

Analisis Dinamik Model SIR Pada Kasus Penyebaran Penyakit Corona Virus Disease-19 (COVID-19)

Shinta Puspita Sari^a, Eristia Arfi^{a*}

Received 25th November 2020

Accepted 22th April 2021

Published 10th May 2021

Open Access

^a Program Studi Matematika, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera*Corresponding E-mail: eristia.arfi@ma.itera.ac.id

Abstract: Corona Virus Disease-19 (COVID-19) is a virus that causes disease in humans and animals, this disease causes moderate or severe respiratory tract disorders. Research has been carried out to determine the dynamics of the development of Corona Virus Disease-19 (COVID-19) using the SIR differential equation model. The SIR model is a mathematical model that connects vulnerable, infected and recovered individuals. The SIR model has two equilibrium points, namely disease free equilibrium at point $E_0 = (0, 0, 0)$ and endemic equilibrium point at point $E_1 = (\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0)$. The analysis of the dynamic behavior of the S and I models at the equilibrium point $E_0 = (0, 0, 0)$ is semi-stable and $E_1 = (\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0)$ is constant. This indicates that there will be an epidemic of Corona Virus Disease-19 (COVID-19) within a certain period of time. Based on the dynamic solution of the SIR model at the equilibrium point using the numerical solution of 4 order runge kutta method with the analytical simulation, it shows a difference that is not too big when it reaches the point of stability.

Keywords: COVID-19, point of equilibrium, SIR model, stability, Runge-Kutta order 4.

Abstrak: Corona Virus Disease-19 (COVID-19) merupakan salah satu virus yang menyebabkan penyakit pada manusia dan hewan penyakit ini menyebabkan gangguan saluran pernapasan sedang atau berat. Telah dilakukan penelitian untuk mengetahui dinamika perkembangan Corona Virus Disease-19 (COVID-19) dengan menggunakan model persamaan diferensial SIR. Model SIR merupakan salah satu pemodelan matematika yang menghubungkan antara individu yang rentan, terinfeksi dan individu yang sembuh. Model SIR memiliki dua titik kesetimbangan yaitu kesetimbangan bebas penyakit pada titik $E_0 = (0, 0, 0)$ dan titik kesetimbangan endemik pada titik $E_1 = (\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0)$. Analisis kestabilan perilaku dinamik model S dan I pada titik kesetimbangan $E_0 = (0, 0, 0)$ memiliki sifat semi stabil dan $E_1 = (\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0)$ memiliki sifat konstan. Hal ini, menunjukkan bahwa akan terjadi epidemi Corona Virus Disease-19 (COVID-19) dalam kurun waktu tertentu. Berdasarkan solusi dinamik model SIR pada titik kesetimbangan menggunakan solusi numerik metode runge-kutta orde 4 dengan simulasi analitik menunjukkan suatu perbedaan yang tidak terlalu besar saat mencapai titik kestabilan.

Kata Kunci: COVID-19, titik kesetimbangan, model SIR, kestabilan, Runge-Kutta orde 4.

Pendahuluan

Kesehatan merupakan salah satu hal yang sangat penting dalam menunjang kegiatan manusia. Charles-Edward Amory Winslow seorang ahli kesehatan masyarakat di Amerika Serikat menyatakan bahwasannya kesehatan masyarakat adalah ilmu dan seni untuk mencegah penyakit, memperpanjang masa hidup dan meningkatkan derajat kesehatan melalui usaha-usaha

pengorganisasian masyarakat umum seperti: a) perbaikan sanitasi lingkungan; b) pemberantasan penyakit menular; c) pendidikan untuk kebersihan perorangan; d) pengorganisasian pelayanan-pelayanan medis dan perawatan untuk diagnosis dini dan pengobatan; e) pengembangan rekayasa sosial untuk menjamin setiap orang terpenuhi kehidupan yang layak dalam memelihara kesehatan. [1]

Original Article

Saat ini kesehatan masyarakat sangat terganggu oleh penyakit yang telah mengguncang dunia dalam segala aktivitasnya seperti aktivitas manusia, perindustrian maupun yang lainnya. COVID-19 salah satu jenis penyakit yang menular yang disebabkan oleh jenis *virus Severe Acute Respiratory Syndrome Corona virus 2* (2 SARS Cov-2). *Corona virus Disease-19* merupakan keluarga besar virus yang menyebabkan penyakit pada manusia dan hewan. Virus berbahaya yang mulai menjadi pandemi sejak kasus pertamanya yang ditemukan di Kota Wuhan, China.

