenante' ont été utilisés pour parler des entités impliquées dans le processus décisionnel. Les termes 'analyste et homme d'étude' quant à eux, ont été introduits pour définir la ou les personnes intervenant dans la formulation, la

modélisation et l'évaluation du problème de décision. La partie qui suit présente formellement ces termes.

1.1.2. Caractéristiques des problèmes de décision complexe

La structuration et l'analyse des problèmes de décision reposent généralement sur certaines caractéristiques communes jouant un rôle fondamental tout au long du processus de décision. Ces caractéristiques sont : la multiplicité des objectifs, la multiplicité des critères (ou attributs), la multiplicité des acteurs, l'incertitude, les enjeux, etc. Dans cette partie, la définition des caractéristiques principales des problèmes de décision multicritère, noyau de toute structure décisionnelle, est présentée.

1.1.2.1. Multiplicité des acteurs

De nos jours, la complexité croissante de l'environnement socio-économique et les aspirations démocratiques rendent de moins en moins possible la prise de décision par un seul décideur, compte tenu des divers aspects pertinents qui caractérisent les problèmes de décision traités (Yue 2011a). L'intervention de plusieurs acteurs venant de disciplines différentes permettrait effectivement de traiter les différents aspects d'un problème de décision complexe plus efficacement et d'aboutir ainsi à une meilleure solution.

Un acteur peut être considéré comme une entité qui représente un individu, un groupe d'individus ou une organisation (syndicat, patronat, etc.). La recherche en psychologie sociale sur les performances d'équipe a mis en évidence que les choix formulés par des groupes ont tendance à être plus efficaces que l'agrégation des choix individuels des membres d'un groupe de décision (Stasser & Dietz-Uhler 2008) et qu'un groupe de décision prend de meilleures décisions que l'individu le plus hautement qualifié du groupe (Michaelsen et al. 1989), (Shaw et al. 1981).

On peut distinguer quatre types d'acteurs impliqués dans une procédure de décision.

- **les intervenants (parties prenantes):** entité engagée dans la décision et dont l'opinion peut influencer ou est influencée par la réalisation des objectifs de l'organisation ;
- **les experts:** entité consultée pour l'évaluation des différents scénarios sur des critères spécifiques en fonction de leurs expertises respectives. Les experts viennent en général d'horizons différents avec des domaines de spécialité divers et des niveaux de connaissances variés, chaque membre du groupe a des informations distinctes et ne partage qu'une partie des objectifs avec les autres membres (Xu & Wu 2011) ;
- **les analystes ou hommes d'étude:** entité appelée à structurer le problème de décision et à modéliser les préférences des acteurs en les guidant à travers la procédure à suivre et en gérant le contexte pour éviter d'éventuelles erreurs;
- **les décideurs :** entité à qui revient la prise de décision finale. Les décideurs peuvent également être des experts, des parties prenantes, ou même des analystes.

Dans le cas d'une décision de groupe, problématique abordée dans ce travail, les décideurs peuvent être amenés à se prononcer sur une décision finale collective, ce qui revient à un problème de choix social ; ou bien avoir des projets différents présentant des interactions stratégiques conduisant à des

situations où le choix d'un décideur affecte les objectifs des autres décideurs. Le problème de décision dans ce cas est appelé 'jeu'. Des exemples d'acteurs dans un problème de choix social et dans un problème de jeu sont respectivement présentés dans les encarts suivants.

Exemple d'un problème de choix social

Choix d'un site d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009)

Acteurs : le comité de décision peut être composé de spécialistes de l'éolien, de chercheurs, de l'autorité régionale (décideurs régionaux et préfet du département) et d'intervenants tels que les communes limitrophes, l'armée de l'air, ...etc.

Exemple d'un jeu stratégique

Investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication (TIC) (Angelou & Economides 2009)

Acteurs : les acteurs peuvent être les sociétés de télécommunication (en concurrence) qui décident d'intégrer un nouveau marché TIC en vendant des produits dans un segment donné.

1.1.2.2. Multiplicité des objectifs

Un processus de décision est généralement représenté par des acteurs qui reconnaissent l'existence d'un problème commun et tentent de le résoudre afin d'aboutir à une solution satisfaisante. Pour atteindre ce but, les acteurs de la décision se fixent en général des objectifs à atteindre, à réaliser, à optimiser, etc.(Bouzarour-Amokrane et al. 2012b). L'élicitation des objectifs peut faire appel à des experts, analystes et décideurs. Quelle que soit la nature du problème traité (choix social ou jeu stratégique), les objectifs de chaque acteur sont généralement individuels mais peuvent être considérés collectivement par le groupe de décision dans les problèmes de choix social.

Exemple d'un problème de choix social

Choix d'un site d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009)

Objectifs fixés : les acteurs considèrent généralement des objectifs socio-économiques, objectifs de performance et objectifs d'opérationnalité

Exemple d'un jeu stratégique

Investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication (TIC) (Angelou & Economides 2009)

Objectifs fixés: l'objectif des concurrents est d'obtenir le meilleur profit possible en considérant l'investissement de leurs rivaux

1.1.2.3. Multiplicité des alternatives

D'après Roy (Roy 1985), « une alternative est la représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale, susceptible, eu égard à l'état d'avancement du processus de décision, d'être envisagée de façon "autonome" et de servir de point d'application à l'aide à la décision ».

Le terme « autonome » signifie que l'action peut être considérée isolément de toute autre sans pour autant perdre sa portée décisionnelle ou sa valeur de point d'application d'aide à la décision (solution au problème de décision) (Sami Ben Mena 2000). Toutefois, il n'est pas exclu qu'un problème de décision débouche sur la sélection de plusieurs alternatives.

Les alternatives appelées encore, actions potentielles, solutions, plans, candidats, etc., forment un ensemble fini ou infini, statique ou dynamique évoluant durant le processus de décision en fonction de l'évolution de l'environnement de l'étude ou de l'étude elle-même. La structure des alternatives varie en fonction de la nature du problème traité ; dans les problèmes de choix social les alternatives sont communes au groupe de décision qui s'engage à trouver la meilleure solution parmi les alternatives sélectionnées. Au contraire, dans le cas des problèmes de décision stratégiques (les jeux), chaque décideur possède des actions dont l'issue ou le résultat dépend du choix des autres décideurs.

Exemple d'un problème de choix social

Choix d'un site d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009)

Alternatives : le groupe de décision considère un ensemble de cinq sites potentiels (alternatives) pour l'implantation du parc éolien

Exemple d'un jeu stratégique

Investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication(TIC) (Angelou & Economides 2009)

Alternatives : dans l'exemple de la course au marché des TIC, les actions des investisseurs peuvent être soit de (i) s'engager en même temps qu'un concurrent ou de (ii) différer leur engagement dans le marché des TIC. Si une entreprise décide d'investir, elle doit également décider du niveau d'investissement (nature et forme de production).

1.1.2.4. Multiplicité des critères ou attributs

Toujours selon Roy (Roy 1985) les critères correspondent à « tout effet ou caractéristique de l'alternative, susceptible d'interférer avec les objectifs ou avec le système de valeurs d'un acteur du processus de décision en tant qu'élément primaire à partir duquel il élabore, justifie ou transforme ses préférences ». Autrement dit, un critère est un indicateur construit pour évaluer et comparer les alternatives concernant l'atteinte des objectifs fixés. L'évaluation doit tenir compte, pour chaque alternative, de tous les éléments pertinents ou 'attributs' liés aux points de vue (objectifs) considérés (Roy 2005), ceci voudrait dire que pour chaque alternative, l'évaluation devrait considérer un ensemble d'attributs élicités en fonction des objectifs fixés. Toutefois, à notre connaissance la

majorité des problèmes de décision de choix social, considère un ensemble unique d'attributs sur lequel les alternatives sont évaluées pour chaque objectif fixé.

L'estimation des critères (ou attributs) va dépendre de la nature des données, de leur qualité et de leur quantité. Le degré de connaissance des experts joue également un rôle déterminant dans le choix de la méthode d'évaluation si l'estimation se fait par expertise. Les données peuvent être de nature certaine, incertaine, quantitative ou qualitative. Les résultats d'évaluation des critères sont fréquemment représentés par un nombre réel; il est nécessaire toutefois, de définir explicitement l'ensemble des valeurs possibles qu'un critère peut prendre. Les évaluations possibles peuvent être définies principalement sur deux type d'échelles : échelles ordinales permettant d'évaluer le degré de différence mais pas la valeur exacte de la différence entre deux évaluations (échelles verbales ou numériques) ou sur des échelles cardinales (quantitatives) qui représentent des échelles numériques où les degrés définissent concrètement la quantité réelle numérique (Roy 2005). L'élicitation des attributs peut se faire communément ou individuellement en fonction du problème de décision considéré.

Exemple d'un problème de choix social

Choix d'un site d'implantation d'un parc éolien(Lee et al. 2009)

Critères : l'évaluation des sites potentiels se fait à partir d'un ensemble d'attributs qui comprend :

- la distribution géographique de la vitesse du vent ;
- la validité technique du site ;
- le coût des connexions électriques ;
- la remise sur les taux d'imposition ;
- ...etc.

Exemple d'un jeu stratégique

Investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication(TIC) (Angelou & Economides 2009)

Critères : dans l'exemple de la course au marché des TIC, les actions des concurrents en course sont également évaluées à l'aide d'un ensemble d'attributs qui comprend :

- les investissements complémentaires par le concurrent ;
- le coût du retard ;
- le control du risque ;
- les facteurs de compétition ;
- ...etc.

1.1.3. Difficultés liées aux problèmes de décision complexe

On entend par problèmes de décision complexe, les problèmes de décision définis par une multitude de caractéristiques souvent contradictoires et entachées d'incertitude (acteurs à points de vue

différents, objectifs contradictoires, etc.) émanant d'un contexte en mutation permanente. Tenir compte de cette réalité pour pouvoir apporter des solutions efficaces et satisfaisantes est généralement difficile. Cette partie propose de décrire cette complexité.

1.1.3.1. Difficultés liés à la définition des problèmes de décision

Résoudre des problèmes de décision complexe implique généralement de structurer et de modéliser le problème de manière formelle puis de l'analyser afin d'apporter des solutions sous forme de recommandations (Winterfeldt & Edwards 1986).

La structuration d'une manière formelle et représentative des différentes caractéristiques de la décision (acteurs, objectifs, alternatives, etc.) ainsi que des relations et interactions qui les lient, peuvent présenter une première difficulté liée à l'importance de cette tâche. Le mode de structuration d'un problème de décision permet en effet de formuler toutes les voies possibles pour sa résolution. Von Winterfeldt et Edwards (Winterfeldt & Edwards 1986) ont d'ailleurs affirmé que cette phase est la partie la plus difficile dans un processus d'aide à la décision. L'évaluation et l'analyse de la décision permettent ensuite de quantifier les relations identifiées et de les agréger en vue d'estimer le potentiel de chaque alternative.

Les difficultés rencontrées dans le processus de décision dépendent fortement de l'arbitraire, de l'ignorance et de l'incertain. Ces facteurs sont liés à la façon dont le problème est envisagé et aux procédures mises en œuvre pour sa résolution. Ils dépendent aussi fortement du contexte de la prise de décision et peuvent se présenter sous différentes formes. On peut répartir les sources de ses facteurs en trois catégories (Roy 2005) :

- Source α . L'arbitraire, l'ignorance et l'incertitude peuvent être induits par la nature imprécise, incertaine et, plus généralement le caractère mal compris ou mal défini de certains paramètres spécifiques ou des quantités ou qualités factuelles présentes dans le problème.
- Source β . Ces facteurs peuvent également être causés par les conditions d'application de la décision prise, influencées par l'état du contexte au moment où la décision est mise en œuvre si c'est une décision unique ou bien par les états successifs du contexte si la décision est séquentielle.
- Sources γ . L'autre source de ces facteurs réside dans le caractère flou, incomplet, parfois instable et facilement influençable du système ou des systèmes de valeurs à prendre en compte, en particulier, le système ou les systèmes de préférences qui ont pour but d'évaluer la faisabilité et l'intérêt relatif des différentes alternatives possibles, en tenant compte des conditions envisagées pour la mise en œuvre de ces actions.

Les difficultés rencontrées sont souvent en rapport avec (von Winterfeldt & Fasolo 2009) (Montmain et al. 2003) :

- le choix de la méthode de structuration et d'évaluation au regard de l'abondance des outils, technologies et méthodes développées; notamment le choix d'une technique d'agrégation permettant la considération de l'ensemble des critères afin de présenter les alternatives d'une manière compréhensive ;

- la modélisation des données des décideurs souvent entachées d'incertitude et présentant généralement des relations de conflits et de contradiction;
- le manque de temps, de disponibilité des ressources en raison de l'environnement incertain et imprévisible ;
- la divergence d'opinion des acteurs de la décision venant généralement d'horizons différents et présentant des compétences et des connaissances différentes ;
- la complexité des liens sociaux et leurs conséquences ; influence, interaction positive (accord/confiance) et/ou négative (discordance/conflit) entre les membres de la décision ;
- la subjectivité volontaire due par exemple à une activité de lobbying de la part d'un groupe d'acteurs ;
- la subjectivité involontaire ; problème mal défini, mal perçu, communication difficile entre les acteurs ou encore richesse insuffisante des références ;
- l'incertitude par méconnaissance (manque d'information, coût prohibitif de l'information ou du traitement de l'information).

1.1.3.2. Difficultés liées aux liens sociaux

Dans les problèmes de décision de groupe, l'identification des acteurs de la décision est une tâche délicate qui doit être considérée. La composition d'un groupe de décision influence considérablement son fonctionnement et son efficacité et, par conséquent, le résultat final de la décision. De plus, les caractéristiques sentimentales et comportementales reflétant les personnalités des acteurs, n'influencent pas uniquement la contribution individuelle des membres d'un groupe dans une décision mais également la façon dont ces membres réagissent et se rapportent les uns aux autres dans le cadre de la résolution d'un problème commun (Lepine & van Dyne 2001), (Maruani et al. 2012). La difficulté réside donc, dans l'identification et la représentation des traits caractéristiques de la personnalité de chaque acteur ainsi que dans la modélisation et l'intégration des relations d'influence (positives et/ou négatives) mutuelle émanant des interactions et des liens sociaux tissés entre les différentes personnalités.

1.2. Processus d'aide à la décision multicritère

Un processus d'aide à la décision est considéré comme une activité impliquant l'ensemble des acteurs de la décision (Bana e Costa et al. 1999), (Simon 1997). Il comprend différentes phases permettant aux décideurs d'acquérir dans un premier temps une meilleure compréhension des situations de décision souvent mal structurées (Tsoukiàs 2007), (Bana e Costa et al. 1999). Le processus d'aide à la décision permet ensuite de résoudre le problème de décision.

On répartit généralement un processus décisionnel en quatre phases principales ; phase d'identification du problème, phase de modélisation (formulation), phase d'évaluation et phase de recommandation (Tsoukiàs 2007). La partie suivante propose d'aborder de façon plus détaillée les différentes phases d'un processus de décision complexe (Zheng 2012).

1.2.1. Phase d'identification

Dans cette phase, les décideurs et analystes collaborent afin de clarifier la situation décisionnelle. Une fois l'ensemble des acteurs de la décision constitué, les enjeux et les intérêts de ces derniers sont analysés et leurs buts et objectifs sont élicités. Le rôle des différents acteurs et leurs intérêts peuvent être discutés et clarifiés en fonction du problème traité. Dans cette phase, le langage humain naturel est utilisé pour décrire le problème de décision. L'analyste ou les analystes guide(ent) les autres acteurs de la décision dans l'expression de leurs connaissances de manière 'explicite' afin de représenter formellement les différentes caractéristiques de la décision et les relations et interactions qui les lient.

Pour faciliter la communication entre les acteurs de la décision, certains procédés ont été développés comme par exemple la structure informelle inter-organisationnelle proposée par Ostanello et Tsoukiàs (Ostanello & Tsoukiàs 1993). Sur la base d'un tel procédé, les interactions peuvent être régulées et les incertitudes réduites en légitimant par exemple les comportements de certains acteurs ou en facilitant leur communication (Turcotte 1997).

1.2.2. Phase de modélisation

Formuler un problème de décision revient à le modéliser d'une manière formelle et abstraite (Tsoukiàs 2007). La première étape de cette phase est l'identification des alternatives ou actions potentielles par les parties prenantes de la décision. Cette opération n'est pas toujours simple à réaliser car les alternatives ne sont pas toujours fournies directement et l'ensemble initial des alternatives peut également ne pas comprendre toutes les alternatives qui devraient être prises en considération. Pour remédier à cela, Keeney (Keeney 1996) a présenté une méthode de pensée basée sur la valeur permettant de créer de meilleures alternatives, d'identifier les opportunités de décision les plus attrayantes et d'utiliser les valeurs fondamentales des parties prenantes afin de guider les activités de décision.

D'autre part, les attributs sur lesquels les alternatives seront analysées et évaluées sont établis et les intérêts et objectifs des différentes parties prenantes identifiés. Enfin, la structure du problème est déterminée en fonction de la nature des solutions attendues. Les principaux types de problème à travers lesquels la plupart des décisions réelles peuvent être structurées sont décrits à la suite (Roy 2005).

Problème de choix. Il consiste à sélectionner un petit nombre de 'bonnes' alternatives afin d'en choisir une seule au final. La sélection du sous-ensemble des 'bonnes' alternatives consiste à trouver des alternatives satisfaisantes qui sont non comparables. Le choix n'est pas forcément orienté vers la détermination de l'alternative ou des alternatives optimales. La procédure de sélection peut être basée sur la comparaison des actions afin de garder les plus satisfaisantes (exemple : choix d'un site de démantèlement d'avion (Bouzarour-Amokrane et al. 2013a)).

Problème de classification. Il consiste à assigner chaque alternative à une catégorie donnée (jugée la plus appropriée) parmi un ensemble de catégories prédéfinies basées sur les différents types de traitements ou de jugements envisageables (exemple : tri des dossiers de candidatures à des postes

vacants dans une entreprise dans des catégories de type ‘recommandé’, ‘moyennement recommandé’, ‘rejeté’, etc.).

Problème de classement. Il consiste à établir un ordre partiel ou total des alternatives ; ce qui peut être considéré comme un outil approprié pour la comparaison des alternatives. Le préordre est le résultat d'une procédure de classification qui permet d'identifier les alternatives jugées ‘indifférentes’ et celles jugées ‘incomparables’ (exemple : classement olympique des différents athlètes).

Problème de tri ou clustering (rangement). Il consiste à regrouper les alternatives selon critère donné (relation d'ordre) sans considération de classes prédéfinies (exemple : tri d'une bibliographie par ordre alphabétique).

La liste peut être rallongée par addition des problèmes de sélection de portefeuilles qui consiste à proposer un ou plusieurs sous-ensembles d'alternatives appelées portefeuilles et les problèmes de description qui consistent à déterminer les performances d'un ensemble d'alternatives jugées réalisables (voir (Markowitz 1952), (Marling & Emanuelsson 2012)).

Notons que les problèmes de tri conduisent à évaluer les alternatives de manière absolue, tandis que les problèmes de classement et de choix reviennent à comparer les différentes alternatives les unes par rapport aux autres.

1.2.3. Phase d'évaluation et d'analyse

Dans cette phase, l'évaluation des alternatives se fait à travers un modèle basé sur la structuration adoptée par les acteurs de la décision. Le but de la phase d'évaluation est de synthétiser les informations récoltées sur l'ensemble des alternatives. La capacité de chaque alternative à atteindre les objectifs fixés est évaluée par quantification des relations entre attributs et objectifs. L'évaluation des alternatives se fait donc à l'aide d'un ensemble d'attributs (souvent communs à l'ensemble des alternatives dans la littérature) permettant l'estimation du degré d'atteinte des objectifs par chacune des alternatives.

Pour ce faire, les attributs sont définis sur des échelles ordinales ou cardinales en fonction du degré de connaissance et de certitude que les parties prenantes manifestent.

L'agrégation des évaluations individuelles des attributs permet ensuite de quantifier l'importance de chaque alternative vis à vis de son degré d'atteinte des objectifs, et ce en intégrant de nombreux paramètres reflétant les préférences des parties prenantes (tels que les poids d'importance des attributs, des objectifs, etc.).

Un modèle d'évaluation est choisi en fonction de sa signification théorique et opérationnelle (Bana e Costa et al. 1999). En d'autres termes, le modèle choisi doit utiliser les informations correctement et doit être compris par les parties prenantes sans trop de difficultés.

1.2.4. Phase de recommandation

Il est nécessaire d'examiner certaines questions avant d'arriver à une recommandation finale. L'analyse de sensibilité et l'analyse de robustesse sont effectuées pour examiner le résultat de l'évaluation lorsque les valeurs des paramètres dans les modèles d'évaluation sont modifiées ou différents scénarios sont envisagés. Il faut en outre, prêter attention à la légitimité de la recommandation liée au contexte organisationnel du processus d'aide à la décision. Les aspects culturels et ethniques devraient être ainsi intégrés dans la définition des critères de sélection qui permettent d'aboutir à une recommandation et ce dans le but de convaincre toutes les personnes concernées d'accepter et de mettre en œuvre la recommandation proposée.

Dans cette thèse, contrairement à ce qu'on peut rencontrer fréquemment dans la littérature, le cadre proposé permet de considérer que les alternatives ne sont pas caractérisées automatiquement par un même ensemble d'attributs, mais que l'élicitation de ces derniers peut se faire pour chaque alternative en fonction des objectifs escomptés. L'hypothèse à travers laquelle les alternatives sont caractérisées par un ensemble unique d'attributs suppose effectivement que l'élicitation des attributs se fait indépendamment des alternatives ce qui peut réduire considérablement le champ d'application des méthodes d'évaluation; d'autant plus qu'il n'est pas rare de rencontrer des cas dans la pratique où les attributs dépendent des alternatives. Pour chaque partie prenante de la décision, l'élicitation des attributs pourra ainsi se faire pour chaque couple (objectif, alternative).

Une revue de la littérature abordant les approches de résolution des problèmes de décision de groupe est présentée dans la partie suivante en considérant distinctement le cas d'un choix social et le cas d'un choix stratégique.

1.3. Approches de résolution

Un problème de décision de groupe implique plusieurs acteurs dont le but est de prendre une décision concernant un problème d'intérêt commun alors même que leurs préférences peuvent être différentes (Lindeneg 2001). En fonction du contexte, la résolution de ces problèmes de décision de groupe peut se faire à partir d'une variété d'approches pouvant être réparties en deux grandes familles : la famille des approches de résolution basées sur la théorie du choix social et la famille des approches de résolution basées sur la théorie des jeux.

La théorie du choix social a pour objectif d'étudier les liens devant ou pouvant exister entre les préférences individuelles (exprimées à partir des évaluations) des membres d'un groupe social et les décisions prises par ce groupe, décisions reflétant la préférence collective du groupe (Bouyssou et al. 2006).

La théorie des jeux quant à elle, est un outil d'analyse des comportements humains qui permet d'analyser de façon formelle les problèmes posés par l'interaction stratégique d'un groupe d'individus rationnels poursuivant des buts personnels.

Dans ce qui suit, les principales approches de résolution des problèmes de choix social sont présentées dans un premier temps. Dans un second temps, les approches relatives aux jeux sont introduites.

1.3.1. Approches de résolution des problèmes de choix social

Dans le cadre de la théorie du choix social, l'évaluation des alternatives dans un cadre compréhensif et cohérent se fait à travers des modèles d'évaluation basés sur des procédures mathématiques afin de comparer et d'agréger les données d'évaluation des attributs sur chaque alternative. Ces procédures sont également nommées procédures d'agrégation multicritère.

Du point de vue recherche opérationnelle, il existe deux grandes écoles de la pensée en ce qui concerne les procédures d'agrégation multicritère ou, de façon plus générale, l'analyse multicritère (van Huylenbroeck 1995). Il s'agit de :

- l'école américaine basée sur le principe d'agrégation totale représentée principalement par l'approche de la théorie de l'utilité multi-attributs ou l'agrégation en un critère unique de synthèse (Keeney & Raiffa 1993); dans ce cas l'agrégation des évaluations des attributs est réalisée en premier et la comparaison se fait par la suite en fonction des résultats finaux des alternatives,
- l'école européenne, principalement basée sur le concept de sur-classement (Vincke 1986),(Roy 1985) dans lequel l'étape de comparaison est considérée avant celle de l'agrégation.

Les principales approches de résolution des problèmes de choix social sont introduites ci-dessous en mentionnant pour chacune d'elles, son principe, ses caractéristiques, ses avantages et inconvénients.

1.3.1.1. Théorie de l'utilité multi-attributs

Principe

La théorie de l'utilité multi-attributs ((Keeney & Raiffa 1993),(Fishburn 1970)) part de l'hypothèse selon laquelle le raisonnement d'un décideur peut être assimilé à la maximisation d'une fonction numérique préservant l'ordre et permettant d'assigner un degré ou un poids à chaque alternative sur une échelle appropriée. Cette représentation numérique permet de manipuler les alternatives d'une manière facile et compréhensive.

Caractéristiques

La théorie de l'utilité fait intervenir des fonctions qui permettent de représenter les préférences des décideurs sur les alternatives après évaluation. Ces fonctions de représentation des préférences reposent sur l'hypothèse que les relations de préférence qui décrivent le comportement lié aux choix individuels des décideurs décrivent un préordre total défini comme suit (Grabisch 2005), (Vincke & Bouyssou 2006) :

Définition 1-1. Soit (\succeq) une relation binaire sur un ensemble E, la relation binaire (\succeq) est appelée relation de préordre total sur E si elle est :

- complète : $\forall (x, y) \in E^2 \quad x \neq y \Rightarrow (x \succeq y) \text{ ou } (y \succeq x)$ et,

- transitive : $\forall (x, y, z) \in E^3 (x \succeq y \text{ et } y \succeq z) \Rightarrow x \succeq z$.

La conséquence de cette hypothèse est que toutes les alternatives sont comparables (Grabisch 2005). En se basant sur cette hypothèse, la théorie de l'utilité multi-attributs utilise les fonctions de représentation des préférences afin d'assigner un poids bien défini à chaque alternative notée $a_i \in A$, en fonction de l'évaluation de tous ses attributs notés $c_j \in C$ en utilisant des échelles appropriées notées X_j , où X_j représente l'échelle d'évaluation associée à l'attribut c_j (Fishburn 1970), (Keeney & Raiffa 1993). La représentation des préférences d'un décideur à travers les fonctions de la théorie de l'utilité multi-attributs est donnée comme suit (Deparis 2012).

Définition 1-2. Soit $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ l'ensemble des alternatives considérées par un décideur donné et $C = \{c_1, \dots, c_m\}$ l'ensemble des critères sur lesquels les alternatives sont évaluées. On note par $\phi(a_i) = (\phi_1(a_i), \dots, \phi_m(a_i))$ le vecteur d'évaluation d'une alternative a_i sur l'ensemble des critères, où ϕ_j , la fonction d'évaluation de l'alternative a_i sur le $j^{\text{ème}}$ critère est définie de A vers X_j . La représentation des préférences de deux alternatives $a_i, a_{i'}$ par une fonction v , est donnée comme suit (Deparis, 2012).

$$(\phi_1(a_i), \dots, \phi_m(a_i)) \succcurlyeq (\phi_1(a_{i'}), \dots, \phi_m(a_{i'})) \Leftrightarrow v(\phi_1(a_i), \dots, \phi_m(a_i)) \geq v(\phi_1(a_{i'}), \dots, \phi_m(a_{i'}))$$

La fonction de représentation numérique v est nommée fonction d'utilité ou fonction de valeur. Dans la théorie de la décision, il est généralement admis d'utiliser le terme 'valeur' pour les problèmes de décision certains et le terme 'utilité' pour les problèmes de décision entachés de risque et d'incertitude (Dyer 2005).

Une des caractéristiques des fonctions d'utilité est de préserver l'ordre : effectivement $v(a_i), v(a_{i'})$ sont ordonnées de la même façon que les alternatives $a_i, a_{i'}$, c'est pourquoi la fonction d'utilité n'est pas unique. Aussi, la fonction d'utilité telle qu'on l'a définie est simplement ordinale. La différence $v(a_i) - v(a_{i'})$ n'a, en effet, pas de signification par rapport aux préférences représentées et ne permet pas de quantifier les préférences entre deux alternatives $a_i, a_{i'}$ dans l'absolu. Seul le signe algébrique positif, négatif ou nul de cette différence a un sens au regard des préférences entre les alternatives $a_i, a_{i'}$.

Résoudre ce problème revient à décomposer la fonction valeur $v(\cdot)$ (cas de problèmes de décision certains) dans une forme simple. En se basant sur les préférences des parties prenantes, la fonction de valeur peut être exprimée en différentes formes telles que : le Processus Hiérarchique Analytique (Analytic Hierarchy Process (AHP)) (Saaty 1994), somme pondérée (weighted sum) (Fishburn 1967), Mesure de l'attractivité (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique (MACBETH)) (Bana e Costa & Vansnick 1994),...etc. La fonction la plus couramment utilisée est la fonction de valeur additive (somme pondérée) donnée par la formule de l'équation (1-1).

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^m \omega_j \phi_j(c_j)$$

où $\phi_j(c_j)$ représente le résultat de l'évaluation d'un attribut c_j sur l'alternative a_i et ω_j le poids de l'attribut c_j tel que $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$.

Avantages

La théorie de l'utilité multi-attribut permet ainsi d'associer à chaque alternative un certain nombre de valeurs réelles. Elle offre les fonctionnalités suivantes :

- les méthodes basées sur la théorie de l'utilité multi-attributs fournissent de solides fondements axiomatiques qui permettent de s'adapter à différents types de préférence dans des contextes variés avec différentes formes de fonctions de valeur ou d'utilité (Deutsch & Malmberg 1985) ;
- les performances des critères sont synthétisées sur une échelle commune (par exemple, échelle monétaire, échelle d'utilité), ce qui facilite la comparaison des alternatives par la suite ;
- les alternatives sont représentées par des degrés ce qui permet par la suite d'obtenir un préordre total.

Inconvénients

La théorie d'utilité multi-attributs présente également un certain nombre d'inconvénients essentiellement dus au fait que :

- la complexité des axiomes exigent un effort cognitif de la part des parties prenantes,
- l'existence d'incomparabilité est exclue : une des hypothèses importantes de la représentation numérique est que toutes les alternatives sont comparables, cependant, dans bien des cas, l'incomparabilité des alternatives est observée ;
- la fonction d'utilité ou de valeur est difficile à interpréter parfois, surtout lorsque les attributs sont de natures très différentes ;
- la méthode est compensatoire ; une mauvaise performance sur un attribut peut être compensée par une bonne performance sur un autre, ce qui augmente le risque de mauvaise interprétation ;
- la nature qualitative des attributs peut provoquer des complications dans le codage numérique.

La théorie de l'utilité multi-attributs permet de représenter numériquement les alternatives en agrégeant les performances obtenues à partir de l'évaluation des attributs sur chaque alternative puis en établissant une comparaison et un classement. Le préordre défini par la fonction d'agrégation permet de résoudre facilement les problèmes de choix et de rangement.

1.3.1.2. Méthodes de sur-classement

Principe

Le principe de cette approche est de comparer toutes les alternatives par paire sur chaque attribut afin de construire des relations binaires, claires ou floues. En considérant certaines conditions préétablies, l'une des deux alternatives d'une paire surclasse l'autre ou pas et ce, de façon claire et nette. A partir de toutes ces comparaisons, une synthèse est réalisée pour exploiter d'une manière appropriée les relations établies et obtenir des recommandations finales.

Caractéristiques

La relation de surclassement notée \succcurlyeq est définie à partir de deux conditions logiques appelées 'concordance' et 'non-discordance' portant sur les préférences partielles obtenues à partir de la

comparaison par paire des alternatives sur chaque attribut. Ces conditions vont déterminer comment se comportent les alternatives dans le modèle final.

L'approche de surclassement est décomposée généralement en deux phases : une phase de construction de la relation de surclassement et une phase d'exploitation de la relation à des fins de recommandation (Roy & Bouyssou 1993). Les relations de surclassement sont soumises à deux types de condition (Ginting & Dou 2000):

- condition de concordance : une majorité de critères doit se dégager en faveur de l'alternative surclassée,
- condition de non-discordance : dans la minorité des critères, il ne faut pas qu'il existe une trop forte pression en faveur d'un surclassement inverse ; autrement dit aucun critère ne doit opposer un veto par rapport à l'alternative surclassée.

La comparaison de deux alternatives fait apparaître diverses situations de préférences qui peuvent être modélisées par des relations binaires (Montmain et al. 2003). Le tableau qui suit résume les différentes situations possibles lors de la comparaison de deux alternatives.

Tableau 1-1. Propriétés de relations de surclassement (Roy 1985)

Situation	Définitions	Relations binaires (propriétés)
Indifférence	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une équivalence entre deux alternatives.	I : relation symétrique réflexive
Préférence stricte	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui justifient une préférence significative en faveur de l'une (identifiée) des deux alternatives.	P : relation asymétrique (irréflexive)
Préférence faible	Elle correspond à l'existence de raisons claires et positives qui infirment une préférence stricte en faveur de l'une (identifiée) des deux alternatives. Mais ces raisons sont insuffisantes pour en déduire soit une préférence stricte en faveur de l'une ou de l'autre, soit une indifférence entre ces deux actions	Q : relation asymétrique (irréflexive)
Incomparabilité	Elle correspond à l'absence de raisons claires et positives justifiant l'une des trois situations précédentes	R : relation symétrique irréflexive

Une fois que les relations de préférences binaires ont été agrégées dans une relation de préférence compréhensive sur tous les critères, une procédure d'exploitation est nécessaire pour formuler les recommandations. Cette procédure conduit à la proposition de plusieurs méthodes de surclassement afin de modéliser les préférences complexes caractérisées par l'intransitivité, l'indifférence et l'incompatibilité (Roy 1991).

L'approche de surclassement a été développée en France par Bernard Roy et a connu une large application en Europe (Parsaei et al. 1993), (de Boer et al. 1998). Les principales méthodes de surclassement sont réparties en deux familles ; ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) (Martel & Matarazzo 2005) et PROMETHEE (Preference Ranking Organisation MeTHod for Enrichment Evaluations) (Brans & Vincke 1985).

Les méthodes ELECTRE I, ELECTRE IV, et ELECTRE IS sont proposées pour des problèmes de choix, ELECTRE II, ELECTRE III, et ELECTRE IV ont été développées pour les problèmes de classement et ELECTRE TRI-B, ELECTRE TRI-V, et ELECTRE TRI-NC traitent les problèmes de tri (Figueira, Mousseau, et al. 2005).

Avantages

Le concept de relations de surclassement est né des difficultés rencontrées dans le cadre de la résolution des problèmes concrets (Roy 1991). Parmi les avantages de cette approche, citons les propriétés suivantes :

- **échelles hétérogènes:** les critères peuvent être évalués sur des échelles hétérogènes. Il n'est pas nécessaire de recoder les données de performances originales comme ce qui se fait dans les méthodes utilisant les fonctions d'utilité ou de valeur ;
- **échelles souvent qualitatives:** les critères sont généralement évalués sur des échelles qualitatives par les parties prenantes ; les méthodes de surclassement traitent ces évaluations directement sans avoir besoin de les recoder, les données quantitatives sont également traitées d'une manière qualitative ;
- **nature non-compensatoire :** contrairement à la théorie de l'utilité basée sur des compromis entre critères, les méthodes de surclassement ne permettent pas la compensation entre les critères de performances ; en d'autres termes, la dégradation des performances sur certains critères ne peut pas être compensée par des améliorations de performances sur d'autres critères;
- **information de préférence imprécise :** avec des seuils de préférence et d'indifférence, les méthodes de surclassement modélisent l'information de préférence de l'évaluation, ce qui veut dire qu'une faible variation de certaines performances ne va pas influencer la relation de préférence d'une manière significative (Figueira et al. 2010).

Inconvénients

Parmi les inconvénients des méthodes de surclassement on peut rappeler que :

- les méthodes de surclassement sont basées sur des modèles complexes qui nécessitent généralement l'accompagnement des parties prenantes ;
- les relations de préférence non-transitives et incomplètes nécessitent une phase d'exploitation de la relation de surclassement ;
- les méthodes de surclassement ne sont pas très adaptées aux problèmes impliquant un grand nombre d'alternatives et/ou d'attributs (ou un nombre infini) (Chakhar & Mousseau 2007) ;
- l'incomparabilité due à certains résultats empêche d'établir un préordre total sur les alternatives.

L'utilisation des méthodes de surclassement est utile dans les problèmes de tri et de choix qui, contrairement aux problèmes de rangement, ne nécessitent pas une richesse de résultats proposée notamment par la théorie de l'utilité basée sur des hypothèses mathématiques restrictives (Hurson & Zopounidis 1997).

1.3.1.3. Approches par règles de décision (raisonnement à partir de cas)

Principe

L'hypothèse de base de l'approche par règles de décision est que les parties prenantes acceptent de donner des informations préférentielles en termes d'exemples de décision ou qu'il existe une base de données de décisions à partir de laquelle les parties prenantes cherchent des règles simples justifiant leurs décisions (Greco et al. 2005). Les règles de décision induites se composent de deux parties : une partie 'conditionnelle' qui permet de comparer deux alternatives à une alternative de référence en utilisant la relation de dominance progressive, et une partie 'décisionnelle' qui donne la relation binaire de préférence sur les deux alternatives (relation de surclassement ou incertaine) (Zheng 2012). Une procédure d'exploitation est nécessaire afin d'obtenir une recommandation finale.

Caractéristiques

La base mathématique de l'approche des règles de décision est l'approche de dominance basée sur les ensembles approximatifs¹ (Dominance-based Rough Set Approach (DRSA)) dont les principales caractéristiques sont résumées dans (Greco et al. 2005) comme suit :

- pour résoudre un problème de décision multicritère, les parties prenantes de la décision doivent fournir des informations préférentielles, nécessaires à une prise de décision exemplaire ;
- l'analyse des informations préférentielles par ensembles approximatifs fournit des éléments utiles à la connaissance de la situation de décision, à savoir : la pertinence des attributs, des informations sur leur interaction, les sous-ensembles minimaux d'attributs ou critères transmettant des connaissances pertinentes contenues dans les décisions exemplaires, l'ensemble des attributs ou critères non réductibles (la base) ;
- le modèle de préférence induit à partir de l'information préférentielle est exprimé dans un langage de règles de décision naturel et compréhensible de forme « Si ..., alors ... » ;
- les informations hétérogènes (qualitatives et quantitatives, préférences ordonnées ou non, évaluations nettes et floues, échelles ordinales et cardinales des préférences, avec une structure hiérarchique et avec des valeurs manquantes) peuvent être traitées en utilisant l'approche de dominance basée sur des ensembles approximatifs,
- la méthodologie proposée est basée sur des concepts élémentaires et des outils mathématiques (ensembles et opérations sur les ensembles, relations binaires), sans avoir recours à des structures algébriques ou analytiques. L'idée principale est très naturelle et le concept clé de la relation de dominance en est l'objectif.

¹ Les ensembles approximatifs peuvent être considérés comme des ensembles avec des limites floues, ensembles qui ne peuvent être caractérisés avec précision en utilisant l'ensemble des attributs disponibles. Un ensemble approximatif peut recouvrir des données qualitatives et quantitatives qui permettent de représenter des informations parfois inconsistantes. La pertinence de données peut être acquise par l'obtention des dépendances entre les attributs et l'importance des attributs. La sortie est sous la forme de "si ... alors" ce qui est assez compréhensible (Zheng 2012)

Avantages

Les avantages de l'approche par règles de décision résident principalement dans les points suivants :

- généralité des modèles de préférence des règles de décision résultant de l'approche des ensembles approximatifs ;
- capacité de traitement des préférences incompatibles dans les informations préférentielles, résultant de l'hésitation des parties prenantes (Greco et al. 2005) ;
- simplicité de compréhension et d'interprétation des modèles basés sur des règles de décision
- représentation sous forme de règles issues de la logique du décideur (Antoine 2012) ;
- interprétation immédiate des résultats.

Inconvénients

Parmi les reproches adressées à l'approche des règles de décision on peut mentionner que :

- le modèle proposé est peu synthétique : le nombre de règles de décision peut rapidement exploser et ne peut être appréhendé rapidement (Antoine 2012) ;
- la nécessité de disposer d'une base d'exemples est essentielle pour induire des règles.

Les approches de résolution abordées ci-dessus se basent sur des techniques d'élicitation directes des préférences. Par élicitation directe, on entend que les parties prenantes donnent directement les paramètres de préférence des modèles d'agrégation. Ces paramètres sont ensuite agrégés dans des préférences globales afin d'aboutir à une décision finale (Siskos et al. 2005).

L'utilisation des préférences directes suscite cependant quelques critiques parfois en raison de la mauvaise interprétation qui peut être donnée par les parties prenantes aux poids des attributs, où le poids des attributs est considéré indépendamment de la méthode d'agrégation utilisée (voir (Zheng 2012) p25.26 pour exemples). Les auteurs dans (Roy & Mousseau 1996) soulignent effectivement, que les poids des critères présentent une signification qui dépend de la méthode d'agrégation utilisée ; un critère est défini en spécifiant la façon de prendre en compte les conséquences attachées à un point de vue donné. De plus, les paramètres de préférences sont parfois incomplets et partiellement inconnus. Pour remédier à cela, les problèmes de décision peuvent être posés inversement : la décision finale supposée connue, le but est de trouver les bases rationnelles pour que la décision soit prise. Dans ce cas, une approche de désagrégation-agrégation est proposée pour résoudre le problème. Cette approche est basée sur le paradigme d'élicitation de préférence indirecte où des informations partielles sur les préférences globales sont supposées connues a priori (données par les parties prenantes) et un modèle d'agrégation des critères est déduit de cette information. Cette approche permet aux parties prenantes d'acquérir une meilleure connaissance du problème et ainsi une meilleure connaissance de leurs propres préférences (Jacquet-Lagrèze & Siskos 2001). L'approche de désagrégation-agrégation est brièvement introduite à la suite.

1.3.1.4. Approches de désagrégation-agrégation

Principe

L'objectif de la méthode de désagrégation est d'estimer les valeurs des paramètres définissant un modèle d'agrégation le plus proche possible des préférences "réelles" des parties prenantes. Les

préférences "réelles" sont cependant, inconnues a priori, et ne préexistent même pas dans l'esprit des parties prenantes. De ce fait, les préférences globales pouvant provenir de différentes sources sont utilisées. Les parties prenantes peuvent donner quelques exemples de décisions antérieures, ou évaluer des alternatives représentatives selon leur connaissance du problème. Dans certains cas, l'analyste présente aux parties prenantes des alternatives fictives et leur demande de porter des jugements (Zheng 2012).

Contrairement au paradigme traditionnel de l'agrégation qui considère que le modèle d'agrégation des critères est connu tandis que les préférences globales sont ignorées, la philosophie de désagrégation implique un modèle d'inférence de préférence à partir des préférences globales. Le principe de l'approche de désagrégation-agrégation ((Jacquet-Lagreze & J.Siskos 1982), (Siskos 1980), (Siskos et al. 1993), (Siskos & Yannacopoulos 1985)) est d'analyser le comportement et le style cognitif des parties prenantes à l'aide d'une procédure itérative et interactive spéciale où les composants du problème et les évaluations globales des parties prenantes sont analysés puis agrégés dans un système de valeur. Le but de cette approche est d'aider les parties prenantes à améliorer leurs connaissances concernant une situation de décision et leur manière de procéder afin d'atteindre une décision conforme (Siskos et al. 2005).

Caractéristiques

Dans l'approche de désagrégation-agrégation, la procédure de désagrégation permet d'obtenir des paramètres d'un modèle d'agrégation à partir de préférences globales 'affirmées' établies sur un sous-ensemble d'alternatives nommé alternatives d'apprentissage ('learning alternatives') (Bouchery 2012). La procédure d'agrégation est ensuite appliquée pour obtenir les résultats attendus sur un autre ensemble, ou sous-ensemble d'alternatives. (Voir (Cailloux 2012), p.25 pour illustration).

En fonction de la problématique considérée, les données d'entrée des méthodes de désagrégation prennent des formes diverses. Par exemple, un décideur peut classer les alternatives selon un ordre donné en effectuant plusieurs comparaisons par paire ou bien en triant les alternatives dans des catégories spécifiques. Les méthodes de désagrégation produisent des résultats différents en fonction de la méthode d'agrégation utilisée. Pour les méthodes fondées sur la théorie de l'utilité, la méthode de désagrégation infère les poids et la fonction de valeur marginale. Pour les méthodes de surclassement, les paramètres de poids, seuil, etc., sont déterminés par la désagrégation. Pour les méthodes basées sur l'approche des règles de décision, les résultats de la désagrégation sont des règles de décision qui traduisent les conditions et les conclusions des règles, (Bouchery 2012).

Afin de soutenir le processus de décision, les méthodes de désagrégation utilisent généralement les outils algorithmiques suivants :

- procédure de désagrégation/inférence : pour inférer un ensemble unique de paramètres sur les critères à partir d'un espace possible de valeurs ;
- élicitation et calcul de résultats robustes : les recommandations doivent être données en tenant compte de l'ambiguïté de l'information de préférence ;
- détection et résolution des incohérences : détection des conflits des informations de préférence en l'absence de modèle de préférence compatible avec les informations de préférence des parties prenantes.

Pour plus de détails sur les méthodes utilisées, nous invitons les lecteurs intéressés à consulter les références suivantes (Cailloux 2012), (Zheng 2012), (Siskos et al. 2005), (Bouchery 2012).

Avantages

L'approche de désagrégation-agrégation comporte les avantages suivants (Bouchery 2012) :

- la désagrégation des modèles multicritère est considérée souvent comme étant plus appropriée à l'élicitation des paramètres de préférence ;
- les parties prenantes acquièrent plus de connaissances au sujet de leurs propres préférences et une meilleure connaissance du problème à résoudre;
- les jugements sur les alternatives sont reconnus comme moins exigeants en termes d'effort cognitif.

Inconvénients

Parmi les inconvénients de cette approche, il a été constaté que :

- contrairement aux techniques d'élicitation directe, les méthodes de désagrégation contraignent les paramètres à un certain espace de valeurs possibles. Les exemples de décision peuvent être en nombre trop limité, la connaissance de la réalité est souvent incertaine ou imprécise si l'espace n'est pas suffisamment réduit ;
- le programme d'optimisation peut se traduire par un possible espace vide dû à une inconsistance provoquée par des préférences impliquant certaines situations dérangeantes, ou un modèle d'agrégation défini dans un contexte qui ne cadre pas avec la réalité (Zheng 2012).

1.3.2. Approches de résolution des problèmes de jeux

1.3.2.1. Pourquoi la théorie des jeux ?

De manière générale, les problèmes de décision de groupe impliquent des acteurs dont le but est d'aboutir à une décision leur permettant d'atteindre les objectifs qu'ils se sont fixés. Selon les cas, la décision finale peut être collective ou individuelle. Lorsqu'elle est collective, la décision implique des acteurs qui présentent un but final commun. Dans ce cas, la structuration et la résolution du problème de décision peut se faire à l'aide des outils de la théorie du choix social. A l'inverse, la décision finale est individuelle lorsqu'elle implique des acteurs portant des projets différents en situation d'interdépendance. Dans ce dernier cas, la structuration et la résolution du problème posé se fait généralement à l'aide d'un nouveau champ de recherche basé sur « la théorie des jeux ».

La théorie des jeux dont le but est d'analyser les prises de décision d'individus placés en situation d'interdépendance (Demange & Ponsard 1994), a pris son essor en 1944 avec la publication du livre de Von Neumann et Morgenstern intitulé « Theory of Games and Economic Behavior » (John & Morgenstern 2007) qui traite principalement des méthodes quantitatives de la théorie des jeux (Madani 2010).

La théorie des jeux est essentiellement l'étude mathématique des situations de décision interactives nécessitant une coordination² entre les membres impliqués. Cette coordination peut se traduire par une concurrence³ ou une coopération⁴. Pour prendre une décision, chaque membre va défendre ses propres intérêts en tenant compte ou en anticipant les choix des autres acteurs de la décision. La théorie des jeux permet de montrer comment les interactions stratégiques entre acteurs aboutissent à des résultats globaux qui tiennent compte des préférences individuelles de chacun (Ross 2012). Son application touche principalement le domaine des sciences économiques et politiques (Ott 2012), mais aussi de nombreuses disciplines scientifiques, y compris, la biologie, l'informatique, la stratégie militaire, les relations internationales, le droit et la sociologie (Burns et al. 2001), (Burns & Gomolińska 2000), (Correa 2001), (Lucas 1981), (Law & Pan 2009).

L'intérêt de la théorie des jeux est d'examiner les phénomènes sociaux fondés sur l'individualisme méthodologique (Aumann & Hart 1992), (Heap & Varoufakis 2004) et l'étude des situations telles que les dilemmes sociaux, les conflits d'intérêts, les choix rationnels, la coopération, la concurrence et la coalition dans les processus décisionnels (Bernard 1954), (Crozier & Friedberg 2009), (Goffman 1961), (Luce & Raiffa 1957), (McCarty & Meirowitz 2007), (Scharpf 1997), (Schelling 1981).

1.3.2.2. Caractéristiques d'un jeu

Les caractéristiques d'un jeu peuvent être représentées par sa forme normale qui retient les éléments de base d'une situation d'interaction à savoir, les protagonistes appelés aussi 'joueurs' et pour chacun d'eux, les actions disponibles et l'évaluation des conséquences (gains) découlant des choix réalisés par tous.

Un jeu sous forme normale est défini par le triplet (N, X_i, v_i) pour chaque joueur $i \in N$ (Demange & Ponsard 1994), où :

$N = \{1, \dots, i, \dots, n\}$ représente l'ensemble des joueurs; les joueurs supposés 'rationnels et intelligents' peuvent représenter de simples individus, communautés, sociétés ou gouvernements. Un joueur est dit rationnel quand il prend des décisions de manière cohérente afin d'atteindre ses propres objectifs.

En voulant maximiser ses gains, chaque joueur i va donc mettre au point un ensemble de 'stratégies' noté X_i en fonction de l'information qu'il possède. Le choix d'une stratégie par joueur détermine l'issue du jeu.

On note :

x_i une stratégie de i ,

$x = (x_1, \dots, x_n)$ une issue et $X = \prod_{i=1}^n X_i$ l'ensemble des issues.

² La coordination est une relation formelle qui nécessite des planifications et une division des rôles de chacun. Elle ouvre des canaux de communication entre les organisations concernées.

³ Compétition, rivalité d'intérêts entre plusieurs personnes (Larousse Dictionnaires) en situation d'interdépendance.

⁴ La coopération est une relation informelle et à court terme, sans mission clairement définie, où chaque coopérant recherche des informations qui l'intéressent. Les informations ne sont partagées que selon les besoins. Chaque organisation garde son autorité, ses ressources et les récompenses séparées. Définitions de (Winer 1994) extraites de (Seguy Garcia 2008).

Selon la théorie classique des jeux, le terme 'stratégie' signifie, les actions des joueurs c'est-à-dire « le plan d'action complet qui décrit ce qu'un joueur fera en considérant toutes les circonstances possibles » (Davis, 1997).

Les joueurs choisissent leurs stratégies sachant que leur choix impacte le gain (éventuellement aléatoire) de chaque joueur. On note ;

$x = (x_i, x_{-i})$ où x_{-i} , les stratégies des joueurs autres que i ,

$X_{-i} = \prod_{j \neq i} X_j$, l'ensemble des stratégies des joueurs autres que i .

Pour chaque joueur i , l'objectif est de maximiser la valeur attendue de son propre gain, mesurée à l'aide d'une échelle d'utilité (Ott 2012). La fonction notée v_i représentant les préférences d'un joueur i sur les issues est appelée fonction d'utilité ou fonction de gain (ou de paiement) ; telle que défini précédemment (voir section 3.1.1), la fonction d'utilité, concept classique de la théorie de la décision préserve l'ordre et est définie à une transformation strictement croissante près (Demange & Ponsard 1994). Autrement dit :

$v_i(x) > v_i(x')$ signifie que le joueur i préfère strictement l'issue x à l'issue x' et

$v_i(x) = v_i(x')$ signifie que le joueur i est indifférent par rapport aux deux issues.

Les hypothèses suivantes sous-tendent la donnée d'un jeu sous forme normale.

Indépendance stratégique : les joueurs sélectionnent leur stratégie indépendamment les uns des autres. Dans ce cas, toute coopération entre les joueurs, par exemple sous forme d'une sélection conjointe d'une issue, est exclue. Cette hypothèse est réalisée par exemple dans le cas d'une concurrence s'exprimant par une sélection simultanée et secrète des stratégies, sans coopération (Demange & Ponsard 1994). L'information dans ce cas, est dite incomplète ou imparfaite et incertaine par rapport à la façon dont les joueurs vont faire leur choix (par exemple : stratégies liées aux actions militaires secrètes pendant la guerre) (Linares 2003).

Dans un jeu non-coopératif, les joueurs qui ont des intérêts concurrentiels expriment généralement plus de prudence et jouent la sécurité en adoptant des stratégies d'évitement des risques afin d'atteindre un équilibre représentant leur choix le moins risqué et leur garantissant un gain minimal (Dixit & Nalebuff 1993).

Information complète : les joueurs connaissent la forme normale $(N, X_i, v_i), \forall i \in N$. Dans ce cas, les joueurs ont une connaissance commune de la situation à laquelle ils sont confrontés. Cette hypothèse est utile dans les situations de coopération car elle suppose que les joueurs se connaissent mutuellement, connaissent les ensembles de stratégies et les fonctions d'utilité de chacun (Demange & Ponsard 1994). Dans ce cas, l'information est dite complète ou parfaite (exemple : jeu d'échec) (Linares 2003).

Parmi les stratégies permettant d'atteindre la coopération on peut citer ; la négociation qui permet à des joueurs aux intérêts divergents de négocier un accord avant le choix final (Harsanyi & Selten 1988), le lobbying qui permet aux joueurs de pousser le résultat dans une certaine direction à partir d'un statu quo par application d'une certaine pression, mais sans entrer dans un conflit réel. La création d'une coalition, peut également être une stratégie de coopération grâce à laquelle les joueurs

peuvent former des alliances pour atteindre un but commun (exemple : gagner un vote aux élections) en partageant les problèmes les uns les autres, par communication et coordination de leurs choix pour former un choix commun , plutôt qu'individuel (Brams 1975).

Mais comment résoudre un jeu ?

La résolution d'un jeu revient à trouver un 'équilibre' qu'on note $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ parmi les nombreuses issues possibles qui peuvent être obtenues par sélection arbitraire d'une stratégie par joueur (Rasmusen 2006). L'issue nommée 'équilibre' représente la combinaison des meilleures stratégies des joueurs. Une stratégie d'équilibre x_i^* (meilleure stratégie) d'un joueur i est la stratégie qui lui permet de maximiser son gain individuel quel que soit le choix des autres joueurs.

Pour y arriver, l'analyste (définition donnée dans la section 1.2.1) doit définir un concept d'équilibre noté $F : \{X_1, \dots, X_n, v_1, \dots, v_n\} \rightarrow x^*$, qui est une règle de décision basée sur les possibles combinaisons de stratégies et la fonction de gains (Rasmusen 2006). Le raisonnement de la théorie des jeux repose ainsi sur des règles de décision ou algorithmes de sélection des stratégies d'équilibre (Ott 2012). Pour résoudre un jeu, plusieurs moyens basés sur la notion de 'rationalité' ont été proposés afin d'atteindre l'équilibre. La partie suivante présente ces notions et quelques importantes approches de résolutions.

1.3.2.3. Rationalité et équilibre (Demange & Ponsard 1994)

Avant d'aborder le concept d'équilibre, quelques lignes sont consacrées à la notion de 'rationalité' sur laquelle repose l'hypothèse fondamentale de la théorie des jeux qui considère effectivement, que chaque joueur cherche à maximiser son niveau d'utilité, indépendamment des autres en connaissant (ou anticipant) les données du jeu, à savoir $(N, X_i, v_i), \forall i \in N$. La définition de la notion de rationalité conduit à aborder les relations de dominance dont découle le concept d'équilibre.

(i) Relations de dominance

Les relations de dominance sont observées lorsqu'une stratégie est meilleure qu'une autre pour un joueur, quel que soit le jeu des autres protagonistes. Parmi les types de dominance, on peut citer les suivants.

Dominance stricte : une dominance stricte est obtenue lorsque, pour un joueur donné, une stratégie domine strictement toutes les autres stratégies de ce joueur et ce quelles que soient les stratégies sélectionnées par les autres joueurs.

Définition 1-3.une stratégie x_i d'un joueur i domine strictement une stratégie x'_i si :

$$v_i(x_i, x_{-i}) > v_i(x'_i, x_{-i}) \quad \forall x_{-i} \in X_{-i} \quad (1-1)$$

On appelle une stratégie dominée toute stratégie strictement dominée par une autre. Si un joueur possède une stratégie strictement dominante, elle est unique et toutes les autres stratégies sont strictement dominées. Le choix du joueur peut se porter alors directement sur cette stratégie sans prévoir le comportement d'autrui puisque son meilleur choix en est indépendant.

