

Original Article

e-ISSN: 2274-2067 - <https://journal.itera.ac.id/index.php/indojam/>

p-ISSN: 2274-2016

Received 1st December 2020

Accepted 18th December 2020

Published 10th May 2021

Open Access

Model Populasi Nyamuk dengan Melibatkan Faktor Kontrol dan Variasi Musim

Mia Siti Khumaeroh^{a*}^a Departemen Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung* Koresponden E-mail: miasitihumairoh@uinsgd.ac.id

Abstract: Mosquitoes are insects that have a complete metamorphosis cycle starting from eggs, pupae, larvae (aquatic phase) to adult mosquitoes (non-aquatic phase). In the aquatic phase (water as their habitat), mosquito breeding process is affected by weather conditions. A mathematical model was constructed to determine the dynamics of the mosquito population by involving weather factors. The use of temephos and fumigation were also involved in the construction of this model as a control for mosquito growth. The stability analysis at the equilibrium point is presented to determine the condition of the mosquito population over time. From the simulation results, it is found that the weather factor causes the dynamics of larvae and mosquito to oscillate each year with the peak growth occurring in the rainy season. In addition, the use of temephos and fumigation can significantly reduce the number of larvae and mosquito populations.

Keywords: *dynamical population, mosquitoes, larva, equilibrium point*

Abstrak: Nyamuk merupakan serangga yang mengalami metamorfosis sempurna, dimulai dari telur, pupa, larva (fase akuatik) hingga nyamuk dewasa (fase nonakuatik). Proses perkembangbiakan nyamuk, khususnya pada fase akuatik (air sebagai habitatnya) sangat dipengaruhi oleh kondisi cuaca. Model matematika dibangun untuk mengetahui dinamika populasi nyamuk dengan melibatkan faktor cuaca. Penggunaan temephos dan fumigasi juga dilibatkan dalam konstruksi model sebagai kontrol terhadap pertumbuhan nyamuk. Analisis kestabilan pada titik kesetimbangan disajikan untuk mengetahui kondisi populasi nyamuk seiring berjalannya waktu. Dari hasil simulasi diperoleh bahwa pengaruh musim mengakibatkan dinamika populasi larva dan nyamuk berosilasi setiap tahunnya dengan puncak pertumbuhan terjadi pada musim hujan. Di samping itu, penggunaan temephos dan fumigasi secara signifikan dapat mengurangi jumlah populasi dari larva dan nyamuk.

Kata Kunci: *dinamika populasi, nyamuk, larva, titik kesetimbangan*

Pendahuluan

Berdasarkan siklus hidupnya, nyamuk merupakan hewan yang mengalami metamorfosis sempurna dimulai dari tahap telur, larva, pupa sampai menjadi nyamuk dewasa [1,2]. Berdasarkan habitatnya, siklus hidup nyamuk digolongkan ke dalam dua fase, yaitu fase akuatik (telur, larva, pupa) serta fase non-akuatik (nyamuk dewasa). Seperti penamaanya, pada fase akuatik, nyamuk memerlukan air untuk proses perkembangbiakannya [3-5].

Perkembangbiakan nyamuk, khususnya pada fase akuatik sangat dipengaruhi oleh kondisi cuaca. Lebih jauh, pengaruh cuaca tersebut berdampak signifikan pada perkembangbiakan nyamuk yang berada di luar ruangan (*outdoor*). Beberapa contoh tempat habitat nyamuk di luar ruangan (*outdoor*) adalah kaleng bekas, genangan-genangan air, saluran air hujan dan tempat-tempat penampungan air lainnya yang dekat dengan tempat tinggal manusia. Hal ini berbeda dengan perkembangbiakan nyamuk yang berada di dalam ruangan (*indoor*), seperti bak-bak kamar mandi

Original Article

yang tidak terlalu dipengaruhi oleh keadaan cuaca [5-7]

Berdasarkan perbedaan habitat dan adanya pengaruh cuaca pada habitat nyamuk, maka dibangunlah model populasi nyamuk yang dikelompokkan ke dalam dua wilayah yaitu *indoor* dan *outdoor*. Sebagai bentuk simplifikasi dimensi, pada fase akuatik akan diwakili oleh fase larva *indoor* dan larva *outdoor*, sedangkan pada fase non-akuatik, karena nyamuk dapat terbang dari *indoor* ke *outdoor* maupun sebaliknya, maka tidak dilakukan pembagian wilayah.

