

La Geometría, los Ingresantes y el Software Maple

Viviana H. Giandini y Mirta N. Salerno

Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ingeniería, 1 y 47, (1900) La Plata-Argentina
(e-mail: viviana.giandini@ing.unlp.edu.ar, msalerno@ing.unlp.edu.ar)

Resumen

Se describe la implementación de un taller de geometría destinado a ingresantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata en Argentina. Se utilizó el software Maple, para facilitar la comprensión de conceptos básicos de geometría a través de la visualización gráfica. El taller complementó el Curso de Nivelación en temas básicos de matemáticas que posee la Facultad de Ingeniería para uniformar conceptos a estudiantes que provienen de distintos colegios de la Escuela Media. En este trabajo se presentan objetivos, características del taller, metodología de trabajo como así también algunos ejemplos del material didáctico. Se realizaron encuestas a los alumnos y entrevistas a los docentes, mostrando que el taller resultó de utilidad pues contribuyó a la visualización gráfica favoreciendo la comprensión de la resolución de sistemas de ecuaciones. Basado en los resultados se concluye que la experiencia resultó valiosa para los alumnos, apta para ser mejorada y aplicable a otros ámbitos académicos.

Palabras clave: taller de geometría, ingresantes de ingeniería, programa Maple, visualización gráfica

Geometry, Freshman Students and Maple Software

Abstract

The implementation of a geometry workshop for freshman students of the College of Engineering of the University of La Plata in Argentina, is described. The software Maple was employed to facilitate the understanding of basic geometry concepts through graphical visualization. The workshop was a complement of the Leveling Course on basic topics of Mathematics that the College of Engineering offers the students coming from different Secondary Schools. In the paper presents the objectives, the characteristics and the methodology used, as well as some examples of the didactic material. A survey among students and teachers was conducted and the results show that the workshop was highly positive since it contributed to enhance the comprehension of the solving of a system of equations. Based on the results, it is concluded that the experience was valuable for students, can be improved and adapted to be used in other academic areas.

Keywords: geometry workshop, freshman engineering student, Maple software, graphical visualization

INTRODUCCIÓN

Distintas universidades de la Argentina, comparten la preocupación por mejorar la articulación Escuela Media – Universidad. Montiel y Leyba (2004) de la Universidad Nacional de San Luis, señalan que el ingreso y permanencia de los estudiantes en las aulas universitarias constituye uno de los ejes más preocupantes de los últimos tiempos, realizando un análisis desde la teoría de Bourdieu de los distintos factores que condicionan la educación en Argentina. Esta preocupación sigue existiendo, como se manifiesta en la Universidad Nacional de Tucumán (López y Arias, 2008), en la Universidad Nacional de San Juan (Puzzella et al., 2008), en la UTN Regional Córdoba (Oliver et al., 2008), y en Instituto Tecnológico de Buenos Aires (Urdiain, 2008). También pueden encontrarse referencias a esta problemática en distintas universidades de Latinoamérica, por ejemplo en Uruguay (Lacués y Peña, 2006).

La Facultad de Ingeniería de la UNLP desde el año 2002, posee un sistema de admisión destinado a los ingresantes que tiene como objetivos fundamentales equiparar las oportunidades nivelando conocimientos básicos del área matemática, fortalecer sus hábitos de estudio, contribuir a favorecer la adaptación e integración del alumno al ámbito universitario y reducir sustancialmente la deserción temprana. Para ello establece un Curso de Nivelación de aprobación obligatoria, ofreciendo distintas modalidades:

Modalidad A: Un Curso a distancia y un Curso presencial, dictados en el segundo semestre del año previo al ingreso del alumno a la Facultad.

Modalidad B1: Presencial intensiva, dictada en enero- febrero del año a ingresar.

Modalidad B2: Presencial no intensiva, dictada durante el primer semestre del año para aquellos alumnos que no han aprobado en las modalidades anteriores. Simultáneamente están habilitados para cursar algunas asignaturas del primer semestre. Aprobando en esta instancia, el alumno puede cursar el resto de las asignaturas del primer semestre en el segundo semestre.