Comment atteindre l'équilibre à partir des relations de stricte dominance ?

Le concept d'équilibre est obtenu à partir des relations de stricte dominance par le principe « d'élimination successive des stratégies strictement dominées » : lorsque chaque joueur possède une stratégie dominante, l'issue du jeu est immédiatement trouvée. On dit alors qu'on a **un équilibre en stratégies strictement dominantes**. Les jeux qui admettent un tel équilibre sont cependant rares. D'autres types de jeux peuvent être résolus par l'utilisation des relations de dominance. En considérant que chaque joueur connaît les stratégies strictement dominées des autres protagonistes, chacun peut mentalement les 'éliminer' en faisant l'hypothèse qu'elles ne seront jamais jouées. Dans la forme normale réduite ainsi obtenue (la même pour tous), chacun peut à nouveau éliminer les stratégies strictement dominées s'il en existe et ainsi de suite. Si le processus d'élimination converge vers une issue unique, l'issue obtenue est nommée **équilibre par élimination des stratégies strictement dominées**.

Dominance au sens faible : une relation de dominance faible est donnée par la définition suivante.

Définition 1-4. une stratégie x_i du joueur i domine faiblement une stratégie x'_i si :

$$v_i(x_i, x_{-i}) \geq v_i(x'_i, x_{-i}) \quad \forall x_{-i} \in X_{-i} \quad (1-2)$$

On dit qu'une stratégie x_i d'un joueur i est faiblement dominante si elle domine faiblement toutes ses autres stratégies. Inversement, une stratégie est faiblement dominée s'il existe une autre stratégie qui la domine faiblement.

Contrairement à la procédure d'élimination successive des stratégies strictement dominées, l'élimination des stratégies faiblement dominées pose de nombreux problèmes essentiellement liés aux choix et à l'ordre d'élimination des stratégies faiblement dominées.

(ii) Stratégies prudentes

Il existe également des cas dans lesquels un joueur 'prudent' i envisage toujours le pire des cas, et choisit en conséquent une stratégie lui garantissant un gain minimal noté α_i qu'il cherchera à maximiser. On appelle ces stratégies des stratégies prudentes et on définit le gain α_i du joueur i comme suit :

Définition 1-5. le gain maximal garanti du joueur i est égal à :

$$\alpha_i = \sup_{x_i \in X_i} \inf_{x_{-i} \in X_{-i}} v_i(x_i, x_{-i}) \quad (1-3)$$

(iii) Equilibre de Nash

L'équilibre de Nash est le concept d'équilibre standard en économie. Il est moins évident que l'équilibre en stratégies dominantes mais souvent plus appliqué.

Considérons un jeu sous forme normale. Supposons que les joueurs se rencontrent et tentent d'harmoniser leurs stratégies. Supposons en outre que si un accord est conclu, sa violation par l'un des joueurs n'entraîne aucune pénalité. Dans de telles conditions, les joueurs se doivent de chercher une issue respectant une certaine stabilité interne, dans le sens où aucun d'entre eux ne peut, en

changeant unilatéralement de stratégie, augmenter son niveau d'utilité. Ceci conduit à la définition de l'équilibre de Nash donnée comme suit.

Définition 1-6. une issue x^* d'un jeu $(N, X_i, v_i), \forall i \in N$ est un équilibre de Nash si aucun joueur n'a intérêt à dévier de sa stratégie, étant donné que les autres joueurs ne dévient pas non plus de la leur. Mathématiquement, l'équilibre de Nash est donné par l'équation (1-4) ci-dessous.

$$v_i(x_i^*) \geq v_i(x_i', x_{-i}^*) \quad \forall i \in N, \quad \forall x_i' \in X_i \quad (1-4)$$

Comme l'équilibre en stratégies dominantes, l'équilibre de Nash peut être faible ou fort. La définition ci-dessus est un équilibre de Nash faible. L'équilibre de Nash fort est défini par une inégalité stricte, c'est-à-dire qu'aucun joueur ne présente d'indifférence entre sa stratégie d'équilibre et une autre stratégie.

En tenant compte de la nature de l'information (complète/incomplète) et du choix des stratégies (simultané/séquentiel) (voir section suivante), la littérature propose plusieurs autres concepts d'équilibre, tels que l'équilibre de Bertrand (équilibre de fixation des prix), l'équilibre de Stackelberg (situation de chef de fil), l'équilibre parfait d'un sous-jeu (réponses séquentielles), l'équilibre de Nash bayésien (réponse simultanée incertaine) et l'équilibre bayésien parfait (mise à jour dynamique et incertaine des croyances) (Ott 2012). (Voir tableau 1-2).

Tableau 1-2. Jeux statiques et dynamiques dans le cas d'informations complètes et incomplètes (Ott 2006)

Jeux	Information complète	Information incomplète
Statiques	Equilibre de Nash (Nash 1950), (Nash 1951)	Equilibre de Nash bayésien (Harsanyi 2004)
Dynamiques	Equilibre parfait d'un sous-jeu (Selten 1975)	Equilibre bayésien parfait (Harsanyi 2004)

Pour illustrer les concepts d'équilibre, le problème d'investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication (TIC) est présenté ci-dessous sous forme d'un jeu simple de forme 2-à-2 représentant deux joueurs à deux actions possible chacun.

Concept d'équilibre dans un jeu stratégique

Exemple d'un problème d'Investissement (combien et quand) dans le marché des technologies de l'information et de la communication(TIC) (Angelou & Economides 2009)

Forme Normale du jeu $(N, X_i, v_i), \forall i \in N$

$N = \{A, B\}$; on considère deux entreprise A et B qui veulent investir dans le marché des TIC, chaque entreprise doit décider quand et combien investir.

$X_A = X_B = \{\text{Investir}, \text{Différer}\}$; en supposant que les joueurs sont rationnels et que les décisions de chacun sont prises en considérant l'environnement interne et externe de l'entreprise et en anticipant les actions de la concurrence, les actions des joueurs (ensemble des stratégies) sont soit (i) investir ou (ii) différer l'activité, ce qui exige un lourd investissement. Si l'entreprise décide d'investir, elle doit également décider de la quantité à produire pour maximiser son gain.

v_A, v_B ; les fonctions de gain des entreprises A et B (utilité attendue) évaluent le gain lié à chaque stratégie en considérant les choix de la concurrence. L'évaluation se fait à l'aide d'une sélection de critères qualitatifs et quantitatifs (voir section 1.2.4).

Les résultats de gain donnés dans le tableau 1-3 ci-dessous sont obtenus en considérant les quatre scénarios possibles : (1) les deux entreprises investissent au même temps, (2) une entreprise devance son concurrent, (3) une entreprise décide d'investir en second, (4) les deux entreprises n'investissent pas.

Le jeu est terminé lorsque les deux joueurs investissent ou perdent le marché. Si aucun des deux joueurs ne décide de franchir le pas en premier, l'opportunité d'investissement est perdue pour les deux, et si un joueur décide d'investir, le second va le suivre et investir également (simultanément ou séquentiellement). Le tableau (1-3) montre que la stratégie dominante pour chaque entreprise est la stratégie d'investissement. Effectivement, Dans le marché actuel des TIC, les entreprises ont tendance à investir rapidement dans le but de devancer les concurrents. Un tel effort peut conduire à des investissements précoces simultanés. En fait, il semble que l'action d'investissement en premier offre la plus grande valeur de gain avec 0,340. Toutefois, si les deux joueurs sélectionnent cette décision simultanément, le gain de chaque entreprise passe à 0.220, ce qui conduit à un équilibre de Nash dans lequel aucune entreprise n'a intérêt à dévier de sa stratégie étant donné que l'autre ne dévie pas non plus (Angelou & Economides 2009). Cette situation correspond au dilemme du prisonnier (Nash 1951) où les deux entreprises auraient mieux fait de collaborer ou de coordonner le temps d'attente avant de passer à l'acte (Zhu 1999).

Tableau 1-3. Matrice des gains du jeu d'investissement dans le marché des TIC à deux joueurs (Angelou & Economides 2009)

		Entreprise B	
		Investir	Différer
Entreprise A	Investir	0.220, 0.220 →	0.340, 0.195
	Différer	0.195, 0.340 →	0.245, 0.245

La partie suivante présente les différents types de jeux rencontrés dans la littérature.

1.3.2.4. Types de jeux

La littérature présente plusieurs types de jeux qui dépendent essentiellement des paramètres suivants :

- l'ordre du jeu : le choix des stratégies par chaque joueur se fait-il simultanément ou par séquences ?
- la nature de la coordination : les joueurs sont-ils coopératifs ou en concurrence ?
- le gain : les joueurs peuvent-ils tous être gagnant ou y'aurait-il obligatoirement des perdants ?
- la répétition : les joueurs interagissent une ou plusieurs fois ?
- les conditions sur les informations : y'a-t-il des joueurs qui sont mieux informés que d'autres ?

En considérant l'ordre d'un jeu, le choix des stratégies par les joueurs peut se faire en suivant un ordre où chaque joueur choisit ses stratégies l'une après l'autre d'une manière simultanée ou

séquentielle (Ross 2012), on parle alors de jeux simultanés et de jeux séquentiels (Belleflamme 2002), (Rasmusen 2006), (Straffin 1993).

- **Jeu simultané** : un jeu simultané est un jeu dans lequel chaque joueur choisit son action à l'insu des actions choisies par les autres protagonistes.
- **Jeu séquentiel (également appelé jeu dynamique)** : un jeu séquentiel est un jeu dans lequel les joueurs jouent à tour de rôle, de telle sorte que les joueurs suivants ont au moins une certaine information sur le choix des joueurs antérieurs, ils peuvent ainsi sélectionner leurs actions en fonction des choix précédents.

En considérant la nature de l'interaction qui lie les joueurs impliqués dans un jeu, on peut distinguer deux types de jeux : des jeux coopératifs et les jeux non coopératifs (Penard 2009).

- **Jeu coopératif** : un jeu coopératif est un jeu dans lequel les joueurs peuvent parler entre eux et passer des contrats de collaboration.
- **Jeu non coopératif** : un jeu non coopératif est un jeu dans lequel les joueurs arrêtent leurs choix stratégiques individuellement et sans se consulter.

En considérant les intérêts ou les gains des joueurs, on peut distinguer entre les jeux dits à somme nulle et les jeux à somme non nulle.

Jeu à somme nulle (ou constante) : un jeu à somme nulle est un jeu dans lequel les joueurs ont des intérêts diamétralement opposés et présentent donc un conflit total. Dans les jeux strictement compétitifs, la somme des gains des joueurs est nulle quelles que soient les stratégies que les joueurs choisissent (Rasmusen 2004), ce qui veut dire que certains joueurs vont gagner et d'autres perdre (exemple : un jeu de poker gagnant-perdant est un jeu à somme nulle).

Jeu à somme non-nulle : un jeu à somme non nulle est un jeu dans lequel les joueurs peuvent avoir un gain maximum, moyen ou négatif (exemple : le football).

En considérant la notion de répétition, on peut distinguer entre les jeux répétés et les jeux non répétés. Les stratégies des joueurs peuvent être affectées également par la répétition des rencontres qui va donc modifier les résultats du jeu (Law & Pan 2009).

Jeu répété : un jeu répété est un jeu dans lequel les joueurs interagissent en jouant dans des situations similaires plusieurs fois (McCarty & Meierowitz 2007), (Ross 2012). Dans un jeu répété, le comportement des joueurs dépend de leurs actions passées et tient compte de leurs futurs jeux. Les stratégies des joueurs sont subordonnées à leurs coups précédents (Mailath & Samuelson 2006) ce qui permet aux joueurs de : construire leur réputation, maintenir la confiance et des relations à long terme, et éviter les représailles lors des futurs jeux (Heap & Varoufakis 2004), (Mailath & Samuelson 2006). Ce type de jeu favorise la coopération contrairement aux jeux non-répétitifs.

Jeu non répété : un jeu non répété est un jeu dans lequel les joueurs ne se rencontrent pas les uns les autres.

En considérant la structure de l'information qui peut être classifiée en quatre catégories (voir tableau Tableau 1-4), les jeux peuvent être dits, à information parfaite, imparfaite, complète, incomplète, symétrique, asymétrique ou encore dits jeux certains ou incertains.

Tableau 1-4. Catégories d'information (Rasmusen 2004)

Catégories d'information	Signification
Parfaite	Chaque ensemble d'information est un singleton
Certaine	Nature ⁵ ne joue pas après tout coup de n'importe quel joueur
Symétrique	Aucun joueur ne dispose d'une information différente de celle des autres joueurs pendant le jeu ou en fin de jeu
Complète	Nature ne joue pas le premier coup ou son coup initial est observé par chaque joueur

Par exemple, la première catégorie d'information partage les jeux entre jeux à information parfaite et jeux à information imparfaite.

Jeu à information parfaite : un jeu à information parfaite est un jeu dans lequel les joueurs choisissent leurs actions les uns après les autres dans un ordre déterminé par les règles du jeu, en ayant une parfaite connaissance des actions déjà choisies tout au long du jeu (par exemple : cas d'un jeu d'échec) (Demange & Ponssard 1994).

Jeu à information imparfaite : un jeu à information imparfaite est un jeu dans lequel un joueur ne connaît pas tous les choix des autres joueurs l'ayant précédé. Par exemple, la coordination ordonnée est un jeu à information imparfaite du fait de la présence de coups simultanés (Rasmusen 2004).

Nous faisons le choix de ne pas éliciter les définitions des jeux liés aux autres catégories d'information et nous proposons aux lecteurs intéressés par cette partie de se référer à (Rasmusen 2004).

1.4. Conclusions du chapitre et positionnement des travaux de thèse

De manière générale un problème de décision peut concerner un seul décideur ou un groupe de décision. Dans le cas des problèmes de décision de groupe, on peut distinguer deux grandes familles de problèmes; les problèmes de décision collective (ou de choix social) et les problèmes de décision stratégique (théorie des jeux). La littérature traite généralement ces deux familles de problèmes de manière distincte en raison des écarts considérables entre leurs caractéristiques.

Dans les problèmes de décision sociale, on considère que le groupe de décision, bien que potentiellement en désaccord partiel, œuvre pour une décision finale collective. Dans le cadre d'une aide à la décision multicritère, ces problèmes de décision sont généralement caractérisés par un

⁵ Nature est un individu appelé 'pseudo-joueurs' inclus explicitement dans le modèle d'un jeu pour entreprendre des actions aléatoires en des points spécifiés du jeu et avec des probabilités également spécifiées (Rasmusen 2004).

ensemble commun d'alternatives potentielles à la satisfaction des objectifs du groupe. Pour évaluer les performances des alternatives par rapport à l'atteinte des objectifs escomptés, les membres d'un groupe de décision utilisent un ensemble d'attributs permettant d'estimer les performances des alternatives et dont l'agrégation aboutit généralement à la représentation de chaque alternative par une valeur unique.

Dans les problèmes stratégiques, les parties prenantes présentent des situations d'interdépendance exigeant un comportement stratégique de la part de chaque joueur afin de sortir du jeu avec le gain le plus important. Les actions des joueurs sont alors évaluées pour trouver la meilleure stratégie, celle qui présente le meilleur gain pour chacun, quel que soit le choix des autres. L'équilibre est obtenu par la combinaison des meilleures stratégies.

Malgré les différences, les deux familles de problèmes possèdent toutefois un but commun qui réside dans la sélection de la meilleure alternative ou stratégie. La réalisation de cet objectif passe par une évaluation qui, pour être efficace, doit être bien structurée. Le travail proposé dans cette thèse concerne ce point. Intuitivement, avant de prendre une décision, on commence par peser le pour et le contre des options dont on dispose. Que cela soit dans un problème de choix social ou dans un problème de jeu, la meilleure alternative ou stratégie respectivement, devrait donc présenter d'avantage de points positifs (gains) que de points négatifs. En se basant sur ce comportement, le travail proposé s'intéresse au développement d'une approche de structuration et de résolution des problèmes de décision de groupe à partir d'une analyse décisionnelle bipolaire. Cette analyse bipolaire permettra de tenir compte des aspects positifs et négatifs de chaque alternative dans le but de présenter les solutions potentielles par leurs degrés d'atteinte et de rejet des objectifs fixés.

Les problèmes de décision de choix social sont abordés dans un premier temps : dans une grande partie des travaux proposés dans la littérature, voir (Matsatsinis & Samaras 2001) pour une revue de littérature, les groupes de décision sont considérés non interactifs et les méthodes consistent à proposer une solution de compromis en agrégeant les évaluations individuelles du groupe (Cailloux 2012). Les évaluations individuelles sont obtenues généralement à partir d'approches présentant certaines difficultés telles que ; des difficultés cognitives, des difficultés d'interprétation des valeurs résultant de l'évaluation (agrégation totale), des difficultés dues à la complexité des méthodes (agrégation partielle), etc. Les approches d'évaluation utilisées présentent également des lacunes inhérentes par exemple, à la compensation entre les paramètres décisionnels (méthodes compensatoires) et à la possibilité d'obtention d'un espace de solution vide (méthodes de désagrégation).

Le travail proposé ici tente modestement de remédier à certains manques et difficultés constatés dans la littérature existante et ce en construisant un processus décisionnel fondé sur la notion de bipolarité qui va permettre d'éviter les compensations à différents niveaux du processus et de rendre aisée l'interprétation des résultats finaux.

Dans la phase de modélisation, l'élicitation bipolaire des attributs permettra une distinction entre les caractéristiques positives et négatives des alternatives. Après évaluation, les attributs seront agrégés distinctement dans des mesures positives et négatives. Chaque alternative se verra ainsi affecter deux mesures, une mesure de supportabilité représentant le degré d'appui de l'alternative à l'atteinte des objectifs fixés, et une mesure de rejetabilité caractérisant le degré de rejet à l'atteinte des objectifs. De plus, contrairement à la majorité des travaux qui considèrent que les groupes de décision sont non interactifs, la démarche proposée s'inscrit dans un cadre interactif bipolaire dans

lequel les interactions potentielles et les influences mutuelles (positives et/ou négatives) entre les membres d'un groupe de décision peuvent être prises en compte.

L'aide à la décision consiste alors à parvenir à un compromis ou à un consensus qui donnera satisfaction à l'ensemble du groupe. Dans la phase de recommandation, des processus d'atteinte de consensus seront proposés pour aboutir à une solution commune légitime.

Dans un deuxième temps, la résolution des problèmes de décision stratégiques par analyse bipolaire sera abordée. L'approche proposée se base sur la modélisation du comportement humain à travers la théorie des jeux. L'utilisation de l'analyse bipolaire permettra d'appuyer la modélisation du comportement humain qui se veut d'ailleurs souvent bipolaire (dans le sens de l'analyse décisionnelle et non dans le sens pathologique⁶, fort heureusement !).

En considérant un environnement certain, le chapitre suivant introduit les différentes phases de structuration bipolaire d'un problème de décision. La théorie des jeux satisfaisants est présentée et illustrée dans la phase de recommandation.

⁶ La bipolarité pathologique : un trouble bipolaire est un diagnostic psychiatrique qui décrit une fluctuation anormale de l'humeur, oscillant de périodes d'euphorie à des périodes de dépression.

Chapitre 2. Bipolarité: un concept de structuration et de résolution des problèmes de décision

*« Une fois que ma décision est prise,
j'hésite longuement. » Jules Renard*

Résumé. Ce chapitre présente les étapes d'évaluation des alternatives par l'approche bipolaire proposée dans cette thèse. Le concept de bipolarité est utilisé ici afin de déduire des paramètres génériques de modélisation dans le but de résoudre les problèmes de décisions considérés dans cette thèse, à savoir, problèmes de décision de choix social et jeux stratégiques. En considérant un problème de décision de groupe basé sur des évaluations individuelles, l'approche bipolaire présentée propose de tenir compte des relations positives et/ou négatives liant les éléments de la décision dans les différentes phases de résolution à travers une structuration hiérarchique bipolaire. Le processus analytique hiérarchique (Analytique Hierarchy Process, AHP) est utilisé comme outil de structuration et d'évaluation afin de représenter les alternatives de chaque décideur par deux mesures distinctes : une mesure de sélectabilité et une mesure de rejetabilité. La mesure de sélectabilité est le résultat de l'agrégation des attributs dits de supportabilité qui vont appuyer l'atteinte des objectifs tandis que la mesure de rejetabilité résulte de l'agrégation des attributs de rejetabilité qui freinent l'atteinte des objectifs. Dans la phase de recommandation qui permet à chaque décideur de faire son choix final en sélectionnant la ou les alternatives à prendre en compte, la théorie des jeux satisfaisants est proposée comme outil de résolution.

2.1. Pourquoi la bipolarité ?

La notion de bipolarité dans les processus décisionnels semble prendre racine dans les premières réflexions émises par les penseurs des siècles passés, qui considéraient déjà que le concept de bipolarité pouvait aider à structurer et à conduire un processus de décision. Pour étayer ce propos, une lettre que Benjamin Franklin a adressé à Joseph Prestly⁷ est citée partiellement ci-dessous (lettre extraite du papier de MacCrimmon (K.R. MacCrimmon. 1973)).

« London, Sept 19, 1772

Dear Sir,

In the affair of so much importance to you, wherein you ask my advice, I cannot, for want of sufficient premises, advise you what to determine, but if you please I will tell you how. [...], my way is to divide half a sheet of paper by a line into two columns; writing over the one Pro, and over the other Con. [...] When I have thus got them all together in one view, I endeavor to estimate their respective weights; and where I find two, one on each side, that seem equal, I strike them both out. If I find a reason pro equal to some two reasons con, I strike out the three. If I judge some two reasons con, equal to three reasons pro, I strike out the five; and thus proceeding I find at length where the balance lies; and if, after a day or two of further consideration, nothing new that is of importance occurs on either side, I come to a determination accordingly. [...] I have found great advantage from this kind of equation, and what might be called moral or prudential algebra. Wishing sincerely that you may determine for the best, I am ever, my dear friend, yours most affectionately.

B.Franklin »

Cette lettre écrite en 1772, illustre déjà l'importance de la notion de bipolarité dans la décision. On peut constater par cet écrit que la décision a depuis longtemps été étroitement liée à la comparaison de différents points de vue reflétant des aspects positifs et négatifs. Ainsi, il a été suggéré (Figueira et al. 2005) que le choix d'une alternative plutôt qu'une autre pouvait reposer sur une comparaison des avantages et des inconvénients que chacune présente en termes d'atteinte des objectifs fixés.

A notre connaissance, la majorité des approches de résolution proposées dans la littérature ne tentent toutefois pas, de souligner cette dualité. Effectivement, le potentiel des alternatives à atteindre les objectifs fixés est souvent obtenu à travers l'évaluation d'un ensemble d'attributs communs ne distinguant pas les attributs de nature positive (représentant un avantage par rapport

⁷ Joseph Prestly est un philosophe naturaliste, théologien, pédagogue et théoricien de la politique britannique, il est connu pour ses travaux de chimiste et de physicien, c'est à lui que l'on doit l'eau gazeuse!

aux objectifs à atteindre) des attributs de nature négative (présentant des inconvénients, des contraintes par rapport à l'atteinte des objectifs).

Les problèmes de décision de groupe réels sont pourtant caractérisés généralement par des éléments présentant des relations favorables ou défavorables qui doivent être pris en compte simultanément dans le projet d'évaluation (Saaty & Vargas 2006), (Zoffer et al. 2008). La notion de bipolarité peut-être introduite alors pour souligner la dualité qui peut lier les différents éléments de la décision.

Dans la littérature, la notion de bipolarité rencontre un intérêt croissant exprimé dans certains travaux appliqués principalement au domaine du Génie Industriel ((Imoussaten et al. 2011), (Felix 2008), (Felix 1994) , et à l'ingénierie orientée objectif (goal oriented engineering) pour la gestion des systèmes dirigés par objectifs en Génie Logiciel (Gonzales-Baixauli et al. 2004), (Giorgini et al. 2002), (Fleurey & Solberg 2009). Ces travaux proposent des modèles d'influence bipolaires et qualitatives afin d'évaluer l'effet des actions sur les performances des systèmes complexes dans un formalisme pas forcément multicritère. Dans le cadre multicritère, Grabisch et co-auteurs (Grabisch et al. 2008) définissent la notion de bipolarité à travers les échelles d'évaluation des alternatives. Ces échelles peuvent être bipolaires et mono-variables, ou bi-variables et unipolaires (Grabisch et al. 2008). Dans le premier cas, l'échelle est divisée en deux zones par un point neutre, un sentiment positif est associé à la zone au-dessus du point neutre, et, un sentiment négatif à la zone en dessous de ce point. Pour les échelles unipolaires mais bi-variables, une alternative peut recueillir à la fois une évaluation positive et une évaluation négative.

Pour souligner la bipolarité qui peut entachée les relations dans un problème de décision multicritère, le tableau suivant propose de faire une synthèse des différents types de relations possibles entre les éléments de la décision présentés dans le chapitre précédent à savoir ; acteurs, alternatives, objectifs et attributs.

Tableau 2-1.Relations entre les éléments de la décision

	Acteur	Alternative	Objectif	attribut
Acteur	1. Confiance Méfiance Défiance Indifférence	2. Elicitation Evaluation	3. Elicitation Evaluation	4. Elicitation Evaluation
Alternative		5. Dominance	6. Evaluation Satisfaction	
Objectif			7. Complémentarité Similarité Contradiction	8. supportabilité rejetabilité
Attribut				9. Synergie Redondance Indépendance Contradiction

Afin de justifier le contenu du tableau 2-1, en notant $\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, la relation entre deux éléments x et y , la partie suivante propose de faire un commentaire détaillé sur les différentes relations identifiées dans le tableau précédent.

1. R (acteur, acteur) : les relations entre les acteurs de la décision notées R (*acteur, acteur*) dépendent principalement de la nature du problème considéré (choix social ou stratégique) et de la personnalité, compétences, attitudes et motivations de chaque acteur. Ces relations peuvent être des relations de confiance, de méfiance, de défiance ou encore d'indifférence. Dans les problèmes de décision collaborative par exemple, ces sentiments peuvent être exprimés sous forme de relations d'influence positive (confiance), négative (méfiance, défiance) ou nulle (indifférence). Afin de tenir compte des interactions entre les acteurs décisionnels, l'approche bipolaire propose dans le cas d'une décision collaborative, d'intégrer les relations d'influence bipolaire au modèle d'évaluation en les modélisant à travers des mesures de concordance (reflétant la confiance qu'un décideur peut exprimer par rapport au jugement d'un autre décideur) et des mesures de discordance (reflétant l'influence négative issue d'un sentiment de méfiance ou défiance d'un décideur donné).

2. R (acteur, alternative) : la relation des acteurs aux alternatives peut se résumer en deux phases ; une phase d'élicitation, qui permet de sélectionner des alternatives potentielles à l'atteinte des objectifs fixés, et, une phase d'évaluation qui viendra ensuite confirmer ou infirmer la légitimité des alternatives proposées initialement.

3. R (acteur, objectif) : la relation des acteurs aux objectifs peut se résumer également aux notions d'élicitation et d'évaluation ; les acteurs se fixent des objectifs et évaluent leur atteinte par les alternatives afin de faire leur choix.

4. R (acteur, attribut) : de la même manière, la relation qui lie les acteurs aux attributs consiste à les éliciter puis les évaluer afin de quantifier le potentiel des alternatives à atteindre les objectifs.

5. R (alternative, alternative) : dans les problèmes de décision de choix et de classement, la relation entre les alternatives est une relation de dominance. Une alternative peut être dominée ou dominante. Lorsqu'il s'agit de problème de tri, la relation entre les alternatives peut être réduite à une sorte de ressemblance.

6. R (alternative, objectif) / R (alternative, attribut) : la relation entre alternative, objectif et attribut est fortement liée. Pour estimer la réalisation ou non des objectifs par les alternatives, des attributs représentant les caractéristiques positives et négatives des alternatives (en fonction des objectifs) sont évalués. Les résultats de l'évaluation permettent ensuite aux décideurs d'exprimer leur satisfaction ou pas, concernant les alternatives proposées.

7. R (objectif, objectif) : en fonction de la nature du problème et du processus d'élicitation (des objectifs) utilisé par les acteurs décisionnels, les relations entre objectifs peuvent être des relations de complémentarité, de similarité, etc. Afin d'obtenir un ensemble d'objectifs cohérent et consistant,

l'utilisation de techniques telles que SMART⁸ (Doran 1981) peut s'avérer intéressante afin d'éviter les redondances et les divergences possibles.

8. R (objectif, attribut) : dans la phase d'évaluation, la performance des alternatives est estimée grâce à un ensemble d'attributs permettant la détermination du potentiel de chaque alternative à atteindre les objectifs fixés. Les relations entre objectifs et attributs dépendent de la nature de ces derniers. En considérant positif tout attribut qui supporte (va dans le sens de) l'atteinte des objectifs et, négatif tout attribut qui rejette (empêche) l'atteinte des objectifs, les relations entre objectifs et attributs peuvent s'exprimer à travers les notions de supportabilité (support de l'atteinte des objectifs) et de rejetabilité (rejet de l'atteinte des objectifs). Par exemple (voir l'encart suivant), dans le problème d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009) introduit dans le chapitre 1, l'évaluation des sites potentiels se fait à travers un ensemble d'attributs parmi lesquels certains appuient l'atteinte des objectifs fixés et d'autres la rejettent. Le Tableau 2-2 de l'encart suivant montre quelques exemples d'attributs de supportabilité et de rejetabilité en fonction des objectifs à atteindre. Par exemple, l'attribut relatif à la distribution géographique de la vitesse du vent est une caractéristique positive qui va dans le sens de l'atteinte de l'objectif de performance. Au contraire, l'attribut relatif au coût des connexions électriques est un obstacle à l'objectif économique.

⁸ La technique SMART (Specific, Measurable, Attainable, Relevant, Timely) est une mnémonique qui permet de guider les personnes dans l'élicitation de leurs objectifs.

Exemple de répartition d'attributs en fonction de leur supportabilité ou rejetabilité à l'atteinte des objectifs

Problème de choix d'un site d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009)

Données du problème

Objectifs :

- objectif socio-économique,
- objectif de performance,
- objectif d'opérationnalité

Alternatives :

Cinq sites potentiels à l'implantation du parc éolien

Attributs (partiels) :

- distribution géographique de la vitesse du vent ;
- validité technique du site,
- coût des connexions électriques,
- remise sur les taux d'imposition,
- coût de conception et de développement,
- risques de complexité technique,
- ...etc.

Tableau 2-2. Répartition de quelques attributs en fonction de leur supportabilité ou rejetabilité à l'atteinte des objectifs

Objectifs	Attributs de supportabilité	Attributs de rejetabilité
Objectifs socio-économique	remise sur les taux d'imposition	coût des connexions électriques
Objectifs de performance	distribution géographique de la vitesse du vent	coût de conception et de développement
Objectifs d'opérationnalité	validité technique du site	risques de complexité technique

9. R (attribut, attribut) : les relations entre attributs peuvent se traduire par des interactions telles que la synergie, la redondance ou l'indépendance.

Dans les problèmes de décision multi-attributs (ou multicritère), les attributs représentant les caractéristiques des alternatives par rapport à l'atteinte des objectifs, peuvent être positifs ou négatifs. D'après ce qu'on a pu rencontrer dans la littérature, peu de travaux font toutefois la distinction entre les attributs à caractère positif et les attributs à caractère négatif. Lorsque la distinction est faite, celle-ci est réalisée dans la phase d'évaluation mais n'est plus considérée lorsqu'il s'agit d'agrégation. Ceci conduit alors à une représentation des alternatives par une valeur unique qui ne permet pas de montrer leur degré d'appui et de rejet à l'atteinte des objectifs (voir par exemple (Yu & Lai 2011)).

Pour remédier à cela, l'approche proposée ici se base sur la reconduction de la notion de bipolarité dans les différentes phases de résolution. En considérant que les objectifs et les alternatives sont déjà définis, notre travail est consacré à l'élicitation des attributs et aux phases d'évaluation et de recommandation dans la résolution des problèmes de décision de groupe.

Le choix de la bipolarité réside dans le fait que cette dernière permet de définir (comme le montre le tableau 2-1) les relations entre les éléments de la décision sur plusieurs niveaux (décideurs, alternatives, attributs). En s'appuyant sur cette observation, la notion de bipolarité est utilisée pour souligner les dualités au niveau des évaluations individuelles et au niveau du groupe. Dans un premier temps, en considérant que les problèmes de décision de groupe passent par une évaluation individuelle dans laquelle chaque acteur estime la capacité des alternatives à atteindre les objectifs, la notion de bipolarité est utilisée pour structurer le modèle d'évaluation en considérant distinctement les attributs positifs des attributs négatifs. Dans la phase d'évaluation, à travers la quantification des relations entre attributs (positifs/négatifs) et objectifs, la notion de bipolarité permet de représenter les alternatives par deux mesures : une mesure de supportabilité et une mesure de rejetabilité. Les interactions potentielles entre les éléments de chaque sous-ensemble d'attributs sont prises en compte grâce à l'intégrale de Choquet lors de l'agrégation. En se référant à la nomenclature de bipolarité introduite dans (Grabisch et al. 2008), le modèle proposé dans cette thèse peut être assimilé à un modèle unipolaire et bi-variable étant donné que les attributs sont répartis dans la phase de structuration en fonction de leur support ou rejet par rapport aux objectifs.

Dans un deuxième temps, la notion de bipolarité est considérée au niveau du groupe pour représenter les relations et interactions pouvant influencer l'évaluation d'un acteur, membre d'un groupe de décision. Ces facteurs sont modélisés à travers des mesures de concordance et de discordance permettant la représentation de l'influence positive et/ou négative qu'un décideur peut subir des autres membres du groupe et l'impact que cela pourrait avoir sur son évaluation. Ces notions seront détaillées dans les chapitres 4 et 5.

Il est également à noter, que dans les problèmes de décision réels, la notion d'incertitude peut entacher considérablement les relations entre les éléments de la décision et modifier ainsi le résultat d'un problème de décision. Cette incertitude peut se manifester à tous les niveaux et peut être liée à plusieurs facteurs comme par exemple, la subjectivité, le manque d'information, des facteurs externes, etc. La notion d'incertitude est considérée plus en détail dans le chapitre 3.

La partie suivante considère les problèmes de décision évoluant dans un environnement certain afin de poser les bases générales de l'approche bipolaire et de décrire les phases de structuration dans ce cas.

2.2. Structuration des problèmes de décision par l'approche bipolaire

Comme déjà mentionné, les problèmes de décision de groupe peuvent présenter des relations de dualité qu'on peut classer sur deux niveaux ; au niveau des acteurs décisionnels (niveau global), à travers les influences positives et/ou négatives que les acteurs peuvent exercer les uns sur les autres dans le cadre d'une coordination, et au niveau des évaluations individuelles des alternatives (niveau

individuel) à travers les relations de support ou de rejet qui peuvent exister entre objectifs et attributs. Le but de l'approche bipolaire est de souligner cette dualité et de l'intégrer dans la phase d'évaluation.

Ce chapitre s'intéresse aux problèmes de décision structurés autour des éléments suivants :

Acteur : entité impliquée dans les différentes phases du processus décisionnel (identification et évaluation). L'équation (2-1) représente l'ensemble des acteurs impliqués dans la prise de décision. Par soucis d'uniformité à ce qu'on peut rencontrer dans la littérature, nous ferons usage du terme 'décideur' au même titre qu'acteur dans le reste de ce mémoire, sachant qu'en général, un décideur est un acteur au même titre qu'un expert ou un analyste.

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_p\} \quad (2-1)$$

Objectif : cible que les décideurs veulent atteindre, réaliser, optimiser, etc. Quelle que soit la nature du problème de décision considéré (problème de choix social ou problème de jeux stratégiques), les objectifs des décideurs sont généralement personnels (ce qui n'exclut pas le fait que certains objectifs puissent être partagés par plusieurs acteurs). De façon générale, en considérant que la phase d'identification des objectifs a été réalisée, l'ensemble des objectifs d'un décideur d_k est donné comme suit, voir équation (2-2).

$$O^k = \{o_1^k, o_2^k, \dots, o_{q_k}^k\} \quad (2-2)$$

avec q_k , nombre d'objectifs du décideur d_k .

Alternative : action, possibilité ou issue offerte aux décideurs pour atteindre leurs objectifs. On considère un ensemble discret de n_k alternatives défini pour chaque décideur d_k par l'équation (2-3) suivante.

$$A^k = \{a_1^k, a_2^k, \dots, a_{n_k}^k\} \quad (2-3)$$

Ici également, on considère le cas général où chaque décideur possède son propre ensemble d'alternatives. Cet ensemble est commun à tous les décideurs dans le cas d'un choix social et propre à chacun dans le cas des jeux stratégiques.

Attribut ou critère: caractéristique positive ou négative d'une alternative a_i^k utilisée pour évaluer sa capacité à atteindre les objectifs. Comme déjà mentionné dans le chapitre précédent, la littérature présente souvent les alternatives par un ensemble commun d'attributs, ce qui suppose que leur élicitation se fait indépendamment des alternatives. Or, il existe en pratique des cas où les attributs dépendent des alternatives. L'approche proposée dans ce travail offre à chaque décideur d_k , la possibilité de procéder à l'élicitation des attributs pour chaque couple (alternative, objectif) noté (a_i^k, o_l^k) . L'ensemble des attributs d'une alternative a_i^k en considérant un objectif o_l^k donné par un décideur d_k est exprimé par l'équation (2-4) suivante.

$$C^{o_l^k}(a_i^k) = \{c_1^{o_l^k}, c_2^{o_l^k}, \dots, c_{m_k}^{o_l^k}\} \quad (2-4)$$

avec m_k , nombre d'attributs caractérisant l'alternative a_i^k par rapport à l'objectif o_i^k .

2.2.1. Principe de bipolarité

Le concept de bipolarité est introduit dès la phase de conception (identification) et ce à travers l'identification des relations de 'supportabilité' et de 'rejetabilité' liant les attributs aux objectifs. Ces relations sont définies comme suit.

Définition 2-1. Pour tout décideur d_k , un objectif o_i^k est dit 'supporté' (respectivement, 'rejeté') par un attribut $c_j^{o_i^k}$ si et seulement si sa variation est positivement (respectivement négativement) corrélée avec la variation de l'attribut $c_j^{o_i^k}$ (voir figure 2-1). Autrement, l'attribut est dit neutre.

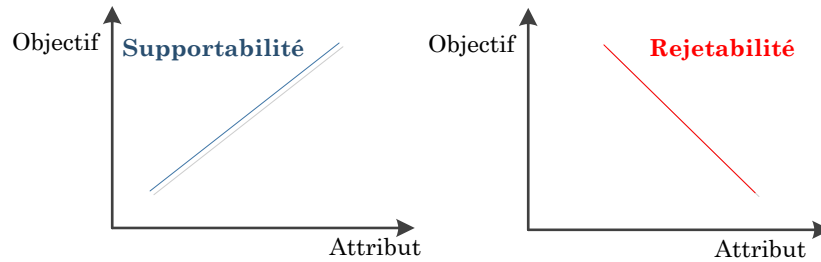


Figure 2-1. Relations de supportabilité et de rejetabilité entre objectifs et attributs

Dès la phase de conception, la notion de bipolarité permet donc de répartir les ensembles d'attributs $C^{o_i^k}(a_i^k)$ de chaque décideur d_k , en deux sous-ensembles distincts notés $C_s^{o_i^k}(a_i^k) / C_r^{o_i^k}(a_i^k)$ contenant respectivement les attributs qui supportent/rejettent l'atteinte d'un objectif o_i^k en considérant une alternative a_i^k . L'ensemble potentiel des attributs neutres noté $C_N^{o_i^k}(a_i^k)$ ne sera pas considéré dans le cadre de l'évaluation des alternatives. Seuls les sous-ensembles $C_s^{o_i^k}(a_i^k) / C_r^{o_i^k}(a_i^k)$ qui vont comprendre respectivement, les attributs 'positifs' allant dans le sens de la réalisation des objectifs et les attributs 'négatifs' allant à l'encontre de la réalisation des objectifs, seront pris en compte. On suppose donc que pour chaque couple (a_i^k, o_i^k) , l'ensemble des attributs est réparti comme suit ; $C^{o_i^k}(a_i^k) = C_s^{o_i^k}(a_i^k) \cup C_r^{o_i^k}(a_i^k)$ avec $C_s^{o_i^k}(a_i^k) \cap C_r^{o_i^k}(a_i^k) = \emptyset$. Ces sous-ensembles de supportabilité (respectivement de rejetabilité) peuvent être obtenus par chaque décideur d_k en réponse à des questions du type « *quelles sont les caractéristiques qui permettent (respectivement qui empêchent) une alternative a_i^k d'atteindre un objectif o_i^k ?* » (Bouzarour-Amokrane et al. 2012a), (Tchangani et al. 2012a).

Dans les problèmes de décision, il arrive de représenter les caractéristiques des alternatives par plusieurs niveaux de détail. Autrement dit, les alternatives peuvent être représentées par des attributs détaillés hiérarchiquement en plusieurs niveaux jusqu'à l'atteinte d'un niveau opérationnel qui contient des attributs mesurables. Une fois les attributs quantifiables évalués, le chemin inverse est emprunté par agrégation des sous-ensembles de chaque niveau afin de quantifier les relations entre objectifs et attributs pour chaque alternative.

La formulation des attributs par hiérarchisation a été proposée par Miller dans sa thèse de doctorat en 1966 (Miller 1966), puis dans ses travaux postérieurs (James R. Miller 1969). A partir de 1972, la hiérarchisation des attributs est devenue la principale caractéristique des processus de hiérarchie analytique (AHP) développés par Saaty (Saaty 1972). Cette hiérarchisation des attributs permet à l'analyste de structurer le problème de décision de telle sorte à offrir aux utilisateurs une meilleure vision du problème et une concentration sur l'attribution des poids aux attributs et sous-attributs. La phase de modélisation qui structure le problème de décision est très importante car d'une structuration à l'autre, le classement final des alternatives peut être différent (Ishizaka & Labib 2011), voir (Brugha 2004) pour une structuration complète des problèmes de décision. La partie suivante propose de présenter un modèle d'évaluation des alternatives par une approche d'évaluation basée sur une structuration bipolaire hiérarchique des attributs (Figure 2-2). Les résultats d'évaluation à chaque niveau sont supposés normalisés dans un intervalle $[0, 1]$ afin d'homogénéiser l'ordre de grandeur des évaluations.

2.2.2. Modèle d'évaluation bipolaire

De façon générale, l'évaluation des alternatives passe par la quantification de la force des relations entre objectifs et attributs. Pour y parvenir, la littérature propose plusieurs méthodes d'évaluation permettant d'estimer les performances des alternatives par rapport aux objectifs à travers un ensemble d'attributs. Parmi les méthodes les plus utilisées dans la résolution des problèmes de décision multi-attributs multi-objectifs on peut citer :

- les méthodes de surclassement Electre I, II, III, PROMETHEE (Martel & Matarazzo 2005), (Brans & Vincke 1985);
- l'analyse bayésienne (Wattthayu & Peng 2004), (Castelletti & Soncini-Sessa 2007), (Colin 2004) qui permet la structuration et l'évaluation des problèmes de décision,
- l'évaluation par le vote (Peniwati 2007),
- les processus de hiérarchie analytique (AHP : Analytical Hierarchy Processes) et les processus de réseau analytique (ANP : Analytical Network Process) (Erdogmus, Kapanoglu & Koç 2005), (Feglar et al. 2006), (Saaty 2001), (Saaty & Shang 2007), etc.

L'approche considérée dans ce travail concerne l'évaluation des performances des alternatives en utilisant un ensemble d'indicateurs noté $I^{o_i^k}(a_i^k)$ permettant à un décideur d_k de mesurer l'atteinte d'un objectif o_i^k par une alternative a_i^k . A partir de la hiérarchisation bipolaire des attributs proposée, la performance d'une alternative a_i^k sur un objectif o_i^k peut être donnée pour chaque décideur d_k par l'équation (2-5) suivante.

$$I^{o_i^k}(a_i^k) = \varphi^{o_i^k}(c^{o_i^k}(a_i^k)) = \begin{cases} \varphi_s^{o_i^k}(c_s^{o_i^k}(a_i^k)) \\ \varphi_r^{o_i^k}(c_r^{o_i^k}(a_i^k)) \end{cases} \quad (2-5)$$

où ;

$\varphi_s^{o_i^k} / \varphi_r^{o_i^k}$: représentent l'agrégation des composantes correspondantes liées respectivement au degré de supportabilité/ rejetabilité de l'atteinte de l'objectif o_i^k .

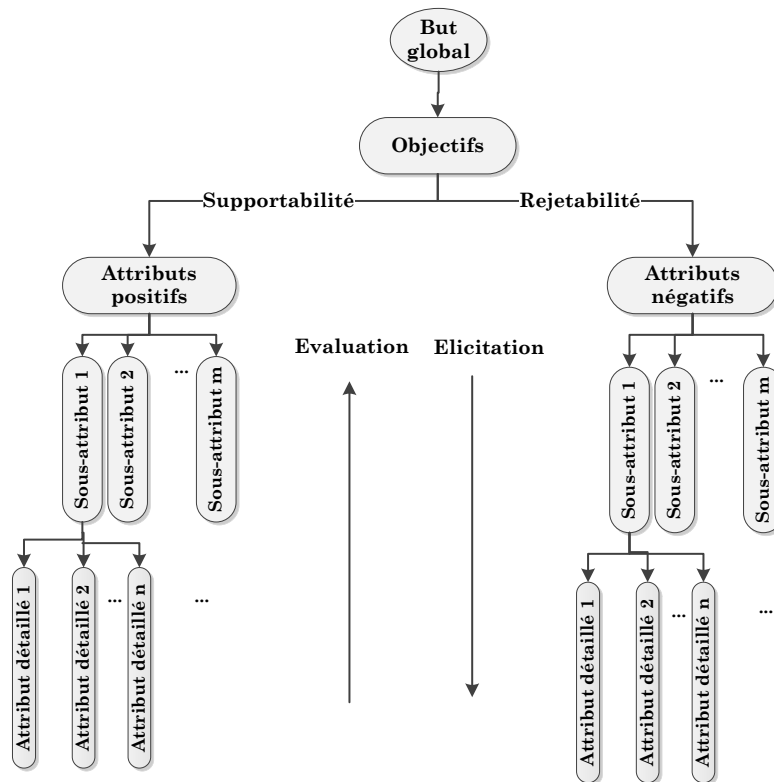


Figure 2-2. Structuration bipolaire hiérarchisée des attributs

Le cadre général des problèmes de décision multi-acteurs multi-attributs multi-objectifs considérés dans ce travail est représenté par la figure 2-3. Les principales étapes à suivre lors des évaluations individuelles effectuées par chaque décideur d_k peuvent être résumées comme suit (voir figure 2-4) :

1. Formation du groupe de décision.
2. Sélection des objectifs et des indicateurs par chaque acteur.
3. Identification des alternatives potentielles.
4. Détermination par chaque décideur, des ensembles d'attributs permettant l'évaluation de l'atteinte des objectifs par les alternatives (l'élicitation peut se faire pour chaque couple (alternatives, objectifs)).
5. Évaluation des attributs par expertise ou par mesure directe.
6. Évaluation de la performance des alternatives par rapport à l'atteinte des objectifs à des fins de recommandation.

Une fois les paramètres de la décision élicités et le modèle décisionnel conçu, l'évaluation des relations entre les éléments de la décision permet de définir les performances des alternatives. Cette évaluation peut se faire à l'aide de plusieurs outils dont le choix dépend de la structure du modèle construit. En considérant la structuration bipolaire hiérarchisée proposée ici, le processus de hiérarchie analytique AHP (Saaty 1980a), (Saaty 1980b) qui repose sur le principe de décomposition du problème de décision en groupe hiérarchique d'éléments allant du général au particulier est une approche intéressante pour cette modélisation (figure 2-2). Il sera donc proposé comme outil

d'évaluation pour illustrer la phase d'évaluation initiale permettant à chaque décideur d'exprimer ses propres préférences.

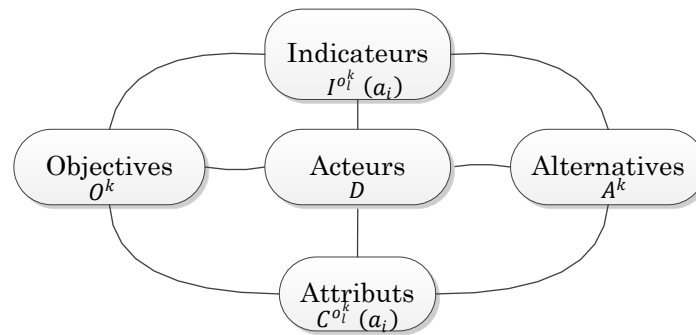


Figure 2-3. Cadre général des problèmes de décision de groupe considérés

La partie suivante est consacrée à la phase d'évaluation d'un problème de décision évoluant dans un environnement certain (figure 2-4).

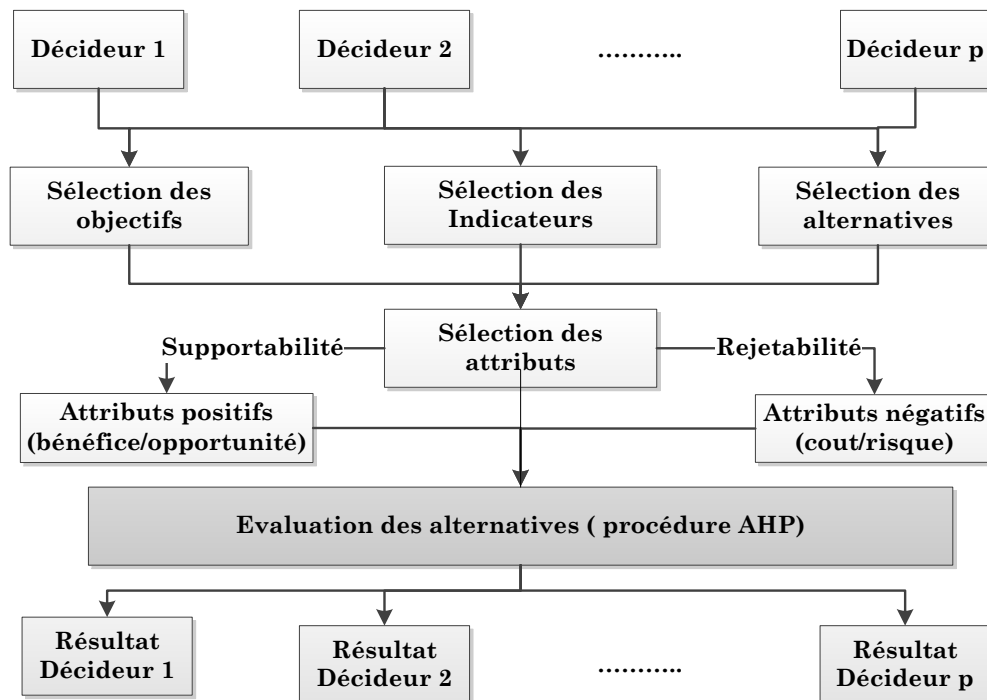


Figure 2-4. Processus d'évaluation des alternatives par l'approche bipolaire

2.2.2.1. Evaluation par processus de hiérarchie analytique (AHP)

Le processus de hiérarchie analytique (AHP) est un outil puissant et flexible qui permet de résoudre des problèmes de décision complexes et non structurés en considérant les aspects quantitatifs et

qualitatifs des évaluations. D'abord présenté par Saaty dans les années 70s, le processus de hiérarchie analytique est devenu l'une des méthodes les plus largement utilisées dans l'aide à la décision multicritère (Saaty 1980a). Le principe de cette procédure est de décomposer un problème de décision en différents éléments regroupés dans des ensembles suivant une hiérarchie linéaire partant du général au particulier. Les attributs sont détaillés jusqu'à un niveau opérationnel qui permet l'évaluation des alternatives (Tchangani et al. 2012a). La hiérarchie AHP correspondant au problème de décision défini précédemment, peut être représentée pour chaque décideur d_k comme suit (voir figure 2-5).

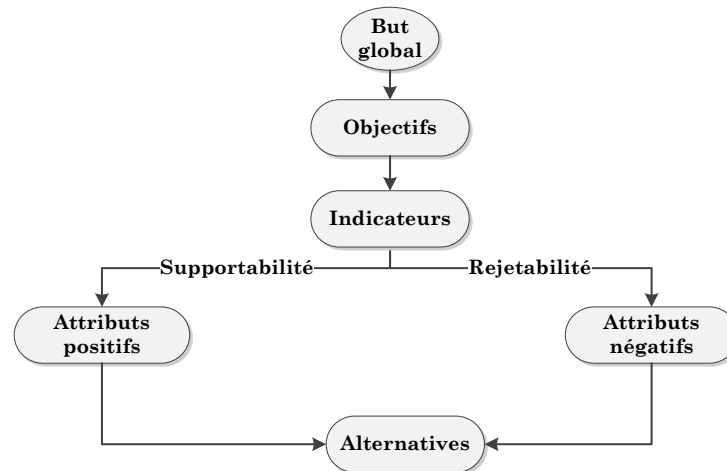


Figure 2-5. Modèle AHP pour l'approche bipolaire considérée

Le but global représente la finalité de la décision, par exemple, trouver un site pour l'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009).

Les éléments de chaque ensemble sont évalués par une comparaison par paire qui permet d'attribuer une importance relative à chaque élément par rapport à un élément de la hiérarchie supérieure et ce en utilisant une échelle de rapport (voir tableau 2-3) qui, contrairement aux échelles d'intervalle (T. Kainulainen 2009) ne nécessite aucune unité dans la comparaison. L'évaluation est établie à partir d'un jugement représentant une valeur relative ou un quotient de deux grandeurs ayant les mêmes unités (intensité, mètres, utilité, etc.). Le décideur n'a pas besoin de porter un jugement numérique, mais plutôt une appréciation relative verbale par comparaison par paire des éléments de chaque groupe par rapport aux éléments du groupe en amont. Cette démarche a d'ailleurs été saluée par les psychologues qui affirment qu'il est plus facile et plus précis d'exprimer son opinion en considérant seulement deux éléments que de le faire simultanément sur un ensemble d'éléments à évaluer (Ishizaka & Labib 2011). La comparaison par paire permet également de contrôler la cohérence entre les différentes comparaisons (Ishizaka & Labib 2011).

Tableau 2-3. Poids des comparaisons par paire dans le processus AHP classique

Echelle Verbale	Valeurs numériques
Importance égale	1
Un peu plus important	3
Fortement plus important	5
Très fortement plus important	7
Extrêmement plus important	9
Echelles intermédiaires (de compromis)	2, 4, 6, 8

Lors des évaluations individuelles, un ensemble de paramètres doit être quantifié par les décideurs (voir figure 2-6) afin de déterminer la performance de chaque alternative. L'évaluation détaillée de ces paramètres est abordée ci-dessous.

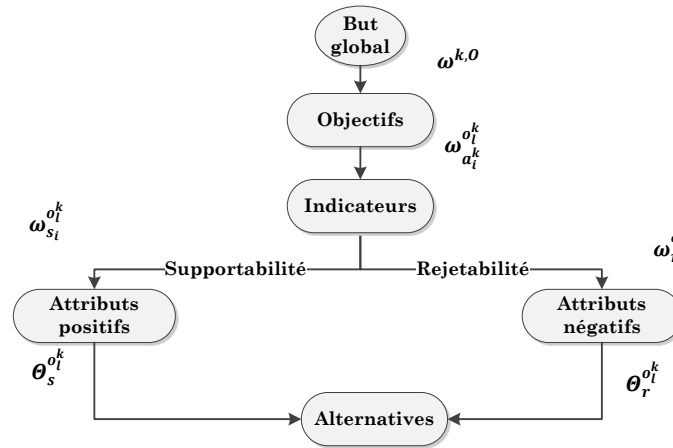


Figure 2-6. Paramètres de l'évaluation hiérarchique bipolaire

Première étape. Détermination des poids des paramètres de la décision

Dans un premier temps, chaque décideur d_k évalue le poids de ses objectifs O^k en affectant à chacun une importance relative par rapport au but global noté O . On note par $\omega^{k,O}(O_i^k)$, l'importance relative donnée par un décideur d_k à un objectif O_i^k en considérant le but global.

