

## TÖRÉSMECHANIKA

## FRACTURE MECHANICS

### BETON ÉS SZÁLERŐSÍTÉSŰ BETON HÚZÓ-HAJLÍTÓ SZILÁRDSÁGÁNAK MEGHATÁROZÁSA

#### NEMLINEÁRIS SZÁMÍTÁSOKHOZ

#### DETERMINATION OF THE FLEXURAL TENSILE STRENGTH OF CONCRETE AND FIBRE REINFORCED CONCRETE FOR NONLINEAR CALCULATIONS

JUHÁSZ KÁROLY PÉTER

**Kulcsszavak:** beton, szálerősítésű beton, húzó-hajlító szilárdság, törési energia

**Keywords:** concrete, fiber reinforced concrete, flexural tensile strength, fracture energy

### KIVONAT

A beton és szálerősítésű beton húzó-hajlító szilárdságának meghatározására a jelenlegi irányelvek a törőerőt veszik alapul. Ez az eredmény lineáris számításokhoz megfelelő, de amint figyelembe vesszük az anyag törési energiáját, a numerikusan visszaszámolt törőerő nagyobb lesz. A cikkemben olyan anyagmodelleket mutatok be, amelyek jól használhatóak nemlineáris számításokhoz.

### Abstract

The determination of concrete and reinforced concrete flexural tensile strength of the current guidelines are based on the ultimate strength. This result is suitable for linear calculations, but considering the fracture energy, the numerically calculated peak load will be bigger. I present in my article some material models that are appropriate for nonlinear calculations.

### 1. BEVEZETÉS

Beton- és vasbeton szerkezetek hajlításra való méretezésénél legtöbb esetben a beton húzó illetve húzó-hajlító szilárdságát és törési energiáját elhanyagolják. Ez az elhanyagolás részben annak köszönhető, hogy a beton nyomószilárdságának a húzószilárdsága csak mintegy tizede, így az elhanyagolása nem jelentős a végeredményt tekintve, illetve a törési energia figyelembe vétele bonyolult nemlineáris számítást igényelne. Ennek megfelelően a szabványok nem foglalkoznak a törési energia szabványosításával, ajánlásokat csak az irodalomban találhatunk. Szálerősítés alkalmazásával viszont ez a törési energia több százszorosára is nőhet, így érdemes figyelembe venni a számítás során.

Cikkemben azt vizsgálom, hogy középpontos gerenda hajlítási tesztből mért erő-lehajlás illetve erő-CMOD (crack mouth opening displacement – repedés megnyílás távolság) értékekből hogyan

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék; Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Szilárdságtani Labor laborvezető, [juhasz@sztt.bme.hu](mailto:juhasz@sztt.bme.hu)

lehet megfelelő anyagra jellemző paramétereket meghatározni, azon belül is a hajlító szilárdságot.

### 2. PROBLÉMAFELVETÉS

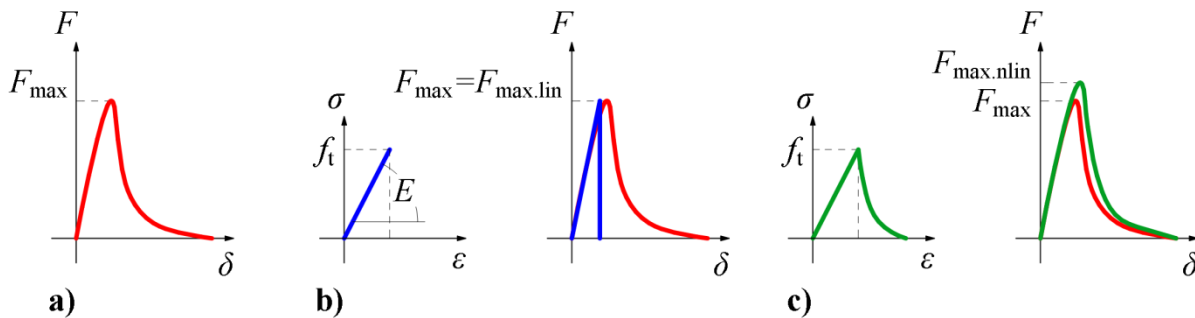
Húzásra és nyomásra különbözőképp viselkedő, rideg anyagok hajlítási tesztjeinél a maximális erő (törőerő) egyszerűen és egyértelműen kimérhető érték, így az irányelvek és szabványok lineáris anyagmodell feltételezésével ebből a törőerőből és hozzá tartozó nyomatékból számítják a szélső szálban ébredő feszültséget, azaz a húzó-hajlító szilárdságot [1-3]. Ez a közelítés rideg anyagoknál jól használható, de a beton kvázi-rideg anyag és a törés után rendelkezik némi képlékenységgel, amit törési energiának nevezünk. Amint ezt figyelembe vesszük a húzó-hajlító szilárdság lineáris úton való meghatározása nem ad pontos eredményt.