Indonesia saat ini pada tanggal 30 September 2020 telah bertambah 4.284 kasus positif COVID-19 menjadi 287.008 jiwa, angka pasien sembuh dari COVID-19 bertambah 74,9% dari yang terkonfirmasi menjadi 214.947 jiwa dan pasien yang meninggal 3.7% dari yang terkonfirmasi menjadi 10.740 jiwa. [2]

Beberapa ciri dari penyakit yang disebabkan oleh COVID-19 yaitu orang yang terkena akan mengalami gejala penyakit mual, flu biasa hingga penyakit yang serius seperti penyakit *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS), Sindrom Pernapasan Akut Berat/*Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS) dan ada yang tanpa gejala. Belum terdapat vaksin yang efektif untuk menangani penderita COVID-19 sehingga beberapa cara yang dilakukan pemerintah yaitu membatasi kegiatan umum dengan melakukan *social (physical) distancing*, Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB), hidup sehat dengan sering mencuci tangan dan menjaga imun tubuh [2].

Peneliti menggunakan model dan pemodelan matematika dalam menganalisis situasi dan memprediksi waktu COVID-19 ini akan berakhir. Model dan pemodelan matematika sejak dahulu sangat membantu manusia dalam memahami sistem alam yang kompleks. Model matematika penyakit sederhana yang banyak digunakan oleh peneliti adalah model epidemi SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*). Model SIR menunjukkan bahwa *S* merupakan *Susceptible* dimana banyaknya orang yang rentan dalam penyakit, *I* merupakan *Infected* dimana banyaknya orang yang terinfeksi oleh penyakit dan *R* merupakan *Recovered* dimana banyaknya orang yang sembuh atau meninggal.

Peneliti dunia dan Indonesia banyak menggunakan Model SIR dalam pendekatan model menentukan prediksi waktu kapan COVID-19 ini berakhir. Tetapi, timbul pertanyaan apakah model ini akurat pada penyebaran COVID-19 dengan beberapa kondisi yang berbeda dengan penyakit sebelumnya. Berdasarkan permasalahan tersebut, penulis akan melakukan Analisis Dinamik Model SIR pada Kasus Penyebaran Penyakit Corona Virus Disease-19 (COVID-19) dengan menyelidiki kestabilan, sistem dinamik, penyelesaian numerik dengan menggunakan metode runge-kutta orde empat dari model tersebut.

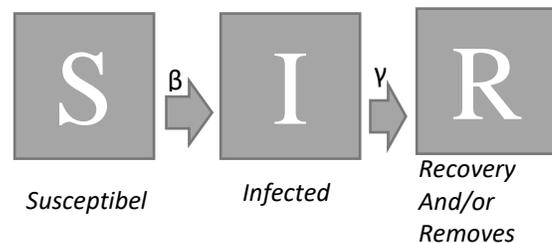
Metode

Tahap ini merupakan serangkaian kegiatan dalam mengumpulkan, membaca serta mengkaji beberapa skripsi, jurnal, buku, maupun artikel terkait penelitian.

Hasil dan Diskusi

Pada bab ini dibahas mengenai titik kesetimbangan bebas penyakit, titik kesetimbangan endemik, dalam menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan model SIR, dan sistem dinamik. Selanjutnya solusi numerik dan analitik dari model akan disimulasikan dengan menggunakan MATLAB.