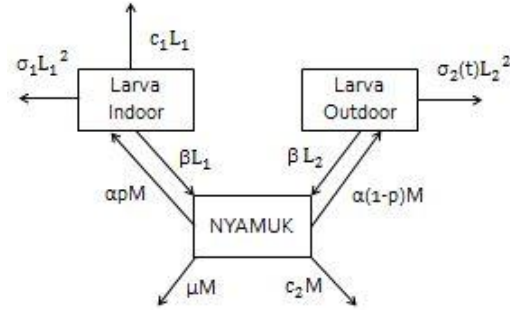
Pada model ini akan dilibatkan juga parameter kontrol. Adanya penggunaan temephos (abate) pada bak-bak kamar mandi menjadi faktor kontrol pada populasi larva *indoor* dan adanya fumigasi menjadi faktor kontrol pada populasi nyamuk [8,9].

Metode

Dalam artikel ini penulis melakukan konstruksi model pertumbuhan nyamuk dan larva berdasarkan pada siklus hidupnya. Analisis model dilakukan dengan mencari titik kesetimbangan yaitu solusi konstan dari sistem persamaan diferensial atau solusi pada saat tidak ada perubahan nilai seiring dengan berjalannya waktu. [10]. Tinjauan kestabilan dari titik kesetimbangan dilakukan dengan menganalisis nilai eigen pada polinomial karakteristik.

Konstruksi Model

Misalkan dalam suatu populasi terdapat sub-populasi Larva *Indoor*, Larva *Outdoor* dan Nyamuk. Berdasarkan siklus hidupnya, transisi atau perkembangbiakan nyamuk dapat dideskripsikan ke dalam diagram kompartemen berikut.



Gambar 1. Diagram Kompartemen Larva dan Nyamuk

Dari diagram kompartemen da Gambar 1, dapat diperoleh sistem persamaan diferensial berikut

$$\begin{aligned} \frac{dL_1(t)}{dt} &= \alpha p M(t) - \sigma_1 L_1^2(t) - (\beta + c_1) L_1(t) \\ \frac{dL_2(t)}{dt} &= \alpha(1-p) M(t) - \sigma_2 L_2^2(t) - \beta L_2(t) \\ \frac{dM(t)}{dt} &= \beta(L_1(t) + L_2(t)) - (\mu + c_2) M(t) \end{aligned} \quad (1)$$

Pada umumnya perhitungan besaran untuk nyamuk dan larva dinyatakan dalam satuan luas (densitas), sehingga dengan melakukan penormalan akan diperoleh sistem persamaan diferensial baru seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (2).

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{L}_1(t)}{dt} &= \alpha_1 p \hat{M}(t) - \tau_1 \hat{L}_1^2(t) - (\beta + c_1) \hat{L}_1(t) \\ \frac{d\hat{L}_2(t)}{dt} &= \alpha_2(1-p) \hat{M}(t) - \tau_2 \hat{L}_2^2(t) - \beta \hat{L}_2(t) \\ \frac{d\hat{M}(t)}{dt} &= \beta(\gamma_1 \hat{L}_1(t) + \gamma_2 \hat{L}_2(t)) - (\mu + c_2) \hat{M}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan

$$\begin{aligned} \hat{L}_1(t) &= \frac{L_1}{A_1}; \quad \hat{L}_2(t) = \frac{L_2}{A_2}; \quad \hat{M}(t) = \frac{M}{A_m}; \\ \alpha_1 &= \alpha \frac{A_m}{A_1}; \quad \alpha_2 = \alpha \frac{A_m}{A_2}; \quad \tau_1 = \sigma_1 A_1; \\ \gamma_1 &= \sigma_1 \frac{A_1}{A_m}; \quad \gamma_2 = \sigma_1 \frac{A_2}{A_m}; \quad \tau_2(t) = \frac{A_m}{A_2} \sigma_2(t) A_2; \end{aligned}$$