Vegyük egy gerenda hajlítási tesztjének erő-lehajlás diagramját (1.a. ábra). Ezt a diagramot modellezzük numerikusan, lineáris és nemlineáris anyagmodellel.

Lineáris, rideg anyag feltételezésével közvetlenül a törőerőből ( $F_{max}$ ) számítható a húzó-hajlító szilárdság ( $f_t$ ) valamint a rugalmassági modulus ( $E$ ) ismeretében  $\sigma$ - $\varepsilon$  összefüggés. Ezekkel a anyaga-paraméterekkel visszaszámolt törőerő ( $F_{max,lin}$ ) pontosan megegyezik a kísérleti értékkel, törési energia elhanyagolásával (1.b. ábra).

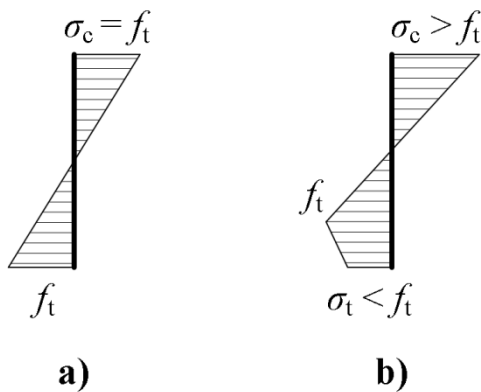
Nemlineáris anyagmodellel a törési energiát is figyelembe tudjuk venni és a  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramhoz egy  $\sigma$ - $w$  (feszültség-repedéstágasság) diagramot csatolhatunk. A repedéstágasságot egy karakterisztikus hossz segítségével ( $L_t$ ) átalakíthatjuk megnyúlássá. Az így kapott  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagrammal visszaszámolt törőerő ( $F_{max,nlin}$ ) azonban már nagyobb lesz, mint a kísérleti eredmény (1.c. ábra).

Ennek a növekedésnek az az oka, hogy a törőerőhöz tartozó szélső szál feszültség a  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagram eső ágán van (2. ábra).



1. ábra: teszteredmény és numerikus modellezése

- a) gerenda hajlítási erő-lehajlás diagramja  
 b) lineáris anyagmodell és numerikus erő-lehajlás diagramja  
 c) nemlineáris anyagmodell és numerikus erő-lehajlás diagramja

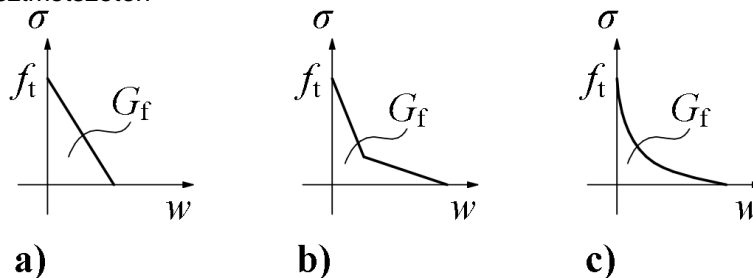


- a) lineáris anyagmodell b) nemlineáris anyagmodell

### 3. TÖRÉSI ENERGIÁK MEGHATÁROZÁSA

Beton és szálerősítésű beton törési energiájának meghatározására sokféle ajánlás létezik. Beton esetében Papanikolaou és Kappos [4] különböző nyomószilárdságú betonokhoz ajánl törési energia ( $G_f$ ) értékeket, amely gyakorlatilag a  $\sigma-w$  diagram alatti terület nagysága. Maga a  $\sigma-w$  diagram több féleképpen állatható elő, néhány ezek közül a 3. ábrán láthatóak.

2. ábra: a törőerőhöz tartozó feszültség eloszlás a keresztmetszeten



3. ábra: lineáris, bilineáris és exponenciális feszültség-repedésmegnyílás diagramok

Szálerősítésű betonnál a legelterjedtebb a 3 pontos, a beton bilineáris diagramjához hasonló  $\sigma-\varepsilon$  diagram definiálása, amely  $\sigma$  és  $\varepsilon$  értékeire minden irányelv más-más meghatározást ad. Habár az előzőek alapján láttuk, hogy nemlineáris anyagmodell esetében a számított törőerő nagyságát az eső ág befolyásolja, az irányelvek mégis a maximális erőhöz tartozó lineáris úton számított feszültséget használják a diagram megalkotásakor. Ebből kifolyóan a jelenlegi irányelvek szerint felállított anyagmodellekkel végzett számításoknál a törőerő (törőnyomaték) nagyobb lesz a valós értékénél.