Le vecteur $\omega^{k,O}$ de dimension q_k , peut être obtenu pour chaque décideur d_k en utilisant la procédure AHP qui consiste à faire une comparaison par paire entre les éléments de l'ensemble O^k . Les solutions peuvent être obtenues en réponse à des questions du type « *quelle est l'importance de l'objectif O_i^k comparé à l'objectif O_l^k en considérant le but global O ?* ». En utilisant les poids de l'échelle AHP d'évaluation verbale (tableau 2-3), on obtient une matrice réciproque positive notée $(\Omega^{k,O}(l,l'))_{q_k \times q_k}$ où $\Omega^{k,O}(l,l')$ représente l'évaluation d'un objectif O_l^k par rapport à un objectif O_l^k en considérant le but global O .

$$\Omega^{k,o} = \begin{matrix} & \mathbf{o}_1 & \mathbf{o}_2 & \dots & \mathbf{o}_q \\ \mathbf{o}_1 & \left(\begin{array}{cccc} 1 & \Omega_{1,2}^{k,o} & \dots & \Omega_{1,q}^{k,o} \\ \Omega_{2,1}^{k,o} & \dots & \Omega_{l,l'}^{k,o} & \dots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \Omega_{q,1}^{k,o} & \dots & \dots & 1 \end{array} \right) & & & \end{matrix} \quad (2-6)$$

La consistance de la matrice est une condition nécessaire qui doit être vérifiée. De façon générale, on définit la consistance d'une matrice comme suit :

Définition 2-2. Soit M une matrice de comparaison, la matrice M est dite consistante si elle vérifie les conditions suivantes: $M(j,j) = 1$, $M(j,l) = 1/M(l,j)$ et $M(j,l) = M(j,k)M(k,l)$

Si la matrice est parfaitement consistante, la condition de transitivité suivante est remplie sur toutes les comparaisons (Saaty 1977), (Ishizaka & Labib 2011).

$$\Omega^{k,o}(l,l') = \Omega^{k,o}(l,l'') \cdot \Omega^{k,o}(l'',l') \quad (2-7)$$

La consistance d'une matrice de comparaison par paire $\Omega^{k,o}$ peut être obtenue soit par vérification après une construction arbitraire de la matrice ou bien directement à l'aide d'une approche qui consiste à sélectionner un objectif pivot qu'on note o_p^k par rapport auquel les autres objectifs seront comparés. Les comparaisons par paires de tout objectif $o_i^k \neq o_p^k$ (en utilisant l'échelle AHP) donnent des scores notés $v(l,p)$. La construction de la matrice $\Omega^{k,o}$ à partir de ces scores est alors donnée comme suit (Tchangani et al. 2012a).

$$\Omega^{k,o}(l,p) = v(l,p), \quad \Omega^{k,o}(p,l) = 1/v(l,p), \quad \Omega^{k,o}(l,l'') = \Omega^{k,o}(l,p)\Omega^{k,o}(p,l'') = \Omega^{k,o}(l,p)/\Omega^{k,o}(l'',p) \quad (2-8)$$

Le vecteur $\omega^{k,o}$ est ensuite calculé à l'aide de l'équation suivante.

$$\omega^{k,o}(o_l) = \frac{1}{q_k} \sum_{l''=1}^{q_k} \left(\frac{\Omega^{k,o}(l,l'')}{\sum_{i=1}^{q_k} \Omega^{k,o}(i,l'')} \right) \quad (2-9)$$

Une fois $\omega^{k,o}$ trouvé, chaque décideur d_k évalue la force des relations entre l'ensemble des indicateurs $I^{o_i^k}$ et ses objectifs O^k . Pour chaque alternative a_i^k , on note par $\omega_i^{o_i^k}$, le vecteur de l'importance relative des indicateurs de $I^{o_i^k}(a_i^k)$ relatifs à o_i^k . Pour chaque alternative a_i^k , le vecteur $\omega_i^{o_i^k}$ peut être obtenu par comparaison par paire des indicateurs de chaque ensemble $I^{o_i^k}(a_i^k)$ de la même manière que pour le vecteur $\omega^{k,o}$. Des matrices consistantes $\Omega_i^{o_i^k}$ sont obtenues à l'aide de l'équation (2-8) et le vecteur $\omega_i^{o_i^k}$ peut ensuite être calculé pour chaque alternative a_i^k en utilisant l'équation (2-9).

En respectant la structure hiérarchique bipolaire, l'évaluation se fait ensuite par distinction entre l'ensemble des attributs de supportabilité $C_s^{o_i^k}(a_i^k)$ et de rejetabilité $C_r^{o_i^k}(a_i^k)$. L'importance relative des attributs de chaque catégorie est représentée par un vecteur noté $\omega_s^{o_i^k}$ (respectivement $\omega_r^{o_i^k}$) dont les éléments notés $\omega_s^{o_i^k}(c_j)$ (respectivement, $\omega_r^{o_i^k}(c_j)$) représentent l'importance relative d'un attribut $c_j \in C_s^{o_i^k}(a_i^k)$ (respectivement $c_j \in C_r^{o_i^k}(a_i^k)$) par rapport à un objectif $o_i^k \in O^k$. Les vecteurs $\omega_s^{o_i^k}$ (respectivement $\omega_r^{o_i^k}$) peuvent être obtenus de la même manière que les vecteurs $\omega^{k,o}$ et $\omega_i^{o_i^k}$.

Deuxième étape. Evaluation des alternatives

Les alternatives sont évaluées distinctement sur les ensembles d'attributs de supportabilité $C_s^{o_l^k}(a_i^k)$ et de rejetabilité $C_r^{o_l^k}(a_i^k)$. Le résultat des évaluations est donné par des matrices de sélectabilité et de rejetabilité notées respectivement $\theta_s^{o_l^k} = (\theta_s^{o_l^k}(a_i^k, c_j))_{n_k \times m_k}$ et $\theta_r^{o_l^k} = (\theta_r^{o_l^k}(a_i^k, c_j))_{n_k \times m_k}$ où $\theta_s^{o_l^k}(a_i^k, c_j)$ (respectivement $\theta_r^{o_l^k}(a_i^k, c_j)$) représentent l'évaluation d'une alternative a_i^k par un attribut $c_j \in C_s^{o_l^k}(a_i^k)$ (respectivement $c_j \in C_r^{o_l^k}(a_i^k)$) en considérant un objectif o_l^k .

Obtention des matrices $\theta_s^{o_l^k}$ et $\theta_r^{o_l^k}$

Les matrices $\theta_s^{o_l^k}$ et $\theta_r^{o_l^k}$ peuvent être obtenues par deux méthodes: évaluation numérique et/ou procédure AHP.

Dans le cas d'une évaluation numérique des alternatives sur les attributs, on note $c_j^{o_l^k}(a_i^k)$ la performance d'une alternative a_i^k sur un attribut $c_j^{o_l^k}$ tel que $c_j^{o_l^k} \in C_{\times}^{o_l^k}(a_i^k)$ avec $\times = s, r$. Les matrices de comparaison par paire notées $\Omega_{\times}^{c_j^{o_l^k}} = \left(\Omega_{\times}^{c_j^{o_l^k}}(a_i^k, a_{i'}^k) \right)_{n_k \times n_k}$ permettant la détermination de l'importance relative des alternatives par rapport à un attribut $c_j^{o_l^k}$, sont obtenues par l'équation (2-10) suivante.

$$\Omega_{\times}^{c_j^{o_l^k}}(a_i^k, a_{i'}^k) = c_j^{o_l^k}(a_i^k) / c_j^{o_l^k}(a_{i'}^k) \quad (2-10)$$

Autrement, les matrices de comparaison par paire peuvent être obtenues en utilisant la procédure AHP en répondant à des questions du type « *quelle est la performance de l'alternative a_i^k en comparaison à l'alternative $a_{i'}^k$ sur l'attribut $c_j^{o_l^k}$?* ».

Les valeurs des matrices d'évaluation $\theta_s^{o_l^k} / \theta_r^{o_l^k}$ sont calculées à partir des équations suivantes (Tchangani et al. 2012a).

$$\begin{aligned} \theta_s^{o_l^k}(a_i^k, c_j^{o_l^k}) &= \frac{1}{n_k} \sum_{i'=1}^{n_k} \left(\frac{\Omega_s^{c_j^{o_l^k}}(a_i^k, a_{i'}^k)}{\sum_{i''=1}^{n_k} \Omega_s^{c_j^{o_l^k}}(a_{i''}^k, a_{i'}^k)} \right) \\ \theta_r^{o_l^k}(a_i^k, c_j^{o_l^k}) &= \frac{1}{n_k} \sum_{i'=1}^{n_k} \left(\frac{\Omega_r^{c_j^{o_l^k}}(a_i^k, a_{i'}^k)}{\sum_{i''=1}^{n_k} \Omega_r^{c_j^{o_l^k}}(a_{i''}^k, a_{i'}^k)} \right) \end{aligned} \quad (2-11)$$

L'évaluation de la performance des alternatives et leur capacité à atteindre les objectifs fixés par chaque décideur passe par l'agrégation de l'ensemble des paramètres traités dans cette partie. La phase d'agrégation est discutée dans ce qui suit.

2.2.2.2. Phase d'agrégation

Le concept d'agrégation est une caractéristique commune à toutes les procédures d'évaluation des problèmes de décision multicritères telles que la théorie de l'utilité multi-attributs (MAUT) et les méthodes de surclassement. Dans la procédure MAUT, les fonctions d'utilité unidimensionnelles sont agrégées dans une fonction d'utilité globale en combinant tous les attributs, tandis que dans les méthodes de surclassement comme ELECTRE, les relations de préférence sont agrégées par paire d'alternatives (voir (Grabisch 1996) et (Schärlig 1985)). Pour agréger un ensemble de données et les représenter par une valeur unique, la méthode d'agrégation la plus utilisée est la moyenne arithmétique pondérée (Marichal 2000a), (Grabisch & Labreuche 2005), (M.Grabisch 2006). Cette méthode a cependant l'inconvénient d'ignorer l'interaction entre les éléments agrégés, comme la synergie, la redondance ou l'indépendance. Pour y remédier, des intégrales floues ont alors été mises en place. Parmi ces intégrales, la partie suivante propose d'utiliser l'intégrale de Choquet (Marichal 1999), (Grabisch 1996) comme outil d'agrégation.

2.2.2.3. L'intégrale de Choquet

L'intégrale de Choquet a été proposée par 'Gustave Choquet' (Choquet 1954) et introduite dans la communauté de la mesure floue par 'Murofushi et Sugeno' (Murofushi & Sugeno 1989). Elle est considérée comme un substitut adéquat à la moyenne arithmétique pondérée du fait qu'elle propose de définir un poids à chaque élément et chaque sous-ensemble d'éléments (Marichal 2000a). L'utilisation de l'intégrale de Choquet comme outil d'agrégation des éléments en interaction dans les problèmes de décision multicritère a été proposée par plusieurs auteurs (Tchangani 2013a), (Tan 2011), (Escobar & Moreno-jiménez 2006), (Yang & Chen 2012), (Grabisch 1996), etc.

Cette partie considère de manière générique un ensemble $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de valeurs numériques à agréger pour obtenir une valeur unique. Pour obtenir l'intégrale de Choquet qui permettra d'agréger les éléments en considérant les interactions potentielles, une mesure floue doit être définie sur l'ensemble X (Sugeno 1974).

Définition 2-3. Une mesure floue (également appelée capacité) définie sur un ensemble X des éléments à agréger, représente le score des éléments finaux. Il s'agit d'une fonction $v: 2^X \rightarrow [0,1]$ satisfaisant les conditions suivantes :

- i) $v(\emptyset) = 0, v(X) = 1,$
- ii) $S \subseteq T \Rightarrow v(S) \leq v(T), \forall S, T \subseteq X$

avec 2^X , l'ensemble des parties de X .

Pour chaque $S \subseteq X, v(S)$ peut être interprétée comme le poids de l'importance de la combinaison des éléments de l'ensemble S (poids relatifs à S).

L'intégrale de Choquet des éléments de X associée à une mesure floue v sur X est donnée par la définition 2-4 suivante.

Définition 2-4. Soit v une mesure floue sur X , l'intégrale de Choquet de la fonction numérique x par rapport à v est définie par l'équation (2-12).

$$C_v(x) := \sum_{i=1}^n \{v(A_{(i)})(x_{(i)} - x_{(i-1)})\} \quad (2-12)$$

où $(.)$ indique une permutation sur l'ensemble X tel que $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, $x_{(0)} = 0$ et $A_{(i)} = \{(i), \dots, (n)\}$.

Pour plus de détails sur les caractérisations axiomatiques des intégrales de Choquet, les lecteurs intéressés peuvent consulter les références suivantes : (Marichal 1998), (Marichal 1999), (Grabisch & Labreuche 2005).

Un des inconvénients de l'intégrale de Choquet réside dans la nécessité de spécifier $2^n - 2$ coefficients pour un ensemble de n éléments. Lorsque la valeur de n est grande, les coefficients deviennent difficiles à obtenir. Pour surmonter cette difficulté, des méthodes basées sur les capacités spécifiques nécessitant moins de coefficients ont été proposées. Parmi ces méthodes on peut citer : les capacités décomposables et les capacités k -additives. Les capacités décomposables sont fondées sur l'idée que les éléments peuvent être partitionnés en ' g ' groupes d'éléments indiscernables, tandis que les capacités k -additives sont des capacités avec des index de zéro au-delà de l'interaction de k éléments. Ceci permet de déduire qu'une capacité 1-additive équivaut à une moyenne. Dans ce cas, l'intégrale de Choquet est réduite à une moyenne pondérée, tandis qu'une capacité 2-additive considère l'interaction entre deux éléments seulement. Cette dernière solution a été expérimentalement favorable en ce sens que le passage d'une capacité 2-additive à une capacité k -additive fournit peu de précision, tandis que sa transition à une capacité 1-additive entraîne une perte importante de précision (Grabisch & Miranda Menéndez 2007), (Grabisch. 2006).

L'utilisation de certains indices nommés 'indices d'interaction' peut permettre l'obtention de mesures floues moins combinatoires. La définition des indices d'interaction est donnée ci-dessous.

Définition 2-5. L'indice d'interaction permet d'expliquer les phénomènes d'interaction entre les éléments i et j liés à v , il est défini par (Marichal 2000a) comme suit :

$$I(v, ij) := \sum_{T \subseteq X \setminus ij} \frac{(n-t-2)! t!}{(n-1)!} [(\Delta_{ij}v)(T)] \quad (2-13)$$

avec

$$(\Delta_{ij}v)(T) = v(T \cup ij) - v(T \cup i) - v(T \cup j) + v(T)$$

si $I(v, ij) < 0$, alors on dit que les éléments i et j sont positivement corrélés ou compétitifs. Au contraire, si $I(v, ij) > 0$, i et j sont négativement corrélés, donc complémentaires.

Il existe d'autres indices qui permettent l'interprétation des résultats de l'intégrale de Choquet, comme par exemple les indices d'importance et d'influence (Marichal 2000b). La tolérance des décideurs et les éléments critiques qui peuvent avoir un impact sur le résultat global peuvent également être identifiés et quantifiés (voir (Marichal 2000a) et (Dubois & Koning 1991)). Plusieurs cas particuliers de l'intégrale de Choquet sont discutés dans la littérature. Le lecteur intéressé peut se référer à (Marichal 2000a) pour une revue de la littérature sur le sujet, et (Grabisch & Labreuche 2005) pour plus de détails sur les intégrales floues en général et l'intégrale de Choquet en particulier. Une généralisation de l'intégrale de Choquet a récemment été proposée par Greco et al (Greco et al. 2011).

2.2.2.4. Utilisation de l'intégrale de Choquet comme outil d'agrégation dans l'approche bipolaire

L'approche bipolaire proposée dans cette thèse conduit à représenter les attributs positifs et négatifs dans des ensembles distincts sur lesquels les alternatives sont évaluées séparément. Cette structuration favorise les relations de synergie entre les éléments de chaque groupe d'attributs (positifs/ négatifs). Dans ce cas, l'utilisation d'une intégrale de Choquet va permettre de considérer la notion de synergie au niveau de chaque ensemble. Lorsqu'il est possible de classer les éléments à agréger en leur attribuant des poids normalisés d'importance relative correspondante, (Tchangani 2013a) propose de tenir compte de la synergie lors de l'agrégation en utilisant une mesure floue cardinale pondérée (MFCP) définie comme suit.

Définition 2-6. Une mesure floue cardinale pondérée (MFCP) sur X associée à un vecteur de poids relatifs normalisés $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]$ est donnée par l'équation (2-14) suivante.

$$v(\theta) = \frac{|\theta|}{|X|} \left(\sum_{j \in \theta} \omega_j \right) \quad (2-14)$$

avec θ un sous-ensemble de X .

Il est facile de vérifier que cette fonction remplit les conditions d'une mesure floue ou capacité. Notons par $C^\omega(x)$, l'intégrale de Choquet d'un vecteur numérique x de dimension n associé à une MFCP avec un vecteur relatif ω . Cette intégrale est donnée par l'équation (2-15).

$$C^\omega(x) = \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{n - (k - 1)}{n} \right) \left(\sum_{j \in A_{(k)}} \omega_j \right) (x_{(k)} - x_{(k-1)}) \right\} \quad (2-15)$$

avec $A_{(k)}$ défini par $A_{(k)} = \{(k), \dots, (n)\}$.

Comme déjà mentionné, l'évaluation des alternatives passe par une agrégation des données sur plusieurs niveaux définis par une structuration hiérarchique bipolaire. Ces niveaux d'agrégation permettent de représenter les alternatives avec deux mesures distinctes qui définissent leurs degrés de performance positive et négative par rapport à l'atteinte des objectifs. Les paramètres $\mu_s^k(a_i^k)/\mu_r^k(a_i^k)$ représentent respectivement le résultat final de l'agrégation de l'ensemble des évaluations réalisées sur les attributs de supportabilité/rejetabilité pour déterminer le potentiel d'une alternative a_i^k à atteindre les objectifs fixés par un décideur d_k . Les niveaux d'agrégation peuvent être résumés par l'algorithme ci-après.

Algorithme 2-1. Procédure d'agrégation des niveaux d'évaluation

Données d'entrée

$\omega^{k,0}$ vecteur de l'importance relative des objectifs par rapport au but global

$\omega_i^{o^k}$ vecteurs de l'importance relative des indicateurs des objectifs

$\omega_s^{o^k} / \omega_r^{o^k}$ vecteurs de l'importance relative des attributs de supportabilité/rejetabilité à l'atteinte des objectifs

$\theta_s^{o_i^k} / \theta_r^{o_i^k}$ matrices d'évaluation des alternatives par les attributs de supportabilité/rejetabilité

Données de sortie

$\mu_s^k(a_i^k) / \mu_r^k(a_i^k)$ mesures finales de support/rejet de l'atteinte des objectifs par les alternatives

1 : Pour chaque décideur d_k

2 : Pour chaque alternative a_i^k

3 : Pour chaque objectif o_i^k

4 : Pour chaque indicateur $I_x^{o_i^k} \in I^{o_i^k}$

5 : Pour chaque attribut $c_j^{o_i^k} \in C^{o_i^k}(a_i^k)$

6 : Evaluation de la performance bipolaire des alternatives sur les attributs pour chaque indicateur

$$I_x^{o_i^k}(a_i^k) = \text{agrégation}(c^{o_i^k}(a_i^k)) = \begin{cases} \varphi^{o_i^k}(c_s^{o_i^k}(a_i^k)) \\ \varphi^{o_i^k}(c_r^{o_i^k}(a_i^k)) \end{cases} \quad x = \overline{1, t} \text{ avec } t \text{ le nombre d'indicateurs } I^{o_i^k}$$

Fin pour $c^{o_i^k}(a_i^k)$

7 : Evaluation de la performance des alternatives sur chaque objectif

$$\mu_x^{o_i^k}(a_i^k) = \text{agrégation}(I_x^{o_i^k}(a_i^k))$$

$$\text{où } I_x^{o_i^k}(a_i^k) = \text{agrégation}(I_x^{k, o_i}(a_i^k)) \text{ avec } I_x^{o_i^k}(a_i^k) = \varphi^{o_i^k}(c_x^{o_i^k}(a_i^k)), \quad x = s, r$$

Fin pour $I^{o_i^k}$

Fin pour o_i^k

8 : Evaluation de la performance bipolaire globale des alternatives

$$\mu_s^k(a_i^k) = \text{agrégation}(\mu_s^{o_i^k}(a_i^k))$$

$$\mu_r^k(a_i^k) = \text{agrégation}(\mu_r^{o_i^k}(a_i^k))$$

9 : Normalisation des mesures bipolaires globales

$$\mu_{s_n}^k(a_i^k) = \mu_s^k(a_i^k) / \sum_j \mu_s^k(a_j^k)$$

$$\mu_{r_n}^k(a_i^k) = \mu_r^k(a_i^k) / \sum_j \mu_r^k(a_j^k)$$

Fin pour a_i^k

Fin pour d_k

L'intégrale de Choquet définie par l'équation (2-15) est proposée comme outil d'agrégation afin de considérer l'interaction entre les éléments de chaque niveau d'agrégation. La fonction d'agrégation *agrégation* sera donc remplacée par une intégrale de Choquet dans l'algorithme 2.1. Par exemple l'agrégation des attributs sur un indicateur $I_x^{o_i^k}(a_i^k)$ peut être donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
I_x^{o_i^k}(a_i^k) &= \text{agrégation}(c_x^{o_i^k}(a_i^k)) \\
&= \sum_{i=1}^{m_x} \left\{ \left(\left(\frac{m_{k_x} - (k-1)}{m_{k_x}} \right) \left(\sum_{c_j^{o_i^k} \in C_x^{o_i^k}(k)} \omega_x^{o_i^k}(c_j^{o_i^k}) \right) \right) \left(\Theta_x^{o_i^k}(a_i^k, c_j^{o_i^k})_{(i)} - \Theta_x^{o_i^k}(a_i^k, c_j^{o_i^k})_{(i-1)} \right) \right\} \quad (2-16)
\end{aligned}$$

avec

$x = s, r$ et $m_x =$ dimension de l'ensemble des attributs,

$C_x^{o_i^k}(a_i^k)$ correspondant à l'indicateur $I_x^{o_i^k}(a_i^k)$.

L'agrégation des indicateurs $I_x^{o_i^k}(a_i^k)$ de chaque catégorie (supportabilité et rejetabilité) est donnée ensuite par l'équation suivante.

$$\begin{aligned}
\mu_x^{o_i^k}(a_i) &= I_x^{o_i^k}(a_i^k) = \text{agrégation}(I_x^{o_i^k}(a_i^k)) \\
&= \sum_{i=1}^t \left\{ \left(\left(\frac{t_k - (k-1)}{t_k} \right) \left(\sum_{I_x^{o_i^k} \in I^{o_i^k}(k)} \omega_i^{o_i^k}(I_x^{o_i^k}(a_i^k)) \right) \right) \left(I_x^{o_i^k}(a_i^k)_{(i)} - I_x^{o_i^k}(a_i^k)_{(i-1)} \right) \right\} \quad (2-17)
\end{aligned}$$

avec $I_x^{o_i^k}(a_i^k) = \text{agrégation}(c_x^{o_i^k}(a_i^k))$, $x = s, r$

Cette agrégation permet d'exprimer la performance des alternatives sur un objectif o_i^k donné par deux mesures $\mu_s^{o_i^k}(a_i^k)/\mu_r^{o_i^k}(a_i^k)$ représentant respectivement le degré de supportabilité et de rejetabilité de l'atteinte d'un objectif o_i par une alternative a_i^k .

Enfin, pour $x = s, r$, la performance globale d'une alternative sur l'ensemble des objectifs (notée $\mu_x^k(a_i^k)$) est obtenue puis normalisée ($\mu_{x_n}^k(a_i^k)$) en utilisant respectivement les équations (2-18) et (2-19) suivantes.

$$\mu_x^k(a_i^k) = \sum_{i=1}^{q_k} \left\{ \left(\left(\frac{q_k - (k-1)}{q_k} \right) \left(\sum_{c_j^{o_i^k} \in O^k(k)} \omega^{k,o}(c_j^{o_i^k}) \right) \right) \left(\mu_x^{o_i^k}(a_i^k)_{(i)} - \mu_x^{o_i^k}(a_i^k)_{(i-1)} \right) \right\} \quad (2-18)$$

$$\mu_{x_n}^k(a_i^k) = \mu_x^k(a_i^k) / \sum_j \mu_x^k(a_j^k) \quad (2-19)$$

Le concept de bipolarité considéré va permettre de distinguer entre l'impact positif et négatif que chaque alternative peut avoir par rapport à l'atteinte des objectifs. Cette agrégation bipolaire permet aux décideurs d'éviter les compensations pouvant se produire entre les aspects positifs et négatifs avec les agrégations globales qui représentent les alternatives par une valeur unique.

Afin d'illustrer la démarche présentée ici, la partie suivante propose d'appliquer le modèle bipolaire proposé à un cas pratique. Les étapes de résolution sont décrites dans le cas d'un problème de décision réel.

2.2.2.5. Exemple d'application

Cette partie propose d'appliquer la démarche décrite ci-dessus dans le cadre de l'examen d'un problème de sélection d'un projet de parc éolien. Ce problème a été abordé dans la littérature par Lee et al. (Lee et al. 2009) et résolu en utilisant la procédure AHP associée à une analyse BOCR. En se basant sur la structuration bipolaire proposée dans ce papier, les données initiales du problème sont réadaptées aux besoins de notre modèle. La procédure AHP est utilisée comme outil d'évaluation initial et l'intégrale de Choquet comme fonction d'agrégation.

Les données du problème -partiellement introduites dans les parties précédentes- sont décrites en détails ci-dessous. La partie suivante considère l'évaluation d'un seul décideur, l'évaluation du groupe étant traitée dans les chapitres suivants.

En fonction des sites, le débit du vent, la technologie, la gamme de services et la méthode de mise en œuvre, une analyse technique a permis d'identifier un ensemble de cinq alternatives de projets potentiels. Les cinq sites (géographiques) potentiels (alternatives) notés de A_1 à A_5 sont mis à l'examen pour l'installation d'un parc éolien. Les sites sont évalués suivant des objectifs de performance, d'opérationnalité (business drivers) et de besoins socio-économiques. L'objectif de performance concerne les capacités d'un système de conversion à obtenir des résultats tels que la disponibilité, l'efficacité dans des environnements de traitement différents. L'objectif d'opérationnalité définit les attentes des participants concernant par exemple le potentiel, les challenges et les opportunités qu'offre le parc éolien sélectionné. Enfin, l'objectif des besoins socio-économiques permet d'examiner si le projet possède une méthodologie avancée permettant de satisfaire les besoins socio-économiques par rapport aux autres concurrents (Lee et al. 2009).

En raison des préoccupations croissantes des personnes concernant l'impact d'un tel projet et la grande pression exercée par les autorités en termes de réglementation environnementale, la mise en œuvre d'une installation d'un parc éolien passe par une évaluation rigoureuse de l'ensemble des projets potentiels afin de déboucher sur les autorisations environnementales et sociales qui conduiront à l'approbation des autorités compétentes et ainsi, à la mise en œuvre du meilleur projet (Lee et al. 2009).

Par conséquent, une étude d'impact environnemental et social est nécessaire pour déterminer les effets positifs et négatifs des projets sur l'environnement et élaborer des mesures pour atténuer les effets négatifs. Le résultat de l'analyse de faisabilité du projet représente l'instrument d'approbation des autorités centrales. Les critères estimés les plus importants pour l'évaluation d'un parc éolien sont définis généralement par le comité d'évaluation à partir des expériences pratiques et analyses documentaires. Pour les besoins du modèle, les données initiales du problème (extraites de (Lee et al. 2009)) ont été réorganisées en considérant les notions de supportabilité, rejetabilité et le lien aux objectifs comme le montre le Tableau 2-4. Noter que dans (Lee et al. 2009), les données d'entrées sont le résultat de l'agrégation des évaluations individuelles par moyenne pondérée. Dans l'illustration donnée ci-dessous, les données d'entrées sont supposées être le résultat de l'évaluation d'une entité décisionnelle unique.

Tableau 2-4. Caractéristiques du problème d'installation d'un parc éolien selon l'approche bipolaire

Objectifs	Supportabilité		Rejetabilité	
	indicateurs	Attributs	Indicateurs	Attributs
<i>Objectifs socio-économiques</i>	Plans financiers (a)	Tarif commutable (a1)	Connexion (c)	Connexion électrique (c1)
		Remise des taux d'imposition et taux de droit (a2)		Raccordement au réseau (c2)
	Supports politiques (b)	Autres investissements et indications à la production (a3)	Fondation (d)	Construction principale (d1)
		Programme de concession d'énergie éolienne (b1)		construction périphérique (d2)
		Programme de mécanisme de développement propre (b2)		
		Autres supports politiques (b3)		
<i>Objectifs de performance</i>	Disponibilité du vent (e)	Répartition géographique de la fréquence de vitesse de vent (e1)	Eolienne (h)	Conception et développement (h1)
		Densité moyenne d'énergie éolienne (e2)		Fabrication (h2)
		Vitesse moyenne annuelle du vent (e3)		Installation, maintenance (h3)
	Avantage du site (f)	Influence de la hauteur choisie de l'installation (f1)		
		Effet des rafales de vent (f2)		
		Micro-implantation des ERVs(f3)		
	Technologies avancées (g)	Informatisation des surveillances (g1)		
		Génération d'énergie à vitesse du vent variable (g2)		
		Surface balayée d'un rotor de turbine (g3)		
		Compensateur de puissance réactive statique (g4)		
<i>Objectifs d'opérationnalité</i>	Fonctions de l'effet des rafales de vent (ERV) (i)	Disponibilité réelle et technique (i1)	Les conflits (j)	Entre entrepreneurs, décideurs, résidents (j)
		Disponibilité, fiabilité et entretien (i2)	Risques de complexité (k)	Risques de complexité et difficulté technique (k)
		Facteur de puissance, facteur de capacité (i3)	Incertitude sur les terres (l)	Incertitude de fidélisation des terres ou contrat de bail, pertinence géologique, etc. (l)

L'algorithme 2.1 présenté précédemment est proposé pour l'évaluation du problème considéré ; les données d'entrée du problème (Lee et al. 2009) sont résumées dans le tableau 2-5 et le tableau 2-6 suivants.

Données d'entrées

Tableau 2-5. Résultats d'évaluation des attributs de supportabilité/rejetabilité ($\theta_s^{o_i^k} / \theta_r^{o_i^k}$) pour chaque alternative

Objectifs	Indicateurs	attributs	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	
Objectifs socio-économiques	Plans financiers(a)	a1	0,2000	0,2000	0,1902	0,2024	0,2073	
		a2	0,2101	0,1957	0,1836	0,2029	0,2077	
		a3	0,2174	0,1932	0,1763	0,2005	0,2126	
	Supports politiques(b)	b1	0,1718	0,2154	0,1872	0,2077	0,2179	
		b2	0,1963	0,2120	0,1780	0,2042	0,2094	
		b3	0,1839	0,2217	0,1763	0,2141	0,2040	
	Connexion (c)	c1	0,1296	0,2222	0,1111	0,2407	0,2963	
		c2	0,1569	0,2157	0,0980	0,1961	0,3333	
	Fondation (d)	d1	0,1351	0,1892	0,1892	0,2162	0,2703	
		d2	0,1290	0,1935	0,1613	0,1935	0,3226	
<i>Objectifs de performance</i>	Disponibilité du vent(e)	e1	0,1853	0,2265	0,1235	0,2147	0,2500	
		e2	0,1690	0,2184	0,1632	0,2431	0,2063	
		e3	0,1976	0,2298	0,1774	0,2137	0,1815	
	Avantage du site(f)	f1	0,2196	0,2016	0,1576	0,1990	0,2222	
		f2	0,1698	0,1995	0,2237	0,2022	0,2049	
		f3	0,1849	0,2165	0,1825	0,2141	0,2019	
	Technologies avancées(g)	g1	0,2117	0,1964	0,1862	0,1990	0,2066	
		g2	0,2100	0,1900	0,2200	0,1875	0,1925	
		g3	0,2005	0,2112	0,1952	0,1952	0,1979	
		g4	0,1990	0,1914	0,2040	0,1990	0,2065	
	Eolienne(h)	h1	0,1854	0,1987	0,1987	0,2053	0,2119	
		h2	0,1848	0,2065	0,1957	0,1957	0,2174	
		h3	0,1842	0,1974	0,2039	0,2039	0,2105	
	Objectifs d'opérationnalité	Fonctions ERV(i)	i1	0,1740	0,2099	0,1961	0,2044	0,2155
			i2	0,2008	0,1988	0,2008	0,1988	0,2008
i3			0,1889	0,2111	0,1852	0,2185	0,1963	
j		j	0,2053	0,1947	0,2105	0,2000	0,1895	
k		k	0,2078	0,1939	0,2078	0,1967	0,1939	
l		l	0,2069	0,1936	0,2202	0,1989	0,1804	

Tableau 2-6. Importances relatives des objectifs, indicateurs et attributs

Objectifs	Poids	Indicateurs	Poids	attributs	Poids
<i>Objectifs socio-économiques</i>	0.111	Plans financiers(a)	0,3077	a1	0,2107
			Normalisation	a2	0,4476
			0,2551	a3	0,3417
		Supports politiques(b)	0,4579	b1	0,4247
			Normalisation	b2	0,2082
			0,3797	b3	0,3671
		Connexion (c)	0,3195	a	0,3195
		Normalisation			
0,2649					
Fondation (d)	0,1209	a	0,1209		
Normalisation					
0,1002					
<i>Objectifs de performance</i>	0.592	Disponibilité du vent(e)	0,6317	e1	0,191
			Normalisation	e2	0,497
			0,4055	e3	0,312
		Avantage du site(f)	0,1324	f1	0,489
			Normalisation	f2	0,195
			0,0850	f3	0,316
		Technologies avancées(g)	0,2344	g1	0,1872
			Normalisation	g2	0,2781
			0,1504	g3	0,1045
				g4	0,4302
		Eolienne (h)	0,5595	a	0,5595
		Normalisation			
0,3591					
Objectifs d'opérationnalité	0.297	Fonctions ERV(i)	0,2359	i1	0,221
			Normalisation	i2	0,286
			0,1909	i3	0,493
		j	0,5639	b	0,5639
		Normalisation			
		0,4563			
		0,1208			
k	0,0977	b	0,1208		
Normalisation					
0,3153					
l	0,2551	b	0,3153		

^a Les attributs sont sommés lors de l'évaluation

^b Les indicateurs ne possèdent pas d'attributs et sont considérés par conséquent comme tel.

Résultats de sortie

Les résultats d'évaluation obtenus à partir de l'algorithme 2.1 sont résumés dans les tableaux 2-7, 2-8 et 2-9, qui représentent respectivement le résultat d'agrégation des attributs sur chaque indicateur (équation (2-16)), l'agrégation des indicateurs sur chaque objectif (équation (2-17)) et enfin l'agrégation des résultats d'évaluation des objectifs sur chaque alternative (équation (2-18)) et ce, en distinguant à chaque niveau les notions de supportabilité et de rejetabilité.

Tableau 2-7. Résultats d'agrégation des attributs sur les indicateurs (intégrale de Choquet)

Objectifs	Indicateurs	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
Objectifs socio-économiques	Plans financiers	0.2079	0.1966	0.1824	0.2032	0.2098
	Supports politiques	0.1809	0.2177	0.1811	0.2098	0.2106
	Connexion	0.1433	0.2190	0.1046	0.2184	0.3148
	Fondation	0.1321	0.1914	0.1753	0.2049	0.2965
Objectifs de performance	Disponibilité du vent	0.1855	0.2312	0.1517	0.2250	0.2066
	Avantage du site	0.1866	0.2109	0.1781	0.2104	0.2140
	Technologies avancées	0.2060	0.1970	0.1990	0.1965	0.2014
	Eolienne	0.1848	0.2009	0.1994	0.2016	0.2133
Objectifs d'opérationnalité	Fonctions ERV	0.1864	0.2364	0.1456	0.2290	0.2026
	j	0.2053	0.1947	0.2105	0.2000	0.1895
	k	0.2078	0.1939	0.2078	0.1967	0.1939
	l	0.2069	0.1936	0.2202	0.1989	0.1804

Tableau 2-8. Résultats d'agrégation des indicateurs sur les objectifs d'un décideur d^k

Objectifs	Mesures bipolaires	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
Objectifs socio-économiques	$\mu_s^{o_2^k}$	0.1912	0.2053	0.1835	0.2076	0.2125
	$\mu_r^{o_2^k}$	0.1408	0.2057	0.1204	0.2179	0.3151
Objectifs de performance	$\mu_s^{o_1^k}$	0.1965	0.2119	0.1676	0.2108	0.2132
	$\mu_r^{o_1^k}$	0.1848	0.2009	0.1994	0.2016	0.2133
Objectifs d'opérationnalité	$\mu_s^{o_3^k}$	0.1864	0.2364	0.1456	0.2290	0.2026
	$\mu_r^{o_3^k}$	0.2079	0.1957	0.2117	0.1994	0.1853

Tableau 2-9. Mesures bipolaires des alternatives données par un décideur d_k

Mesures bipolaires	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
Mesure de sélectabilité (μ_s^k)	0.1947	0.2168	0.1585	0.2176	0.2125
Mesure de rejetabilité (μ_r^k)	0.1722	0.2194	0.1590	0.2239	0.2255

Une fois les mesures bipolaires du décideur d_k obtenues, une phase de sélection et de recommandation est avancée afin de choisir la ou les alternatives à mettre en œuvre. La partie suivante présente la théorie des jeux satisfaisants qu'on propose d'utiliser comme outil de recommandation pour le choix final de chaque décideur.

2.2.3. Phase de recommandation

L'évaluation et la représentation bipolaire des alternatives par deux mesures exprimant le degré de support et de rejet à l'atteinte des objectifs coïncide avec le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants (Stirling 2003) qui considère dans l'évaluation des alternatives deux fonctions dites de 'satisfaisabilité' et de 'rejetabilité'; représentant respectivement le degré de support et le coût associé à l'atteinte des objectifs.

2.2.3.1. Principe de la théorie des jeux satisfaisants

La philosophie derrière la majorité des techniques utilisées dans la littérature pour la construction d'un modèle d'évaluation repose sur la rationalité superlative (Stirling 2003) ce qui veut dire que toutes les alternatives doivent être comparées les unes aux autres dans un but de recherche d'optimalité. Toutefois, les décideurs dans la résolution des problèmes réels ne cherchent pas forcément à obtenir la solution optimale -souvent coûteuse en termes de temps et d'argent-, mais une solution satisfaisante dont les capacités sont estimées 'assez bonnes' par rapport aux objectifs fixés (Tchangani 2009). La théorie des jeux satisfaisants repose sur ce constat et propose des outils adéquats pour la sélection d'alternatives satisfaisantes.

A l'origine, la notion de satisfaction a été introduite par Simon (Simon 1997) qui a proposé de l'utiliser afin de gérer les limites des capacités cognitives des décideurs et l'imperfection des données. La théorie des jeux satisfaisants peut toutefois être considérée comme un paradigme de la prise de décision à part entière, comme proposé ici. De plus, le concept de la sélection d'alternatives 'assez bonnes' permet d'avoir toujours un ensemble de solutions non vide car le degré d'aspiration ou de prudence d'un décideur peut être modifié pour obtenir au moins une alternative satisfaisante (Tchangani 2009).

2.2.3.2. Caractéristiques de la théorie des jeux satisfaisants

Pour chaque décideur d_k , la théorie des jeux satisfaisants est caractérisée par le triplet $\langle A^k, \mu_s^k, \mu_r^k \rangle$ avec

A^k : ensemble (discret) des alternatives du décideur d_k ,

$\mu_s^k(a_i^k)/\mu_r^k(a_i^k)$: fonctions ou mesures de masse définies dans A^k sur l'intervalle $[0, 1]$ où $\mu_s^k(a_i^k)$ mesure le degré avec lequel l'alternative a_i^k appuie la réalisation des objectifs pour un décideur d_k (mesure de sélectabilité). Inversement $\mu_r^k(a_i^k)$ mesure le degré de rejet des objectifs par l'alternative a_i^k (mesure de rejetabilité). Ces mesures correspondent respectivement aux mesures de supportabilité/rejetabilité obtenues dans la partie précédente grâce à l'approche bipolaire combinée au processus AHP.

Une alternative est qualifiée d'assez bonne ou de satisfaisante si sa mesure de sélectabilité dépasse sa mesure de rejetabilité à un indice de prudence ou d'audace près. Ainsi, pour chaque décideur d_k , on peut définir l'ensemble des alternatives satisfaisantes comme suit.

Définition 2-7. On définit un ensemble des alternatives satisfaisantes noté $S_q^k \subseteq A^k$ par

$$S_q^k = \{a_i^k \in A^k: \mu_s^k(a_i^k) \geq q^k \mu_r^k(a_i^k)\} \quad (2-20)$$

avec

q^k : indice de prudence ou d'audace du décideur d_k permettant l'ajustement du niveau d'aspiration; une faible valeur de q^k permet d'agrandir l'ensemble des alternatives satisfaisantes et inversement, une grande valeur de q^k permet de réduire l'ensemble des alternatives satisfaisantes. La représentation graphique de l'ensemble des alternatives satisfaisantes est donnée par la figure 2-7 suivante.

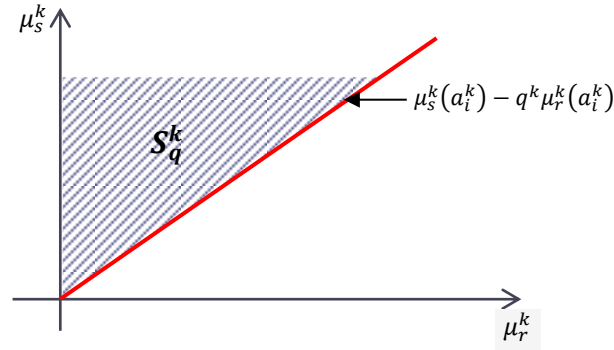


Figure 2-7. Représentation graphique de l'ensemble des alternatives satisfaisantes

Une analyse de sensibilité peut être effectuée pour déterminer la valeur 'seuil' de l'indice de prudence notée q_{min}^k en dessous de laquelle toutes les alternatives sont déclarées satisfaisantes et la valeur maximale de l'indice de prudence notée q_{max}^k au-dessus de laquelle aucune alternative n'est satisfaisante. Pour toutes les alternatives déclarées satisfaisantes, l'inégalité (2-21) suivante doit être vérifiée de sorte que, pour un indice de prudence q^k il y ait $S_q^k = A^k$.

$$\mu_s^k(a_i^k) \geq q^k \mu_r^k(a_i^k), \forall a_i^k \in A^k \Leftrightarrow q^k \leq q_{min}^k = \min_{a_i^k \in A^k} \left(\frac{\mu_s^k(a_i^k)}{\mu_r^k(a_i^k)} \right) \quad (2-21)$$

Au contraire, il n'existe pas d'alternatives satisfaisantes $S_q^k = \emptyset$ si et seulement si l'inégalité (2-22) suivante est vérifiée.

$$\mu_s^k(a_i^k) < q^k \mu_r^k(a_i^k) \forall a_i^k \in A^k \Leftrightarrow q^k > q_{max}^k = \max_{a_i^k \in A^k} \left(\frac{\mu_s^k(a_i^k)}{\mu_r^k(a_i^k)} \right) \quad (2-22)$$

Cependant, un ensemble d'alternatives satisfaisantes peut comprendre des alternatives meilleures que d'autres. Une alternative est dite 'meilleure' si elle domine les autres alternatives au sens de Pareto ; ce qui veut dire qu'elle présente une meilleure sélectabilité et au plus la même rejeteabilité ou bien une plus faible rejeteabilité et au moins une aussi bonne sélectabilité que les autres alternatives considérées moins bonnes. Dans ce cas, un décideur rationnel va préférer les meilleures alternatives satisfaisantes dites 'non dominées'.

Pour éviter les dominances au sens de Pareto pouvant exister dans l'ensemble des alternatives satisfaisantes, un ensemble d'alternatives en 'équilibre' \mathcal{E}^k est introduit et défini comme suit (voir figure 2-8).

$$\mathcal{E}^k = \{a_i^k \in A^k : \mathcal{D}^k(a_i^k) = \emptyset\} \quad (2-23)$$

avec

$\mathcal{D}^k(a_i^k)$: ensemble des alternatives strictement meilleures que l'alternative a_i^k pour un décideur d_k .

Comme déjà mentionné, les meilleures alternatives a_i^k peuvent présenter une meilleure sélectabilité et au plus la même rejeteabilité ou bien une plus faible rejeteabilité et au moins une aussi bonne sélectabilité que l'alternative a_i^k . L'ensemble $D^k(a_i^k)$ est donné alors par l'équation (2-24).

$$D^k(a_i^k) = D_s^k(a_i^k) \cup D_r^k(a_i^k) \tag{2-24}$$

où $D_s^k(a_i^k)$ et $D_r^k(a_i^k)$ sont définis par :

$$D_s^k(a_i^k) = \{a_{i'}^k \in A^k : \mu_r^k(a_{i'}^k) < \mu_r^k(a_i^k) \text{ and } \mu_s^k(a_{i'}^k) \geq \mu_s^k(a_i^k)\} \tag{2-25}$$

$$D_r^k(a_i^k) = \{a_{i'}^k \in A^k : \mu_r^k(a_{i'}^k) \leq \mu_r^k(a_i^k) \text{ and } \mu_s^k(a_{i'}^k) > \mu_s^k(a_i^k)\} \tag{2-26}$$

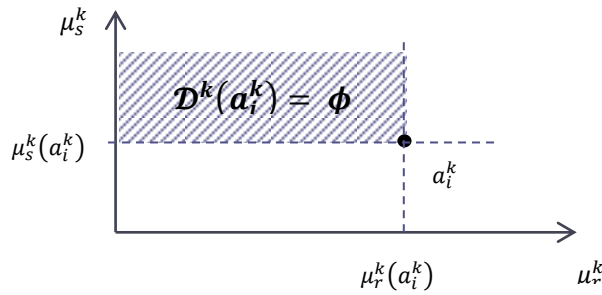


Figure 2-8.Représentation graphique d'une alternative non dominée (en équilibre)

Ainsi, l'ensemble d'équilibre satisfaisant noté $\mathcal{E}_q^{S,k}$ est donné par l'équation (2-27).

$$\mathcal{E}_q^{S,k} = \mathcal{E}^k \cap S_q^k \tag{2-27}$$

L'ensemble $\mathcal{E}_q^{S,k}$ constitue un ensemble de Pareto équilibre ce qui veut dire que les couples d'alternatives dans cet ensemble sont incomparables. La Figure 2-9 donne une représentation des alternatives dans le plan (μ_s^k, μ_r^k) . L'ensemble de Pareto satisfaisant est donné par les alternatives situées sur la partie de la courbe hachurée au-dessus de la ligne droite qui sépare les alternatives satisfaisantes des alternatives insatisfaisantes.

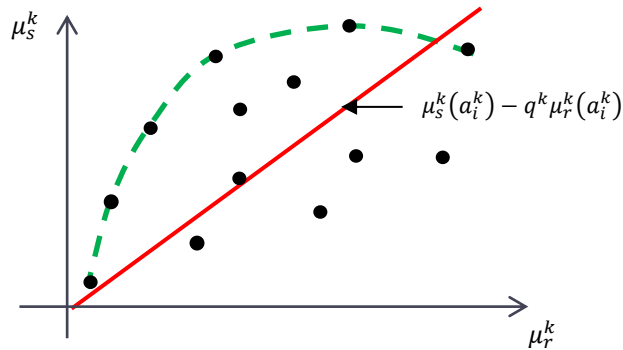


Figure 2-9. Représentation des alternatives dans le plan (μ_r^k, μ_s^k)

En considérant les trois principaux problèmes de choix, de classement et de tri, les solutions au problème de chaque décideur peuvent être obtenues à l'aide des évaluations bipolaires précédentes associées aux outils de la théorie des jeux satisfaisants comme le montrent les paragraphes suivants (Tchangani 2009).

2.2.3.3. Cas d'un problème de choix ou de classement

La réponse de chaque décideur dans ces cas peut être obtenue à partir de son ensemble d'équilibre satisfaisant (solution unique ou ensemble de solutions selon les cas) en utilisant des critères de sélection (qui peuvent être définis avec l'aide de l'analyste) pour aboutir à un classement ou à une sélection des solutions finales. Le choix et le classement sont des opérations d'évaluation relative (Bouyssou et al. 2000) qui peuvent être réalisées sur l'ensemble des alternatives A^k à travers des critères de sélection notés 'cs' déterminés par une fonction de valeur notée $\pi^k(a_i^k)$ pouvant être définie en fonction des mesures de sélectabilité μ_s^k et de rejetabilité μ_r^k , comme suit :

$$\pi^k(a_i^k) = \pi(\mu_s^k(a_i^k), \mu_r^k(a_i^k)) \quad \forall a_i^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}, \forall d_k \quad (2-28)$$

La fonction $\pi^k(a_i)$ peut prendre plusieurs formes, comme par exemple :

$$\text{cs}_1 : \quad \pi^k(a_i^k) = \mu_s^k(a_i^k) - q^k \mu_r^k(a_i^k) \quad \forall a_i^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}, \forall d_k \quad (2-29)$$

Ce critère permet à chaque décideur d^k de choisir l'alternative représentant le plus grand écart entre la mesure de sélectabilité μ_s^k et de rejetabilité μ_r^k en considérant l'indice de prudence q^k , ou bien,

$$\text{cs}_2 : \quad \pi^k(a_i^k) = \frac{\mu_s^k(a_i^k)}{q^k \mu_r^k(a_i^k)} \quad \forall a_i^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}, \forall d_k \quad (2-30)$$

ce qui permet de considérer l'alternative à plus grand indice de prudence, ou encore :

$$\text{cs}_3 : \quad \pi^k(a_i^k) = \mu_s^k(a_i^k) \left(\text{respect. } \pi^k(a_i^k) = \frac{1}{\mu_r^k(a_i^k)} \right) \quad \forall a_i^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}, \forall d_k \quad (2-31)$$

Cette dernière formulation permet de sélectionner l'alternative à plus grand taux de sélectabilité (ou respectivement le taux plus faible de rejetabilité). Ce cas est indiqué lorsqu'une des mesures est uniformément répartie sur l'ensemble des alternatives. Cette fonction de valeur peut ensuite être utilisée pour sélectionner l'alternative ultime $a_i^{*,k}$ de chaque décideur d^k comme le montre l'équation suivante.

$$a_i^{*,k} = \arg \max_{a_i^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}} \pi^k(a_i^k) \quad \forall d_k \quad (2-32)$$

ou de classer les alternatives en utilisant la relation donnée par l'équation suivante.

$$a_i^k \succcurlyeq a_{i'}^k \Leftrightarrow \pi^k(a_i^k) \geq \pi^k(a_{i'}^k) \quad \forall a_i^k, a_{i'}^k \in \mathcal{E}_q^{S,k}, \forall d_k \quad (2-33)$$

La relation de préférence \succcurlyeq indique que l'alternative a_i^k est meilleure que l'alternative $a_{i'}^k$.

2.2.3.4. Cas d'un problème de tri

Dans les problèmes de tri considérés comme une opération absolue (Bouyssou et al. 2000), différentes normes peuvent être calculées en utilisant la fonction de valeur $\pi^k(a_i^k)$. Par exemple, dans le cas où $\pi^k(a_i^k) = \mu_s^k(a_i) - q^k \mu_r^k(a_i^k)$, deux partitions naturelles de l'ensemble des alternatives A^k sont données par l'équation suivante :

$$C_1^k = S_q^k = \{a_{i'}^k \in A^k : \pi^k(a_{i'}^k) \geq 0\} \text{ et } C_2^k = A^k - C_1^k \quad \forall d^k \quad (2-34)$$

Outre cette possibilité de tri, l'approche des jeux satisfaisants conduit à une catégorisation naturelle des alternatives de l'ensemble A^k en quatre sous-ensembles $\mathcal{E}_q^{S,k}$, $\mathcal{E}^k - \mathcal{E}_q^{S,k}$, $S_q^k - \mathcal{E}_q^{S,k}$ et $A^k - S_q^k \cup \mathcal{E}^k$ définis comme suit :

- En termes de préférence, le sous-ensemble $\mathcal{E}_q^{S,k}$ est incontestablement le meilleur ensemble avec ses alternatives en équilibre satisfaisant qui présentent des mesures de sélectabilité supérieures aux mesures de rejetabilité et qui ne sont pas dominées par d'autres alternatives.
- Le sous-ensemble $A^k - S_q^k \cup \mathcal{E}^k$ contient les alternatives tout à fait inefficaces qui ne sont ni satisfaisantes ni équilibrées (alternatives dominées).
- Les sous-ensembles $\mathcal{E}^k - \mathcal{E}_q^{S,k}$ et $S_q^k - \mathcal{E}_q^{S,k}$ ne présentent pas de conclusion évidente, une analyse de sensibilité peut être réalisée par exemple à des fins de négociation sur ces alternative comme proposé dans (Tchangani 2009).

L'encart suivant aborde la phase de recommandation du problème d'installation d'un parc éolien (résolu dans la partie 2.2.2.5) à partir des ensembles de la théorie des jeux satisfaisants.

L'un des avantages de la théorie des jeux satisfaisants réside dans sa capacité à représenter graphiquement les résultats bipolaires obtenus en montrant les dominances et équilibres des alternatives de manière simple et schématique. Considérons les résultats obtenus de l'évaluation bipolaire (Tableau 2-9) suite à la résolution du problème d'installation d'un parc éolien. En supposant que l'indice de prudence du décideur d_k est égal à 1 ce qui présente une prudence assez importante sachant que $q^k \in [0.942 \ 1.130]$, la représentation graphique des mesures bipolaires est donnée par la figure 2-10.

Pour un indice de prudence $q^k = 1$, la figure montre que les alternatives A1 et A3 sont en équilibre satisfaisants ($\mathcal{E}_q^{S,k} = \{A_1, A_3\}$). Les autres alternatives sont considérées non satisfaisantes en raison de l'importante rejetabilité qu'elles présentent. Dans ce cas, la prudence manifestée par le décideur se traduit par la sélection des alternatives qui présentent les plus faibles degrés de rejetabilité.

En considérant un décideur présentant une certaine tolérance par rapport aux aspects négatifs ($q^k = 0.97$, par exemple), la représentation graphique (voir figure Figure 2-11) montre que les alternatives A2 et A4 présentant des mesures de rejetabilité tolérées ($\mu_r^k(a_i^k) \leq \mu_s^k(a_i^k)/0.97$), rentrent dans l'ensemble d'équilibre satisfaisant. Ainsi, l'ensemble d'équilibre satisfaisant est donné dans ce cas

par, $\mathcal{E}_q^{S,k} = \{A_1, A_3, A_2, A_4\}$.

Le choix de la solution finale peut se faire en utilisant les critères de sélection présentés précédemment (cs_1, cs_2, cs_3 définis respectivement par les équations (2-29), (2-30), (2-31)).

En fonction des critères de sélection utilisés, le classement des alternatives peut être modifié. Le tableau 2-10 montre le classement des alternatives de l'ensemble d'équilibre satisfaisant en fonction des critères de sélection cs_1, cs_2, cs_3 dans le cas d'une prudence $q^k = 0.97$.

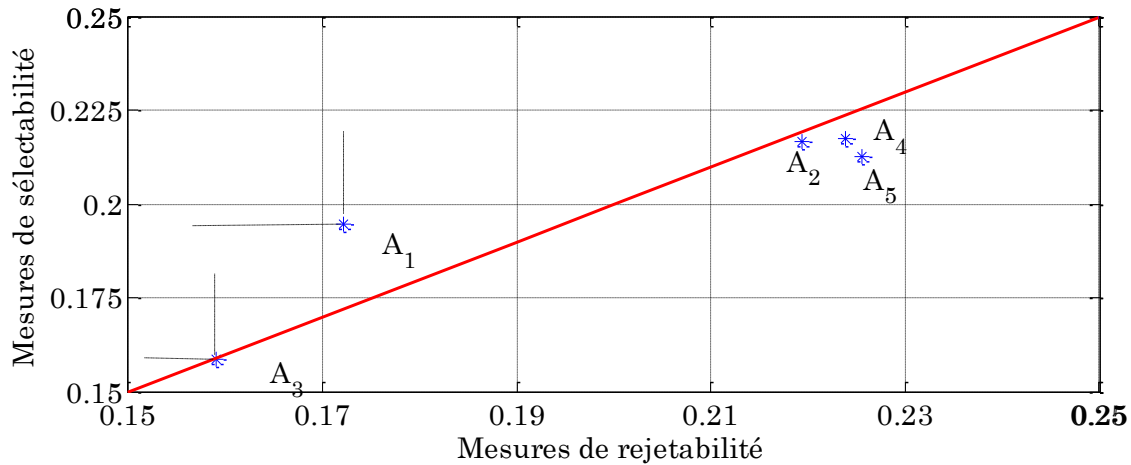


Figure 2-10. Représentation graphique des résultats de l'évaluation bipolaire des alternatives par un décideur d_k ($q^k = 1$)

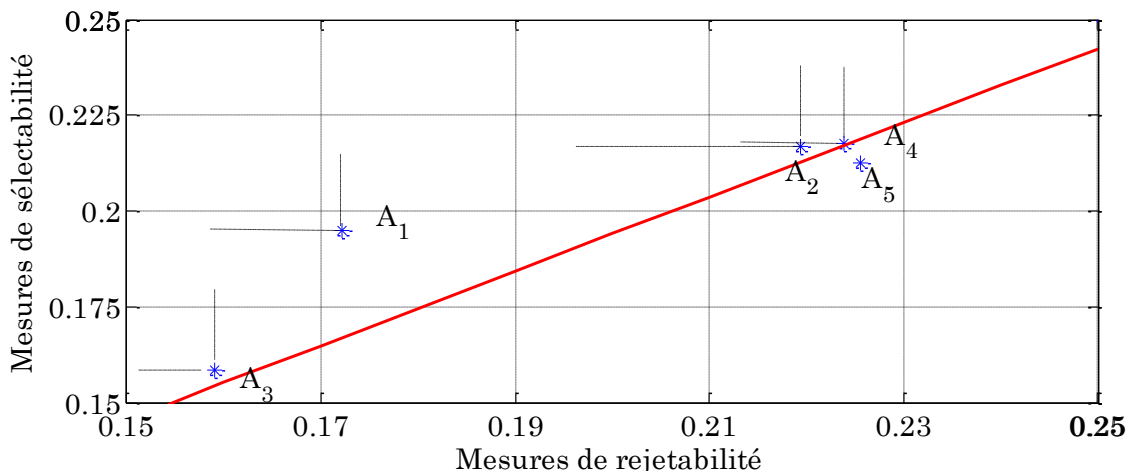


Figure 2-11. Représentation graphique des résultats de l'évaluation bipolaire des alternatives par un décideur d_k ($q^k = 0.97$)

En fonction de l'attitude et préférences du décideur, il peut ressortir des résultats du tableau 2-10, que l'alternative la plus satisfaisante est l'alternative A1 suivit de l'alternative A3, A2 puis A4. Une analyse verticale permet d'évaluer la stabilité des alternatives en fonction du degré de prudence.