A. Interpretasi Model SIR



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model Epidemik SIR

Berdasarkan Diagram Kompartemen pada Gambar 1 diperoleh model epidemik dimana diberikan suatu asumsi sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} = 0$$

diperoleh persamaan model SIR yaitu:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(t)I(t) \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t) \quad (3)$$

Dimana β, γ adalah konstanta positif. Parameter persamaan Model SIR adalah sebagai berikut:

$S(t)$ = Banyaknya individu yang rentan terserang penyakit pada waktu t .

$I(t)$ = Banyaknya individu yang terinfeksi penyakit pada waktu t .

$R(t)$ = Banyaknya individu yang telah sembuh dan menjadi kebal dari penyakit pada waktu t .

β = Laju penularan penyakit.

γ = Laju kesembuhan.

B. Menentukan Titik Keseimbangan pada Model SIR.

Titik keseimbangan bebas penyakit dan titik keseimbangan endemik.

a. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit.

Persamaan model SIR kondisi dimana

$$\begin{aligned} I(t) &= 0 \\ 0 &= -\beta S(t)I(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$S(t) = 0 \quad (5)$$

$E_0 = (0,0,0)$ yaitu titik keseimbangan bebas penyakit.

b. Titik Keseimbangan Endemik.

Persamaan model banyaknya individu yang terinfeksi penyakit pada waktu t , $I(t)$, dengan kondisi dimana $I(t) \neq 0$.

$$0 = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \quad (6)$$

$$0 = I(t)(\beta S(t) - \gamma) \quad (7)$$

$$\frac{\gamma}{\beta} = S(t) \quad (8)$$

Titik keseimbangan pada $I(t) \neq 0$, yaitu $E_1 = \left(\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0\right)$.

C. Analisis Stabilitas Model SIR

a. Analisis Stabilitas Model SIR pada Titik Keseimbangan bebas penyakit.

Pada analisis kestabilan bebas penyakit:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(t)I(t) \quad (9)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \quad (10)$$

Matriks jacobian:

$$J = \begin{pmatrix} -\beta I(t) & -\beta S(t) \\ \beta I(t) & \beta S(t) - \gamma \end{pmatrix} \quad (11)$$

Dimana angka reproduksi dasar pada model

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \cdot \beta = R_0 \gamma$$

SIR yaitu

$$J = \begin{pmatrix} -R_0 \gamma I(t) & R_0 \gamma S(t) \\ R_0 \gamma I(t) & R_0 \gamma S(t) - \gamma \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\gamma \end{pmatrix} \quad (13)$$

Original Article

$$\det(A - \lambda I) = 0 \tag{14}$$

$$\det \begin{pmatrix} 0 - \lambda & 0 \\ 0 & -\gamma - \lambda \end{pmatrix} = 0 \tag{15}$$

$$\lambda^2 + \gamma\lambda = 0 \tag{16}$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\gamma \tag{17}$$

Berdasarkan perilaku titik kesetimbangan pada bebas penyakit yaitu titik kesetimbangan nonhiperbolik, dikarenakan terdapat akar persamaan dengan $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\gamma$.

b. Analisis Stabilitas Model SIR pada Titik Kesetimbangan Penyebaran Penyakit (Endemik).

Pada analisis kestabilan pada titik kesetimbangan penyebaran penyakit (endemik):

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(t)I(t) \tag{18}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \tag{19}$$

Pada titik kesetimbangan model SIR matriks Jacobian:

$$J = \begin{pmatrix} -\beta I(t) & -\beta S(t) \\ \beta I(t) & \beta S(t) - \gamma \end{pmatrix} \tag{20}$$

Substitusikan titik $E_1 = (\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0)$ pada matriks Jacobian,

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\beta \frac{\gamma}{\beta} \\ 0 & \beta \frac{\gamma}{\beta} - \gamma \end{pmatrix} \tag{21}$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma \\ 0 & \gamma - \gamma \end{pmatrix} \tag{22}$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{23}$$