### 4. AJÁNLOTT MODELLEK

A törési energia megfelelő figyelembe vételéhez kétféle anyagmodell ajánlok.

Vegyünk egy középpontos, kéttámaszú gerenda hajlítási kísérletet, amelynél ismert a maximális középponti erő:  $F_{\max}$ . Ebből lineáris úton számítható a húzó-hajlító szilárdság:

$$f_{t,\text{lin}} = \frac{F_{\max} l}{4W} \quad (1)$$

ahol:

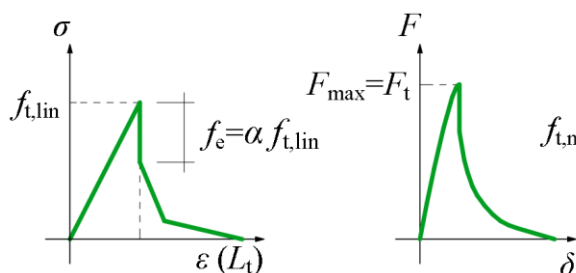
- $f_{t,lin}$ : lineáris úton számított húzó-hajlító szilárdság
- $l$ : gerenda támaszköze
- $W$ : keresztmetszeti modulus

Az **A** jelű anyagmodellnél a lineáris úton meghatározott húzó-hajlító szilárdságot ( $f_{t,lin}$ ) nem, csak a  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramot módosítjuk: a húzó-hajlító szilárdság elérése után egy függőleges eső szakaszt helyezünk el.

$$f_e = \alpha f_{t,lin} \quad (2)$$

ahol:

- $f_e$ : az eső szakasz hossza
- $\alpha$ : módosító tényező,  $\alpha < 1$



### a) A jelű anyagmodell

4. ábra: A és B jelű anyagmodell  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramja és numerikus erő-lehajlás diagramjuk

Minkét modell közös tulajdonsága, hogy a kísérlet numerikus modellezésekor nem becsüli felül a törőerő értékét.

## 5. VERIFIKÁCIÓ

A verifikáció során egy C20/25 szilárdsági osztályú betongerenda felezőpontos hajlítási erő-lehajlás diagramját modellezem numerikusan 4 féle anyagmodellel:

- **L1**: lineárisan meghatározott húzó-hajlító szilárdsággal ( $f_{t,lin}$ ) és törési energia nélkül ( $G_f = 0$ )
- **L2**: ugyanez irodalomban ajánlott törési energiával ( $G_f = G_{f,C20}$ )
- **A** anyagmodell
- **B** anyagmodell.

A kísérlet főbb adatai és eredményei:

- $b = 150$  mm (gerenda szélessége)
- $h = 125$  mm (gerenda magassága közepén a bemetszésnél)
- $F_{max} = 11\,878$  N (maximális erő)

Ebben az esetben a beton ridegen fog törni, az erő-elmozdulás diagramnál a maximális erő elérésekor hirtelen esni fog a görbe. Ez azt is jelenti, hogy a maximális erő és a törőerő megegyezik:  $F_{max} = F_t$  és nem vesszük figyelembe a  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagram eső ágának hatását (4.a. ábra).

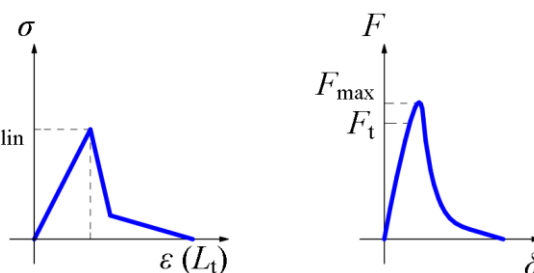
A **B** jelű anyagmodellnél a lineáris úton meghatározott húzó-hajlító szilárdságot csökkentjük:

$$f_{t,nlin} = \beta f_{t,lin} \quad (3)$$

ahol:

- $f_{t,nlin}$ : módosított húzó-hajlító szilárdság
- $\beta$ : módosító tényező,  $\beta < 1$

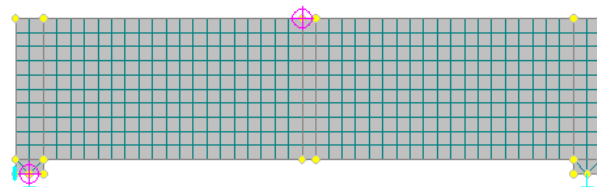
Ebben az esetben a maximális erő nagyobb lesz a törőerőnél:  $F_{max} > F_t$ , azaz a modell figyelembe veszi az eső ág törőerő növelő hatását is (4.b. ábra).