Tableau 2-10. Classement des alternatives en équilibre satisfaisant en fonction des critères de sélection

Critère de sélection	Alternatives d'équilibre satisfaisant			
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
cs1	1	3	2	4
cs2	1	3	2	4
cs3	3	2	4	1
	2	3	1	4

2.3. Conclusion

Ce chapitre a proposé d'utiliser le concept de bipolarité comme outil de structuration des problèmes de décision évoluant dans un environnement certain. Les différentes phases de structuration ont été développées dans le cadre d'une analyse bipolaire. La phase d'élicitation a permis de distinguer les caractéristiques positives et négatives de manière hiérarchique. Dans la phase d'évaluation, le processus d'hierarchie analytique (AHP) a été utilisé afin de quantifier les relations entre attributs et objectifs au niveau individuel. Pour synthétiser les résultats obtenus à chaque niveau, l'intégrale de Choquet a été proposée ensuite comme outil d'agrégation initiale en raison de sa capacité à prendre en compte des interactions potentielles pouvant survenir entre les éléments de la décision (synergie). Le résultat final de l'évaluation individuelle s'est fait à l'aide de la théorie des jeux satisfaisants qui permet de maintenir la distinction entre les aspects positifs et négatifs à travers les mesures de sélectabilité et de rejetabilité. Les résultats bipolaires obtenus ont été répartis dans des ensembles prédéfinis en fonction du paramètre d'équilibre Pareto. Une fois les réponses individuelles obtenues et en fonction de la nature du problème de décision abordé (choix social ou stratégique), un processus de compromis ou d'atteinte de consensus peut être proposé pour aboutir à une solution finale satisfaisant l'ensemble du groupe.

Cette partie est proposée à l'étude dans les chapitres 4 et 5 dans le cas des problèmes de choix social et des problèmes de décision stratégique respectivement. Le chapitre 3 propose quant à lui d'aborder la notion d'incertitude liée à la décision.

Chapitre 3. Analyse BOCR dans l'approche bipolaire

« J'en suis arrivée à comprendre que l'incertitude gouverne chaque moment de l'existence humaine ». Douglas Kennedy

Résumé. Ce chapitre présente une procédure bipolaire de structuration et d'évaluation des alternatives dans un environnement incertain par une analyse BOCR. Après une revue de littérature sur l'application de l'analyse BOCR dans les processus décisionnels, la structuration du modèle de résolution à travers les notions de bénéfice (B), opportunité(O), coût (C) et risque (R) est explicitée. La phase d'évaluation est ensuite décrite en mettant l'accent sur les facteurs incertains de risque et d'opportunité. Une définition et une méthode de mesure de ces facteurs sont proposées. La théorie des jeux satisfaisants est adaptée et utilisée ensuite comme agrégateur final des facteurs B, O, C, R dans les mesures bipolaires de sélectabilité et de rejetabilité. La dernière partie du chapitre propose d'appliquer le modèle développé dans la résolution d'un problème de décision réel.

3.1. Généralités sur l'analyse BOCR

Résoudre des problèmes de décision complexes comporte certaines difficultés liées essentiellement à la multiplicité des paramètres de décision (objectifs, alternatives, attributs, acteurs) ainsi qu'à l'incertitude potentielle qui peut entacher l'évaluation de certains de ces paramètres et/ou les relations qui les lient (Tchangani & Pérès 2010).

L'incertitude peut être causée par plusieurs facteurs : manque d'information (incertitude épistémique), erreurs sur les données, conflits entre les attributs, incertitudes sur les relations entre les différentes informations, incertitudes relatives aux jugements subjectifs, préférences des décideurs, facteurs externes, ...etc. La théorie des probabilités (Lepage et al. 1992) fut l'une des premières approches liées à la représentation de la connaissance dans un contexte incertain. Bien qu'utile pour codifier l'incertitude, l'approche purement probabiliste comporte cependant des limites comme par exemple ; la complexité de la conception, la manipulation des bases de connaissance, la simplification des hypothèses pour une utilisation efficace de la théorie des probabilités, etc. Les alternatives à une décision ou les préférences de l'utilisateur ne peuvent pas non plus être considérées par cette approche dans certains cas. Pour circonvenir à la difficulté des calculs probabilistes, des systèmes basés sur les règles proposent l'utilisation d'autres paramètres pour représenter l'incertitude : facteur d'incertitude, théorie de Dempster-Shaper ou la logique floue (Lepage et al. 1992). Avec le développement de la technologie informatique, de nouvelles méthodes basées sur la théorie des probabilités proposent de représenter explicitement les problèmes de décision et les préférences de l'utilisateur à travers des diagrammes acycliques dirigés (DAGs) (Holtzman 1988), tels que les cartes causales (Montibeller & Belton 2006), (Montibeller & Franco 2010) et les réseaux bayésiens (Winterfeldt & Edwards 1986). L'incertitude peut également être explicitée à travers une structuration hiérarchique ou en réseau à l'aide d'une analyse BOCR. Ce chapitre propose d'utiliser cette dernière approche afin de considérer l'impact positif et/ou négatif de l'incertitude sur l'évaluation des alternatives.

Pour résoudre un problème de décision, l'évaluation des alternatives est passée dans un premier temps par l'examen des aspects positifs et négatifs représentés respectivement par les notions de 'bénéfice' et de 'coût' dont le ratio permet de classer les alternatives. L'incertitude a ensuite été intégrée de manière progressive par l'introduction du risque puis de l'opportunité dans l'aide à la décision à travers l'analyse BOCR.

L'analyse BOCR proposée par Saaty (Saaty 2001) et Saaty et Ozdemir (Saaty & Özdemir 2005) fait suite aux travaux développés par Saaty sur les processus AHP permettant en particulier de structurer hiérarchiquement un problème de décision en tenant compte des données tangibles et intangibles. Dans le cadre d'une comparaison des aspects positifs et négatifs, le processus AHP a permis dans un premier temps de représenter le bénéfice (B) et le coût (C) dans deux sous-hiérarchies distinctes. Le rapport (Bénéfice/Coût) obtenu par la synthèse des évaluations des attributs de chaque hiérarchie permet ensuite de classer les alternatives dans la phase de recommandation (voir par exemple (Saaty 1980a), (Saaty 2000)). L'incertitude, représentée d'abord par la notion de risque (R) conduit à l'évaluation des alternatives à travers le rapport Bénéfice / (Coût*Risque) calculé en fonction des priorités obtenues à partir des trois hiérarchies du bénéfice, du coût, et du risque (voir par exemple Saaty (Saaty 2000)). Le facteur opportunité (O) est intégré ensuite à l'analyse afin de

tenir compte des aspects positifs que l'incertain peut entraîner. L'analyse BOCR permet ainsi de structurer les problèmes de décision afin de représenter les alternatives en fonction de leur aspect positif à travers les facteurs « bénéfice » (certain) et « opportunité » (incertain) et leur aspect négatif à travers les facteurs « coût » (certain) et « risque » (incertain) (Wijnmalen 2007).

Dans l'analyse BOCR ; le facteur 'opportunité' regroupe habituellement les attentes des retombées positives, les bénéfices futurs et les revenus de l'évolution positive, alors que le facteur bénéfice représente les recettes actuelles ou les bénéfices relativement certains de l'évolution positive. De même, le facteur 'risque' regroupe les conséquences attendues de futurs développements négatifs, alors que le facteur 'coût' représente les pertes (immédiates) où les conséquences relativement certaines de l'évolution négative.

Le cadre BOCR associé à l'approche AHP permet de structurer les problèmes de décision en considérant les aspects positifs et négatifs, certains et incertains dans des sous-hiérarchies linéaires. Dans certains cas, pour tenir compte des interdépendances entre les éléments des différents ensembles, l'analyse BOCR est combinée au processus de réseaux analytiques (ANP), extension de la méthode AHP qui propose de représenter les interactions en structurant le problème de décision sous forme de réseau intégrant les relations entre éléments de la décision.

3.1.1. Méthodes d'agrégation des facteurs B, O, C, R

De façon générale, l'analyse BOCR permet aux outils d'aide à la décision multicritère de structurer les problèmes de décision complexe en les partitionnant sur les facteurs de bénéfice, opportunité, coût et risque. En fonction de l'outil d'évaluation sélectionné, la répartition des facteurs B, O, C, R peut se faire à travers des sous-hiérarchies (procédure AHP) ou des sous-réseaux (procédure ANP).

L'évaluation de chaque sous-groupe se fait par comparaison par paire puis agrégation des données de chaque niveau en partant du niveau le plus détaillé. Des questions de comparaison par paire sont posées pour identifier l'alternative la plus bénéfique ou ayant les meilleures opportunités en considérant d'une part les critères et sous-critères (critères détaillés) des sous-groupes du bénéfice (B) et de l'opportunité (O). D'autre part, des questions de comparaison par paire sont posées pour identifier le risque et le coût liés à chaque alternative à travers les critères et sous-critères de chaque sous-groupe de risque (R) et de coûts (C) (Saaty 2003). Le poids des alternatives est obtenu par combinaison des poids des critères de chaque sous-groupe. Chaque alternative est alors représentée par son taux de bénéfice (B), d'opportunité (O), de coût (C) et de risque (R), ces taux pondérés par les poids relatifs des facteurs B, O, C et R sont ensuite combinés pour obtenir un seul résultat pour chaque alternative. Saaty (Saaty 2003) propose cinq façons de combiner les scores de chaque alternative en considérant les résultats d'évaluation des facteurs B, O, C et R. Dans un problème de décision de groupe basé sur des évaluations individuelles, la priorité relative notée P_i^k d'un décideur d_k pour chaque alternative a_i^k peut être donnée comme suit.

1. Agrégation additive :

$$P_i^k = b^k B_i^k + o^k O_i^k + c^k \left[(1/C_i^k)_{normalisé} \right] + r^k \left[(1/R_i^k)_{normalisé} \right] \quad (3-1)$$

où ; $B_i^k, O_i^k, C_i^k, R_i^k$ représentent respectivement les résultats d'évaluation des structures B, O, C, R d'un décideur d_k concernant une alternative a_i^k ,

et b^k, o^k, c^k, r^k , représentent respectivement les poids normalisés des facteurs B, O, C, R d'un décideur d_k .

2. Agrégation probabiliste additive :

$$P_i^k = b^k B_i^k + o^k O_i^k + c^k(1 - C_i^k) + r^k(1 - R_i^k) \quad (3-2)$$

3. Agrégation additive soustractive :

$$P_i^k = b^k B_i^k + o^k O_i^k - c^k C_i^k - r^k R_i^k \quad (3-3)$$

4. Agrégation multiplicative avec poids en puissance (multiplicative priority powers) :

$$P_i^k = (B_i^k)^{b^k} (O_i^k)^{o^k} \left[(1/C_i^k)_{normalisé} \right]^{c^k} \left[(1/R_i^k)_{normalisé} \right]^{r^k} \quad (3-4)$$

5. Agrégation multiplicative :

$$P_i^k = B_i^k O_i^k / C_i^k R_i^k \quad (3-5)$$

Notons que dans les méthodes d'agrégation multiplicatives, la multiplication produit une nouvelle unité qui n'a pas d'interprétation intuitive contrairement à l'addition qui a l'avantage de maintenir l'unité d'origine à la fois dans le numérateur et le dénominateur et qui, par conséquent, devrait être recommandée. L'utilisation d'une expression d'agrégation prioritaire dans laquelle les aspects négatifs apparaissent comme des inverses des aspects positifs n'est, par contre, pas recommandée car elle risque de produire un classement erroné des alternatives (même si les poids sont proportionnels et prennent en compte la grandeur des valeurs réciproques) (Wijnmalen 2007).

La principale critique émise concernant l'analyse BOCR est que les différentes hiérarchies (ou réseaux) relatives aux facteurs B, O, C, R produisent des priorités relatives à partir de différentes échelles, généralement non proportionnées, ce qui peut conduire à des résultats globaux non représentatifs (Wijnmalen 2007). Pour y remédier, Wijnmalen souligne qu'il est crucial d'exprimer les priorités sur les facteurs B, O, C, R en termes proportionnels. Pour y parvenir, en considérant une analyse BC, une procédure d'ajustement formelle couvrant les hiérarchies de bénéfice et de coût à une unité commune (échelle de mesure identique) est proposée dans (Wedley et al. 2001) afin de garantir que les ratios bénéfices/coûts résultant indiquent un seuil de rentabilité significatif. Cette procédure peut être adaptée dans le cas d'une analyse BOCR. L'inconvénient réside cependant dans la difficulté cognitive de comparer les résultats obtenus sous les facteurs B, O, C, R. Des techniques potentiellement plus simples pour atteindre la commensurabilité ont été présentées dans (Wedley et al. 2003). Les auteurs proposent dans ce travail d'utiliser une technologie d'axe de liaison permettant, avant de lier les hiérarchies, d'identifier un nœud (critère) qui devient l'unité de mesure (nœud de liaison) pour chaque hiérarchie. Les autres nœuds sont ensuite exprimés en fonction de l'unité de chaque hiérarchie (mesures relatives).

Pour éviter les compensations et respecter les proportions de chaque facteur dans les résultats finaux, l'approche bipolaire présentée dans cette thèse propose d'évaluer le caractère positif et négatif des alternatives de façon indépendante. Les données sont normalisées à chaque niveau pour garder un même niveau de grandeur et assurer une comparaison cohérente. Une agrégation bipolaire basée sur la théorie des jeux satisfaisants est ensuite réalisée pour identifier distinctement les points positifs et négatifs de chaque alternative. Avant d'aborder ce point, la partie qui suit propose de présenter un bref état de l'art sur l'application de l'analyse BOCR dans la littérature.

3.1.2. Etat de l'art de l'analyse BOCR

L'analyse BOCR connaît un intérêt grandissant traduit par son utilisation croissante en combinaison avec des procédures d'évaluation essentiellement hiérarchiques ou de réseau. Dans ce qui suit, une rapide revue de la littérature du domaine est présentée.

Pour tenir compte des interactions potentielles entre les différents niveaux d'un processus décisionnel, l'approche ANP est régulièrement associée à l'analyse BOCR afin d'offrir une modélisation des problèmes de décision par réseau en soulignant les relations et l'impact des facteurs b, o, c, r à chaque niveau (Lee et al. 2012), (Ghajar & Najafi 2012). Des processus hybrides combinant l'approche ANP et l'analyse BOCR à d'autres outils de résolution sont proposés dans la littérature. Par exemple, un processus hybride intégrant une approche ANP, une analyse BOCR, une méthode Delphi floue et une modélisation structurelle d'interprétation (ISM : Interpretive Structural Modeling) servent de processus de sélection dans le cadre d'une évaluation des directions de développement des districts concernant les perspectives de revitalisation et de régénération (Wang et al. 2013). Le modèle proposé permet de représenter quantitativement les interactions complexes et de faire des prévisions sur les développements futurs.

Lee et al. (Lee et al. 2012) proposent également un modèle d'évaluation global basé sur la modélisation structurelle d'interprétation (ISM), le processus ANP flou et une analyse BOCR dans le but de sélectionner des turbines appropriées lors de l'élaboration d'un parc éolien. L'approche ANP et l'analyse BOCR sont associées à un tableau de bord équilibré (Balance ScoreCard(BSC) (Kaplan & Norton 1996)) dans (Shiue & Lin 2012) pour estimer les différentes stratégies de recyclage concernant la collecte en amont de l'industrie de l'énergie solaire. Le tableau de bord équilibré est également associé à l'approche ANP-BOCR dans (Tjader et al. 2013) pour construire un modèle de décision cohésive déterminant le niveau d'approvisionnement des entreprises. Pour représenter l'impact des indicateurs du tableau de bord équilibré (apprentissage, processus, clients et finances), le processus ANP est utilisé pour modéliser hiérarchiquement le modèle d'évaluation en considérant les relations et interactions entre les différents indicateurs.

L'analyse BOCR combinée au processus ANP permet d'évaluer les critères sélectionnés au niveau de chaque indicateur. L'agrégation des résultats est réalisée ensuite par agrégation additive soustractive. Un modèle comprenant un processus ANP, une analyse BOCR et une méthode Delphi est proposé dans (Hasanzadeh et al. 2013) afin d'identifier les causes principales de pollutions dues à l'industrie pétrolière. Une fois les critères identifiés à l'aide de la méthode Delphi, la répartition BOCR de ces derniers est réalisée selon le processus ANP pour permettre ensuite leur évaluation par comparaison par paire.

En utilisant la synthèse additive et multiplicative, la procédure ANP combinée à l'analyse BOCR a été adoptée par (Erdogmus, Kapanoglu & Koc 2005) dans le cadre de la résolution d'un problème multicritère multi-acteurs. Dans le but de sélectionner un nouveau système de traitement de transactions afin de renforcer l'efficacité et la qualité de fonctionnement d'une firme coopérative de consommation, le modèle proposé a permis l'implication de la direction à l'ensemble des phases du processus décisionnel. Dans un autre travail basé sur le modèle présenté dans (Erdogmus, Kapanoglu & Koc 2005), les auteurs ont évalué les carburants de substitution pour le chauffage résidentiel en Turquie en considérant les questions politiques, économiques, sociales et environnementales (Erdogmus et al. 2006).

Dans le domaine de l'analyse de la décision et l'architecture d'entreprise, pour mieux gérer les défis économiques, technologiques, et organisationnels rencontrés dans les modèles de motivation des affaires (BMM : Business Motivation Model) utilisant l'approche de l'analyse traditionnelle SWOT (Stron(force), Weakness (faiblesses), Opportunities (Opportunité), Threat(menaces)), Feglar et ses coauteurs (Feglar et al. 2006) ont proposé d'utiliser un modèle basée sur la procédure ANP combinée à l'analyse BOCR. Ce modèle permet de résoudre les limitations importantes qui ressortaient de l'analyse SWOT et améliorer les influences potentielles (internes et externes) dans le but d'améliorer la capacité de décision du personnel concerné.

Résoudre un problème multicritère de sélection de fournisseurs à capacité différentes revient à choisir les meilleurs fournisseurs d'une part et à définir les quantités optimales à demander auprès des fournisseurs sélectionnés d'autre part. Pour résoudre ce type de problème, une approche intégrée combinant un processus ANP, une analyse BOCR et une programmation linéaire mixte multi-objectifs en nombres entiers a été proposée dans (Demirtas & Üstün 2008) afin d'intégrer les facteurs tangibles et intangibles au modèle d'évaluation. Les propriétés de chaque fournisseur sont calculées en utilisant l'approche ANP combinée à l'analyse BOCR puis utilisés comme paramètres de la fonction objectif. Le modèle est résolu en utilisant la méthode par contraintes (Haimès et al. 1971) et la procédure tchebycheff de niveau de réservation (Reeves & MacLeod 1999) qui consiste à réduire les niveaux de réservation basés sur les réponses de réduction de l'espace objectif du décideur.

Un modèle mathématique basé sur une approche intégrée combinant un processus ANP, une analyse BOCR et un Archimedean goal programming (appelé aussi weighted goal programming) (Charnes & Cooper 1961) a été proposé dans (Aktar Demirtas & Ustun 2009) afin de résoudre un problème (multi-période) de dimensionnement de stock à un seul produit et plusieurs fournisseurs. La méthode de résolution proposée se fait en deux étapes ; évaluation des fournisseurs puis détermination de leurs allocations d'expédition périodiques. En intégrant des données tangibles et intangibles, l'évaluation des fournisseurs se fait en combinant l'approche ANP à l'analyse BOCR. Pour répartir les commandes, un modèle multi-objectif de programmation linéaire mixte est déployé. Ce modèle permet d'atteindre les objectifs périodiques (budget, quantité globale, valeur globale des achats, etc.) et est résolu en utilisant la méthode Archimedean goal programming qui tente de minimiser la fonction objectif formée par une somme pondérée de variables d'écart (Misir & Misir 2007).

Dans certains cas, l'analyse BOCR est associée à la théorie des ensembles flous et à l'approche AHP afin de surmonter l'incertitude et les ambiguïtés des processus décisionnels humains. Par exemple, pour évaluer les diverses formes de relations acheteur-fournisseur (Lee 2009a), dans le cas d'un problème de sélection de fournisseurs (Lee 2009b), pour résoudre un problème de sélection

stratégique d'un système de production d'énergie hybride (solaire-éolien) (Chen et al. 2010), ou encore pour évaluer une production d'hydrogène (Heo et al. 2012), etc.

L'analyse BOCR associée au processus AHP a également été introduite dans le cadre d'une approche bipolaire dans (Tchangani, & Pérès 2010) et (Bouzarour-Amokrane et al. 2012a) dans le but de représenter distinctement les aspects positifs et négatifs des alternatives en considérant l'aspect incertain dans la phase de recommandation.

Dans la partie suivante, l'analyse BOCR est combinée au processus AHP pour modéliser et évaluer un problème de décision de groupe dans le cadre d'une résolution bipolaire. Le choix de la méthode AHP au lieu de la méthode ANP est légitimé par le fait que cette dernière présente des difficultés liées à la structuration du réseau et à l'abondance des informations qu'elle exige ce qui implique généralement des jugements incohérents et altérés du fait que les décideurs n'ont habituellement pas la patience de répondre à des questionnaires trop lourds (A. H. I. Lee, 2009b). Nous proposons par conséquent, d'adapter le concept BOCR à un modèle AHP. Les interactions entre les éléments de la décision ne seront toutefois pas négligés, le modèle proposé intègre effectivement une modélisation des relations entre les éléments de chaque niveau hiérarchique.

3.2. Concept BOCR dans l'évaluation bipolaire

Dans le chapitre précédent, une approche bipolaire a été proposée pour modéliser et évaluer les alternatives dans le cas des problèmes de décision de groupe basés sur des évaluations individuelles. En considérant un environnement certain, cette approche a permis de mettre en évidence les aspects positifs et négatifs des alternatives de manière générale. Les problèmes de décision réels sont toutefois, fréquemment entachés d'incertitudes liées d'une part, au contexte dans lequel le problème de décision évolue et, d'autre part aux acteurs de la décision. Pour intégrer ces incertitudes au modèle bipolaire proposé dans le chapitre 2, l'analyse BOCR offre un cadre structurant en accord avec la notion de bipolarité et conduisant à la distinction entre les attributs certains et incertains dans les deux catégories de supportabilité et de rejetabilité (voir figure 3-1), ce qui correspond à la répartition des attributs de support entre bénéfique (certain) et opportunité (incertain) et les attributs de rejet entre cout (certain) et risque (incertain). Cette démarche permet de réduire les difficultés liées à la définition des facteurs B, O, C, R et leurs relations (Wijnmalen 2007). Dans la continuité de la figure 2-5, voir la figure 3-1 ci-dessous.

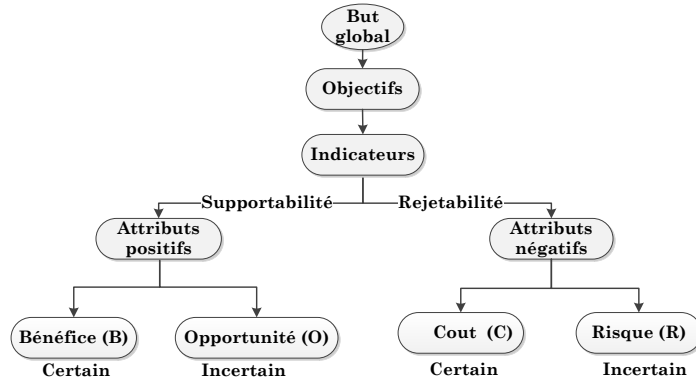


Figure 3-1. Structuration bipolaire par analyse BOCR

3.2.1. Caractéristiques BOCR dans le cadre bipolaire

Soit $D = \{d_1, d_2, \dots, d_p\}$ l'ensemble des acteurs de la décision, $O^k = \{o_1^k, o_2^k, \dots, o_{q_k}^k\}$ l'ensemble des objectifs d'un décideur d_k et $A^k = \{a_1^k, a_2^k, \dots, a_{n_k}^k\}$, l'ensemble des alternatives qui peut être commun à tous les décideurs notamment dans le cas de choix social. Dans l'approche bipolaire proposée, pour chaque coupe (a_i^k, o_l^k) , l'ensemble des attributs d'un décideur d_k noté $C^{o_l^k}(a_i^k) = \{c_1^{o_l^k}, c_2^{o_l^k}, \dots, c_{m_k}^{o_l^k}\}$ est réparti entre les attributs de supportabilité $C_s^{o_l^k}(a_i^k)$ et les attributs de rejetabilité $C_r^{o_l^k}(a_i^k)$ tel que $C^{o_l^k}(a_i^k) = C_s^{o_l^k}(a_i^k) \cup C_r^{o_l^k}(a_i^k)$ et $C_s^{o_l^k}(a_i^k) \cap C_r^{o_l^k}(a_i^k) = \emptyset$.

L'utilisation de l'analyse BOCR dans un contexte bipolaire facilite l'identification des attributs relatifs à chaque facteur B, O, C, R par distinction entre les attributs certains et incertains dans chaque sous-ensemble de supportabilité et de rejetabilité, ce qui revient à les définir respectivement comme suit ; $C_s^{o_l^k}(a_i^k) = C_B^{o_l^k}(a_i^k) \cup C_O^{o_l^k}(a_i^k)$ et $C_r^{o_l^k}(a_i^k) = C_C^{o_l^k}(a_i^k) \cup C_R^{o_l^k}(a_i^k)$ avec $C_B^{o_l^k}(a_i^k) \cap C_O^{o_l^k}(a_i^k) = \emptyset$ et $C_C^{o_l^k}(a_i^k) \cap C_R^{o_l^k}(a_i^k) = \emptyset$.

Les attributs certains relatifs au coût et au bénéfice peuvent être considérés comme des caractéristiques immédiates des alternatives tandis que les attributs incertains relatifs au risque et à l'opportunité présentent des potentialités de conséquences liées à la mise en place des alternatives (Bouzarour-Amokrane et al. 2012a).

L'évaluation des attributs dans le cadre d'une analyse BOCR peut se faire à l'aide de plusieurs méthodes d'évaluation parmi lesquelles les procédures AHP/ANP (Erdogmus, Kapanoglu & Koc 2005), (Feglar et al. 2006), (Saaty 2001), (Saaty & Shang 2007) et la procédure AHP floue (Lee 2009b), (Lee 2009a) sont les plus utilisées.

En considérant la procédure d'évaluation bipolaire proposée dans le chapitre précédent, l'intégration d'une analyse BOCR au processus AHP permet d'évaluer les alternatives à travers des attributs positifs et négatifs, certains et incertains. Dans ce cas, l'atteinte des objectifs par les alternatives est quantifiée à l'aide d'un ensemble d'indicateurs $I^{o_l^k}(a_i^k)$ défini par l'équation (3-6).

$$I^{o_i^k}(a_i^k) = \varphi^{o_i^k}(c^{o_i^k}(a_i^k)) = \begin{cases} \varphi_S^{o_i^k}(c_S^{o_i^k}(a_i^k)) = \begin{cases} \varphi_b^{o_i^k}(c_b^{o_i^k}(a_i^k)) \\ \varphi_o^{o_i^k}(c_o^{o_i^k}(a_i^k)) \end{cases} \\ \varphi_R^{o_i^k}(c_R^{o_i^k}(a_i^k)) = \begin{cases} \varphi_c^{o_i^k}(c_c^{o_i^k}(a_i^k)) \\ \varphi_r^{o_i^k}(c_r^{o_i^k}(a_i^k)) \end{cases} \end{cases} \quad (3-6)$$

avec ;

$\varphi_{\times}^{o_i^k}$: mesure d'agrégation de la composante correspondante liée au facteur \times où $\times = b, o, c, r$.

$c^{o_i^k}(a_i^k)$: vecteur des attributs d'un décideur d_k permettant l'évaluation de la performance d'une alternative a_i^k à atteindre un objectif o_i^k . Le vecteur $c^{o_i^k}(a_i^k)$ est défini par l'équation (3-7) suivante.

$$c^{o_i^k}(a_i^k) = \left[c_S^{o_i^k}(a_i^k) \quad c_R^{o_i^k}(a_i^k) \right] \quad (3-7)$$

avec,

$c_S^{o_i^k}(a_i^k) = \left[c_b^{o_i^k}(a_i^k) \quad c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right]$: sous-ensemble des attributs de supportabilité répartis entre les attributs certains (bénéfice) et incertains (opportunité) liés à l'alternative a_i^k du décideur d_k et

$c_R^{o_i^k}(a_i^k) = \left[c_c^{o_i^k}(a_i^k) \quad c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right]$: sous-ensemble des attributs de rejetabilité répartis entre les attributs certains (coût) et incertains (risque), liés à l'alternative a_i^k du décideur d_k .

L'évaluation des facteurs certains peut se faire à l'aide de la procédure d'évaluation développée dans le chapitre précédent (voir section 2.2.2), à savoir, par comparaison par paire en utilisant la procédure AHP pour quantifier les relations entre les attributs relatifs aux facteurs de coût et de bénéfice et les objectifs et alternatives. Pour tenir compte de la synergie, l'agrégation des résultats d'évaluation peut se faire à travers l'intégrale de Choquet associée à la mesure floue cardinale pondérée (MFCP) proposée dans le chapitre précédent.

A notre connaissance, bien que l'utilisation de l'analyse BOCR connaisse une forte expansion, les méthodes proposées dans la littérature n'abordent pas la quantification et l'évaluation des facteurs incertains représentés par les attributs d'opportunité et risque. Pour remédier à cette lacune, la partie qui suit propose une définition et une approche de quantification des facteurs incertains.

3.3. Evaluation du risque et de l'opportunité

Toute alternative peut présenter un risque potentiel et/ou une opportunité à saisir. Pour sélectionner la meilleure alternative, une évaluation rigoureuse tenant compte des aspects incertains est nécessaire. Dans cette partie, une définition et une méthodologie d'évaluation de ces facteurs incertains dans le cadre de l'analyse BOCR est proposée.

3.3.1. Définition du risque et de l'opportunité

La notion de risque a toujours présenté un impact sur les activités humaines. Pour gérer cet impact, le concept de risque est étudié depuis longtemps et de nombreuses définitions sont proposées dans la littérature pour l'explicitier. En fonction du domaine d'étude, le risque est associé souvent aux notions d'évènement, de cause, de conséquence, de probabilité d'occurrence, de gravité (ou impact), de perte (ou coût), de danger ou d'incertitude (Villeneuve 2012).

L'utilisation massive du concept de risque et sa large application permettent de distinguer différentes typologies. Les types de risque les plus couramment employés dans la littérature sont (Dubey & Dufresne 2002) : les risques avec et sans conséquences financières, les risques en régime permanent ou transitoire, les risques fondamentaux ou particuliers, les risques purs ou spéculatifs (pour plus de détails se référer à (Villeneuve 2012)).

La littérature regorge de définitions liées à la notion de risque, souvent perçue comme un événement, une mesure, une incertitude ou un état (Sienou 2009). Pour chaque cas (perception), plusieurs définitions sont proposées. Dans ce qui suit, un aperçu de ces définitions est présenté en précisant le domaine d'application de chaque définition (voir (Villeneuve 2012)).

Parmi les définitions qui considèrent le risque comme un 'évènement', le domaine des assurances estime que le risque est « un péril qui peut causer des pertes » ou encore un « danger ou condition qui augmente la fréquence ou la sévérité de la perte probable » (IFRIMA 1995). Dans les milieux industriels, lorsqu'il est considéré comme un évènement, le risque est défini comme étant « un aléa dont la survenance prive un système d'une ressource et l'empêche d'atteindre ses objectifs » (Wybo 1998). Le risque dans ce cas est défini comme un évènement susceptible de se produire. Il est caractérisé par une probabilité d'occurrence, des conséquences (souvent liées à une perte), et la nature de l'évènement. Le caractère intuitif de ces définitions les rend largement utilisables dans l'industrie au service de la 'maintenance' afin d'anticiper les événements négatifs qui peuvent affecter un système (Villeneuve 2012).

Le risque peut être perçu comme une 'mesure' dans plusieurs domaines tels que l'industrie où le risque est « la mesure du danger » (Kervern & Rubise 1991), le domaine de l'ingénierie des systèmes où le risque décrit « la probabilité avec laquelle une erreur va conduire à une conséquence indésirable » (Rosemann & zur Muehlen 2005), le domaine de la gestion de projet où c'est la « mesure de la probabilité et des conséquences de la non atteinte de l'objectif défini d'un projet » (Kerzner 2013). Ces définitions considérant le risque comme une mesure du degré d'incertitude ou de la perte causée par un évènement incertain sont fréquemment utilisés dans le secteur des finances et des

assurances. La représentation mathématique du risque dans ce cas, permet de l'intégrer dans des modèles informatiques constituant ainsi des outils potentiels d'aide à la décision.

Dans d'autres cas, le risque est assimilé à une 'incertitude'. Il s'intéresse essentiellement aux causes et conséquences de l'évènement incertain sans les mesurer. Par exemple, dans le domaine de management, le risque peut être défini ainsi: « le risque se réfère à l'incertitude qui entoure des événements et des résultats futurs. C'est l'expression de la probabilité et l'impact d'un événement susceptible d'influencer l'atteinte des objectifs d'une organisation ». (Treasury Board of Canada Secretariat 2010). Dans le cadre de la gestion de projet le risque est considéré comme étant « la possibilité que survienne un événement dont l'occurrence entraînerait des conséquences (positives ou négatives) sur le déroulement de l'activité du projet considéré » (Gourc 2006), ou encore « le risque est un événement incertain ou un ensemble de circonstances qui, s'il se produit, aura un effet sur la réalisation des objectifs du projet » (Simon et al. 1997).

Le risque peut également être assimilé à un 'état' particulier d'un système. Cette perception est présente essentiellement dans les domaines de management et de la sécurité au travail. Par exemple, dans le domaine de management on peut rencontrer la définition suivante « le risque en entreprise est défini comme la menace qu'un événement ou une action peut représenter concernant la capacité de l'entité à atteindre ses objectifs d'affaires et d'exécuter ses stratégies avec succès » (Marrs & Mundt 2007).

Plus récemment, les chercheurs ont considéré la gestion des risques à partir d'une perspective plus large intégrant la gestion des opportunités (Hillson 2002), (Olsson 2007) et la gestion des incertitudes (Ward & Chapman 2003), (Chapman 2006), (Perminova et al. 2008).

Par exemple, le risque et l'opportunité sont considérés parfois comme le résultat engendré par une incertitude. L'incertitude est un terme général qui présente deux variétés: le risque, se référant exclusivement à une menace, c'est-à-dire, à une incertitude avec des effets négatifs, et, l'opportunité qui est une incertitude avec des effets positifs (Hillson 2002).

Dans le cadre de l'analyse BOCR d'un problème de décision de groupe, le risque et l'opportunité considérés sont respectivement négatif et positif et liés à des événements ou à des facteurs indépendants.

Pour garder la terminologie usuelle utilisée dans la littérature, les notions de « facteurs de risque » et « facteurs d'opportunité » vont être utilisées dans ce qui suit pour désigner respectivement les attributs relatifs au risque et à l'opportunité. Pour une alternative a_i^k d'un décideur d_k , le risque et l'opportunité liés à l'atteinte d'un objectif o_i^k sont obtenus à l'aide des sous-ensembles d'attributs $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$, $c_o^{o_i^k}(a_i^k)$ en combinant la probabilité d'occurrence du facteur considéré et l'importance de ses conséquences (impact) s'il se réalise (Bouzarour-Amokrane et al. 2012a). La définition du risque et de l'opportunité est donnée à la suite.

Définition 3-1. Soit $R^{o_i^k}(a_i^k)$ et $O^{o_i^k}(a_i^k)$ les mesures respectives du risque et de l'opportunité liées à l'atteinte d'un objectif o_i^k données par un décideur d_k en considérant une alternative a_i^k . Ces mesures sont obtenues respectivement par les équations (3-8), (3-9) suivantes :

$$R^{o_i^k}(a_i^k) = \varphi_r^{o_i^k} \left(S_r^{o_i^k} \left(c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right), Pr \left(c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right) \right) \quad (3-8)$$

$$O^{o_i^k}(a_i^k) = \varphi_o^{o_i^k} \left(Imp_o^{o_i^k} \left(c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right), Pr \left(c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right) \right) \quad (3-9)$$

avec,

$S_r^{o_i^k}$: sévérité (impact négatif) des facteurs (attributs) de risque dans l'atteinte de l'objectif o_i^k ,

$Imp_r^{o_i^k}$: importance (impact positif) des facteurs (attributs) d'opportunité dans l'atteinte de l'objectif o_i^k .

Pour identifier une mesure de risque, il est nécessaire de répondre à trois questions (Haines et al. 2002):

- Qu'est-ce qui peut mal tourner? Identification des facteurs de risque $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$
- Quelle est la probabilité que cela se produise? Détermination de la probabilité d'occurrence $Pr \left(c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right)$
- Quelles sont les conséquences sur l'objectif o_i^k si ça se passe mal? Estimation de la sévérité $S_r^{k,o_i} \left(c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right)$

L'opportunité peut être identifiée et mesurée en réponse à des questions similaires:

- Que peut-il se passer de bien ? Identification des facteurs de risque $c_o^{o_i^k}(a_i^k)$
- Quelle est la probabilité que cela se passe bien ? Détermination de la probabilité d'occurrence $Pr \left(c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right)$
- Quelles sont les conséquences sur l'objectif o_i^k si tout va bien ? Estimation de l'importance $Imp_o^{k,o_i} \left(c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right)$

La quantification des mesures du risque et de l'opportunité est abordée dans la section suivante à travers une méthode d'évaluation des facteurs incertains basée sur les notions de sévérité et d'importance.

3.3.2. Mesure du risque et de l'opportunité

En se basant sur la définition 3-1, l'évaluation du risque et de l'opportunité liés à l'atteinte d'un objectif donné passe par la quantification des mesures de sévérité et d'importance. Ces mesures peuvent prendre plusieurs formes et sont en général mesurées numériquement.

Pour les obtenir, nous proposons de définir «l'atteinte des objectifs» à travers la réalisation ou non de ses indicateurs. Ainsi, la sévérité d'un attribut de risque $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$, relative à son impact sur la non-atteinte d'un objectif o_i^k , peut être mesurée à partir du degré de non-réalisation des indicateurs de cet objectif.

De façon générale, comme les décideurs sont plus à même de se prononcer sur des valeurs symboliques plutôt que sur des valeurs précises, une des possibilités de définir l'atteinte des objectifs est l'utilisation d'une discrétisation floue. Par exemple un décideur d^k peut évaluer t indicateurs à travers un ensemble linguistique L_i^k comportant plusieurs états (par exemple, $L_i^k = \{bas, moyen, \dots, très\ haut\}$). L'estimation de l'atteinte d'un objectif o_i^k à partir de cet indicateur est réalisée en séparant les états supportant l'atteinte de l'objectif (L_i^{k+}), des états qui la rejettent (L_i^{k-}). En fonction de la nature du problème, des données et de l'appréciation des décideurs, la représentation du degré de réalisation d'un objectif en fonction d'un indicateur peut prendre plusieurs formes comme le montre la figure 3-2 suivante.

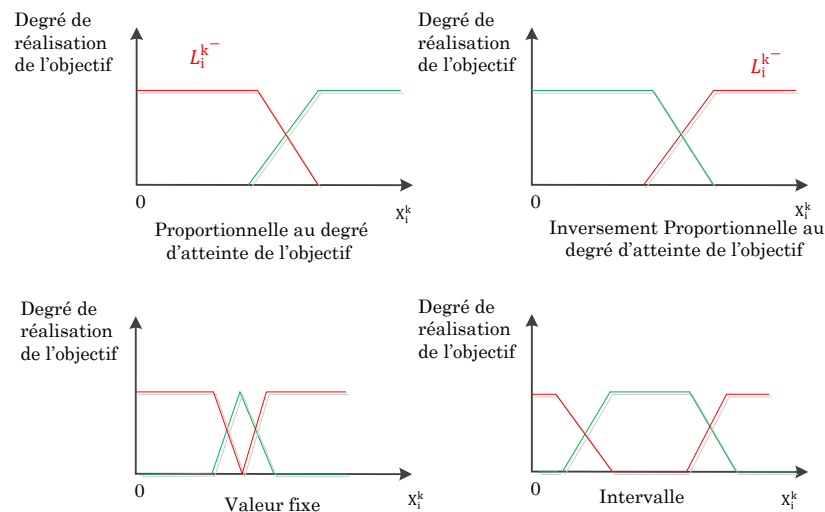


Figure 3-2. Exemple de représentations du degré de réalisation d'un objectif en fonction d'un indicateur

Comme déjà mentionné, l'évaluation de la sévérité liée à un attribut de risque $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$ peut être estimée à partir du degré de non-réalisation des indicateurs liés à l'objectif o_i^k .

En notant $I_{x_r}^{o_i^k}$ l'indicateur relatif au facteur risque considéré et X_i^k son ensemble d'évaluation linguistique composé de j états notés $X_i^k(j)$. La mesure du taux de sévérité liée à l'attribut de risque $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$ revient à estimer la probabilité de non-atteinte de l'objectif o_i^k à travers l'évaluation de l'indicateur $I_{x_r}^{o_i^k}$. Pour se faire, on définit par X_i^{k-} , l'ensemble des états $X_i^k(j)$ dans lesquels l'indicateur $I_{x_r}^{o_i^k}$ n'est pas atteint. L'estimation du degré de sévérité reviendrait alors à répondre à la question

suivante « *En considérant l'attribut $c_r^{o_i^k}(a_i^k)$, quelle est la probabilité que l'indicateur $I_{x_r}^{o_i^k}$ appartienne aux états $X_i^-(j)$?* ».

La mesure de sévérité est donnée par l'équation (3-10).

$$S_r^{o_i^k} \left(c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right) = \underset{j}{\text{agrégation}} \left(\Pr \left(I_{x_r}^{o_i^k}(a_i^k) \in X_i^-(j) \mid c_r^{o_i^k}(a_i^k) \right) \right) \quad (3-10)$$

Cette équation permet d'évaluer la sévérité liée à un critère de risque à travers l'évaluation de la probabilité qu'un indicateur soit dans un des états $X_i^-(j)$ impliquant la non réalisation de l'objectif o_i^k .

De même, l'importance liée à l'opportunité est donnée pour un indicateur $I_{x_o}^{o_i^k}$ évalué à travers un ensemble linguistique noté Y_i^k dans lequel le sous-ensemble noté Y_i^{k+} contient les états $Y_i^{k+}(j)$ permettant l'atteinte de l'objectif. La mesure de l'importance est donnée par l'équation (3-11) suivante.

$$Imp_o^{o_i^k} \left(c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right) = \underset{j}{\text{agrégation}} \left(\Pr \left(I_{x_o}^{o_i^k}(a_i^k) \in Y_i^{k+}(j) \mid c_o^{o_i^k}(a_i^k) \right) \right) \quad (3-11)$$

Selon la nature du problème, des données et des appréciations des décideurs, les états peuvent être représentés par des valeurs fixes ou intervalles avec des limites nettes ou floues.

Concernant les probabilités conditionnelles, la nature des données, leur qualité et quantité vont déterminer les méthodes à utiliser pour leur estimation. Le degré de connaissance des experts joue également un rôle déterminant dans le choix de la méthode d'évaluation si l'estimation se fait par expertise. Les données peuvent être de nature certaines, incertaines, quantitatives ou qualitatives. Si les données recueillies sont de nature certaine et quantitative et en grande quantité, des méthodes statistiques peuvent être déployées pour calculer les probabilités conditionnelles. Ce travail est réalisé par l'homme d'étude. Dans le cas où les données viennent à manquer et/ou qu'elles soient de nature incertaine et qualitative, on ne repose plus sur une réalité physique. Dans ce cas, l'expertise humaine intervient et des jugements subjectifs sont établis par les décideurs et/ou les experts. Les méthodes de hiérarchie ou de réseau analytique (AHP/ANP) peuvent être utilisées pour permettre l'évaluation des probabilités conditionnelles par comparaison par paire. Les méthodes de perspectives telles que Smic-Prob Expert (Godet et al. 2000), (Martino 1992) visant à déterminer des probabilités simples et conditionnelles d'hypothèses et/ou d'événements à partir des avis d'experts peuvent également être utiles à ce niveau. Toutefois, les estimations peuvent être caractérisées par un manque de précision, d'incertitude et de subjectivité. Pour remédier à cela, la logique floue (Bouchon-Meunier 1990) (Klir et al. 1988) permet de gérer l'hésitation, l'ambigüité et pallier les limites de la logique booléenne classique. Elle propose de formaliser l'usage des termes vagues et les rend manipulables. Enfin, si les données sont ignorées (totalement ou partiellement), la théorie de l'évidence (Shafer 1976) permet de traiter l'incertain et de manipuler des événements non nécessairement exclusifs. Ceci lui confère l'avantage de pouvoir représenter explicitement l'incertitude tout en prenant en compte ce qui reste inconnu.

Un exemple de mesure de sévérité est présenté dans l'encart suivant pour illustrer l'application de la méthode proposée pour évaluer le risque et l'opportunité à partir des mesures de sévérité et d'importance.

Exemple. Dans un problème de choix d'un fournisseur (Lee 2009b), en considérant l'objectif de qualité, un des indicateurs relatif au risque qui peut être considéré est 'la contrainte de livraison'. Cet indicateur est représenté dans (Lee 2009b) par les attributs de risque suivants : 'limite de capacité de livraison', 'limite de capabilité de livraison' et 'difficulté d'acquisition de la matière première par le fournisseur'.

Mesurer la sévérité liée à l'attribut 'limite de capacité de livraison' (LCL) par exemple, revient avec notre définition, à estimer l'impact de cet attribut sur l'atteinte de l'objectif 'qualité' à travers l'évaluation de l'indicateur 'contrainte de livraison'.

En supposant que l'indicateur 'contrainte de livraison' qu'on note i soit défini par l'ensemble linguistique $X_i = \{\text{très faible, faible, moyen, élevée, très élevée}\}$, l'estimation de l'atteinte de l'objectif 'qualité' à partir des états de cet indicateur peut être réalisé à travers les règles suivantes :

Si la contrainte de livraison est très faible ou faible alors le fournisseur est de très bonne qualité
 Si la contrainte de livraison est moyenne alors le fournisseur est de qualité moyenne
 Si la contrainte de livraison est élevée alors le fournisseur est de mauvaise qualité
 Si la contrainte de livraison est très élevée alors le fournisseur est de très mauvaise qualité

Pour estimer le degré d'atteinte de l'objectif qualité, on propose par exemple de représenter les états $X_i(j)$ de l'ensemble X_i (en fonction de l'attribut 'limite de capacité de livraison') respectivement par les intervalles suivants $[200,250]$, $[150,200]$, $[100,150]$, $[50,100]$, $[0,50]$ (voir figure 3-5).

En posant $X_i^- = \{\text{moyen, élevée, très élevée}\}$, le sous-ensemble impliquant la non-réalisation de l'objectif 'qualité', la sévérité liée à la 'limite de capacité de livraison' revient à estimer la probabilité que la contrainte de livraison soit de niveau moyen, élevé ou très élevé. Pour un fournisseur x , on a alors :

$$S_r^{\text{qualité}}(\text{limite de capacité de livraison}(\text{fournisseur } x)) \\ = \underset{j}{\text{agrégation}}(Pr(\text{contrainte de livraison} \in X_i^-(j) | \text{limite de capacité de livraison}(\text{fournisseur } x)))$$

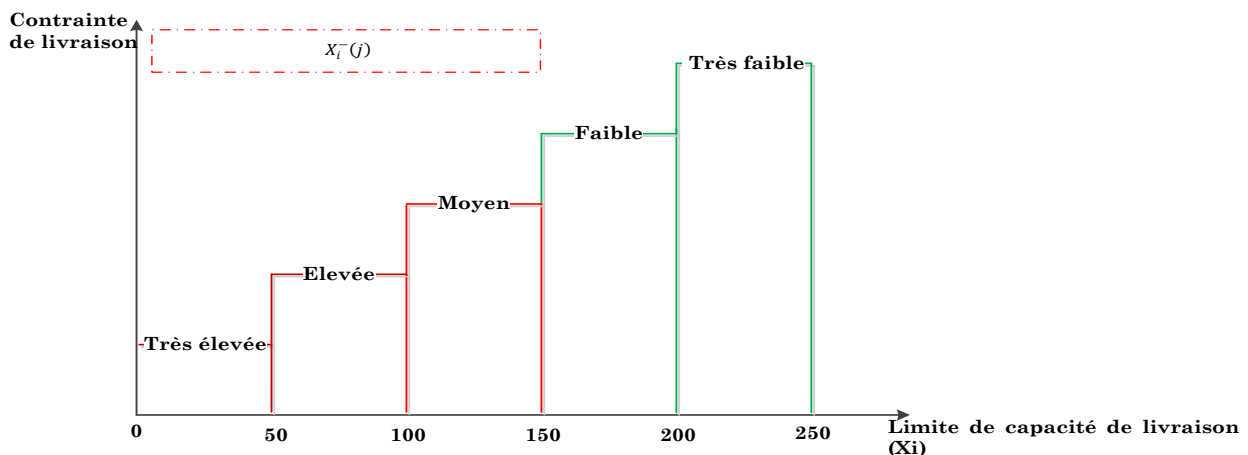


Figure 3-3. Evaluation de l'indicateur 'contrainte de livraison' en fonction de la LCL

Pour effectuer l'évaluation et la recommandation, l'agrégation des données est nécessaire. Tout d'abord, les mesure de sévérité et d'importance calculées par rapport aux facteurs de risque et d'opportunité sont agrégées pour chaque objectif (on note $S_r^{o_l^k}(\cdot)$ le résultat de l'agrégation de $S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k} \right)$ où w est l'indice du facteur de risque $c_{r,w}^{o_l^k}$, on écrit alors $S_r^{o_l^k}(\cdot) = \text{agrégation} \left(S_{r,w}^{o_l^k}(\cdot) \right)$. Le risque et l'opportunité de chaque alternative sont ensuite agrégés sur l'ensemble des objectifs ($R^k(a_i^k)/O^k(a_i^k) = \text{agrégation} \left(R^{o_l^k}(a_i^k)/O^{o_l^k}(a_i^k) \right)$). Les niveaux d'agrégation sont résumés dans l'algorithme ci-après.

Algorithme 3-1. Algorithme générique d'agrégation du risque et de l'opportunité

1 : Pour chaque décideur $d_k, (k = 1, p)$

2 : Pour chaque alternative $a_i^k, (i = 1, n)$

3 : Pour chaque objectif $o_l^k, (l = 1, q)$

4 : Pour chaque indicateur $I_x^{o_l^k} \in I^{o_l^k}, (x = 1, t)$

5 : Pour chaque attribut incertain $c_{r,w}^{o_l^k} \in c_r^{o_l^k}(a_i^k)/c_{o,w}^{o_l^k} \in c_o^{o_l^k}(a_i^k), (w = 1, m_x \text{ avec } x = r, s)$

6 : Calcul des mesures de sévérité et d'importance liées à la réalisation de chaque attribut de risque et de l'opportunité

$$S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) = \text{agrégation}_j \left(\text{Pr} \left(I_{x_r}^{o_l^k}(a_i^k) \in X_i^{k-}(j) \mid c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \right)$$

$$\text{Imp}_{o,w}^{o_l^k} \left(c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) = \text{agrégation}_j \left(\text{Pr} \left(I_{x_o}^{o_l^k}(a_i^k) \in Y_i^{k+}(j) \mid c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \right)$$

7 : Mesure du risque et de l'opportunité liés à chaque attribut

$$R_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k)/O_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k) = S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \text{Pr} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) / \text{Imp}_{o,w}^{o_l^k} \left(c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \text{Pr} \left(c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right)$$

Fin pour $(c_r^{o_l^k}(a_i^k)/c_o^{o_l^k}(a_i^k))$

8: Agrégation des mesures de risque et d'opportunité sur chaque indicateur

$$R_x^{o_l^k}(a_i^k)/O_x^{o_l^k}(a_i^k) = \text{agrégation} \left(S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right), \text{Pr} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \right) \\ / \text{agrégation} \left(\text{Imp}_{o,w}^{o_l^k} \left(c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right), \text{Pr} \left(c_{o,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \right)$$

Fin pour $(I_x^{o_l^k})$

9 : Agrégation sur chaque objectif

$$R^{o_l^k}(a_i^k)/O^{o_l^k}(a_i^k) = \text{agrégation} \left(R_x^{o_l^k}(a_i^k)/O_x^{o_l^k}(a_i^k) \right)$$

Fin pour (o_l)

10 : Calcul du risque lié à chaque alternative

$$R^k(a_i^k)/O^k(a_i^k) = \text{agrégation} \left(R^{o_l^k}(a_i^k)/O^{o_l^k}(a_i^k) \right)$$

Fin pour (a_i^k)

Evaluations Individuelles

Fin pour (d^k)

La fonction 'agrégation' utilisée dans les différents niveaux peut être définie par une intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée (voir équations (2-17), (2-18) du Chapitre 2) afin de tenir compte des interactions et relations de synergie à chaque niveau d'agrégation. Par exemple, l'évaluation du risque lié à une alternative a_i^k peut être obtenue à l'aide de l'algorithme suivant :

Algorithme 3-2. Algorithme d'évaluation du risque par agrégation avec intégrale de Choquet

Données d'entrée

$\omega^{k,o}$ vecteur des importances relatives des objectifs par rapport au but global

$\omega_i^{o_l^k}$ vecteurs de l'importance relative des indicateurs associés aux objectifs

ω_r^{k,o_l} vecteurs de l'importance relative des attributs de rejetabilité à l'atteinte des objectifs

Données de sortie

$R^k(a_i^k)$ résultat donné par le décideur d^k de l'évaluation du risque potentiel lié à l'alternative a_i^k

1 : Pour chaque décideur d_k

2 : Pour chaque alternative a_i^k

3 : Pour chaque objectif o_l^k

4 : Pour chaque indicateur $I_x^{o_l^k} \in I^{o_l^k}$

5 : Pour chaque attribut de risque $c_{r_w}^{o_l^k} \in c_r^{o_l^k}(a_i^k)$

6 : Calcul des mesures de sévérité liées à la réalisation de chaque facteur de risque

$$S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) = \text{agrégation} \left(\Pr \left(I_{x_r}^{o_l^k}(a_i^k) \in X_i^{k-}(j) \mid c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \right)$$

7 : Mesure du risque lié à chaque attribut pour chaque indicateur

$$R_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k) = S_{r,w}^{o_l^k} \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \Pr \left(c_{r,w}^{o_l^k}(a_i^k) \right)$$

Fin pour ($c_r^{o_l^k}(a_i)$)

8 : Agrégation des mesures de sévérité sur chaque indicateur

$$R_x^{o_l^k}(a_i^k) = C_{\omega_r^{o_l^k}} \left(R_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k) \right) \\ = \sum_{k=1}^{m_r} \left\{ \left(\frac{m_r - (k-1)}{m_r} \right) \left(\sum_{c_{r_w}^{o_l^k} \in c_r^{o_l^k}(k)} \omega_r^{o_l^k}(c_{r_w}) \right) \left(R_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k)_{(k)} - R_{w,x}^{o_l^k}(a_i^k)_{(k-1)} \right) \right\}$$

Fin pour ($I_x^{o_l^k}$)

9 : Calcul du risque sur chaque objectif

$$R^{o_l^k}(a_i^k) = C_{\omega_i^{o_l^k}} \left(R_x^{o_l^k}(a_i^k) \right) = \sum_{k=1}^t \left\{ \left(\frac{t-(k-1)}{t} \right) \left(\sum_{I_x^{o_l^k} \in I_r^{o_l^k}(k)} \omega_i^{o_l^k}(I_x^{o_l^k}) \right) \left(R_x^{o_l^k}(a_i^k)_{(k)} - R_x^{o_l^k}(a_i^k)_{(k-1)} \right) \right\}$$

Fin pour (o_l)

10 : Calcul du risque lié à chaque alternative

$$R^k(a_i^k) = C_{\omega^{k,o}} \left(R^{o_l^k}(a_i^k) \right) = \sum_{k=1}^q \left\{ \left(\frac{q-(k-1)}{q} \right) \left(\sum_{o_l^k \in O^{k,o}(k)} \omega^{k,o}(o_l^k) \right) \left(R^{o_l^k}(a_i^k)_{(k)} - R^{o_l^k}(a_i^k)_{(k-1)} \right) \right\}$$

Fin pour (a_i^k)
Fin pour (d^k)

La procédure d'évaluation des alternatives dans le cadre d'une analyse BOCR peut être résumée comme suit :

- Evaluation des attributs certains par rapport à l'atteinte des objectifs à travers les indicateurs.
- Agrégation des résultats de l'évaluation des attributs certains sur l'ensemble des objectifs afin d'obtenir une mesure de bénéfice et de coût pour chaque alternative.
- Evaluation des attributs incertains par rapport à l'atteinte des objectifs.
- Calcul des sévérité/importance pour chaque attribut sur chaque indicateur.
- Calcul du risque et de l'opportunité liés à chaque attribut.
- Agrégation des mesures du risque et de l'opportunité sur chaque indicateur puis sur chaque objectif.
- Agrégation du risque et de l'opportunité sur l'ensemble des objectifs pour chaque alternative.
- Agrégation des mesures du bénéfice, opportunité, coût et risque pour chaque alternative.