A_1 : Satuan luas larva *indoor*

A_2 : Satuan luas larva *outdoor*

A_m : Satuan luas nyamuk

Berikut deskripsi variabel dan parameter yang digunakan pada model ini.

TABEL 1. Tabel Deskripsi Parameter

Variabel/ Parameter	Deskripsi
$\hat{L}_1(t)$	Densitas larva indoor pada saat t
$\hat{L}_2(t)$	Densitas larva <i>outdoor</i> pada saat t
$\hat{M}(t)$	Densitas Nyamuk pada saat t
α	Laju ovulasi nyamuk yang menjadi larva
p	Peluang nyamuk meletakkan telurnya di indoor
σ_1	parameter persaingan antar larva <i>indoor</i>
σ_2	parameter persaingan antar larva <i>outdoor</i>
β	laju transisi nyamuk menjadi larva
μ	laju kematian alami nyamuk
c_1	Kontrol penggunaan Temephos (Fumigasi)
c_2	Kontrol penggunaan Fumigasi

Pengaruh perbedaan musim berdampak langsung terhadap keberlimpahan logistik (*carrying capacity*) pada populasi larva *outdoor* yang dalam hal ini nilainya proporsional terhadap parameter $\sigma_2(t)$. Diketahui bahwa peningkatan perkembangbiakan nyamuk terjadi pada musim hujan (Oktober-Maret) dan penurunan perkembangbiakan nyamuk terjadi pada musim kemarau (April-September). Sehingga pada model ini dipilih fungsi periodik $\sigma_2(t)$ yang nilainya dapat mewakili faktor pengurangan larva *outdoor* akibat adanya perubahan musim.

$$\sigma_2(t) = 0.5 + 0.49 \sin(2\pi / 360) \tag{3}$$

Analisis Model

Dari sistem persamaan (2), dengan melakukan proses eliminasi diperoleh titik kesetimbangan yang memenuhi persamaan (4), (5) dan (6) berikut.

$$\tau_1(\mu + c_2)\hat{L}_1^2 - (\beta\alpha_1\gamma_1 p - (\mu + c_2)(\beta + c_1))\hat{L}_1 - \beta\alpha_1\gamma_2 p\hat{L}_2 = 0 \tag{4}$$

$$\tau_2(\mu + c_2)\hat{L}_2^2 - \beta(\alpha_2\gamma_2(1 - p) - (\mu + c_2))\hat{L}_2 - \beta\alpha_2\gamma_1(1 - p)\hat{L}_1 = 0 \tag{5}$$

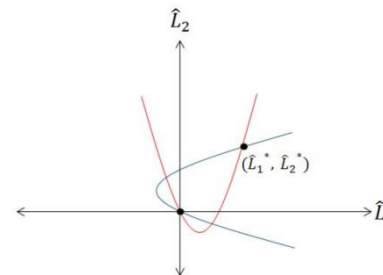
$$M = \frac{\beta(\gamma_1\hat{L}_1 + \gamma_2\hat{L}_2)}{\mu + c_2} \tag{6}$$