En esta propuesta, los aspirantes deben aprobar temas básicos de matemática, a saber: Números reales, Expresiones Algebraicas, Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones y Trigonometría. La cátedra elaboró un texto base (García et al., 2002) que, además de desarrollar el material propuesto, contiene indicaciones sobre cómo estudiar, cómo abordar las lecturas, cómo realizar las consultas, dónde realizarlas, etc.

Este curso, además de articular con el nivel medio, funciona como nexo con las materias básicas de la carrera, las cuales han tenido innovaciones no sólo referidas a contenidos sino también metodológicas. El contenido de las materias de Matemática Básica se organizó en un trayecto integrado por tres materias semestrales, siendo la primera de ellas Matemática A. (Bucari et al., 2004). Los cursos de este trayecto son teórico-prácticos, dictados en aulas aptas para el trabajo en grupo, con una computadora por mesa y una biblioteca para consulta en los horarios de clase (Bucari et al., 2005). Las estrategias de trabajo que se proponen son: los alumnos se integran en grupos, el docente intercambia con el grupo, el docente no solo informa sino que guía, se valora el trabajo sobre el libro de texto, se valoran el trabajo en equipo y las actitudes cooperativas, se incorporan elementos de informática a través de la implementación de actividades tipo taller usando el software Maple.

En el Curso de Nivelación se emplean estrategias similares de modo de iniciar al alumno en esta metodología de trabajo. Siguiendo la concepción de Ausubel et al. (1983), el alumno es concebido como constructor del conocimiento y no solamente como mero receptor. Se trata de lograr un aprendizaje significativo enseñando a *aprender*, a *buscar*, a *relacionar*, a *preguntar*. Para ello es de fundamental importancia la comunicación alumno-alumno, alumno-profesor, alumno- grupo en las clases. No solo importa el conocimiento sino la forma en que se presenta, que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos, que la motivación ocupe un lugar importante para lograr que el alumno se interese por aprender, que se usen ejemplos y problemas para enseñar los conceptos, que se muestre la importancia y la necesidad de los temas tratados y se proponga la utilización de la computadora no sólo para cálculos complicados sino como recurso didáctico para la visualización de distintas situaciones (Martínez et al., 2005).

El uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje da la posibilidad de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples registros de representación dentro de esquemas interactivos, difíciles de lograr con los medios tradicionales, como el lápiz y el papel. Permite el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación de los objetos matemáticos. En la teoría de Duval (1998), los sistemas de representación juegan un papel preponderante en la comprensión del estudiante acerca de los objetos matemáticos. También, Kaput (1987) hace referencia a que en toda representación deben estar claramente interrelacionados la representación y el objeto, poniendo énfasis en que la actividad representacional es intrínseca a la actividad matemática, ya que sus objetos son abstractos y se accede a ellos a través de sus representaciones.

En las áreas temáticas que abarca el Curso de Nivelación, aparecen continuamente situaciones problemáticas que vinculan a conceptos de la geometría básica. La geometría no forma parte del programa del curso, pero su conocimiento es indispensable para el desarrollo del mismo, habiéndose detectado una notable falencia de los ingresantes en este aspecto. Los profesores realizan, en el momento que se necesita, un somero repaso, no obstante ello, se considera de suma importancia que el alumno conozca conceptos básicos como ser: perímetro y superficie de figuras simples, volumen de cuerpos sencillos, recta en el plano, posiciones relativas de dos rectas en el plano, cónicas: circunferencia, parábola, elipse, hipérbola.

Pero esta problemática no es solo local. De Guzmán (2007), señala que el movimiento de renovación hacia la "matemática moderna" de los años setenta trajo consigo una honda transformación de la enseñanza y entre sus características menciona que la geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento. Con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años.

Ante este diagnóstico y para fortalecer la articulación con Matemática A, se agregó un Apéndice de Geometría en el texto básico y se implementó un taller utilizando el software Maple, cuya primera experiencia se realizó en la Modalidad Presencial Intensiva del Curso de Nivelación 2008. El objetivo del trabajo es la descripción de este taller. Los resultados obtenidos muestran que fue de utilidad para los alumnos, contribuyendo a la visualización e interpretación gráfica y favoreciendo la comprensión de la resolución analítica de los sistemas de ecuaciones.