Dans le cadre de l'approche bipolaire proposée dans cette thèse, la théorie des jeux satisfaisants est proposée comme outil d'agrégation finale et de recommandation (voir chapitre 2, section 1.3) afin de représenter chaque alternative par deux mesures permettant la distinction entre les points positifs et négatifs qu'elle présente.

3.4. Phase de recommandation

Cette partie est consacrée aux choix finaux individuels de chaque décideur dans le cas d'un problème de décision de groupe basé sur des évaluations individuelles et évoluant dans un environnement incertain.

L'analyse BOCR a permis de représenter chaque alternative par quatre mesures relatives aux facteurs de bénéfice, opportunité, coût et risque. Des méthodes de synthèse permettant d'agréger les mesures b, o, c, r dans une valeur unique ont été proposées dans la littérature par Saaty (Saaty 2003) afin de faciliter le choix des solutions dans la phase de recommandation. Toutefois, comme souligné dans la section 1-1, les méthodes de synthèses proposées présentent certaines lacunes que nous proposons de contourner en agrégeant les facteurs b, o, c, r dans des mesures bipolaires permettant d'éviter les compensations entre les aspects positifs et négatifs en respectant les proportions de chaque facteur dans le résultat final. Basée sur la théorie des jeux satisfaisants, la méthode d'agrégation bipolaire proposée est décrite ci-dessous.

3.4.1. Agrégation bipolaire finale dans le cadre d'une analyse BOCR

Comme mentionné dans le chapitre précédent, la théorie des jeux satisfaisants est basée sur le fait que, souvent, pour résoudre un problème de décision réel, les décideurs ne cherchent pas

nécessairement l'optimalité -généralement coûteuse et longue à obtenir- mais préfèrent choisir des alternatives 'assez bonnes', d'autant que les informations en leur possession sont presque toujours imparfaites.

L'utilisation de la théorie des jeux satisfaisants dans le contexte d'une analyse BOCR consiste à agréger les évaluations du bénéfice et de l'opportunité dans une mesure de sélectabilité et le coût et le risque dans une mesure de rejetabilité. Ainsi, pour être 'assez bonne' ou 'satisfaisante', une alternative doit avoir une contribution de supportabilité supérieure à son degré de rejetabilité. Pour chaque décideur d_k , l'agrégation des facteurs b, o, c, r est réalisée à l'aide des équations (3-12), (3-13) suivantes.

$$\psi_s^k(a_i^k) = \delta^k B^k(a_i^k) + (1 - \delta^k) O^k(a_i^k) \quad (3-12)$$

$$\psi_r^k(a_i^k) = (1 - \delta^k) C^k(a_i^k) + \delta^k R^k(a_i^k) \quad (3-13)$$

avec, $B^k(a_i^k)$, $O^k(a_i^k)$, $C^k(a_i^k)$, $R^k(a_i^k)$: résultats de l'évaluation de l'alternative a_i^k par le décideur d_k sur les facteurs du bénéfice, de l'opportunité, du coût et du risque respectivement.

$0 \leq \delta^k \leq 1$: l'indice d'aversion au risque, il permet de considérer l'aversion au risque des décideurs dans leur choix final. Plus l'indice est proche de 1, plus grande est l'aversion au risque du décideur. Un décideur considéré méfiant et/ou pessimiste (δ^k tend vers 1) aura tendance à s'inquiéter plus du risque potentiel qu'il encoure (dans la mesure de rejetabilité), et s'attacher au bénéfice certains qu'il peut tirer (dans la mesure de sélectabilité). Dans ce cas, l'équation (3-12) va permettre au décideur d'accorder plus d'importance au risque qu'au coût dans la mesure de rejetabilité et pénaliser l'opportunité en faveur du bénéfice dans la mesure de sélectabilité (équation 3-13). A l'inverse, lorsque l'indice de l'aversion au risque tend vers 0, le décideur est confiant et optimiste, ce qui se traduit par une favorisation de l'opportunité au bénéfice dans la mesure de sélectabilité et une négligence du risque en faveur du coût dans la mesure de rejetabilité.

Finalement, les mesures de sélectabilité $\mu_s^k(a_i^k)$ et de rejetabilité $\mu_r^k(a_i^k)$ de l'alternative a_i^k données par le décideur d_k sont obtenues comme suit, voir équations (3-14) et (3-15).

$$\mu_s^k(a_i^k) = \frac{\psi_s^k(a_i^k)}{\sum_{v \in A^k} \psi_s^k(v)} \quad (3-14)$$

$$\mu_r^k(a_i^k) = \frac{\psi_r^k(a_i^k)}{\sum_{v \in A^k} \psi_r^k(v)} \quad (3-15)$$

En utilisant les ensembles de la théorie des jeux satisfaisants décrits dans le chapitre précédent, les décideurs peuvent choisir la ou les alternatives à présenter comme solutions finales en se basant sur des critères de sélection définis éventuellement avec l'aide de l'analyste (voir section 2.2.3, chapitre 2).

Une analyse de sensibilité basée sur la variation du facteur d'aversion au risque peut également faire l'objet d'un critère de sélection qui permettrait de considérer les alternatives les plus stables présentant le moins de variations quel que soit l'aversion au risque présentée par le décideur.

3.5. Exemple d'application

Pour illustrer l'approche proposée dans ce chapitre, l'encart suivant reprend le problème d'implantation d'un parc éolien (Lee et al. 2009) pour le résoudre suivant une approche bipolaire basée sur une analyse BOCR.

En considérant le modèle de structuration proposé dans le chapitre précédent (voir tableau 2-4, Chapitre 2), la répartition des attributs est réalisée en fonction de leur supportabilité et rejetabilité par rapport à l'atteinte des objectifs. Pour réaliser une analyse BOCR, la notion d'incertitude est introduite afin de distinguer les attributs relatifs aux facteurs B, O, C, R, comme le montre le tableau 3-1.

Tableau 3-1. Répartition BOCR des données d'entrée en fonction des objectifs

Objectifs	Facteurs	Indicateurs	Attributs	
Objectifs de performance	Bénéfice	Disponibilité du vent	Répartition géographique de la fréquence de vitesse de vent	
			Densité moyenne d'énergie éolienne	
			Vitesse moyenne annuelle du vent	
		Avantage du site	Influence de la hauteur choisie de l'installation	
			Effet des rafales de vent	
			Micro-implantation des WEGs	
	Opportunité	Technologies avancées	Informatisation des surveillances	
			Génération d'énergie à vitesse du vent variable	
			Surface balayée d'un rotor de turbine	
	Coût	Eolienne (coût)	Conception et développement	
Fabrication				
Installation, maintenance				
Objectifs socio-économiques	Opportunité	Plans financier	Tarif commutable	
			Remise des taux d'imposition et taux de droit	
			Autres investissements et indications à la production	
		Supports politiques	Programme de concession d'énergie éolienne	
			Programme de mécanisme de développement propre	
			Autres supports politiques	
	Coût	Connexion	Connexion électrique	
			Raccordement au réseau	
	Fondation (coût)	Construction principale		
		construction périphérique		
Objectifs d'opérationnalité	Bénéfice	Fonctions WEG	Disponibilité réelle et technique	
			Abordable, fiable et entretien libre	
			Facteur de puissance, facteur de capacité	
	Risque	Humain	Conflits entre entrepreneurs, décideurs, résidents	
			Technique	Risques de complexité technique
				Pertinence

L'agrégation des données se fait à l'aide de l'intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée (MFCP) au niveau des indicateurs puis au niveau des objectifs (voir tableaux 3-2 et 3-3).

Les mesures de sélectabilité et de rejetabilité sont obtenues par la suite en fonction de l'indice d'aversion au risque prédéfini par chaque décideur d_k (équations (3-12)-(3-15)), comme le montre le tableau 3-4.

Tableau 3-2. Agrégation des évaluations BOCR sur les indicateurs de chaque objectif

Objectifs	Facteurs	Indicateurs	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
Objectifs de performance	Bénéfice	Disponibilité du vent	0.1855	0.2312	0.1517	0.2250	0.2066
		Avantage du site	0.1109	0.1315	0.0876	0.1303	0.1211
	Opportunité	Technologies avancées	0.2060	0.1970	0.1990	0.1965	0.2014
	Coût	Eolienne (coût)	0.1848	0.2009	0.1994	0.2016	0.2133
Objectifs socio-économiques	Opportunité	Plans financier	0.2079	0.1966	0.1824	0.2032	0.2098
		Supports politiques	0.1809	0.2177	0.1811	0.2098	0.2106
	Coût	Connexion	0.1433	0.2190	0.1046	0.2184	0.3148
		Fondation (coût)	0.1321	0.1914	0.1753	0.2049	0.2965
Objectifs d'opérationnalité	Bénéfice	Fonctions WEG	0.0878	0.1195	0.0792	0.1211	0.1365
	Risque	J	0.2053	0.1947	0.2105	0.2000	0.1895
		k	0.2078	0.1939	0.2078	0.1967	0.1939
		l	0.2069	0.1936	0.2202	0.1989	0.1804

Tableau 3-3. Agrégation BOCR sur l'ensemble des objectifs

Alternatives	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	
Facteurs	B	0.1908	0.2262	0.1506	0.2241	0.2084
	O	0.1976	0.2025	0.1900	0.2024	0.2075
	C	0.1614	0.2197	0.1456	0.2226	0.2508
	R	0.2079	0.1957	0.2117	0.1994	0.1853

Tableau 3-4. Résultats bipolaire 'à priori' des alternatives par un décideur d^k , ($\delta^k = 0.5$)

Mesures bipolaires	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
Mesure de sélectabilité (μ_s^k)	0.1942	0.2143	0.1703	0.2132	0.2079
Mesure de rejetabilité (μ_r^k)	0.1846	0.2077	0.1786	0.2110	0.2181

En considérant que le décideur d_k présente une aversion au risque moyenne ($\delta^k = 0.5$), les mesures de sélectabilité et de rejetabilité accordent le même degré d'importance au bénéfice, à l'opportunité, au coût et au risque (voir équations (3-12) et (3-13)). En s'appuyant sur le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants, la représentation graphique des résultats bipolaires des alternatives (tableau 3-4) dans un plan (μ_r^k, μ_s^k) est donnée par la figure 3-4. En considérant que l'indice de prudence du décideur d_k est égal à 1 ($q^k = 1$) ce qui revient à considérer une alternative satisfaisante si sa mesure de sélectabilité est supérieure ou égale à sa mesure de rejetabilité, l'ensemble d'équilibre satisfaisant dans ce cas est représenté par les alternatives A₁ et A₂ ($\mathcal{E}_q^{S,k} = \{A_1, A_2\}$) qui sont donc non dominées et possèdent des mesures de sélectabilité supérieures aux mesures de rejetabilité. On peut voir également sur la figure 3-4 que l'alternative A₄, bien que satisfaisante, n'est pas considérée

en équilibre en raison de sa domination par l'alternative A_2 . Les alternatives A_5 et A_3 quant à elles sont considérées comme non satisfaisantes. Cette première illustration montre l'intérêt de la représentation graphique dans l'analyse des résultats. La représentation graphique permet effectivement de schématiser le potentiel de chaque alternative de manière compréhensible par tous les publics et facilite le dialogue entre l'analyste et le décideur ou le groupe de décision.

L'outil d'évaluation proposé dans ce chapitre permet d'estimer le potentiel des alternatives à atteindre les objectifs en considérant leurs aspects positifs et négatifs dans un cadre incertain à travers une analyse BOCR. Les facteurs externes de prudence et d'aversion au risque introduits dans le modèle permettent d'exprimer un comportement humain qui peut considérablement modifier la sélection finale. Pour illustrer ceci, la partie suivante propose de considérer deux cas extrêmes; le cas d'un décideur 'pessimiste' présentant une forte aversion au risque ($\delta^k = 0,8$), et le cas d'un décideur optimiste dont le taux d'aversion au risque est faible ($\delta^k = 0,2$).

Dans le premier cas, en supposant que le décideur présente une aversion au risque élevée ($\delta^k = 0,8$), ce dernier, considéré 'pessimiste', aura tendance à accorder plus d'importance au risque par rapport au coût dans la mesure de rejetabilité et favoriser le bénéfice (aspect positif certain) au détriment de l'opportunité dans la mesure de sélectabilité.

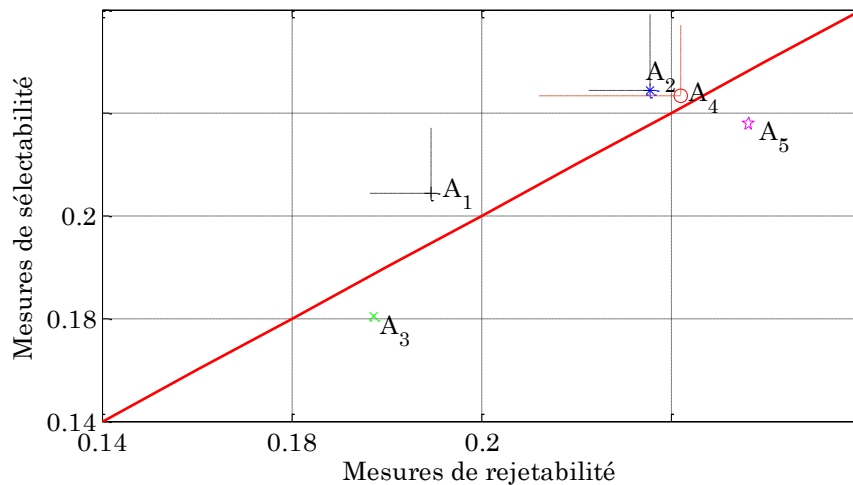


Figure 3-4. Représentation graphique des mesures bipolaires d'un décideur d^k , ($\delta^k = 0,5$)

Les résultats obtenus par ce raisonnement sont représentés par la figure 3-5. Une forte aversion au risque à tendance à pousser le décideur à se focaliser sur le gain certain en évitant tout risque. Un tel comportement est traduit dans l'approche bipolaire par une polarisation sur le risque dans la mesure de rejetabilité et sur le bénéfice dans la mesure de rejetabilité. La figure 3-5 montre que les alternatives A_2 et A_4 maintiennent relativement leurs positions en comparaison avec les résultats de la figure 3-4, tandis que l'alternative A_1 qui représente une plus faible sélectabilité devient insatisfaisante. Cette modification est expliquée par le fait que le décideur dans ce cas considère l'alternative A_1 comme une alternative 'risquée' de par le faible degré de bénéfice et l'important degré de risque qu'elle présente. La réduction de la mesure de sélectabilité renseigne effectivement sur l'important degré d'opportunité que présente l'alternative A_1 . A l'inverse, l'alternative A_5 qui

présente un risque faible mais un coût important et de bonnes opportunités et un bénéfice moyen coïncide avec les préférences du décideur dans ce cas et se retrouve ainsi comprise dans l'ensemble d'équilibre satisfaisant ($\mathcal{E}_q^{S,k} = \{A_2, A_5\}$).

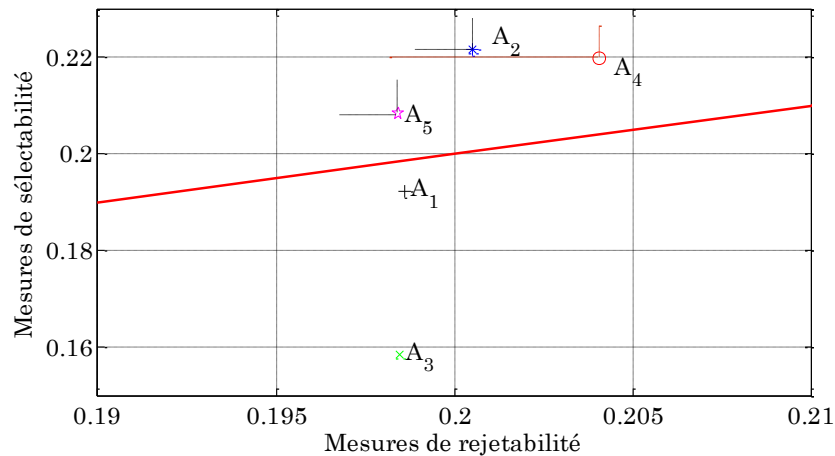


Figure 3-5. Représentation graphique de mesures bipolaires d'un décideur d^k , ($\delta^k = 0,8$)

Dans le dernier cas proposé, le décideur est considéré 'optimiste' avec une aversion au risque faible. En posant $\delta^k = 0,2$, le décideur mise sur le potentiel des alternatives en termes d'opportunité et néglige les risques possibles. Ceci revient à privilégier l'opportunité par rapport au bénéfice dans la mesure de sélectabilité et le coût par rapport au risque dans la mesure de rejetabilité. La figure 3-6 représente graphiquement les résultats bipolaires dans ce cas. L'ensemble d'équilibre satisfaisant est représenté cette fois par les alternatives A_1 et A_3 ($\mathcal{E}_q^{S,k} = \{A_1, A_3\}$). En favorisant l'opportunité et le coût, l'alternative A_3 fait partie de l'ensemble d'équilibre satisfaisant en raison de son faible coût et de ses grandes opportunités. Les alternatives A_2 et A_4 présentant de bonnes mesures de bénéfice et un faible risque mais de faibles opportunités et des coûts élevés sont considérées 'insatisfaisantes' et exclues par conséquent, de l'ensemble d'équilibre satisfaisant.

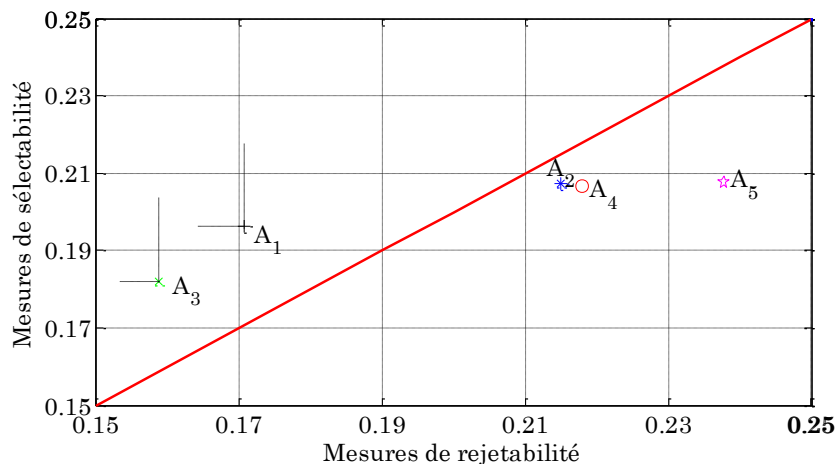


Figure 3-6. Représentation graphique de mesures bipolaires d'un décideur d^k , ($\delta^k = 0,2$)

Le choix du site à sélectionner peut se faire à l'aide des critères de sélection définis dans le chapitre 2 par les équations 2-28, 2-29, 2-30 (voir partie 2.3.1) ou encore par une analyse de sensibilité qui consisterait à faire varier l'indice d'aversion au risque et à sélectionner l'alternative ou les alternatives les plus stables.

En considérant par exemple le critère de sélection qui consiste à évaluer la différence (cs1) ou le

rapport (cs2) entre les mesures de sélectabilité et de rejetabilité, le tableau 3-5 montre que pour chaque cas d'aversion au risque, le classement des alternatives est identique pour les deux critères de sélection. Il apparaît également que le classement final peut être considérablement modifié en fonction de l'aversion au risque du décideur, ce qui risque d'être problématique dans le cas d'un problème de décision impliquant des individus à tempérament différent. Cette situation est proposée à l'étude dans le chapitre suivant qui propose d'aborder les problèmes de décision de groupe en considérant les préférences et la nature de chaque individu dans un processus d'atteinte de consensus afin d'aboutir à une solution finale admise par l'ensemble du groupe.

Tableau 3-5. Classement des alternatives en fonction des critères de sélection

Aversion au risque	Critère de sélection	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
$\delta^k = 0.5$	cs1	1	2	4	3	5
	cs2	1	2	4	3	5
$\delta^k = 0.8$	cs1	4	1	5	2	3
	cs2	4	1	5	2	3
$\delta^k = 0.2$	cs1	1	3	2	4	5
	cs2	1	3	2	4	5

3.6. Conclusion

Ce chapitre visait à intégrer la notion d'incertitude au modèle d'évaluation bipolaire initial. Une approche associant la méthode d'évaluation bipolaire et une analyse BOCR a été proposée dans le cadre de la résolution d'un problème de décision multicritère. L'évaluation des alternatives sur les facteurs du bénéfice, de l'opportunité, du coût et du risque a été faite à l'aide du processus AHP qui permet de modéliser le problème sous forme de quatre sous-structures hiérarchiques représentant les données liées à chaque facteur sous une forme classifiée allant du général au particulier. L'agrégation des données à chaque niveau a été réalisée à l'aide de l'intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée. Pour évaluer les facteurs incertains du risque et de l'opportunité, une définition et une méthode d'évaluation ont été proposés. La sévérité et l'importance liées à chaque facteur de risque et d'opportunité (respectivement) sont évaluées en fonction du degré de non réalisation ou de réalisation des objectifs à travers les indicateurs qui les caractérisent. Dans la phase d'agrégation finale, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité sont calculées en intégrant la notion d'aversion au risque à l'agrégation bipolaire afin de prendre en compte l'impact de la nature du décideur sur son classement final. Cette agrégation révèle l'impact important que la nature des individus peut avoir sur leur choix final. Cet aspect est abordé plus en détails dans le chapitre suivant, consacré à la résolution des problèmes de décision de groupe à travers des processus d'atteinte de consensus qui considère la nature des individus et les interactions potentielles qui risquent d'influencer les choix de chacun.

Chapitre 4. Résolution des problèmes de choix collectifs

« Aujourd'hui, la clé du pouvoir des dirigeants réside dans l'influence et non plus dans l'autorité ». Kenneth Hartley Blanchard

Résumé. Ce chapitre aborde les problèmes de décision de groupe de type choix social ou collectif. Dans un premier temps, une introduction aux problèmes de choix collectif est proposée, les différentes phases d'évaluation sont décrites et la question de l'accord sur un choix commun de solution(s) à sélectionner est abordée à travers la description des processus d'atteinte de consensus. Le modèle de résolution des problèmes de choix collectifs est ensuite présenté. Sur la base des évaluations bipolaires individuelles issues des modèles d'évaluation développés dans les chapitres précédents, l'approche présentée ici propose d'intégrer les degrés d'influences exercées mutuellement par les décideurs à travers des mesures de concordance et de discordance. La nature individualiste des décideurs est mesurée à partir des degrés d'individualisme pris en compte dans le calcul des mesures bipolaires finales. Afin d'aboutir à une réponse commune, des processus d'atteinte de consensus basés sur le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants sont présentés. Un exemple d'application est donné afin d'illustrer les concepts évoqués dans cette partie.

4.1. Généralités sur les problèmes de choix collectif

Les problèmes de choix collectif ou de choix social sont souvent considérés dans un processus de décision de groupe. Ce processus est défini généralement comme une situation de décision dans laquelle deux ou plusieurs acteurs, (i) caractérisés par des perceptions, attitudes, motivations et personnalités différentes (ii) reconnaissent l'existence d'un problème commun et (iii) tentent de parvenir à une décision collective pour le résoudre (Herrera, Herrera-Viedma & J.L. Verdegay 1996).

Dans les problèmes de choix collectif, les membres d'un groupe de décision expriment leurs préférences sur des attributs multiples et tentent de trouver une solution commune parmi un ensemble d'alternatives. Pour y arriver, la résolution des problèmes de décision passe souvent par les phases d'élicitation, d'évaluation, de sélection et de recommandation.

Dans la phase d'évaluation, la manière dont l'information est gérée conduit à distinguer deux familles d'approches d'agrégation; on parle d'agrégation d'entrée ou d'agrégation de sortie (Leyva Lopez 2010), ou encore d'arbre de valeurs commun à l'ensemble des décideurs ou d'arbre de valeurs individuel propre à chacun (De Brucker, K. & C. Macharis 2010). Dans le premier cas, l'agrégation est réalisée au niveau de l'entrée lorsque le groupe de décision est invité à s'entendre sur un ensemble commun d'attributs, poids et autres paramètres, ce qui revient à résoudre un problème de décision mono-décideur. Dans le deuxième cas, les évaluations individuelles sont représentées par des arbres de valeurs distincts résolus à l'aide des processus standards d'aide à la décision. L'agrégation étant réalisée à la fin, on parle d'agrégation au niveau de la sortie. Ce chapitre se penche sur ce second type de problème qu'on appelle problème de décision de groupe basé sur des évaluations individuelles.

Lors de l'évaluation, les appréciations individuelles des décideurs peuvent être représentées par : *un ordre de préférence* (où les alternatives sont classées de la meilleure à la pire), *une fonction d'utilité* (où les alternatives sont représentées par une valeur réelle, valeur physique ou monétaire), ou encore *une relation de surclassement* (où les alternatives sont évaluées à partir d'une comparaison par paire). Cette dernière structure est la plus fréquemment utilisée (Herrera et al. 2001). En fonction de la nature des données et du degré de certitude des décideurs, l'évaluation des alternatives peut être absolue ou floue. La pression exercée par l'environnement socio-économique et le manque de connaissances et/ou de temps, accentue l'utilisation de l'évaluation floue dans plusieurs domaines. Les préférences floues sont généralement modélisées qualitativement par des labels linguistiques (Wang et al. 2009), (Alonso et al. 2009) ou quantitativement par des valeurs numériques représentant l'intensité des préférences (Bezdek et al. 1978), (Tanino 1984) ou le degré de préférence (Orlovsky 1978), (Xu 2007c), (Jiang et al. 2013). Ces relations de préférences floues peuvent être exprimées de manières différentes : relations de préférences données par intervalle (Xu 2011), (Genç et al. 2010), relations de préférences floues triangulaires (utilisant les nombres triangulaire flous) (Ze-shui 2002), relations de préférences floues intuitionnistes (utilisant des degrés d'adhésion et d'hésitation pour représenter les préférences des décideurs en considérant l'incertitude et le niveau de connaissance qu'ils présentent) (Szmidt & Kacprzyk 2003), (Xu 2007a), relations de préférences floues incomplètes (représentées par des variables d'évaluation linguistiques floues) (Xu 2007b), etc. Il existe également des travaux qui utilisent les relations de préférences multiplicatives (Herrera et al. 2001), (Fan et al. 2006), telles que les préférences multiplicatives incomplètes (Harker 1987),

(Nishizawa 1997), les préférences multiplicatives par intervalle (Xu 2007b), les préférences multiplicatives incomplètes par intervalle (Islam et al. 1997), les préférences multiplicatives triangulaires floues (Xu 2007b), les relations de préférences multiplicatives intuitionnistes (Xia et al. 2012), les préférences multiplicatives linguistiques intuitionnistes (Jiang et al. 2013), etc.

Toutefois, comme les membres d'un groupe de décision viennent généralement d'horizons différents avec des domaines de spécialité différents et des niveaux de connaissances différents, chaque membre du groupe a des informations distinctes et ne partage en général qu'une partie des objectifs avec les autres membres (Xu & Wu 2011). Ceci implique que les évaluations individuelles se rejoignent rarement (Roselló et al. 2010), (Ben-Arieh et al. 2009). La divergence des opinions dans les problèmes de décision de groupe génère également des situations de conflit (désaccord) et/ou d'accord dues aux interactions et aux influences positives et/ou négatives pouvant se manifester entre les acteurs. Par conséquent, la phase de recommandation nécessite généralement la mise en place d'un processus d'atteinte de consensus afin de faire tendre les acteurs de la décision vers une ou des solutions communes (Khorshid 2010).

Pour parvenir à un accord sur le choix des solutions à sélectionner, la littérature propose depuis quelques années des modèles et des méthodes de résolution permettant la gestion des évaluations individuelles dans la procédure de résolution des problèmes de décision de groupe. Ces approches vont des modèles mécanistes issus de la recherche opérationnelle aux modèles d'intelligence artificielle qui permettent de tenir compte du comportement humain (émotion, peur, égoïsme, altruisme, etc.) et de l'incertitude du monde réel (Ko et al. 2010). Ces derniers modèles connaissent une utilisation croissante en raison de leur capacité à tolérer l'imprécision, l'incertitude et la vérité partielle et leur potentiel à simuler le comportement humain à faible coût (Pal, & Ghosh 2004). Dans la partie suivante, les processus d'atteinte de consensus sont abordés de manière générale pour illustrer leurs intérêts et leurs différentes utilisations dans le cadre de la résolution des problèmes de décision de groupe.

4.2. Introduction des processus d'atteinte de consensus

Le consensus de groupe est généralement considéré comme un accord total et ultime entre les membres du processus de la décision (Leyva Lopez 2010). Pour atteindre un consensus, les chercheurs ont d'abord proposé des procédures de résolution utilisant des fonctions de consensus de groupe agrégeant les évaluations des décideurs dans une valeur unique représentant l'opinion commune. La littérature offre plusieurs méthodes d'agrégation : la moyenne simple (Wheeler et al. 1989), la moyenne géométrique (Cook & Kress 1985), l'agrégation bayésienne (West 1984), l'agrégation à l'aide du processus de hiérarchie analytique (AHP) (voir par exemple (Bard & Sousk 1990) (Korpela & Tuominen 1997), (Lai et al. 2002), (Tavana et al. 1996)), l'agrégation dans un environnement flou basé sur la théorie des ensembles flous (Hsi-Mei Hsu & Chen-Tung Chen 1996), (Moon & Kang 1999), (Kacprzyk et al. 1992), (Yue & Jia 2012), (Li 2007), les méthodes d'analyse multicritères (Hatami-Marbini & Tavana 2011), etc.

Les évaluations individuelles de chaque alternative peuvent être obtenues, par exemple, en utilisant des fonctions d'utilité qui agrègent les résultats d'évaluation des attributs en considérant leurs poids à travers des méthodes de décision multicritère (Yu & Lai 2011) ou à partir de méthodes basées sur

la mesure des distances par rapport aux solutions idéales positives et négatives avec détermination du poids des attributs et/ou des décideurs (Yue & Jia 2012), (Li 2007), (Park et al. 2011), (Yue 2011b).

En généralisant les procédures d'agrégation pour la prise de décision en groupe, Forman et Peniwati (Forman & Peniwati 1998) ont souligné que les deux méthodes jugées les plus utiles sont l'agrégation des jugements (ou évaluations) individuels(les) (où le groupe engagé dans le dialogue forme une entité qui agit en commun pour parvenir à un consensus) et l'agrégation des priorités individuelles (où les membres d'un groupe agissent individuellement en exprimant leurs propres préférences).

Certains chercheurs considèrent cependant, que l'unanimité n'est pas nécessaire dans les problèmes réels et utilisent des 'mesures de consistance' appelées aussi degrés de consensus 'soft' (Herrera-Viedma et al. 2007), (Herrera-Viedma et al. 2002), (Herrera, Herrera-Viedma & J. L. Verdegay 1996). Les degrés de consensus soft sont représentés généralement par des mesures de consensus et des mesures de proximité. Les mesures de consensus indiquent le degré de convergence entre les opinions des experts tandis que les mesures de proximité permettent d'identifier dans quelle mesure les solutions individuelles sont distantes de la solution collective. Dans ce travail, le processus proposé est un processus soft basé sur des mesures de proximité et de consensus bipolaires intégrant des aspects du comportement humain (influence positive, négative, égoïsme, prudence, etc.). Le choix d'un consensus soft est dû au fait que c'est un processus flexible ayant pour objectif l'atteinte d'un degré d'accord maximal entre les acteurs à partir des préférences individuelles. Ceci permet d'éviter, d'une part, les compensations pouvant survenir avec une agrégation totale, et d'autre part, la représentation graphique des préférences et convergences des décideurs. Les facteurs humains sont intégrés au modèle dans un souci de réalisme afin de représenter l'impact de la nature humaine sur la décision finale. Avant de détailler le modèle d'atteinte de consensus proposé, le paragraphe suivant relate quelques travaux publiés dans ce domaine.

Parmi les modèles de consensus soft proposés dans la littérature, Herrera et al. (Herrera, Herrera-Viedma & J. L. Verdegay 1996) proposent de mesurer les degrés de consensus et de distances linguistiques afin d'évaluer la convergence des évaluations floues des décideurs. Dans (Herrera-Viedma et al. 2007), il est proposé un modèle de consensus pour un problème de décision de groupe avec évaluation par relations de préférence floues incomplètes. Différentes structures de préférences sont proposées en fonction de deux critères consensuels : une mesure de consensus indiquant le degré d'accord entre les opinions des experts et une mesure de proximité pour identifier dans quelle proportion les solutions individuelles sont distantes de la solution collective. Les auteurs de (Tapia García et al. 2012) ont proposé un mécanisme de rétroaction dans le processus d'atteinte de consensus soft dans lequel les décideurs utilisent des intervalles flous pour caractériser des relations linguistiques. Les critères de consensus (mesures de consensus et de proximité) sont calculés dans chaque niveau hiérarchique de représentation des relations de préférence. L'environnement flou est également abordé par Khorshid (Khorshid 2010) qui propose un modèle de consensus soft basé sur l'idée flexible de coïncidence entre des degrés d'accord positifs et négatifs idéaux représentant respectivement les degrés d'accord maximum et minimum entre les décideurs. Un indicateur de consensus est proposé pour évaluer le degré d'accord du groupe. Pour éviter les modifications des évaluations par les décideurs, Ben-Arieh et al. (Ben-Arieh & Chen 2006) ont défini des scores affectés aux décideurs en fonction de leur contribution dans le groupe. L'atteinte du consensus est obtenue par réglage des poids de contribution pour atteindre un consensus et renforcer la décision commune sans modification des évaluations. Pour substituer le rôle de l'analyste appelé aussi modérateur, certains travaux ont proposé des modèles itératifs qui intègrent une phase de discussion dynamique

au processus d'atteinte de consensus (voir par exemple (Choudhury et al. 2006), (Chiclana et al. 2002)). Des modèles de consensus 'soft' sont également proposés pour des problèmes de décision dynamique où l'ensemble des alternatives est considéré dynamique. Par exemple, dans (Pérez et al. 2011), les auteurs proposent un nouveau cadre pour les problèmes de décision de groupe à partir d'une approche linguistique permettant de gérer un système de décision dynamique à l'aide des mesures de préférences des experts et des degrés d'accord.

Dans la partie suivante, un modèle d'évaluation basé sur les évaluations individuelles obtenues par l'approche de résolution bipolaire présentée dans les chapitres précédents est proposé (voir figure 4-1). L'objectif du modèle consiste à offrir un cadre permettant d'intégrer le facteur humain à l'évaluation à travers des paramètres tenant compte de l'influence entre décideurs. Les interactions positives et/ou négatives entre les membres de la décision sont représentées par des mesures de concordance et de discordance reflétant respectivement les influences positive et négative potentiellement exercées par le voisinage de chaque décideur. Le degré d'individualisme et le poids des décideurs qui a fait l'objet de plusieurs études ((Yue 2012a),(Yue 2012b), (Yue 2011b),(Yue & Jia 2012)) sont également définis et intégrés dans le modèle de résolution.

Dans un deuxième temps, des modèles de processus d'atteinte de consensus bipolaire sont proposés pour permettre au groupe d'aboutir à un accord et de sélectionner une ou plusieurs solutions communes légitime(s) sans passer par l'agrégation totale des évaluations individuelles.

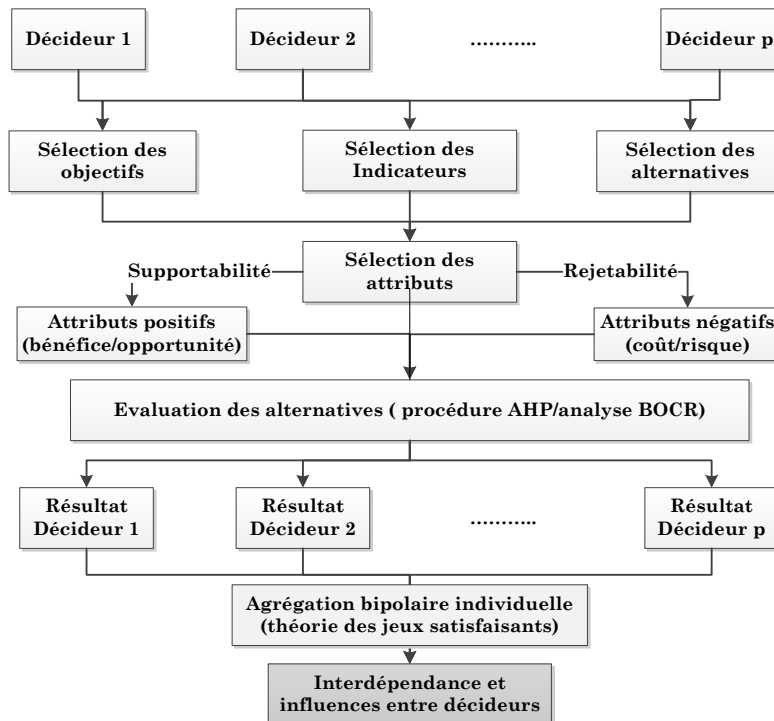


Figure 4-1. Etapes d'évaluation par intégration des influences entre décideurs

4.3. Procédure de modélisation des influences

Comme déjà mentionné, un groupe de décision est généralement composé de personnes dont les perceptions, attitudes, motivations et personnalités sont différentes. Dans le cas d'un problème de décision sociale collaborative, les décideurs sont amenés à collaborer lors de la phase d'évaluation. En fonction de la personnalité des décideurs, des influences positives et/ou négatives peuvent être exercées. Lorsqu'un décideur est individualiste, ce dernier préférera considérer exclusivement son point de vue dans l'évaluation. A l'inverse, un décideur 'collaboratif' ou 'holiste', préférera intégrer l'avis de son voisinage dans son évaluation en fonction de l'importance qu'il accordera à chaque membre du voisinage (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b), (Tchangani 2013b).

Pour modéliser l'influence liée à l'opinion de chaque décideur, cette partie propose de définir des degrés de concordance et de discordance attribués par chaque décideur aux membres de son voisinage. Ces mesures permettent aux décideurs d'exprimer leur degré d'accord ou de désaccord vis-à-vis des acteurs qu'ils considèrent 'influent'. On définit les indices de concordance et de discordance à la suite (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b), (Tchangani 2013b).

Définition 4-1. Soit $V(d_k)$ le voisinage du décideur d_k qui représente un ensemble de p_k décideurs dont l'avis intéresse (influence) le décideur d_k de manière positive ou négative. Pour tout décideur $d_{k'}$ appartenant au voisinage de d_k , on définit par $\omega_{kk'}^c, \omega_{kk'}^d$ les degrés relatifs de concordance et de discordance que le décideur d_k accorde à l'opinion du décideur $d_{k'}$ comparativement aux autres membres de son voisinage, avec $\sum_{k' \in V(d_k)} \omega_{kk'}^c = 1$ et $\sum_{k' \in V(d_k)} \omega_{kk'}^d = 1$

Pour obtenir ces degrés de concordance et de discordance, plusieurs méthodes peuvent être proposées. L'une des approches possibles pour une estimation relativement rapide de ces degrés est la méthode AHP qui consiste à faire une comparaison par paire en répondant à des questions du type « *A quel degré l'opinion du décideur d_k est-elle concordante (respectivement discordante) de l'opinion de $d_{k'}$ comparativement à l'opinion de $d_{k''}$?* » (avec $d_{k'}, d_{k''} \in V(d_k)$).

Partant de cette définition, on peut considérer qu'un décideur est d'autant plus important dans la communauté si les autres décideurs lui accordent une bonne confiance. Ainsi, on peut définir le degré d'importance d'un décideur d_k comme suit.

Définition 4-2. Soit $\omega_{k'k}^c, \omega_{k'k}^d$ respectivement les degrés relatifs de concordance et de discordance que le décideur $d_{k'}$ accorde à l'opinion du décideur d_k . Le degré d'importance du décideur d_k peut-être défini à partir de ces mesures à l'aide de l'équation (4-1),

$$\theta_k = \frac{\sum_{k'} \max(0, \omega_{k'k}^c - \omega_{k'k}^d)}{\sum_{j=1}^{p_k} \{\sum_l \max(0, \omega_{lj}^c - \omega_{lj}^d)\}} \quad (4-1)$$

ou par l'équation (4-2) qui permet aux décideurs d'avoir des degrés d'importance non nuls, contrairement à la formulation donnée par l'équation (4-1) dans laquelle l'importance nulle est possible. L'expression (4-2) peut être utile dans le cas d'un groupe 'holiste' collaboratif constitué de décideurs sensibles à l'opinion de leur voisinage.

$$\Theta_k = \frac{\sum_k \left(\frac{1}{1 + (\exp(-\alpha(\omega_{k'k}^c - \omega_{k'k}^d)))} \right)}{\sum_{j=1}^{p_k} \left(\sum_l \left(\frac{1}{1 + (\exp(-\alpha(\omega_{lj}^c - \omega_{lj}^d)))} \right) \right)} \quad (4-2)$$

où α est un paramètre de réglage.

En considérant les degrés d'importance relative, des mesures bipolaires relatives sont définies ensuite afin d'intégrer l'influence du voisinage dans les mesures bipolaires finales.

Dans une analyse BOCR où les décideurs fournissent des évaluations sur les facteurs bénéfice, opportunité, coût et risque notés respectivement $B^k(a_i)$, $O^k(a_i)$, $C^k(a_i)$, $R^k(a_i)$, les mesures bipolaires relatives pour chaque alternative a_i sont définies par les équations suivantes⁹ :

$$\mu_s^{k/V(d_k)}(a_i) = \frac{\sum_{k' \in V(d_k)} \Theta_{k'} \left(\delta^{k'} B^{k'}(a_i) + (1 - \delta^{k'}) O^{k'}(a_i) \right)}{\sum_i \sum_{k''} \left(\sum_{k'' \in V(d_k)} \Theta_{k''} \left(\delta^{k''} B^{k''}(a_i) + (1 - \delta^{k''}) O^{k''}(a_i) \right) \right)} \quad (4-3)$$

$$\mu_r^{k/V(d_k)}(a_i) = \frac{\sum_{k' \in V(d_k)} \Theta_{k'} \left((1 - \delta^{k'}) C^{k'}(a_i) + \delta^{k'} R^{k'}(a_i) \right)}{\sum_i \sum_{k''} \left(\sum_{k'' \in V(d_k)} \Theta_{k''} \left((1 - \delta^{k''}) C^{k''}(a_i) + \delta^{k''} R^{k''}(a_i) \right) \right)} \quad (4-4)$$

avec

$\delta^{k'}$: degré d'aversion au risque d'un décideur $d_{k'} \in V(d_k)$,

$\Theta_{k'}$: degré d'importance relative d'un décideur $d_{k'} \in V(d_k)$.

Cette formulation signifie que les mesures bipolaires relatives du décideur d_k tiennent exclusivement compte de l'avis (évaluations) de son voisinage en fonction de l'importance accordée à chaque membre.

En considérant l'influence de son voisinage, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité finales du décideur d_k sont données ensuite par les équations (4-5) et (4-6).

$$\mu_s^k(a_i) = \sigma^{k'} \mu_{s_0}^k(a_i) + (1 - \sigma^{k'}) \mu_s^{k/V(d_k)}(a_i) \quad (4-5)$$

$$\mu_r^k(a_i) = \sigma^{k'} \mu_{r_0}^k(a_i) + (1 - \sigma^{k'}) \mu_r^{k/V(d_k)}(a_i) \quad (4-6)$$

⁹ la notation a_i^k n'est pas utilisée dans ce chapitre qui considère que l'ensemble des alternatives est commun au groupe de décision

où $\mu_{s_0}^k(a_i)/\mu_{r_0}^k(a_i)$ représentent les mesures a priori de l'alternative a_i obtenues par agrégation des facteurs correspondants,

$0 \leq \sigma^k \leq 1$: degré d'égoïsme d'un décideur d_k . Lorsque le degré d'égoïsme δ^k tend vers 0, le décideur considéré comme 'holiste' (altruiste) préfère ne tenir compte que de l'avis de son voisinage. Au contraire, si δ^k tend vers 1 le décideur 'individualiste' préfère se fier à son évaluation en négligeant l'avis de son voisinage.

Dans le cas où les alternatives sont représentées directement par des mesures bipolaires 'a priori' notées $\mu_{s_0}^k(a_i)/\mu_{r_0}^k(a_i)$, les mesures bipolaires relatives peuvent être mesurées pour chaque décideur d_k en utilisant les équations (4-7) et (4-8).

$$\mu_s^{k/V(d_k)}(a_i) = \frac{\sum_{k' \in V(d_k)} (\omega_{kk'}^c \mu_{s_0}^{k'}(a_i) + \omega_{kk'}^d \mu_{r_0}^{k'}(a_i))}{\sum_i \left(\sum_{k' \in V(d_k)} (\omega_{kk'}^c \mu_{s_0}^{k'}(a_i) + \omega_{kk'}^d \mu_{r_0}^{k'}(a_i)) \right)} \quad (4-7)$$

$$\mu_r^{k/V(d_k)}(a_i) = \frac{\sum_{k' \in V(j)} (\omega_{kk'}^c \mu_{r_0}^{k'}(a_i) + \omega_{kk'}^d \mu_{s_0}^{k'}(a_i))}{\sum_i \left(\sum_{k' \in V(d_k)} (\omega_{kk'}^c \mu_{r_0}^{k'}(a_i) + \omega_{kk'}^d \mu_{s_0}^{k'}(a_i)) \right)} \quad (4-8)$$

Les mesures bipolaires relatives d'un décideur d_k tiennent compte des mesures bipolaires 'a priori' de son voisinage. Dans la mesure de sélectabilité, un décideur d_k considère également les mesures de rejetabilité 'a priori' de son voisinage $V(d_k)$ en fonction de leurs degrés de discordance. Inversement, dans la mesure de rejetabilité relatives ce sont les mesures de sélectabilité 'a priori' du voisinage d'un décideur d_k qui sont intégrées et pondérées par leurs degrés de discordance.

Les mesures bipolaires finales peuvent alors être obtenues en utilisant les équations (4-5) et (4-6) précédemment définies. A partir des résultats d'évaluations individuelles, la sélection d'une solution ou d'un ensemble de solutions approuvées par le groupe de décision passe généralement par un processus d'atteinte de consensus qui permet de trouver un accord entre des décideurs souvent divisés. La partie qui suit propose un processus d'atteinte de consensus à partir des préférences locales représentées par les différents ensembles obtenus à partir de la théorie des jeux satisfaisants (le processus global d'évaluation est obtenu en ajoutant les étapes de processus d'atteinte de consensus et de recommandation à la figure 4-1).

4.4. Processus d'atteinte de consensus et phase de sélection

L'atteinte d'un consensus peut se faire de deux façons ; soit par agrégation des mesures obtenues précédemment dans des valeurs de sélectabilité et de rejetabilité uniques ou globales, ce qui revient à un problème mono-décideur (voir équations (4-9) et (4-10)). A partir des préférences locales, on a :

$$\mu_s^c(a_i) = \frac{\sum_k \Theta_k \mu_s^k(a_i)}{\sum_l \sum_k \Theta_k \mu_s^k(a_l)} \quad (4-9)$$

$$\mu_r^c(a_i) = \frac{\sum_k \Theta_k \mu_r^k(a_i)}{\sum_l \sum_k \Theta_k \mu_r^k(a_l)} \quad (4-10)$$

où $\mu_s^c(a_i)$ et $\mu_r^c(a_i)$ représentent respectivement, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité collectives. On entend par préférences locales, les alternatives sélectionnées par chaque décideur à partir de ses mesures bipolaires. Les préférences locales peuvent être représentées par une alternative unique ou par un ensemble de solutions sélectionnées dans notre cas à l'aide de la théorie des jeux satisfaisants où les alternatives satisfaisantes (mesure de sélectabilité supérieure à la mesure de rejetabilité) non dominées (ensemble d'équilibre satisfaisant, voir chapitre 2, partie 2.3.1) constitueront l'ensemble des préférences locales.

Dans ce qui suit, des méthodes de recherche de consensus sont proposées en considérant tout d'abord les préférences locales uniques puis les préférences locales multiples (ensemble d'équilibre satisfaisant) (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b).

4.4.1. Cas de préférences locales exprimées par une 'alternative unique'

Dans le cas de préférences locales exprimées par une solution unique, chaque décideur d_k choisit une alternative optimale notée a^{k*} parmi son ensemble d'équilibre satisfaisant. La sélection de l'alternative optimale peut être obtenue à partir du critère de l'équation (4-11).

$$a^{k*} = \arg \max_{a_i \in \mathcal{E}_q^{S^k}} (\pi^k(a_i)) \quad (4-11)$$

avec $\pi^k(a_i) = f(\mu_s^k(a_i), \mu_r^k(a_i))$: fonction de valeur pouvant prendre plusieurs formes en fonction des critères fixés par le décideur d_k . On peut ainsi avoir par exemple :

$$\pi^k(a_i) = \mu_s^k(a_i) - q^k \mu_r^k(a_i) \quad (4-12)$$

Ce critère permet de choisir l'alternative représentant le plus grand écart entre la mesure de sélectabilité et de rejetabilité en considérant l'indice de prudence, ou bien

$$\pi^k(a_i) = \frac{\mu_s^k(a_i)}{\mu_r^k(a_i)} \quad (4-13)$$

Ceci permet de considérer l'alternative à plus grand indice de prudence, ou encore

$$\pi^k(a_i) = \mu_s^k(a_i) \left(\text{respct. } \pi^k(a_i) = \frac{1}{\mu_r^k(a_i)} \right) \quad (4-14)$$

Cette dernière formulation permet de sélectionner l'alternative à plus grand taux de sélectabilité (ou respectivement à plus faible taux de rejetabilité) ce qui est utile dans le cas où l'une des mesures bipolaires est uniformément distribuée sur les alternatives par exemple.

Si l'alternative a^{k*} est identique pour l'ensemble des décideurs, la solution finale est alors obtenue et le problème est résolu. Si au contraire la solution a^{k*} varie d'un décideur à un autre (ce qui risque d'être souvent le cas), une procédure de recherche de consensus basée sur des critères de sélection doit être mise en place pour parvenir à un accord et faire tendre les décideurs vers une solution unique.

En fonction de la nature du groupe, du contexte et de la société dans laquelle le problème de décision est abordé, les règles de décision varient. Dans son papier, Urfalino (Urfalino 2007) aborde la question du choix des règles de décision en fonction des périodes et des sociétés. Ces paramètres vont privilégier soit, l'unanimité, le consensus ou encore le vote à la majorité afin d'aboutir à une décision collective légitime. La nature du groupe et le lien social sont également des paramètres déterminants dans le choix des règles de décision. Les notions d'individualisme et de holisme peuvent également jouer un rôle important dans la sélection des règles de décision.

En tenant compte de ces paramètres, des critères de sélection possibles sont proposés ci-dessous.

1. Sélection de l'alternative choisie par le décideur ayant le degré d'importance le plus élevé
2. Sélection de l'alternative qui apporte la plus grande sélectabilité moyenne
 $(a^{k*} = \arg \max_{a_i \in \cup \mathcal{E}_q^{s,k}} (\sum_k \Theta_k \mu_s^k(a_i)))$
3. Sélection de l'alternative qui apporte la plus faible rejetabilité moyenne
 $(a^{k*} = \arg \min_{a_i \in \cup \mathcal{E}_q^{s,k}} (\sum_k \Theta_k \mu_r^k(a_i)))$
4. Sélection de l'alternative qui présente le maximum d'avantages pour l'ensemble des décideurs
 $(a^{k*} = \max_{a_i \in \cup \mathcal{E}_q^{s,k}} (\sum_k \Theta_k (\mu_s^k(a_i) - \mu_r^k(a_i))))$
5. Sélection à la majorité qualifiée : dans certaines situations, le recours à une majorité qualifiée de décideurs est recommandé dans la prise de décision (exemple : vote du Conseil de l'Union Européenne). Dans ce cas, seules les réponses d'un sous-ensemble de décideurs sont considérées.

On définit une majorité qualifiée comme suit.

Définition 4-3. Une 'Majorité Qualifiée' (MQ) est un groupe de décideurs représentant $\alpha\%$ des membres du groupe de décision et $\beta\%$ de l'importance totale des décideurs.

$$MQ = \{d_1, d_2, \dots, d_w\} \text{ avec } w = \alpha p \text{ et } \sum_{k=1}^w \Theta_k \geq \beta, \sum_{k=1}^p \Theta_k = 1 \quad (4-15)$$

où α, β représentent respectivement, les taux définissant la notion de 'majorité numérique' et l'importance globale de la majorité'. Ces taux peuvent être définis par les décideurs et/ou l'analyste.

En considérant la majorité qualifiée (MQ), la sélection de décision finale peut être obtenue en suivant les étapes ci-dessous :

Etape1. Si les décideurs possèdent une alternative commune (obtenue à partir des critères de sélection précédents) alors cette alternative est sélectionnée.

Etape2. Sinon, réduire la valeur de l'indice q^k des décideurs qui manifestent une grande prudence successivement par ordre décroissant jusqu'à obtention d'une alternative commune.

4.4.2. Cas de préférences locales exprimées par 'un ensemble d'équilibre satisfaisant'

Dans ce cas, les préférences locales sont exprimées par les ensembles d'équilibre satisfaisants définis par la théorie des jeux satisfaisants introduite au chapitre 2.

En supposant que chaque décideur d_k identifie son ensemble d'équilibre satisfaisant noté $\mathcal{E}_q^{S,k}$, si $\bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{S,k} \neq \emptyset$, alors la solution finale a_i^* peut être obtenue en utilisant l'équation (4-16).

$$a^* = \arg \max_{a \in \bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{S,k}} (\pi(a_i)) \quad (4-16)$$

avec $\pi(a_i)$ fonction de valeur pouvant représenter plusieurs critères tels que $\pi(a_i) = \prod_{k=1}^p \left(\frac{\mu_s^k(a_i)}{\mu_r^k(a_i)} \right)$ par exemple.

Si au contraire, $\bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{S,k} = \emptyset$, une procédure de recherche d'une alternative satisfaisante commune à l'ensemble des décideurs est nécessaire. Pour atteindre un accord, deux processus d'atteinte de consensus sont proposés ci-dessous. Le premier processus est basé sur la variation de l'indice de prudence des décideurs tandis que le second repose sur des mesures de distance calculées entre les préférences individuelles. Ces mesures sont communément appelées 'mesures de proximité' lorsque la comparaison des évaluations individuelles est faite par rapport à l'opinion collective, dans un processus de consensus 'soft'.