Selanjutnya misalkan

$$K_1 = \beta\alpha_1\gamma_1 p - (\mu + c_2)(\beta + c_1) \tag{7}$$

$$K_2 = \alpha_2\gamma_2(1 - p) - (\mu + c_2) \tag{8}$$

Persamaan (4) dapat dinyatakan sebagai persamaan parabola yang melalui titik $(\hat{L}_1, \hat{L}_2) = (0,0)$ dan $(\hat{L}_1, \hat{L}_2) = \left(\frac{K_1}{\tau_1(\mu + c_2)}, 0\right)$. Adapun persamaan (5) dapat dinyatakan sebagai persamaan parabola yang melalui titik $(\hat{L}_1, \hat{L}_2) = (0,0)$ dan $(\hat{L}_1, \hat{L}_2) = \left(0, \frac{\beta K_2}{\tau_2(\mu + c_2)}\right)$. Sehingga jika $K_1 > 0$ dan $K_2 > 0$ positif, maka kedua parabola akan berpotongan pada titik $(0, 0)$ dan $(\hat{L}_1^*, \hat{L}_2^*)$ dengan $\hat{L}_1^* > 0$ dan $\hat{L}_2^* > 0$. Perpotongan dua parabola dari persamaan (4) dan (5) dapat dilihat pada Gambar (2).



Gambar 2. Perpotongan dua parabola pada kompartemen larva *indoor* dan *outdoor*

Substitusi $(\hat{L}_1^*, \hat{L}_2^*)$ pada persamaan (6) maka akan diperoleh titik kesetimbangan trivial $X_1 = (0, 0, 0)$ dan titik koeksistensi $X_2 = (\hat{L}_1^*, \hat{L}_2^*, \hat{M}^*)$ yang bersifat tunggal.

Selanjutnya untuk menganalisis kestabilan pada masing-masing titik kesetimbangan, dilakukan linierisasi pada sistem persamaan (2) sehingga diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -2\tau_1\hat{L}_1 - \beta - c_1 & 0 & \alpha_1 p \\ 0 & -2\tau_2\hat{L}_2 - \beta & \alpha_2(1 - p) \\ \beta\gamma_1 & \beta\gamma_2 & -\mu - c_2 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Original Article

Dengan mensubstitusikan titik trivial $X_1 = (0, 0, 0)$ pada persamaan (9), akan diperoleh matriks Jacobian untuk titik trivial sebagai berikut.

$$JX_1 = \begin{pmatrix} -\beta - c_1 & 0 & \alpha_1 p \\ 0 & -\beta & \alpha_2(1-p) \\ \beta\gamma_1 & \beta\gamma_2 & -\mu - c_2 \end{pmatrix} \tag{10}$$

Dari matriks JX_1 diperoleh persamaan polinomial karakteristik berikut.

$$\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_1\lambda + b_0 = 0 \tag{11}$$

dengan:

$$\begin{aligned} b_2 &= c_1 + c_2 + 2\beta + \mu \\ b_1 &= (\mu + \beta + c_2)(c_1 + \beta) - \beta\alpha_1\gamma_1p - \beta(\alpha_2\gamma_2(1-p) - (\mu + c_2)) \\ b_0 &= -(\alpha_2\gamma_2(1-p) - (\mu + c_2))(\beta + c_1) - \beta\gamma_1\alpha_1p \end{aligned}$$

Dari syarat ketunggalan, diketahui bahwa $K_2 > 0$, sehingga $b_0 < 0$. Sehingga dari polinomial karakteristik akan diperoleh setidaknya satu nilai eigen $\lambda > 0$, artinya titik trivial $X_1 = (0, 0, 0)$ tidak stabil. Dengan kata lain, dalam waktu yang relatif lama baik larva *indoor*, larva *outdoor* dan nyamuk tidak akan mengalami kepunahan.

Adapun pada titik koeksistensi $X_2 = (\hat{L}_1^*, \hat{L}_2^*, \hat{M}^*)$, jika persamaan (4) disubstitusikan pada persamaan (5), maka nilai \hat{L}_1^* harus memenuhi persamaan polinom pangkat tiga yang nilainya tidak dapat dinyatakan secara eksplisit, sehingga analisa kestabilan pada titik X_2 tidak dapat dinyatakan secara langsung melalui polinom karakteristiknya.