METODOLOGÍA

Objetivos de la experiencia

Los objetivos del taller son los siguientes:

- a) Mejorar la calidad del proceso enseñanza–aprendizaje y favorecer la apropiación de conceptos por parte del estudiante.
- b) Facilitar la comprensión de conceptos vistos en la Escuela media a través de la visualización gráfica.
- c) Desarrollar estrategias que favorezcan la adquisición de habilidades requeridas para el uso de la PC como medio de enseñanza, herramienta de cálculo y representación gráfica.
- d) Poder graficar utilizando el software Maple rectas, circunferencias, elipses, etc, para lograr una mejor interpretación de los sistemas de ecuaciones.
- e) Articular este tipo de actividades con Matemática A.

Características del taller

El taller fue pensado originalmente con más horas de clase, pero en esta primera implementación se lo adaptó a la cantidad de docentes disponibles, convocando a las 10 comisiones del curso en distintos horarios a contraturno, para una sola clase optativa de una hora y media.

Es importante aclarar que la clase fue de carácter opcional para los alumnos y que cada comisión estaba integrada, en promedio, por 75 alumnos. Se usó un aula con PC's disponiendo de una PC cada 6 ó 7 alumnos. La versión del software usada fue Maple 10. El Taller fue llevado a cabo por dos docentes de la Cátedra de Ingreso.

Material Didáctico

Los alumnos trabajaron con una Guía Práctica elaborada especialmente para este taller, con la siguiente estructura:

1. Presentación de los temas a tratar y algunas indicaciones sobre cómo buscar ayuda acerca del software.
2. Presentación de los comandos básicos para graficar curvas y superficies. Ejemplos.
3. Ejercitación básica.
4. Ejercitación complementaria.

Se muestran a continuación los enunciados de algunos ejercicios de la Guía y los procesos de aprendizaje que se se esperan de los alumnos:

Para sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ -x + 2y = -5 \end{cases}$$

- a) Resuelve y halla el conjunto solución.
- b) Interpreta gráficamente, primero en papel y luego con Maple.

En la parte a) se espera que el alumno resuelva analíticamente el sistema por alguno de los métodos estudiados y encuentre que el conjunto solución es $\{(1,-2)\}$.

En el inciso b) el alumno graficará las dos rectas en papel a mano alzada. Se muestran a continuación las sentencias para que grafique con Maple y la devolución del software (Fig. 1). Se espera que verifique si graficó correctamente y si la solución hallada analíticamente coincide con el punto de intersección de las rectas.

```
>F1:=implicitplot(3*x+y=1,x=-10..10,y=-10..10, color=black):
>F2:=implicitplot(-x+2*y=-5,x=-10..10, y=-10..10):
>display({F1,F2});
```

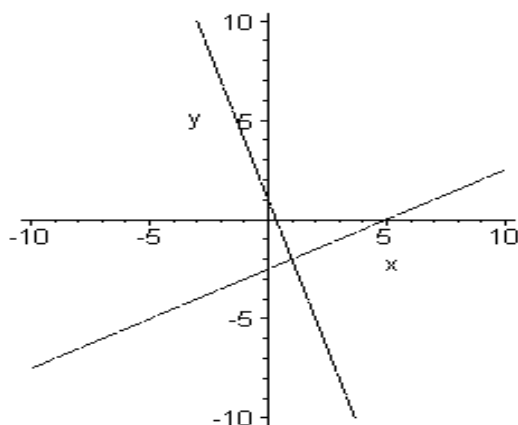


Fig. 1: Visualización de las dos rectas

Para sistemas de ecuaciones mixtos

Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y = x + b \end{cases}$$

- a) Encuentra analíticamente todos los valores de b de manera que el sistema tenga una única solución. Para cada uno de ellos explicita el conjunto solución.
- b) Utilizando Maple visualiza las gráficas para distintos valores de b y a partir de ellas corrobora si los valores de b y las soluciones halladas en la parte a) son correctas.
- c) A partir de la visualización indica para que valores de b el sistema resulta incompatible. Para los restantes valores de b ¿puedes indicar que ocurre con el sistema?

- a) Se espera que el alumno pueda encontrar los dos valores de b (en este caso 2 y -2) que hacen que el sistema tenga solución única, que comprenda que cada valor determina una recta que tocará a la circunferencia en un único punto, y que pueda hallar el conjunto solución en cada caso.
- b) En primera instancia el alumno graficará a mano alzada, luego graficará con Maple. Observará la circunferencia fija y una animación de la recta para distintos valores de b .