4.4.2.1. Modèle d'atteinte de consensus basé sur la variation de l'indice de prudence

Une des façons possibles d'atteindre un consensus consiste à faire varier l'indice de prudence de certains décideurs pour élargir leur ensemble d'équilibre satisfaisant et rendre ainsi l'intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant $\mathcal{E}_q^{S,k}$ non-vide. Pour sélectionner les décideurs devant modifier leur indice de prudence q^k , certains critères de sélection tels que, l'importance des décideurs, les dimensions des ensembles d'équilibre satisfaisant, le rapport $\mu_s^k(a_i)/\mu_r^k(a_i)$, etc., peuvent être utilisés.

La variation de l'indice de prudence q^k peut être réalisée en fonction des critères suivants :

- **degré d'importance** : dans ce cas, on considère que l'opinion des décideurs les plus importants (présentant un fort degré d'importance) est la plus pertinente. Il revient ainsi aux décideurs présentant une faible importance de revoir leur indice de prudence et de le réduire afin de converger vers une solution commune guidée par l'avis d'une 'élite' à degré d'importance élevé.
- **majorité qualifiée** : si la majorité qualifiée des décideurs présente une ou plusieurs alternatives communes ; en fonction de la nature des relations du groupe et du contexte dans lequel le processus décisionnel évolue (unanimité, confiance, complémentarité, etc.), la sélection de

l'alternative la plus satisfaisante à partir des résultats communs de la majorité qualifiée peut être proposée. Si l'unanimité est exigée, le reste des décideurs doit élargir son ensemble d'équilibre satisfaisant afin d'atteindre un consensus en utilisant par exemple le degré d'importance comme facteur de régulation.

- **dimension de l'ensemble d'équilibre satisfaisant** : dans ce cas, le choix des décideurs dont l'indice de prudence doit être réduit sera relatif aux dimensions des ensembles d'équilibre satisfaisant. Les décideurs qui présentent les plus petits ensembles d'équilibre satisfaisant manifestent une prudence supérieure à la moyenne et sont donc appelés à réduire leur indice de prudence, un à un, par ordre croissant d'importance, jusqu'à l'atteinte d'un consensus ($\bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{S,k} \neq \emptyset$).
- **limites de proximité** : les décideurs qui présentent un nombre important d'alternatives dont le rapport $\mu_s^k(a_i)/\mu_r^k(a_i)$ tend vers q_{max}^k sont amenés à réduire leur indice de prudence. Autrement dit, les décideurs qui considèrent comme solutions des alternatives avec des mesures de sélectabilité très supérieures aux mesures de rejetabilité sont amenés à élargir leur ensemble de solutions par réduction des indices de prudence un à un jusqu'à l'atteinte d'un consensus. Ceci permet à ces décideurs d'inclure dans leurs ensembles d'équilibre satisfaisant des alternatives présentant de meilleurs écarts.

4.4.2.2. Modèle d'atteinte de consensus basé sur les mesures de proximité

En soutenant l'idée qu'un ultime accord entre les décideurs sur l'évaluation des alternatives n'est pas nécessaire à la résolution des problèmes de décision de groupe, cette partie propose d'aboutir à une solution commune à travers un processus de consensus soft (Herrera-Viedma et al. 2002), (Herrera, Herrera-Viedma & J. L. Verdegay 1996) basé sur des mesures de proximité et de consensus bipolaires définies à partir des mesures bipolaires finales. Comme souligné précédemment, les mesures de proximité permettent d'évaluer l'écart entre les évaluations des décideurs concernant une alternative donnée tandis que les mesures de consensus bipolaires permettent d'évaluer l'écart entre un décideur d_k et le reste du groupe pour les mesures de sélectabilité et de rejetabilité d'une alternative donnée. Ces mesures sont intégrées dans un mécanisme de rétroaction (feedback) proposé pour guider et orienter les décideurs dans le réglage de leurs évaluations afin de tendre vers une solution unique et atteindre un consensus. A la différence des processus de consensus soft proposés dans la littérature (Herrera-Viedma et al. 2007), (Khorshid 2010), le modèle présenté ici n'a pas pour objectif de faire converger les évaluations des décideurs sur l'ensemble des alternatives, mais se concentre essentiellement sur les alternatives présentant initialement des évaluations de même tendance (convergentes). Des recommandations ciblées sont données aux décideurs qui présentent de manière générale des avis incohérents par rapport aux autres membres. Ceci permet de corriger leurs écarts et de faire tendre le groupe de décision vers une solution commune à partir des alternatives présentant une certaine adhésion de la part des membres du groupe (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b).

En considérant que l'intersection entre les ensembles d'équilibre satisfaisant des décideurs est vide $\bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{S,k} = \emptyset$, l'atteinte d'un consensus revient à établir un processus itératif permettant d'avoir plusieurs phases de consultation jusqu'à l'obtention d'un accord. Dans chaque itération, les mesures de proximité et de consensus bipolaires sont calculées pour déterminer dans un premier temps les alternatives qui présentent une forte divergence d'opinion à l'aide des mesures de proximité. Dans un

deuxième temps, l'identification des décideurs présentant des écarts concernant l'évaluation de la supportabilité et/ou rejetabilité est obtenue à l'aide des mesures de consensus bipolaires.

Le principal problème dans cette situation revient à la détermination d'un moyen permettant la convergence des préférences individuelles (Tapia García et al. 2012). Pour atteindre cette convergence, des conditions limites (seuil de tolérance) sont fixées par le modérateur et/ou les décideurs pour chaque niveau (proximité des alternatives, et consensus entre décideurs). Les alternatives et les décideurs présentant des évaluations convergentes sont identifiés et des réajustements ciblés sont recommandés. Ce processus est dirigé par un mécanisme de rétroaction afin d'orienter les décideurs dans la modification de leurs opinions. Les paramètres du processus d'atteinte de consensus proposé sont développés ci-dessous.

4.4.2.2.1. Mesures de proximité et de consensus bipolaires

Les mesures de proximité et de consensus bipolaires (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b) sont définies comme suit :

Définition 4-4. Une mesure de proximité (des alternatives) est une mesure permettant de calculer la distance moyenne séparant les évaluations des décideurs par rapport à une alternative a_i . Elle est obtenue par l'équation (4-17).

$$d_i = \frac{\sum_k \sum_{k', k' \neq k} [(d_{s_i}^{kk'})^2 + (d_{r_i}^{kk'})^2]^{\frac{1}{2}}}{\binom{p}{2}} \quad (4-17)$$

avec

d_i : mesure de proximité de l'alternative a_i ,

$d_{s_i}^{kk'} = \Theta_k \mu_s^k(a_i) - \Theta_{k'} \mu_s^{k'}(a_i)$, écart entre la mesure de supportabilité du décideur d_k et $d_{k'}$ concernant l'évaluation de l'alternative a_i en fonction de l'importance de chaque décideur.

$d_{r_i}^{kk'} = \Theta_k \mu_r^k(a_i) - \Theta_{k'} \mu_r^{k'}(a_i)$, écart entre la mesure de rejetabilité du décideur d_k et $d_{k'}$ concernant l'évaluation de l'alternative a_i en fonction de l'importance de chaque décideur.

$\binom{p}{2} = \frac{p!}{2!(p-2)!}$, coefficient binomial qui permet de tenir compte des combinaisons des distances en évitant les redondances (par exemple : $d_{s_i}^{12} = d_{s_i}^{21}$).

Définition 4-5. Les mesures bipolaires de consensus sont définies comme des mesures permettant le calcul de la distance qui sépare un décideur d_k du reste du groupe concernant les mesures d'évaluation bipolaires (supportabilité et rejetabilité) d'une alternative a_i . Les mesures de consensus bipolaires sont données par les équations (4-18) et (4-19).

$$d_{s_i}^k = \frac{\sum_{k', k' \neq k} (|d_{s_i}^{kk'}|)}{p-1} \quad (4-18)$$

$$d_{r_i}^k = \frac{\sum_{k', k' \neq k} (|d_{r_i}^{kk'}|)}{p-1} \quad (4-19)$$

où

$d_{s_i}^k, d_{r_i}^k$ représentent respectivement, les mesures de consensus de supportabilité et de rejetabilité.

Ces mesures sont intégrées ensuite dans le mécanisme de rétroaction défini ci-dessous.

4.4.2.2. Mécanisme de rétroaction

Un mécanisme de rétroaction est un outil capable d'aider l'analyste dans le processus d'atteinte de consensus ou même de le substituer. En d'autres termes, un mécanisme de rétroaction permet aux décideurs de changer leurs préférences afin d'atteindre un degré de proximité toléré. Les principales problématiques de ce mécanisme sont : comment faire en sorte que les positions individuelles convergent ? Et comment appuyer un décideur dans l'obtention et l'acceptation d'une solution donnée ? (Tapia García et al. 2012), (Chiclana et al. 2002).

La littérature représente généralement les processus de rétroaction par une phase d'identification et une phase de recommandation. En respectant cette structure, la partie suivante présente un processus de rétroaction proposé dans le cadre de l'approche bipolaire (Bouzarour-Amokrane et al. 2013b).

Phase d'identification. La phase d'identification permet d'évaluer pour chaque alternative, le degré de proximité des évaluations individuelles et de les comparer à des seuils de tolérance fixés par le groupe de décision et/ou l'analyste. Les alternatives présentant une forte variation (mesures de proximité dépassant le seuil de tolérance) sont écartées. Seules les alternatives à tendance convergente sont traitées par la suite. Les mesures de proximité permettent ainsi l'identification des alternatives divergentes mais ne donnent toutefois pas d'information sur la contribution de chaque acteur dans cette divergence. Pour le savoir, la distance entre les évaluations bipolaires des décideurs est calculée à l'aide des mesures de consensus bipolaire. Ceci permet d'identifier les décideurs dont les évaluations s'éloignent du groupe.

A partir de ces mesures, les évaluations des alternatives peuvent être modifiées en utilisant les étapes suivantes:

1. Identification des alternatives dont la mesure de proximité d_i respecte la condition (1) $d_i \leq \omega$, ou ω représente le seuil d'écart toléré entre alternatives (la moyenne des distances sur l'ensemble des alternatives peut être considérée comme seuil de tolérance, par exemple). Ceci permet d'écarter les alternatives qui risquent de créer des conflits et de se concentrer sur les alternatives présentant déjà une certaine convergence.
2. Identification des décideurs dont l'avis s'éloigne des autres membres du groupe à travers le non-respect des conditions suivantes : (2) $d_{s_i}^k \leq \omega_s$, (3) $d_{r_i}^k \leq \omega_r$. Autrement dit, il s'agit des décideurs dont les mesures bipolaires ne respectent pas les seuils de tolérance de supportabilité et/ou de rejetabilité notés respectivement ω_s, ω_r . Ici également, les moyennes sur l'ensemble des alternatives peuvent être proposées comme seuils. Cette identification permet de formuler des recommandations ciblées en évitant les incohérences et les généralisations.

Phase de recommandation. La phase de recommandation propose d'entamer une cession de discussion dans laquelle il est recommandé aux décideurs ne remplissant pas les conditions (2) et (3) d'apporter des changements à leurs évaluations concernant les alternatives qui respectent la condition (1). Dans cette phase, des recommandations sont émises aux décideurs identifiés comme présentant des écarts par rapport au reste du groupe concernant l'évaluation des alternatives convergentes. Les recommandations sont basées sur les règles suivantes :

- Pour $d_{s_i}^k > \omega_s$: le décideur d_k présente un écart important lié à sa mesure de sélectabilité. Autrement dit, la mesure de sélectabilité donnée par le décideur d_k s'éloigne des évaluations données par les autres décideurs. Pour connaître le sens de la divergence et savoir ainsi si l'alternative considérée présente une importante sélectabilité (divergence positive) ou une très faible sélectabilité (divergence négative), l'équation suivante définit une mesure indiquant le sens de la divergence des mesures de sélectabilité.

$$div_{s_i}^k = \frac{\sum_{k', k' \neq k} (d_{s_i}^{kk'})}{p-1} \quad (4-20)$$

Si $div_{s_i}^k > 0$, l'alternative a_i présente une bonne mesure de sélectabilité, aucune modification n'est demandée.

Sinon ($div_{s_i}^k < 0$), la mesure de sélectabilité est plus petite que la moyenne, une augmentation de la mesure de sélectabilité de l'alternative considérée est donc recommandée.

Les mêmes recommandations sont appliquées aux mesures de rejetabilité :

- Pour $d_{r_i}^k > \omega_r$, le décideur d_k présente une forte divergence par rapport au reste du groupe. Le sens de la divergence permet de savoir si l'alternative présente une faible rejetabilité (divergence positive) ou une importante rejetabilité (divergence négative). Le sens de divergence des mesures de rejetabilité est donné par :

$$div_{r_i}^k = \frac{\sum_{k', k' \neq k} (d_{r_i}^{kk'})}{p-1} \quad (4-21)$$

Si $div_{r_i}^k > 0$, l'alternative présente une faible mesure de rejetabilité, aucune modification n'est demandée.

Sinon ($div_{r_i}^k < 0$), la mesure de rejetabilité est très élevée par rapport à la moyenne, une réduction de cette mesure est alors recommandée.

Une fois les modifications apportées, l'ensemble d'équilibre satisfaisant de chaque décideur est reconstruit. Le processus itératif est arrêté lorsque $\bigcap_{k=1}^p \mathcal{E}_q^{Sk} \neq \emptyset$. Si la solution obtenue satisfait l'ensemble du groupe, le processus est arrêté. Autrement, une nouvelle itération peut être proposée.

La partie suivante présente un exemple d'application afin d'illustrer les développements de ce chapitre.

4.5. Exemple d'application : choix d'un site d'installation d'un parc éolien

Installer un parc éolien implique différents acteurs de la société ; porteurs de projet, élus, pouvoirs publics et citoyens. En France, le choix des sites d'implantation potentiels (sélection des alternatives) revient généralement aux élus, qui en tenant compte d'études préalables, vont retenir des secteurs potentiels d'installation validés par le préfet. Une étude plus élaborée est ensuite réalisée afin de sélectionner le site à choisir pour l'installation. L'approche bipolaire collective présentée dans ce chapitre peut faire l'objet d'un outil de résolution d'un tel problème. Pour illustrer le modèle bipolaire développé ci-dessus, la partie qui suit revient sur l'exemple d'implantation d'un site éolien proposé par Lee et al. (Lee et al. 2009) et traité dans le chapitre 2 et 3. En adaptant les données du problème initial d'installation d'un parc éolien (Lee et al. 2009), il est considéré cette fois, que la décision est prise par un comité décisionnel composé des trois entités suivantes : spécialistes de l'éolien, élus locaux et pouvoir public notés respectivement d_1, d_2, d_3 .

On considère que les degrés d'importance accordés aux objectifs socio-économique, objectif de performance et objectif d'opérationnalité sont donnés pour chaque décideur d_1, d_2, d_3 respectivement par les vecteurs $\omega^{1,o} = [0.1 \ 0.8 \ 0.1]$, $\omega^{2,o} = [0.8 \ 0.1 \ 0.1]$, $\omega^{3,o} = [0.1 \ 0.1 \ 0.8]$. Il est supposé que les spécialistes de l'éolien (entité d_1) accordent plus d'importance à l'objectif de performance, leur but premier étant de mettre en place un site productif présentant un bon rendement. Afin de gérer le budget et de préserver le patrimoine communal, les élus locaux favorisent l'aspect socio-économique et les pouvoirs publics sont supposés accorder plus d'importance à l'opérationnalité du futur site. L'évaluation bipolaire des alternatives est réalisée à travers l'analyse BOCR selon la méthode proposée dans le chapitre précédent. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau 4-1 et le tableau 4-2 représentant respectivement les résultats de l'évaluation BOCR des alternatives et les mesures bipolaires 'à priori' obtenues pour une aversion au risque donnée par le vecteur $\delta^k = [0.3 \ 0.5 \ 0.7]$. On suppose dans ce cas que les spécialistes de l'éolien (d_1) présentent une faible aversion au risque contre une aversion au risque moyenne pour les élus locaux (d_2) et une grande prudence concernant les pouvoirs publics (d_3).

Tableau 4-1. Agrégation BOCR sur l'ensemble des objectifs pour chaque décideur d_k

Décideurs	Facteurs	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
d_1	B	0.1892	0.2284	0.1498	0.2250	0.2076
	O	0.1965	0.1990	0.1980	0.2020	0.2045
	C	0.2072	0.1814	0.2132	0.2298	0.1684
	R	0.1976	0.2064	0.1986	0.2058	0.1915
d_2	B	0.1924	0.1900	0.2347	0.1581	0.2249
	O	0.1964	0.1980	0.1898	0.2103	0.2055
	C	0.1618	0.2172	0.1507	0.2216	0.2487
	R	0.2000	0.2043	0.2045	0.1894	0.2018
d_3	B	0.2137	0.1519	0.1957	0.2313	0.2073
	O	0.1981	0.1945	0.2026	0.2005	0.2043
	C	0.1902	0.1829	0.1891	0.1792	0.2587
	R	0.2078	0.1955	0.2115	0.1994	0.1857

Tableau 4-2. Résultats de l'évaluation bipolaire 'à priori' des alternatives par les décideurs d^k , $\delta^k = [0.3 \ 0.5 \ 0.7]$

Décideurs	Mesures bipolaires	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
d_1	Mesure de sélectabilité ($\mu_{s_0}^1$)	0.1943	0.2078	0.1835	0.2089	0.2055
	Mesure de rejetabilité ($\mu_{r_0}^1$)	0.2043	0.1889	0.2088	0.2226	0.1753
d_2	Mesure de sélectabilité ($\mu_{s_0}^2$)	0.1944	0.1940	0.2122	0.1842	0.2152
	Mesure de rejetabilité ($\mu_{r_0}^2$)	0.1809	0.2108	0.1776	0.2055	0.2252
d_3	Mesure de sélectabilité ($\mu_{s_0}^3$)	0.2090	0.1647	0.1978	0.2221	0.2064
	Mesure de rejetabilité ($\mu_{r_0}^3$)	0.2025	0.1917	0.2048	0.1933	0.2076

Afin de représenter le lien social et les influences potentielles que les décideurs peuvent mutuellement subir, l'approche présentée dans ce chapitre propose de modéliser les interactions entre les décideurs à travers des mesures de concordance et de discordance. On note $\omega_{kk'}^c/\omega_{kk'}^d$ le degré de concordance/discordance relative que le décideur d_k accorde à l'avis du décideur $d_{k'}$. Ces mesures permettent de représenter respectivement l'influence positive et négative que chaque entité décisionnelle peut subir de son voisinage. Les matrices suivantes représentent les degrés de concordance et de discordance des décideurs dans le cas du problème abordé ici.

$$\omega_{kk'}^c = \begin{bmatrix} - & 0.1 & 0.9 \\ 0.7 & - & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 & - \end{bmatrix} \quad \omega_{kk'}^d = \begin{bmatrix} - & 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & - & 0.8 \\ 0.6 & 0.4 & - \end{bmatrix}$$

Les matrices $\omega_{kk'}^c, \omega_{kk'}^d$ montrent par exemple que le décideur d_2 accorde une bonne confiance au décideur d_1 à travers un bon degré de concordance et un faible degré de discordance.

En considérant les degrés de concordance et de discordance donnés ci-dessus, le degré d'importance θ_k de chaque décideur d_k déduit à partir de l'équation (4-2) est donné par le vecteur suivant.

$$\theta_k = [0.3334 \ 0.3285 \ 0.3381] \tag{4-22}$$

Les mesures relatives tenant compte du voisinage peuvent ainsi être obtenues à l'aide des équations (4-3), (4-4) et les mesures bipolaires finales à partir des équations (4-5), (4-6). En considérant que le degré d'individualisme des décideurs est moyen ($\sigma^k = [0.5 \ 0.5 \ 0.5]$), les résultats obtenus sont respectivement présentés dans le tableau 4-3 et le tableau 4-4 suivants.

Tableau 4-3. Résultats de l'évaluation bipolaire relative des alternatives par les décideurs

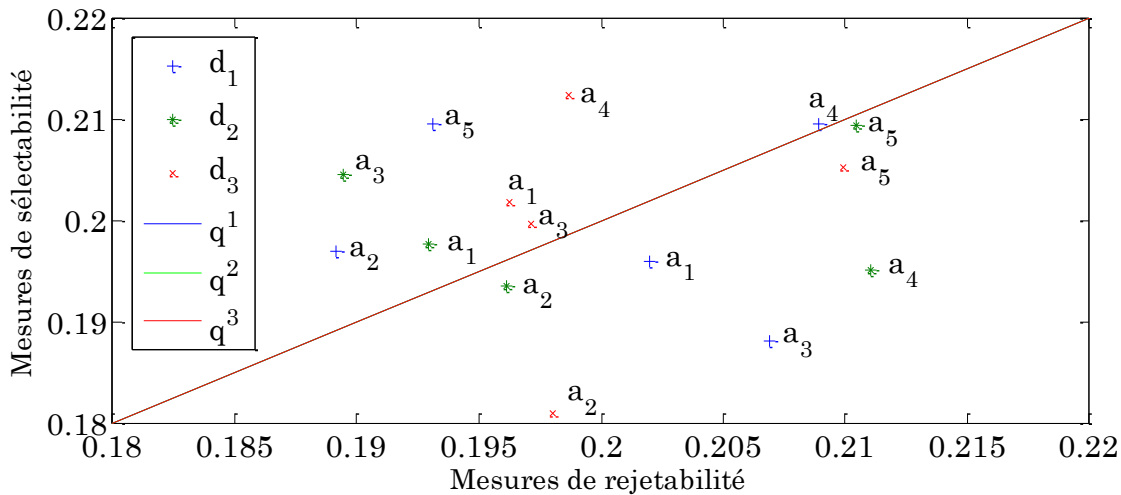
Décideurs	Mesures bipolaires relatives	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
d_1	Mesure de sélectabilité ($\mu_s^{1/V(d_1)}$)	0.1976	0.1861	0.1926	0.2102	0.2135
	Mesure de rejetabilité ($\mu_r^{1/V(d_1)}$)	0.1996	0.1893	0.2050	0.1951	0.2109
d_2	Mesure de sélectabilité ($\mu_s^{2/V(d_2)}$)	0.2008	0.1929	0.1968	0.2060	0.2035
	Mesure de rejetabilité ($\mu_r^{2/V(d_2)}$)	0.2049	0.1815	0.2013	0.2166	0.1957
d_3	Mesure de sélectabilité ($\mu_s^{3/V(d_3)}$)	0.1947	0.1972	0.2014	0.2026	0.2041
	Mesure de rejetabilité ($\mu_r^{3/V(d_3)}$)	0.1900	0.2043	0.1894	0.2040	0.2122

Tableau 4-4. Mesures bipolaires finales des alternatives

Décideurs	Mesures bipolaires finales	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
d_1	Mesure de sélectabilité (μ_s^1)	0.1960	0.1969	0.1881	0.2095	0.2095
	Mesure de rejetabilité (μ_r^1)	0.2020	0.1891	0.2069	0.2089	0.1931
d_2	Mesure de sélectabilité (μ_s^2)	0.1976	0.1935	0.2045	0.1951	0.2093
	Mesure de rejetabilité (μ_r^2)	0.1929	0.1961	0.1894	0.2111	0.2105
d_3	Mesure de sélectabilité (μ_s^3)	0.2019	0.1809	0.1996	0.2123	0.2053
	Mesure de rejetabilité (μ_r^3)	0.1963	0.1980	0.1971	0.1987	0.2099

La représentation graphique de l'évaluation des alternatives de chaque décideur dans un plan défini par les mesures bipolaires finales (tableau 4-4) est donnée par la figure 4-2 suivante. L'indice de prudence q^k est supposé égal à 1 pour chaque décideur d_k .

En reposant sur le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants, la représentation graphique des alternatives sur le plan (μ_r^k, μ_s^k) permet de déduire les ensembles d'équilibre satisfaisant ($\mathcal{E}_q^{S,k}$) de chaque décideur (voir figure 4-3) comme suit : $\mathcal{E}_1^{S,1} = \{a_5, a_2, a_4\}$, $\mathcal{E}_1^{S,2} = \{a_3\}$ et $\mathcal{E}_1^{S,3} = \{a_1, a_4\}$. On constate dans ce cas qu'aucune solution commune n'est obtenue ($\bigcap_{k=1}^3 \mathcal{E}_1^{S,k} = \emptyset$). Afin de trouver un consensus et aboutir à une réponse commune, la partie qui suit propose d'appliquer les modèles d'atteinte de consensus proposés précédemment. En faisant varier l'indice de prudence q^k , les ensembles d'équilibre satisfaisants des décideurs vont être redimensionnés dans un premier temps afin de rendre leur intersection non vide ($\bigcap_{k=1}^3 \mathcal{E}_1^{S,k} \neq \emptyset$). Le processus d'atteinte de consensus reposant sur les distances de proximité et de consensus est proposé dans un deuxième temps.

Figure 4-2. Représentation graphique des mesures bipolaires finales de chaque décideur d_k

Modèle d'atteinte de consensus par variation de l'indice de prudence

L'approche proposée avec ce modèle d'atteinte de consensus permet aux décideurs d'éviter la modification de leurs évaluations. Seule une concession sur l'indice de prudence est demandée en fonction d'un des critères de sélection proposés dans la partie 4.4.2.1. Dans cet exemple, nous remarquons que les ensembles d'équilibre satisfaisant de la majorité qualifiée à 67% composée des décideurs d_1 et d_3 présentent initialement une alternative commune ($\mathcal{E}_1^{S,1} \cap \mathcal{E}_1^{S,3} = \{a_4\}$). Les degrés d'importance des décideurs d_1 et d_3 sont effectivement plus importants que le degré d'importance du décideur d_2 ce qui permet de les considérer comme 'majorité qualifiée' (voir équation 4-15). En fonction de la nature des relations du groupe et du contexte décisionnel, le décideur d_2 peut accepter la sélection de l'alternative a_4 , largement insatisfaisante pour lui, sans avoir recours à une modification. Dans le cas contraire, ce dernier sera amené à modifier son indice de prudence q^2 afin d'élargir son ensemble d'équilibre satisfaisant $\mathcal{E}_1^{S,2}$. Sachant que l'indice de prudence du décideur d_2 est défini sur l'intervalle $q^2 \in [0.92, 1.08 [$ (voir équation 2-20, 2-21 du chapitre 2), on propose de poser $q^2 = 0.95$. Dans ce cas on remarque (voir figure 4-4) que l'ensemble d'équilibre satisfaisant du décideur d_2 inclut uniquement l'alternative a_5 (l'alternative a_2 étant satisfaisante mais dominée et l'alternative a_4 n'étant toujours pas satisfaisante). La solution dans ce cas revient à reculer l'indice de prudence du décideur d_2 à la limite ($q^2 = 0.92$).

La variation de l'indice de prudence des décideurs peut également se faire en fonction de leur degré d'importance. Dans ce cas, le classement des décideurs déduit à partir de l'équation (4-22), ($d_3 \succcurlyeq d_1 \succcurlyeq d_2$) indique que le décideur d_2 doit réduire son indice de prudence en premier. Si l'intersection après modification est toujours vide, le décideur d_1 modifie son indice de prudence, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'une solution commune soit obtenue. On suppose que la modification de l'indice de prudence du décideur d_2 est donnée par $q^2 = 0.95$. Cette modification permet d'élargir son ensemble d'équilibre satisfaisant à $\mathcal{E}_{0.95}^{S,2} = \{a_3, a_5\}$, l'intersection $\bigcap_{k=1}^3 \mathcal{E}_1^{S,k}$ demeure cependant vide. Le décideur d_1 doit donc modifier son indice de prudence défini sur l'intervalle $q^1 \in [0.91, 1.08 [$ (voir équation 2-20, 2-21 du chapitre 2). En posant $q^1 = 0.95$, l'ensemble d'équilibre satisfaisant du décideur d_1 reste identique $\mathcal{E}_{0.95}^{S,1} = \{a_5, a_2, a_4\}$, l'alternative a_1 bien que satisfaisante est dominée est donc exclue de l'ensemble $\mathcal{E}_{0.95}^{S,1}$. L'intersection à ce niveau est toujours vide. On demande alors au décideur d_3 de modifier son indice de prudence $q^3 \in [0.91, 1.07 [$. En ramenant q^3 à 0.95, l'ensemble d'équilibre satisfaisant du décideur d_3 est donné par $\mathcal{E}_{0.95}^{S,3} = \{a_1, a_4\}$, l'alternative a_5 est satisfaisante mais dominée par l'alternative a_4 . Dans ce cas, une nouvelle boucle est entamée, le décideur d_2 est amené à réduire encore son indice de prudence. En posant $q^2 = 0.91$, l'ensemble $\mathcal{E}_{0.91}^{S,2} = \{a_5, a_3\}$, l'alternative a_4 devient satisfaisante mais dominée. On constate que toutes les alternatives restantes peuvent devenir satisfaisantes mais sont toujours dominées. Dans ce cas, étant donné que les réajustements des évaluations ne sont pas admis, une solution possible revient à considérer l'intersection de l'ensemble d'équilibre satisfaisant du décideur le plus important avec les ensembles satisfaisants notés S_q^k du reste du groupe sans considération de la dominance pour le reste du groupe. Ceci implique la sélection d'une des solutions qualifiées 'des plus satisfaisantes' par le décideur le plus important. La solution dans ce cas est le résultat de l'intersection suivante : $\mathcal{E}_1^{S,3} \cap S_{0.95}^1 \cap S_{0.91}^2 = \{a_4\}$.

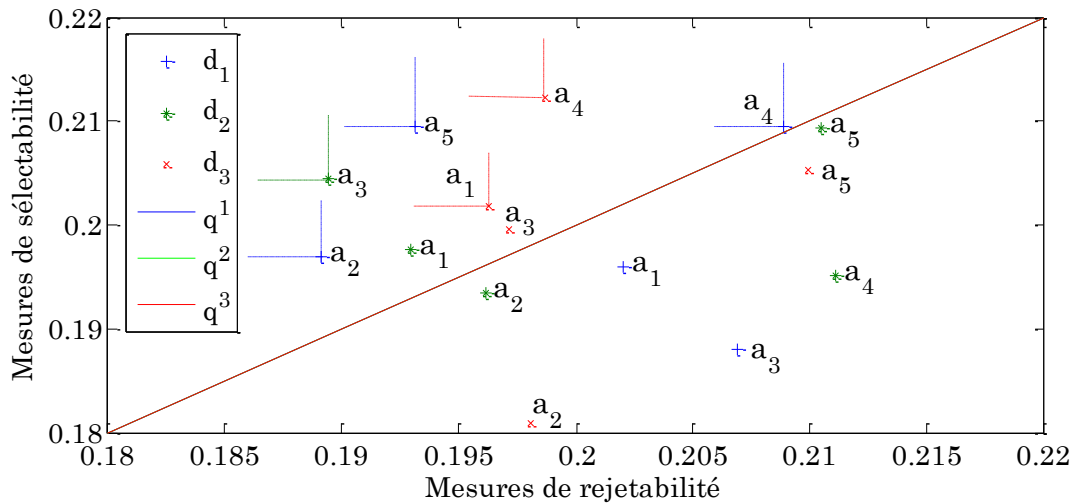


Figure 4-3. Représentation des ensembles d'équilibre satisfaisants des décideurs

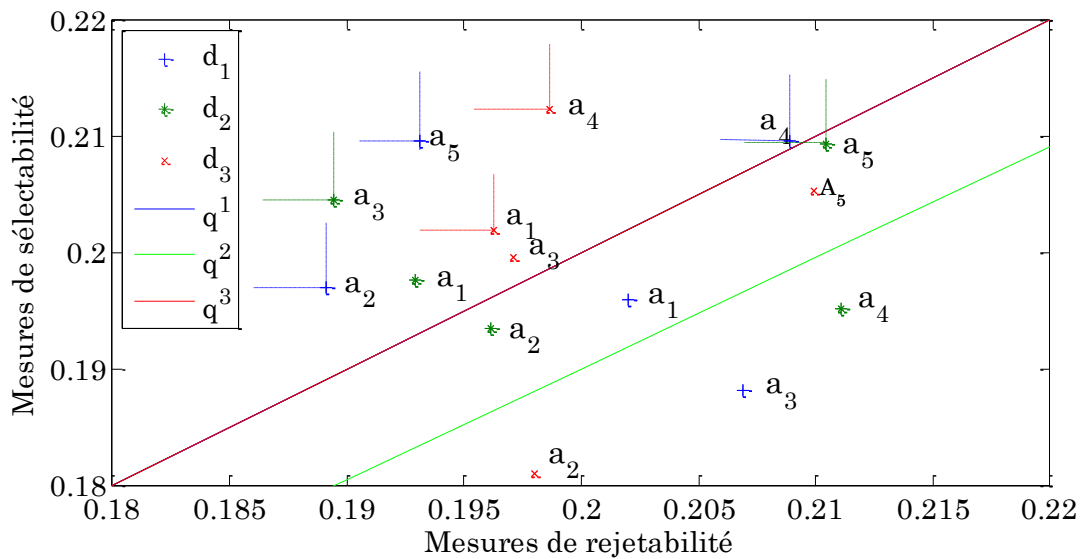


Figure 4-4. Résultat de la modification de l'indice de prudence du décideur d_2 ($q^2 = 0.95$)

Modèle d'atteinte de consensus basé sur les mesures de proximité

Le second processus d'atteinte de consensus proposé utilise des mesures de distance qui permettent à l'analyste d'identifier les alternatives et les décideurs présentant de fortes divergences. À l'aide d'un mécanisme de rétroaction, les décideurs ont la possibilité de modifier leurs évaluations en fonction des recommandations émises par l'analyste lors des sessions de discussion, l'objectif étant de converger vers une solution commune.

La première phase du mécanisme de rétroaction est la phase d'identification. Dans cette étape, l'analyste à l'aide des mesures de proximité et de consensus bipolaire identifie respectivement, les alternatives divergentes et les décideurs présentant des évaluations qui s'éloignent de celles des

autres décideurs. La seconde phase, permet à l'analyste de faire des recommandations ciblées aux décideurs qui présentent de forts écarts.

Phase d'identification

Dans cet exemple, identifier les alternatives à fortes divergences revient au calcul des mesures de proximité définies par l'équation (4-17) à partir des mesures bipolaires finales (tableau 4-4). Les résultats obtenus sont donnés par le vecteur de l'équation (2-23) suivant :

$$d_i = [0.0077 \ 0.0079 \ 0.0119 \ 0.0113 \ 0.0090] \tag{4-23}$$

Une alternative est estimée convergente si sa mesure de proximité respecte la condition (1) $d_i \leq \omega$, ou ω représente le seuil d'écart toléré entre alternatives. En supposant que la moyenne des distances sur l'ensemble des alternatives est le seuil de tolérance, la distance de proximité ne doit pas dépasser 0.0096 ($d_i \leq 0.0096$). On peut ainsi déduire que l'alternative a₃ et a₄ présentent de fortes divergences et sont par conséquent écartées.

Pour identifier les décideurs présentant un avis divergent par rapport au reste du groupe, les mesures de consensus bipolaire (équations (4-18), (4-19)) sont données dans le tableau suivant.

Tableau 4-5. Mesures de consensus bipolaire

Mesures de consensus bipolaires	$d_{s_i}^k$			$d_{r_i}^k$		
	d_1	d_2	d_3	d_1	d_2	d_3
a ₁	0,0017	0,0019	0,0031	0,0025	0,0035	0,002
a ₂	0,0033	0,0022	0,0034	0,0026	0,002	0,0032
a ₃	0,0046	0,0024	0,0026	0,0045	0,0056	0,0034
a ₄	0,0039	0,0067	0,0048	0,0014	0,0012	0,0023
a ₅	0,0007	0,0009	0,0005	0,0057	0,0033	0,0042

Les décideurs présentant des mesures bipolaires ne vérifiant pas les conditions (2) $d_{s_i}^k \leq \omega_s$ et (3) $d_{r_i}^k \leq \omega_r$ concernant les alternatives sélectionnées sont identifiés. Des recommandations leur sont proposées dans la seconde phase.

En supposant que les seuils ω_s, ω_r sont obtenus à partir des moyennes des distances bipolaires sur l'ensemble des alternatives ($\omega_s = \sum_k^p (\sum_i^n (d_{s_i}^k/n))/p, \omega_r = \sum_k^p (\sum_i^n (d_{r_i}^k/n))/p$), le tableau suivant montre les écarts constatés au niveau des décideurs concernant chaque alternative. Avec $\omega_s = 0.0028$ et $\omega_r = 0.0032$, les alternatives a₃ et a₄ considérées divergentes ne sont pas considérées dans la seconde phase. La suite du processus consiste à faire des recommandations aux décideurs en fonction des divergences observées.

Phase de recommandation

Commentaires sur les résultats obtenus : Le tableau 4-6 montre que le décideur d_1 présente un écart par rapport à la moyenne concernant l'évaluation de la mesure de sélectabilité de l'alternative a₂. Le sens de la divergence est positif ($div_{s_2}^1 = 0.003$), la mesure de sélectabilité est importante et ne sera donc pas modifiée.

Tableau 4-6. Identification des décideurs dont les évaluations présentent des écarts

Mesures de consensus bipolaires Décideurs	$d_{s_i}^k$			$d_{r_i}^k$		
	d_1	d_2	d_3	d_1	d_2	d_3
a ₁	0,0017	0,0019	0,0031	0,0025	0,0035	0,002
a ₂	0,0033	0,0022	0,0034	0,0026	0,002	0,0032
a ₃	0,0046	0,0024	0,0026	0,0045	0,0056	0,0034
a ₄	0,0039	0,0067	0,0048	0,0014	0,0012	0,0023
a ₅	0,0007	0,0009	0,0005	0,0057	0,0033	0,0042

Le décideur d_2 présente une divergence concernant la mesure de rejetabilité des alternatives a₁ et a₅. Le sens de la divergence des mesures de rejetabilité est donné par $div_{r_1}^2 = 0.0035$ et $div_{r_5}^2 = -0.0015$. La divergence négative de l'alternative a₅ conduit à une recommandation de réduction de sa mesure de rejetabilité. L'alternative a₁ qui présente une faible rejetabilité et donc épargnée.

Le décideur d_3 présente une forte mesure de rejetabilité sur l'alternative a₅ par rapport au reste du groupe, le sens négatif de la divergence ($div_{r_5}^3 = -0.0042$) implique une recommandation de réduction de cette mesure.

Recommandations formulées : Il est donc recommandé aux décideurs d₂ et d₃ de réduire leurs mesures de rejetabilité concernant l'alternative a₅. Les données du tableau 4-1 montrent effectivement que le décideur d₂ surestime le risque par rapport aux autres décideurs, tandis que le décideur d₃ surévalue le coût de l'alternative a₅. La réduction des mesures de rejetabilité de l'alternative a₅ par les décideurs d₂ et d₃ à $\mu_r^2(a_5) = 0.2005$ et $\mu_r^3(a_5) = 0.1980$ respectivement permet d'avoir la représentation graphique suivante (voir figure 4-5).

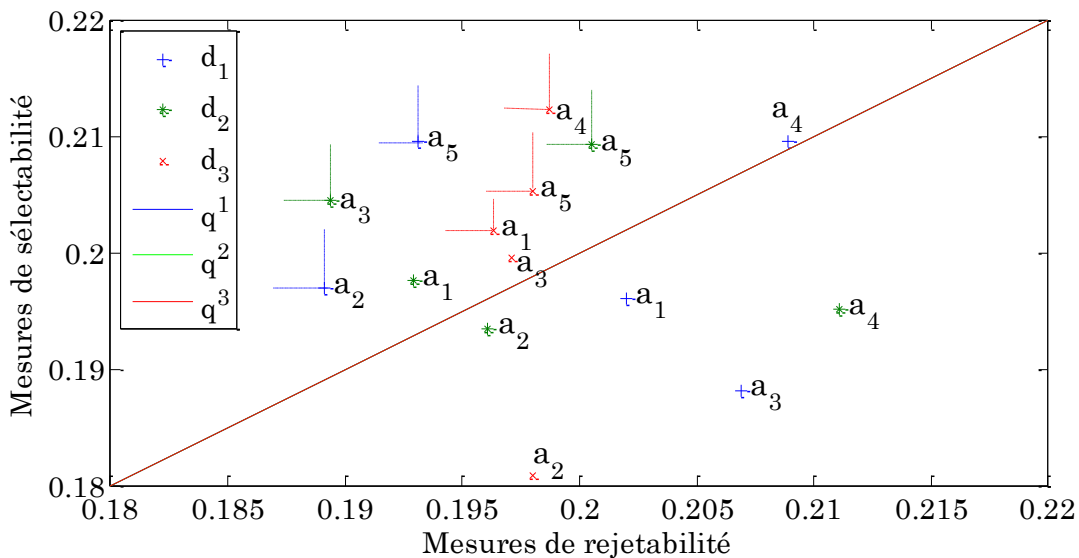


Figure 4-5. Représentation graphique des mesures bipolaires finales (itération 1)

Cette représentation graphique permet d'identifier les ensembles d'équilibre satisfaisant $(\mathcal{E}_q^{S,k})$ pour chaque décideur d_k comme suit ; $\mathcal{E}_1^{S,1} = \{a_5, a_2, a_4\}$, $\mathcal{E}_1^{S,2} = \{a_3, a_5\}$ et $\mathcal{E}_1^{S,3} = \{a_1, a_4, a_5\}$. La solution commune obtenue par l'intersection de ces ensembles est l'alternative a_5 ($\bigcap_{k=1}^3 \mathcal{E}_1^{S,k} = a_5$).

Le processus d'atteinte de consensus a permis dans un premier temps d'identifier les alternatives présentant de fortes divergences afin de les écarter et préconiser des recommandations sur les alternatives présentant une certaine convergence d'options. Les décideurs dont l'avis s'éloigne du reste du groupe sont ensuite identifiés à l'aide des mesures de consensus bipolaires et des recommandations leur sont adressées pour les conduire vers un consensus aboutissant à la sélection d'une solution finale commune. Dans l'exemple traité dans ce chapitre, l'intégration des influences positives et négatives des décideurs dans le modèle et le nombre de décideurs relativement faible ont permis de trouver un consensus rapidement après une seule recommandation. Le taux d'individualisme considéré moyen pour tous les décideurs permet également de nuancer les évaluations individuelles et de réduire les divergences qu'un fort degré d'individualisme pouvait faire apparaître comme le montre la figure 4-6 pour des degrés d'individualisme σ^k égal à 0.9 pour chaque décideur.

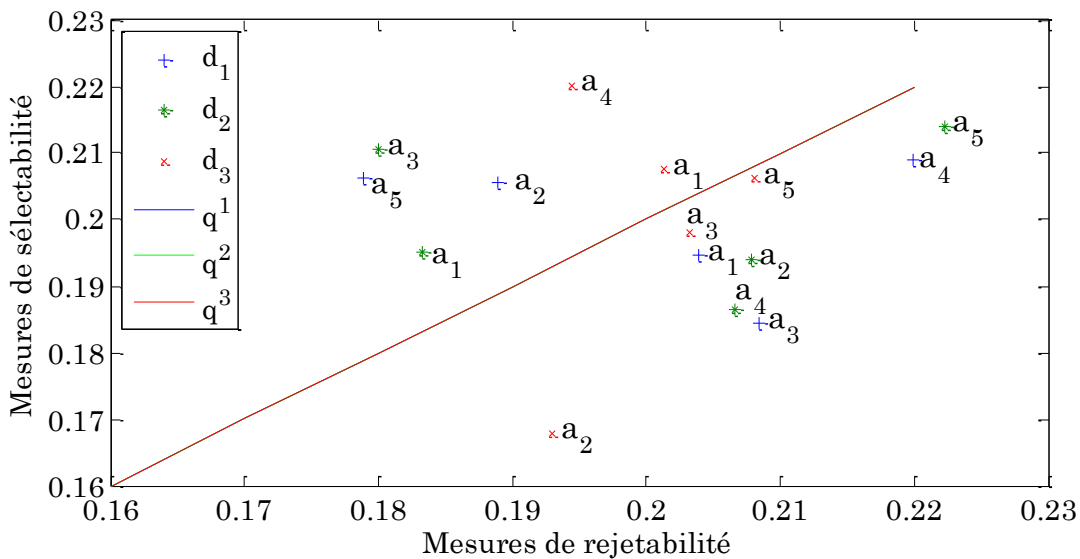


Figure 4-6. Représentation graphique des résultats bipolaires finales avec $\sigma^k = [0.9 \ 0.9 \ 0.9]$

4.6. Conclusion

Ce chapitre a abordé les problèmes de décision de groupe dans le cas d'un choix social engageant un groupe de décideurs à sélectionner une ou plusieurs alternatives parmi un ensemble de solutions potentielles communes. En considérant les problèmes de décision de groupe basés sur des évaluations individuelles, les interactions et influences potentielles exercées mutuellement par les décideurs ont été intégrées au modèle d'évaluation à travers des mesures de concordance et de discordance. Ces mesures ont été définies pour modéliser respectivement l'impact de l'influence positive et négative que les décideurs pouvaient subir de leur voisinage. A partir des résultats individuels d'évaluation,

des mesures bipolaires relatives ont été générées dans le but d'intégrer au modèle l'influence potentielle du voisinage sur le résultat bipolaire final de chaque décideur. Le degré d'individualisme des décideurs est également pris en compte pour représenter la nature de chaque individu et son impact sur le résultat final. A partir des mesures bipolaires finales, des propositions de processus d'atteinte de consensus ont été faites afin de guider les décideurs vers une solution commune. Fondé sur le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants, les solutions communes ont été représentées par le résultat de l'intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant des décideurs. Le premier processus d'atteinte de consensus proposé est basé sur la variation de l'indice de prudence de chaque décideur, en considérant que les réajustements et modifications des évaluations individuelles n'étaient pas admis. Les décideurs ont donc été amenés à réduire leur degré de prudence ou de prudence en fonction d'un ensemble de critères. Ce réajustement a permis d'élargir leur ensemble d'équilibre satisfaisant et augmenter ainsi les chances d'obtenir une intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant non vide. Un processus itératif d'atteinte de consensus a également été proposé pour trouver des solutions communes lorsque les réajustements des évaluations individuelles sont possibles. Basé sur des mesures de proximité et de consensus bipolaire, le processus de rétroaction proposé avait pour objectif d'identifier dans un premier temps les alternatives présentant de fortes divergences et, dans un deuxième temps, les décideurs montrant un important écart d'évaluation sur les mesures bipolaires par rapport aux autres membres. Une fois la phase d'identification (des alternatives et décideurs divergents) passée, des recommandations ciblées ont été adressées aux décideurs présentant d'importants écarts en ce qui concerne les alternatives à tendance convergente. Un exemple d'application a permis d'illustrer la démarche proposée dans ce chapitre.

Dans certains cas, les problèmes de décision impliquent des acteurs dont les projets individuels sont en interdépendance, on parle alors de jeux stratégiques. Le chapitre suivant propose de considérer la résolution de ces problèmes de jeux par approche bipolaire.

Chapitre 5. Résolution des problèmes de jeux par approche bipolaire

« Le plus grand plaisir humain est sans doute dans un travail difficile et libre fait en coopération, comme les jeux le font assez voir ». Emile-Auguste Chartier, dit Alain

Résumé. Ce chapitre introduit l'utilisation de l'approche bipolaire pour la structuration et l'analyse des problèmes de jeux. Les principales caractéristiques de la théorie des jeux sont décrites dans un premier temps de manière brève. En mettant l'accent sur la notion de bipolarité, la théorie des jeux satisfaisants est ensuite proposée comme outil de structuration et d'évaluation des décisions stratégiques de groupe. La troisième partie propose un processus de résolution des jeux dans le but d'atteindre un équilibre satisfaisant. Un exemple d'application simple est ensuite présenté pour illustrer les techniques proposées et une conclusion est donnée en fin de chapitre.

5.1. Introduction

Ce chapitre ne couvre pas en détail l'ensemble des nuances que peut présenter la théorie des jeux et prend le parti d'aborder de manière relativement générale, la possibilité d'adapter l'approche bipolaire proposée dans cette thèse à la résolution des problèmes de jeux.

Contrairement aux problèmes de choix social impliquant un groupe d'acteurs avec un but final commun, les problèmes de décision appelés 'jeux' concernent l'analyse des décisions prises par des acteurs présentant des buts différents en situation d'interdépendance (Demange & Ponsard 1994). La structuration et la résolution de ce type de problèmes reposent sur la théorie des jeux définie comme l'étude mathématique des situations interactives. La théorie des jeux permet effectivement de montrer comment les interactions stratégiques entre acteurs aboutissent à des résultats globaux qui tiennent compte des préférences individuelles de chacun (Ross 2012).

Basée sur la notion de rationalité du comportement humain, les principales hypothèses de la théorie des jeux sont les suivantes (Heap & Varoufakis 2004):

- rationalité instrumentale : les acteurs d'un jeu sont considérés comme des décideurs intentionnels et rationnels;
- connaissance commune de la rationalité : les acteurs d'un jeu sont susceptibles de s'informer mutuellement de ce qui est rationnel de faire pour chaque acteur;
- priorités communes : la rationalité des individus dans un jeu les mènent aux mêmes conclusions sur la façon dont le jeu doit se dérouler;
- actions dans les règles du jeu : les individus connaissent les règles du jeu, ils connaissent toutes les actions possibles et comment ces actions se combinent pour produire des gains particuliers pour chaque joueur.

Comme mentionné dans le chapitre 1 (partie 3.2.1), les caractéristiques d'un jeu peuvent être représentées par sa forme normale retenant les éléments de base d'une situation d'interaction, à savoir, les 'joueurs' et pour chacun d'eux, les actions ou alternatives disponibles et les évaluations des conséquences (gains) découlant des choix réalisés par l'ensemble des joueurs.

Un jeu sous forme normale peut donc être défini pour chaque décideur $d_i \in D$ par un triplet noté (D, A_i, v_i) , représentant respectivement les caractéristiques suivantes (Demange & Ponsard 1994):

Joueurs (D): appelés aussi protagonistes, représentent les acteurs de la décision impliqués dans le jeu et dont le but est d'atteindre leurs objectifs respectifs en considérant le choix des autres acteurs. Les joueurs peuvent représenter de simples individus, communautés, sociétés ou gouvernements.

En fonction de la nature de la coordination établie, les relations entre les joueurs peuvent être coopératives ou concurrentielles. On note D , l'ensemble des joueurs, équation (5-1).

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_p\} \quad (5-1)$$

Dans ce qui suit, les joueurs sont représentés par l'indice $i = 1, \dots, p$.

Actions (A_i): les actions (ou alternatives) sont mises en place par les joueurs en fonction des informations qu'ils détiennent. Les joueurs choisissent leurs actions sachant que ce choix affecte un gain (éventuellement aléatoire) de chaque joueur i . La sélection d'une action se fait alors en considérant les choix des autres joueurs afin de maximiser le gain de chacun. On note A_i , l'ensemble des actions d'un joueur i , équation (5-2).

$$A_i = \{a_i^1, \dots, a_i^k, \dots, a_i^{n_i}\} \quad (5-2)$$

Chaque joueur i va donc choisir son action en considérant celles des autres acteurs du jeu. On note de manière générale $s_i^k = (a_i^k, a_{-i})$ la stratégie d'un décideur i où a_{-i} représente les actions des joueurs autres que i et $A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$, l'ensemble des actions des joueurs autre que i .

Le choix d'une stratégie s_i^k par chaque joueur détermine une 'issue' au jeu notée $s^k = (s_1^k, s_2^k, \dots, s_p^k)$.

L'ensemble des issues est noté $S = \prod_{i=1}^p A_i$.

Fonction d'utilité ou de gain (v_i): pour chaque joueur i , l'objectif est de maximiser la valeur attendue de son propre gain, mesurée à l'aide d'une échelle d'utilité (Ott 2012). La fonction notée v_i représentant les préférences d'un joueur i sur les issues est appelée fonction d'utilité ou fonction de gain (ou de paiement). La fonction utilité, concept classique de la théorie de la décision permet de préserver l'ordre et est définie à une transformation strictement croissante près (Demange & Ponsard 1994). Autrement dit :

$v_i(s) > v_i(s')$ signifie que le joueur i préfère strictement l'issue s à l'issue s' et

$v_i(s) = v_i(s')$ signifie que le joueur i est indifférent entre les deux issues.

Cette fonction utilité peut être obtenue par exemple à partir d'une évaluation bipolaire telle que l'analyse BOCR. Pour y parvenir, le modèle de résolution doit être structuré de manière à distinguer entre les aspects positifs et négatifs que le choix de chaque stratégie implique. La partie suivante présente les éléments de base permettant la structuration bipolaire d'un jeu.

5.1.1. Relations de dominance et équilibre

Comme définie dans le chapitre 1, une relation de dominance est obtenue lorsqu'une stratégie est meilleure qu'une autre quel que soit le choix des autres joueurs.

Dominance: une stratégie s_i^k d'un jour i est dominante si elle domine toutes ses autres stratégies. Inversement, une stratégie est dominée s'il existe une autre stratégie qui la domine. Dans un contexte bipolaire, la relation de dominance est donnée par la définition suivante.

Définition 5-1. une stratégie s_i^k du joueur i domine une stratégie $s_i^{k'}$ si :

$$\begin{aligned} \mu_{S_i}(s_i^k) &> \mu_{S_i}(s_i^{k'}) \quad \forall a_{-i} \in A_{-i} \\ \mu_{R_i}(s_i^k) &\leq \mu_{R_i}(s_i^{k'}) \quad \forall a_{-i} \in A_{-i} \end{aligned} \quad (5-3)$$

avec au moins une inégalité stricte dans l'inéquation de rejetabilité.

ou bien

$$\mu_{S_i}(s_i^k) \geq \mu_{S_i}(s_i^{k'}) \quad \forall a_{-i} \in A_{-i}$$

et

$$(5-4)$$

$$\mu_{R_i}(s_i^k) < \mu_{R_i}(s_i^{k'}) \quad \forall a_{-i} \in A_{-i}$$

avec au moins une inégalité stricte dans l'inéquation de sélectabilité.

Pour atteindre un équilibre satisfaisant de l'ensemble des acteurs, les stratégies sélectionnées par chaque joueur doivent être satisfaisantes localement mais aussi globalement. Autrement dit, pour constituer un équilibre, une issue doit répondre aux exigences individuelles d'une part et aux attentes du groupe d'autre part.

Le choix d'une stratégie à travers l'action sélectionnée par chaque joueur, va dépendre du contexte décisionnel et de la nature des informations acquises par chacun. Le manque d'information et/ou la nature des joueurs peut les amener parfois à sélectionner des stratégies dite 'prudentes' qu'on peut définir comme suit.

Stratégies prudentes : dans certains cas, des joueurs 'prudents' peuvent faire le choix de sélectionner une stratégie leur garantissant un gain minimal à maximiser. Dans le contexte bipolaire présenté ici, une stratégie prudente peut être déduite à partir d'une fonction $\theta_i(s_i^k)$ pouvant prendre différentes formes, comme par exemple, équation (5-5).

$$\theta_i(s_i^k) = \frac{1}{\mu_{R_i}(s_i^k)} \quad (5-5)$$

Cette fonction permet, en considérant les stratégies satisfaisantes (dont la mesure de sélectabilité dépasse la mesure de rejetabilité à un degré de prudence près) d'identifier la stratégie présentant le degré de rejetabilité le plus petit possible en considérant les stratégies des autres joueurs. On peut ainsi définir une stratégie prudente s_i^* par l'équation (5-6) ci-dessous.

$$s_i^* = \arg \max_{s_i^k \in S_i^q} \left(\frac{1}{\mu_{R_i}(s_i^k)} \right) \quad (5-6)$$

Afin d'évaluer les stratégies des joueurs et d'arriver à un équilibre par approche bipolaire, la partie suivante présente la théorie des jeux satisfaisants dans les problèmes de décision stratégique.

5.2. Evaluation bipolaire et théorie des jeux

Dans la théorie des jeux, l'évaluation des stratégies de chaque joueur ne passe généralement pas par la distinction entre les aspects positifs et négatifs. Or, cette démarche peut fournir des informations très utiles aux protagonistes qui pourront agir en ayant par exemple, des informations sur le risque qu'ils encourent et le gain possible qu'ils peuvent avoir. Pour permettre aux joueurs de bénéficier de

cette évaluation, cette partie présente dans un premier temps les outils des jeux satisfaisants dans un contexte de décision stratégique de groupe. Une structuration bipolaire des jeux est ensuite proposée.

5.2.1. Jeux satisfaisants pour les décisions de groupe

La théorie des jeux satisfaisants (Stirling 2003) offre, rappelons-le, un formalisme permettant l'identification, en fonction de la nature des relations de dominance, des stratégies apportant les meilleurs gains aux joueurs en considérant les aspects positifs et négatifs dans l'évaluation. Cependant, la définition de la théorie des jeux satisfaisants donnée jusqu'à présent ne tient compte que d'un seul acteur. Pour pouvoir utiliser les outils de la théorie des jeux satisfaisants dans un contexte de décision stratégique de groupe, la définition suivante propose sa formulation généralisée à p acteurs (chacun ayant son propre ensemble d'actions), ce qui permet de considérer les interactions et interdépendances marquant les problèmes de jeux.