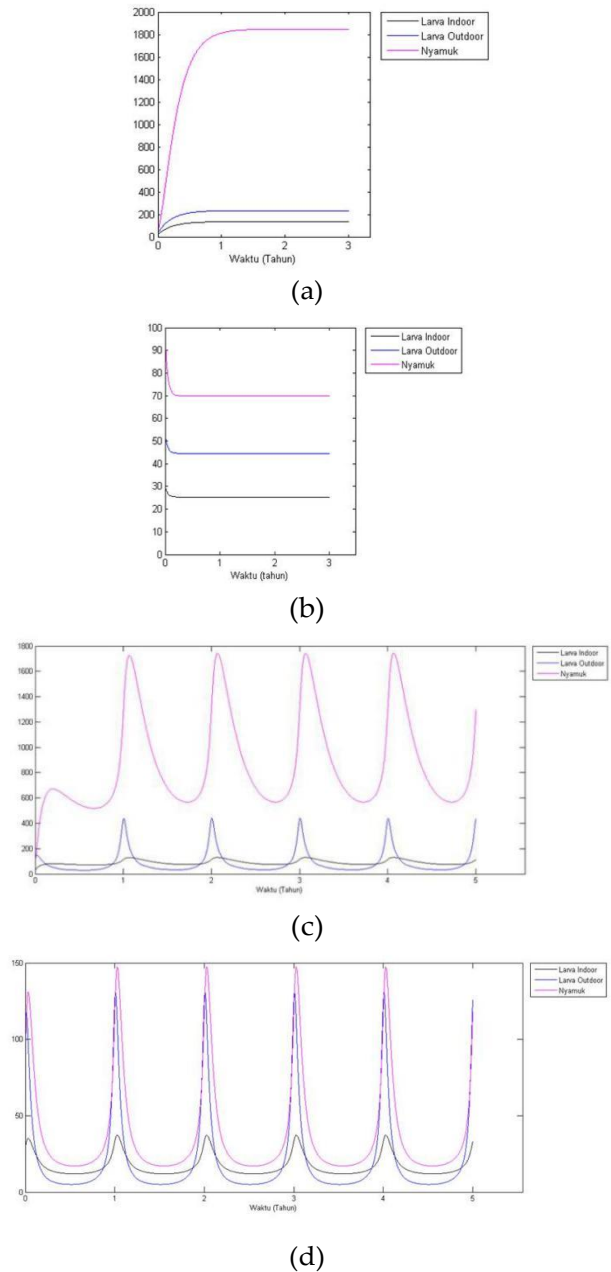
Simulasi Model

Untuk melakukan simulasi pada model populasi nyamuk ini, akan diambil nilai parameter yang bersesuaian dengan arti biologisnya serta memenuhi syarat ketunggalan titik koeksistensi.

TABEL 2. Estimasi Nilai Parameter

Parameter	α	p	β	μ	σ_1
Est. Nilai	2.5	0.4	1/8	1/40	0.1
Parameter	c_1	c_2	A_1	A_2	A_m
Est. Nilai	0.1	0.1	1Ha	1Ha	1Ha

Berikut hasil simulasi model dengan mengambil nilai awal $L_1(0)=0, L_2(0)=0, M(0)=100$, nilai estimasi parameter pada Tabel 2, serta pengaruh musim $\sigma_2(t)$ pada Persamaan 3.



Gambar 3. Simulasi dinamika populasi nyamuk, larva indoor dan larva outdoor (a) tanpa faktor kontrol dan musim (b) melibatkan faktor kontrol (c) melibatkan faktor musim (d) melibatkan faktor kontrol dan musim

Hasil dan Diskusi

Dari hasil simulasi pada Gambar 3(a) dan 3(b) diperoleh bahwa pada saat parameter persaingan

larva *outdoor* konstan (tidak dipengaruhi kondisi musim) dengan $\sigma_2(t) = 0.05$ serta tidak ada kontrol terhadap pertumbuhan larva dan nyamuk maka dinamika kepadatan populasinya naik dan stabil ke titik $X_2 = (135, 234, 1874)$. Namun pada saat faktor kontrol dilibatkan yaitu dengan penggunaan temephos (abate) dan fumigasi, jumlah populasi larva dan nyamuk menjadi berkurang. Dari hasil simulasi, masing-masing kompartemen stabil ke titik $X_2 = (25, 44, 69)$.