### b) B jelű anyagmodell

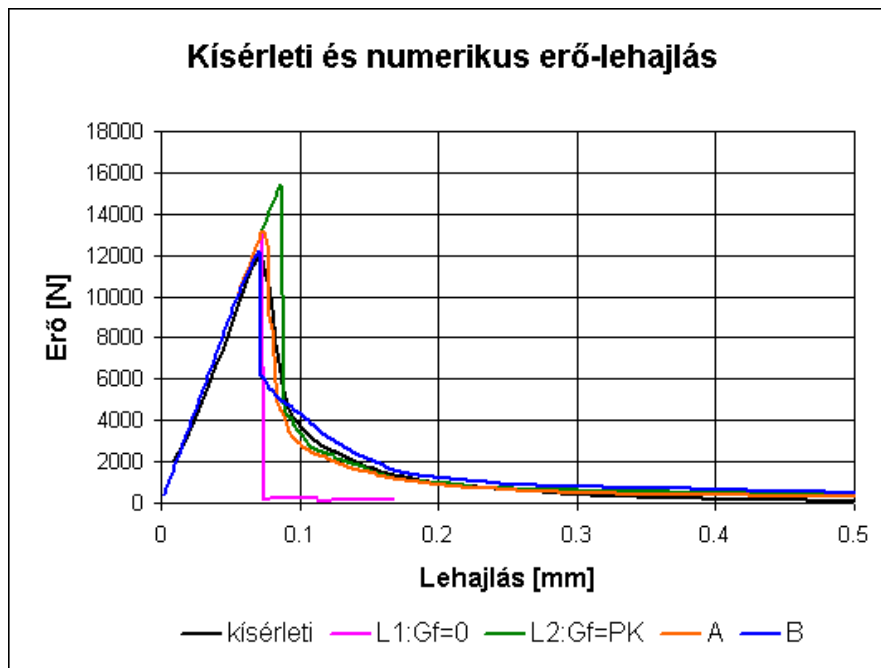
- $f_{t,lin} = 3,801$  MPa (lineáris úton meghatározott húzó-hajlító szilárdság)
- $G_{f,C20} = 4,87 \times 10^{-5}$  MN/m (törési energia Papanikolaou és Kappos ajánlása szerint)
- $\alpha = 0,3$
- $\beta = 0,7$

A numerikus modell az 5. ábrán látható, a számításokat ATENA végeelem szoftverrel végeztem.



5. ábra: numerikus modell

A kísérleti értékek grafikus összehasonlítása az 6. ábrán, a maximális erők összehasonlítása pedig az 1. táblázatban látható.



6. ábra: kísérleti és numerikus értékek összehasonlítása

$F_{max}$ [N]				
kísérleti	L1	L2	A	B
11 878	13 090	15 450	12 240	13 150
100%	110%	130%	103%	110%

1. táblázat: kísérleti és numerikus maximális erők összefoglalása

A verifikáció során igazoltam az új modellek előnyeit: az **A** és **B** jelű anyagmodell sokkal közelebb áll a kísérleti eredményhez, mint az irányelvekben ajánlott, maximális erőhöz tartozó szilárdság meghatározás. Törési energiát is figyelembe vevő számításoknál a törési energia vagy a húzó-hajlító szilárdság módosítása szükséges a pontos modellezés eléréséhez. Az  $\alpha$  és  $\beta$  paraméterek meghatározása függ a beton húzó-hajlító szilárdságától és a törési energiájától, meghatározásukra iterációs eljárást igényel.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

Az új, nemlineáris anyagmodellel dolgozó végeelem programok már képesek kezelni a beton törési energiáját (Sbeta, Atena, Diana). A törési energia figyelembe vétele egy új szemléletet követel meg a tesztelési eljárásoknál is: nem feltétlen a maximális erőt kell alapul vennünk a húzó-hajlító szilárdság meghatározásához.

Cikkemben új anyagmodelleket ajánlok a húzó-hajlító szilárdság és a törési energia felvételére. Verifikáció során egy beton gerenda hajlítási teszteredményét ellenőrzöm numerikusan a bemutatott új anyagmodellek segítségével.

Ezekkel az új anyagmodellel pontosabban határozható meg a szálerősítésű beton anyagmodellek első, lineáris szakaszának hossza illetve a kezdeti eső ága is.

## IRODALOM

- [1] Vandewalle, L., et al. (2002) „RILEM TC 162-TDF : Test and design methods for steel fibre reinforced concrete”, Materials and Structures, Vol. 33, January-February 2000, pp 3-5
- [2] CNR-DT 204/2006 (2006), „Guide for the Design and Construction of Fiber-Reinforced Concrete Structures”, design recommendation, Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, Rome
- [3] Österreichische Vereinigung für Beton- und Bautechnik (2008), „Richtlinie Faserbeton, Ausgabe Juli 2008”
- [4] Papanikolaou, V.K. és Kappos, A.J. (2007) „Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression”, International Journal of Solids and Structures, 44(21), 7021-7048