Los comandos usados son:

```
>P:=implicitplot(x^2+y^2=2,x=-4..4,y=-4..4, color=black):
```

```
>G:=animate(x+b, x=-4..4,b=-3..3,frames=50):
```

```
>display({P,G});
```

Se muestran a continuación algunas secuencias de la animación (Fig. 2, 3 y 4).

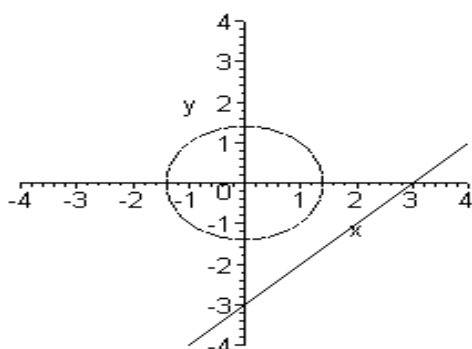


Fig. 2: Visualización inicial ($b = -3$)

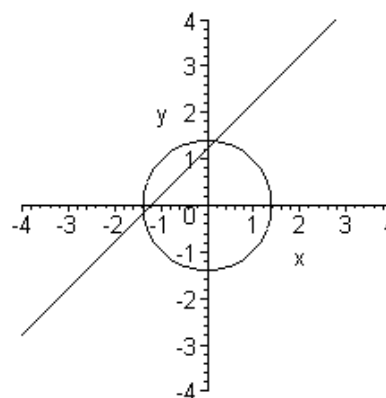


Fig. 3: Visualización para $b = 1.1$

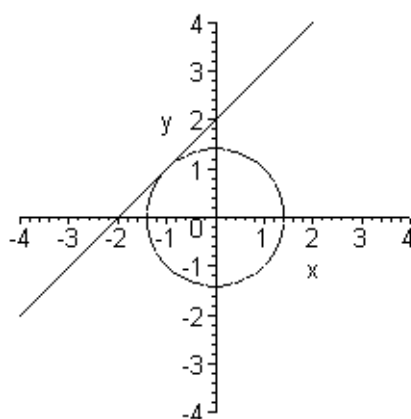


Fig. 4: Visualización para $b = 2$

Desde los gráficos se espera que observe que los valores de b hallados en a) corresponden a las ordenadas al origen de las únicas dos rectas, de pendiente 1, tangentes a la circunferencia.

- c) Se espera que, además el alumno observe que para valores de b menores que -2 o mayores que 2, la recta no interseca a la circunferencia, por lo tanto el sistema resulta incompatible. Y que

para los valores de b mayores que -2 y menores que 2 , la recta corta en dos puntos a la circunferencia y por lo tanto el sistema tendrá dos soluciones.

Metodología de trabajo

Los alumnos debían asistir al taller habiendo leído el Apéndice de Geometría del texto básico y con la Guía Práctica mencionada anteriormente. Los docentes introdujeron el tema relatando los objetivos del taller, siendo uno de ellos generar un primer contacto con el software que luego se usará en Matemática A. Respecto al trabajo en clase se destacó la diferencia entre tener una ecuación implícita o explícita para la conveniencia de los comandos a usar. Luego realizaron una breve descripción de la sintaxis de los comandos necesarios: plot, implicitplot, display etc.

Los alumnos comenzaron el trabajo experimentando con algunos comandos dados en la Guía para interpretar los mismos. Luego de ello realizaron la ejercitación propuesta. Los docentes circularon por las mesas atendiendo las dudas y consultas de los alumnos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Encuesta a los alumnos

Posteriormente al taller se realizó una encuesta con las siguientes preguntas:

1. Conocías el software Maple? Sí No
2. Si no lo conocías, tuviste inconvenientes en interpretar la utilidad de los comandos gráficos? Sí No
3. Opinas que la actividad realizada en el taller contribuye a la visualización y a la interpretación gráfica? Sí No
4. Opinas que favorece la comprensión de la resolución analítica de los sistemas de ecuaciones? Sí No
5. Te aportó algo más a lo que habías comprendido del tema? Sí No
6. El taller te resultó: Muy útil Útil Poco útil
7. Escribe a continuación cualquier otro comentario o propuesta que desees realizar:

Resultados de las encuestas

Respondieron la encuesta 224 alumnos.