Dari Gambar 3(c) dan 3(d) dapat dilihat bahwa pada saat pengaruh musim dilibatkan, dinamika populasi larva dan nyamuk beresilasi setiap tahunnya. Puncaknya, perkembangbiakan nyamuk terjadi pada musim hujan yaitu pada bulan Oktober-Maret.

Dengan demikian, hasil dari penelitian ini dapat memberikan gambaran secara matematis bahwa adanya kontrol penggunaan temephos (abate) dan fumigasi dapat menurunkan jumlah populasi nyamuk secara signifikan. Pengaruh musim juga dianalisis untuk mengetahui interval waktu jumlah populasi nyamuk mencapai puncak pertumbuhannya.

Selanjutnya, model pertumbuhan populasi nyamuk ini dapat dimanfaatkan untuk analisis model penyebaran penyakit yang mana nyamuk menjadi vektor utama atau perantara terjadinya transmisi penyakit dalam suatu populasi.

Konflik Kepentingan

Tidak ada konflik kepentingan yang dinyatakan.

Ucapan Terima Kasih

Dengan rampungnya artikel ini, penulis menyatakan terima kasih kepada seluruh civitas akademika Departement Matematika, FST, UIN Sunan Gunung Djati Bandung serta Prof. Edy Soewono dan Dr. Nuning Nuraini sebagai dosen pembimbing pada program Magister Matematika ITB atas ilmu yang telah diberikan kepada penulis.

Referensi

- [1] Life Cycle, The America Mosquito Control Association, Diakses 15 November 2020. <https://www.mosquito.org/>
- [2] Mosquito life cycle, National Center for Emerging and Zoonotic Infectious Diseases. Diakses 15 November 2020. <https://www.cdc.gov/dengue/resources/factsheets/mosquitolifecyclefinal.pdf>
- [3] L. S. Tusting J. Thwing, D. Sinclair, U. Fillinger, J. Gimnig, K.E. Bonner, et al. "Mosquito larval source management for controlling malaria", *Cochrane Database of Systematic Reviews*, (8), 2013.
- [4] J. Carlson, J. Keating, C.M. Mbogo, S. Kahindi, and J.C. Beier, "Ecological limitations on aquatic mosquito predator colonization in the urban environment", *Journal of vector ecology: journal of the Society for Vector Ecology*, 29(2), 331, 2004.
- [5] MH. B. Tamam, "Ciri-ciri, Siklus, dan Habitat Nyamuk *Aedes aegypti*", *Generasi Biologi Indonesia*. Diakses 16 November 2020 <https://generasibiologi.com/2018/11/ciri-siklus-morfologi-aedes-aegypti.html>
- [6] S. Soegijanto, "Demam Berdarah Dengue Edisi 2," Surabaya: Airlangga University Press. Hal, 65-68, 2006.
- [7] M. R. Reddy, H.J. Overgaard, S. Abaga, V.P. Reddy, A. Caccone, A. E. Kiszewski, and M.A. Slotman, "Outdoor host seeking behaviour of *Anopheles gambiae* mosquitoes following initiation of malaria vector control on Bioko Island, Equatorial Guinea," *Malaria journal*, 10(1), 184, 2011.
- [8] K.P. Wijaya and T. Götz, "An optimal control model of mosquito reduction management in a dengue endemic region," *Int. J. Biomath*, vol 7, No. 5, 1014.
- [9] M. S. Khumaeroh, E. Soewono, and N. Nuraini, "A Dynamical Model of 'Invisible Wall' in Mosquito Control", *Com. in Biomathematical Sciences*, 1(2), 88-99, 2018.
- [10] M. W. Hirsch, S. Smale, and R. L. Devaney, *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos*, Academic press, 2012.