Définition 5-2. Un jeu satisfaisant impliquant p acteurs est caractérisé par le triplet suivant $\langle A, \mu_{s_1 \dots s_p}, \mu_{r_1 \dots r_p} \rangle$.

avec

$A = A_1 \times A_2 \dots \times A_p$: ensemble des stratégies conjointes (issues) des p joueurs où A_i représente l'ensemble des actions d'un joueur i .

$\mu_{s_1 \dots s_p} / \mu_{r_1 \dots r_p}$: fonctions ou mesures ayant une structure probabiliste représentant respectivement les mesures de sélectabilité et de rejetabilité conjointes des issues. Pour simplifier les notations, les mesures conjointes bipolaires sont exprimées dans la suite par μ_S et μ_R .

A partir des fonctions conjointes, les fonctions bipolaires locales μ_{S_i} / μ_{R_i} peuvent être déduites par marginalisation.

De même, l'analyse en termes d'ensembles satisfaisants peut se faire au niveau local comme au niveau global.

Au niveau local, le raisonnement est similaire au cas de choix social en ce sens que pour chaque joueur i , l'ensemble d'équilibre satisfaisants noté $\mathcal{E}_{S_i}^{q_i}$ avec un indice de prudence noté ici q_i est donné par l'équation (5-7) suivante.

$$\mathcal{E}_{S_i}^{q_i} = \mathcal{E}_i \cap S_i^{q_i} \quad (5-7)$$

où \mathcal{E}_i représente l'ensemble d'équilibre de l'acteur i donné par la formule (5-8).

$$\mathcal{E}_i = \{a_i^k \in A_i : D_i(a_i^k) = \phi\} \quad (5-8)$$

où $D_i(a_i^k)$ est l'ensemble des actions du décideur i dominant l'action a_i^k , comme défini dans les chapitres précédents.

L'ensemble satisfaisant de l'acteur i au niveau local est donné quant à lui, par l'équation suivante (5-9) suivante.

$$S_i^{q_i} = \{a_i^k \in A_i: \mu_{S_i}(a_i^k) \geq q_i \mu_{R_i}(a_i^k)\} \quad (5-9)$$

De la même manière, on peut définir les équivalents des ensembles satisfaisants et d'équilibre au niveau global (niveau du groupe). Une issue $s^l = (s_1^l, s_2^l, \dots, s_p^l)$ sera satisfaisante à un indice de prudence général q_g près si la sélectabilité conjointe de cette issue $\mu_S(s^l)$ dépasse sa rejetabilité conjointe $\mu_R(s^l)$ à un facteur multiplicateur q_g près. L'ensemble S^{q_g} des issues satisfaisantes est donnée alors comme suit.

$$S^{q_g} = \{s^l \in S: \mu_S(s^l) \geq q_g \mu_R(s^l)\} \quad (5-10)$$

La détermination de l'indice de prudence q_g au niveau du groupe peut ne pas être aisée, une des possibilités est de partir du vecteur $q = (q_1, q_2, \dots, q_p)$ des indices individuels. On pourrait choisir par exemple le minimum ($q_g = \min(q_1, q_2, \dots, q_p)$), la moyenne ($q_g = \sum_i q_i / p$), le maximum ($q_g = \max(q_1, q_2, \dots, q_p)$), ou encore une combinaison aléatoires des indices de prudence individuels.

La modélisation d'un problème de jeux satisfaisants à p joueurs repose essentiellement sur la détermination des fonctions de sélectabilité et de rejetabilité conjointes.

La littérature propose généralement (voir (Stirling 2003)) de partir du groupe en spécifiant d'abord les fonctions conjointes, puis obtenir les mesures locales par marginalisation ce qui peut poser des problèmes insurmontables notamment dans les jeux où le nombres de protagonistes et/ou celui de leurs actions possibles est très élevé. Contrairement à cette démarche, nous proposons ici de partir du local où chaque joueur peut réaliser son analyse BOCR tout en intégrant l'influence potentielle du voisinage puis remonter au niveau global. Cette structuration est proposée dans la section suivante.

5.2.2. Structuration bipolaire des problèmes de jeux

En utilisant l'approche d'évaluation bipolaire présentée dans le chapitre 2 combinée à l'analyse BOCR (chapitre 3), chaque joueur peut évaluer ses stratégies en fonction du bénéfice, opportunité, coût et risque qu'elles présentent. Contrairement aux décisions liées à un choix social, la réalisation des objectifs individuels dans un jeu dépend des choix des autres acteurs ce qui rend l'évaluation des stratégies de chaque joueur directement impactée par le choix du reste du groupe.

Pour estimer le potentiel de chaque action, le processus AHP peut être utilisé pour comparer par paire les attributs caractérisant chaque action d'une manière hiérarchique allant du général au particulier.

Une fois l'évaluation des facteurs b, o, c, r obtenue, une agrégation bipolaire permet de représenter les actions de chaque joueur i par des mesures de sélectabilité et de rejetabilité a priori notées $\mu_{S_i}^0 / \mu_{R_i}^0$. Ces mesures représentent respectivement le degré de support et de rejet d'une action a_i^k à l'atteinte

des objectifs fixés par un joueur i . En ignorant l'influence éventuelle des autres joueurs, ces mesures a priori sont données par les équations (5-11) et (5-12) suivantes :

$$\mu_{S_i}^0(a_i^k) = \frac{\sigma^i B^i(a_i^k) + (1 - \sigma^i) O^i(a_i^k)}{\sum_{a_i^l \in A_i} (\sigma^i B^i(a_i^l) + (1 - \sigma^i) O^i(a_i^l))} \quad (5-11)$$

$$\mu_{R_i}^0(a_i^k) = \frac{\sigma^i R^i(a_i^k) + (1 - \sigma^i) C^i(a_i^k)}{\sum_{a_i^l \in A_i} (\sigma^i R^i(a_i^l) + (1 - \sigma^i) C^i(a_i^l))} \quad (5-12)$$

avec, $B^i(a_i^k), O^i(a_i^k), C^i(a_i^k), R^i(a_i^k)$: résultats de l'évaluation de l'action a_i^k du joueur i sur les facteurs du bénéfice, de l'opportunité, du coût et du risque respectivement.

$0 \leq \sigma^i \leq 1$: indice d'aversion au risque du joueur i . Il permet de considérer l'aversion au risque des joueurs dans leur choix final. Plus l'indice est proche de 1, plus grande est l'aversion au risque d'un joueur.

Certains paramètres b, o, c, r , peuvent ne pas être pris en compte en raison du manque d'information et de la difficulté liée à leur évaluation, ce qui confère une certaine flexibilité à cette approche.

Etant donné que le choix d'une stratégie au lieu d'une autre se fait en fonction des actions menées par les autres acteurs du jeu, en considérant l'information qu'il possède, chaque joueur va donc évaluer ses gains possibles par rapport à la sélection des autres joueurs. Dans une évaluation bipolaire, ceci revient à estimer des degrés de support et de rejet qu'une action a_i^k présente pour un joueur i , si, les autres joueurs $j \neq i$ choisissent de sélectionner ou de rejeter une action a_j^l parmi leurs ensembles respectifs $A_j, \forall j \neq i$. Ces évaluations se font à travers des mesures bipolaires relatives permettant de considérer les différentes situations possibles (sélection ou rejet).

En toute rigueur, chaque action a_i^k doit être évaluée en considérant toutes les combinaisons possibles avec les actions des autres joueurs ; mais dans la pratique cela peut devenir très vite infaisable. Pour remédier à ceci, une approximation proposant d'évaluer les actions en les combinant avec une seule action d'un autre joueur à la fois est introduite dans (Tchangani 2013b), une agrégation de ses évaluations est ensuite réalisée en tenant compte des importances relatives accordées par chaque joueur à ses actions d'une part, et aux autres joueurs, d'autre part. La démarche proposée est développée ci-dessous pour répondre à nos besoins.

Des mesures bipolaires relatives sont définies pour permettre à chaque joueur i d'estimer les degrés de support et de rejet d'une action a_i^k en considérant les choix des autres joueurs.

On note $\mu_{S_i/-i}(a_i^k/a_{-i}) / \mu_{R_i/-i}(a_i^k/a_{-i})$, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité relatives permettant l'estimation du gain qu'un joueur i peut obtenir en sélectionnant une action a_i^k en tenant compte du choix des autres joueurs a_{-i} . Pour obtenir ces mesures relatives, une première étape consiste à estimer les degrés de sélectabilité et de rejetabilité liés à la sélection ou le rejet d'une action a_i^k par un joueur i en considérant le choix (de sélection ou de rejet d'une action donnée) d'un seul joueur à la fois, ces mesures sont notées ; $\mu_{S_i/S_j}(a_i^k/a_j^l), \mu_{R_i/S_j}(a_i^k/a_j^l), \mu_{S_i/R_j}(a_i^k/a_j^l), \mu_{R_i/R_j}(a_i^k/a_j^l)$ et représentent respectivement, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité d'une action a_i^k par un

joueur i si le joueur j sélectionne son action a_j^l d'une part et d'autre part, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité d'une action a_i^k par un joueur i si le joueur j rejette son action a_j^l .

Dans la pratique cependant, il est plus aisé de raisonner en termes de sélectabilité du camp adverse pour estimer le pour et le contre de ses propres actions. Ainsi, nous nous contentons ici d'estimer les paramètres $\mu_{S_i/S_j}(a_i^k/a_j^l)/\mu_{R_i/S_j}(a_i^k/a_j^l)$.

Pour obtenir ses mesures, l'analyse BOCR offre un cadre structurant qui permet, en lui associant un processus AHP, d'élucider ses paramètres en réponse à des questions du type « *quel est le taux de sélection/de rejet de l'action a_i^k comparée à l'action $a_i^{k'}$ si le joueur j choisit de sélectionner l'action a_j^l ?* ». En utilisant l'échelle AHP standard, les scores $\vartheta_{S_i}^l(k, k')$ et $\vartheta_{R_i}^l(k, k')$, résultats des comparaisons par paire permettent de déduire les paramètres $\mu_{S_i/S_j}(s_i^k/s_j^l)$ et $\mu_{R_i/S_j}(s_i^k/s_j^l)$ comme suit.

$$\mu_{S_i/S_j}(a_i^k, a_j^l) = \frac{1}{n_i} \sum_{k'=1}^{n_i} \left(\frac{\vartheta_{S_i}^l(k, k')}{\sum_{k''=1}^{n_i} (\vartheta_{S_i}^l(k'', k'))} \right) \quad (5-13)$$

$$\mu_{R_i/S_j}(a_i^k, a_j^l) = \frac{1}{n_i} \sum_{k'=1}^{n_i} \left(\frac{\vartheta_{R_i}^l(k, k')}{\sum_{k''=1}^{n_i} (\vartheta_{R_i}^l(k'', k'))} \right) \quad (5-14)$$

Etant donné que le joueur j possède plusieurs actions possibles, l'effet global du joueur j sur la sélectabilité ou la rejetabilité de l'action a_i^k du joueur i est obtenu par les équations suivantes similaires aux probabilités conditionnelles.

$$\mu_{S_{i/j}}(a_i^k) = \sum_{a_j^l \in A_j} \mu_{S_i/S_j}(a_i^k, a_j^l) \mu_{S_j}^0(a_j^l) \quad (5-15)$$

$$\mu_{R_{i/j}}(a_i^k) = \sum_{a_j^l \in A_j} \mu_{R_i/S_j}(a_i^k, a_j^l) \mu_{R_j}^0(a_j^l) \quad (5-16)$$

Pour tenir compte de tous les autres joueurs, les mesures relatives $\mu_{S_{i/-i}}(a_i^k)$ et $\mu_{R_{i/-i}}(a_i^k)$ sont obtenues ensuite par agrégation sur l'ensemble des joueurs.

Le joueur i peut ne pas considérer tous les autres joueurs sur le même pied d'égalité et donc accorder une importance relative Θ_j à chaque autre joueur en l'introduisant dans son agrégation finale. En notant Θ_{-i} le vecteur des importances relatives accordées par le joueur i aux autres protagonistes du jeu, les mesures relatives sont données comme suit.

$$\mu_{S_{i/-i}}(a_i^k) = \text{Agrégation}_{\Theta_{-i}} \left(\mu_{S_{i/j}}(a_i^k) \right) \quad (5-17)$$

$$\mu_{R_{i/-i}}(a_i^k) = \text{Agrégation}_{\Theta_{-i}} \left(\mu_{R_{i/j}}(a_i^k) \right) \quad (5-18)$$

où $Agrégation_{\Theta_{-i}}$ est un opérateur d'agrégation relativement au vecteur Θ_{-i} ; cet opérateur peut prendre plusieurs formes selon les objectifs visés comme l'intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée par le vecteur Θ_{-i} , ou tout autre. Par exemple, dans le cas d'une simple moyenne pondérée, on aura respectivement:

$$\mu_{S_{i/-i}}(a_i^k) = \sum_j \Theta_j \mu_{S_{i/j}}(a_i^k) \quad (5-19)$$

$$\mu_{R_{i/-i}}(a_i^k) = \sum_j \Theta_j \mu_{R_{i/j}}(a_i^k) \quad (5-20)$$

Le choix final des stratégies varie en fonction du comportement, personnalité et informations que chaque acteur possède ce qui va permettre ou pas la prise en compte de l'avis des autres joueurs dans les estimations individuelles. Les mesures bipolaires globales sont obtenues par les équations (5-21), (5-22) suivantes :

$$\mu_{S_i}(s_i^k) = \delta_i \mu_{S_i}^0(a_i^k) + (1 - \delta_i) \mu_{S_{i/-i}}(a_i^k) \quad (5-21)$$

$$\mu_{R_i}(s_i^k) = \delta_i \mu_{R_i}^0(a_i^k) + (1 - \delta_i) \mu_{R_{i/-i}}(a_i^k) \quad (5-22)$$

où δ_i représente le degré d'individualisme d'un joueur i . Lorsque δ_i tend vers 0, le joueur considère plus l'avis des autres joueurs dans son évaluation finale. Ceci peut être observé par exemple dans le cas d'une interaction avec les autres acteurs du jeu ou la détention d'informations relativement sûre sur les préférences des autres joueurs ce qui permet de considérer leurs préférences dans son estimation finale des stratégies. Au contraire, si δ_i tend vers 1 le joueur considère uniquement son avis dans l'évaluation finale.

Une fois les mesures individuelles obtenues en intégrant les interactions, les mesures conjointes $\mu_S(s)$, $\mu_R(s)$ sont obtenues simplement par les équations (5-23) et (5-24) suivantes (voir (Tchangani et al. 2012b)) :

$$\mu_S(s) = \prod_{i=1}^p \mu_{S_i}(a_i^k, a_{-i}) \quad (5-23)$$

$$\mu_R(s) = \prod_{i=1}^p \mu_{R_i}(a_i^k, a_{-i}) \quad (5-24)$$

La résolution d'un jeu revient ensuite à trouver un 'équilibre' noté s^* composé d'un ensemble de stratégies satisfaisantes au niveau global et local.

Pour trouver un consensus, des règles de décision ou algorithmes de sélection sont mis en place à partir d'un concept basé sur les possibles combinaisons de stratégies et les fonctions de gains.

En considérant le contexte d'évaluation bipolaire présenté ci-dessus, la partie suivante propose de définir des règles de décision à partir du formalisme de la théorie des jeux satisfaisants qui met l'action sur la notion de rationalité limitée.

5.2.3. Techniques de recherche de consensus

La théorie des jeux satisfaisants permet de réduire la complexité combinatoire des problèmes de jeux en proposant à chaque joueur d'identifier uniquement ses stratégies satisfaisantes et celles des autres joueurs (dans le cas des jeux à informations complètes) afin d'établir des règles d'atteinte de consensus à partir d'un espace de solution réduit.

En fonction de la nature des relations, du contexte et des interdépendances entre les joueurs, les jeux peuvent être classés selon trois dimensions (Yildizoglu 2003) :

- Le type de relation entre joueurs (coopératif / non coopératifs)
- Le déroulement dans le temps (simultané / séquentiel)
- L'information dont disposent les joueurs (information parfaite / imparfaite / complètes / incomplètes)

La littérature divise souvent la théorie des jeux en deux branches: théorie des jeux non coopératifs (Basar & Olsder 1999) et théorie des jeux coopératifs (Owen 1968), (Myerson 1997). La théorie des jeux non-coopératifs étudie les choix stratégiques résultant des interactions entre les joueurs en compétition, où chaque joueur choisit sa stratégie de manière indépendante afin d'améliorer ses propres performances (utilité) ou de réduire ses pertes (coûts). Alors que la théorie des jeux non coopératifs étudie des scénarios compétitifs, la théorie des jeux coopératifs fournit des outils analytiques pour étudier le comportement des acteurs rationnels lorsqu'ils coopèrent.

La partie suivante se consacre à cette deuxième branche et propose de fournir des techniques d'atteinte de consensus dans le cas d'une évaluation bipolaire à travers un cadre général de structuration et de résolution des jeux et des processus d'atteinte de consensus.

Jeux coopératifs

La théorie des jeux coopératifs fournit des outils analytiques pour étudier le comportement d'acteurs rationnels lorsqu'ils coopèrent (Saad et al. 2009).

Lorsqu'un groupe de joueurs est prêt à négocier pour atteindre un équilibre, l'analyse en termes d'ensembles satisfaisants peut être effectuée d'un point de vue commun ou individuel. Les acteurs du jeu dans ce cas acceptent de faire des compromis impliquant des changements de stratégies afin d'atteindre un équilibre.

En considérant $S_i^{q_i}$, l'ensemble des actions satisfaisantes d'un joueur i , $q = (q_1, q_2, \dots, q_p)$ le vecteur des indices de prudence des p joueurs et q_g l'indice de prudence global, dans la phase de négociation, un ensemble de compromis noté C_i peut être défini pour chaque joueur i comme suit.

Définition 5-3. L'ensemble de compromis C_i du joueur i est composé des issues s satisfaisantes au niveau global où l'action d'un joueur i est satisfaisante au niveau individuel.

$$C_i = \{s = (s_1, s_2, \dots, s_p) \in S^{q_g} : s_i \in S_i^{q_i}\} \quad (5-25)$$

En considérant le vecteur de prudence q , l'intersection des ensembles de compromis représente un ensemble d'attribution satisfaisante. On entend par ensemble d'attribution satisfaisante, les issues composées de stratégies satisfaisant l'ensemble des acteurs d'un jeu aussi bien au niveau global que local, tel que définie par l'inéquation (5-26).

Définition 5-4. Une issue $s = (s_1, s_2, \dots, s_p)$ est une attribution satisfaisante sur le vecteur d'indice de prudence q si l'inéquation suivante est satisfaite.

$$\mu_S(s) \geq q_g \mu_R(s) \text{ et } \mu_{S_i}(s_i^k) \geq q_i \mu_{R_i}(s_i^k) \quad \forall i = 1, \dots, p \quad (5-26)$$

avec

$\mu_S(s)/\mu_R(s)$: mesures de sélectabilité et de rejetabilité conjointe de l'issue s , comme définies par les équations(5-23), (5-24) précédentes.

L'ensemble d'attribution satisfaisante sur le vecteur q noté N_q est donné par l'équation suivante :

$$N_q = \bigcap_{i=1}^p C_i \quad (5-27)$$

L'ensemble N_q contient les décisions conjointes procurant des avantages au groupe de joueurs en veillant à ce que les préférences de chacun ne soient pas compromises. Lorsque N_q est non vide ($N_q \neq \emptyset$), l'issue finale du jeu est obtenue en utilisant des critères de sélection tels que :

1. $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_p^*) = \arg \left\{ \max_{s \in N_q} (\mu_S(s)/\mu_R(s)) \right\}$: permet de sélectionner les stratégies présentant un bon indice de prudence.
2. $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_p^*) = \arg \left\{ \max_{s \in N_q} (\mu_S(s)) \right\}$: permet de sélectionner les stratégies présentant les plus grands degrés de sélectabilité au niveau global.
3. $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_p^*) = \arg \left\{ \max_{s \in N_q} (1/\mu_R(s)) \right\}$: permet de sélectionner les stratégies présentant les plus faibles degrés de rejetabilité au niveau global.
4. Etc.

Si, au contraire, N_q est vide ($N_q = \emptyset$), ce qui risque d'être généralement le cas, alors un compromis doit être recherché et certains joueurs doivent réduire leur indice de prudence afin de parvenir à un consensus et atteindre ainsi l'équilibre. Le réglage des indices de prudence va dépendre des résultats initiaux de chaque joueur i représentés au niveau individuel par les ensembles $S_i^{q_i}$ et au niveau global par les ensembles C_i . Plusieurs cas de figures peuvent être observés :

Cas1. Une ou plusieurs issues s , regroupent des actions satisfaisantes au niveau individuel ($\mu_{S_i}(a_i^k, a_{-i}) \geq q_i \mu_{R_i}(a_i^k, a_{-i})$), mais non satisfaisantes au niveau global ($\mu_S(s) \geq q_g \mu_R(s)$): dans ce cas un réglage doit se faire sur l'indice de prudence global afin d'atteindre un consensus à l'aide de critères de sélections tels que présentés précédemment.

Cas2. Aucune issue ne contient un ensemble d'actions satisfaisant tous les joueurs au niveau individuel : dans ce cas, des réglages sur les indices de prudence de chaque joueur sont réalisés pour atteindre un consensus. En considérant la ou les issues ayant le maximum d'actions satisfaisantes individuellement, le processus d'atteinte de consensus propose de procéder en deux étapes :

- Atteindre la satisfaction au niveau individuel : les joueurs dont les actions sont insatisfaites dans les issues considérées (issues contenant un maximum d'actions satisfaisantes individuellement) sont amenés à modifier leur degré de prudence afin de rendre leurs actions satisfaisantes et correspondre ainsi à une ou plusieurs issues satisfaisantes au niveau individuel.
- Atteindre la satisfaction globale des joueurs : une fois que l'ensemble des actions est satisfaisant au niveau individuel, la satisfaction au niveau global est recherchée et un réglage de l'indice de prudence global envisagé.

Le processus d'atteinte de consensus proposé est résumé dans l'algorithme suivant.

Algorithme 5-1. Algorithme général d'atteinte de consensus dans un jeu coopératif

Données d'entrée

- $\mu_{S_i}^0(a_i^k)$ degré de sélectabilité a priori d'une action a_i^k par le joueur i
- $\mu_{R_i}^0(a_i^k)$ degré de rejtabilité a priori d'une action a_i^k par le joueur i
- δ_i degré d'individualisme du joueur i
- q_i degré de prudence du joueur i

Données de sortie

- $\mu_{S_i}(s_i^k), \mu_{R_i}(s_i^k)$ mesures bipolaires finales
- N_q ensemble d'attribution satisfaisante

Pour chaque joueur i :

1. Calcul des mesures bipolaires relatives $\mu_{S_{i/-i}}(a_i^k), \mu_{R_{i/-i}}(a_i^k)$ (équations (5-19), (5-20))
2. Déduction des mesures bipolaires finales $\mu_{S_i}(s_i^k), \mu_{R_i}(s_i^k)$ (équations (5-21), (5-22))
3. Identification des ensembles $S_i^{q_i}$ (équation (5-9))
4. Calcul des mesures bipolaires conjointes $\mu_S(s), \mu_R(s)$ (équations (5-23), (5-24))
5. Détermination de l'indice de prudence général q_g
6. Identification des ensembles S^{q_g} (équation (5-10))
7. Détermination des ensembles de compromis C_i (équation (5-25))

Fin de i

8. Calcul de l'ensemble $N_q = \bigcap_{i=1}^p C_i$
9. Si $N_q \neq \emptyset$
10. Sélectionner l'issue finale selon un critère de sélection considéré ($s^* \in N_q$)
11. Aller à 20
12. Sinon
13. Si $s = (s_1, \dots, s_p)$ tel que, $\forall i \mu_{S_i}(s_i^k) \geq q_i \mu_{R_i}(s_i^k)$
14. Réduire q_g jusqu'à ce que $\mu_S(s) \geq q_g \mu_R(s)$ ($N_q = \emptyset$)
15. Sinon
16. Identification de(s) issue(s) composée(s) d'une majorité d'actions satisfaisantes individuellement dans un ensemble noté S_{si}
17. Pour $s \in S_{si}$
18. Réduire q_i des joueurs insatisfaits
19. Aller à 9
20. Fin

A l'étape 18, la réduction des indices de prudence des joueurs peut se faire en fonction du degré d'importance accordé à chaque acteur. Les joueurs présentant les plus faibles degrés d'importance sont amenés à réduire leurs indices de prudence en premier. L'ensemble N_q est reconstruit après chaque modification et le processus est stoppé lorsque la condition $N_q \neq \emptyset$ est remplie.

Une fois la condition $N_q \neq \emptyset$ satisfaite, l'issue finale du jeu est obtenue en utilisant des critères de sélection cités plus haut.

La partie suivante propose d'illustrer quelques concepts proposés ci-dessous à travers un jeu d'investissement dans le marché des technologies de l'information et de la communication (TIC) (Angelou & Economides 2009) à l'aide de la théorie des jeux combinée à l'approche bipolaire.

5.3. Exemple d'application

La prise de décision dans le marché des TIC passe généralement par une analyse quantitative du coût et du bénéfice engendrés par un investissement donné. Cette méthode ne tient cependant pas compte de l'ensemble des aspects complexes que ce type de problèmes peut représenter. Dans leur travail, Angelou et Economides ont proposé de résoudre un problème d'investissement dans le marché des TIC à l'aide d'une approche basée sur la théorie des jeux et l'analyse AHP (Angelou & Economides 2009). En s'inspirant du problème posé dans (Angelou & Economides 2009), cette partie propose d'intégrer l'analyse bipolaire au processus de résolution afin d'analyser les solutions possibles à travers la théorie des jeux satisfaisants. Rappelons que la notion de résolution dans le cas de la théorie des jeux (encore plus que dans les problèmes de choix social) n'est pas un moyen d'obtenir une solution à un problème mais encourage plutôt une réflexion stratégique visant à résoudre le problème de décision (Reneke 2009).

Le problème considéré est un problème à deux joueurs représentant deux entreprises voulant investir dans le marché des TIC. L'objectif des joueurs est de tirer le meilleur profit de leur action en répondant à ces deux questions : quand investir ? et dans quel produit investir ?

Pour répondre à ses questions, trois actions sont possibles ; soit l'entreprise décide de s'implanter dans le marché en proposant un produit à coût concurrentiel, soit elle décide d'écramer le marché en proposant un produit à prix élevé et de qualité supérieure, soit elle décide de ne pas investir.

La stratégie de pénétration consiste à fixer un prix bas. Elle nécessite généralement des économies d'échelles et effet d'expérience permettant de réduire sensiblement les coûts. On parle de la pénétration du marché par la base d'une fixation de prix suffisamment bas pour toucher le public le plus vaste possible (KABONGO 2008).

La stratégie d'écramage quant à elle, est caractérisée par un prix élevé. Elle peut être justifiée dans plusieurs cas, comme par exemple le cas où le niveau de la demande est difficilement déterminable, ou encore si le produit est réellement nouveau et la demande est attentive aux produits nouveaux, (KABONGO 2008).

Le jeu décrit ici est noté $(D, A_i, \mu_{S_i}, \mu_{R_i}, i \in D)$ la forme normale du jeu avec ;

$D = \{A, B\}$; ensemble des joueurs (entreprises) impliqués dans le jeu, notés $i=A, B$.

$A_i = \{I (s'implanter), E(écrémer), NI(Non investir)\}$; ensemble des actions du joueur i . En supposant que les joueurs sont rationnels et que les décisions de chacun sont prises en considérant l'environnement interne et externe de l'entreprise et en anticipant les actions de la concurrence, les actions des joueurs (ensemble des stratégies) sont soit (i) de s'implanter dans le marché en proposant un produit à coût attractif (s_i^I), soit (ii) d'investir dans un produit de qualité supérieure en écrémant le marché (s_i^E), ou bien (iii) ne pas investir et décider d'attendre (s_i^{NI}).

μ_{s_i}, μ_{R_i} : fonctions de masse représentant le gain du joueur i (utilité attendue) à travers l'évaluation du degré de supportabilité et de rejetabilité lié à chaque action en considérant les choix de la concurrence.

Les actions potentielles sont évaluées à l'aide d'un ensemble de critères qualitatifs et quantitatifs décrits dans (Angelou & Economides 2009), (KABONGO 2008). Parmi ces critères on cite:

- Contrôle du risque : le risque peut être dû à l'entreprise, le marché, la technologie, la compétition, etc.
- Coût de retard : en différant ses actions, une entreprise peut perdre du bénéfice.
- Bénéfice : le taux de profit réalisé par l'entreprise.
- Coût d'investissement anticipé.
- L'importance de la demande : l'estimation de la demande est fonction des consommateurs potentiels
- La puissance financière des opérateurs
- Fiabilité du réseau
- Mode de communication ; promotions, publicités
- Type de produit proposé
- Mode de distribution
- Etc.

Pour estimer l'impact de ces actions sur le gain de chaque joueur, différentes stratégies doivent être évaluées. Les scénarios possibles sont résumés ci-dessous :

Tableau 5-1. Scénarios possibles

Entreprise B	Entreprise A		
	S'implanter	Ecrémer	Ne pas investir
S'implanter	(1)	(2)	(3)
Ecrémer	(4)	(5)	(6)
Ne pas investir	(7)	(8)	(9)

- (1) les deux entreprises décident de s'implanter en proposant des produits à tarifs concurrentiels,
- (2) l'entreprise A décide de s'implanter en proposant un produit de qualité supérieure (écrémage du marché), alors que l'entreprise B décide de jouer sur le coût réduit de son produit,
- (3) l'entreprise A décide de ne pas investir et l'entreprise B décide de jouer sur le coût réduit de son produit,
- (4) l'entreprise A décide de s'implanter en proposant des produits à faible coût, tandis que l'entreprise B décide de proposer des produits de qualité supérieure,

- (5) les deux entreprises décident d'écrémer le marché et proposer des produits de haute qualité,
- (6) l'entreprise A décide de ne pas investir et l'entreprise B décide de proposer des produit de qualité supérieure.
- (7) l'entreprise A décide de s'implanter en proposant des produits à faible coût alors que l'entreprise B décide de ne pas investir
- (8) l'entreprise A décide d'écrémer le marché tandis que l'entreprise B décide de ne pas investir
- (9) les deux entreprises décident de ne pas investir,

Pour identifier les stratégies formant la meilleure issue, la partie suivante propose d'utiliser l'approche bipolaire associée à l'analyse BOCR, pour estimer les avantages et les inconvénients certains et incertains qu'une action peut engendrer en anticipant la réaction de la concurrence à travers les différents scénarios possibles. L'évaluation bipolaire de ce problème est décrite à la suite.

5.3.1. Mesures bipolaires initiales

En répartissant les critères dans deux groupes de supportabilité et de rejetabilité, une analyse BOCR peut être proposée pour évaluer le potentiel de chaque action à travers les mesures de sélectabilité et de rejetabilité a priori notées respectivement $\mu_{S_i}^0(s_i^k)/\mu_{R_i}^0(s_i^k)$ et obtenues à l'aide des équations (5-11), (5-12). Dans cette évaluation chaque entreprise estime le bénéfice et les opportunités qu'une action peut lui apporter dans la mesure de sélectabilité et le coût et le risque que celle-ci engendre à travers la mesure de rejetabilité. Dans notre exemple, les critères ont été répartis en deux groupes de sélectabilité et de rejetabilité. A titre d'exemple, les résultats d'évaluation obtenus pour l'entreprise A (engendrés par nous) sont résumés dans le tableau 5-2 suivant.

Tableau 5-2. Résultats des d'évaluation des critères par l'entreprise A

Entreprise A		Actions		
Critères		implantation	écrémage	non investissement
rejetabilité	Contrôle du risque	0,309	0,478	0,213
	Coût de retard	0,431	0,299	0,270
	Coût d'investissement	0,424	0,576	-
sélectabilité	Bénéfice	0,704	0,296	-
	importance de la demande	0,552	0,448	-
	puissance financière des opérateurs	0,364	0,458	0,178
	Fiabilité du réseau	0,350	0,400	0,250
	Mode de communication	0,536	0,464	-
	Mode de distribution	0,500	0,500	-

Les mesures bipolaires initiales (a priori) sont obtenues à partir d'une agrégation bipolaire avec une moyenne pondérée. Les résultats sont donnés dans le tableau 5-3 suivant.

Tableau 5-3. Mesures bipolaires initiales des entreprises A et B

Joueurs	Entreprise A		Entreprise B	
Mesures bipolaires	$\mu_{S_A}^0(s_i^k)$	$\mu_{R_A}^0(s_i^k)$	$\mu_{S_B}^0(s_i^k)$	$\mu_{R_B}^0(s_i^k)$
$k = S'$ implanter	0,533	0,391	0,437	0,411
$k = E$ crémage	0,406	0,491	0,489	0,365
$k = N$ e pas investir	0,061	0,118	0,075	0,224

Les joueurs évaluent dans un premier temps les actions potentielles en considérant le taux de sélectabilité et de rejetabilité des actions sans tenir compte de l'impact des décisions de la concurrence. Ces mesures bipolaires a priori peuvent être obtenues en associant la procédure AHP à l'analyse BOCR, ce qui permet de structurer le problème de manière hiérarchique facilitant la distinction entre les caractéristiques positives et négatives tout au long de la procédure d'évaluation.

Les résultats initiaux montrent que l'entreprise A estime plus intéressant de s'implanter dans le marché avec un produit concurrentiel, tandis que l'entreprise B, supposée déjà implantée dans le marché, préférerait opter pour un écrémage avec un produit de qualité supérieure.

5.3.2. Mesures bipolaires relatives

Dans un jeu, le choix d'une stratégie passe par la considération des actions menées par la concurrence. Afin d'éliciter les paramètres d'interaction, chaque joueur doit estimer l'impact du choix du second joueur sur ses actions. L'approche présentée dans ce chapitre propose une approximation qui consiste à raisonner uniquement en termes de sélectabilité du camp adverse pour estimer le pour et le contre de ses propres actions. Ainsi, les mesures bipolaires relatives sont représentées ici par les paramètres $\mu_{S_i/S_j}(a_i^k/a_j^l), \mu_{R_i/S_j}(a_i^k/a_j^l)$.

Dans le jeu présenté dans cette partie, les paramètres à évaluer par chaque entreprise A et B en considérant les actions possibles, sont résumés dans le tableau 5-4 suivant.

Tableau 5-4. Paramètres d'évaluation des mesures relatives

Entreprise A	Entreprise B		
	S'implanter	Ecrémer	Ne pas investir
S'implanter	(1) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^I/S_B^I)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^I/S_B^I)$	(2) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^I/S_B^E)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^I/S_B^E)$	(3) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^I/S_B^{NI})/\mu_{R_A/S_B}(S_A^I/S_B^{NI})$
Ecrémer	(4) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^E/S_B^I)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^E/S_B^I)$	(5) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^E/S_B^E)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^E/S_B^E)$	(6) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^E/S_B^{NI})/\mu_{R_A/S_B}(S_A^E/S_B^{NI})$
Ne pas investir	(7) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^I)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^I)$	(8) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^E)/\mu_{R_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^E)$	(9) $\mu_{S_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^{NI})/\mu_{R_A/S_B}(S_A^{NI}/S_B^{NI})$

Pour évaluer ces paramètres, les joueurs doivent répondre respectivement aux questions suivantes :

- (1) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit à faible coût si la concurrence décide de suivre la même stratégie ?
- (2) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit à faible coût si la concurrence décide d'écrémer le marché avec un produit de qualité supérieure ?
- (3) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit à faible coût si la concurrence décide de ne pas investir ?
- (4) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit de qualité supérieure si la concurrence décide de proposer des produits à faibles coût ?

- (5) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit de qualité supérieure si la concurrence décide de suivre la même stratégie?
- (6) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer en s'implantant avec un produit de qualité supérieure si la concurrence décide de ne pas investir?
- (7) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer si l'entreprise décide de ne pas investir alors que la concurrence décide de s'implanter en proposant des produits à faible coût?
- (8) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer si l'entreprise décide de ne pas investir alors que la concurrence décide de proposer des produits à qualité supérieure?
- (9) Quel est le degré de supportabilité/rejetabilité à considérer si les deux entreprises décident de ne pas investir?

La procédure AHP peut être utilisée pour apporter une réponse à ces questions, des attributs adéquats doivent être déployés par chaque joueur afin d'évaluer l'impact de l'action ou réaction de la concurrence. Les paramètres bipolaires $(\mu_{S_i/S_j}(a_i^k/a_j^l), \mu_{R_i/S_j}(a_i^k/a_j^l))$ sont obtenus à partir des équations (5-13), (5-14). Les résultats obtenus pour les entreprises A et B sont résumées dans le tableau 5-5 suivant.

Tableau 5-5. Résultats d'évaluation des paramètres bipolaires des entreprises A et B

Stratégies possibles	Entreprise A ($i=A, j=B$)		Entreprise B ($i=B, j=A$)	
	$\mu_{S_A/S_B}(a_A^k/a_B^l)$	$\mu_{R_A/S_B}(a_A^k/a_B^l)$	$\mu_{S_B/S_A}(a_B^k/a_A^l)$	$\mu_{R_B/S_A}(a_B^k/a_A^l)$
$a_i^k = \text{s'implanter} / a_j^l = \text{s'implanter}$	0,417	0,310	0,310	0,357
$a_i^k = \text{s'implanter} / a_j^l = \text{écrémer}$	0,347	0,273	0,417	0,311
$a_i^k = \text{s'implanter} / a_j^l = \text{ne pas investir}$	0,350	0,274	0,324	0,365
$a_i^k = \text{écrémer} / a_j^l = \text{s'implanter}$	0,417	0,344	0,482	0,217
$a_i^k = \text{écrémer} / a_j^l = \text{écrémer}$	0,475	0,348	0,452	0,244
$a_i^k = \text{écrémer} / a_j^l = \text{ne pas investir}$	0,202	0,426	0,419	0,167
$a_i^k = \text{ne pas investir} / a_j^l = \text{s'implanter}$	0,167	0,346	0,208	0,426
$a_i^k = \text{ne pas investir} / a_j^l = \text{écrémer}$	0,178	0,379	0,131	0,444
$a_i^k = \text{ne pas investir} / a_j^l = \text{ne pas investir}$	0,448	0,300	0,258	0,468

De ces mesures, il ressort que l'entreprise A considère que la stratégie d'implantation avec un produit à faible coût est plus sûre et présente moins de risque (rejetabilité) quel que soit le choix de l'entreprise B en comparaison avec la stratégie d'écramage qui pourrait représenter un profit intéressant au détriment d'une plus forte rejetabilité. De son côté, l'entreprise B qui jouit d'une bonne réputation sur le marché, est de façon générale, très favorable à un écramage du marché avec un profit maximal dans le cas d'un non investissement de l'entreprise A. la stratégie d'implantation pourrait éventuellement être intéressante si l'entreprise A (considérée novice par B) décide d'écramage le marché.

Pour évaluer l'impact global du choix du joueur j sur le degré de sélectabilité et de rejetabilité d'une action a_i^k du joueur i , une agrégation de l'ensemble des actions possibles du joueur j est proposée dans

les formules (5-15), (5-16). Les résultats d'agrégation $\left(\mu_{S_{i/j}}(a_i^k) / \mu_{R_{i/j}}(a_i^k)\right)$ représentent les mesures bipolaires relatives entre deux joueurs. Dans le cas d'un groupe (supérieur à 2 joueurs), une agrégation sur l'ensemble des joueurs est réalisée ensuite à l'aide des équations (5-17), (5-18). Dans notre exemple, les mesures bipolaires relatives obtenues pour les entreprises A et B sont résumées dans le tableau suivant.

Tableau 5-6. Mesures bipolaires relatives des entreprises A et B

Joueurs	Entreprise A		Entreprise B	
	$\mu_{S_{A/B}}(a_A^k)$	$\mu_{R_{A/B}}(a_A^k)$	$\mu_{S_{B/A}}(a_B^k)$	$\mu_{R_{B/A}}(a_B^k)$
$k = \text{implantation}$	0,378	0,288	0,354	0,335
$k = \text{écrémage}$	0,429	0,364	0,466	0,225
$k = \text{non investissement}$	0,193	0,348	0,180	0,440

Les mesures bipolaires relatives viennent confortées les résultats initiaux commentés plus haut. L'entreprise A considère effectivement que l'action de s'implanter est l'action la plus sûre et l'entreprise B veut confirmer son statut de 'leader' et préfère se lancer dans un écrémage du marché.

L'évaluation finale des actions de chaque entreprise est obtenue ensuite à l'aide des équations (5-21) et (5-22) permettant la prise en compte du comportement potentiel de la concurrence dans les mesures individuelles en fonction du degré d'individualisme δ_i de chaque joueur i . En considérant que les joueurs accordent autant d'importance à l'avis de la concurrence qu'à leur opinion personnelle ($\delta_i = 0.5$), les mesures bipolaires globales sont résumées dans le tableau 5-7 suivant.

Tableau 5-7. Mesures bipolaires initiales des entreprises A et B

Joueurs	Entreprise A		Entreprise B	
	$\mu_{S_A}(a_A^k)$	$\mu_{R_A}(a_A^k)$	$\mu_{S_B}(a_B^k)$	$\mu_{R_B}(a_B^k)$
$k = \text{implantation}$	0,455	0,340	0,395	0,373
$k = \text{écrémage}$	0,418	0,428	0,477	0,295
$k = \text{non investissement}$	0,127	0,233	0,127	0,332

En supposant que les deux entreprises sont prêtes à collaborer et négocier un équilibre, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité conjointes sont ensuite obtenues à partir des équations (5-23), (5-24). Les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

Tableau 5-8. Mesures bipolaires conjointes

Stratégies	$\mu_S(s)$	$\mu_R(s)$
$a_A^k = \text{s'implanter} / a_B^l = \text{s'implanter} (s_1)$	0,180	0,127
$a_A^k = \text{s'implanter} / a_B^l = \text{écrémer} (s_2)$	0,217	0,100
$a_A^k = \text{s'implanter} / a_B^l = \text{ne pas investir} (s_3)$	0,106	0,113
$a_A^k = \text{écrémer} / a_B^l = \text{s'implanter} (s_4)$	0,165	0,160
$a_A^k = \text{écrémer} / a_B^l = \text{écrémer} (s_5)$	0,199	0,126
$a_A^k = \text{écrémer} / a_B^l = \text{ne pas investir} (s_6)$	0,053	0,142
$a_A^k = \text{ne pas investir} / a_B^l = \text{s'implanter} (s_7)$	0,050	0,087
$a_A^k = \text{ne pas investir} / a_B^l = \text{écrémer} (s_8)$	0,061	0,069
$a_A^k = \text{ne pas investir} / a_B^l = \text{ne pas investir} (s_9)$	0,016	0,077

Avec un indice de prudence identique $q_A = q_B = 1$, les ensembles satisfaisants individuels sont déduits à partir des mesures $\mu_{S_A}(a_A^k)$ et $\mu_{R_A}(a_A^k)$ et donnés comme suit : $S_A^1 = \{a_A^1\}$, $S_B^1 = \{a_B^1, a_B^E\}$, voir figure 5-1.

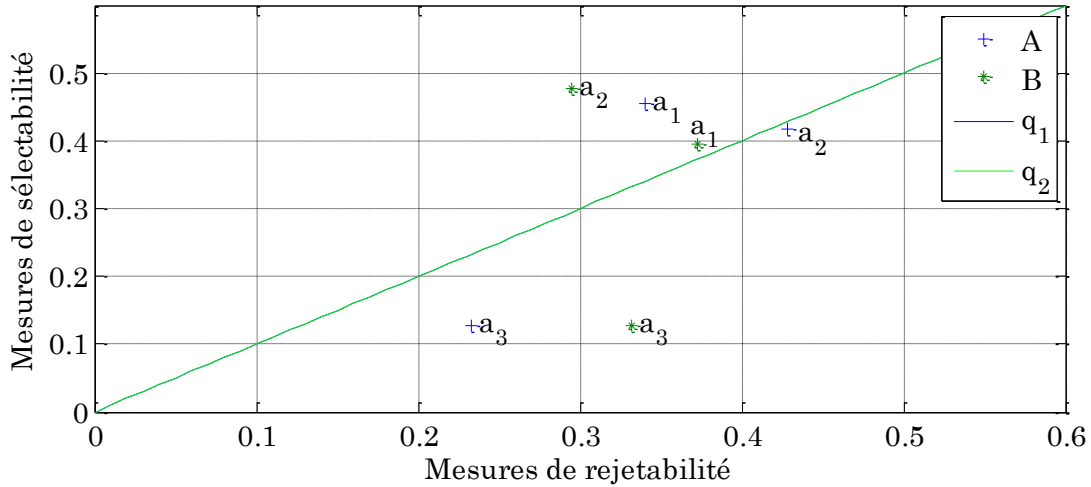


Figure 5-1. Représentation graphique des mesures bipolaires finales ($\delta_A = \delta_B = 0.5$)

En considérant que l'indice de prudence général $q_g = 1$, l'ensemble S^{q_g} des issues satisfaisantes (équation (5-10)) est donné par $S^1 = \{(a_B^I, a_B^I), (a_B^I, a_B^E), (a_B^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E)\}$ (voir figure 5-2) et les ensembles de compromis des deux joueurs (équation (5-25)) sont ensuite déduits comme suit; $C_A = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E)\}$, $C_B = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E), (a_A^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E)\}$. On remarque que l'attribution satisfaisante est non vide, $N_q = \bigcap_{i=1}^p C_i = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E)\}$. Dans ce cas, le choix d'une issue peut être réalisé à partir des critères de sélection cités dans la partie 5.2.3. Dans cet exemple, la stratégie $s_2 = (a_A^I, a_B^E)$ présente la meilleure sélectabilité et la plus faible rejetabilité comparée à la stratégie $s_1 = (a_A^I, a_B^I)$. Le choix de cette stratégie coïncide effectivement avec les préférences individuelles dominantes des joueurs correspondant à une implantation de l'entreprise A avec un produit concurrentiel et un écrémage de la part de l'entreprise B déjà implantée dans le marché des télécommunications.

L'utilisation de l'approche bipolaire permet d'évaluer les issues comptant uniquement les actions satisfaisantes des joueurs, les issues comportant des actions insatisfaisantes (un écrémage de la part de l'entreprise A ou un non investissement d'une des deux (ou les deux) entreprises A et B) auraient pu être écartées d'emblée et ne pas être considérées dans les mesures conjointes. Dans des problèmes possédant un nombre d'actions important, cette méthode permet un gain de temps considérable.

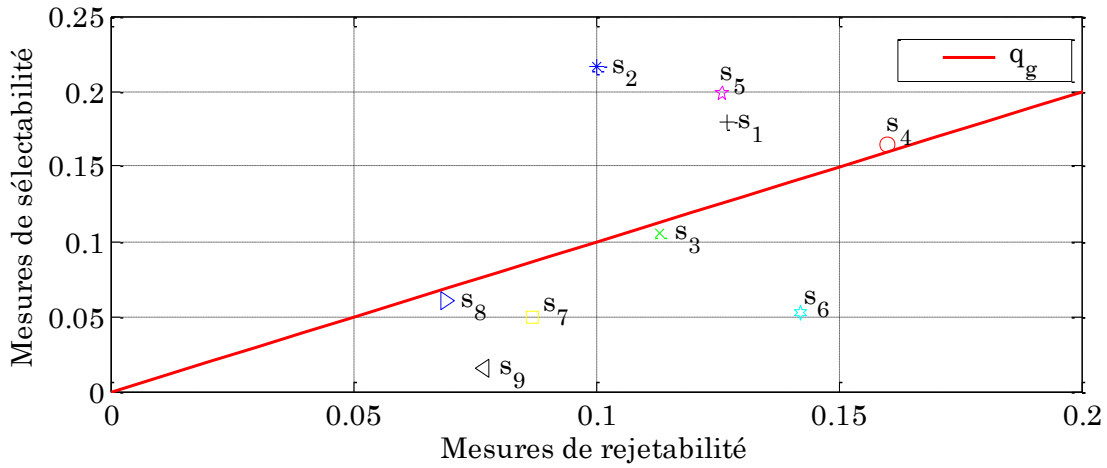


Figure 5-2. Représentation graphique des mesures bipolaires conjointes ($q_g = 1$)

Le choix final des décideurs est relatif à leur degré de prudence et une analyse de sensibilité faisant varier les indices de prudence peut être effectuée pour juger de la qualité de la réponse obtenue. En considérant que l'entreprise A manifeste une certaine audace représentée par un indice de prudence $q_A = 0.8$ et que l'entreprise B garde un indice de prudence $q_B = 1$, les ensembles satisfaisants sont donnés alors par $S_A^1 = \{a_A^I, a_A^E\}$, $S_B^1 = \{a_B^I, a_B^E\}$. Dans ce cas (voir figure 5-3), l'entreprise A met l'accent sur le gain potentiel et nuance les risques de perte associés à chaque stratégie, elle considère satisfaisante l'implantation ou l'écrémage du marché. L'entreprise B garde l'ensemble d'actions satisfaisantes initiales.

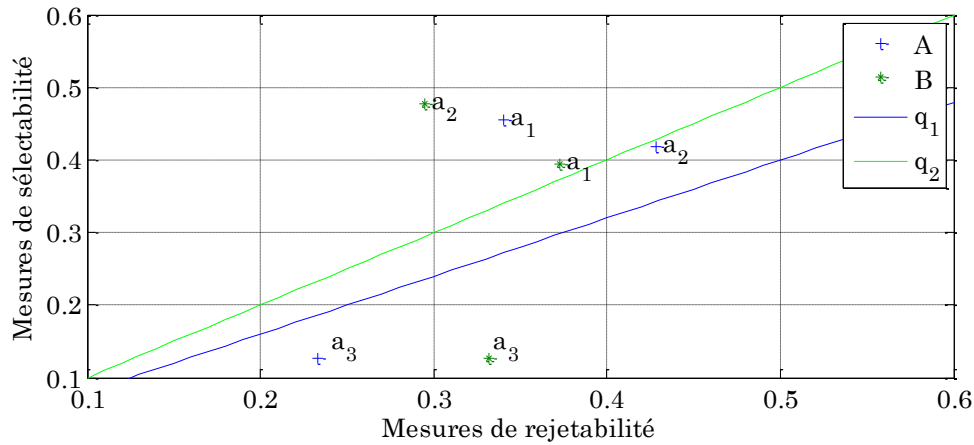


Figure 5-3. Représentation graphique des mesures bipolaires finales ($q_A = 0.8, q_B = 1$)

En posant l'indice de prudence général $q_g = \min(q_1, q_2, \dots, q_p) = 0.8$, l'ensemble S^{q_g} des issues satisfaisantes est donné par $S^{0.8} = \{(a_B^I, a_B^I), (a_B^I, a_B^E), (a_B^I, a_B^{NI}), (a_A^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E), (a_A^{NI}, a_B^E)\}$ et les ensembles de compromis des deux joueurs (équation (5-25)) sont ensuite déduits comme suit; $C_A = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E), (a_B^I, a_B^{NI}), (a_A^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E)\}$, $C_B = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E), (a_A^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E), (a_A^{NI}, a_B^E)\}$. Dans ce cas l'attribution satisfaisante N_q est donnée par $N_q = \bigcap_{i=1}^p C_i = \{(a_A^I, a_B^I), (a_A^I, a_B^E), (a_A^E, a_B^I), (a_A^E, a_B^E)\}$. Le choix d'une issue peut être réalisé à partir des critères de sélection cités dans la partie 5.2.3. Ici, le

choix final de l'issue du jeu peut également se faire à l'aide des critères de sélection proposés dans la section précédente, si le choix est porté sur la sélection des stratégies présentant une bonne sélectabilité, l'équilibre est obtenu par $s^* = \arg \left\{ \max_{(s_1, \dots, s_p) \in N_q} (\mu_S(s) / \mu_S(s)) \right\}$. L'issue dominante $s^* = s_2 = (s_A^l, s_B^E)$, sera choisie.

Le choix final d'une issue peut varier en fonction de la nature prudente des individus mais également en fonction de l'influence potentielle que les protagonistes d'un jeu peuvent subir mutuellement. Par exemple, si l'on considère que l'entreprise A préfère attribuer à l'entreprise B une grande importance en raison de la place majeure qu'elle possède sur le marché et que l'entreprise B préfère s'appuyer sur son évaluation, les degrés d'individualisme de chaque joueur sont donnés par $\delta_A = 0.2, \delta_B = 0.8$. Dans ce cas, l'action d'écramage aura tendance à être plus avantageuse que l'implantation pour les deux joueurs (s_5) ($a_A^k = \text{écramage} / a_B^l = \text{écramage}$) (figure 5-4). Cette réponse sous l'influence de l'entreprise B correspond en effet à son désir d'écramer le marché et de voir l'entreprise A suivre la même stratégie afin de maîtriser la concurrence et de gagner en légitimité sur un produit d'une même gamme étant donné l'expérience et la place qu'elle tient déjà sur le marché.

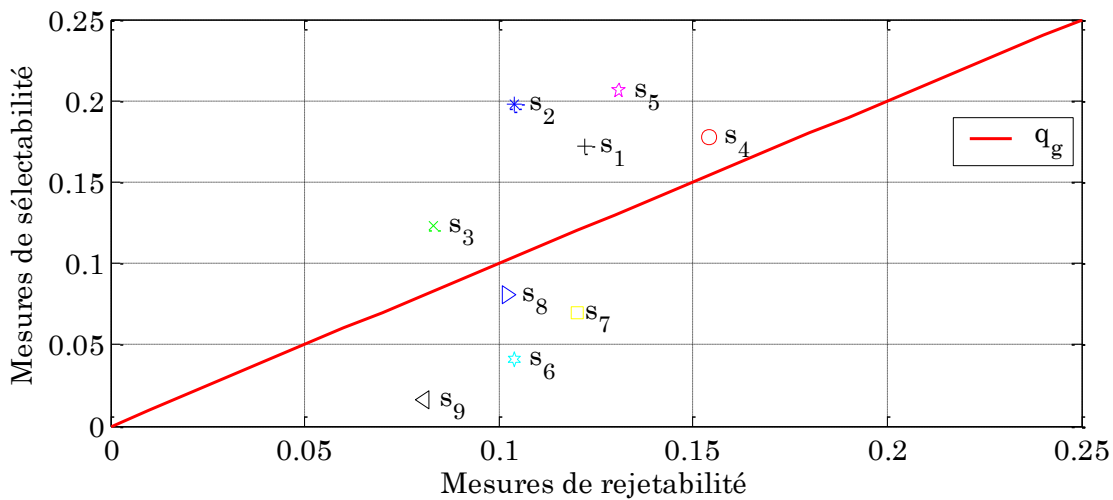


Figure 5-4. Représentation graphique des mesures bipolaires conjointes dans le cas d'une dominance ($\sigma_A = 0.2, \sigma_B = 0.8, q_A = q_B = q_g = 1$)

Cet exemple d'application permet d'illustrer l'approche proposée en montrant la flexibilité avec laquelle les différentes situations peuvent être évaluées par chaque joueur avant de choisir son action dans le jeu. Ceci permet à chaque protagoniste de considérer l'impact des scénarios possibles sur son gain personnel en précisant la part de risque et/ou de coût dans chaque situation à travers les mesures de rejetabilité. L'intégration possible des notions d'influence et de la prudence dans le modèle d'évaluation apporte également une notion de flexibilité permettant d'analyser différents cas de figures.

5.4. Conclusion

Après avoir proposé l'approche bipolaire pour la résolution des problèmes de décision de groupe dans un cadre de choix social, ce chapitre a proposé d'aborder l'approche bipolaire dans un contexte de jeux stratégiques. Sans prétendre couvrir l'ensemble des nuances de la théorie des jeux, ce chapitre se veut une introduction à la possible application de l'approche bipolaire aux jeux stratégiques. Les principales caractéristiques des jeux stratégiques dans un contexte bipolaire y ont été abordées d'une manière générale. L'adaptation de la théorie de jeux satisfaisants aux décisions stratégiques de groupe a été proposée dans un premier temps. Une structuration et une procédure d'évaluation tenant compte de l'avis des autres joueurs dans le choix de chaque joueur ont été proposées et associées au processus AHP et à l'analyse BOCR. Les ensembles de la théorie des jeux satisfaisants ont été utilisés pour réduire la complexité combinatoire dans l'évaluation des issues possibles à la recherche de l'équilibre. Des techniques d'atteinte de consensus ont été proposées ensuite à travers un processus de résolution. La théorie des jeux satisfaisants dans le cas d'une décision stratégique de groupe a été proposée pour établir le cadre de la négociation. Pour surmonter les difficultés liées à l'évaluation de l'interdépendance entre les joueurs, une méthode simplifiée partant des mesures bipolaires locales aux mesures bipolaires conjointes, contrairement au cas classique qui part des mesures conjointes aux mesures locales par marginalisation, a été proposée. Un exemple d'application a été donné dans la dernière partie pour illustrer l'approche proposée.