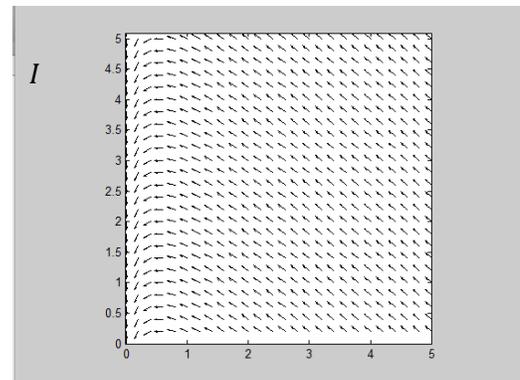
$$\det(J - \lambda I) = 0 \tag{24}$$

$$\det \begin{pmatrix} 0 - \lambda & -\gamma \\ 0 & 0 - \lambda \end{pmatrix} = 0 \tag{25}$$

Dengan nilai eigen $\lambda_{1,2} = 0$.

Persamaan pada titik kesetimbangan penyebaran penyakit merupakan titik kesetimbangan tetap.

D. Phase Portrait Dinamik Model SIR



Gambar 2. Phase portrait S dan I dengan menggunakan parameter $\beta = 0.5, \gamma = 0.3$

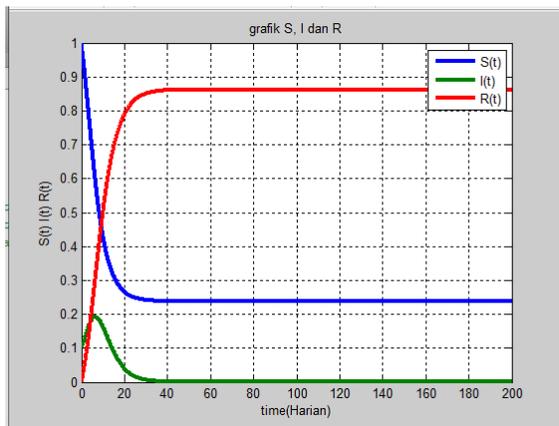
Berdasarkan hasil phase portrait kesetimbangan Model SIR pada titik kesetimbangan $E_0 = (0, 0, 0)$, terdapat dua kondisi nilai eigen yaitu $\lambda_1 = 0$ dan $\lambda_2 = -\gamma$:

1. Jika $-\gamma > 0$, nilai eigen akan bernilai negatif.
2. Jika $-\gamma < 0$, nilai eigen akan bernilai positif.

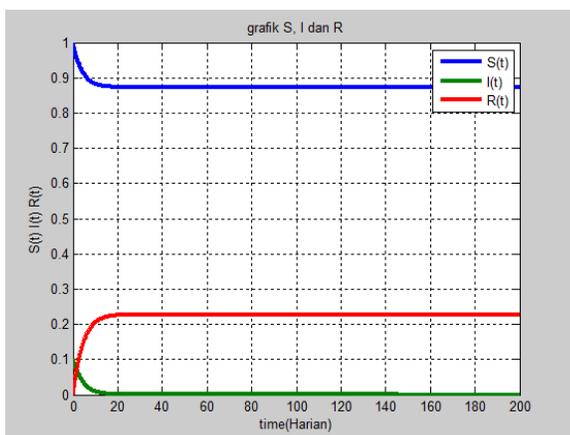
Jika, diasumsikan akar persamaan $\lambda_1 = 0$ kesetimbangan hiperbolik dengan seiring bertambahnya waktu garis hitam atau medan arah kestabilan bergerak menjauhi garis sepanjang titik kesetimbangan S. Keadaan titik kesetimbangan pada daerah ini akan tidak stabil. Selanjutnya jika, parameter pada akar persamaan $\lambda_2 = -\gamma$ dimana pada saat $\gamma > 0$ garis hitam atau medan arah kestabilan akan bergerak perlahan mendekati titik

kesetimbangan $E_0 = (0,0,0)$. Garis berwarna hitam menunjukkan kemiringan yang bergerak mendekati titik kesetimbangan sehingga keadaan titik stabil. Pada titik kesetimbangan $E_1 = \left(\frac{\gamma}{\beta}, 0, 0\right)$ nilai eigen $\lambda_{1,2} = 0$ titik kestabilannya konstan pada titik kesetimbangan. Oleh karena itu phase portrait pada persamaan model SIR tersebut bersifat semi stabil. hal ini menunjukkan bahwa penyakit corona virus disease-19 (COVID-19) akan meningkat pada kurun waktu tertentu.