El 10% conocía el software Maple y el 90% no lo conocía, a pesar de lo cual el 65% no tuvo inconvenientes en interpretar la utilidad de los comandos gráficos.

El 83% opina que la actividad realizada en el taller contribuye a la visualización y a la interpretación gráfica y el 66% que favorece la comprensión de la resolución analítica de los sistemas de ecuaciones.

Solo al 33% le aportó algo más de lo que había comprendido del tema.

Sin embargo, el 67% responde que el Taller le resultó entre muy útil y útil.

Algunos comentarios expresados por los alumnos

1. "El curso me resultó efectivo para graficar los sistemas, además se explicó bien y muy comprensivo"
2. "A mí me gustó el taller, debería tener más carga horaria para llegar a comprender un poco más la gráfica de los sistemas"
3. "Tendría que haber durado más para que nos enseñen más cosas"
4. "Quisiera que agregaran más horas para utilizar más el programa"
5. "Se necesitan más computadoras para facilitar la labor"
6. "No hice una cruz en Muy Útil porque como fue muy breve no se pudieron apreciar o probar muchos sistemas; no hubo mayores dificultades porque poseíamos todos los apuntes. Spongo que lo manejaremos y será de mucha ayuda en Matemática A"
7. "Estuvo bueno. Una experiencia positiva ¡Gracias por la oportunidad!"

Analizando las opiniones de los alumnos se observa que casi la totalidad de ellos manifiesta que la carga horaria fue insuficiente. De esto se infiere que los alumnos estarían dispuestos a destinar tiempo extra a un taller más extenso.

Opiniones de los docentes

Para recabar las opiniones de los docentes se utilizaron como instrumento las entrevistas. Expresaron que se notó una marcada diferencia entre distintos grupos respecto del interés demostrado en la realización del taller. Esto se debió a las distintas expectativas con las que llegaron los alumnos. Algunos, esperaban encontrarse con una clase de geometría tradicional, no asistieron con el material leído, y por lo tanto tuvieron inconvenientes a la hora de trabajar en clase. Los docentes coinciden con los alumnos en que cuando los grupos eran numerosos, tanto la cantidad de PC's y de docentes disponibles como el tiempo de la clase resultaron escasos.

Finalizado el Curso, y comenzadas las clases de Matemática A, se entrevistó a docentes de distintas comisiones de esta cátedra, los que manifestaron que los alumnos que asistieron al taller mostraron un mejor manejo del software. También notaron una mayor predisposición a interrelacionar los conceptos abstractos con sus distintas representaciones.

Considerando los aspectos mencionados la propuesta para la próxima experiencia es:

- a) El Taller de desarrollará, al igual que en la primera implementación, en contraturno y será de carácter optativo.
- b) Cada comisión tendrá una clase por semana durante todo el período del Curso de Nivelación.
- c) Se mantendrá la duración de la clase en una hora y media; un aumento en la extensión de la clase no favorecerá el aprendizaje y restará tiempo que los alumnos deben dedicar al estudio extra áulico.
- d) Se llevará a cabo en un aula que tenga un mayor número de PC's.
- e) A los dos Profesores de la Cátedra de Ingreso que estarán a cargo del dictado del Taller, se sumarán Docentes Auxiliares.
- f) Se adecuará el material a la nueva organización del Taller.
- g) La duración del curso es de cuatro semanas, de modo que el material didáctico para el taller constará de cuatro guías, una para cada clase. En todas ellas se propondrá en una primera instancia realizar las tareas propuestas con lápiz y papel y luego utilizar el software:

Guía 1: En la clase 1 se trabajará con rectas en el plano. Ecuación implícita y explícita de la recta. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad. Ejercitación sobre estos conceptos utilizando los comandos plot, implicitplot, display.

Guía 2: En la clase 2 se trabajará con expresiones algebraicas, que representen perímetros y superficies de figuras planas y volúmenes de cuerpos sencillos. Se utilizarán los comandos que permiten definir expresiones y evaluarlas, como el comando evalf.