Conclusion générale

Les travaux de cette thèse avaient pour objectif la structuration des processus de décision par analyse bipolaire. Deux grandes problématiques ont été traitées : la question de la modélisation des problèmes de décision au niveau individuel en considérant le lien des attributs aux objectifs dans un contexte bipolaire. Et, les décisions de groupe en considérant l'impact du comportement humain (influence, individualisme, peur, prudence, etc.) sur la capacité décisionnelle aux niveaux individuel et collectif. Deux catégories de problèmes relativement indépendantes ont été distinguées : les problèmes de choix collectif ou choix social et les problèmes de jeux stratégiques.

Dans un premier temps, en considérant un environnement certain, le concept de bipolarité a été introduit comme un outil de structuration des différentes phases de résolution des problèmes de décision. Dans la phase d'élicitation, les attributs ont été élicités hiérarchiquement pour chaque couple (objectif, alternative) en distinguant la nature positive et négative de la caractérisation qu'ils offrent aux alternatives. La phase d'évaluation propose d'utiliser le processus AHP comme outil d'évaluation afin de quantifier les relations entre attributs et objectifs au niveau individuel. Le choix du processus AHP réside dans son potentiel de hiérarchisation facilitant la répartition bipolaire des données dans un premier temps et sa procédure d'évaluation par comparaison par paire. Ceci permet d'avoir des évaluations précises et cohérentes impliquant les éléments de chaque sous-groupe au niveau de chaque sous-hiérarchie.

Pour tenir compte des interactions potentielles (synergie) entre les éléments de la décision, l'intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée a été proposée comme outil d'agrégation à chaque niveau. La théorie des jeux satisfaisants a été présentée ensuite comme outil d'agrégation finale et de recommandation. Son application a permis de représenter chaque alternative par des mesures de sélectabilité et de rejeteabilité représentant respectivement leur potentiel à atteindre ou à rejeter les objectifs fixés.

Les alternatives, à partir des résultats bipolaires obtenus, ont été réparties dans des ensembles en fonction de leur nature : équilibre satisfaisant ou pas. Cet outil a permis également de considérer l'impact du degré de prudence et d'aversion au risque des acteurs sur leur choix.

En considérant ensuite la notion d'incertitude qui peut entacher la formulation des objectifs, la caractérisation des attributs et/ou leur évaluation, etc., l'analyse BOCR a été associée à l'approche bipolaire afin de structurer les problèmes de décision en considérant quatre facteurs : le bénéfice (b), l'opportunité (o), le coût (c) et le risque (r). L'aspect incertain a été pris en compte à travers les notions d'opportunité (incertitude positive) et de risque (incertitude négative) afin d'anticiper la survenue de certains événements pouvant mettre à mal ou favoriser l'atteinte des objectifs. Le processus AHP et l'intégrale de Choquet associée à une mesure floue cardinale pondérée ont été utilisés pour évaluer les alternatives sur les facteurs du bénéfice, de l'opportunité, du coût et du risque représentés dans quatre sous-hiérarchies distinctes. Pour estimer l'impact des facteurs incertains, un cadre d'évaluation a été proposé à travers la quantification des taux de sévérité et

d'importance liés respectivement aux facteurs de risque et d'opportunité. Cette quantification a été obtenue à travers l'évaluation du degré de réalisation ou de non réalisation des objectifs à travers les indicateurs qui les caractérisent. En associant le bénéfice à l'opportunité et le coût au risque, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité ont permis dans la phase d'agrégation finale de tenir compte de l'impact de l'incertitude sur le résultat final de l'évaluation. La notion d'aversion au risque a été introduite dans l'agrégation bipolaire afin d'intégrer l'impact de la nature du décideur sur son classement final.

Une fois les réponses individuelles obtenues, en fonction de la nature du problème de décision abordé (problème de choix social ou problème de jeu stratégique), des processus de compromis ou d'atteinte de consensus ont été proposés pour aboutir à une solution (issue) satisfaisant l'ensemble du groupe et ce en considérant la nature des individus et les interactions potentielles qui risquent d'influencer les choix de chacun.

Dans les problèmes de choix social impliquant un groupe de décideurs dont l'objectif est de sélectionner une alternative commune parmi un ensemble de solutions potentielles, les processus d'atteinte de consensus présentés proposent de tenir compte des interactions et influences potentielles exercées mutuellement par les décideurs à travers des mesures de concordance et de discordance. Ces mesures ont permis de modéliser respectivement l'impact de l'influence positive et négative que les décideurs peuvent subir de leur voisinage. Afin de considérer l'influence potentielle du voisinage dans le résultat bipolaire final de de chaque décideur, les mesures de concordance et de discordance ont été intégrées ensuite dans des mesures bipolaires relatives définies à partir des résultats individuels d'évaluation.

La notion d'individualisme des décideurs a été également prise en compte pour représenter la tolérance de chaque individu et son impact sur le résultat final. A partir des mesures bipolaires finales, des propositions de processus d'atteinte de consensus ont été faites afin de guider les décideurs vers une solution commune. En se basant sur le formalisme de la théorie des jeux satisfaisants, chaque décideur représente les solutions admises à travers son ensemble d'équilibre satisfaisant. Le résultat de l'intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant des décideurs débouche alors sur une solution commune légitime. Si l'intersection comporte plusieurs alternatives, des critères de sélection sont proposés pour en déterminer la solution finale. Dans le cas d'une intersection vide, des processus d'atteinte de consensus sont alors proposés. En considérant que les réajustements et les modifications des évaluations individuelles ne sont pas admis, le premier processus présenté a été basé sur la variation de l'indice de prudence qui permet de redimensionner l'ensemble d'équilibre satisfaisant de chaque décideur. Dans ce cas, les décideurs sont amenés à réduire leur degré de prudence ou d'audace en fonction d'un ensemble de critères. Ce réajustement permet d'élargir leur ensemble d'équilibre satisfaisant et augmenter ainsi les chances d'obtenir une intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant non vide. Lorsque les réajustements des évaluations individuelles sont possibles, un second processus itératif d'atteinte de consensus est proposé. En utilisant des mesures de proximité et de consensus bipolaire, le processus de rétroaction proposé a été défini par deux phases. Dans la phase d'identification, les mesures de proximité et de consensus ont été utilisées pour identifier dans un premier temps les alternatives présentant de fortes divergences et, dans un deuxième temps, les décideurs montrant un important écart d'évaluation sur les mesures bipolaires par rapport aux autres membres. Une fois la phase d'identification (des alternatives et décideurs divergents) passée, la phase de recommandation permet

d'adresser des instructions ciblées aux décideurs présentant d'importants écarts en ce qui concerne les alternatives à tendance convergente.

Lorsque les acteurs présentent des projets individuels mais en interdépendance, on parle dans ce cas, de jeux stratégiques.

Dans un dernier volet, nous avons voulu adapter l'approche bipolaire à ce type de problèmes pour montrer l'intérêt et la flexibilité que cette démarche peut apporter. Sans prétendre couvrir l'ensemble des caractéristiques que la théorie des jeux présente, une introduction de l'approche bipolaire aux problèmes de jeux stratégiques a été proposée à travers des techniques d'atteinte de consensus dans le cas des problèmes coopératifs.

En tenant compte de l'avis des autres protagonistes dans le choix de chaque joueur, une structuration et une procédure d'évaluation associant le processus AHP à une analyse BOCR ont été proposées. Pour identifier une issue satisfaisant l'ensemble des joueurs et atteindre ainsi l'équilibre, les ensembles de la théorie des jeux satisfaisants ont été utilisés afin de réduire la complexité combinatoire de l'évaluation des issues possibles.

Contrairement à ce qui est communément admis dans la littérature, de partir des mesures conjointes pour déduire les mesures locales par marginalisation, dans ce travail, il a été proposé de partir du niveau local en tenant compte de l'influence des acteurs, pour remonter ensuite au niveau global à travers les mesures conjointes.

Des exemples d'applications ont été régulièrement introduits pour illustrer les méthodes proposées à chaque niveau d'évaluation. Loin de prétendre au développement finalisé d'un processus d'évaluation complet, l'objectif de cette thèse consiste à enrichir les procédures d'évaluation actuelles à travers les points suivants :

- structuration bipolaire permettant la distinction entre les éléments à impact positif et négatif sur l'atteinte des objectifs,
- considération des interactions entre les éléments de la décision à l'aide de l'intégrale de Choquet dans un cadre hiérarchique,
- intégration de l'impact du comportement humain dans le processus décisionnel à travers les notions de prudence, aversion au risque, individualisme et influence,
- prise en compte de l'impact de l'influence d'un voisinage sur les choix individuels et collectifs,
- représentation des solutions sélectionnées à travers des ensembles d'équilibre satisfaisant où l'intérêt ne réside pas dans la recherche d'une solution optimale mais suffisamment satisfaisante,
- considération des convergences initiales des décideurs dans les phases d'atteinte de consensus à travers des mesures de proximité et de consensus bipolaire,
- proposition de processus d'atteinte d'un consensus basé sur les interactions humaines et les ensembles satisfaisants,
- initiation à l'évaluation bipolaire des problèmes de jeux stratégiques,
- proposition de techniques d'atteinte d'équilibre basées sur des mesures bipolaires conjointes dans les jeux stratégique.

Appliquer les méthodes d'évaluation proposées à des problèmes réels non traités semble constituer un bon moyen de validation de ces modèles. Bien que les résultats obtenus à travers l'application des

approches proposées notamment dans le cas des décisions collectives aient permis de souligner l'applicabilité et l'intérêt de notre démarche, il reste toutefois important de confirmer cette efficacité à travers l'appréciation des décideurs dans un contexte décisionnel réel. Le développement d'un outil logiciel de décision basé sur l'approche bipolaire est donc à envisager.

En considérant la représentation des interactions entre les éléments décisionnels, des modèles graphiques tels que les réseaux bayésiens peuvent être utilisés pour remédier aux approximations liées aux évaluations individuelles. Ces outils graphiques peuvent constituer un outil potentiellement intéressant dans la représentation des influences entre décideurs. Dans le cas des jeux stratégiques par exemple, la représentation des préférences de chaque joueur en fonction du choix du reste du groupe peut se faire à travers des mesures conditionnelles qui lient la réalisation des actions aux choix faits par les autres protagonistes de la décision, donnant lieu aux jeux conditionnels (Stirling 2011).

Il serait également intéressant de développer l'approche d'évaluation bipolaire dans la résolution des problèmes de jeux stratégiques. Des processus d'atteinte d'équilibre plus élaborés peuvent faire l'objet de développements futurs dans les jeux coopératifs et les différents cas de coalitions par exemple. Les jeux non-coopératifs représentent également un terrain d'application non exploité.

De manière générale, les travaux présentés dans ce mémoire peuvent être prolongés à travers deux pistes :

- une piste applicative où les résultats de cette thèse peuvent faire l'objet de développement d'outils logiciels d'aide à la décision et,
- une piste théorique qui chercherait à lever des restrictions imposées pour aboutir à certains résultats, comme la considération des influences des décideurs du voisinage d'un agent, considérés un par un, par exemple.

Bibliographie

- Aktar Demirtas, E. & Ustun, O., 2009. Analytic network process and multi-period goal programming integration in purchasing decisions. *Computers & Industrial Engineering*, 56(2), p.677-690.
- Alonso, S. et al., 2009. Group decision making with incomplete fuzzy linguistic preference relations. *International Journal of Intelligent Systems*, 24(2), p.201-222.
- Angelou, G.N. & Economides, A.A., 2009. A multi-criteria game theory and real-options model for irreversible ICT investment decisions. *Telecommunications Policy*, 33(10-11), p.686-705.
- Anon, *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*.
- Antoine, R., 2012. Aide à la décision multicritère et apprentissage automatique pour la classification. In Atelier AIDE, Conférence EGC 2012. Bordeaux, France.
- Ben-Arieh, D. & Chen, Z., 2006. Linguistic-labels aggregation and consensus measure for autocratic decision making using group recommendations. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 36(3), p.558 -568.
- Ben-Arieh, D., Easton, T. & Evans, B., 2009. Minimum Cost Consensus With Quadratic Cost Functions. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 39(1), p.210 -217.
- Aumann, R.J. & Hart, S. éd., 1992. *Handbook of Game Theory with Economic Applications, Volume 1*, North Holland.
- Bana e Costa, C.A. et al., 1999. Decision Support Systems in action: Integrated application in a multicriteria decision aid process. *European Journal of Operational Research*, 113(2), p.315-335.
- Bana e Costa, C.A. & Vansnick, J.-C., 1994. MACBETH — An interactive path towards the construction of cardinal value functions. *International Transactions in Operational Research*, 1(4), p.489-500.
- Bard, J.F. & Sousk, S.F., 1990. A tradeoff analysis for rough terrain cargo handlers using the AHP: an example of group decision making. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 37(3), p.222 -228.
- Basar, T. & Olsder, G.J., 1999. *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Belleflamme, P., 2002. Coordination on formal vs. de facto standards: a dynamic approach. *European Journal of Political Economy*, 18(1), p.153-176.
- Bernard, J., 1954. The theory of games of strategy as a modern sociology of conflict. *American Journal of Sociology*, p.411-424

- Bezdek, J.C., Spillman, B. & Spillman, R., 1978. A fuzzy relation space for group decision theory. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(4), p.255-268.
- De Boer, L., van der Wegen, L. & Telgen, J., 1998. Outranking methods in support of supplier selection. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 4(2-3), p.109-118.
- Bouchery, Y., 2012. *Optimisation de la chaîne d'alimentation des critères de durabilité : Le cas des modèles d'inventaire*. Ecole Centrale Paris.
- Bouchon-Meunier, B., 1990. *La logique floue et ses applications*, Addison-Wesley France.
- Bouyssou, D., 1993. Décision Multicritère ou aide multicritère?
- Bouyssou, D., Marchant, T., Pirlot, M., Perny, P., Tsoukias, A., Vincke, P., 2000. *Evaluation and Decision Models - A Critical Perspective (International Series in Operations Research and Management Science Volume 32)* 2001^e éd., Springer.
- Bouyssou, D., 2000. *Evaluation and Decision Models: A Critical Perspective*, Springer.
- Bouyssou, D., 1989. Modelling inaccurate determination, uncertainty, imprecision, using multiple criteria.
- Bouyssou, D., Marchant, T. & Perny, P., 2006. Théorie du choix social et aide multicritère à la décision. *Concepts et méthodes pour l'aide à la décision: 3. Analyse multicritère*, 3, p.235-270.
- Bouzarour-Amokrane, Y., Tchangani, A. & Pérès, F., 2012a. Defining And Measuring Risk And Opportunity In Bocr Framework For Decision Analysis. In Proceedings of 9th International Conference on Modeling, Optimization and SIMulation, MOSIM 2012, June 6-8., Bordeaux, France.
- Bouzarour-Amokrane, Y., Tchangani, A. & Pérès, F., 2012b. Definition And Measure Of Risk And Opportunity In The Bocr Analysis. In 10e International Conference of Modeling and Simulation - MOSIM'12. « Performance, interoperability and safety for sustainable development. » (forthcoming). Bordeaux- France.
- Bouzarour-Amokrane, Y., Tchangani, A. & Pérès, F., 2013a. Evaluation process in end-of-life systems management using BOCR analysis. In IFAC Conference on Manufacturing modelling, Management and Control. Saint Petersburg.
- Bouzarour-Amokrane, Y., Tchangani, A. & Pérès, F., 2013b. Résolution des problèmes de décision de groupe par analyse bipolaire. In 5èmes Journées Doctorales (JDJN) GDRMACS. Strasbourg.
- Brams, S.J., 1975. *Game Theory and Politics*, Dover.
- Brans, J.P. & Vincke, P., 1985. A Preference Ranking Organisation Method (The PROMETHEE Method for Multiple Criteria Decision-Making). *Management science*, 31(6), p.647-656.
- Brugha, C.M., 2004. Structure of multi-criteria decision-making. *Journal of the Operational Research Society*, 55(11), p.1156-1168.

- Burns, T.R. & Gomolińska, A., 2000. The Theory of Socially Embedded Games: The Mathematics of Social Relationships, Rule Complexes, and Action Modalities. *Quality and Quantity*, 34(4), p.379-406.
- Burns, T.R., Gomolinska, A. & Meeker, L.D., 2001. The Theory of Socially Embedded Games: Applications and Extensions to Open and Closed Games. *Quality and Quantity*, 35(1), p.1-32.
- Cailloux, O., 2012. *Elicitation indirecte de modèles de tri multicritère*. Ecole Centrale Paris.
- Caprara, A. et al., 1998. Modeling and Solving the Crew Rostering Problem. *Operations Research*, 46(6), p.820-830.
- Castelletti, A. & Soncini-Sessa, R., 2007. Bayesian Networks and participatory modelling in water resource management. *Environ. Model. Softw.*, 22(8), p.1075-1088.
- Chakhar, S. & Mousseau, V., 2007. Utilisation du concept de la carte décisionnelle pour l'identification et l'évaluation des infrastructures linéaires. In Conférence francophone ESRI. Versailles.
- Chapman, C., 2006. Key points of contention in framing assumptions for risk and uncertainty management. *International Journal of Project Management*, 24(4), p.303-313.
- Charnes, A. & Cooper, W.W., 1961. *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, John Wiley & Sons Inc.
- Chen, H.H., Kang, H.-Y. & Lee, A.H.I., 2010. Strategic selection of suitable projects for hybrid solar-wind power generation systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(1), p.413-421.
- Chiclana, H.-V.H. et al., 2002. A Consensus Model for Multiperson Decision Making with Different Preference Structures. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 32, p.394-402.
- Choudhury, A.K., Shankar, R. & Tiwari, M.K., 2006. Consensus-based intelligent group decision-making model for the selection of advanced technology. *Decision Support Systems*, 42(3), p.1776-1799.
- Colin, E., 2004. Analyzing cognitive maps to help structure issues or problems. *European Journal of Operational Research*, 159(3), p.673-686.
- Cook, W.D. & Kress, M., 1985. Ordinal Ranking with Intensity of Preference. *Management Science*, 31(1), p.26-32.
- Correa, H., 2001. Game theory as an instrument for the analysis of international relations. *Ritsumaikan International Research*, 14, p.187-208.
- Crozier, M. & Friedberg, E., 2009. *The bureaucratic phenomenon*, Transaction Pub.
- D. Poole, 1992. Decision-theoretic defaults. In Proceedings of the Ninth Biennial Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence. Morgan Kaufmann, San Francisco, p. 190-197.

- Davis, M.D., 1997. *Game Theory: A Nontechnical Introduction*, Dover Publications.
- De Brucker, K. & C. Macharis, 2010. Multi-actor Multi-Criteria Analysis (MAMCA) as a means to cope with societal complexity. In EURO XXIV. Lisbon, Portugal.
- Demange, G. & Ponssard, J.-P., 1994. *Théorie des jeux et analyse économique*, Presses Universitaires de France - PUF.
- Demirtas, E.A. & Üstün, Ö., 2008. An integrated multiobjective decision making process for supplier selection and order allocation. *Omega*, 36(1), p.76–90.
- Deparis, S., 2012. *Etude de l'effet du conflit multicritère sur l'expression des préférences : Une approche empirique*. Ecole Centrale Paris.
- Deutsch, S.J. & Malmberg, C.J., 1985. Measurable multiattribute value functions defined on binary attributes. *European Journal of Operational Research*, 19(2), p.186-190.
- Dixit, A.K. & Nalebuff, B.J., 1993. *Thinking Strategically: The Competitive Edge in Business, Politics, and Everyday Life*, W. W. Norton & Company.
- Doran, G.T., 1981. There's a SMART way to write management's goals and objectives. *Management Review*, 70(11), p.35–36.
- Dubey, A. & Dufresne, F., 2002. Support du cours de gestion des risques de l'institut des sciences actuarielles (ISA) de l'université de lausanne.
- Dubois, D. & Koning, J.-L., 1991. Social choice axioms for fuzzy set aggregation. *Fuzzy Sets and Systems*, 43(3), p.257-274.
- Dyer, J.S., 2005. Maut — Multiattribute Utility Theory. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, p. 265-292.
- Erdogmus, S., Aras, H. & Koç, E., 2006. Evaluation of alternative fuels for residential heating in Turkey using analytic network process (ANP) with group decision-making. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 10(3), p.269-279.
- Erdogmus, S., Kapanoglu, M. & Koc, E., 2005. Evaluating high-tech alternatives by using analytic network process with BOCR and multiactors. *Evaluation and Program Planning*, 28(4), p.391-399.
- Erdogmus, S., Kapanoglu, M. & Koç, E., 2005. Evaluating high-tech alternatives by using analytic network process with BOCR and multiactors. *Evaluation and Program Planning*, 28(4), p.391-399.
- Escobar, M.T. & Moreno-jiménez, J.M., 2006. Aggregation of Individual Preference Structures in Ahp-Group Decision Making. *Group Decision and Negotiation*, 16(4), p.287-301.
- Fan, Z.-P. et al., 2006. A goal programming approach to group decision making based on multiplicative preference relations and fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research*, 174(1), p.311-321.

- Feglar, T. et al., 2006. Advances in decision analysis and systems engineering for managing large-scale enterprises in a volatile world: Integrating Benefits, Opportunities, Costs and Risks (BOCR) with the Business Motivation Model (BMM). *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 15(2), p.141-153.
- Felix, R., 2008. Multicriteria decision making (mcdm): Management of aggregation complexity through fuzzy interactions between goals or criteria'. In *Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU), Malaga (ESP)*. p. 22–27. Available at: <http://www.gimac.uma.es/IPMU08/proceedings/papers/190-Felix.pdf> [Consulté le décembre 30, 2013].
- Felix, R., 1994. Relationships between goals in multiple attribute decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 67(1), p.47-52.
- Figueira, J., Greco, S. & Ehrogott, M., 2005. Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*.
- Figueira, J.R., Greco, S., Roy, B., Słowiński, R., 2010. ELECTRE Methods: Main Features and Recent Developments. In C. Zopounidis & P. M. Pardalos, éd. *Handbook of Multicriteria Analysis*. Applied Optimization. Springer Berlin Heidelberg, p. 51-89.
- Fishburn, P.C., 1967. Additive Utilities with Incomplete Product Sets: Application to Priorities and Assignments. *Operations Research*, 15, p.537-542.
- Fishburn, P.C., 1970. *Utility theory for decision making*, Wiley.
- Fleurey, F. & Solberg, A., 2009. A Domain Specific Modeling Language Supporting Specification, Simulation and Execution of Dynamic Adaptive Systems. In A. Schürr & B. Selic, éd. *Model Driven Engineering Languages and Systems*. Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, p. 606-621. Available at: http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-04425-0_47 [Consulté le décembre 30, 2013].
- Forman, E. & Peniwati, K., 1998. Aggregating individual judgments and priorities with the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 108(1), p.165-169.
- Genç, S. et al., 2010. Interval multiplicative transitivity for consistency, missing values and priority weights of interval fuzzy preference relations. *Inf. Sci.*, 180(24), p.4877-4891.
- Ghajar, I. & Najafi, A., 2012. Evaluation of harvesting methods for Sustainable Forest Management (SFM) using the Analytical Network Process (ANP). *Forest Policy and Economics*, 21, p.81-91.
- Ginting, R. & Dou, H., 2000. L'approche multi-decideur multicritère d'aide à la décision.
- Giorgini, P. et al., 2002. Reasoning with Goal Models. In Springer, p. 167-181.
- Godet, M. et al., 2000. *La boîte à outils de prospective stratégique* 4e éd., LIPS.
- Goffman, E., 1961. *Encounters: Two studies in the sociology of interaction*, Oxford, England: Bobbs-Merrill.

- Gonzales-Baixauli, B., Prado Leite, J.C.S. & Mylopoulos, J., 2004. Visual variability analysis for goal models. In *Requirements Engineering Conference, 2004. Proceedings. 12th IEEE International*. Requirements Engineering Conference, 2004. Proceedings. 12th IEEE International. p. 198-207.
- Gourc, D., 2006. *Vers un modèle général du risque pour le pilotage et la conduite des activités de biens et de services : Propositions pour une conduite des projets et une gestion des risques intégrées*. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT.
- Grabisch, M., 1996. The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, 89(3), p.445-456.
- Grabisch, M., 2005. *Une approche constructive de la décision multicritère*, HAL.
- Grabisch, M., Greco, S. & Pirlot, M., 2008. Bipolar and bivariate models in multicriteria decision analysis: Descriptive and constructive approaches. *International Journal of Intelligent Systems*, 23(9), p.930-969.
- Grabisch, M. & Labreuche, C., 2005. Fuzzy Measures and Integrals in MCDA. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. New York: Springer-Verlag, p. 563-604.
- Grabisch, M. & Miranda Menéndez, P., 2007. On the k-additive Core of Capacities. In M. Stepnicka, V. Novák, & U. Bodenhofer, éd. *New Dimensions in Fuzzy Logic and Related Technologies. Proceedings of the 5th EUSFLAT Conference, Ostrava, Czech Republic, September 11-14, 2007*. Ostrava: University of Ostrava, p. 257-263.
- Grabisch, M., 2006. L'utilisation de l'intégrale de Choquet en aide multicritère à la décision. Newsletter of the European Working Group "Multicriteria Aid for Decisions.
- Greco, S., Matarazzo, B. & Giove, S., 2011. The Choquet integral with respect to a level dependent capacity. *Fuzzy Sets and Systems*, 175(1), p.1-35.
- Greco, S., Matarazzo, B. & Słowiński, R., 2005. Decision Rule Approach. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, p. 507-555.
- Haimes, Lasdon & Wismer, 1971. On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-1(3), p.296-297.
- Haimes, Y., Kaplan, S. & Lambert, J., 2002. Risk Filtering, Ranking, and Management Framework Using Hierarchical Holographic Modeling. *Risk Analysis*, 22(2), p.383-397.
- Harker, P.T., 1987. Alternative modes of questioning in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling*, 9(3-5), p.353-360.
- Harsanyi, J.C., 2004. Games with Incomplete Information Played by « Bayesian » Players, I-III: Part I. The Basic Model. *Management Science*, 50(12 supplement), p.1804-1817.
- Harsanyi, J.C. & Selten, R., 1988. *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*, The MIT Press.

- Hasanzadeh, M., Danehkar, A. & Azizi, M., 2013. The application of Analytical Network Process to environmental prioritizing criteria for coastal oil jetties site selection in Persian Gulf coasts (Iran). *Ocean & Coastal Management*, 73, p.136-144.
- Hatami-Marbini, A. & Tavana, M., 2011. An extension of the Electre I method for group decision-making under a fuzzy environment. *Omega*, 39(4), p.373-386.
- Heap, S.P.H. & Varoufakis, Y., 2004. *Game Theory: A Critical Text*, Routledge.
- Heo, E., Kim, J. & Cho, S., 2012. Selecting hydrogen production methods using fuzzy analytic hierarchy process with opportunities, costs, and risks. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(23), p.17655-17662.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E. & Chiclana, F., 2001. Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations. *European Journal of Operational Research*, 129(2), p.372-385.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E. & Verdegay, J.L., 1996. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments. *Fuzzy Sets Syst.*, 78(1), p.73-87.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E. & Verdegay, J.L., 1996. Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 79(2), p.175-190.
- Herrera-Viedma, E. et al., 2007. A Consensus Model for Group Decision Making With Incomplete Fuzzy Preference Relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15, p.863-877.
- Herrera-Viedma, E., Herrera, F. & Chiclana, F., 2002. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 32(3), p.394-402.
- Hillson, D., 2002. Extending the risk process to manage opportunities. *International Journal of Project Management*, 20(3), p.235-240.
- Holtzman, S., 1988. *Intelligent Decision Systems*, Addison Wesley Longman Publishing Co.
- Hsi-Mei Hsu & Chen-Tung Chen, 1996. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 79(3), p.279-285.
- Hurson, C. & Zopounidis, C., 1997. *Gestion de portefeuilles et analyse multicritère*, Economica.
- Van Huylenbroeck, G., 1995. The conflict analysis method: bridging the gap between ELECTRE, PROMETHEE and ORESTE. *European Journal of Operational Research*, 82(3), p.490-502.
- IFRIMA, 1995. International Federation of Risk and Insurance Management Associations.
- Imoussaten, A. et al., 2011. Multi-criteria improvement of options. In *European Society for Fuzzy Logic and Technology*. France, p. 1. Available at: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00808605> [Consulté le décembre 30, 2013].
- Ishizaka, A. & Labib, A., 2011. Review of the main developments in the analytic hierarchy process. *Expert Systems with Applications*, 38(11), p.14336-14345.

- Islam, R., Biswal, M.P. & Alam, S.S., 1997. Preference programming and inconsistent interval judgments. *European Journal of Operational Research*, 97(1), p.53-62.
- Jacquet-Lagrange, E. & Siskos, J., 1982. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method. *European Journal of Operational Research*, 10(2), p.151-164.
- Jacquet-Lagrange, E. & Siskos, Y., 2001. Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience. *European Journal of Operational Research*, 130(2), p.233-245.
- Jiang, Y., Xu, Z. & Yu, X., 2013. Compatibility Measures and Consensus Models for Group Decision Making with Intuitionistic Multiplicative Preference Relations. *Applied Soft Computing*, (0).
- John, von N. & Morgenstern, O., 2007. *Theory of Games and Economic Behavior (Commemorative Edition)*, Princeton University Press.
- K.R. MacCrimmon., 1973. An overview of multiple objective decision making.
- KABONGO, S.B., 2008. *Analyse des stratégies d'entrée sur le marché de télécommunication en R.D.Congo*, Université de LUBUMBASHI.
- Kacprzyk, J., Fedrizzi, M. & Nurmi, H., 1992. Group decision making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 49(1), p.21-31.
- Kaplan, R.S. & Norton, D.P., 1996. Using the balanced scorecard as a strategic management system. *Harvard business review*, 74(1), p.75-85.
- Keeney, R.L., 1996. Value-focused thinking: Identifying decision opportunities and creating alternatives. *European Journal of Operational Research*, 92(3), p.537-549.
- Keeney, R.L. & Raiffa, H., 1993. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs*, Cambridge University Press.
- Kervern, G.Y. & Rubise, P., 1991. *L'archipel du danger: Introduction aux cindyniques*, Économica.
- Kerzner, H., 2013. *Project management: a systems approach to planning, scheduling, and controlling*, Wiley.
- Khorshid, S., 2010. Soft consensus model based on coincidence between positive and negative ideal degrees of agreement under a group decision-making fuzzy environment. *Expert Systems with Applications*, 37(5), p.3977-3985.
- Klir, G.J., Folger, T.A. & Kruse, R., 1988. *Fuzzy sets, uncertainty, and information*, Prentice Hall Englewood Cliffs.
- Ko, M., Tiwari, A. & Mehnen, J., 2010. A review of soft computing applications in supply chain management. *Applied Soft Computing*, 10(3), p.661-674.
- Korpela, J. & Tuominen, M., 1997. Group decision support for analysing logistics development projects. In *Proceedings of the Thirtieth Hawaii International Conference on System Sciences*,

1997. Proceedings of the Thirtieth Hawaii International Conference on System Sciences, 1997. p. 493 -502 vol.2.
- Lai, V.S., Wong, B.K. & Cheung, W., 2002. Group decision making in a multiple criteria environment: A case using the AHP in software selection. *European Journal of Operational Research*, 137(1), p.134-144.
- Larousse Dictionnaires, concurrence. *Larousse.fr - Dictionnaires*.
- Law, W.-W. & Pan, S.-Y., 2009. Game theory and educational policy: Private education legislation in China. *International Journal of Educational Development*, 29(3), p.227-240.
- Lee, A.H.I., 2009a. A fuzzy AHP - evaluation model for buyer-supplier relationships with the consideration of benefits, opportunities, costs and risks. *International Journal of Production Research*, 47(15), p.4255.
- Lee, A.H.I., 2009b. A fuzzy supplier selection model with the consideration of benefits, opportunities, costs and risks. *Expert Systems with Applications*, 36(2, Part 2), p.2879-2893.
- Lee, A.H.I. et al., 2012. A wind turbine evaluation model under a multi-criteria decision making environment. *Energy Conversion and Management*, 64, p.289-300.
- Lee, A.H.I., Chen, H. & Kang, H., 2009. Multi-criteria decision making on strategic selection of wind farms. *Renewable Energy*, 34(1), p.120-126.
- Lepage, E. et al., 1992. Système d'aide à la décision fondé sur un modèle de réseau bayésien application à la surveillance transfusionnelle. *Nouvelles Méthodes de Traitement de l'Information en Médecine. Informatique et Santé Collection dirigée par P. Degoulet et M. Fieschi Paris, Springer-Verlag France*.
- Lepine, J.A. & van Dyne, L., 2001. Peer Responses to Low Performers: An Attributional Model of Helping in the Context of Groups. *The Academy of Management Review*, 26(1), p.67.
- Leyva Lopez, J.C., 2010. A Consensus Model for Group Decision Support Based on Valued Outranking Relations. In EURO XXIV. Lisbon, Portugal.
- Li, D.-F., 2007. Compromise ratio method for fuzzy multi-attribute group decision making. *Applied Soft Computing*, 7(3), p.807-817.
- Linares, F., 2003. Weak and strong unintended consequences. In Sixth European Sociological Association Conference. Murcia, Spain.
- Lindeneg, K., 2001. Social Choice and Game Theory in Allocation Mechanisms.
- Lucas, W.F., 1981. *Game Theory and Its Application*, American Mathematical Soc.
- Luce, R.D. & Raïffa, H., 1957. *Games and Decisions: Introduction and Critical Surve*, Courier Dover Publications.
- M. Zeleny, 1982. *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw- Hill, New York.
- M.Grabisch, 2006. *Évaluation Subjective*, HAL.

- Madani, K., 2010. Game theory and water resources. *Journal of Hydrology*, 381(3–4), p.225-238.
- Mailath, G.J. & Samuelson, L., 2006. *Repeated Games and Reputations: Long-Run Relationships*, Oxford University Press, USA.
- Marichal, J.-L., 1999. Aggregation of interacting criteria by means of the discrete Choquet integral.
- Marichal, J.-L., 1998. *Aggregation operators for multicriteria decision aid*. Ph.D. Thesis, University of Liege, Liege, Belgium.
- Marichal, J.-L., 2000a. Behavioral analysis of aggregation in multicriteria decision aid. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 51, p.153–178.
- Marichal, J.-L., 2000b. The influence of variables on pseudo-Boolean functions with applications to game theory and multicriteria decision making. *Discrete Applied Mathematics*, 107(1-3), p.139-164.
- Marling, H. & Emanuelsson, S., 2012. *The Markowitz Portfolio Theory*,
- Marrs, F.O. & Mundt, B.M., 2007. Enterprise Concept: Business Modeling Analysis and Design. In G. S. P. D. essor founding editor founding chair member scientist H. D. Fellow, éd. *Handbook of Industrial Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., p. 26–60.
- Martel, J.-M. & Matarazzo, B., 2005. Other Outranking Approaches. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, p. 197-259.
- Martino, J.P., 1992. *Technological Forecasting for Decision Making/Book and Disk* 3^e éd., McGraw-Hill (Tx).
- Maruani, E., Grabisch, M. & Rusinowska, A., 2012. A study of the dynamic of influence through differential equations. *RAIRO - Operations Research*, 46(1), p.83-106.
- Matsatsinis, N.F. & Samaras, A.P., 2001. MCDA and preference disaggregation in group decision support systems. *European Journal of Operational Research*, 130(2), p.414-429.
- Maystre, L.Y. et al., 1994. *Méthodes multicritères: Description, conseils pratiques et cas d'application a la gestión envionmentele*, PPUR presses polytechniques.
- McCarty, N. & Meirowitz, A., 2007. *Political Game Theory: An Introduction*, Cambridge University Press.
- Michaelsen, L.K., Watson, W.E. & Black, R.H., 1989. A realistic test of individual versus group consensus decision making. *Journal of Applied Psychology*, 74(5), p.834-839.
- Miller, J.R., 1969. *Assessing alternative transportation systems*, Rand Corporation.
- Miller, J.R., 1969. *Assessing Alternative Transportation Systems*.
- Miller, J.R., 1966. *The assessment of worth: a systematic procedure and its experimental validation*. Thesis. Massachusetts Institute of Technology.

- Misir, N. & Misir, M., 2007. Developing a multi-objective forest planning process with goal programming: a case study. *Pakistan journal of biological sciences: PJBBS*, 10(3), p.514-522.
- Montibeller, G. & Belton, V., 2006. Causal Maps and the Evaluation of Decision Options: A Review. *The Journal of the Operational Research Society*, 57(7), p.779-791.
- Montibeller, G. & Franco, A., 2010. Multi-Criteria Decision Analysis for Strategic Decision Making. In C. Zopounidis & P. M. Pardalos, éd. *Handbook of Multicriteria Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, p. 25-48.
- Montmain, J. et al., 2003. *Etat de l'art sur les théories de la décision et méthodologies de l'approche système*, Unité de recherche sur la complexité, Centre de recherche LGI2P.
- Moon, J.H. & Kang, C.S., 1999. Use of fuzzy set theory in the aggregation of expert judgments. *Annals of Nuclear Energy*, 26(6), p.461-469.
- Murofushi, T. & Sugeno, M., 1989. An interpretation of fuzzy measures and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure. *Fuzzy Sets and Systems*, 29, p.201-227.
- Myerson, R.B., 1997. *Game Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press.
- Nash, J., 1951. Non-Cooperative Games. *The Annals of Mathematics*, 54(2), p.286.
- Nash, J.F., 1950. The Bargaining Problem. *Econometrica*, 18(2), p.155.
- Nishizawa, K., 1997. A method to find elements of cycles in an incomplete directed graph and its applications—Binary AHP and petri nets. *Computers & Mathematics with Applications*, 33(9), p.33-46.
- Olsson, R., 2007. In search of opportunity management: Is the risk management process enough? *International Journal of Project Management*, 25(8), p.745-752.
- Orlovsky, S.A., 1978. Decision-making with a fuzzy preference relation. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(3), p.155-167.
- Ostanello, A. & Tsoukiás, A., 1993. An explicative model of 'public' interorganizational interactions. *European Journal of Operational Research*, 70(1), p.67-82.
- Ott, U.F., 2012. International Business Research and Game Theory: Looking beyond the Prisoner's Dilemma. *International Business Review*.
- Ott, U.F., 2006. *International Joint Ventures: An Interplay of Cooperative and Noncooperative Games Under Incomplete Information*, Palgrave Macmillan.
- Owen, G., 1968. *Game theory*, Saunders.
- Pal, S.K. & Ghosh, A., 2004. Soft computing data mining. *Information Sciences*, p.163 444 1-3.
- Park, J.H. et al., 2011. Extension of the TOPSIS method for decision making problems under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5), p.2544-2556.

- Parsaei, H.R., Wilhelm, M.R. & Kolli, S.S., 1993. Application of outranking methods to economic and financial justification of CIM systems. *Comput. Ind. Eng.*, 25(1-4), p.357-360.
- Penard, T., 2009. La Théorie des jeux et les outils d'analyse des comportements Stratégiques. *Université de RENNE*, 1, p.38.
- Peniwati, K., 2007. Criteria for evaluating group decision-making methods. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8), p.935-947.
- Pérez, I.J., Cabrerizo, F.J. & Herrera-Viedma, E., 2011. Group decision making problems in a linguistic and dynamic context. *Expert Systems with Applications*, 38(3), p.1675-1688.
- Perminova, O., Gustafsson, M. & Wikström, K., 2008. Defining uncertainty in projects - a new perspective. *International Journal of Project Management*, 26(1), p.73-79.
- Rasmusen, E., 2006. *Games and Information: An Introduction to Game Theory*, John Wiley & Sons.
- Rasmusen, E., 2004. *Jeux et information: An Introduction to Game Theory*, De Boeck Supérieur.
- Reeves, G.R. & MacLeod, K.R., 1999. Some experiments in Tchebycheff-based approaches for interactive multiple objective decision making. *Computers & Operations Research*, 26(13), p.1311-1321.
- Reich, Y. & Kapeliuk, A., 2005. A framework for organizing the space of decision problems with application to solving subjective, context-dependent problems. *Decision Support Systems*, 41(1), p.1-19.
- Reneke, J.A., 2009. A game theory formulation of decision making under conditions of uncertainty and risk. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 71(12), p.e1239-e1246.
- Roselló, L. et al., 2010. Measuring consensus in group decisions by means of qualitative reasoning. *International Journal of Approximate Reasoning*, 51(4), p.441-452.
- Rosemann, M. & zur Muehlen, M., 2005. Integrating risks in business process models. In *Australasian Chapter of the Association for Information Systems*. Proceedings of the 16th Australasian Conference on Information Systems. Sydney, Australia.
- Ross, D., 2012. Game Theory. In E. N. Zalta, éd. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- Roy, B., 1985. *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. *Economica*, Paris.
- Roy, B., 1996. *Multicriteria methodology for decision aiding*, Springer.
- Roy, B., 2005. Paradigms and Challenges. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, p. 3-24.
- Roy, B., 1990. The Outranking Approach and the Foundations of Electre Methods. In C. A. B. e Costa, éd. *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*. Springer Berlin Heidelberg, p. 155-183.

- Roy, B. & Bouyssou, D., 1993. Aide multicritère à la décision : méthodes et cas. Paris: Economica.
- Roy, B. & Mousseau, V., 1996. A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 5(2), p.145–159.
- Saad, W. et al., 2009. Coalitional Game Theory for Communication Networks: A Tutorial. In *IEEE Signal Processing Magazine*.
- Saaty, T., 1977. A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3), p.234-281.
- Saaty, T., 1972. An eigenvalue allocation model for prioritization and planning. *Energy Management and Policy Center, University of Pennsylvania*, p.28–31.
- Saaty, T., 2003. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research*, 145(1), p.85-91.
- Saaty, T., 2000. *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory With the Analytic Hierarchy Process* 1st éd., RWS Publications.
- Saaty, T., 1994. How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process. *Interfaces*, 24(6), p.19-43.
- Saaty, T., 1980a. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, McGraw-Hill (Tx).
- Saaty, T., 2001. *The Analytic Network Process, Fundamentals of Decision Making and Priority Theory*,
- Saaty, T., 1980b. The Analytical Hierarchy Process,. In McGraw-Hill, New York.
- Saaty, T. & Özdemir, M., 2005. *The Encyclicon; a Dictionary of Applications of Decision Making with Dependence and Feedback based on the Analytic Network Process*, RWS Publications.
- Saaty, T. & Shang, J., 2007. Group decision-making: Head-count versus intensity of preference. *Socio-Economic Planning Sciences*, 41(1), p.22-37.
- Saaty, T. & Vargas, L., 2006. *Decision Making with the Analytic Network Process: Economic, Political, Social and Technological Applications with Benefits, Opportunities, Costs and Risks*, Springer.
- Sami Ben Mena, 2000. Introduction aux méthodes multicritères d'aide à la décision.
- Schärlig, A., 1985. *Décider sur plusieurs critères: panorama de l'aide à la décision multicritère*, PPUR presses polytechniques.
- Scharpf, F.W., 1997. *Games Real Actors Play: Actor-centered Institutionalism In Policy Research*, Westview Press.
- Schelling, T.C., 1981. *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press.
- Seguy Garcia, A., 2008. *Décision collaborative dans les systèmes distribués : application à la e-maintenance*. PhD Thesis.

- Selten, P.R., 1975. Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *International Journal of Game Theory*, 4(1), p.25-55.
- Shafer, G., 1976. *A mathematical theory of evidence*, Princeton university press Princeton, NJ.
- Shaw, M.E., Robbin, R. & Belser, J.R., 1981. *Group dynamics: the psychology of small group behavior*, McGraw-Hill.
- Shiue, Y.-C. & Lin, C.-Y., 2012. Applying analytic network process to evaluate the optimal recycling strategy in upstream of solar energy industry. *Energy and Buildings*, 54, p.266-277.
- Sienou, A., 2009. *Proposition d'un cadre méthodologique pour le management intégré des risques et des processus d'entreprise, A Methodological framework for the integrated management of risks and business processes*. Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Simon, H.A., 1997. *Administrative Behavior, 4th Edition 4 Sub.*, Free Press.
- Simon, P., Hillson, D. & Newland, K., 1997. *Project Risk Analysis and Management Guide: Pram*, APM Group Limited.
- Siskos, J., 1980. Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives. *Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle*, (14), p.53-82.
- Siskos, Y., Grigoroudis, E. & Matsatsinis, N.F., 2005. UTA Methods. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, p. 297-334.
- Siskos, Y., Spyridakos, A. & Yannacopoulos, D., 1993. MINORA: A Multicriteria Decision Aiding System for Discrete Alternatives. *Journal of Information Science and Technology*, 2(2), p.136-149.
- Siskos, Y. & Yannacopoulos, D., 1985. UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions. *Investigação Operacional*, 5(1), p.39-53.
- Stasser, G. & Dietz-Uhler, B., 2008. Collective Choice, Judgment, and Problem Solving. In M. A. Hogg & R. S. Tindale, éd. *Blackwell Handbook of Social Psychology: Group Processes*. Blackwell Publishers Ltd, p. 31-55.
- Stirling, W.C., 2003. *Satisficing Games and Decision Making: With Applications to Engineering and Computer Science*, Cambridge University Press.
- Stirling, W.C., 2011. *Theory of Conditional Games*, Cambridge University Press.
- Straffin, P.D., 1993. *Game Theory and Strategy: By Philip D. Straffin*, MAA.
- Sugeno, M., 1974. *theory of fuzzy integrals and its applications*. ph.d. thesis, tokyo institute of technology, tokyo.
- Szmidt, E. & Kacprzyk, J., 2003. A consensus-reaching process under intuitionistic fuzzy preference relations. *International Journal of Intelligent Systems*, 18(7), p.837-852.

- T. Kainulainen, P.L., 2009. A statistical approach to assessing interval scale preferences in discrete choice problems. *JORS*, 60, p.252-258.
- Tan, C., 2011. A multi-criteria interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making with Choquet integral-based TOPSIS. *Expert Systems with Applications*, 38(4), p.3023-3033.
- Tanino, T., 1984. Fuzzy preference orderings in group decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 12(2), p.117-131.
- Tapia García, J.M. et al., 2012. A Consensus Model For Group Decision-Making Problems With Interval Fuzzy Preference Relations. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 11(04), p.709-725.
- Tavana, M., Kennedy, D.T. & Joglekar, P., 1996. A group decision support framework for consensus ranking of technical manager candidates. *Omega*, 24(5), p.523-538.
- Tchangani, A., 2013a. Bipolar Aggregation Method for Fuzzy Nominal Classification using Weighted Cardinal Fuzzy Measure (wcfm). *Journal of Uncertain Systems*.
- Tchangani, A., 2013b. Bipolarity in Decision Analysis: a way to cope with human judgment. In *Exploring Innovative and Successful Applications of Soft Computing*. Carlos Cruz-Corona, M.S. García-Cascales, María Teresa Lamata, Antonio David Masegosa, José Luis Verdegay, Pablo J. Villacorta, p. xxx-yyy IGI Global.
- Tchangani, A., 2009. Evaluation model for multiattributes-multiagents decision making: Satisficing game approach. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 8(1), p.73-91.
- Tchangani, A., Bouzarour-Amokrane, Y. & Pérès, F., 2011. Bipolar Evaluation Model in Decision Analysis. In 12ème Congrès annuel de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision, ROADEF 2011. Saint Etienne.
- Tchangani, A., Bouzarour-Amokrane, Y. & Pérès, F., 2012a. Evaluation Model in Decision Analysis: Bipolar Approach. *INFORMATICA*, 23(3), p.461-485.
- Tchangani, A., Bouzarour-Amokrane, Y. & Pérès, F., 2012b. Supplier - Manufacturer Relationship Modeling through Satisficing Games. In B. Theodor, éd. 14th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, INCOM. Bucharest, Romania: Elsevier, IFAC PapersOnLine, p. 540-546.
- Tchangani, A. & Pérès, F., 2010. BOCR framework for decision analysis. In 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications. Borne, Pierre, Filip, Florin Gheorghe, p. 507-513.
- Tjader, Y. et al., 2013. Firm-level outsourcing decision making: A balanced scorecard-based analytic network process model. *International Journal of Production Economics*.
- Treasury Board of Canada Secretariat, 2010. Integrated risk management framework.
- Tsoukiàs, A., 2007. On the concept of decision aiding process: an operational perspective. *Annals of Operations Research*, 154(1), p.3-27.

- Turcotte, M.-F., 1997. *Prise de décision par consensus: Leçons d'un cas en environnement*, Editions L'Harmattan.
- Urfalino, P., 2007. « L'esprit des règles de décision ». *Vincent Descombes. Questions disputées*, p.199-235.
- Vanderpooten, D., 2008. Aide multicritère à la décision Concepts, méthodes et perspectives. Présentation. ENS Cachan.
- Villeneuve, E., 2012. *Hybridation des retours d'expérience statistique et cognitif pour l'évaluation des risques: application à la déconstruction des avions*. Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Vincke, P., 1986. Analysis of multicriteria decision aid in Europe. *European Journal of Operational Research*, 25(2), p.160-168.
- Vincke, P., 1998. *L'aide multicritère à la décision*, Ellipses Marketing.
- Vincke, P. & Bouyssou, D., 2006. Relations binaires et modélisation des préférences.
- Wang, T.-C. et al., 2009. An Approach to Group Decision Making Based on Incomplete Linguistic Preference Relations. In *Fifth International Conference on Information Assurance and Security, 2009. IAS '09*. Fifth International Conference on Information Assurance and Security, 2009. IAS '09. p. 631 -634.
- Wang, W.-M. et al., 2013. An integrated decision making model for district revitalization and regeneration project selection. *Decision Support Systems*, 54(2), p.1092-1103.
- Ward, S. & Chapman, C., 2003. Transforming project risk management into project uncertainty management. *International Journal of Project Management*, 21(2), p.97-105.
- Wathayu, W. & Peng, Y., 2004. A Bayesian network based framework for multi-criteria decision making. *IN MCDM 2004*, p.6-11.
- Wedley, W.C., Choo, E.U. & Schoner, B., 2001. Magnitude adjustment for AHP benefit/cost ratios. *European Journal of Operational Research*, 133(2), p.342-351.
- Wedley, W.C., Wijnmalen, D. & Choo, E.U., 2003. Benefit/cost priorities—achieving commensurability. *Management Science Recherche Opérationnelle*, p.85.
- West, M., 1984. Bayesian aggregation. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, p.600-607.
- Wheeler, T.A. et al., 1989. *Analysis of core damage frequency from internal events: Expert judgment elicitation: Part 1, Expert panel results, Part 2, Project staff results*,
- Wijnmalen, D.J.D., 2007. Analysis of benefits, opportunities, costs, and risks (BOCR) with the AHP-ANP: A critical validation. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8), p.892-905.
- Winer, M.B., 1994. *Collaboration Handbook: Creating, Sustaining, and Enjoying the Journey* 1st éd., Amherst H. Wilder Foundation.

- Von Winterfeldt, D. & Fasolo, B., 2009. Structuring decision problems: A case study and reflections for practitioners. *European Journal of Operational Research*, 199(3), p.857-866.
- Winterfeldt, D.V. & Edwards, W., 1986. *Decision analysis and behavioral research*, Cambridge University Press.
- Wybo, J.-L., 1998. *Introduction aux cindyniques*, Paris: Éd. Eska.
- Xia, M., Xu, Z. & Liao, H., 2012. Preference relations based on intuitionistic multiplicative information. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, PP(99), p.1.
- Xu, J. & Wu, Z., 2011. A discrete consensus support model for multiple attribute group decision making. *Knowledge-Based Systems*, 24(8), p.1196-1202.
- Xu, Z., 2007a. A survey of preference relations. *International Journal of General Systems*, 36(2), p.179-203.
- Xu, Z., 2011. Compatibility Analysis of Intuitionistic Fuzzy Preference Relations in Group Decision Making. *Group Decision and Negotiation*, p.1-20.
- Xu, Z., 2007b. Intuitionistic Fuzzy Aggregation Operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(6), p.1179-1187.
- Xu, Z., 2007c. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making. *Information Sciences*, 177(11), p.2363-2379.
- Yang, W. & Chen, Z., 2012. New aggregation operators based on the Choquet integral and 2-tuple linguistic information. *Expert Systems with Applications*, 39(3), p.2662-2668.
- Yi, S.-K., Sin, H.-Y. & Heo, E., 2011. Selecting sustainable renewable energy source for energy assistance to North Korea. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(1), p.554-563.
- Yildizoglu, M., 2003. *Introduction à la théorie des jeux*, Paris: Dunod.
- Yu, L. & Lai, K.K., 2011. A distance-based group decision-making methodology for multi-person multi-criteria emergency decision support. *Decision Support Systems*, 51(2), p.307-315.
- Yue, Z., 2011a. An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers. *Knowledge-Based Systems*, 24(1), p.146-153.
- Yue, Z., 2012a. Approach to group decision making based on determining the weights of experts by using projection method. *Applied Mathematical Modelling*, 36(7), p.2900-2910.
- Yue, Z., 2011b. Deriving decision maker's weights based on distance measure for interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making. *Expert Systems with Applications*, 38(9), p.11665-11670.
- Yue, Z., 2012b. Extension of TOPSIS to determine weight of decision maker for group decision making problems with uncertain information. *Expert Systems with Applications*, 39(7), p.6343-6350.

- Yue, Z. & Jia, Y., 2012. An application of soft computing technique in group decision making under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. *Applied Soft Computing*, (0).
- Ze-shui, X.U., 2002. A Method for Priorities of Triangular Fuzzy Number Complementary Judgement Matrices [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 1, p.009.
- Zheng, J., 2012. *Elicitation des Préférences pour des Modèles d'Agrégation basés sur des Points de référence : Algorithmes et Procédures*. Thèse. Ecole Centrale Paris.
- Zhu, K.X., 1999. *Strategic investment in information technologies: A real-options and game-theoretic approach*. Stanford University.
- Zoffer, J. et al., 2008. Synthesis of Complex Criteria Decision Making: A Case Towards a Consensus Agreement for a Middle East Conflict Resolution. *Group Decision and Negotiation*, 17(5), p.363-385.

Structuration des processus d'aide à la décision par analyse bipolaire

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le champ de l'aide à la décision multicritère. Ce champ aborde la décision dans un contexte où un groupe d'alternatives est évalué à travers un ensemble de critères (souvent contradictoires) afin d'estimer le potentiel de chacune à atteindre les objectifs fixés par un certain nombre de décideurs. La contribution de cette thèse concerne la structuration des problèmes d'aide à la décision par une approche bipolaire flexible qui permet d'évaluer les alternatives en distinguant leurs aspects positifs et négatifs vis-à-vis des objectifs à atteindre. Dans un premier temps, des modèles de structuration bipolaire sont proposés pour évaluer les problèmes de décision au niveau individuel. Les relations de synergie et les interactions potentielles entre les caractéristiques de la décision (attributs, alternatives, objectifs) sont modélisées dans un contexte bipolaire et intégrées à des approches de résolution tenant compte de l'environnement certain ou incertain dans lequel l'évaluation se déroule.

Dans un deuxième temps, les décisions de groupe sont traitées en considérant l'impact du facteur humain (à travers les notions de peur, individualisme, influence, prudence, etc.) sur la capacité décisionnelle aux niveaux individuel et collectif. Des modèles d'évaluation et des techniques d'atteinte de consensus sont proposées pour deux catégories de problèmes relativement indépendants ; les problèmes de choix social et les jeux stratégiques.

Mots clés. aide à la décision multicritère, multi-objectifs, multi-décideurs, analyse bipolaire, analyse BOCR, théorie des jeux satisfaisants, intégrale de Choquet, risque et opportunité, problème de choix social, problème de jeux stratégiques.

Bipolar analysis for Structuring process of decision support

The research presented in this thesis concerns the multi-criteria decision support field. This field aims at helping decision makers (DM) to face decisions involving several conflicting objectives. To deal with this, decision is addressed in a context where a group of alternatives is evaluated through a set of criteria (often contradictory) to estimate the potential of each to achieve the goals. The main concern of this research is to propose flexible structuring decision problem support for evaluating alternatives distinguishing between positive and negative aspects they present with regard to objectives achievement. Bipolar structure models are proposed first to evaluate the decision problems at the individual level. The synergistic relationships and potential interactions between the decision characteristics (attributes, alternative objectives) are modeled in a bipolar context and integrated into resolution approaches taking account the certain or uncertain environment in which the evaluation takes place.

In a second part, group decision problems are discussed taking into account the impact of human behaviour (influence, individualism, fear, caution, etc.) on decisional capacity at individual and collective levels. Valuation models and a consensus process are proposed in two relatively independent problem categories: social choice problems, and, strategic game problems.

Keywords. Multicriteria decision aid, multi-objectives, bipolar analysis, the Choquet integral, BOCR analysis, satisficing game theory, risk and opportunity, social choice problems, strategic game problems.