E. Simulasi Numerik Metode Runge-Kutta Orde 4



Gambar 3. Grafik Model SIR pada *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$ dari persamaan Model SIR dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4. Parameter yang digunakan $\beta = 0.5$, $\gamma = 0.3$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari.



Gambar 4. Grafik Model SIR pada *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$ dari persamaan Model SIR dengan menggunakan metode Runge Kutta Orde empat. Parameter yang digunakan $\beta = 0.3, \gamma = 0.5$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari.

Berdasarkan syarat awal dan parameter yang digunakan akan dilakukan suatu perbandingan antara *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$. Diperoleh grafik $S(t), I(t)$ dan $R(t)$ dari persamaan model SIR pada **Gambar 3**. **Gambar 3** merupakan grafik model SIR dari populasi susceptible dengan menggunakan parameter $\beta = 0.5, \gamma = 0.3$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari. Pada grafik tersebut terjadi penurunan yang tajam dari populasi susceptible dikarenakan terdapat pengaruh laju dari parameter β . Pengaruh parameter laju penularan (β) sangat mempengaruhi laju penurunan populasi individu *susceptible* dimana $\beta > \gamma$ artinya populasi akan semakin menurun tajam. Penurunan populasi terjadi hingga hari ke-78 sehingga mencapai titik kesetimbangan pada hari ke-79, yaitu pada titik 0.24.

Sedangkan, pada parameter laju $\beta < \gamma$ didapatkan suatu penurunan pada individu susceptible yang tidak tajam dapat dilihat pada **Gambar 4**. bahwa pada waktu ke-26 dengan titik kesetimbangan 0.8725.

Pada grafik **Gambar 3** selama terjadinya penurunan dari individu *susceptible* maka akan terjadinya kenaikan hingga dari individu *infected* $I(t)$ pada hari ke 6 pada titik 0.1935. Pada grafik dari individu *infected* $I(t)$ tidak terjadi kenaikan individu yang tajam dikarenakan terdapat faktor parameter laju kesembuhan (γ) yang dapat mengurangi pengaruh dari laju penularan (β). Selanjutnya, terjadi penurunan dari hari ke 7 sampai hari ke 57, pada hari ke 58 terjadi keseimbangan pada titik 0. Dimana keseimbangan dari individu *infected* $I(t)$ dipengaruhi oleh proses *recovered* $R(t)$ terjadi penyembuhan atau kekebalan tubuh.

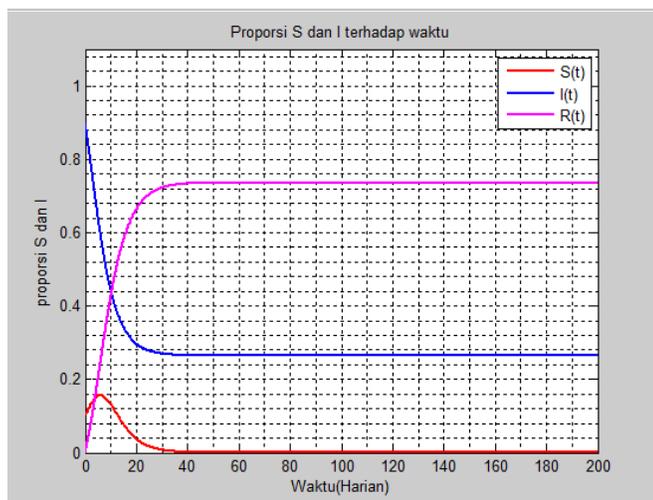
Sedangkan, berdasarkan **Gambar 4** jika $\beta < \gamma$, terjadi penurunan individu yang terinfeksi berdasarkan laju kesembuhan pada γ yaitu pada

Original Article

waktu ke 0 pada titik 0.1 lalu terjadi penurunan sepanjang waktu ke 20 dan terjadi kesetimbangan pada titik 0.