Guía 3: En la clase 3 se trabajará con sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y su interpretación geométrica. Además se comenzará a trabajar con las cónicas: circunferencia, parábola, elipse, hipérbola, utilizando comandos ya conocidos por los alumnos en las clases anteriores.

Guía 4: En la clase 4 se trabajará con sistemas mixtos y su interpretación geométrica. En esta etapa del curso, los alumnos ya estarán en condiciones de representar gráficamente las ecuaciones que conformen los sistemas, de manera de poder interpretar analítica y gráficamente su significado. Se propondrán también para redondear estos temas, algunos problemas para que los alumnos interpreten, definan las variables a utilizar, realicen un planteo adecuado y resuelvan dando una respuesta, si es que existe, al problema propuesto.

CONCLUSIONES

De los resultados mostrados, de su análisis y de su discusión se pueden obtener las siguientes conclusiones sobre este taller: 1) Esta experiencia resultó interesante y valiosa para los alumnos, ya que un considerable porcentaje manifiesta que les resultó de utilidad; 2) la actividad realizada

en el taller contribuyó a la visualización, a la interpretación gráfica y favoreció la comprensión de la resolución analítica de los sistemas de ecuaciones; 3) la propuesta es dinámica, susceptible de ser modificada de acuerdo a las necesidades; 4) la propuesta puede ser utilizada en otros ámbitos académicos.

REFERENCIAS

Ausubel, D.P., J.D. Novak y H. Hanesian; *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, 1ª edición, Editorial Trillas, México (1983).

Bucari, N., S. Abate y A. Melgarejo; *Un cambio en la enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Ingeniería de la UNLP: propuesta, criterios y alcance*, Anales IV Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería, 104 – 111, Buenos Aires, Argentina, 1 al 3 de septiembre (2004).

Bucari, N., S. Abate y A. Melgarejo; *Las clases de Matemática y la construcción de un contrato didáctico diferente*, INMAT 05, Facultad de Ingeniería, UBA, Buenos Aires, Argentina, 11 al 14 de octubre (2005).

De Guzmán, M.; *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*, Revista Iberoamericana de Educación, ISSN: 1681–5653 (en línea): 43, 19-58 (2007).

Duval, R.; *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*, en F. Hill (Ed) *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201, Grupo Editorial Iberoamérica. (1998)

García, N.I., L.M.A. Carboni y M.N. Salerno; *Curso de Nivelación en Matemática: construyamos un puente hacia tus estudios universitarios*, Edulp, La Plata, Argentina (2002).

Kaput, J.; *Representation System and Mathematics*. en C. Janvier (Ed) *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics*, Hillsdale N. J: Erlbaum (1987).

Lacué Apud, E. M. y J.L. Peña Brussone; *La lectura de textos matemáticos como tarea para promover la inserción del estudiante en el medio universitario*, V Congreso Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, Misiones, Argentina, 10 al 13 de octubre (2006).

López E. y M. Arias; *Evolución de resultados y estrategias en la formación preuniversitaria de un ingeniero dada desde la universidad*, VI CAEDI, Salta, Argentina, 17 al 19 de septiembre (2008).

Martínez, R.D., Y.H. Montero y M.E. Pedrosa; *La integración de la computadora a un ambiente de enseñanza y aprendizaje*, Revista Iberoamericana de Educación - Experiencias e Innovaciones, 35/1 ISSN: 1681–5653 (2005).

Montiel, M.C. y A.B. Leyba ; *La Problemática de los Ingresantes a la Universidad. Un Análisis Desde la Teoría de Pierre Bourdieu*, IV Encuentro Nacional y I Latinoamericano, La Universidad como Objeto de Investigación, Tucumán, Argentina ,7, 8 y 9 de octubre (2004).

Oliver C. y otros cuatro autores; *Ciclo de nivelación universitario ¿Una necesidad?*, VI CAEDI, Salta, Argentina, 17 al 19 de septiembre (2008).

Puzzella A. E. y otros cuatro autores; *Los ingresantes a Ingeniería ¿han desarrollado las competencias básicas necesarias para un buen desempeño académico? Resultados de una indagación*, VI CAEDI, Salta, Argentina, 17 al 19 de septiembre (2008).

Urdiain M.; *Dificultades en la inserción del egresado de escuela media en la Universidad*, VI CAEDI, Salta, Argentina, 17 al 19 de septiembre (2008).