Pengaruh terjadinya individu *recovered* $R(t)$ disebabkan penurunan dari individu *susceptible* $S(t)$ yang terjangkit penyakit. Berdasarkan grafik pada **Gambar 3** Selama penurunan dari individu *susceptible* $S(t)$ terjadi kenaikan pada grafik individu *recovered* $R(t)$ dikarenakan terdapat proses penyembuhan sehingga kenaikan terjadi sampai hari ke 68 pada titik 0.8625, dan terjadi kesetimbangan pada hari ke 68 pada titik 0.8625.

F. Simulasi Analitik Model SIR



Gambar 5. Grafik Model SIR pada *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$ dari persamaan Analitik Model SIR. Parameter yang digunakan $\beta = 0.5, \gamma = 0.3$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari.

Berdasarkan syarat awal dan parameter yang digunakan akan dilakukan suatu perbandingan antara *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$. Diperoleh grafik $S(t)$, $I(t)$ dan $R(t)$ dari model SIR pada **Gambar 5**. Gambar 5 merupakan grafik model SIR dari populasi *susceptible* dengan menggunakan parameter digunakan $\beta = 0.5, \gamma = 0.3$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari. Pada grafik tersebut terjadi penurunan yang tajam dari populasi *susceptible* dikarenakan terdapat pengaruh laju dari

parameter β . Pengaruh parameter laju penularan (β) sangat mempengaruhi laju penurunan populasi individu *susceptible* dimana $\beta > 0$ artinya populasi akan semakin menurun. Penurunan populasi terjadi hingga hari ke 62 sehingga mencapai titik kesetimbangan pada hari ke 62 yaitu pada titik 0.2639.

Penurunan dari individu *susceptible* berkontak dengan individu *infected* mempengaruhi laju penularan individu *infected*. Pada grafik **Gambar 5**, selama terjadinya penurunan dari individu *susceptible* maka akan terjadinya kenaikan hingga dari individu *infected* $I(t)$ pada hari ke 6 pada titik 0.15675. Pada grafik dari individu *infected* $I(t)$ tidak terjadi kenaikan individu yang tajam dikarenakan terdapat faktor parameter laju kesembuhan (γ) yang dapat mengurangi pengaruh dari laju penularan (β). Selanjutnya, terjadi penurunan dari hari ke 6 sampai hari ke 57, pada hari ke 57 terjadi keseimbangan pada titik 0. Dimana keseimbangan dari individu *infected* $I(t)$ dipengaruhi oleh proses *recovered* $R(t)$ terjadi penyembuhan atau kekebalan tubuh.

Pengaruh terjadinya individu *recovered* $R(t)$ disebabkan penurunan dari individu *susceptible* $S(t)$ yang terjangkit penyakit. Berdasarkan grafik pada **Gambar 5**. Selama penurunan dari individu *susceptible* $S(t)$ terjadi kenaikan pada grafik individu *recovered* $R(t)$ dikarenakan terdapat proses penyembuhan sehingga kenaikan terjadi sampai hari ke 58 pada titik 0.735, dan terjadi keseimbangan pada hari ke 58 pada titik 0.735.

Berdasarkan hasil **Gambar 3** diatas model SIR menggunakan metode runge kutta orde empat stabil pada titik kesetimbangan pada waktu ke 78 untuk individu *susceptible* dan pada waktu ke 56 untuk individu *infected*. Terdapat perbedaan tidak terlalu besar antara model SIR dengan metode runge-kutta orde empat dengan solusi analitik. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya bahwa dengan menggunakan metode runge kutta orde empat akan menyamai solusi analitik dari model SIR.

Dapat disimpulkan perbedaan antara solusi numerik dan solusi analitik bahwa terdapat masing-masing perbedaan populasi individu dari *susceptible* $S(t)$, *infected* $I(t)$ dan *recovered* $R(t)$

dengan asumsi parameter $\beta = 0.5, \gamma = 0.3$ dengan syarat awal $S(0) = 1, I(0) = 0.1, R(0) = 0$ selama 200 hari. Keadaan tersebut hampir sama antara persamaan Model SIR pada solusi numerik dan solusi analitik dalam mencapai waktu yang stabil meskipun terdapat perbedaan waktu tetapi tidak terlalu besar. Selain itu hubungan antara parameter laju penularan dan laju kesembuhan dimana semakin besar parameter dari $\beta > \gamma$ semakin tinggi individu *susceptible* yang akan terinfeksi dikarenakan kecilnya laju kesembuhan, sedangkan apabila $\gamma > \beta$ laju kesembuhan akan meningkat sehingga semakin rendah individu *susceptible* yang akan terinfeksi.

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan penulis dapat menyimpulkan analisis dinamik Model SIR sebagai berikut:

Perilaku dinamik kasus COVID-19 pada S dan I bersifat semi stabil artinya penyakit *Corona Virus Disease-19* (COVID-19) akan meningkat pada kurun waktu tertentu. Berdasarkan hal tersebut upaya yang harus dilakukan oleh pemerintah atau masyarakat yaitu mengecilkan R_0 dengan mengendalikan β (laju penularan penyakit) dengan berbagai upaya. Perilaku dinamik pada model SIR pada solusi numerik dan analitik menunjukkan suatu perbedaan yang tidak terlalu besar pada saat mencapai titik kestabilan. Berdasarkan asumsi parameter pada $\beta > \gamma$ maka dalam mencapai titik kesetimbangan akan cukup lama. Sedangkan, pada saat $\gamma > \beta$ maka dalam mencapai titik kesetimbangan akan semakin cepat.

Ucapan Terimakasih

Ucapan terimakasih disampaikan kepada semua pihak yang berperan dalam membantu studi literatur ini.

Referensi

- [1] U. F. Achmadi, Kesehatan Masyarakat : Teori dan Aplikasi , Jakarta: PT. Rajawali Pers, 2016.
- [2] Covid-19, G. T. (2020, Juli 11). Data Covid-19. Retrieved From Covid-19 Nasional: <https://covid.19.go.id/Peta-Sebaran> (Diakses Minggu, 12 Juli 2020, 06:40).
- [3] F. Aidila, "Analisis Kualitatif pada Model SIR dengan Fungsi Pengobatan Saturasi," Institut Teknologi Sepuluh November, 2016.
- [4] A. Tjolleng, H. A. H. Komalig, and D. Hatidja, "Dinamika Perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara Menggunakan Model Persamaan Diferensial Nonlinear SIR (Susceptible, Infectious and Recovered)," Jurnal Ilmiah Sains, vol. 1, pp. 9-14, 2013.
- [5] N.D. Finizio, An Introduction To Differential Equations With Difference Equations, Fourier Series, And Partial Differential Equations. Belmont. California: Wadsworth Publishing Company, 1982.
- [6] I. Indrawati, "Analisis Dinamik untuk Kestabilan Dari Model SIR dengan Perlambatan Waktu," Magister thesis, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Surabaya, 2012.
- [7] M. Maleewong, "Time Delay Epidemic Model For COVID-19," Department Of Mathematics, Faculty Of Science, Kasetsart University, 2020.
- [8] S. B. Loklomin and F. Y. Rumlawang, "Aplikasi Metode Runge Kutta Orde Empat pada Penyelesaian Rangkaian Listrik RLC," Jurnal Berekeng, vol. 8, no. 1 pp. 39 – 43, 2014.
- [9] H. Sulaiman, "Analisis Stabilitas Sistem Dinamik untuk Model Matematika Epidemiologi Tipe-SIR (Susceptibles, Infection, Recover)," Jurnal Euclid, vol. 4, no. 1, pp. 646, 2017.
- [10] A. A. Toda, "Susceptible-Infected-Recovered (SIR) Dynamics Of Covid-19 And Economic Impact. P. 3," Papers 2003.11221, arXiv.org, revised Mar 2020.

